

Modellierung und Parametrierung des elektrischen Systems eines Kraftwerks mit variabler Drehzahl

DIPLOMARBEIT

Ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)

unter der Leitung von

Univ.-Prof. Dr. techn. A. Kugi
Assistant Prof. Dr.-Ing. W. Kemmetmüller
Dipl.-Ing. J. Schmidt

eingereicht an der

Technischen Universität Wien
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

von

Leonhard Haslinger
Matrikelnummer 0725834
Wegleithen 2
4643 Pettenbach
Österreich

Wien, am 12. Jänner 2015

Vorwort

Die vorliegende Diplomarbeit mit dem Thema **Modellierung und Parametrierung des elektrischen Systems eines Kraftwerks mit variabler Drehzahl** entstand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik der Technischen Universität Wien.

Mein herzlicher Dank gilt vor allem Herrn Univ.-Prof. Dr. techn. A. Kugi der mich durch sein großartiges Engagement in der Lehre inspirierte und es mir schließlich ermöglichte unter seiner Obhut arbeiten zu dürfen. Ganz besonders bedanke ich mich auch bei Herrn Assistant Prof. Dr.-Ing. W. Kemmetmüller für seine Geduld, seinen unermüdlichen Einsatz und seine wertvollen Anregungen. Ebenso bedanke ich mich bei Herrn Dipl.-Ing. J. Schmidt für die zahlreichen Diskussionen und bei Herrn Dipl.-Ing. G. Stadler für die tatkräftige Unterstützung in $\text{\LaTeX}$ sowie bei allen Angehörigen des Instituts für die freundliche und angenehme Arbeitsatmosphäre.

Meinen Freunden möchte ich an dieser Stelle ebenfalls einen herzlichen Dank aussprechen. Gerade wenn das Licht am Horizont besonders dunkel wurde, haben sie mich motiviert weiterzumachen und nicht aufzugeben.

Lieber Max, liebe Cilli euch gilt natürlich schon alleine wegen der finanziellen Unterstützung während der gesamten Studienzeit ein vorzügliches Dankeschön. Außerdem bedanke ich mich, dass ihr nie an mir gezweifelt habt, auch wenn ich mich mit Details oft bedeckt hielt.

Wien, am 12. Jänner 2015

Abstract

This diploma thesis deals with the modeling and parameterization of the electrical system of a pumped storage power plant with variable speed. The system consists of the rigid three-phase balanced grid, the double fed induction machine, which is controlled by the inverter on the rotor side, and the transformer, which adjusts the voltage level of the stator to the inverter. For these components, mathematical models are derived which allow to formulate the losses in a consistent way. Based on specific considerations, in particular for the inverter model, simplified models are developed, which are suitable for the design of control strategies or the application of real-time optimization methods. Furthermore, the models are parameterized and combined to the overall system model. Finally, a comparison of the models with different levels of simplifications is shown in simulation studies.

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Modellierung und Parametrierung des elektrischen Systems eines Pumpspeicherkraftwerks mit variabler Drehzahl. Dieses System besteht im Wesentlichen aus dem starren dreiphasigen symmetrischen Netz, der doppelt gespeisten Asynchronmaschine (DASM), die auf der Rotorseite durch den Umrichter angesteuert wird, und dem Transformator, der das Spannungsniveau der Statorseite an den Umrichter anpasst. Für diese Teilkomponenten werden mathematische Modelle hergeleitet, aus denen die Verluste in konsistenter Weise ableitbar sind. Durch gezielte Vereinfachungen, vor allem des Umrichtermodells, werden schließlich vereinfachte Modelle entwickelt, die als Basis für den Reglerentwurf oder Echtzeit-Optimierungsverfahren dienen. Weiters werden die Einzelmodelle parametrieren und zu einem Gesamtmodell zusammengefasst. Zuletzt wird in Simulationsstudien ein Vergleich der Gesamtmodelle mit unterschiedlichen Vereinfachungen gezeigt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Aufgabenstellung	2
1.2	Aufbau der Arbeit	3
2	Modellbildung	4
2.1	DASM-Modell	4
2.1.1	Physikalische Beschreibung	6
2.1.2	Nichtlineare Koordinatentransformation	11
2.1.3	Verschaltung der Wicklungen	15
2.1.4	T-Ersatzschaltbild ohne Eisenverluste	16
2.1.5	T-Ersatzschaltbild mit Eisenverlusten	19
2.2	Transformatormodell	22
2.2.1	Beschreibung des Magnetkreises	23
2.2.2	Nichtlineare Koordinatentransformation	28
2.2.3	Verschaltung der Wicklungen	29
2.3	Umrichtermodell	32
2.3.1	Halbleitertechnologie	32
2.3.2	Halbbrücke	36
2.3.3	Vollständiges Umrichtermodell	42
2.3.4	Vereinfachtes Umrichtermodell	44
2.4	Gesamtmodelle	46
2.4.1	Stationäre Arbeitspunkte der Gesamtmodelle	48
3	Parametrierung	50
3.1	Parametrierung des Eisenverlustwiderstands	50
3.2	Parametrierung der Umrichtermodelle	51
3.2.1	Identifikation der Spannungs-Strom-Kennlinie	51
3.2.2	Identifikation der Verlustleistungen	51
4	Simulationsstudien	55
4.1	Stationäres Verhalten	55
4.2	Dynamisches Verhalten	59
5	Zusammenfassung und Ausblick	66
A	Systemparameter	68

Abbildungsverzeichnis

1.1	Modell des elektrischen Systems des Pumpspeicherkraftwerks.	2
2.1	Schnitt durch eine 2-polige DASM.	4
2.2	Schematische Darstellung aller Wicklungen der DASM.	5
2.3	Wicklungsverteilung $\bar{N}_x$ einer Wicklung W_x über dem Winkel φ_x	6
2.4	Zur $dq0$ -Transformation.	12
2.5	Yy-Verschaltung der Wicklungen der DASM.	16
2.6	T-Ersatzschaltbild für die d -Komponenten der DASM ohne Eisenverluste.	18
2.7	T-Ersatzschaltbild für die q -Komponenten der DASM ohne Eisenverluste.	19
2.8	T-Ersatzschaltbild für die d -Komponenten der DASM mit Eisenverlusten.	20
2.9	T-Ersatzschaltbild für die q -Komponenten der DASM mit Eisenverlusten.	20
2.10	Schnitt des betrachteten Dreischenkeltransformators.	23
2.11	Schematische Darstellung aller Wicklungen des Dreischenkeltransformators.	23
2.12	Magnetisches Ersatzschaltbild des Dreischenkeltransformators.	24
2.13	Yd11-Verschaltung der Wicklungen des Dreischenkeltransformators.	30
2.14	Blockschaltbild eines dreiphasigen AC/AC-Konverters mit Spannungszwischenkreis.	32
2.15	Parallelschaltung eines selbstsperrenden N-Kanal IEGTs mit einer Freilaufdiode.	33
2.16	$u_{\mathcal{CE}}(i_{\mathcal{C}})$ -Kennlinie des ST1500GXH22 [18].	35
2.17	Gegenüberstellung des I. und III. Quadranten von $u_{\mathcal{CE}}(i_{\mathcal{C}})$	35
2.18	Halbbrücke in der Phase a der Gleichrichterseite des Umrichters.	36
2.19	Einfluss des Sollspannungsspitzenwertes $\hat{u}_g^*$ auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$	39
2.20	Einfluss der über einer Signalperiode konstanten Zwischenkreisspannung u_z auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$	40
2.21	Einfluss des Phasenwinkels φ_g auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$	41
2.22	Einfluss des Stromspitzenwertes $\hat{i}_g$ auf die Verluste einer Halbbrücke.	41
2.23	Schaltung des vollständigen Umrichtermodells.	43
2.24	Ersatzschaltbild des vereinfachten Umrichtermodells.	45
3.1	Approximation (oben) und Fehler der Approximation (unten) der $u_{\mathcal{CE}}(i_{\mathcal{C}})$ -Kennlinie des ST1500GXH22 [18].	52
3.2	Approximation (oben) und Fehler der Approximation (unten) der Verlustleistung $P_{v,g}$ der Gleichrichterseite des Umrichters.	54

3.3	Approximation (oben) und Fehler der Approximation (unten) der Verlustleistung $P_{v,w}$ der Wechselrichterseite des Umrichters.	54
4.1	Links: Die Spannungsamplituden der Gleichrichterseite (oben) und der Wechselrichterseite (unten) des Umrichters für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und Variation von ω_{de} . Rechts: Differenz der Spannungsamplituden von $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$. . .	56
4.2	Statorwirkleistung der DASM (links) und Primärwirkleistung des Transformators (rechts) für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und Variation von ω_{de}	57
4.3	Links: Gesamt- sowie Einzelverluste der Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und für $\omega_{de} = 2\pi 50 \text{ rad/s}$ (oben), $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$ (mittig) sowie $\omega_{de} = 2\pi 52.5 \text{ rad/s}$ (unten). Rechts: Differenz der Verluste von $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$	58
4.4	Einfluss des Eisenverlustwiderstands auf die Ströme (links) und auf die Verlustleistungen (rechts) für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und Variation von ω_{de}	59
4.5	Wurzelortskurve der beiden von der Rotordrehzahl abhängigen Eigenwerte $\lambda_{3,d}$ und $\lambda_{4,d}$ des DASM-Modells.	60
4.6	Umrichterspannungen im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$	62
4.7	Ströme der DASM im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$	63
4.8	Ströme des Transformators im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$	64
4.9	Anteil der Gleichrichterseite am Zwischenkreisstrom im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$	65
4.10	Zwischenkreisstrom (oben) und Anteil der Wechselrichterseite am Zwischenkreisstrom (unten) im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$. . .	65

Tabellenverzeichnis

2.1	Werte der $u_{CE}(i_C)$ -Kennlinie des ST1500GXH22 [18].	34
2.2	Werte für die MATLAB-Berechnung.	39
3.1	Werte für die MATLAB-Berechnung.	50
3.2	Werte für die Identifikation in MATLAB.	53
3.3	Werte zur Bestimmung der Adaptionparameter ξ_g und ξ_w	53
A.1	Parameter des Netzes.	68
A.2	Nenndaten und Parameter der DASM.	68
A.3	Nenndaten und Parameter des Transformators.	69
A.4	Nenndaten und Parameter des Umrichters.	69
A.5	Maximale Werte des IEGTs mit Freilaufdiode.	69
A.6	Approximation der Spannungs-Strom-Kennlinie des IEGTs mit Freilaufdiode.	70
A.7	Anpassung der Spannungs-Strom-Kennlinie des IEGTs mit Freilaufdiode.	70
A.8	Approximation der Verluste von Gleich- und Wechselrichterseite.	70
A.9	Eigenwerte des DASM-Modells mit Eisenverlusten für unterschiedliche Werte der Drehzahl ω_{de}	71
A.10	Eigenwerte des Transformatormodells.	71

1 Einleitung

Der Anteil an erneuerbaren Energien nimmt stetig zu. In [1] wird gezeigt, dass der Anteil an alternativen Energieformen am Bruttoinlandsenergieverbrauch der EU-27 im Jahr 1995 in etwa 5 % betragen hat, 2010 erreichte er bereits 10 % und für 2020 werden 20 % erwartet. Dabei können besonders Wind- und Sonnenenergie durch die Wetterabhängigkeit bezüglich ihrer Ausbeute von Tag zu Tag sehr unterschiedlich sein. In Verbindung mit dem schwankenden Energieangebot sind auch schnelle Lastschwankungen zu berücksichtigen. Damit die Energieerzeugung an den sich zeitlich ändernden Energiebedarf angepasst werden kann, erfordert es geregelte Energiezwischenpeicher, die Energieengpässe und Energieüberschüsse ausgleichen können. Unter anderem wegen ihrer schnellen Dynamik haben sich hierfür geregelte Pumpspeicherkraftwerke als sehr gute Lösung ausgezeichnet. Durch entsprechende Konzeption dieser Anlagen ist ein rasches Umschalten vom Pumpbetrieb in den Turbinenbetrieb und umgekehrt möglich, womit auf die unterschiedlichen Lastsituationen rasch reagiert werden kann.

Diese Arbeit richtet ihren Schwerpunkt auf das elektrische System eines Pumpspeicherkraftwerks, dessen essentiellen Bestandteil eine elektrische Maschine in Kombination mit einem Umrichter darstellt. Die Wahl des Energiewandlers, eine doppelt gespeiste Asynchronmaschine (DASM) oder eine Synchronmaschine (SM), beeinflusst die Anforderungen an den Umrichter sowie die Eigenschaften des Kraftwerks maßgeblich. Bei der DASM mit Umrichter profitiert man von der relativ geringen Leistung, die der Umrichter übertragen muss. Dem gegenüber steht jedoch ein eingeschränkter Drehzahlbereich. Bei Einsatz einer SM verhält es sich genau umgekehrt. Auf der einen Seite ist zwar ein leistungsstarker Umrichter notwendig, dafür ist der volle Drehzahlbereich verfügbar. Heutzutage ist es mit hohem Kostenaufwand verbunden, Umrichter mit übertragbaren Leistungen jenseits von 100 MW zu fertigen. Daher überwiegt bei sehr großen zu übertragenden Leistungen der Vorzug der DASM, da der Umrichter nur auf die Rotorleistung ausgelegt werden muss.

Der Umrichter repräsentiert den elektrischen Stelleingriff des Systems. Durch Vorgabe der Einschaltdauer der Halbleiterbauelemente kann aus einem dreiphasigen im zeitlichen Mittel sinusförmigen Spannungssystem mit einer Amplitude $\hat{u}_g$ und einer Periodendauer T_g ein dreiphasiges im zeitlichen Mittel sinusförmiges Spannungssystem mit einer Amplitude $\hat{u}_w$ und einer Periodendauer T_w generiert werden. Dies ist möglich, da die beiden Seiten durch einen Gleichspannungskreis mit einem Kondensator, der als Energiezwischenpeicher wirkt, entkoppelt sind. In Kombination mit der DASM ist diese Eigenschaft des Umrichters notwendig, da durch Veränderung der Rotorspannung bei konstanter Statorspannung die Statorstromaufnahme und damit die Wirk- und Blindleistung im Stator beeinflusst werden kann. Die mechanische Rotordrehzahl bleibt dabei als Freiheitsgrad für die Optimierung des Wirkungsgrades der Pumpe oder der Turbine, je nach Betriebsfall, übrig.

Abbildung 1.1 zeigt das abstrahierte Modell des elektrischen Systems des Pumpspeicherkraftwerks. Im Wesentlichen besteht es aus einem starren dreiphasigen symmetrischen Netz, der DASM, die auf der Rotorseite durch den Umrichter angesteuert wird, und einem Transformator, der das Spannungsniveau der Statorseite an den Umrichter anpasst. Ein etwaiger Transformator zum Netz wird nicht berücksichtigt, da dieser lediglich die Aufgabe hat, das Hochspannungsnetz an das Kraftwerk anzubinden. Der Einfluss auf die Dynamik und die Verluste ist aber gering.

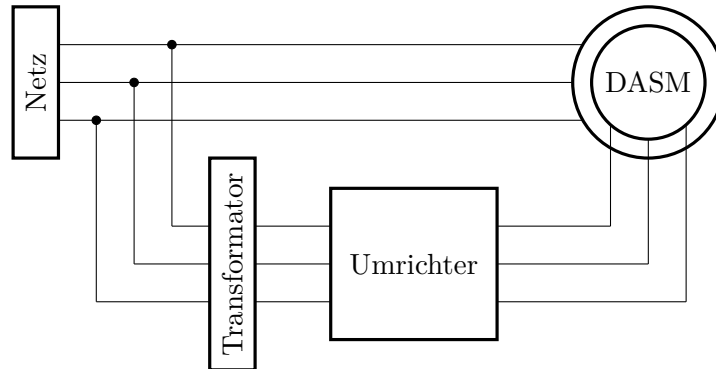


Abbildung 1.1: Modell des elektrischen Systems des Pumpspeicherkraftwerks.

1.1 Aufgabenstellung

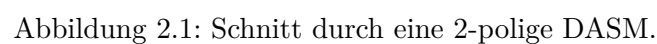
Aufgrund des vergleichsweise hohen Wirkungsgrades sind Pumpspeicherkraftwerke attraktive Energiespeicher für das elektrische Versorgungsnetz. Besonders der zusätzliche Freiheitsgrad drehzahlvariabler Maschinen eignet sich, um die Verluste solcher Anlagen zu minimieren. In [2] wurde bereits die Modellierung und Regelung des elektrischen Systems eines Pumpspeicherkraftwerks mit variabler Drehzahl behandelt. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Anpassung mehrerer PI-Reglerstrukturen mithilfe des Frequenzkennlinienverfahrens auf Basis eines einfachen Modells ohne Umrichterverluste. Das Ziel der vorliegenden Diplomarbeit ist die Verbesserung des Modells aus [2] vor allem hinsichtlich des Umrichterhaltens. Es soll ein systematischer Weg zur Herleitung der Gleichungen für ein mathematisches Modell des elektrischen Systems beschrieben werden, aus dem die Verluste in konsistenter Weise ableitbar sind. Schließlich ist noch ein vereinfachtes Modell zu entwickeln, welches die Verluste richtig wiedergibt und für komplexere Reglerentwurfsstrategien oder Optimierungsverfahren geeignet ist. Die hergeleiteten Modelle sollen in MATLAB/SIMULINK hinsichtlich der Verluste und des dynamischen Verhaltens auf Plausibilität untersucht werden.

1.2 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Diplomarbeit gliedert sich in 5 Kapitel. Die Modellbildung des elektrischen Systems eines Pumpspeicherkraftwerks mit variabler Drehzahl wird in Kapitel 2 behandelt. Hierfür werden Modelle für die doppelt gespeiste Asynchronmaschine, den Transformator und den Umrichter hergeleitet. Aus den Einzelmodellen werden in weitere Folge drei Gesamtmodelle abgeleitet, die sich durch das DASM-Modell und das Umrichtermodell unterscheiden. Anschließend erfolgt in Kapitel 3 eine Parametrierung der Gesamtmodelle. Im Anschluss daran werden in Kapitel 4 Simulationsstudien zu den Gesamtmodellen durchgeführt, wobei diese hinsichtlich des stationären und dynamischen Verhaltens verglichen werden. Den Abschluss der Arbeit bilden eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf weiterführende Problemstellungen in Kapitel 5.

Dieses Kapitel beinhaltet die Modellierung des elektrischen Teils eines Pumpspeicherkraftwerks. Die einzelnen Komponenten des Gesamtsystems werden zuerst getrennt betrachtet. Abschnitt 2.1 behandelt die doppelt gespeiste Asynchronmaschine (DASM). Darauf folgend wird in Abschnitt 2.2 auf das Modell des Umrichtertransformators eingegangen. Eine detaillierte Untersuchung des Umrichters erfolgt in Abschnitt 2.3. Abschließend werden in Abschnitt 2.4 die Einzelmodelle zusammengefügt und die daraus resultierenden Gesamtmodelle erarbeitet.

In der betrachteten Anlage wird eine doppelt gespeiste dreiphasige Asynchronmaschine mit der Polpaarzahl n_p eingesetzt. Die weiteren Betrachtungen erfolgen anhand einer äquivalenten 2-poligen Maschine, die in Abbildung 2.1 dargestellt ist. In der Modellierung



wird das geblechte Material von Stator sowie Rotor als unendlich permeabel angenommen. Der Luftspalt zwischen Ständer und Läufer besitzt die konstante Höhe δ_d . Der mittlere Durchmesser des Luftspalts wird mit D_d und die Länge der Maschine mit l_d angegeben. Die Wicklungen $W_{a,ds}$, $W_{b,ds}$ und $W_{c,ds}$ umfassen alle Windungen des jeweiligen Statorstranges der Originalmaschine. Sie sind räumlich um jeweils $2\pi/3$ zueinander gedreht. Auf gleiche Weise ergeben sich im Rotor die Wicklungen $W_{a,dr}$, $W_{b,dr}$ und $W_{c,dr}$. Die Statorwicklungen sind durch eine Windungszahl N_{ds} und einen elektrischen Wicklungswiderstand R_{ds} gekennzeichnet, während die Rotorwicklungen eine Windungszahl N_{dr} und einen elektrischen Wicklungswiderstand R_{dr} besitzen.

Die Stator- und Rotorwicklungsachsen a_{ds} , b_{ds} und c_{ds} bzw. a_{dr} , b_{dr} und c_{dr} sind dem jeweiligen Bezugssinn der Statorströme bzw. der Rotorströme rechtswendig zugeordnet. Am Stator und Rotor wird je ein Koordinatensystem mit den Winkeln φ_{ds} bzw. φ_{dr} definiert. Dabei beschreibt φ_{ds} die Drehung bezüglich der Achsen a_{ds} , b_{ds} sowie c_{ds} und φ_{dr} wird gegenüber den Achsen a_{dr} , b_{dr} sowie c_{dr} bestimmt. Die Winkel φ_{ds} und φ_{dr} sind mit dem elektrischen Drehwinkel φ_{de} über

$$\varphi_{de} = \varphi_{ds} - \varphi_{dr} \quad (2.1)$$

miteinander verknüpft. Die zeitliche Ableitung des mechanischen Drehwinkels φ_{dm} der $2n_p$ -poligen DASM lässt sich mit der mechanischen Drehwinkelgeschwindigkeit ω_{dm} zu

$$\dot{\varphi}_{dm} = \omega_{dm}, \quad \varphi_{dm}(0) = \varphi_{dm,0} \quad (2.2a)$$

angeben, wobei $\varphi_{dm,0}$ den Winkel zwischen Stator und Rotor bei $t = 0$ festlegt. Damit stehen der elektrische Drehwinkel φ_{de} und dessen zeitliche Ableitung ω_{de} durch

$$\varphi_{de} = n_p \varphi_{dm} \quad (2.3a)$$

$$\omega_{de} = n_p \omega_{dm} \quad (2.3b)$$

in Relation. Hierbei sei angemerkt, dass der elektrische Drehwinkel der $2n_p$ -poligen DASM ident mit dem der 2-poligen Ersatzmaschine ist.

Abbildung 2.2 zeigt eine schematische Darstellung aller Wicklungen der DASM. Hierbei sind die Statorwicklungen mit den Spannungen $u_{a,ds}$, $u_{b,ds}$ und $u_{c,ds}$ beaufschlagt, außerdem fließen die Ströme $i_{a,ds}$, $i_{b,ds}$ und $i_{c,ds}$. An den Rotorwicklungen liegen die Spannungen $u_{a,dr}$, $u_{b,dr}$ und $u_{c,dr}$, und es fließen die Ströme $i_{a,dr}$, $i_{b,dr}$ und $i_{c,dr}$.

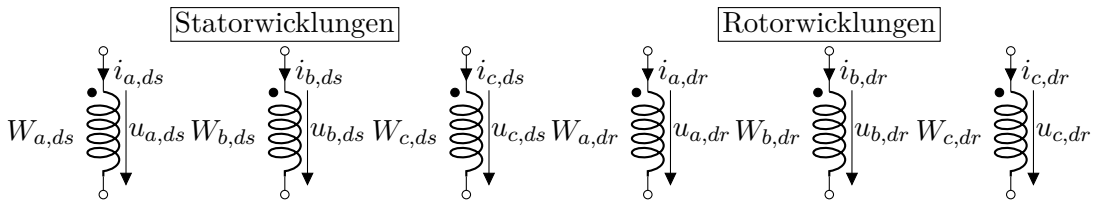


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung aller Wicklungen der DASM.

2.1.1 Physikalische Beschreibung

Als Ausgangspunkt für die physikalische Betrachtung dient eine Wicklung W_x , die repräsentativ für eine Stator- oder Rotorwicklung der DASM steht. Deren Wicklungsverteilung $\bar{N}_x$ ist in der Praxis meist näherungsweise sinusförmig ausgeführt, vgl. [3], d. h.

$$\bar{N}_x(\varphi_x) = \hat{N}_x \sin(\varphi_x) \quad (2.4)$$

mit der Amplitude $\hat{N}_x$ und dem Winkel φ_x . Dieser Ansatz für $\bar{N}_x$ berücksichtigt den Durchtrittssinn des Stroms, was in Abbildung 2.3 verdeutlicht ist. Zwischen dem Spitzenwert $\hat{N}_x$ der Wicklungsverteilung und der Windungszahl N_x gilt der Zusammenhang

$$N_x = \int_0^\pi \bar{N}_x(\varphi_x) d\varphi_x = \int_0^\pi \hat{N}_x \sin(\varphi_x) d\varphi_x = 2\hat{N}_x \quad (2.5)$$

und damit folgt $\bar{N}_x$ unmittelbar zu

$$\bar{N}_x(\varphi_x) = \frac{N_x}{2} \sin(\varphi_x) . \quad (2.6)$$

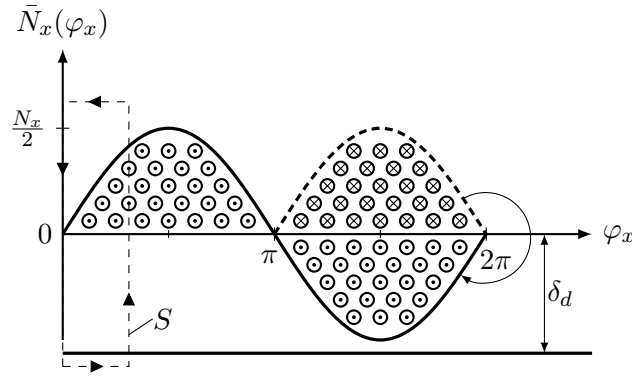


Abbildung 2.3: Wicklungsverteilung $\bar{N}_x$ einer Wicklung W_x über dem Winkel φ_x .

In den folgenden Betrachtungen wird vorerst angenommen, dass Eisenverluste und magnetische Streuflüsse vernachlässigbar sind. Der in der Wicklung W_x fließende Strom i_x erzeugt eine Feldstärke $\mathbf{H}_x^\delta$. Damit folgt das Ringintegral der Projektion von $\mathbf{H}_x^\delta$ auf das infinitesimale Wegstück ds über die geschlossene Kurve S zu (Ampéresches Durchflutungsgesetz [4])

$$\oint_S \mathbf{H}_x^\delta \cdot d\mathbf{s} = - \int_0^{\varphi_x} \bar{N}_x(\varphi_x^*) i_x d\varphi_x^* . \quad (2.7)$$

Aufgrund der Annahme unendlicher Permeabilität des magnetischen Werkstoffes tritt nur im Luftspalt eine Feldstärke auf. Nimmt man zusätzlich noch $\delta_d \ll D_d$ an, dann besteht die Feldstärke im Wesentlichen aus einer Radialkomponente H_x^δ . Aus (2.7) resultiert für diese radiale Komponente das Ergebnis

$$H_x^\delta(\varphi_x) = \frac{1}{2\delta_d} N_x i_x (\cos(\varphi_x) - 1) + H_x^\delta(0) \quad (2.8)$$

mit einem noch unbekannten Anfangswert der Feldstärke $H_x^\delta(0)$. Mithilfe der Materialgleichung gilt für die magnetische Flussdichte B_x^δ im Luftspalt

$$B_x^\delta(\varphi_x) = \mu_0 H_x^\delta(\varphi_x) . \quad (2.9)$$

Dabei bezeichnet μ_0 die Permeabilität des leeren Raumes. Zur Bestimmung des noch unbekannten Anfangswertes $H_x^\delta(0)$ wird der Satz des magnetischen Hüllenflusses angewandt, siehe z. B. [5]. Aus

$$\frac{D_d l_d}{2} \int_0^{2\pi} B_x^\delta(\varphi_x) d\varphi_x = 0 \quad (2.10)$$

folgt $H_x^\delta(0)$ zu

$$H_x^\delta(0) = \frac{1}{2\delta_d} N_x i_x \quad (2.11)$$

und mit (2.8) sowie (2.9) ist die magnetische Flussdichte durch

$$B_x^\delta(\varphi_x) = \frac{\mu_0}{2\delta_d} N_x i_x \cos(\varphi_x) \quad (2.12)$$

bestimmt.

Die Wicklungsverteilungen der Stator- und Rotorseite lassen sich mit $j \in \{s, r\}$ und $N_x = N_{dj}$ über

$$W_{a,dj} : \bar{N}_{a,dj}(\varphi_{dj}) = \bar{N}_x(\varphi_{dj}) = \frac{N_{dj}}{2} \sin(\varphi_{dj}) \quad (2.13a)$$

$$W_{b,dj} : \bar{N}_{b,dj}(\varphi_{dj}) = \bar{N}_x\left(\varphi_{dj} - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{N_{dj}}{2} \sin\left(\varphi_{dj} - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.13b)$$

$$W_{c,dj} : \bar{N}_{c,dj}(\varphi_{dj}) = \bar{N}_x\left(\varphi_{dj} - \frac{4\pi}{3}\right) = \frac{N_{dj}}{2} \sin\left(\varphi_{dj} - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (2.13c)$$

angeben. Werden die Wicklungsverteilungen aus (2.13) mit den entsprechenden Wicklungsströmen in (2.12) angewendet, so können die magnetischen Flussdichten der Stator- und Rotorwicklungen superponiert werden. Damit erhält man die gesamte magnetische Flussdichte B_{dg}^δ als

$$B_{dg}^\delta(\varphi_{ds}, \varphi_{dr}) = B_{ds}^\delta(\varphi_{ds}) + B_{dr}^\delta(\varphi_{dr}) \quad (2.14)$$

mit den magnetischen Stator- und Rotorflussdichten B_{dj}^δ , $j \in \{s, r\}$, die sich zu

$$B_{dj}^\delta(\varphi_{dj}) = \frac{\mu_0}{2\delta_d} N_{dj} \left[i_{a,dj} \cos(\varphi_{dj}) + i_{b,dj} \cos\left(\varphi_{dj} - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{c,dj} \cos\left(\varphi_{dj} - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \quad (2.15)$$

berechnen. Der magnetische Fluss Φ_{ds}^δ für eine am Winkel φ_{ds} platzierte Statorwicklung lässt sich mit (2.15) durch

$$\Phi_{ds}^\delta(\varphi_{ds}) = \frac{D_d l_d}{2} \int_{\varphi_{ds}-\pi}^{\varphi_{ds}} B_{dg}^\delta(\varphi_{ds}^*, \varphi_{ds}^* - \varphi_{de}) d\varphi_{ds}^* \quad (2.16)$$

zu

$$\Phi_{ds}^\delta(\varphi_{ds}) = D_d l_d B_{dg}^\delta\left(\varphi_{ds} - \frac{\pi}{2}, \varphi_{ds} - \varphi_{de} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.17)$$

bestimmen. Äquivalent folgt für eine am Winkel φ_{dr} platzierte Rotorwicklung der magnetische Fluss Φ_{dr}^δ aus

$$\Phi_{dr}^\delta(\varphi_{dr}) = \frac{D_d l_d}{2} \int_{\varphi_{dr}-\pi}^{\varphi_{dr}} B_{dg}^\delta(\varphi_{dr}^* + \varphi_{de}, \varphi_{dr}^*) d\varphi_{dr}^* \quad (2.18)$$

in der Form

$$\Phi_{dr}^\delta(\varphi_{dr}) = D_d l_d B_{dg}^\delta \left(\varphi_{dr} + \varphi_{de} - \frac{\pi}{2}, \varphi_{dr} - \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.19)$$

Der mit $W_{a,ds}$ verkettete magnetische Fluss $\Psi_{a,ds}^\delta$ ist mit (2.13) und (2.17), wie in [3] gezeigt, durch

$$\begin{aligned} \Psi_{a,ds}^\delta &= \int_0^\pi \Phi_{ds}^\delta(\varphi_{ds}) \bar{N}_{a,ds}(\varphi_{ds}) d\varphi_{ds} = \\ &= \frac{1}{3\mathcal{R}_d} \left\{ N_{ds}^2 (2i_{a,ds} - i_{b,ds} - i_{c,ds}) + 2N_{ds}N_{dr} \left[i_{a,dr} \cos(\varphi_{de}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + i_{b,dr} \cos\left(\varphi_{de} + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{c,dr} \cos\left(\varphi_{de} + \frac{4\pi}{3}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

berechenbar. Der magnetische Widerstand $\mathcal{R}_d$ ist dabei durch

$$\mathcal{R}_d = \frac{3}{2} \frac{8\delta_d}{D_d l_d \mu_0 \pi} \quad (2.21)$$

festgelegt. Auf äquivalente Art können die verketteten magnetischen Flüsse $\Psi_{b,ds}^\delta$ und $\Psi_{c,ds}^\delta$ zu

$$\begin{aligned} \Psi_{b,ds}^\delta &= \frac{1}{3\mathcal{R}_d} \left\{ N_{ds}^2 (-i_{a,ds} + 2i_{b,ds} - i_{c,ds}) + 2N_{ds}N_{dr} \left[i_{a,dr} \cos\left(\varphi_{de} + \frac{4\pi}{3}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + i_{b,dr} \cos(\varphi_{de}) + i_{c,dr} \cos\left(\varphi_{de} + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.22a)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{c,ds}^\delta &= \frac{1}{3\mathcal{R}_d} \left\{ N_{ds}^2 (-i_{a,ds} - i_{b,ds} + 2i_{c,ds}) + 2N_{ds}N_{dr} \left[i_{a,dr} \cos\left(\varphi_{de} + \frac{2\pi}{3}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + i_{b,dr} \cos\left(\varphi_{de} + \frac{4\pi}{3}\right) + i_{c,dr} \cos(\varphi_{de}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.22b)$$

bestimmt werden. Die mit den Rotorwicklungen verketteten magnetischen Flüsse $\Psi_{a,dr}^\delta$, $\Psi_{b,dr}^\delta$ und $\Psi_{c,dr}^\delta$ ergeben sich über (2.13) und (2.19) auf analoge Weise wie auf der Statorseite.

Für eine kompakte Berechnung der Induktivitätsmatrizen bietet sich eine vektorielle Notation der Ströme und der verketteten magnetischen Flüsse an. Folglich werden der Vektor der Statorwicklungsströme $\mathbf{i}_{ds}$ und der Vektor der Rotorwicklungsströme $\mathbf{i}_{dr}$ als

$$\mathbf{i}_{ds} = \begin{bmatrix} i_{a,ds} & i_{b,ds} & i_{c,ds} \end{bmatrix}^T \quad (2.23a)$$

$$\mathbf{i}_{dr} = \begin{bmatrix} i_{a,dr} & i_{b,dr} & i_{c,dr} \end{bmatrix}^T \quad (2.23b)$$

definiert. Ferner legt man den Vektor der mit den Statorwicklungen verketteten magnetischen Flüsse Ψ_{ds}^δ und den Vektor der mit den Rotorwicklungen verketteten magnetischen Flüsse Ψ_{dr}^δ durch

$$\Psi_{ds}^\delta = \begin{bmatrix} \Psi_{a,ds}^\delta & \Psi_{b,ds}^\delta & \Psi_{c,ds}^\delta \end{bmatrix}^T \quad (2.24a)$$

$$\Psi_{dr}^\delta = \begin{bmatrix} \Psi_{a,dr}^\delta & \Psi_{b,dr}^\delta & \Psi_{c,dr}^\delta \end{bmatrix}^T \quad (2.24b)$$

fest.

Auf Basis der verketteten magnetischen Flüsse erfolgt nun die Berechnung der Induktivitätsmatrizen. Die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{ds}^\delta$ des Stators wird dabei aus

$$\mathbf{L}_{ds}^\delta = \frac{\partial \Psi_{ds}^\delta}{\partial \mathbf{i}_{ds}} \quad (2.25)$$

ermittelt. Zur näherungsweisen Berücksichtigung der statorseitigen magnetischen Streuflüsse wird zu den Diagonaleinträgen von $\mathbf{L}_{ds}^\delta$ die Streuinduktivität L_{ds}^σ einer Statorwicklung addiert. Daraus resultiert schließlich die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{ds}$ des Stators zu

$$\mathbf{L}_{ds} = \begin{bmatrix} L_{ds}^\delta + L_{ds}^\sigma & -\frac{L_{ds}^\delta}{2} & -\frac{L_{ds}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{ds}^\delta}{2} & L_{ds}^\delta + L_{ds}^\sigma & -\frac{L_{ds}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{ds}^\delta}{2} & -\frac{L_{ds}^\delta}{2} & L_{ds}^\delta + L_{ds}^\sigma \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

mit der Hauptinduktivität L_{ds}^δ einer Statorwicklung

$$L_{ds}^\delta = \frac{2}{3} \frac{N_{ds}^2}{\mathcal{R}_d} . \quad (2.27)$$

Die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{dr}^\delta$ des Rotors ist analog über

$$\mathbf{L}_{dr}^\delta = \frac{\partial \Psi_{dr}^\delta}{\partial \mathbf{i}_{dr}} \quad (2.28)$$

bestimmt. Die rotorseitigen magnetischen Streuflüsse werden analog zur Statorseite einbezogen. Damit ergibt sich die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{dr}$ des Rotors in der Form

$$\mathbf{L}_{dr} = \begin{bmatrix} L_{dr}^\delta + L_{dr}^\sigma & -\frac{L_{dr}^\delta}{2} & -\frac{L_{dr}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{dr}^\delta}{2} & L_{dr}^\delta + L_{dr}^\sigma & -\frac{L_{dr}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{dr}^\delta}{2} & -\frac{L_{dr}^\delta}{2} & L_{dr}^\delta + L_{dr}^\sigma \end{bmatrix} , \quad (2.29)$$

wobei L_{dr}^δ die Hauptinduktivität einer Rotorwicklung

$$L_{dr}^\delta = \frac{2}{3} \frac{N_{dr}^2}{\mathcal{R}_d} \quad (2.30)$$

beschreibt. Für die Koppelinduktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{dsr}$ zwischen Stator und Rotor folgt aus (2.20) und (2.22) mit

$$\mathbf{L}_{dsr} = \frac{\partial \Psi_{ds}^\delta}{\partial \mathbf{i}_{dr}} \quad (2.31)$$

der Ausdruck

$$\mathbf{L}_{dsr} = L_{dsr} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{de}) & \cos\left(\varphi_{de} + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi_{de} + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\varphi_{de} + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\varphi_{de}) & \cos\left(\varphi_{de} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\varphi_{de} + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi_{de} + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\varphi_{de}) \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Dabei ist die Koppelinduktivität L_{dsr} zwischen Stator und Rotor durch

$$L_{dsr} = \frac{2}{3} \frac{N_{ds} N_{dr}}{\mathcal{R}_d} \quad (2.33)$$

festgelegt. Zusammengefasst gilt daher für die Ströme und die verketteten magnetischen Flüsse die Beziehung

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{dr} \end{bmatrix}}_{\Psi_d} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ds} & \mathbf{L}_{dsr} \\ \mathbf{L}_{dsr}^T & \mathbf{L}_{dr} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_d} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ds} \\ \mathbf{i}_{dr} \end{bmatrix}}_{\mathbf{i}_d} \quad (2.34)$$

mit der Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_d$ der DASM. Hierbei bezeichnet Ψ_{ds} den Vektor der mit den Statorwicklungen verketteten magnetischen Flüsse und Ψ_{dr} den Vektor der mit den Rotorwicklungen verketteten magnetischen Flüsse. Im Gegensatz zu Ψ_{ds}^δ und Ψ_{dr}^δ aus (2.24) berücksichtigen Ψ_{ds} und Ψ_{dr} bereits magnetische Streuflüsse.

Zur übersichtlichen Darstellung der Dynamik der DASM wird der Vektor der Statorwicklungsspannungen $\mathbf{u}_{ds}$ und der Vektor der Rotorwicklungsspannungen $\mathbf{u}_{dr}$ über

$$\mathbf{u}_{ds} = \begin{bmatrix} u_{a,ds} & u_{b,ds} & u_{c,ds} \end{bmatrix}^T \quad (2.35a)$$

$$\mathbf{u}_{dr} = \begin{bmatrix} u_{a,dr} & u_{b,dr} & u_{c,dr} \end{bmatrix}^T \quad (2.35b)$$

definiert. Unter Verwendung der Kirchhoffschen Maschenregel und des Faradayschen Induktionsgesetzes (vgl. [6]) folgen die Spannungsgleichungen der DASM in der Form

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{dr} \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ds} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{dr} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_d} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ds} \\ \mathbf{i}_{dr} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{ds} \\ \mathbf{u}_{dr} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_d}, \quad (2.36)$$

wobei $\mathbf{R}_d$ die elektrische Widerstandsmatrix der DASM darstellt. Diese Matrix setzt sich aus der elektrischen Widerstandsmatrix $\mathbf{R}_{ds}$ und der elektrischen Widerstandsmatrix $\mathbf{R}_{dr}$ der Form

$$\mathbf{R}_{ds} = \text{diag} \begin{bmatrix} R_{ds} & R_{ds} & R_{ds} \end{bmatrix} \quad (2.37a)$$

$$\mathbf{R}_{dr} = \text{diag} \begin{bmatrix} R_{dr} & R_{dr} & R_{dr} \end{bmatrix} \quad (2.37b)$$

zusammen. Kombiniert man nun (2.34) mit (2.36), erhält man ein Differentialgleichungssystem der Gestalt

$$\mathbf{L}_d \frac{d}{dt} \mathbf{i}_d = -\omega_{de} \frac{\partial \mathbf{L}_d}{\partial \varphi_{de}} \mathbf{i}_d - \mathbf{R}_d \mathbf{i}_d + \mathbf{u}_d . \quad (2.38)$$

Mithilfe der magnetischen Ko-Energie $\bar{W}_{dm}$ in der Form [3]

$$\bar{W}_{dm} = \frac{1}{2} \mathbf{i}_d^T \mathbf{L}_d \mathbf{i}_d \quad (2.39)$$

lässt sich das Moment τ_{dm} der Maschine aus

$$\tau_{dm} = \frac{\partial}{\partial \varphi_{dm}} \bar{W}_{dm} \quad (2.40)$$

bestimmen. Schließlich ergibt sich für τ_{dm} der Ausdruck

$$\begin{aligned} \tau_{dm} = & \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} \left[i_{a,ds} (i_{c,dr} - i_{b,dr}) + i_{b,ds} (i_{a,dr} - i_{c,dr}) + i_{c,ds} (i_{b,dr} - i_{a,dr}) \right] \cos(\varphi_{de}) \right. \\ & + \left[i_{a,ds} \left(-i_{a,dr} + \frac{1}{2} i_{b,dr} + \frac{1}{2} i_{c,dr} \right) + i_{b,ds} \left(\frac{1}{2} i_{a,dr} - i_{b,dr} + \frac{1}{2} i_{c,dr} \right) \right. \\ & \left. \left. + i_{c,ds} \left(\frac{1}{2} i_{a,dr} + \frac{1}{2} i_{b,dr} - i_{c,dr} \right) \right] \sin(\varphi_{de}) \right\} L_{dsr} n_p . \end{aligned} \quad (2.41)$$

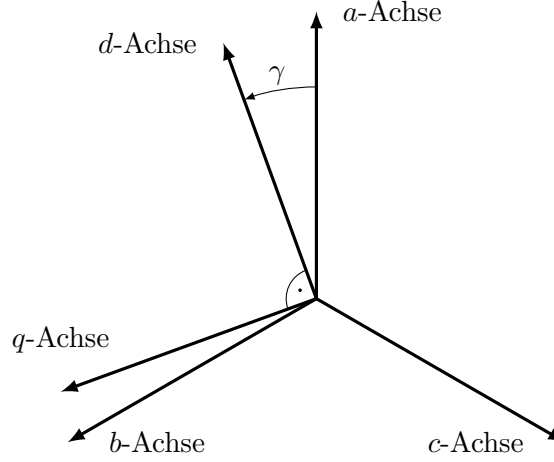
Man erkennt, dass das Moment von den Wicklungsströmen und vom elektrischen Drehwinkel abhängt. Die Bewegungsgleichung der DASM

$$J_d \frac{d}{dt} \omega_{dm} = \tau_{dm} - \tau_{dl} , \quad (2.42)$$

mit dem Trägheitsmoment J_d und dem Lastmoment τ_{dl} der DASM, vervollständigt die physikalische Beschreibung.

2.1.2 Nichtlineare Koordinatentransformation

Zur weiteren Beschreibung wird eine nichtlineare $dq0$ -Koordinatentransformation, wie beispielsweise in [3] bzw. [7] gezeigt, eingeführt. Als Grundlage dient ein in Abbildung 2.4 dargestelltes dreiachsiges System mit den jeweils um $2\pi/3$ zueinander verdrehten Wicklungsachsen a , b und c , sowie ein um den Winkel γ verdrehtes zweiachsiges System, dessen Achsen d und q orthogonal aufeinander stehen.

Abbildung 2.4: Zur $dq0$ -Transformation.

Der Vektor $\mathbf{f}$, der eine dreiphasige Größe wie z. B. die Spannung, den Strom oder den verketteten magnetischen Fluss im abc -Koordinatensystem repräsentiert, wird über

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_a & f_b & f_c \end{bmatrix}^T \quad (2.43)$$

festgelegt und $\tilde{\mathbf{f}}$, beschrieben durch

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} f_d & f_q & f_0 \end{bmatrix}^T, \quad (2.44)$$

steht stellvertretend für die transformierte Größe $\mathbf{f}$ im $dq0$ -Koordinatensystem. Es wird nun eine nichtlineare Koordinatentransformation der Form

$$\tilde{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{K}} \mathbf{f} \quad (2.45a)$$

$$\mathbf{f} = \bar{\mathbf{K}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}} \quad (2.45b)$$

eingeführt. Darin bezeichnet $\bar{\mathbf{K}}$ eine Transformationsmatrix der Form

$$\bar{\mathbf{K}}(\gamma) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\gamma) & -\sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

und ihre Inverse

$$\bar{\mathbf{K}}^{-1}(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 1 \\ \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

Im Folgenden nimmt man an, dass $\mathbf{f}$ eine Größe eines symmetrischen Dreiphasensystems der Form

$$f_a = \hat{f} \sin(\gamma + \chi) \quad (2.48a)$$

$$f_b = \hat{f} \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3} + \chi\right) \quad (2.48b)$$

$$f_c = \hat{f} \sin\left(\gamma - \frac{4\pi}{3} + \chi\right), \quad (2.48c)$$

mit einer Amplitude $\hat{f}$ und einem Nullphasenwinkel χ der Phase a , repräsentiert. Daraus ergibt sich $\tilde{\mathbf{f}}$ mit (2.45a) und (2.46) zu

$$f_d = \hat{f} \sin(\chi) \quad (2.49a)$$

$$f_q = -\hat{f} \cos(\chi) \quad (2.49b)$$

$$f_0 = 0. \quad (2.49c)$$

Damit lässt sich die Amplitude der Schwingungen aus (2.48) auf einfache Weise durch

$$\hat{f} = \sqrt{f_d^2 + f_q^2} \quad (2.50)$$

berechnen. Aus (2.49a) und (2.49b) ist ersichtlich, dass das symmetrische Dreiphasensystem (2.48) die Eigenschaft einer winkelunabhängigen d - und q -Komponente besitzt, falls die Transformation synchron zur Frequenz der Schwingung des abc -Systems erfolgt. Außerdem zeigt (2.49c) die Nullsystemfreiheit eines solchen Systems. Verschwindet die 0-Komponente, gilt äquivalent die Bedingung

$$f_0 = \frac{1}{3}(f_a + f_b + f_c) = 0. \quad (2.51)$$

Durch die Wahl des Winkels γ werden verschiedene Transformationen unterschieden. Für eine DASM gibt es z. B. die Möglichkeit das $dq0$ -System mit dem Stator fest zu verbinden. Diese Vorgehensweise ist in der Literatur unter dem Begriff Park-Transformation bekannt. Alternativ kann man auch den Rotor mit dem $dq0$ -Koordinatensystem verknüpfen, was direkt zur Clarke-Transformation führt. In dieser Arbeit wird γ so gewählt, dass das transformierte $dq0$ -System synchron mit der konstanten Netzkreisfrequenz ω_n rotiert. Dadurch wird ein symmetrisches Dreiphasensystem (2.48) mit entsprechender Frequenz auf konstante Werte (2.49) im $dq0$ -System abgebildet. Hierfür wird zur einfacheren Schreibweise die Transformationsmatrix $\mathbf{K}_d$ für Stator und Rotor über

$$\mathbf{K}_d(\varphi_n) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}(\varphi_n) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}(\varphi_n - \varphi_{de}) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

eingeführt. Dabei bezeichnet φ_n den Netzwinkel der Form

$$\varphi_n = \omega_n t \quad (2.53)$$

mit der Zeit t . Für die anschließenden Betrachtungen wird bei den Transformationsmatrizen auf eine explizite Angabe des Winkels als Argument verzichtet. Dabei ist besonders bei

zeitlichen Ableitungen darauf zu achten, dass hier eine Abhängigkeit vom Winkel und daher von der Zeit besteht.

Die transformierten verketteten magnetischen Flüsse $\tilde{\Psi}_d$ ergeben sich mittels der transformierten Wicklungsströme $\tilde{\mathbf{i}}_d$ und unter Berücksichtigung von (2.34) zu

$$\tilde{\Psi}_d = \mathbf{K}_d \Psi_d = \mathbf{K}_d \mathbf{L}_d \mathbf{i}_d = \underbrace{\mathbf{K}_d \mathbf{L}_d \mathbf{K}_d^{-1}}_{\tilde{\mathbf{L}}_d} \tilde{\mathbf{i}}_d . \quad (2.54)$$

Für die konstante transformierte Induktivitätsmatrix $\tilde{\mathbf{L}}_d$ folgt der Ausdruck

$$\tilde{\mathbf{L}}_d = \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 & 0 & L_{dm} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ds} & 0 & 0 & L_{dm} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ds}^\sigma & 0 & 0 & 0 \\ L_{dm} & 0 & 0 & L_{dr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{dm} & 0 & 0 & L_{dr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{dr}^\sigma \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

mit den Ersatzinduktivitäten L_{ds} , L_{dr} und L_{dm} . Diese Induktivitäten werden mit (2.27), (2.30) und (2.33) durch

$$L_{ds} = \frac{3}{2} L_{ds}^\delta + L_{ds}^\sigma = \frac{N_{ds}^2}{\mathcal{R}_d} + L_{ds}^\sigma \quad (2.56a)$$

$$L_{dr} = \frac{3}{2} L_{dr}^\delta + L_{dr}^\sigma = \frac{N_{dr}^2}{\mathcal{R}_d} + L_{dr}^\sigma \quad (2.56b)$$

$$L_{dm} = \frac{3}{2} L_{dsr} = \frac{N_{ds} N_{dr}}{\mathcal{R}_d} \quad (2.56c)$$

festgelegt. Das Induktionsgesetz (2.36) ergibt sich in den transformierten Größen zu

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{K}_d^{-1} \tilde{\Psi}_d) = -\mathbf{R}_d \mathbf{K}_d^{-1} \tilde{\mathbf{i}}_d + \mathbf{K}_d^{-1} \tilde{\mathbf{u}}_d . \quad (2.57)$$

Dabei bezeichnet $\tilde{\mathbf{u}}_d$ die transformierten Wicklungsspannungen. Darüber hinaus liefert das Anwenden der Kettenregel das Ergebnis

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{K}_d^{-1} \tilde{\Psi}_d) = \mathbf{K}_d^{-1} \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_d + \omega_n \frac{\partial}{\partial \varphi_n} (\mathbf{K}_d^{-1}) \tilde{\Psi}_d + \omega_{de} \frac{\partial}{\partial \varphi_{de}} (\mathbf{K}_d^{-1}) \tilde{\Psi}_d . \quad (2.58)$$

Setzt man die rechten Seiten von (2.57) und (2.58) gleich, erhält man nach Umformen

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_d = -\omega_n \mathbf{K}_d \frac{\partial}{\partial \varphi_n} (\mathbf{K}_d^{-1}) \tilde{\Psi}_d - \omega_{de} \mathbf{K}_d \frac{\partial}{\partial \varphi_{de}} (\mathbf{K}_d^{-1}) \tilde{\Psi}_d - \mathbf{R}_d \tilde{\mathbf{i}}_d + \tilde{\mathbf{u}}_d , \quad (2.59)$$

wobei

$$\mathbf{R}_d = \mathbf{K}_d \mathbf{R}_d \mathbf{K}_d^{-1} \quad (2.60)$$

gilt. Berücksichtigt man weiters noch (2.54), so ergibt sich unmittelbar

$$L_{ds} \frac{d}{dt} i_{d,ds} + L_{dm} \frac{d}{dt} i_{d,dr} = \omega_n (L_{ds} i_{q,ds} + L_{dm} i_{q,dr}) - R_{ds} i_{d,ds} + u_{d,ds} \quad (2.61a)$$

$$L_{dm} \frac{d}{dt} i_{q,dr} + L_{ds} \frac{d}{dt} i_{q,ds} = -\omega_n (L_{ds} i_{d,ds} + L_{dm} i_{d,dr}) - R_{ds} i_{q,ds} + u_{q,ds} \quad (2.61b)$$

$$L_{ds}^\sigma \frac{d}{dt} i_{0,ds} = -R_{ds} i_{0,ds} + u_{0,ds} \quad (2.61c)$$

$$L_{dr} \frac{d}{dt} i_{d,dr} + L_{dm} \frac{d}{dt} i_{d,ds} = (\omega_n - \omega_{de}) (L_{dr} i_{q,dr} + L_{dm} i_{q,ds}) - R_{dr} i_{d,dr} + u_{d,dr} \quad (2.61d)$$

$$L_{dm} \frac{d}{dt} i_{q,ds} + L_{dr} \frac{d}{dt} i_{q,dr} = -(\omega_n - \omega_{de}) (L_{dr} i_{d,dr} + L_{dm} i_{d,ds}) - R_{dr} i_{q,dr} + u_{q,dr} \quad (2.61e)$$

$$L_{dr}^\sigma \frac{d}{dt} i_{0,dr} = -R_{dr} i_{0,dr} + u_{0,dr} . \quad (2.61f)$$

Mit dem Differentialgleichungssystem (2.61) ist es nun gelungen, die ursprüngliche Form (2.38) übersichtlicher zu repräsentieren. Die Dynamik der Nullströme $i_{0,ds}$ und $i_{0,dr}$ ist dabei von den restlichen Differentialgleichungen vollständig entkoppelt.

Mithilfe der transformierten Wicklungsströme kann das Moment (2.41) in eine vom Drehwinkel unabhängige Darstellung

$$\tau_{dm} = n_p \frac{1}{2} (\mathbf{K}_d^{-1} \tilde{\mathbf{i}}_d)^T \frac{\partial}{\partial \varphi_{de}} \mathbf{L}_d (\mathbf{K}_d \tilde{\mathbf{i}}_d) = \frac{3}{2} n_p L_{dm} (i_{q,ds} i_{d,dr} - i_{d,ds} i_{q,dr}) \quad (2.62)$$

gebracht werden.

Im Weiteren wird die Verschaltung der Wicklungen aus Abbildung 2.2 berücksichtigt. Hierfür werden die Zusammenhänge zwischen Wicklungsgrößen und den Spannungen und Strömen der tatsächlichen elektrischen Anschlüsse der doppelt gespeisten Asynchronmaschine ermittelt.

2.1.3 Verschaltung der Wicklungen

Abbildung 2.5 zeigt die Verschaltung der Wicklungen der DASM in Yy. Aufgrund der Sternschaltung im Stator und Rotor sind die Wicklungsströme ident mit den Strömen der Anschlüsse. Für die Spannungen werden hingegen Leitergrößen eingeführt. An den statorseitigen Leitern liegen die Spannungen $u_{la,ds}$, $u_{lb,ds}$ und $u_{lc,ds}$ bezüglich eines gemeinsamen Potentials an. Auf der Rotorseite werden analog dazu die Spannungen $u_{la,dr}$, $u_{lb,dr}$ und $u_{lc,dr}$ ergänzt.

In Abbildung 2.5 erkennt man, dass sich die Wicklungs- und Leiterspannungen nur durch eine etwaige 0-Komponente unterscheiden und daher für die dq -Komponenten mit $j \in \{s, r\}$ der Zusammenhang

$$u_{d,dj} = u_{ld,dj} \quad (2.63a)$$

$$u_{q,dj} = u_{lq,dj} \quad (2.63b)$$

gilt. Weiters ergeben sich mit der Kirchhoffschen Knotenregel für die Ströme zwei Zwangsbedingungen, die unmittelbar zu den Aussagen

$$i_{a,ds} + i_{b,ds} + i_{c,ds} = 0 \Leftrightarrow i_{0,ds} = 0 \quad (2.64a)$$

$$i_{a,dr} + i_{b,dr} + i_{c,dr} = 0 \Leftrightarrow i_{0,dr} = 0 \quad (2.64b)$$

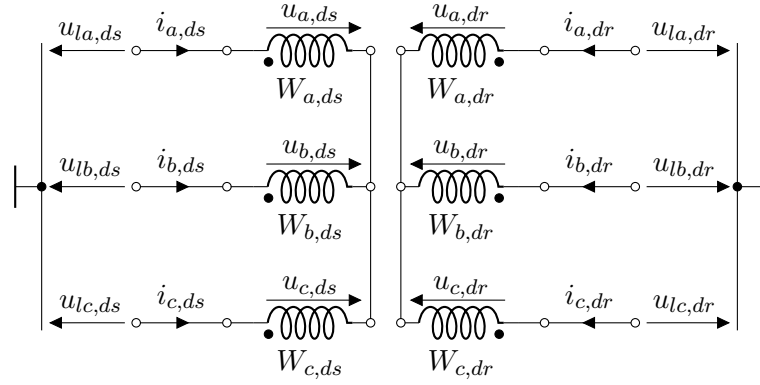


Abbildung 2.5: Yy-Verschaltung der Wicklungen der DASM.

führen. Durch Einsetzen der jeweiligen Zwangsbedingung in (2.61c) bzw. (2.61f) folgt

$$u_{0,ds} = 0 \quad (2.65a)$$

$$u_{0,dr} = 0 . \quad (2.65b)$$

Unter diesen Umständen verschwinden also die 0-Komponenten der Wicklungsspannungen und der Ströme. Infolge von (2.63) muss für dq -Größen nicht zwischen Wicklungs- und Leiterspannungen unterschieden werden. Das mathematische Modell der doppelt gespeisten Asynchronmaschine ist damit durch die Differentialgleichungen (2.61a), (2.61b), (2.61d), (2.61e) und (2.42) mit (2.62) vollständig beschrieben.

Aufbauend auf der physikalischen Beschreibung der DASM wird im Weiteren ein T-Ersatzschaltbild hergeleitet. Dieses wird später dazu dienen, die Eisenverluste heuristisch zu berücksichtigen.

2.1.4 T-Ersatzschaltbild ohne Eisenverluste

Mit den Spannungsgleichungen der DASM werden, wie in [3], zwei elektrische Netzwerke eingeführt. Die erste der beiden Schaltungen lässt sich aus $u_{d,ds}$ und $u_{d,dr}$ ableiten, die andere ergibt sich über $u_{q,ds}$ und $u_{q,dr}$. Hierfür werden zunächst die Differentialgleichungen (2.61a) und (2.61d) zu

$$u_{d,ds} = R_{ds}i_{d,ds} + \underbrace{L_{ds}\frac{d}{dt}i_{d,ds} + L_{dm}\frac{d}{dt}i_{d,dr}}_{\frac{d}{dt}\Psi_{d,ds}} - \omega_n \underbrace{(L_{ds}i_{q,ds} + L_{dm}i_{q,dr})}_{\Psi_{q,ds}} \quad (2.66a)$$

$$u_{d,dr} = R_{dr}i_{d,dr} + \underbrace{L_{dr}\frac{d}{dt}i_{d,dr} + L_{dm}\frac{d}{dt}i_{d,ds}}_{\frac{d}{dt}\Psi_{d,dr}} - (\omega_n - \omega_{de}) \underbrace{(L_{dr}i_{q,dr} + L_{dm}i_{q,ds})}_{\Psi_{q,dr}} \quad (2.66b)$$

umgeformt. Auf gleiche Weise lassen sich (2.61b) und (2.61e) in die Form

$$u_{q,ds} = R_{qs}i_{q,ds} + \underbrace{L_{ds}\frac{d}{dt}i_{q,ds} + L_{dm}\frac{d}{dt}i_{q,dr}}_{\frac{d}{dt}\Psi_{q,ds}} + \underbrace{\omega_n(L_{ds}i_{d,ds} + L_{dm}i_{d,dr})}_{\Psi_{d,ds}} \quad (2.67a)$$

$$u_{q,dr} = R_{dr}i_{q,dr} + \underbrace{L_{dr}\frac{d}{dt}i_{q,dr} + L_{dm}\frac{d}{dt}i_{q,ds}}_{\frac{d}{dt}\Psi_{q,dr}} + (\omega_n - \omega_{de}) \underbrace{(L_{dr}i_{d,dr} + L_{dm}i_{d,ds})}_{\Psi_{d,dr}} \quad (2.67b)$$

überführen. Es ist nun eine Transformation gesucht, die (2.66a) und (2.66b) sowie (2.67a) und (2.67b) miteinander elektrisch koppelt. Diese Forderung kann einfach erreicht werden, indem man mithilfe des Übersetzungsverhältnisses $\ddot{u}_d$ der Gestalt

$$\ddot{u}_d = \frac{N_{ds}}{N_{dr}} \quad (2.68)$$

die Größen des Rotors auf den Stator bezieht. Damit ergeben sich mit der Hauptinduktivität L_{dh} des Stators

$$L_{dh} = \frac{3}{2}L_{ds}^\delta = \frac{N_{ds}^2}{\mathcal{R}_d} \quad (2.69)$$

für die Induktivitäten (2.56) die Zusammenhänge

$$L_{ds} = L_{dh} + L_{ds}^\sigma \quad (2.70a)$$

$$L_{dr} = \frac{L_{dh}}{\ddot{u}_d^2} + L_{dr}^\sigma \quad (2.70b)$$

$$L_{dm} = \frac{L_{dh}}{\ddot{u}_d} . \quad (2.70c)$$

Um die elektrischen Größen der Stator- und Rotorseite in einer gemeinsamen Ersatzschaltung darzustellen, werden rotorseitig die Größen $u'_{d,dr}$, $u'_{q,dr}$, $i'_{d,dr}$, $i'_{q,dr}$, $\Psi'_{d,dr}$ und $\Psi'_{q,dr}$ durch

$$u'_{d,dr} = \ddot{u}_d u_{d,dr} \quad u'_{q,dr} = \ddot{u}_d u_{q,dr} \quad (2.71a)$$

$$i'_{d,dr} = \frac{i_{d,dr}}{\ddot{u}_d} \quad i'_{q,dr} = \frac{i_{q,dr}}{\ddot{u}_d} \quad (2.71b)$$

$$\Psi'_{d,dr} = \ddot{u}_d \Psi_{d,dr} \quad \Psi'_{q,dr} = \ddot{u}_d \Psi_{q,dr} \quad (2.71c)$$

definiert. Darüber hinaus werden der elektrische Widerstand R'_{dr} und die Streuinduktivität $L_{dr}'^\sigma$ als

$$R'_{dr} = \ddot{u}_d^2 R_{dr} \quad (2.72a)$$

$$L_{dr}'^\sigma = \ddot{u}_d^2 L_{dr}^\sigma \quad (2.72b)$$

festgelegt. Eine mit $\ddot{u}_d$ auf den Stator bezogene Rotorgröße wird also durch $(\cdot)'$ gekennzeichnet. Werden nun die Rotorgrößen entsprechend den bisherigen Erläuterungen transformiert,

ergeben sich die Spannungsgleichungen (2.66) der d -Komponenten zu

$$u_{d,ds} = R_{ds}i_{d,ds} + \underbrace{L_{ds}^{\sigma} \frac{d}{dt} i_{d,ds} + L_{dh} \frac{d}{dt} i_{d,dm}}_{\frac{d}{dt} \Psi_{d,ds}} - \omega_n \Psi_{q,ds} \quad (2.73a)$$

$$u'_{d,dr} = R'_{dr}i'_{d,dr} + \underbrace{L_{dr}^{\sigma'} \frac{d}{dt} i'_{d,dr} + L_{dh} \frac{d}{dt} i_{d,dm}}_{\frac{d}{dt} \Psi'_{d,dr}} - (\omega_n - \omega_{de}) \Psi'_{q,dr} . \quad (2.73b)$$

Dabei ist die d -Komponente des Magnetisierungsstromes $i_{d,dm}$ über

$$i_{d,dm} = i_{d,ds} + i'_{d,dr} \quad (2.74)$$

bestimmt. Das T-Ersatzschaltbild für die d -Komponenten des DASM-Modells ohne Eisenverluste in Abbildung 2.6 folgt damit direkt aus (2.73). Die Spannungsgleichungen (2.67)

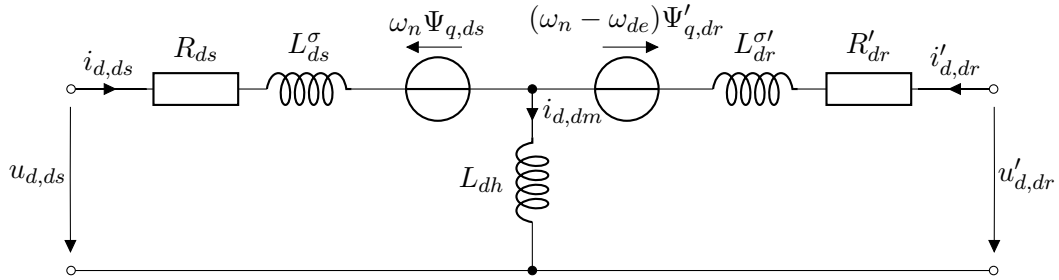


Abbildung 2.6: T-Ersatzschaltbild für die d -Komponenten der DASM ohne Eisenverluste.

der q -Komponenten resultieren mit den transformierten Rotorgrößen analog zu (2.73) in der Gestalt

$$u_{q,ds} = R_{ds}i_{q,ds} + \underbrace{L_{ds}^{\sigma} \frac{d}{dt} i_{q,ds} + L_{dh} \frac{d}{dt} i_{q,dm}}_{\frac{d}{dt} \Psi_{q,ds}} + \omega_n \Psi_{d,ds} \quad (2.75a)$$

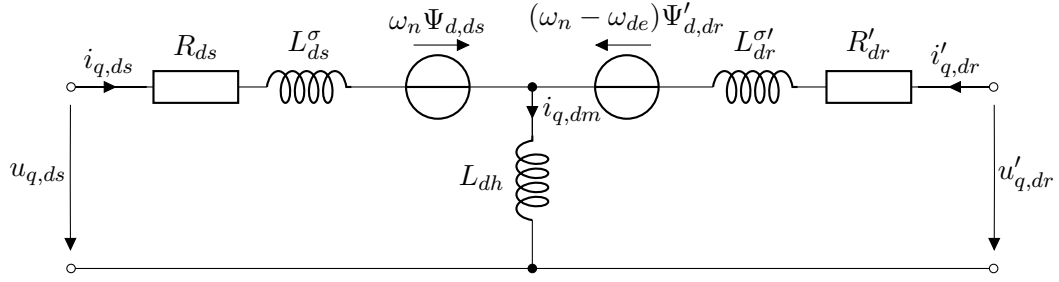
$$u'_{q,dr} = R'_{dr}i'_{q,dr} + \underbrace{L_{dr}^{\sigma'} \frac{d}{dt} i'_{q,dr} + L_{dh} \frac{d}{dt} i_{q,dm}}_{\frac{d}{dt} \Psi'_{q,dr}} + (\omega_n - \omega_{de}) \Psi'_{d,dr} . \quad (2.75b)$$

Hierbei bezeichnet $i_{q,dm}$ die q -Komponente des Magnetisierungsstromes

$$i_{q,dm} = i_{q,ds} + i'_{q,dr} . \quad (2.76)$$

Schließlich ist das T-Ersatzschaltbild für die q -Komponenten des DASM-Modells ohne Eisenverluste in Abbildung 2.7 unmittelbar aus (2.75) herleitbar.

Auf Basis der hier erarbeiteten T-Ersatzschaltbilder der doppelt gespeisten Asynchronmaschine kann man nun die Eisenverluste einfach ergänzen.

Abbildung 2.7: T-Ersatzschaltbild für die q -Komponenten der DASM ohne Eisenverluste.

2.1.5 T-Ersatzschaltbild mit Eisenverlusten

In [8] wird gezeigt, dass sich die Eisenverluste V_{de} einer DASM näherungsweise durch

$$V_{de} = V_{dh} + V_{dw} , \quad (2.77)$$

mit den Hystereseverlusten V_{dh} und den Wirbelstromverlusten V_{dw} , ergeben. Dabei gelten für V_{dh} und V_{dw} folgende Proportionalitäten

$$V_{dh} \sim f_d \hat{B}_d^2 \quad (2.78a)$$

$$V_{dw} \sim \left(\lambda_d f_d \hat{B}_d \right)^2 , \quad (2.78b)$$

mit der Lamellendicke λ_d des geblechten Eisens, der Frequenz f_d und der Amplitude $\hat{B}_d$ der magnetischen Flussdichte.

Die Eisenverluste (2.77) mit (2.78) werden analog zu [9]–[11] durch Hinzufügen eines elektrischen Widerstandes R_{df} in den T-Ersatzschaltbildern aus Abbildung 2.6 und Abbildung 2.7 heuristisch berücksichtigt. R_{df} wird so ergänzt, dass an ihm die inneren Statorspannungen $u_{id,ds}$ bzw. $u_{iq,ds}$ der Form

$$u_{id,ds} = L_{dh} \left(\frac{d}{dt} i_{d,dm} - \omega_n i_{q,dm} \right) = R_{df} i_{d,df} \quad (2.79a)$$

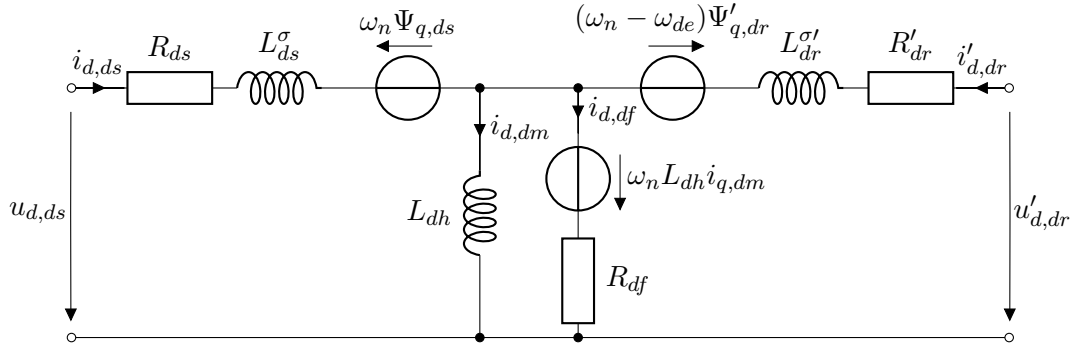
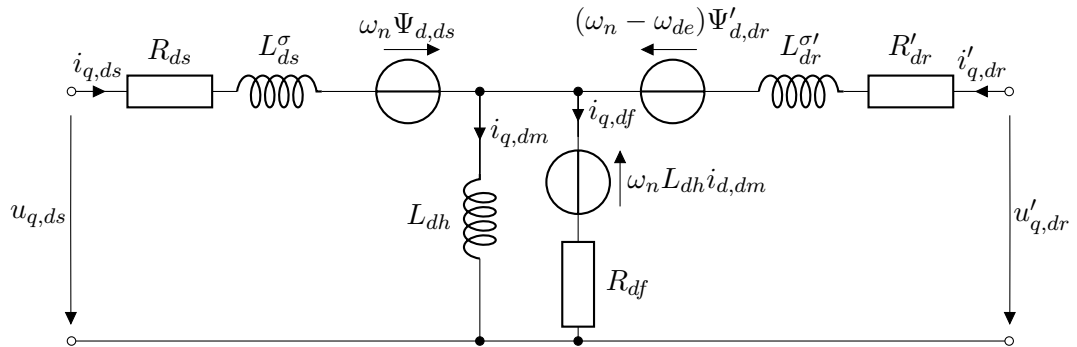
$$u_{iq,ds} = L_{dh} \left(\frac{d}{dt} i_{q,dm} + \omega_n i_{d,dm} \right) = R_{df} i_{q,df} \quad (2.79b)$$

anliegen und er von den Strömen $i_{d,df}$ bzw. $i_{q,df}$ durchflossen wird. Dies führt nun direkt zu den T-Ersatzschaltbildern für die d - bzw. q -Komponenten des DASM-Modells mit Eisenverlusten in Abbildung 2.8 und Abbildung 2.9. Die Spannungsgleichungen (2.73) und (2.75) bleiben auch unter Berücksichtigung von Eisenverlusten erhalten, sie werden jedoch durch die zwei Differentialgleichungen aus (2.79) ergänzt. Außerdem ändern sich die d - und die q -Komponente des Magnetisierungsstromes zu

$$i_{d,dm} = i_{d,ds} + i'_{d,dr} - i_{d,df} \quad (2.80a)$$

$$i_{q,dm} = i_{q,ds} + i'_{q,dr} - i_{q,df} . \quad (2.80b)$$

Kombiniert man (2.73), (2.75), (2.79) sowie (2.80) und benutzt (2.71) und (2.72) zur Rücktransformation der Rotorgrößen, so erhält man ein Differentialgleichungssystem der

Abbildung 2.8: T-Ersatzschaltbild für die d -Komponenten der DASM mit Eisenverlusten.Abbildung 2.9: T-Ersatzschaltbild für die q -Komponenten der DASM mit Eisenverlusten.

Gestalt

$$L_{ds}^{\sigma} \frac{d}{dt} i_{d,ds} = -R_{ds} i_{d,ds} + \omega_n L_{ds}^{\sigma} i_{q,ds} - R_{df} \left(i_{d,ds} + \frac{i_{d,dr}}{\ddot{u}_d} - i_{d,dm} \right) + u_{d,ds} \quad (2.81a)$$

$$L_{ds}^{\sigma} \frac{d}{dt} i_{q,ds} = -R_{ds} i_{q,ds} - \omega_n L_{ds}^{\sigma} i_{d,ds} - R_{df} \left(i_{q,ds} + \frac{i_{q,dr}}{\ddot{u}_d} - i_{q,dm} \right) + u_{q,ds} \quad (2.81b)$$

$$L_{dr}^{\sigma} \frac{d}{dt} i_{d,dr} = -R_{dr} i_{d,dr} + (\omega_n - \omega_{de}) L_{dr}^{\sigma} i_{q,dr} - \omega_{de} \frac{L_{dh}}{\ddot{u}_d} i_{q,dm} - \frac{R_{df}}{\ddot{u}_d} \left(i_{d,ds} + \frac{i_{d,dr}}{\ddot{u}_d} - i_{d,dm} \right) + u_{d,dr} \quad (2.81c)$$

$$L_{dr}^{\sigma} \frac{d}{dt} i_{q,dr} = -R_{dr} i_{q,dr} - (\omega_n - \omega_{de}) L_{dr}^{\sigma} i_{d,dr} + \omega_{de} \frac{L_{dh}}{\ddot{u}_d} i_{d,dm} - \frac{R_{df}}{\ddot{u}_d} \left(i_{q,ds} + \frac{i_{q,dr}}{\ddot{u}_d} - i_{q,dm} \right) + u_{q,dr} \quad (2.81d)$$

$$L_{dh} \frac{d}{dt} i_{d,dm} = R_{df} \left(i_{d,ds} + \frac{i_{d,dr}}{\ddot{u}_d} - i_{d,dm} \right) + \omega_n L_{dh} i_{q,dm} \quad (2.81e)$$

$$L_{dh} \frac{d}{dt} i_{q,dm} = R_{df} \left(i_{q,ds} + \frac{i_{q,dr}}{\ddot{u}_d} - i_{q,dm} \right) - \omega_n L_{dh} i_{d,dm} . \quad (2.81f)$$

Dieser Ausdruck repräsentiert das Modell mit Eisenverlusten für den elektrischen Teil der DASM. Die Bewegungsgleichung (2.42) vervollständigt die mathematische Beschreibung, jedoch ist hierfür eine Neuberechnung von τ_{dm} notwendig. Deshalb wird im Folgenden aus den T-Ersatzschaltbildern in Abbildung 2.8 und Abbildung 2.9 eine Leistungsbilanz bestimmt, aus der sich τ_{dm} unmittelbar ergibt.

Leistungsbetrachtungen

Die Berücksichtigung der Eisenverluste hat auf die Momentenberechnung der Maschine Einfluss. Es wird daher aus der gesamten Momentanleistung p_d der Gestalt

$$p_d = p_{ds} + p_{dr} \quad (2.82)$$

mit den Momentanleistungen p_{ds} und p_{dr} der Stator- und Rotorseite der momentbildende Anteil ermittelt. Statorseitig bilanziert sich die Momentanleistung über

$$p_{ds} = u_{a,ds} i_{a,ds} + u_{b,ds} i_{b,ds} + u_{c,ds} i_{c,ds} = \frac{3}{2} (u_{d,ds} i_{d,ds} + u_{q,ds} i_{q,ds}) + \underbrace{3u_{0,ds} i_{0,ds}}_0 . \quad (2.83)$$

Wendet man die Kirchhoffschen Gesetze in den T-Ersatzschaltbildern aus Abbildung 2.8 und Abbildung 2.9 an, so ist p_{ds} als

$$p_{ds} = \frac{3}{2} \left\{ R_{ds} [(i_{d,ds})^2 + (i_{q,ds})^2] + \frac{L_{ds}^{\sigma}}{2} \frac{d}{dt} [(i_{d,ds})^2 + (i_{q,ds})^2] + R_{df} [(i_{d,df})^2 + (i_{q,df})^2] + \frac{L_{dh}}{2} \frac{d}{dt} [(i_{d,dm})^2 + (i_{q,dm})^2] - R_{df} (i_{d,df} i'_{d,dr} + i_{q,df} i'_{q,dr}) \right\} \quad (2.84)$$

darstellbar. Auf der Rotorseite wird die Momentanleistung analog zum Stator ermittelt. Weitere Rechnung führt schließlich zum Ergebnis

$$p_{dr} = \frac{3}{2} \left\{ R'_{dr} \left[\left(i'_{d,dr} \right)^2 + \left(i'_{q,dr} \right)^2 \right] + \frac{L'_{dr}}{2} \frac{d}{dt} \left[\left(i'_{d,dr} \right)^2 + \left(i'_{q,dr} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + R_{df} \left(i_{d,df} i'_{d,dr} + i_{q,df} i'_{q,dr} \right) + \omega_{de} L_{dh} \left(i_{q,dm} i'_{d,dr} - i_{d,dm} i'_{q,dr} \right) \right\}. \quad (2.85)$$

Die gesamte Momentanleistung von Stator und Rotor lässt sich mit (2.82), (2.84) und (2.85) zu

$$p_d = \underbrace{\frac{3}{2} \left\{ R_{ds} \left[\left(i_{d,ds} \right)^2 + \left(i_{q,ds} \right)^2 \right] + R'_{dr} \left[\left(i'_{d,dr} \right)^2 + \left(i'_{q,dr} \right)^2 \right] \right\}}_{p_{dk}} \\ + \underbrace{\frac{3}{2} \left\{ \frac{L_{ds}}{2} \frac{d}{dt} \left[\left(i_{d,ds} \right)^2 + \left(i_{q,ds} \right)^2 \right] + \frac{L'_{dr}}{2} \frac{d}{dt} \left[\left(i'_{d,dr} \right)^2 + \left(i'_{q,dr} \right)^2 \right] \right\}}_{p_{d\sigma}} \\ + \underbrace{\frac{3}{2} R_{df} \left[\left(i_{d,df} \right)^2 + \left(i_{q,df} \right)^2 \right]}_{p_{df}} + \underbrace{\frac{3}{2} \frac{L_{dh}}{2} \frac{d}{dt} \left[\left(i_{d,dm} \right)^2 + \left(i_{q,dm} \right)^2 \right]}_{p_{dh}} \\ + \underbrace{\frac{3}{2} \omega_{de} L_{dh} \left(i_{q,dm} i'_{d,dr} - i_{d,dm} i'_{q,dr} \right)}_{p_{dm}} \quad (2.86)$$

festlegen. Dabei setzt sich p_d aus der momentanen Kupferverlustleistung p_{dk} , der momentanen Eisenverlustleistung p_{df} , der durch Streuflüsse verursachten Momentanleistung $p_{d\sigma}$, der für die Magnetisierung des Eisens verantwortlichen Momentanleistung p_{dh} und der mechanischen Momentanleistung p_{dm} zusammen. Lediglich p_{dm} ist für die Momentenbildung verantwortlich und bestimmt mit (2.71) über

$$\tau_{dm} = \frac{\partial}{\partial \omega_{dm}} p_{dm} = \frac{3}{2} \frac{n_p L_{dh}}{\ddot{u}_d} (i_{q,dm} i'_{d,dr} - i_{d,dm} i'_{q,dr}) \quad (2.87)$$

das Moment der Maschine.

Die mathematische Beschreibung der doppelt gespeisten Asynchronmaschine unter Berücksichtigung von Eisenverlusten ist schließlich durch (2.81) und (2.42) mit (2.87) gegeben. Im nächsten Abschnitt wird nun der Transformator behandelt. Die Herleitung der beiden Modelle von DASM und Transformator erfolgt auf ähnliche Art. Der wesentliche Unterschied liegt im Einfluss der Drehbewegung der DASM.

2.2 Transformatormodell

Der Transformator des Pumpspeicherkraftwerkes wird durch einen Dreischenkeltransformator mit Zylinderwicklung, wie in Abbildung 2.10 dargestellt, repräsentiert. Der geblechte Eisenkern setzt sich aus zwei Jochen und aus drei Schenkeln zusammen. Auf jedem Schenkel befindet sich eine Primärwicklung W_{tp} mit der Windungszahl N_{tp} und einem

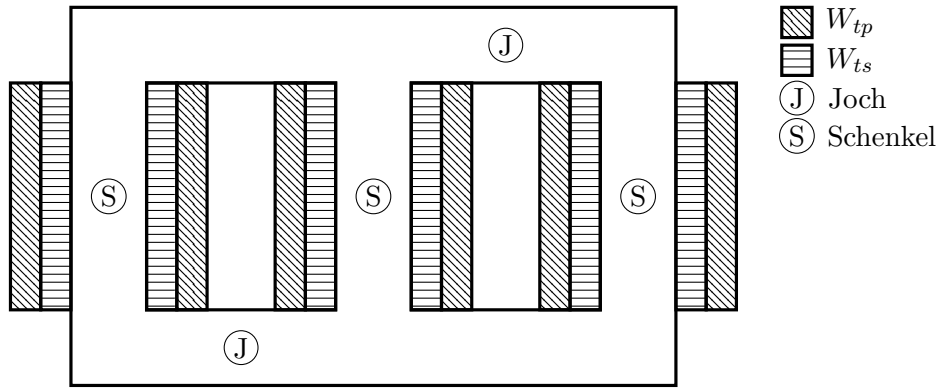


Abbildung 2.10: Schnitt des betrachteten Dreischenkeltransformators.

elektrischen Widerstand R_{tp} sowie eine Sekundärwicklung W_{ts} mit der Windungszahl N_{ts} und einem elektrischen Widerstand R_{ts} .

Abbildung 2.11 zeigt eine schematische Darstellung aller Wicklungen des Dreischenkeltransformators. Die Primärwicklungen sind mit den Spannungen $u_{a,tp}$, $u_{b,tp}$ und $u_{c,tp}$ beaufschlagt, ferner fließen die Ströme $i_{a,tp}$, $i_{b,tp}$ und $i_{c,tp}$. An den Sekundärwicklungen liegen die Spannungen $u_{a,ts}$, $u_{b,ts}$ und $u_{c,ts}$, außerdem fließen die Ströme $i_{a,ts}$, $i_{b,ts}$ und $i_{c,ts}$.

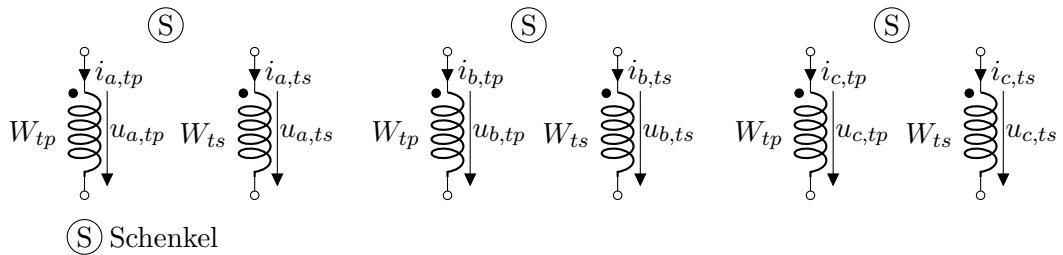


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung aller Wicklungen des Dreischenkeltransformators.

Aufbauend auf den bisherigen Erläuterungen wird nun der magnetische Kreis des Transformatormodells beschrieben.

2.2.1 Beschreibung des Magnetkreises

Für die weiteren Betrachtungen werden analog zu [12] folgende Annahmen getroffen: Es wird ein linearer, homogener und isotroper magnetischer Werkstoff vorausgesetzt und Eisenverluste werden vernachlässigt. Überdies wird der geblechte Eisenkreis aus Abbildung 2.10 als symmetrisch angenommen, d. h. die drei Eisenwege werden über den gleichen magnetischen Widerstand $\mathcal{R}_t$ charakterisiert. Vernachlässigt man außerdem noch magnetische Streuflüsse ergibt sich ein magnetisches Ersatzschaltbild nach Abbildung 2.12.

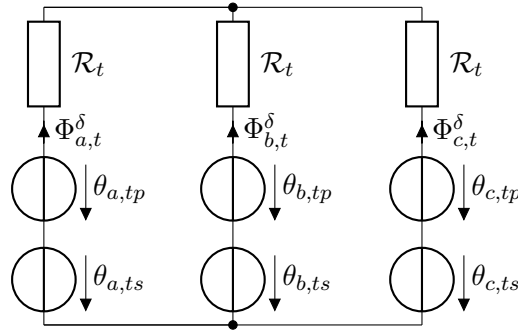


Abbildung 2.12: Magnetisches Ersatzschaltbild des Dreischenkeltransformators.

Dieses enthält die magnetischen Spannungen $\theta_{a,tj}$, $\theta_{b,tj}$ und $\theta_{c,tj}$, $j \in \{p, s\}$ der Primär- und Sekundärseite, die durch

$$\theta_{a,tj} = N_{tp} i_{a,tj} \quad (2.88a)$$

$$\theta_{b,tj} = N_{tp} i_{b,tj} \quad (2.88b)$$

$$\theta_{c,tj} = N_{tp} i_{c,tj} \quad (2.88c)$$

bestimmt sind. Wendet man sinngemäß die Kirchhoffschen Gesetze für elektrische Netzwerke auf die magnetische Schaltung in Abbildung 2.12 an, so lassen sich die magnetischen Flüsse $\Phi_{a,t}^\delta$, $\Phi_{b,t}^\delta$ und $\Phi_{c,t}^\delta$ in den Schenkeln zu

$$\Phi_{a,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} (2\theta_{a,t} - \theta_{b,t} - \theta_{c,t}) \quad (2.89a)$$

$$\Phi_{b,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} (-\theta_{a,t} + 2\theta_{b,t} - \theta_{c,t}) \quad (2.89b)$$

$$\Phi_{c,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} (-\theta_{a,t} - \theta_{b,t} + 2\theta_{c,t}) \quad (2.89c)$$

berechnen. Die Summen der magnetischen Spannungen $\theta_{a,t}$, $\theta_{b,t}$ und $\theta_{c,t}$ eines Schenkels sind dabei über

$$\theta_{a,t} = \theta_{a,tp} + \theta_{a,ts} = N_{tp} i_{a,tp} + N_{ts} i_{a,ts} \quad (2.90a)$$

$$\theta_{b,t} = \theta_{b,tp} + \theta_{b,ts} = N_{tp} i_{b,tp} + N_{ts} i_{b,ts} \quad (2.90b)$$

$$\theta_{c,t} = \theta_{c,tp} + \theta_{c,ts} = N_{tp} i_{c,tp} + N_{ts} i_{c,ts} \quad (2.90c)$$

festgelegt.

Mit den magnetischen Flüssen (2.89) lassen sich mithilfe von (2.90) die mit den Primär-

wicklungen verketteten magnetischen Flüsse $\Psi_{a,tp}^\delta$, $\Psi_{b,tp}^\delta$ und $\Psi_{c,tp}^\delta$ als

$$\Psi_{a,tp}^\delta = N_{tp}\Phi_{a,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} \left(N_{tp}^2(2i_{a,tp} - i_{b,tp} - i_{c,tp}) + N_{tp}N_{ts}(2i_{a,ts} - i_{b,ts} - i_{c,ts}) \right) \quad (2.91a)$$

$$\Psi_{b,tp}^\delta = N_{tp}\Phi_{b,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} \left(N_{tp}^2(-i_{a,tp} + 2i_{b,tp} - i_{c,tp}) + N_{tp}N_{ts}(-i_{a,ts} + 2i_{b,ts} - i_{c,ts}) \right) \quad (2.91b)$$

$$\Psi_{c,tp}^\delta = N_{tp}\Phi_{c,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} \left(N_{tp}^2(-i_{a,tp} - i_{b,tp} + 2i_{c,tp}) + N_{tp}N_{ts}(-i_{a,ts} - i_{b,ts} + 2i_{c,ts}) \right) \quad (2.91c)$$

ausdrücken. Weiters sind die mit den Sekundärwicklungen verketteten magnetischen Flüsse $\Psi_{a,ts}^\delta$, $\Psi_{b,ts}^\delta$ und $\Psi_{c,ts}^\delta$ in der Form

$$\Psi_{a,ts}^\delta = N_{ts}\Phi_{a,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} \left(N_{tp}N_{ts}(2i_{a,tp} - i_{b,tp} - i_{c,tp}) + N_{ts}^2(2i_{a,ts} - i_{b,ts} - i_{c,ts}) \right) \quad (2.92a)$$

$$\Psi_{b,ts}^\delta = N_{ts}\Phi_{b,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} \left(N_{tp}N_{ts}(-i_{a,tp} + 2i_{b,tp} - i_{c,tp}) + N_{ts}^2(-i_{a,ts} + 2i_{b,ts} - i_{c,ts}) \right) \quad (2.92b)$$

$$\Psi_{c,ts}^\delta = N_{ts}\Phi_{c,t}^\delta = \frac{1}{3\mathcal{R}_t} \left(N_{tp}N_{ts}(-i_{a,tp} - i_{b,tp} + 2i_{c,tp}) + N_{ts}^2(-i_{a,ts} - i_{b,ts} + 2i_{c,ts}) \right) \quad (2.92c)$$

gegeben.

Für eine elegante Bestimmung der Induktivitätsmatrizen wird wie bereits bei der DASM eine vektorielle Notation für die Ströme und die verketteten magnetischen Flüsse verwendet. Daher werden der Vektor der Primärwicklungsströme $\mathbf{i}_{tp}$ und der Vektor der Sekundärwicklungsströme $\mathbf{i}_{ts}$ zu

$$\mathbf{i}_{tp} = \begin{bmatrix} i_{a,tp} & i_{b,tp} & i_{c,tp} \end{bmatrix}^T \quad (2.93a)$$

$$\mathbf{i}_{ts} = \begin{bmatrix} i_{a,ts} & i_{b,ts} & i_{c,ts} \end{bmatrix}^T \quad (2.93b)$$

festgelegt. Der Vektor der mit den Primärwicklungen verketteten magnetischen Flüsse Ψ_{tp}^δ und der Vektor der mit den Sekundärwicklungen verketteten magnetischen Flüsse Ψ_{ts}^δ wird durch

$$\Psi_{tp}^\delta = \begin{bmatrix} \Psi_{a,tp}^\delta & \Psi_{b,tp}^\delta & \Psi_{c,tp}^\delta \end{bmatrix}^T \quad (2.94a)$$

$$\Psi_{ts}^\delta = \begin{bmatrix} \Psi_{a,ts}^\delta & \Psi_{b,ts}^\delta & \Psi_{c,ts}^\delta \end{bmatrix}^T \quad (2.94b)$$

definiert.

Ausgehend von (2.93) und (2.94) erfolgt nun die Berechnung der Induktivitätsmatrizen. Dabei wird die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{tp}^\delta$ der Primärseite über

$$\mathbf{L}_{tp}^\delta = \frac{\partial \Psi_{tp}^\delta}{\partial \mathbf{i}_{tp}} \quad (2.95)$$

berechnet. Etwaige primäre magnetische Streuflüsse werden approximativ durch Addition der Streuinduktivität L_{tp}^σ zu den Diagonaleinträgen von $\mathbf{L}_{tp}^\delta$ berücksichtigt. Damit folgt die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{tp}$ der Primärseite in der Form

$$\mathbf{L}_{tp} = \begin{bmatrix} L_{tp}^\delta + L_{tp}^\sigma & -\frac{L_{tp}^\delta}{2} & -\frac{L_{tp}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{tp}^\delta}{2} & L_{tp}^\delta + L_{tp}^\sigma & -\frac{L_{tp}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{tp}^\delta}{2} & -\frac{L_{tp}^\delta}{2} & L_{tp}^\delta + L_{tp}^\sigma \end{bmatrix}, \quad (2.96)$$

wobei L_{tp}^δ die Hauptinduktivität einer Primärwicklung

$$L_{tp}^\delta = \frac{2}{3} \frac{N_{tp}^2}{\mathcal{R}_t} \quad (2.97)$$

beschreibt. Analog wird die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{ts}^\delta$ aus

$$\mathbf{L}_{ts}^\delta = \frac{\partial \Psi_{ts}^\delta}{\partial \mathbf{i}_{ts}} \quad (2.98)$$

ermittelt. Die sekundären magnetischen Streuflüsse werden analog zur Primärseite berücksichtigt. Daraus resultiert die Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{ts}$ der Sekundärseite zu

$$\mathbf{L}_{ts} = \begin{bmatrix} L_{ts}^\delta + L_{ts}^\sigma & -\frac{L_{ts}^\delta}{2} & -\frac{L_{ts}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{ts}^\delta}{2} & L_{ts}^\delta + L_{ts}^\sigma & -\frac{L_{ts}^\delta}{2} \\ -\frac{L_{ts}^\delta}{2} & -\frac{L_{ts}^\delta}{2} & L_{ts}^\delta + L_{ts}^\sigma \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

mit der Hauptinduktivität L_{ts}^δ einer Sekundärwicklung

$$L_{ts}^\delta = \frac{2}{3} \frac{N_{ts}^2}{\mathcal{R}_t}. \quad (2.100)$$

Für die Koppelinduktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{tps}$ zwischen Primär- und Sekundärseite ergibt sich aus (2.91) oder (2.92) mit

$$\mathbf{L}_{tps} = \frac{\partial \Psi_{tp}^\delta}{\partial \mathbf{i}_{ts}} = \left(\frac{\partial \Psi_{ts}^\delta}{\partial \mathbf{i}_{tp}} \right)^T \quad (2.101)$$

der Ausdruck

$$\mathbf{L}_{tps} = \begin{bmatrix} L_{tps} & -\frac{L_{tps}}{2} & -\frac{L_{tps}}{2} \\ -\frac{L_{tps}}{2} & L_{tps} & -\frac{L_{tps}}{2} \\ -\frac{L_{tps}}{2} & -\frac{L_{tps}}{2} & L_{tps} \end{bmatrix}. \quad (2.102)$$

Hierbei ist die Koppelinduktivität L_{tps} zwischen Primär- und Sekundärseite durch

$$L_{tps} = \frac{2}{3} \frac{N_{tp} N_{ts}}{\mathcal{R}_t} \quad (2.103)$$

bestimmt. Damit gilt zwischen den Strömen und den verketteten magnetischen Flüssen die Relation

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{tp} \\ \Psi_{ts} \end{bmatrix}}_{\Psi_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{tp} & \mathbf{L}_{tps} \\ \mathbf{L}_{tps}^T & \mathbf{L}_{ts} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_t} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{tp} \\ \mathbf{i}_{ts} \end{bmatrix}}_{\mathbf{i}_t} \quad (2.104)$$

mit der Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_t$ des Transformators. Dabei beschreibt Ψ_{tp} den Vektor der mit den Primärwicklungen verketteten magnetischen Flüsse und Ψ_{ts} den Vektor der mit den Sekundärwicklungen verketteten magnetischen Flüsse. Im Vergleich mit Ψ_{tp}^δ und Ψ_{ts}^δ aus (2.94) sind in Ψ_{tp} und Ψ_{ts} bereits magnetische Streuflüsse enthalten.

Zur kompakten Beschreibung der Dynamik des Transformators wird der Vektor der Primärwicklungsspannungen $\mathbf{u}_{tp}$ und der Vektor der Sekundärwicklungsspannungen $\mathbf{u}_{ts}$ über

$$\mathbf{u}_{tp} = \begin{bmatrix} u_{a,tp} & u_{b,tp} & u_{c,tp} \end{bmatrix}^T \quad (2.105a)$$

$$\mathbf{u}_{ts} = \begin{bmatrix} u_{a,ts} & u_{b,ts} & u_{c,ts} \end{bmatrix}^T \quad (2.105b)$$

festgelegt. Die Kirchhoffsche Maschenregel und das Faradaysche Induktionsgesetz liefern die Spannungsgleichungen des Transformators

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{tp} \\ \Psi_{ts} \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{tp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{ts} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_t} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{tp} \\ \mathbf{i}_{ts} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{tp} \\ \mathbf{u}_{ts} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_t}, \quad (2.106)$$

wobei $\mathbf{R}_t$ die elektrische Widerstandsmatrix des Transformators bezeichnet. Diese Matrix beinhaltet die elektrischen Widerstandsmatrizen $\mathbf{R}_{tp}$ und $\mathbf{R}_{ts}$ der Form

$$\mathbf{R}_{tp} = \text{diag} \begin{bmatrix} R_{tp} & R_{tp} & R_{tp} \end{bmatrix} \quad (2.107a)$$

$$\mathbf{R}_{ts} = \text{diag} \begin{bmatrix} R_{ts} & R_{ts} & R_{ts} \end{bmatrix}. \quad (2.107b)$$

Einsetzen von (2.104) in (2.106) ergibt ein Differentialgleichungssystem der Form

$$\mathbf{L}_t \frac{d}{dt} \mathbf{i}_t = -\mathbf{R}_t \mathbf{i}_t + \mathbf{u}_t. \quad (2.108)$$

Genauso wie bei der doppelt gespeisten Asynchronmaschine wird auch beim Dreiskenkeltransformator eine nichtlineare Koordinatentransformation verwendet, um bei symmetrischer dreiphasiger Speisung konstante Größen zu erhalten.

2.2.2 Nichtlineare Koordinatentransformation

Die bereits in Abschnitt 2.1 über die Matrizen (2.46) und (2.47) eingeführte nichtlineare Koordinatentransformation wird hier wiederum verwendet. Damit die Modelle von DASM und Transformator zueinander konsistent sind, werden die *abc*-Größen in das gleiche *dq0*-Koordinatensystem transformiert. Dies gelingt mit der Transformationsmatrix $\mathbf{K}_t$ für die Primär- und Sekundärseite des Transformators

$$\mathbf{K}_t(\varphi_n) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}(\varphi_n) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}(\varphi_n) \end{bmatrix}. \quad (2.109)$$

Die transformierten verketteten magnetischen Flüsse $\tilde{\Psi}_t$ werden mit Hilfe der transformierten Wicklungsströme $\tilde{\mathbf{i}}_t$ und (2.104) über

$$\tilde{\Psi}_t = \mathbf{K}_t \Psi_t = \mathbf{K}_t \mathbf{L}_t \mathbf{i}_t = \underbrace{\mathbf{K}_t \mathbf{L}_t \mathbf{K}_t^{-1}}_{\tilde{\mathbf{L}}_t} \tilde{\mathbf{i}}_t \quad (2.110)$$

berechnet. Dabei ergibt sich die konstante transformierte Induktivitätsmatrix $\tilde{\mathbf{L}}_t$ zu

$$\tilde{\mathbf{L}}_t = \begin{bmatrix} L_{tp} & 0 & 0 & L_{tm} & 0 & 0 \\ 0 & L_{tp} & 0 & 0 & L_{tm} & 0 \\ 0 & 0 & L_{tp}^\sigma & 0 & 0 & 0 \\ L_{tm} & 0 & 0 & L_{ts} & 0 & 0 \\ 0 & L_{tm} & 0 & 0 & L_{ts} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{ts}^\sigma \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

mit den Ersatzinduktivitäten L_{tp} , L_{ts} und L_{tm} . Diese Induktivitäten werden mit (2.97), (2.100) und (2.103) durch

$$L_{tp} = \frac{3}{2} L_{tp}^\delta + L_{tp}^\sigma = \frac{N_{tp}^2}{\mathcal{R}_t} + L_{tp}^\sigma \quad (2.112a)$$

$$L_{ts} = \frac{3}{2} L_{ts}^\delta + L_{ts}^\sigma = \frac{N_{ts}^2}{\mathcal{R}_t} + L_{ts}^\sigma \quad (2.112b)$$

$$L_{tm} = \frac{3}{2} L_{tp}^\delta = \frac{N_{tp} N_{ts}}{\mathcal{R}_t} \quad (2.112c)$$

bestimmt. Das Induktionsgesetz (2.106) ist in den transformierten Größen in der Form

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{K}_t^{-1} \tilde{\Psi}_t) = -\mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^{-1} \tilde{\mathbf{i}}_t + \mathbf{K}_t^{-1} \tilde{\mathbf{u}}_t \quad (2.113)$$

darstellbar, wobei mit $\tilde{\mathbf{u}}_t$ die transformierten Wicklungsspannungen bezeichnet werden. Zusätzlich liefert das Verwenden der Kettenregel den Ausdruck

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{K}_t^{-1} \tilde{\Psi}_t) = \mathbf{K}_t^{-1} \frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_t + \omega_n \frac{\partial}{\partial \varphi_n} (\mathbf{K}_t^{-1}) \tilde{\Psi}_t. \quad (2.114)$$

Setzt man die rechten Seiten von (2.113) und (2.114) gleich, erhält man mit

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^{-1} \quad (2.115)$$

schließlich

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_t = -\omega_n \mathbf{K}_t \frac{\partial}{\partial \varphi_n} (\mathbf{K}_t^{-1}) \tilde{\Psi}_t - \mathbf{R}_t \tilde{\mathbf{i}}_t + \tilde{\mathbf{u}}_t . \quad (2.116)$$

Berücksichtigt man weiters noch (2.110) erhält man ein Differentialgleichungssystem der Form

$$L_{tp} \frac{d}{dt} i_{d,tp} + L_{tm} \frac{d}{dt} i_{d,ts} = \omega_n (L_{tp} i_{q,tp} + L_{tm} i_{q,ts}) - R_{tp} i_{d,tp} + u_{d,tp} \quad (2.117a)$$

$$L_{tm} \frac{d}{dt} i_{q,ts} + L_{tp} \frac{d}{dt} i_{q,tp} = -\omega_n (L_{tp} i_{d,tp} + L_{tm} i_{d,ts}) - R_{tp} i_{q,tp} + u_{q,tp} \quad (2.117b)$$

$$L_{tp}^\sigma \frac{d}{dt} i_{0,tp} = -R_{tp} i_{0,tp} + u_{0,tp} \quad (2.117c)$$

$$L_{ts} \frac{d}{dt} i_{d,ts} + L_{tm} \frac{d}{dt} i_{d,tp} = \omega_n (L_{ts} i_{q,ts} + L_{tm} i_{q,tp}) - R_{ts} i_{d,ts} + u_{d,ts} \quad (2.117d)$$

$$L_{tm} \frac{d}{dt} i_{q,tp} + L_{ts} \frac{d}{dt} i_{q,ts} = -\omega_n (L_{ts} i_{d,ts} + L_{tm} i_{d,tp}) - R_{ts} i_{q,ts} + u_{q,ts} \quad (2.117e)$$

$$L_{ts}^\sigma \frac{d}{dt} i_{0,ts} = -R_{ts} i_{0,ts} + u_{0,ts} . \quad (2.117f)$$

Mit (2.117) ist es nun gelungen, die ursprüngliche mathematische Beschreibung (2.108) anschaulicher darzustellen. Die Dynamik der Nullströme $i_{0,tp}$ und $i_{0,ts}$ ist dabei von den restlichen Differentialgleichung vollständig entkoppelt. Man erkennt, dass für $\omega_{de} = 0$ (blockierender Rotor) das Modell der DASM (2.61) und das des Transformators (2.117) äquivalentes Verhalten aufweisen.

Im Weiteren wird die Verschaltung der Wicklungen aus Abbildung 2.11 berücksichtigt. Dafür werden die Wicklungsgrößen auf die Spannungen und Ströme der tatsächlichen elektrischen Anschlüsse des Dreischenkeltransformators umgerechnet.

2.2.3 Verschaltung der Wicklungen

Abbildung 2.13 zeigt die Verschaltung der Wicklungen des Transformators in Yd11. Angesichts der Sternschaltung der Primärseite sind dort die Wicklungsströme ident mit den Strömen der Anschlüsse. Die Spannungen der primären Leiter gegenüber einem gemeinsamen Potential werden mit $u_{la,tp}$, $u_{lb,tp}$ und $u_{lc,tp}$ bezeichnet. Die primären Wicklungs- und Leiterspannungen unterscheiden sich dabei nur durch eine etwaige 0-Komponente. Daher folgt für die dq -Komponenten der Zusammenhang

$$u_{d,dp} = u_{ld,dp} \quad (2.118a)$$

$$u_{q,dp} = u_{lq,dp} . \quad (2.118b)$$

Auf der Sekundärseite hingegen ist es notwendig, Leiterspannungen und Leiterströme einzuführen. An den sekundären Leitern liegen die Spannungen $u_{la,ts}$, $u_{lb,ts}$ und $u_{lc,ts}$ bezüglich eines gemeinsamen Potentials an, dabei fließen die Ströme $i_{la,ts}$, $i_{lb,ts}$ und $i_{lc,ts}$. Die Leiterspannungen und die Leiterströme werden in den Vektoren $\mathbf{u}_{l,ts}$ und $\mathbf{i}_{l,ts}$

$$\mathbf{u}_{l,ts} = \begin{bmatrix} u_{la,ts} & u_{lb,ts} & u_{lc,ts} \end{bmatrix}^T \quad (2.119a)$$

$$\mathbf{i}_{l,ts} = \begin{bmatrix} i_{la,ts} & i_{lb,ts} & i_{lc,ts} \end{bmatrix}^T \quad (2.119b)$$

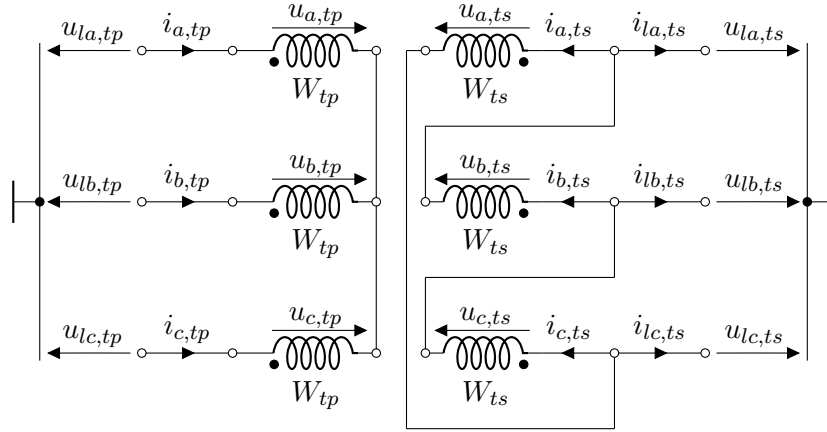


Abbildung 2.13: Yd11-Verschaltung der Wicklungen des Dreischenkeltransformators.

zusammengefasst. Durch Anwenden der Kirchhoffschen Gesetze auf Abbildung 2.13 ergibt sich sekundärseitig zwischen Wicklungs- und Leitergrößen der Zusammenhang

$$\mathbf{u}_{ts} = \mathbf{T}_t \mathbf{u}_{l,ts} \quad (2.120a)$$

$$\mathbf{i}_{l,ts} = -\mathbf{T}_t^T \mathbf{i}_{ts} \quad (2.120b)$$

mit der Transformationsmatrix $\mathbf{T}_t$ der Form

$$\mathbf{T}_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.121)$$

Aus (2.120) folgen für $dq0$ -Größen die Relationen

$$\tilde{\mathbf{u}}_t = \underbrace{\bar{\mathbf{K}}(\varphi_n) \mathbf{T}_t (\bar{\mathbf{K}}(\varphi_n))^{-1}}_{\tilde{\mathbf{T}}_t} \tilde{\mathbf{u}}_{l,t} \quad (2.122a)$$

$$\tilde{\mathbf{i}}_{l,t} = -\underbrace{\bar{\mathbf{K}}(\varphi_n) \mathbf{T}_t^T (\bar{\mathbf{K}}(\varphi_n))^{-1}}_{-\tilde{\mathbf{T}}_t^T} \tilde{\mathbf{i}}_t. \quad (2.122b)$$

Hierbei ist die transformierte Matrix $\tilde{\mathbf{T}}_t$ durch

$$\tilde{\mathbf{T}}_t = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

gegeben.

Es wird nun untersucht, welche Aussagen über die 0-Komponenten von Spannung und Strom gemacht werden können. Mithilfe der Zwangsbedingung, die sich aus Abbildung 2.13 für die Primärströme ergibt, wird auf die Aussage

$$i_{a,tp} + i_{b,tp} + i_{c,tp} = 0 \Leftrightarrow i_{0,tp} = 0 \quad (2.124)$$

geschlossen. Durch Einsetzen dieser Zwangsbedingung in die Dynamik des primären Nullstromes (2.117c) folgt

$$u_{0,tp} = 0 . \quad (2.125)$$

Außerdem ist in (2.122a) mit (2.123) unmittelbar ersichtlich, dass

$$u_{0,ts} = 0 \quad (2.126)$$

gilt. Damit folgt die Dynamik des sekundären Nullstromes (2.117f) zu

$$\frac{d}{dt} i_{0,ts} = -\frac{R_{ts}}{L_{ts}^{\sigma}} i_{0,ts} . \quad (2.127)$$

D. h. auf der Primärseite verschwindet die 0-Komponente der Wicklungsspannung und des Stroms. Infolge von (2.118) muss für dq -Größen nicht zwischen primären Wicklungs- und Leiterspannungen unterschieden werden. Auf der Sekundärseite klingt die Stromdynamik der 0-Komponente exponentiell ab, da dieses System nicht angeregt wird. Deswegen kann im Weiteren auf eine Beschreibung der 0-Komponenten verzichtet werden. Damit ist durch (2.122) eine reguläre Transformation zwischen dq -Wicklungsgrößen und dq -Leitergrößen definiert. Auf Basis von (2.122a) und (2.123) lassen sich die um die 0-Komponenten reduzierten Sekundärspannungen durch

$$\begin{bmatrix} u_{d,ts} \\ u_{q,ts} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ld,ts} \\ u_{lq,ts} \end{bmatrix} \quad (2.128)$$

verknüpfen. Für die um die 0-Komponenten reduzierten Sekundärströme folgen mit (2.122b) und (2.123) die Zusammenhänge

$$\begin{bmatrix} i_{d,ts} \\ i_{q,ts} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{6} \\ \frac{\sqrt{3}}{6} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ld,ts} \\ i_{lq,ts} \end{bmatrix} . \quad (2.129)$$

Das mathematische Modell des Dreischenkeltransformators ist durch die Differentialgleichungen (2.117a), (2.117b), (2.117d) und (2.117e) bestimmt. Durch die regulären Transformationen (2.128) und (2.129) kann das Transformatormodell alternativ auch in sekundären Leitergrößen beschrieben werden.

Abschließend wird der Einfluss der Eisenverluste des Transformators diskutiert. Hierfür zeigt [13], dass bei Großtransformatoren die Kupferverluste in etwa den siebenfachen Eisenverlusten entsprechen. Außerdem erwartet man bei Normalbetrieb, aufgrund des

niedrigeren Energieflusses über den Rotor im Vergleich zum Stator der DASM, auch grundsätzlich geringere Verluste des Umrichtertransformators im Rotorzweig. In Anbetracht dieser Umstände wird für den Dreischenkeltransformator von einer Modellierung der Eisenverluste abgesehen. Im folgenden Abschnitt wird nun der Umrichter betrachtet. Dieser repräsentiert den Stelleingriff des Gesamtsystems und ist daher maßgeblich für das Betriebsverhalten verantwortlich.

2.3 Umrichtermodell

Im Pumpspeicherkraftwerk wird ein dreiphasiger AC/AC-Konverter mit Spannungszwischenkreis laut [14] als Umrichter verwendet. Dieser ist in Abbildung 2.14 als Blockschaltbild dargestellt. Wie bereits in Kapitel 1 erwähnt, kann dabei aus einem dreiphasigen

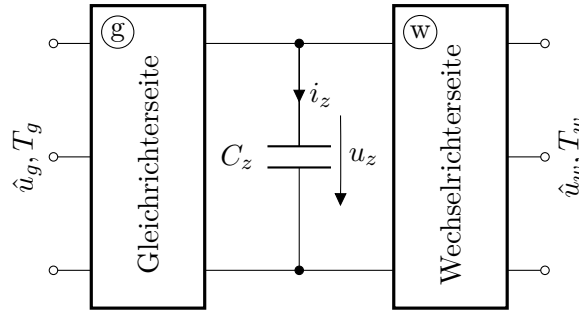


Abbildung 2.14: Blockschaltbild eines dreiphasigen AC/AC-Konverters mit Spannungszwischenkreis.

im zeitlichen Mittel sinusförmigen Spannungssystem mit einer Amplitude $\hat{u}_g$ und einer Periodendauer T_g ein dreiphasiges im zeitlichen Mittel sinusförmiges Spannungssystem mit einer Amplitude $\hat{u}_w$ und einer Periodendauer T_w generiert werden. Hierbei dient der Kondensator C_z mit der Spannung u_z und dem Strom i_z als Energiewischenspeicher. Diese Schaltung ist bezüglich des Energieflusses bidirektional. Die Energieflussrichtung wird in Abbildung 2.14 von links nach rechts bzw. von g nach w als positiv angenommen. Unter Berücksichtigung dieser Konvention folgen in konsistenter Weise die Teilbezeichnungen Gleich- und Wechselrichterseite. Diese beiden Komponenten sind jeweils aus drei Halbbrücken aufgebaut, die sich aus diskreten Halbleiterbauelementen zusammensetzen. Anhand einer Halbbrücke können sowohl der Aufbau als auch die für den Umrichter wesentlichen Funktionen beschrieben werden. Dafür werden zunächst die essentiellen Eigenschaften der eingesetzten Halbleitertechnologie diskutiert.

2.3.1 Halbleitertechnologie

Laut [15] kann man die Halbleitertechnologien für Hochleistungsschalter grob in zwei Gruppen einteilen, wobei eine auf Thyristor- und die andere auf Transistorbasis beruht. Hier stehen sich im wesentlichen IGCT (Integrated Gate-Commutated Thyristor) und IGBT (Insulated-Gate Bipolar Transistor) gegenüber. Einerseits bietet der IGBT Vorteile

wie eine einfache Gateansteuerung, eine hohe Schaltgeschwindigkeit und eine große Safe Operating Area. Andererseits sind IGBTs für hohe Spannungsfestigkeit mit beträchtlicher Durchlassspannung und daher mit erheblichen Verlusten verbunden, was in diesem Bereich den Einsatz von IGCTs begünstigt. Eine Reduzierung der Durchlassspannung des IGBTs ist mit Elektroneninjektion möglich. Diese Weiterentwicklung führt zum IEGT (Injection Enhancement Gate Transistor) in [16]. Eine solche Technologie wird im Umrichter TMdrive-XL75 [17] der Firma TMEIC bereits erfolgreich eingesetzt und kommt auch für den in dieser Arbeit betrachteten Umrichter zur Anwendung.

Neben der Halbleitertechnologie herrscht zusätzlich noch Kenntnis über die Verlustleistungsaufnahme von Gleich- und Wechselrichterseite in einem Arbeitspunkt des Umrichters. Die konkret verbauten Halbleitertypen sind hingegen unbekannt. Ein geeignetes Bauteil für den Einsatz in dieser Anlage ist z. B. der IEGT mit Freilaufdiode ST1500GXH22 [18] der Firma Toshiba. Dieser wird durch den Block $\mathcal{B}$ in Abbildung 2.15 schematisch dargestellt, der für die weiteren Ausführungen eine Elementarzelle des Umrichters repräsentiert. Der

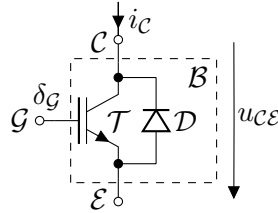


Abbildung 2.15: Parallelschaltung eines selbstsperrenden N-Kanal IEGTs mit einer Freilaufdiode.

Block $\mathcal{B}$ setzt sich aus der Parallelschaltung des selbstsperrenden N-Kanal IEGTs $\mathcal{T}$ mit der Freilaufdiode $\mathcal{D}$ zusammen und verfügt dabei über die drei Anschlüsse Kollektor $\mathcal{C}$, Emitter $\mathcal{E}$ und Gate $\mathcal{G}$. Zwischen Kollektor und Emitter liegt die Spannung u_{CE} an und es fließt der Kollektorstrom i_C . Das Gatesignal $\delta_G \in \{0, 1\}$ hat die Aufgabe den Transistor in den leitenden Zustand ($\delta_G = 1$) oder in den sperrenden Zustand ($\delta_G = 0$) zu führen. Dazu verarbeitet zuerst eine Logik δ_G weiter und ein Treiber stellt schließlich die Spannung am Gate zur Verfügung, die den Transistor schaltet.

Mit Augenmerk auf das Gesamtsystem wird die Dynamik der Halbleiterbauelemente für weitere Betrachtungen vernachlässigt, da sie viel schneller ist als die Dynamik des Transformators, der DASM oder der Zwischenkreiskapazität C_z . Man nimmt also an, dass die Kollektor-Emitter-Spannung $u_{CE}(i_C, \delta_G)$ von $\mathcal{B}$ durch i_C und δ_G festgelegt ist. Wird darüber hinaus vorausgesetzt, dass beim Betrieb des Umrichters lediglich die Blöcke mit $\delta_G = 1$ stromführend sind, ist für eine Diskussion des Umrichters nur noch die Spannungs-Strom-Kennlinie $u_{CE}(i_C, 1)$ relevant. Für diese wird zur besseren Übersichtlichkeit die kompaktere Notation

$$u_{CE}(i_C) = u_{CE}(i_C, 1) \quad (2.130)$$

eingeführt. Mit den Werten in Tabelle 2.1 aus dem Datenblatt [18] des IEGTs mit Freilaufdiode ST1500GXH22 ergibt sich schließlich der Verlauf von $u_{CE}(i_C)$ in Abbildung 2.16. Für negative Werte von i_C nahe Null sind im Datenblatt [18] keine Informationen vorhanden.

i_C in V	u_{CE} in A
2995	7.07
2057	6.00
1314	5.09
862	4.40
498	3.72
255	3.12
159	2.78
93	2.48
46	2.16
0	1.53
0	0
-163	-2.28
-314	-2.65
-391	-2.82
-596	-3.22
-1334	-4.41
-2255	-5.60
-3000	-6.40

Tabelle 2.1: Werte der $u_{CE}(i_C)$ -Kennlinie des ST1500GXH22 [18].

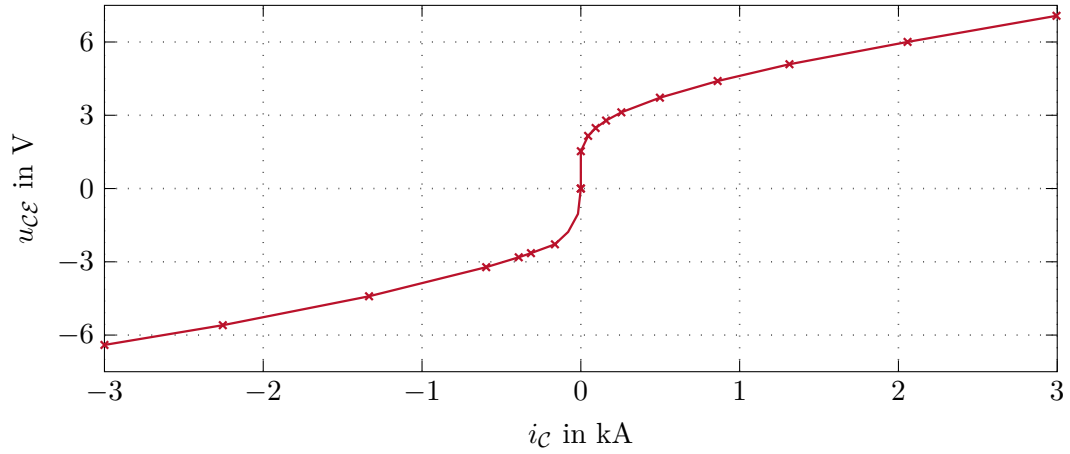
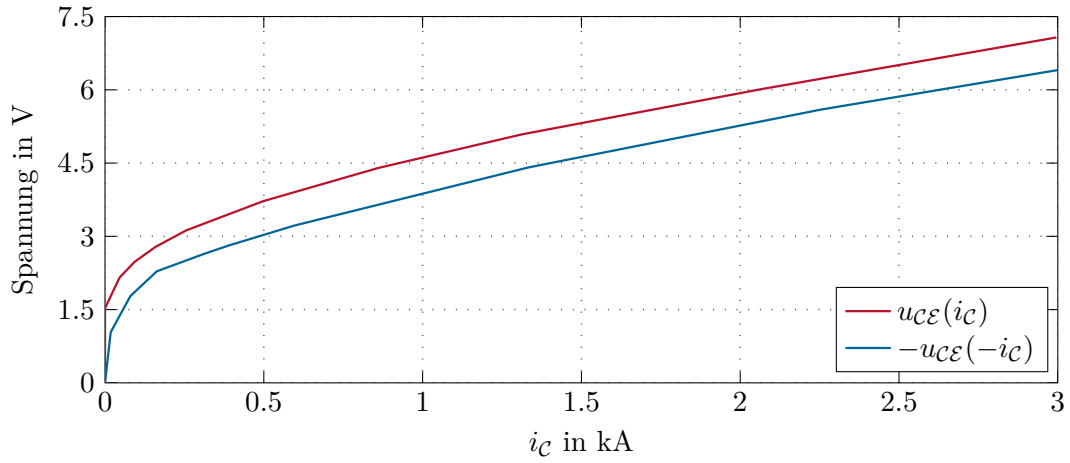
Damit in Abbildung 2.16 auch in diesem Bereich der typische Verlauf der Spannungs-Strom-Kennlinie erkennbar ist, wurden hier zusätzlich zu Tabelle 2.1 zwei Datenpunkte mithilfe der später durchgeführten Approximation ergänzt. Eine Gegenüberstellung des I. und III. Quadranten von $u_{CE}(i_C)$ zeigt in Abbildung 2.17, dass für $i_C \neq 0$ näherungsweise der Zusammenhang

$$u_{CE}(i_C) + u_{CE}(-i_C) = u_{CE,0} \quad (2.131)$$

mit der konstanten Spannung $u_{CE,0}$ gilt.

Entsprechend den Anforderungen schaltet man zum Erreichen einer höheren maximal zulässigen Sperrspannung eine gewisse Anzahl $n_{s,j}$ von $\mathcal{B}$ Blöcken in Serie, wobei $j \in \{g, w\}$ als Platzhalter für die Gleich- bzw. Wechselrichterseite dient. Zur Vergrößerung des maximal möglichen Durchlassstromes werden zusätzlich noch $n_{p,j}$ dieser Blöcke parallel geschaltet. Die nun vorhandenen $n_{s,j}n_{p,j}$ Gateanschlüsse werden überdies noch zu einem gemeinsamen Kontakt verbunden. Die auf diese Weise resultierende Ersatzanordnung B_j wird so durch die drei Anschlüsse Ersatzkollektor C_j , Ersatzemitter E_j und Ersatzgate G_j charakterisiert. B_j kann auch durch Parallelschaltung eines Ersatztransistors T_j mit einer Ersatzfreilaufdiode D_j dargestellt werden. Diese beiden Ersatzbauteile bestehen aus entsprechender Reihen- und Parallelschaltung der Einzelbauteile $\mathcal{T}$ und $\mathcal{D}$. Außerdem ist mithilfe des Ersatzkollektorstroms $i_{C,j}$ der Form

$$i_{C,j} = n_{p,j}i_C \quad (2.132)$$

Abbildung 2.16: $u_{CE}(i_C)$ -Kennlinie des ST1500GXH22 [18].Abbildung 2.17: Gegenüberstellung des I. und III. Quadranten von $u_{CE}(i_C)$.

die Ersatzkennlinie $u_{CE,j}(i_{C,j})$ durch

$$u_{CE,j}(i_{C,j}) = \xi_j n_{s,j} u_{CE} \left(\frac{i_{C,j}}{n_{p,j}} \right). \quad (2.133)$$

bestimmt. Hierbei bezeichnet ξ_j den Adaptionparameter für die Gleich- bzw. Wechselrichterseite, mit dem $u_{CE,j}(i_{C,j})$ noch an einen vorgegebenen Arbeitspunkt des Umrichters angepasst wird. Das Ersatzgatesignal $\delta_{G,j}$ ändert sich nicht und es gilt

$$\delta_{G,j} = \delta_G. \quad (2.134)$$

Die verwendeten Halbleiterbauelemente sind somit ausreichend beschrieben, um im Folgenden die Funktion einer Halbbrücke zu veranschaulichen. Hierfür wird als Beispiel die Halbbrücke in der Phase a der Gleichrichterseite des Umrichters herangezogen.

2.3.2 Halbbrücke

Durch Kombination zweier Ersatzblöcke B_g erhält man die Halbbrücke in Abbildung 2.18 mit der Zwischenkreisspannung u_z und dem Phasenstrom $i_{a,g}$. Zudem liegen an den Ersatzblöcken die Spannungen $u_{ha,g}$ und $u_{la,g}$ an und es fließen die Ströme $i_{ha,g}$ und $i_{la,g}$. Darüber hinaus werden die Gatesignale mit $\delta_{ha,g}$ und $\delta_{la,g}$ bezeichnet. Schließt man nun ein

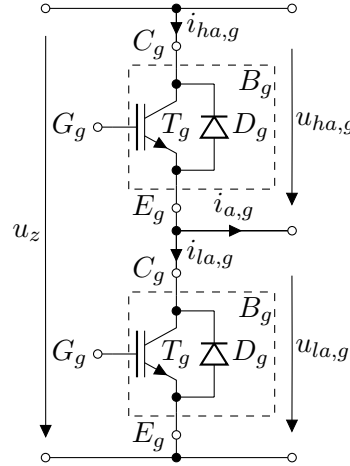


Abbildung 2.18: Halbbrücke in der Phase a der Gleichrichterseite des Umrichters.

gleichzeitiges Leiten als auch Sperren der Transistoren aus und sieht von Zeitverzögerungen beim Schaltvorgang ab, gilt für $\delta_{ha,g}$ und $\delta_{la,g}$ der Zusammenhang

$$\delta_{la,g} = 1 - \delta_{ha,g} . \quad (2.135)$$

Weiters wird das Gatesignal $\delta_{ha,g}$ auf Basis einer mittensymmetrischen Pulsweitenmodulation (PWM) aus [19] mit dem Tastverhältnis $\beta_{ha,g,k} \in [0, 1]$, $k \in \mathbb{N}_0$ zu

$$\delta_{ha,g} = \begin{cases} 0 & \text{für } kT_p \leq t < \left(\frac{1 - \beta_{ha,g,k}}{2} + k\right)T_p \\ 1 & \text{für } \left(\frac{1 - \beta_{ha,g,k}}{2} + k\right)T_p \leq t < \left(\frac{1 + \beta_{ha,g,k}}{2} + k\right)T_p \\ 0 & \text{für } \left(\frac{1 + \beta_{ha,g,k}}{2} + k\right)T_p \leq t < (k+1)T_p \end{cases} \quad (2.136)$$

festgelegt, wobei T_p die Pulsperiodendauer bezeichnet. Die Tastverhältnisse werden dabei so bestimmt, dass die Grundschiwingung von $u_{la,g}$ möglichst genau der Sollspannung $u_{la,g}^*$ entspricht. Hierfür wird zunächst für den Spannungsmittelwert $\bar{u}_{la,g,k}$, $k \in \mathbb{N}_0$ die Bedingung

$$\bar{u}_{la,g,k} = \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} u_{la,g} dt \stackrel{!}{=} \underbrace{u_{la,g}^*}_{u_{la,g,k}^*} \bigg|_{t=kT_p} \quad (2.137)$$

mit der diskreten Sollspannung $u_{la,g,k}^*$ gefordert. Weiters wird über

$$u_z|_{t=kT_p} = u_{z,k} \quad (2.138)$$

die diskrete Zwischenkreisspannung $u_{z,k}$ eingeführt. Mit dieser erhält man unter Vernachlässigung sämtlicher elektrischer Verluste (B_g als idealer Schalter) für (2.137) mithilfe von Abbildung 2.18 unmittelbar das Ergebnis

$$\beta_{ha,g,k} = \frac{u_{la,g,k}^*}{u_{z,k}}, \quad 0 \leq u_{la,g,k}^* \leq u_{z,k}. \quad (2.139)$$

Für ein symmetrisches zulässiges Intervall der Sollspannung empfiehlt es sich die Tastverhältnisberechnung auf

$$\beta_{ha,g,k} = \frac{u_{la,g,k}^*}{u_{z,k}} + \frac{1}{2}, \quad -\frac{u_{z,k}}{2} \leq u_{la,g,k}^* \leq \frac{u_{z,k}}{2} \quad (2.140)$$

anzupassen.

Nun sind noch die Zusammenhänge der Spannungen und Ströme in Abbildung 2.18 zu diskutieren. Wird angenommen, dass die Stromkommutierung unmittelbar erfolgt und für B_g im sperrenden Zustand keine Verluste auftreten, so können $i_{ha,g}$ und $i_{la,g}$ über

$$i_{ha,g} = i_{a,g} + i_{la,g} \quad (2.141a)$$

$$i_{la,g} = \delta_{ha,g} i_{a,g} - i_{a,g} \quad (2.141b)$$

beschrieben werden. Außerdem sind $u_{ha,g}$ und $u_{la,g}$ dann durch

$$u_{ha,g} = u_z - u_{la,g} \quad (2.142a)$$

$$u_{la,g} = \delta_{ha,g} u_z - \delta_{ha,g} [u_{CE,g}(i_{a,g}) + u_{CE,g}(-i_{a,g})] + u_{CE,g}(-i_{a,g}) \quad (2.142b)$$

bestimmt. Mit den Strömen (2.141) und Spannungen (2.142) lassen sich im Weiteren die Verlustleistungen, die durch B_g verursacht werden, in Abhängigkeit von $i_{a,g}$ und $\delta_{ha,g}$ berechnen.

Verlustleistungsbetrachtungen

Die momentane Verlustleistung $p_{va,g}$ der Halbbrücke ist aus

$$p_{va,g} = p_{ha,g} + p_{la,g}, \quad (2.143)$$

mit den momentanen Verlustleistungen $p_{ha,g}$ und $p_{la,g}$ der beiden Ersatzblöcke B_g , berechenbar. Dabei berechnet sich $p_{ha,g}$ mit

$$p_{ha,g} = u_{ha,g} i_{ha,g} \quad (2.144)$$

und (2.141), (2.142) unmittelbar zu

$$p_{ha,g} = \delta_{ha,g} u_{CE,g}(i_{a,g}) i_{a,g}. \quad (2.145)$$

Analog folgt für $p_{la,g}$ mit (2.141b) und (2.142b) der Ausdruck

$$p_{la,g} = \delta_{ha,g} u_{CE,g}(-i_{a,g}) i_{a,g} - u_{CE,g}(-i_{a,g}) i_{a,g} . \quad (2.146)$$

Die gesamte momentane Verlustleistung lässt sich mit (2.143), (2.145) und (2.146) in der Form

$$p_{va,g} = \delta_{ha,g} [u_{CE,g}(i_{a,g}) + u_{CE,g}(-i_{a,g})] i_{a,g} - u_{CE,g}(-i_{a,g}) i_{a,g} \quad (2.147)$$

angeben. Daraus ergibt sich die über eine Signalperiodendauer $T_g = 2\pi/\omega_n$ gemittelte Verlustleistung $P_{va,g}$ zu

$$P_{va,g} = \frac{1}{T_g} \int_{kT_g}^{(k+1)T_g} p_{va,g} dt = P_{va,g\delta} + P_{va,gi} \quad (2.148)$$

mit $k \in \mathbb{N}_0$ sowie den gemittelten Teilverlustleistungen $P_{va,g\delta}$ und $P_{va,gi}$. Diese sind mit (2.147) über

$$P_{va,g\delta} = \frac{1}{T_g} \int_{kT_g}^{(k+1)T_g} \delta_{ha,g} [u_{CE,g}(i_{a,g}) + u_{CE,g}(-i_{a,g})] i_{a,g} dt \quad (2.149a)$$

$$P_{va,gi} = -\frac{1}{T_g} \int_{kT_g}^{(k+1)T_g} u_{CE,g}(-i_{a,g}) i_{a,g} dt \quad (2.149b)$$

berechenbar. Hierbei lässt sich zeigen, dass der Einfluss von $P_{va,g\delta}$ marginal ist, was bedeutet, dass $P_{va,g}$ bei bekannter Spannungs-Strom-Kennlinie näherungsweise nur noch von $i_{a,g}$ abhängt. Dazu wird zunächst unter Berücksichtigung der Näherung (2.131) die Teilverlustleistung $P_{va,g\delta}$ in (2.149a) mit der konstanten Spannung $u_{CE,g0}$ zu

$$P_{va,g\delta} = \frac{u_{CE,g0}}{T_g} \int_{kT_g}^{(k+1)T_g} \delta_{ha,g} i_{a,g} dt \quad (2.150)$$

bestimmt. Weiters setzt man die zeitlichen Verläufe der Größen $u_{la,g}^*$ und $i_{a,g}$ als

$$u_{la,g}^* = \hat{u}_g^* \sin\left(\frac{2\pi}{T_g} t\right) \quad (2.151a)$$

$$i_{a,g} = \hat{i}_g \sin\left(\frac{2\pi}{T_g} t + \varphi_g\right) \quad (2.151b)$$

mit den Amplituden $\hat{u}_g^*$ bzw. $\hat{i}_g$ sowie dem Phasenverschiebungswinkel φ_g zwischen Spannung und Strom voraus. Wird weiters für die Pulsperiodendauer $T_p \rightarrow 0$ und eine über eine Signalperiodendauer T_g konstante Zwischenkreisspannung angenommen, so ergibt sich mit (2.140) und (2.151) der Ausdruck (2.150) direkt zu

$$P_{va,g\delta} = \frac{u_{CE,g0}}{T_g} \int_{kT_g}^{(k+1)T_g} \frac{u_{la,g}^* i_{a,g}}{u_z} dt = \frac{u_{CE,g0} \hat{u}_g^* \hat{i}_g \cos(\varphi_g)}{u_z} \cdot \quad (2.152)$$

Die folgende numerische Auswertung der Integrale in (2.149) erfolgt unter Zuhilfenahme von MATLAB mit dem Befehl `quad`, dem die adaptive Simpsonregel zugrunde liegt.

Parameter	Wert	
$\hat{u}_g^*$	1125	V
u_z	4500	V
φ_g	0	°
T_g	20	ms
T_p	1	ms
$n_{s,g}, n_{p,g}, \xi_g$	1	—

Tabelle 2.2: Werte für die MATLAB-Berechnung.

Hierfür benutzt man (2.136), (2.140), (2.151) und, soweit nicht anders angegeben, die Werte in Tabelle 2.2. Die Einträge in Tabelle 2.1 für die Spannungs-Strom-Kennlinie in Abbildung 2.16 werden für die Rechnung in MATLAB linear interpoliert.

Abbildung 2.19 zeigt nun den Einfluss von $\hat{u}_g^*$ auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$. Auch ohne die in (2.152) noch zusätzlich geltenden Annahmen, ergibt sich für $P_{va,g\delta}$ ein linearer Verlauf. Der Anteil von $P_{va,g\delta}$ an den gesamten Verlusten (2.148) ist mit $P_{va,g\delta}/P_{va,gi} < 7\%$ von geringem Ausmaß.

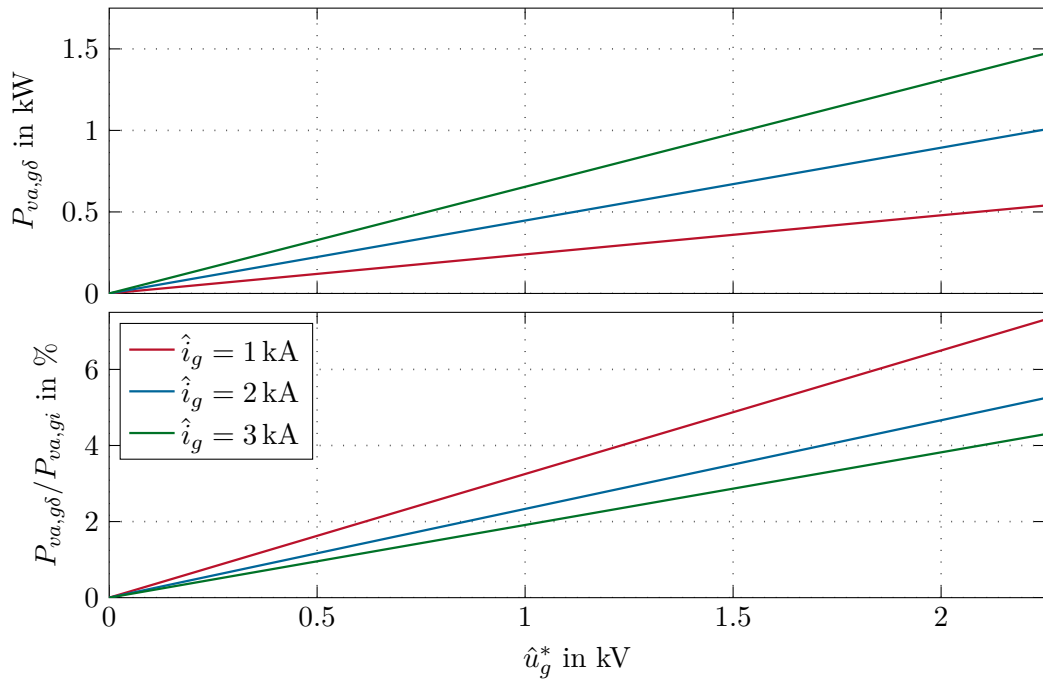


Abbildung 2.19: Einfluss des Sollspannungsspitzenwertes $\hat{u}_g^*$ auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$.

In Abbildung 2.20 ist der Einfluss der über einer Signalperiode konstanten Zwischenkreisspannung u_z auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$ zu sehen. Wie bereits

bei der vorherigen Abbildung entspricht auch hier der Verlauf von $P_{va,g\delta}$ dem Ergebnis aus (2.152) und die Wirkung auf die gesamten Verluste (2.148) ist mit $P_{va,g\delta}/P_{va,gi} < 8\%$ gering.

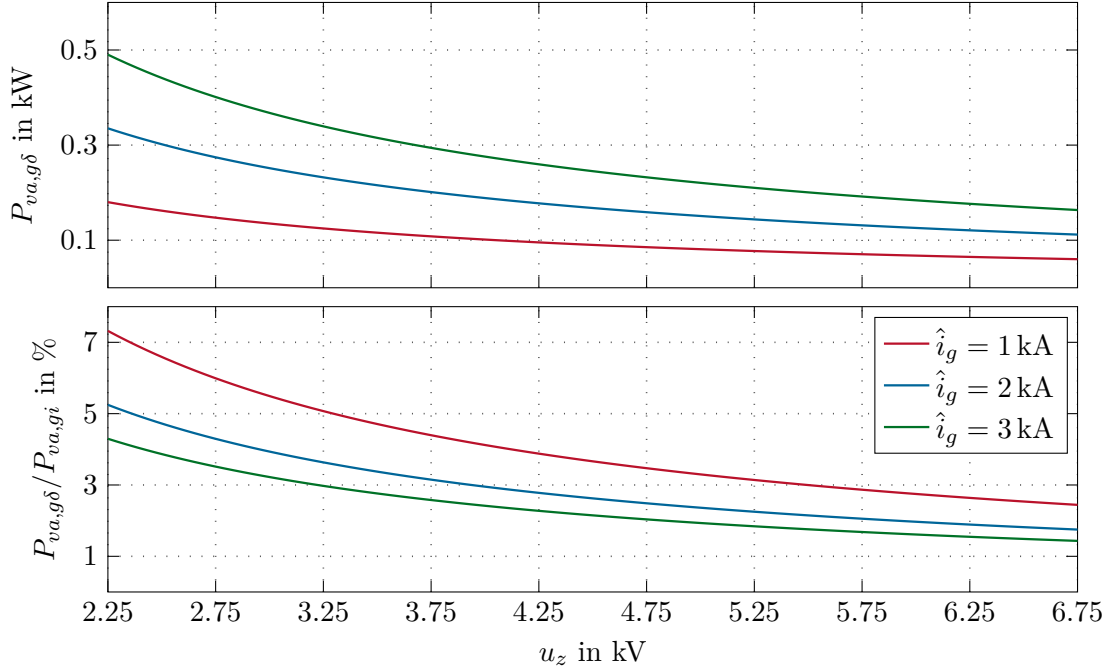


Abbildung 2.20: Einfluss der über einer Signalperiode konstanten Zwischenkreisspannung u_z auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$.

Der Einfluss des Phasenwinkels φ_g auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$ ist in Abbildung 2.21 dargestellt. Die annähernde cos-Form von $P_{va,g\delta}$ stimmt ebenfalls mit (2.152) überein. Mit $|P_{va,g\delta}/P_{va,gi}| < 4\%$ bleibt auch in diesem Fall der Effekt auf die gesamten Verluste (2.148) minimal.

Damit konnte für typische Betriebsfälle gezeigt werden, dass die gesamten Verluste $P_{va,g}$ der Halbbrücke in Abbildung 2.18 hauptsächlich durch die Teilverluste $P_{va,gi}$ festgelegt sind. Aufgrund dieser Tatsache bleibt für $P_{va,g}$ näherungsweise nur noch eine Abhängigkeit von $\hat{i}_g$ übrig. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 2.22 illustriert. Zudem ist in diesem Diagramm ein approximierendes Polynom 2. Ordnung ergänzt. Da bereits diese einfache Näherung sehr gut mit dem numerisch berechneten Verlauf übereinstimmt, wird im Weiteren die Beziehung

$$P_{va,g} = c_{1a,g} \hat{i}_g + c_{2a,g} \hat{i}_g^2 \quad (2.153)$$

mit den konstanten Parametern $c_{1a,g}$ und $c_{2a,g}$ verwendet.

Die Verlustleistungsbetrachtungen schließen somit die Untersuchung der Halbbrücke ab. Sämtliche Beschreibungen der Halbbrücke in der Phase a der Gleichrichterseite können für die restlichen Phasen derselben Seite und auch auf der Wechselrichterseite sinngemäß übernommen werden. Darauf aufbauend folgt nun die Herleitung des vollständigen Umrichtermodells.

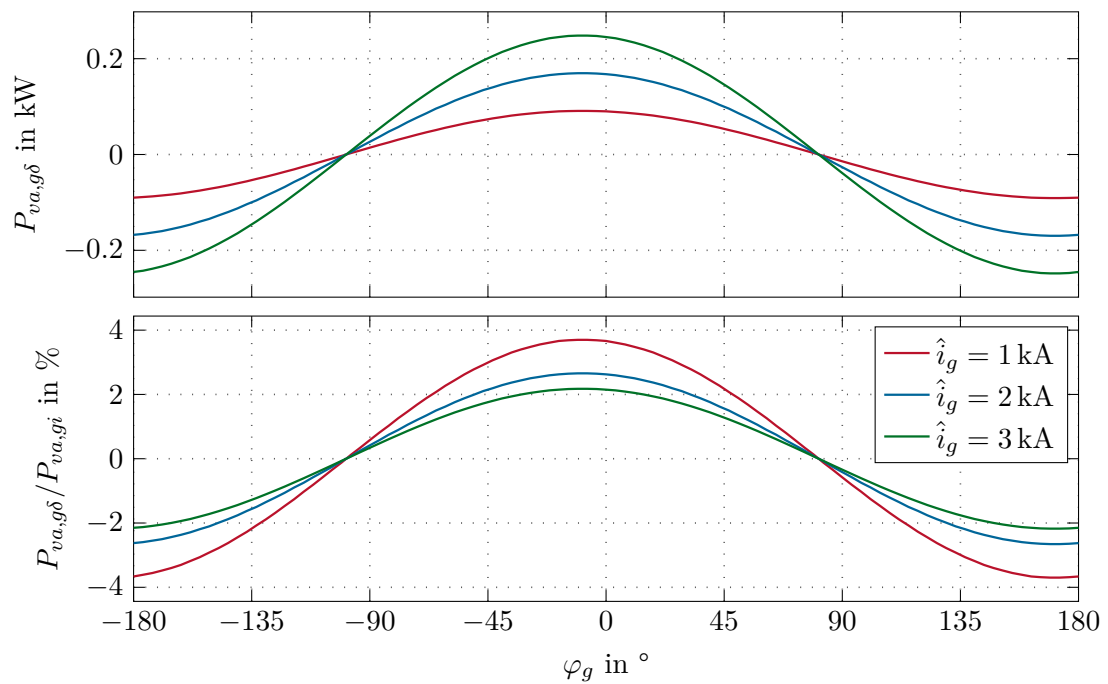


Abbildung 2.21: Einfluss des Phasenwinkels φ_g auf die Verluste einer Halbbrücke bei Variation von $\hat{i}_g$.

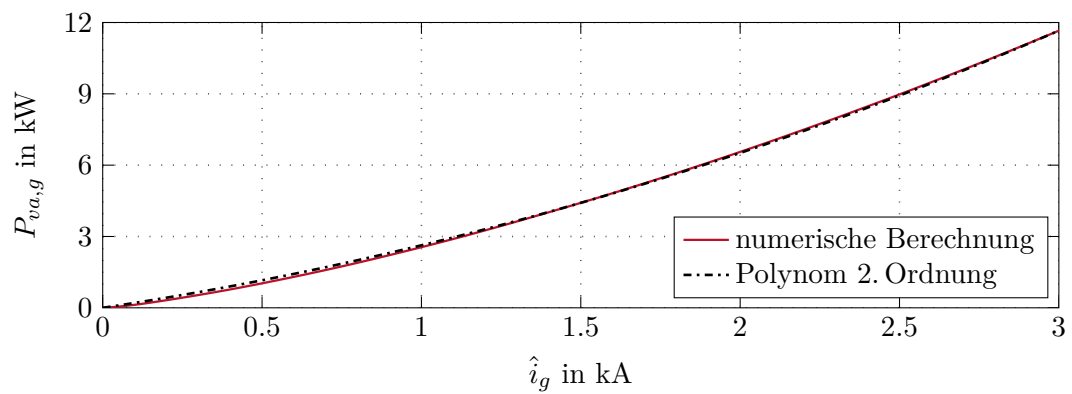


Abbildung 2.22: Einfluss des Stromspitzenwertes $\hat{i}_g$ auf die Verluste einer Halbbrücke.

2.3.3 Vollständiges Umrichtermodell

Die Schaltung des vollständigen Umrichtermodells in Abbildung 2.23 besteht aus den drei Halbbrücken für die Gleichrichterseite, den drei Halbbrücken für die Wechselrichterseite und dem Zwischenkreiskondensator C_z mit der Spannung u_z sowie dem Strom i_z .

Im Folgenden wird für die Bezeichnung der Gleich- bzw. Wechselrichterseite der Index $j \in \{g, w\}$ benutzt. Zum Schalten der 12 Transistoren werden aufgrund der Bedingung (2.135) nur die Gatesignale $\delta_{ha,j}$, $\delta_{hb,j}$ und $\delta_{hc,j}$ benötigt. Die Relationen zwischen den Strömen $i_{ha,j}$, $i_{la,j}$, $i_{hb,j}$, $i_{lb,j}$, $i_{hc,j}$ und $i_{lc,j}$ der Ersatzblöcke B_j sowie den Phasenströmen $i_{a,j}$, $i_{b,j}$ und $i_{c,j}$ ergeben sich dabei analog zu (2.141). Der einzige Unterschied besteht in der entgegengesetzten Richtung der Phasenströme auf Gleich- und Wechselrichterseite. Die Spannungen $u_{ha,j}$, $u_{la,j}$, $u_{hb,j}$, $u_{lb,j}$, $u_{hc,j}$ und $u_{lc,j}$ an den Ersatzblöcken B_j berechnen sich auf analoge Weise wie in (2.142). Ferner lässt sich für i_z mit den Strömen $i_{z,g}$ und $i_{z,w}$ die Beziehung

$$i_z = i_{z,g} - i_{z,w} \quad (2.154)$$

angeben. Hierbei sind $i_{z,g}$ und $i_{z,w}$ mithilfe von (2.141) über

$$i_{z,g} = -i_{ha,g} - i_{hb,g} - i_{hc,g} = \delta_{ha,g}i_{a,g} + \delta_{hb,g}i_{b,g} + \delta_{hc,g}i_{c,g} \quad (2.155a)$$

$$i_{z,w} = i_{ha,w} + i_{hb,w} + i_{hc,w} = \delta_{ha,w}i_{a,w} + \delta_{hb,w}i_{b,w} + \delta_{hc,w}i_{c,w} \quad (2.155b)$$

beschrieben. Die Dynamik des Umrichters wird durch die Differentialgleichung

$$C_z \frac{d}{dt} u_z = i_z \quad (2.156)$$

des Zwischenkreiskondensators charakterisiert, die sich sodann mit (2.154) und (2.155) zu

$$C_z \frac{d}{dt} u_z = \delta_{ha,g}i_{a,g} + \delta_{hb,g}i_{b,g} + \delta_{hc,g}i_{c,g} - \delta_{ha,w}i_{a,w} - \delta_{hb,w}i_{b,w} - \delta_{hc,w}i_{c,w} \quad (2.157)$$

ergibt. Dabei können $\delta_{ha,j}$, $\delta_{hb,j}$ und $\delta_{hc,j}$ als die Eingänge des vollständigen Umrichtermodells verstanden werden. Die Gatesignale werden gemäß (2.136) auch hier über die Tastverhältnisse festgelegt. Dazu werden diese so bestimmt, dass die Grundschnittpunkte von $u_{la,j}$, $u_{lb,j}$ und $u_{lc,j}$ möglichst genau den jeweiligen Sollspannungen $u_{la,j}^*$, $u_{lb,j}^*$ und $u_{lc,j}^*$ entsprechen. Eine Berechnung der Tastverhältnisse analog zu (2.140) kann dies gewährleisten.

Weiters werden mithilfe der Leistungsflüsse in Abbildung 2.23 die über eine Signalperiode $T_g = 2\pi/\omega_n$ bzw. $T_w = 2\pi/|\omega_n - \omega_{de}|$ gemittelten Verlustleistungen $P_{v,g}$ und $P_{v,w}$ mit $k \in \mathbb{N}_0$ über

$$P_{v,g} = \frac{1}{T_g} \int_{kT_g}^{(k+1)T_g} p_g - u_z i_{z,g} dt \quad (2.158a)$$

$$P_{v,w} = \frac{1}{T_w} \int_{kT_w}^{(k+1)T_w} u_z i_{z,w} - p_w dt . \quad (2.158b)$$

berechnet. Darin bezeichnet p_g die zugeführte momentane Leistung der Gleichrichterseite und p_w die abgeführte momentane Leistung der Wechselrichterseite der Form

$$p_g = u_{la,g}i_{a,g} + u_{lb,g}i_{b,g} + u_{lc,g}i_{c,g} \quad (2.159a)$$

$$p_w = u_{la,w}i_{a,w} + u_{lb,w}i_{b,w} + u_{lc,w}i_{c,w} . \quad (2.159b)$$

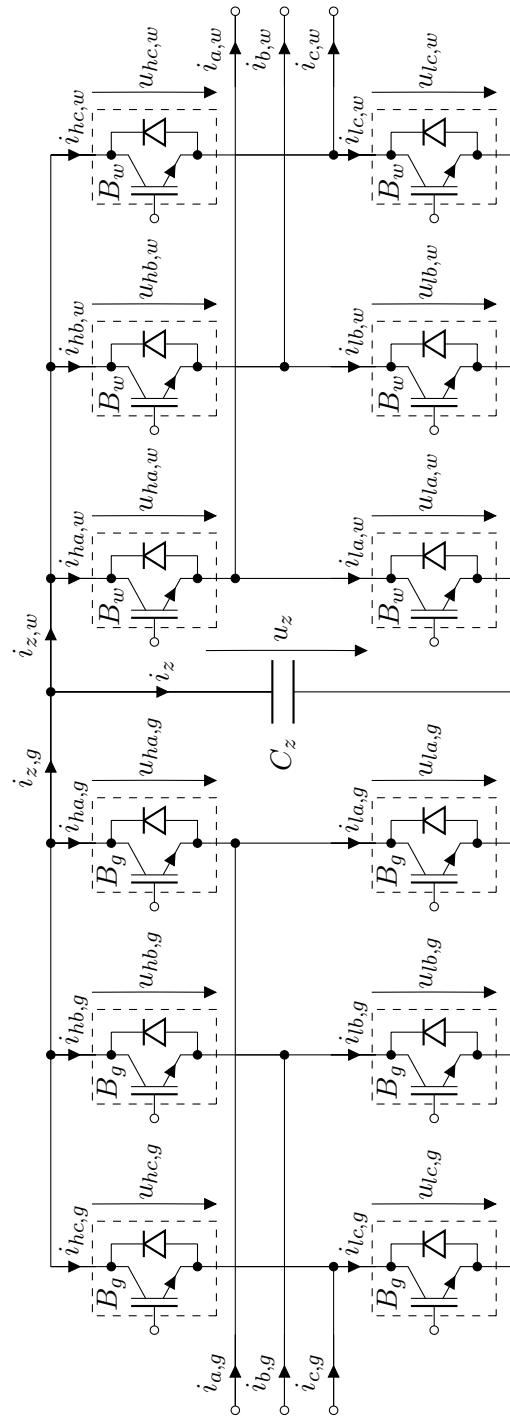


Abbildung 2.23: Schaltung des vollständigen Umrichtermodells.

Im Anschluss an die dynamische Betrachtung des vollständigen Umrichtermodells wird ein vereinfachtes Modell auf Grundlage der Beziehungen in (2.158) eingeführt.

2.3.4 Vereinfachtes Umrichtermodell

Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich lediglich auf die Grundschiwingung der betrachteten Signale. Als Beispiel hierfür werden die Ströme als

$$i_{a,j} = \hat{i}_j \sin\left(\frac{2\pi}{T_j} + \varphi_j\right) \quad (2.160a)$$

$$i_{b,j} = \hat{i}_j \sin\left(\frac{2\pi}{T_j} - \frac{2\pi}{3} + \varphi_j\right) \quad (2.160b)$$

$$i_{c,j} = \hat{i}_j \sin\left(\frac{2\pi}{T_j} - \frac{4\pi}{3} + \varphi_j\right) \quad (2.160c)$$

mit $j \in \{g, w\}$ angenommen. Dabei kennzeichnet $\hat{i}_j$ die Amplitude, T_j die Signalperiodendauer sowie φ_j den Nullphasenwinkel des Stroms in der Phase a . Damit kann man (2.158) auf Basis von (2.153) durch

$$P_{v,g} = c_{1,g}\hat{i}_g + c_{2,g}\hat{i}_g^2 \quad (2.161a)$$

$$P_{v,w} = c_{1,w}\hat{i}_w + c_{2,w}\hat{i}_w^2 \quad (2.161b)$$

mit den konstanten Parametern $c_{1,g}$, $c_{1,w}$, $c_{2,g}$ und $c_{2,w}$ approximieren. Multipliziert man (2.156) mit u_z und verwendet (2.154) sowie (2.159), so erhält man die Leistungsbilanz des Umrichters direkt als

$$\frac{1}{2}C_z \frac{d}{dt} u_z^2 = p_g - p_w - P_{v,g} - P_{v,w} - P_{v,e} \quad (2.162)$$

mit dem konstanten Leistungseigenverbrauch $P_{v,e}$ des Umrichters. Dieser Eigenverbrauch ergibt sich unter anderem aufgrund der Verluste für die aktive Kühlung und steht nicht in direktem Zusammenhang mit den verwendeten Halbleiterbauelementen. Somit ist mit (2.159), (2.161) und (2.162) das vereinfachte Umrichtermodell vollständig mathematisch beschrieben. Die Spannungen $u_{la,g}$, $u_{lb,g}$, $u_{lc,g}$, $u_{la,w}$, $u_{lb,w}$ und $u_{lc,w}$ können dabei als die Eingänge des Modells interpretiert werden.

Auf Grundlage der Leistungsbilanz (2.162) folgt für das vereinfachte Umrichtermodell die Ersatzschaltung in Abbildung 2.24. Die Halbleiterbauteile sind zu idealen Schaltern vereinfacht und die Verluste $P_{v,g}$, $P_{v,w}$ und $P_{v,e}$ werden durch fiktive Spannungsquellen und Widerstände modelliert. Zunächst werden für die im Strom linearen Anteile von $P_{v,g}$ und $P_{v,w}$ die Verlustspannungen $u_{va,j}$, $u_{vb,j}$ und $u_{vc,j}$, $j \in \{g, w\}$ über

$$u_{va,g} = \hat{u}_{v,j} \frac{i_{a,j}}{\hat{i}_j} \quad (2.163a)$$

$$u_{vb,w} = \hat{u}_{v,j} \frac{i_{b,j}}{\hat{i}_j} \quad (2.163b)$$

$$u_{vc,w} = \hat{u}_{v,j} \frac{i_{c,j}}{\hat{i}_j} \quad (2.163c)$$

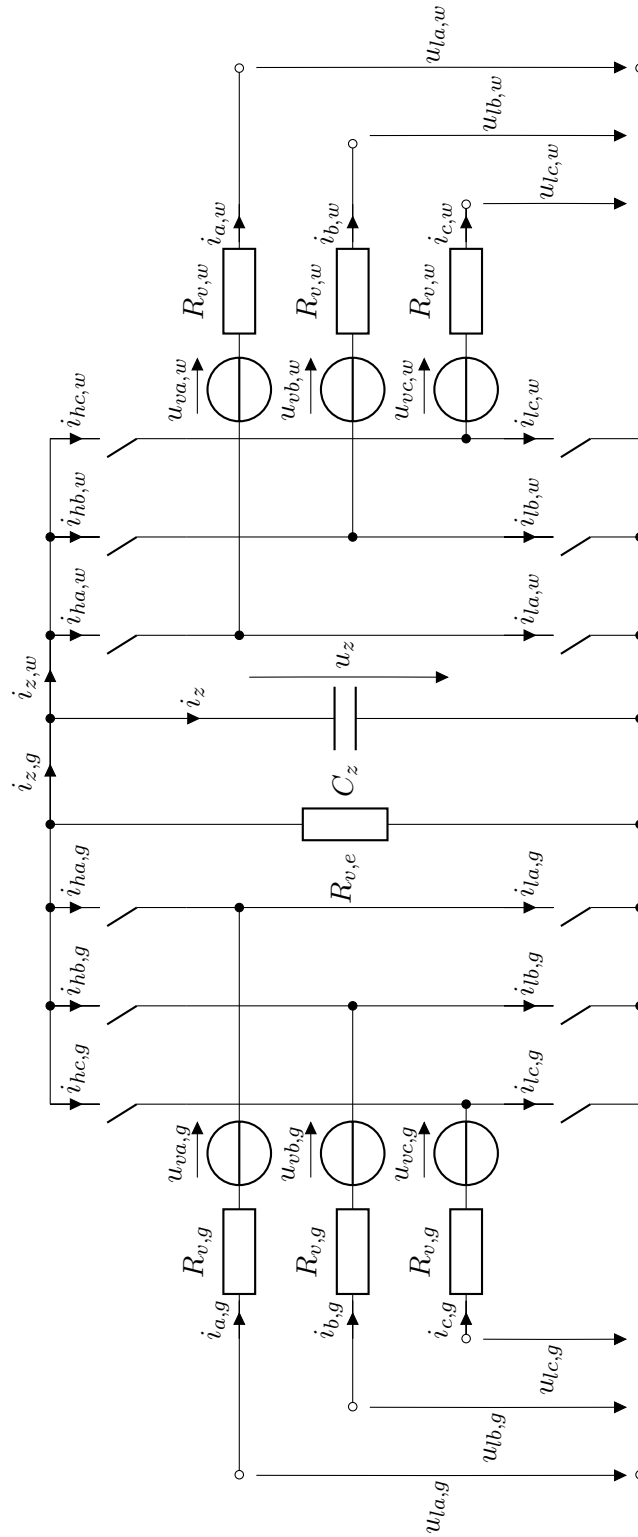


Abbildung 2.24: Ersatzschaltbild des vereinfachten Umrichtermodells.

mit der Amplitude $\hat{u}_{v,j}$ ausgedrückt durch

$$\hat{u}_{v,j} = \frac{2}{3} c_{1,j} \quad (2.164)$$

eingeführt. Der dem Stromquadrat proportionale Teil wird durch die Verlustwiderstände $R_{v,g}$ und $R_{v,w}$ der Gestalt

$$R_{v,g} = \frac{2}{3} c_{2,g} \quad (2.165a)$$

$$R_{v,w} = \frac{2}{3} c_{2,w} \quad (2.165b)$$

berücksichtigt. Abschließend werden die konstanten Verluste $P_{v,e}$ mithilfe des Verlustwiderstands $R_{v,e}$ der Form

$$R_{v,e} = \frac{u_z^2}{P_{v,e}} \quad (2.166)$$

als Parallelwiderstand im Zwischenkreis hinzugefügt. Mit diesen fiktiven Größen und (2.160) sind die quadratisch genäherten Verluste der Halbleiterbauelemente äquivalent zu (2.161) durch

$$P_{v,g} = \underbrace{R_{v,g} (i_{a,g}^2 + i_{b,g}^2 + i_{c,g}^2)}_{\frac{3}{2} R_{v,g} \hat{i}_g^2} + \underbrace{u_{va,g} i_{a,g} + u_{vb,g} i_{b,g} + u_{vc,g} i_{c,g}}_{\frac{3}{2} \hat{u}_{v,g} \hat{i}_g} \quad (2.167a)$$

$$P_{v,w} = \underbrace{R_{v,w} (i_{a,w}^2 + i_{b,w}^2 + i_{c,w}^2)}_{\frac{3}{2} R_{v,w} \hat{i}_w^2} + \underbrace{u_{va,w} i_{a,w} + u_{vb,w} i_{b,w} + u_{vc,w} i_{c,w}}_{\frac{3}{2} \hat{u}_{v,w} \hat{i}_w} \quad (2.167b)$$

$$P_{v,e} = \frac{u_z^2}{R_{v,e}} \quad (2.167c)$$

darstellbar. Damit spiegelt das Ersatzschaltbild in Abbildung 2.24, wie gewünscht, die Leistungsbilanz (2.162) wieder.

Im Folgenden werden die bisher beschriebenen Einzelmodelle von DASM, Transformator und Umrichter zu Gesamtmodellen laut Abbildung 1.1 zusammengefügt.

2.4 Gesamtmodelle

Es werden drei Gesamtmodelle des elektrischen Teils des Pumpspeicherkraftwerks eingeführt. Das erste Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$ setzt sich aus dem DASM-Modell mit Eisenverlusten in Abschnitt 2.1, dem Transformatormodell ohne Eisenverluste in Abschnitt 2.2 und dem vollständigen Umrichtermodell in Abschnitt 2.3 zusammen. Im zweiten Gesamtmodell $\mathcal{M}_2$ wird im Gegensatz zum ersten das vereinfachte Umrichtermodell verwendet. Das dritte Gesamtmodell $\mathcal{M}_3$ unterscheidet sich vom zweiten dahingehend, dass für die DASM die Eisenverluste vernachlässigt werden. Die Bewegungsgleichung (2.42) der DASM wird in keines der Gesamtmodelle aufgenommen, d. h. ω_{dm} bzw. ω_{de} bleibt als freie Größe erhalten. Außerdem ist das Transformatormodell für alle drei Fälle dasselbe.

Im Weiteren werden die Bedingungen für die Spannungen und Ströme ermittelt, die sich aus der Verschaltung der Einzelmodelle laut Abbildung 1.1 ergeben. Werden die Spannungen $u_{a,n}$, $u_{b,n}$ und $u_{c,n}$ eines starren Netzes über

$$u_{a,n} = \hat{u}_n \sin(\omega_n t) \quad (2.168a)$$

$$u_{b,n} = \hat{u}_n \sin\left(\omega_n t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.168b)$$

$$u_{c,n} = \hat{u}_n \sin\left(\omega_n t - \frac{4\pi}{3}\right), \quad (2.168c)$$

mit der Amplitude $\hat{u}_n$ festgelegt, dann erhält man mithilfe der $dq0$ -Transformation aus Abschnitt 2.1 die Komponenten der transformierten Netzspannung zu

$$\begin{bmatrix} u_{d,n} & u_{q,n} & u_{0,n} \end{bmatrix}^T = \bar{\mathbf{K}}(\varphi_n) \begin{bmatrix} u_{a,n} & u_{b,n} & u_{c,n} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{u}_n & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (2.169)$$

Die Komponenten der transformierten Spannungen des Umrichters werden auf gleiche Weise als

$$\begin{bmatrix} u_{ld,g} & u_{lq,g} & u_{l0,g} \end{bmatrix}^T = \bar{\mathbf{K}}(\varphi_n) \begin{bmatrix} u_{la,g} & u_{lb,g} & u_{lc,g} \end{bmatrix}^T \quad (2.170a)$$

$$\begin{bmatrix} u_{ld,w} & u_{lq,w} & u_{l0,w} \end{bmatrix}^T = \bar{\mathbf{K}}(\varphi_n - \varphi_{de}) \begin{bmatrix} u_{la,w} & u_{lb,w} & u_{lc,w} \end{bmatrix}^T \quad (2.170b)$$

festgelegt. Mit diesen Spannungen können die Spannungseingänge des DASM- und des Transformator-Modells über

$$u_{d,ds} = 0 \quad u_{q,ds} = -\hat{u}_n \quad u_{d,dr} = u_{ld,w} \quad u_{q,dr} = u_{lq,w} \quad (2.171a)$$

$$u_{d,tp} = 0 \quad u_{q,tp} = -\hat{u}_n \quad u_{ld,ts} = u_{ld,g} \quad u_{lq,ts} = u_{lq,g} \quad (2.171b)$$

ermittelt werden. Weiters sind die Phasenströme des Umrichters durch

$$i_{a,g} = i_{la,ts} \quad i_{b,g} = i_{lb,ts} \quad i_{c,g} = i_{lc,ts} \quad (2.172a)$$

$$i_{a,w} = i_{a,dr} \quad i_{b,w} = i_{b,dr} \quad i_{c,w} = i_{c,dr} \quad (2.172b)$$

bestimmt. Damit werden die Leistungen p_g und p_w in (2.159) mit $dq0$ -Größen unmittelbar in der Form

$$p_g = \frac{3}{2}(u_{ld,g}i_{ld,ts} + u_{lq,g}i_{lq,ts}) + \underbrace{3u_{l0,g}i_{l0,ts}}_0 \quad (2.173a)$$

$$p_w = \frac{3}{2}(u_{ld,w}i_{d,dr} + u_{lq,w}i_{q,dr}) + \underbrace{3u_{l0,w}i_{0,dr}}_0 \quad (2.173b)$$

berechnet. Dazu ist beim vereinfachten Umrichtermodell für die Berechnung der Verluste noch die Kenntnis über die Stromamplituden der Phasenströme notwendig. Diese folgen für Ströme mit näherungsweise Gestalt (2.48) unter Zuhilfenahme von (2.50) zu

$$\hat{i}_g = \sqrt{i_{ld,ts}^2 + i_{lq,ts}^2} \quad (2.174a)$$

$$\hat{i}_w = \sqrt{i_{d,dr}^2 + i_{q,dr}^2}. \quad (2.174b)$$

Mit den bisherigen Ausführungen ergibt sich nun $\mathcal{M}_1$ durch das DASM-Modell (2.81), das Transformatormodell (2.117) mit (2.128) und (2.129), jedoch ohne die 0-Komponenten, das vollständige Umrichtermodell (2.157) sowie die Verschaltungsbedingungen für Spannung (2.171) und Strom (2.172). Für $\mathcal{M}_2$ ändert sich das vollständige Umrichtermodell zum vereinfachten Umrichtermodell (2.162) mit (2.161), (2.173) und (2.174). Der Unterschied zwischen $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ liegt lediglich darin, dass für letzteres Gesamtmodell das DASM-Modell (2.61) ohne Eisenverluste verwendet wird. Ferner lassen sich für die Gesamtmodelle die folgenden Spannungseingänge angeben:

- $\mathcal{M}_1$: $u_{ld,g}^*, u_{lq,g}^*, u_{ld,w}^*, u_{lq,w}^*$
- $\mathcal{M}_2/\mathcal{M}_3$: $u_{ld,g}, u_{lq,g}, u_{ld,w}, u_{lq,w}$.

Die Komponenten der transformierten Sollspannungen $u_{ld,g}^*, u_{lq,g}^*, u_{ld,w}^*$ und $u_{lq,w}^*$ ergeben sich analog zu (2.170) und bestimmen mit (2.136) und (2.140) die Gatesignale des vollständigen Umrichtermodells. Des Weiteren werden für die Gesamtmodelle die nachfolgenden Größen als Zustände verwendet:

- $\mathcal{M}_1/\mathcal{M}_2$: $i_{d,ds}, i_{q,ds}, i_{d,dr}, i_{q,dr}, i_{d,df}, i_{q,df}, i_{d,tp}, i_{q,tp}, i_{ld,ts}, i_{lq,ts}, u_z$
- $\mathcal{M}_3$: $i_{d,ds}, i_{q,ds}, i_{d,dr}, i_{q,dr}, i_{d,tp}, i_{q,tp}, i_{ld,ts}, i_{lq,ts}, u_z$.

Somit sind die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ vollständig durch dq -Größen festgelegt. Für $\mathcal{M}_1$ ist dies nicht möglich und aufgrund des vollständigen Umrichtermodells bleibt eine Abhängigkeit von den Winkeln φ_n und φ_{de} . Auf Basis der mathematischen Beschreibung der Gesamtmodelle werden nun die stationären Arbeitspunkte untersucht.

2.4.1 Stationäre Arbeitspunkte der Gesamtmodelle

Im stationären Betrieb verschwinden die zeitlichen Ableitungen aller Systemgrößen, d. h. die dq -Komponenten der Spannungen und Ströme sowie die Zwischenkreisspannung sind konstant. Es stellt daher für die weitere Rechnung keine Einschränkung dar, für Spannung und Strom ein symmetrisches Dreiphasensystem anzunehmen. Unter dieser Voraussetzung folgen die Gesamtwirkleistung P_{ges} und die Gesamtblindleistung Q_{ges} mit (2.169) in der Form

$$P_{ges} = \underbrace{\frac{3}{2}\hat{u}_{d,n}(i_{d,ds} + i_{d,tp})}_0 + \frac{3}{2}\hat{u}_{q,n}(i_{q,ds} + i_{q,tp}) = \underbrace{-\frac{3}{2}\hat{u}_n i_{q,ds}}_{P_{ds}} - \underbrace{\frac{3}{2}\hat{u}_n i_{q,tp}}_{P_{tp}} \quad (2.175a)$$

$$Q_{ges} = \frac{3}{2}\hat{u}_{q,n}(i_{d,ds} + i_{d,tp}) - \underbrace{\frac{3}{2}\hat{u}_{d,n}(i_{q,ds} + i_{q,tp})}_0 = \underbrace{-\frac{3}{2}\hat{u}_n i_{d,ds}}_{Q_{ds}} - \underbrace{\frac{3}{2}\hat{u}_n i_{d,tp}}_{Q_{tp}} \quad (2.175b)$$

mit den Teilwirkleistungen P_{ds} und P_{tp} sowie den Teilblindleistungen Q_{ds} und Q_{tp} von DASM und Transformator. Ferner wird für die Blindleistung Q_g am Eingang der Gleichrichterseite des Umrichters die Bedingung

$$Q_g = \frac{3}{2}u_{lq,g}i_{ld,ts} - \frac{3}{2}u_{ld,g}i_{lq,ts} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.176)$$

gefordert, um den Umrichter dort nicht zusätzlich zu belasten. Damit sind die stationären Arbeitspunkte der Gesamtmodelle durch Vorgabe von P_{ges} , Q_{ges} und der Rotorwinkelgeschwindigkeit ω_{dm} bzw. ω_{de} bestimmt.

Aufgrund der gepulsten Gatesignale der Gestalt (2.136) existieren für $\mathcal{M}_1$ keine exakten stationären Arbeitspunkte mit Ausnahme trivialer Fälle. Diese annähernd stationären Arbeitspunkte stimmen aber für

$$P_{v,e} = 0 \quad (2.177)$$

näherungsweise mit denen von $\mathcal{M}_2$ überein. Daher werden im Weiteren nur die stationären Arbeitspunkte von $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ berechnet. Hierfür benutzt man die Differentialgleichungen der entsprechenden Gesamtmodelle und setzt sämtliche Ableitungen zu Null. Dadurch werden diese Gleichungen unabhängig von der konstanten Zwischenkreisspannung u_z . Zusätzlich wird die Bedingung (2.176) gefordert. Über (2.175) gibt man schließlich die Wirk- und Blindleistung des Gesamtmodells vor und es ist ein sinnvoller Wert für die Rotordrehzahl zu wählen. Infolgedessen erhält man jeweils für $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ ein nichtlineares Gleichungssystem für die Spannungen und Ströme des stationären Arbeitspunkts. Diese nichtlinearen Gleichungssysteme werden in MATLAB mit dem Befehl `fsolve` numerisch gelöst.

Zusammenfassend wurde in diesem Kapitel die mathematische Modellierung des elektrischen Systems eines Pumpspeicherkraftwerks mit variabler Drehzahl detailliert dargestellt. Im nächsten Kapitel erfolgt eine Bestimmung der unbekannten Parameter der Modelle. Hierfür wird unter anderem der Eisenverlustwiderstand der DASM approximiert. Außerdem wird die Identifikation der Spannungs-Strom-Kennlinie des IEGTs mit Freilaufdiode und der Parameter der quadratischen Polynome der Verlustleistung durchgeführt.

3 Parametrierung

Dieses Kapitel umfasst die Parametrierung der Modelle aus Kapitel 2. Dafür wird zunächst in Abschnitt 3.1 der Eisenverlustwiderstand bestimmt. Darauffolgend behandelt Abschnitt 3.2 die Parametrierung des Umrichters. Alle berechneten Ergebnisse sind schließlich in Anhang A zusammengefasst. Weitere Parameterwerte sowie sämtliche Nenndaten wurden aus der Diplomarbeit [2] übernommen.

3.1 Parametrierung des Eisenverlustwiderstands

Die Parametrierung des Eisenverlustwiderstands R_{df} der DASM erfolgt durch Vorgabe des Verlustleistungsverhältnisses p_{dk}/p_{df} in einem stationären Arbeitspunkt der Maschine. Ein solcher Betriebspunkt der DASM ergibt sich dabei durch Nullsetzen der zeitlichen Ableitungen in (2.81). Weiters wird die Gesamtwirkleistung P_d und Gesamtblindleistung Q_d der DASM analog zu (2.175) über

$$P_d = -\frac{3}{2}\hat{u}_n(i_{q,ds} + i_{q,dr}) \quad (3.1a)$$

$$Q_d = -\frac{3}{2}\hat{u}_n(i_{d,ds} + i_{d,dr}) \quad (3.1b)$$

vorgegeben. Die Rotordrehzahl ω_{dm} bzw. ω_{de} ist darin frei wählbar. Es wird nun für das Verlustleistungsverhältnis eines stationären Arbeitspunktes der Wert einer ähnlichen ebenfalls in einem Pumpspeicherkraftwerk eingesetzten DASM verwendet. Hierfür wird die Wirk- und Blindleistung (3.1) dieses Betriebspunktes entsprechend dem Nennscheinstromverhältnis skaliert. Die Rotordrehzahl bleibt hingegen gleich. Folglich erhält man mit (2.81) und (2.86) ein nichtlineares Gleichungssystem für die Spannungen und Ströme im stationären Arbeitspunkt sowie für R_{df} . Die numerische Berechnung erfolgt schließlich in MATLAB mit dem Befehl `fsolve` und den Werten in Tabelle 3.1. Das Ergebnis für R_{df} ist in Tabelle A.2 zu finden.

Parameter	Wert	
P_d	-302.95	MW
Q_d	-146.73	MVA _r
ω_{de}	$2\pi 47.5$	rad/s
p_{dk}/p_{df}	2.53	—

Tabelle 3.1: Werte für die MATLAB-Berechnung.

3.2 Parametrierung der Umrichtermodelle

Für die Parametrierung der Umrichtermodelle wird zunächst die Spannungs-Strom-Kennlinie $u_{CE}(i_C)$ des ST1500GXXH22 [18] identifiziert. Darauf aufbauend erfolgt die Identifikation der Verlustleistungen $P_{v,g}$ und $P_{v,w}$.

3.2.1 Identifikation der Spannungs-Strom-Kennlinie

In [20] ist der typische Verlauf der Spannungs-Strom-Kennlinie eines IGBTs beschrieben. Damit kann man für die $u_{CE}(i_C)$ -Kennlinie des ST1500GXXH22 [18] einen Ansatz der Form

$$u_{CE}(i_C) = \begin{cases} c_{1,t} \log(1 + c_{2,t} i_C) + c_{3,t} i_C + c_{4,t} & \text{für } i_{C,lin} \leq i_C \\ R_{lin} i_C & \text{für } 0 \leq i_C < i_{C,lin} \\ c_{1,d} \log(1 + c_{2,d} i_C) + c_{3,d} i_C & \text{für } i_C < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

mit den Parametern R_{lin} , $i_{C,lin}$, $c_{1,t}$, $c_{2,t}$, $c_{3,t}$, $c_{4,t}$, $c_{1,d}$, $c_{2,d}$ und $c_{3,d}$ ableiten. Der Widerstand R_{lin} wird dabei mit der maximalen Sperrspannung $u_{CE,m}$ und dem Cut-Off Kollektorstrom $i_{C,c}$ in Tabelle A.5 zu

$$R_{lin} = \frac{u_{CE,m}}{i_{C,c}} \quad (3.3)$$

berechnet. Die Identifikation der Parameter aus (3.2) erfolgt in MATLAB mit dem Befehl `lsqnonlin`. Die hierfür verwendeten Werte in Tabelle 2.1 werden noch um zusätzliche Datenpunkte aus [18] ergänzt und der vertikale Spannungsbereich bei $i_C = 0$ bleibt zunächst unberücksichtigt. Dies liefert die Parameter $c_{1,t}$, $c_{2,t}$, $c_{3,t}$ und $c_{4,t}$ des I. Quadranten sowie die Parameter $c_{1,d}$, $c_{2,d}$ und $c_{3,d}$ des III. Quadranten der approximierten $u_{CE}(i_C)$ -Kennlinie. Der Strom $i_{C,lin}$ ergibt sich schließlich durch den Schnittpunkt der Approximation im I. Quadranten mit $R_{lin} i_C$. Die Ergebnisse der Parameter von (3.2) sind in Tabelle A.6 zusammengefasst.

Die approximierte Spannungs-Strom-Kennlinie wird in Abbildung 3.1 (oben) den Datenpunkten aus Tabelle 2.1 gegenübergestellt und der Fehler ist in Abbildung 3.1 (unten) dargestellt. Man erkennt, dass der Verlauf nach (3.3) mit einer maximalen betraglichen Abweichung von 4 % nur geringfügig von den Werten aus dem Datenblatt [18] abweicht. Im Weiteren werden mit der approximierten $u_{CE}(i_C)$ -Kennlinie des ST1500GXXH22 die Parameter der quadratischen Verlustleistungspolynome in (2.161) bestimmt.

3.2.2 Identifikation der Verlustleistungen

Die Verlustleistungen der Gleich- bzw. Wechselrichterseite werden entsprechend Abschnitt 2.3 durch ein quadratisches Polynom approximiert. Dafür werden zunächst die Anzahl an seriell- und parallel geschalteten Blöcken $\mathcal{B}$ ermittelt. Unter Zuhilfenahme der Werte in Tabelle A.4 und Tabelle A.5 folgen die Parameter $n_{s,g}$, $n_{p,g}$, $n_{s,w}$ und $n_{p,w}$ zu

$$n_{s,g} = \left\lceil \frac{u_{z,N}}{u_{CE,m}} \right\rceil \quad n_{p,g} = \left\lceil \frac{2}{3} \frac{S_{g,N}}{\hat{u}_{g,N} \hat{i}_{C,m}} \right\rceil \quad (3.4a)$$

$$n_{s,w} = \left\lceil \frac{u_{z,N}}{u_{CE,m}} \right\rceil \quad n_{p,w} = \left\lceil \frac{2}{3} \frac{S_{w,N}}{\hat{u}_{w,N} \hat{i}_{C,m}} \right\rceil. \quad (3.4b)$$

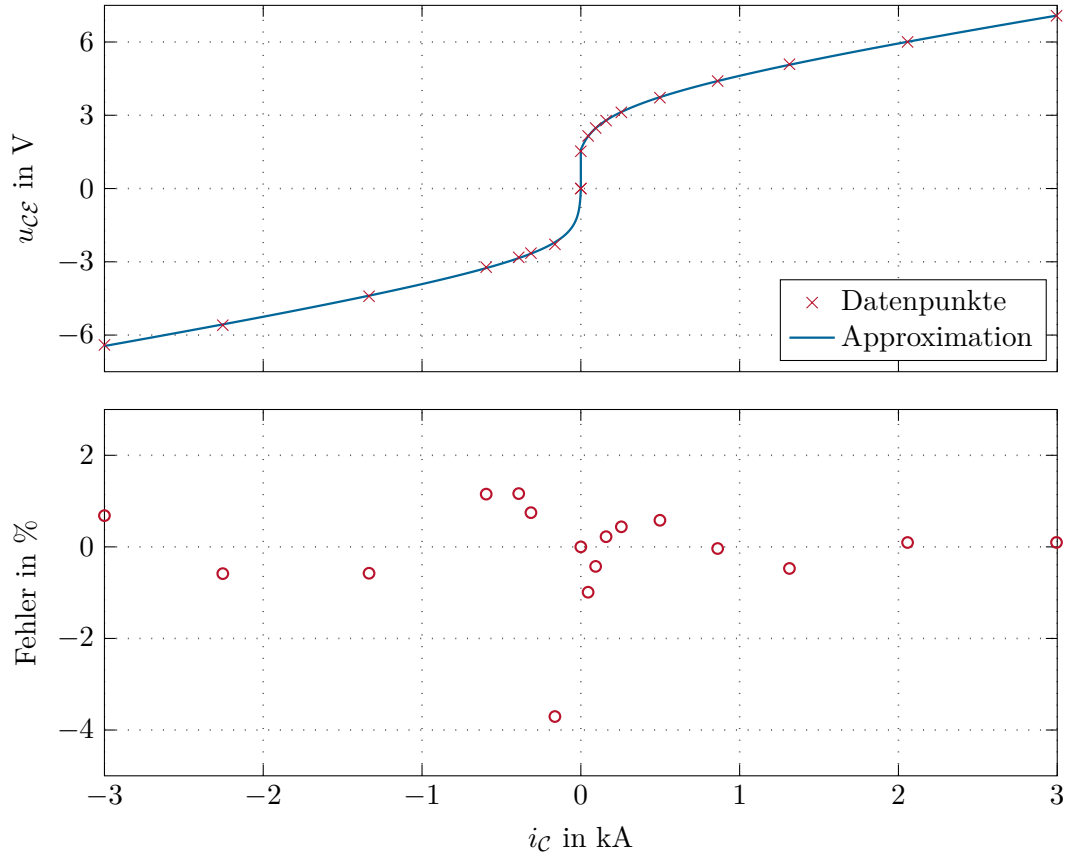


Abbildung 3.1: Approximation (oben) und Fehler der Approximation (unten) der $u_{C\epsilon}(i_C)$ -Kennlinie des ST1500GXH22 [18].

Die Klammer $\lceil \cdot \rceil$ bedeutet dabei, dass deren Inhalt auf die nächste ganze Zahl aufgerundet wird. Die in (3.4) berechneten Parameter sind in Tabelle A.7 angeführt. Es sei darauf hingewiesen, dass hier ohne Sicherheitsfaktoren gearbeitet wurde und keine exakte thermische Auslegung vorliegt. Im Wesentlichen ist lediglich eine Anpassung der Spannungs-Strom-Kennlinie vorgenommen worden. Weiters werden die Spannungen und Ströme als symmetrisches Dreiphasensystem festgelegt. Dabei sind die Verläufe der Phase a der Gleichrichterseite durch (2.151) bestimmt. Die restlichen Phasen derselben Seite und die Phasen auf der Wechselrichterseite ergeben sich sinngemäß auf gleiche Weise. Die Sollspannungsamplituden $\hat{u}_g^*$ und $\hat{u}_w^*$ sowie die Signalperiodendauern T_g und T_w werden mit Tabelle A.4 und $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s als

$$\hat{u}_g^* = \hat{u}_{g,N} \quad T_g = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (3.5a)$$

$$\hat{u}_w^* = \hat{u}_{w,N} \quad T_w = \frac{2\pi}{\omega_n - \omega_{de}} \quad (3.5b)$$

vorgegeben. Für die Phasenverschiebungswinkel und vorerst auch für die Adaptionparameter verwendet man die Werte in Tabelle 3.2.

Parameter	Wert	
φ_g	0	°
φ_w	53.13	°
ξ_g, ξ_w	1	—

Tabelle 3.2: Werte für die Identifikation in MATLAB.

In MATLAB werden mit dem Befehl `lsqlin` die quadratischen Ansatzpolynome der Form (2.161) so bestimmt, dass der quadratische Fehler zur numerischen Berechnung laut (2.148) minimal wird. Das Ergebnis ist eine Approximation des Verlaufs der Verlustleistung für den Fall, dass der Umrichter aus den gewählten Bauteilen aufgebaut wäre. Um diese Verläufe nun mit den gemessenen Werten der Verlustleistungen des betrachteten Systems abzugleichen, werden die Korrekturfaktoren ξ_g und ξ_w eingeführt. Das Ziel ist es dabei, dass bei den Stromamplituden $\hat{i}_g$ und $\hat{i}_w$ die gemessenen Verlustleistungen $P_{v,g}$ und $P_{v,w}$ auftreten. Die hierfür benutzten Werte sind in Tabelle 3.3 zu finden. Die Ergebnisse von ξ_g

Parameter	Wert	
$\hat{i}_g$	4.60	kA
$\hat{i}_w$	7.67	kA
$P_{v,g}$	288.77	kW
$P_{v,w}$	659.83	kW

Tabelle 3.3: Werte zur Bestimmung der Adaptionparameter ξ_g und ξ_w .

und ξ_w wurden Tabelle A.7 hinzugefügt. Schließlich sind die identifizierten und adaptierten Parameter $c_{2,g}$, $c_{2,w}$, $c_{1,g}$ und $c_{1,w}$ in Tabelle A.8 zusammengefasst.

Abbildung 3.2 zeigt nun die Approximation (oben) und den Fehler der Approximation (unten) der Verlustleistung $P_{v,g}$ der Gleichrichterseite des Umrichters. Der maximale Fehler bleibt unter 4 kW und ist dabei wesentlich kleiner als der im realen Betrieb auftretende Eigenverbrauch $P_{v,e}$ in Tabelle A.4.

In Abbildung 3.3 sind die Approximation (oben) und der Fehler der Approximation (unten) der Verlustleistung $P_{v,w}$ der Wechselrichterseite des Umrichters dargestellt. Auch hier ist der Fehler mit maximal 10 kW gering im Vergleich zu $P_{v,e}$ in Tabelle A.4.

Somit sind die Modelle vollständig parametrierbar und im nächsten Kapitel erfolgen nun die Simulationsstudien. Darin wird das stationäre und das dynamische Verhalten untersucht.

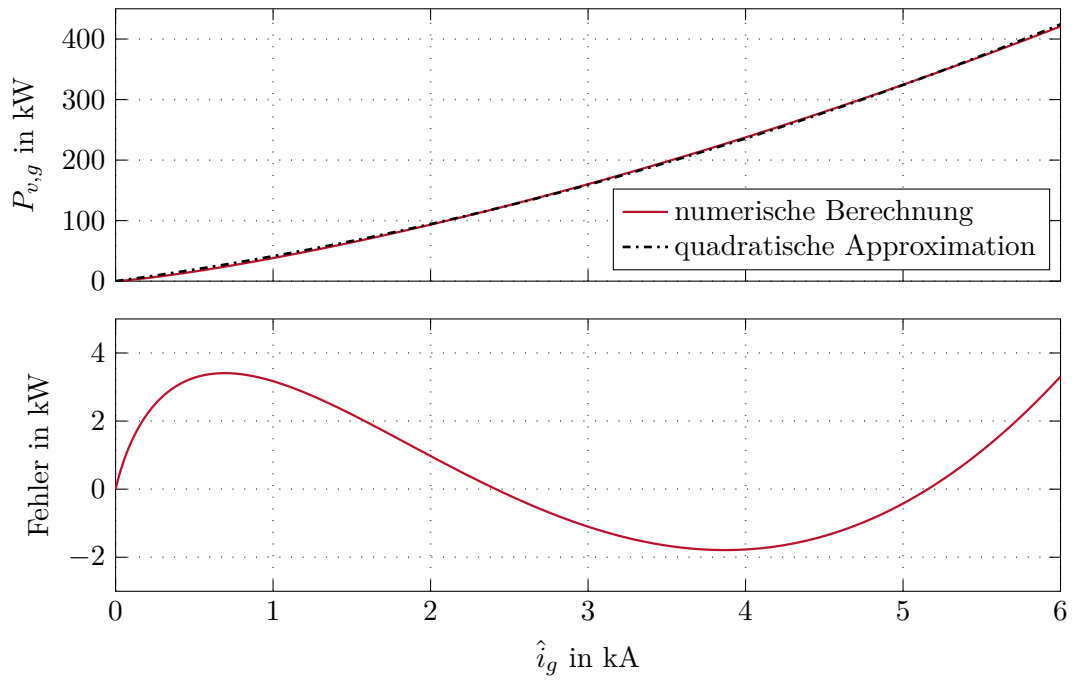


Abbildung 3.2: Approximation (oben) und Fehler der Approximation (unten) der Verlustleistung $P_{v,g}$ der Gleichrichterseite des Umrichters.

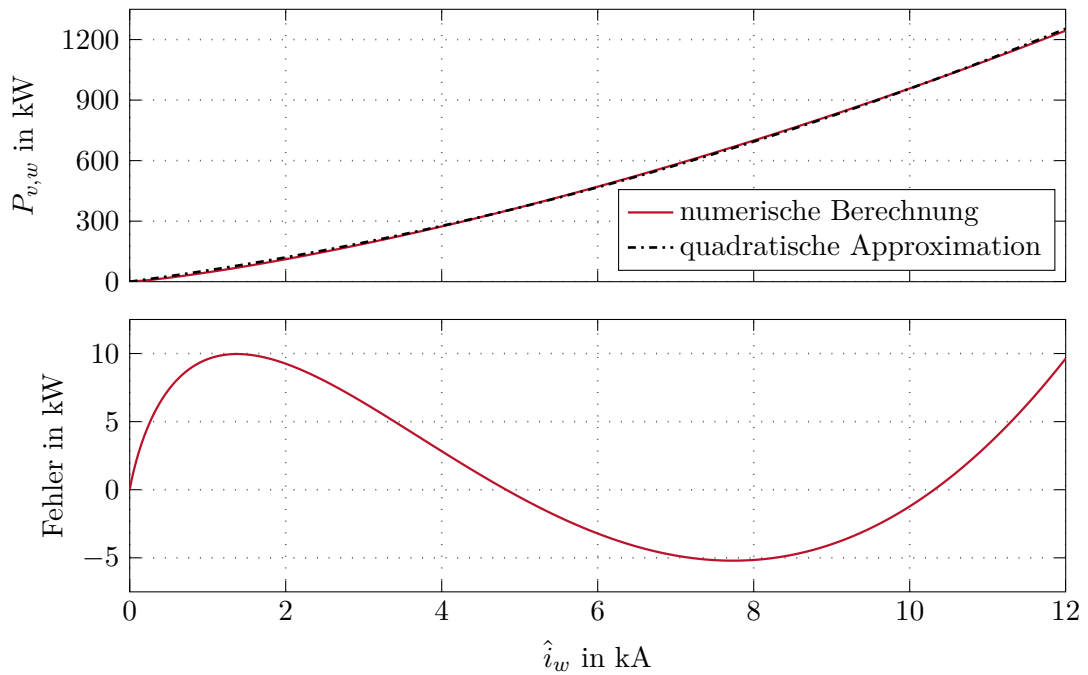


Abbildung 3.3: Approximation (oben) und Fehler der Approximation (unten) der Verlustleistung $P_{v,w}$ der Wechselrichterseite des Umrichters.

4 Simulationsstudien

In diesem Kapitel erfolgt eine Auswertung der in Kapitel 2 eingeführten und in Kapitel 3 parametrisierten Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$. Hierzu wird in Abschnitt 4.1 das stationäre Verhalten und in Abschnitt 4.2 das dynamische Verhalten der Gesamtmodelle untersucht.

Für das Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$ werden für die Sollspannungen $u_{ld,g}^*$, $u_{lq,g}^*$, $u_{ld,w}^*$ und $u_{lq,w}^*$ die Werte von $u_{ld,g}$, $u_{lq,g}$, $u_{ld,w}$ und $u_{lq,w}$ aus dem Gesamtmodell $\mathcal{M}_2$, welches lediglich die Grundsicherungen betrachtet, herangezogen. Um den Fehler durch die PWM gering zu halten, werden die Sollspannungen laut [19] zeitlich um $T_p/2$ verschoben. Die Ströme in den Halbleiterbauelementen führen ebenfalls zu einer Abweichung der Umrichterspannungen. Daher erfolgt eine Korrektur der Tastverhältnisse entsprechend den Stromwerten im stationären Arbeitspunkt des Gesamtmodells $\mathcal{M}_2$. In den Simulationsstudien wird die Zwischenkreisspannung über

$$u_z = u_{z,N} \quad (4.1)$$

mit $u_{z,N}$ aus Tabelle A.4 vorgegeben ¹. Außerdem wird $P_{v,e} = 0$ für einen konsistenten Vergleich der Gesamtmodelle angenommen.

4.1 Stationäres Verhalten

Es erfolgt nun die Untersuchung des stationären Verhaltens der Gesamtmodelle. Dafür werden die stationären Arbeitspunkte aus Abschnitt 2.4 mit (2.176) im Bereich

$$P_{ges} = -300 \text{ MW} \dots 300 \text{ MW} \quad (4.2a)$$

$$Q_{ges} = 0.5 P_{ges} \quad (4.2b)$$

berechnet. Die Rotordrehzahl ω_{de} wird als $2\pi 47.5 \text{ rad/s}$, $2\pi 50 \text{ rad/s}$ und $2\pi 52.5 \text{ rad/s}$ vorgegeben. In den Abbildungen werden die dargestellten Größen des Gesamtmodells $\mathcal{M}_1$ über eine Signalperiodendauer $2\pi/\omega_n$ (Stator) bzw. $2\pi/|\omega_n - \omega_{de}|$ (Rotor) gemittelt.

Abbildung 4.1 zeigt links die Spannungsamplituden $\hat{u}_g$ und $\hat{u}_w$ der Gleichrichterseite (oben) und der Wechselrichterseite (unten) des Umrichters für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ bei Variation von ω_{de} . Rechts ist die Differenz der Spannungsamplituden von $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ dargestellt. Diese Spannungen werden auf die Gesamtmodelle geschaltet, um die laut (4.2) geforderten stationären Arbeitspunkte vorzugeben. Für die mit der Netzkreisfrequenz synchrone Rotordrehzahl $\omega_{de} = 2\pi 50 \text{ rad/s}$ ist der Spannungsabfall am

¹Da die Zwischenkreisspannung u_z durch zeitliche Integration von $i_{z,g}$ und $i_{z,w}$ ermittelt wird, würden bereits kleine numerische Fehler zu einem Wegdriften der Spannung führen. Es wird daher angenommen, dass die Zwischenkreisspannung durch einen Regler stabilisiert wird und daher $u_z = u_{z,N} = \text{konstant}$ gesetzt werden kann.

Transformator sehr gering und die Amplitude der Sekundärspannung erreicht nahezu den Nennwert. Ein Vergrößern oder Verkleinern der Rotordrehzahl führt zu einer Abnahme der Spannungsamplitude auf der Sekundärseite. Im Rotor ist die Spannungsamplitude für $\omega_{de} = 2\pi 50 \text{ rad/s}$ verschwindend und steigt für Variation von ω_{de} an. Aufgrund der gepulsten Charakteristik der Umrichterspannungen in $\mathcal{M}_1$ resultiert eine Abweichung zu $\mathcal{M}_2$. Die Spannungsdifferenz der Gesamtmodelle ist auf der Sekundärseite deutlich größer als auf der Rotorseite, da hier das Verhältnis der Signalperiodendauer zu Pulsperiodendauer wesentlich kleiner ist. Grundsätzlich ist die Spannungsdifferenz im Vergleich zu den Spannungsamplituden aber sehr gering.

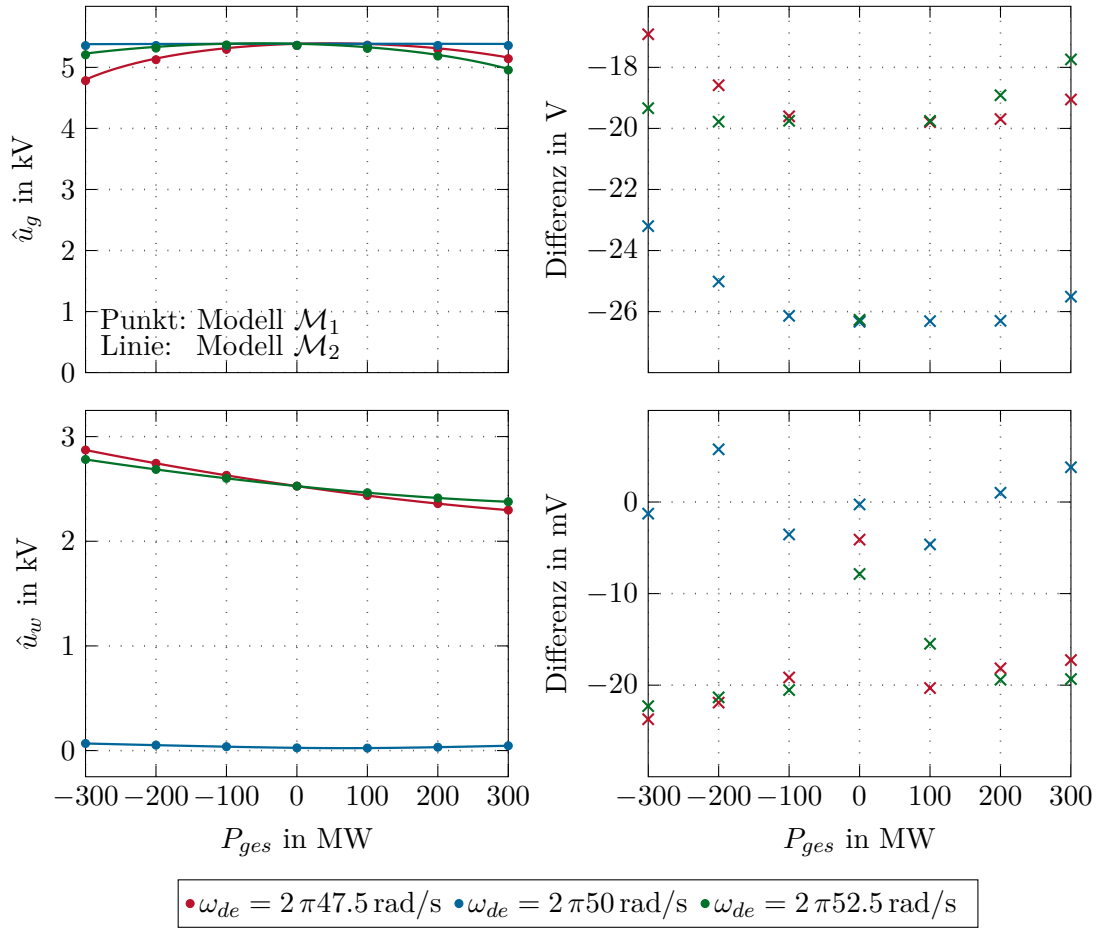


Abbildung 4.1: Links: Die Spannungsamplituden der Gleichrichterseite (oben) und der Wechselrichterseite (unten) des Umrichters für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und Variation von ω_{de} . Rechts: Differenz der Spannungsamplituden von $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$.

In Abbildung 4.2 ist die Statorwirkleistung P_{ds} der DASM (links) und die Primärwirkleistung P_{tp} des Transformators (rechts) für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ bei Variation von ω_{de} dargestellt. Beide Wirkleistungen sind, wie man es auch bei verlustlo-

sen Maschinen erwartet, linear in P_{ges} und $\omega_n - \omega_{de}$. Für $\omega_{de} = 2\pi 50$ rad/s erfolgt der Wirkleistungsaustausch mit dem Netz fast ausschließlich über den Statoranteil.

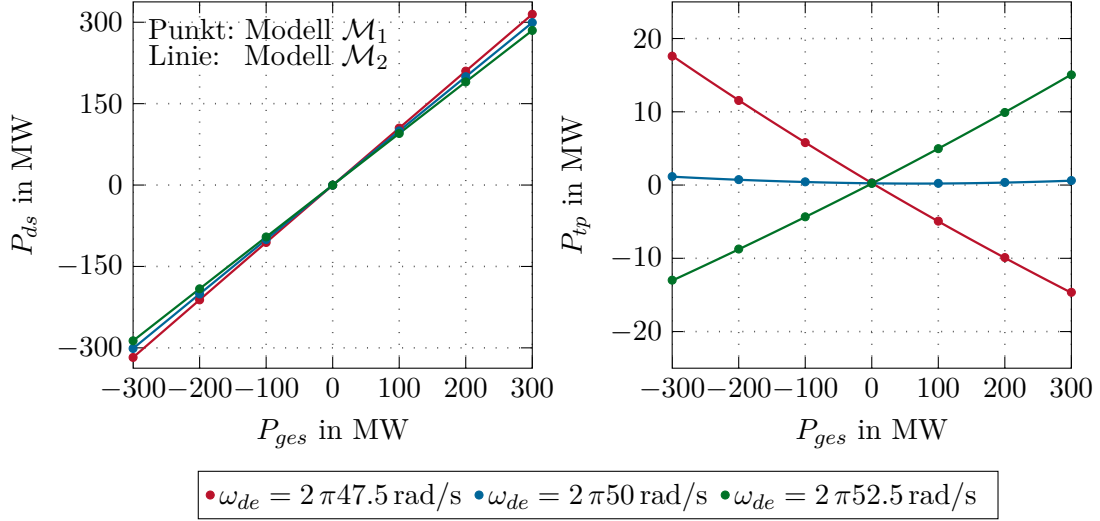


Abbildung 4.2: Statorwirkleistung der DASM (links) und Primärwirkleistung des Transformators (rechts) für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und Variation von ω_{de} .

Im Weiteren werden nun die Verluste betrachtet. Dazu werden zunächst die gemittelte Gesamtverlustleistung $P_{v,ges}$ der Gesamtmodelle für $\mathcal{M}_1$ mit (2.158), $T_g = 2\pi/\omega_n$ und $T_w = 2\pi/|\omega_n - \omega_{de}|$ bzw. für $\mathcal{M}_2$ sowie $\mathcal{M}_3$ mit (2.161) und (2.174) durch

$$\mathcal{M}_1/\mathcal{M}_2 : P_{v,ges} = P_{dk} + P_{df} + P_{tk} + P_{v,g} + P_{v,w} \quad (4.3a)$$

$$\mathcal{M}_3 : P_{v,ges} = P_{dk} + P_{tk} + P_{v,g} + P_{v,w} \quad (4.3b)$$

eingeführt. Hierbei berechnen sich die Verluste P_{dk} und P_{df} der DASM durch Mittelung von p_{dk} und p_{df} in (2.86). Auf sinngemäß gleiche Weise zu P_{dk} ergibt sich dabei die gemittelte Kupferverlustleistung P_{tk} des Transformators.

Im Folgenden werden in Abbildung 4.3 links die Gesamt- sowie die Einzelverluste der Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ für $\omega_{de} = 2\pi 50$ rad/s (oben), $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s (mittig) sowie $\omega_{de} = 2\pi 52.5$ rad/s (unten) gezeigt. Rechts ist die Differenz der Verluste von $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ abgebildet. Für $\omega_{de} = 2\pi 50$ rad/s sind die Verluste im Rotorzweig, d. h. Transformator-kupferverluste P_{tk} und die Umrichterverluste der Gleichrichterseite $P_{v,g}$ wie erwartet verschwindend. Der Einfluss der Umrichterverluste der Wechselrichterseite $P_{v,w}$ ist für diese Rotordrehzahl jedoch nicht unwesentlich. Dies liegt daran, dass selbst bei geringen Rotorleistungen die Rotorströme nicht klein sein müssen, da die zugehörigen Spannungen ja sehr gering werden. Da die Verluste des Umrichters aber von den Ohmschen Verlusten dominiert werden, können auf der Wechselrichterseite die Umrichterverluste nicht vernachlässigt werden. Für die von der Netzfrequenz abweichenden Rotordrehzahlen $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s und $\omega_{de} = 2\pi 52.5$ rad/s erkennt man, dass sich die zuvor verschwindenden Verluste des Transformators und der Gleichrichterseite des Umrichters erhöhen aber trotzdem verhältnismäßig klein bleiben.

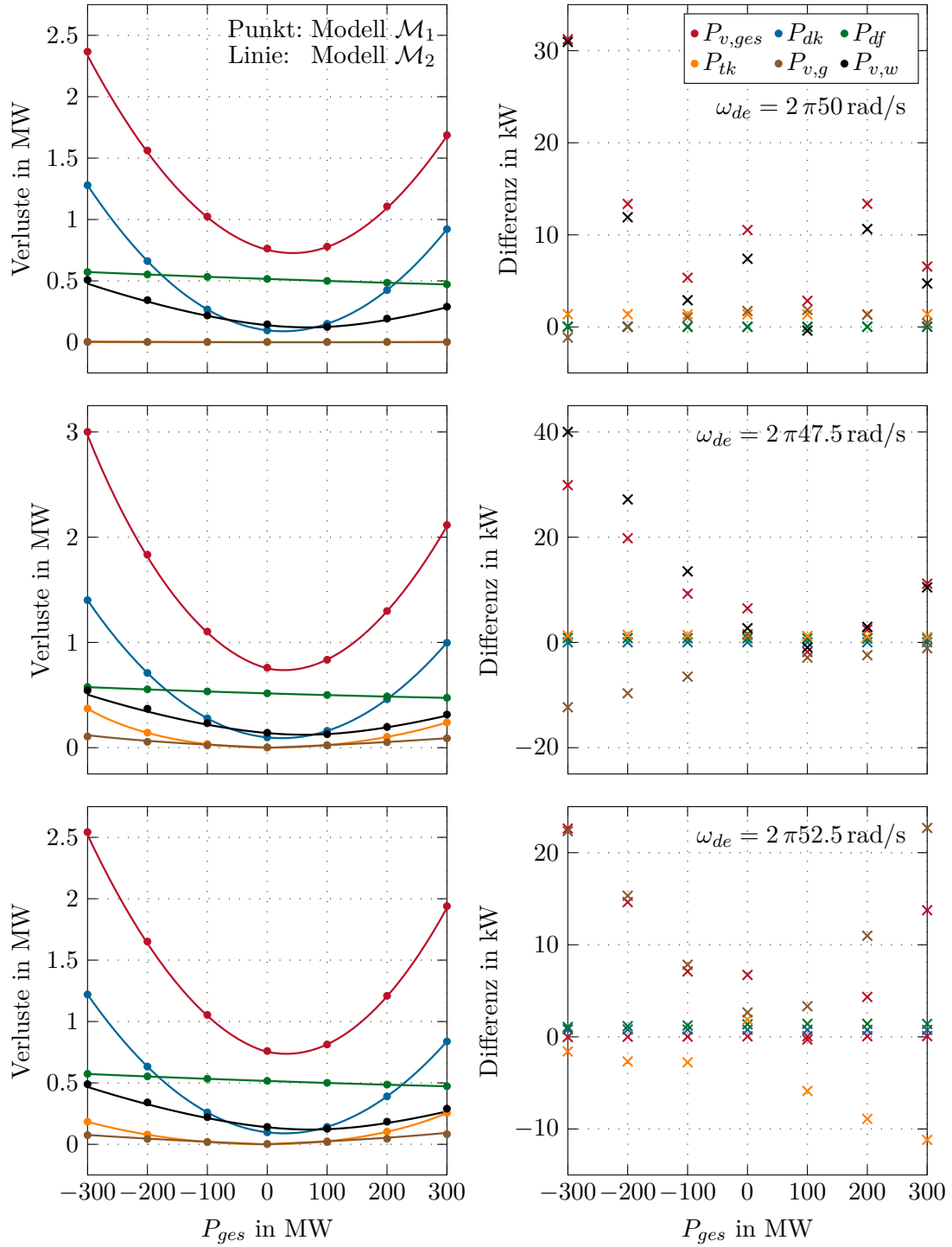


Abbildung 4.3: Links: Gesamt- sowie Einzelverluste der Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und für $\omega_{de} = 2\pi 50 \text{ rad/s}$ (oben), $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$ (mittig) sowie $\omega_{de} = 2\pi 52.5 \text{ rad/s}$ (unten). Rechts: Differenz der Verluste von $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$.

Die DASM-Eisenverluste P_{df} ändern sich in Abhängigkeit von P_{ges} kaum, da die Spannungen der Statorseite konstant sind. Die DASM-Kupferverluste P_{dk} sind im Teillastbereich wesentlich kleiner als die Eisenverluste und für sehr geringen Wirkleistungsaustausch mit dem Netz sogar kleiner als die Umrichterverluste der Wechselrichterseite. In diesem Fall treten näherungsweise nur noch Rotorkupferverluste auf. Bei Erhöhung der Leistung in Richtung Volllastbetrieb erhöhen sich die Kupferverluste und werden deutlich größer als die übrigen Verluste. Die Abweichung der Verluste von $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ resultiert zum einen daraus, dass für $\mathcal{M}_1$ die gepulsten Umrichterspannungen von den Sollspannungen abweichen. Dieser Einfluss ist jedoch gering. Der maßgebliche Anteil der Abweichung der Gesamtverluste $P_{v,ges}$ entsteht jedoch durch die Näherung der Umrichterverluste durch quadratische Polynome.

In Abbildung 4.4 ist der Einfluss des Eisenverlustwiderstands auf die Ströme (links) und auf die Verlustleistungen (rechts) für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ bei Variation von ω_{de} zu sehen. Man erkennt, dass das Verhältnis $\hat{i}_{df}/\hat{i}_{dm}$ der Stromamplituden mit ungefähr 0.3 % konstant niedrig ist. Das heißt die Beeinflussung der Ströme durch den Eisenverlustwiderstand ist im stationären Betrieb marginal. Hingegen bewegt sich das Verhältnis $P_{df}/P_{v,ges}$ der Verluste im Bereich von 20 % bis 70 %, was einen wesentlichen Beitrag der Eisenverluste vor allem im Teillastbereich zeigt.

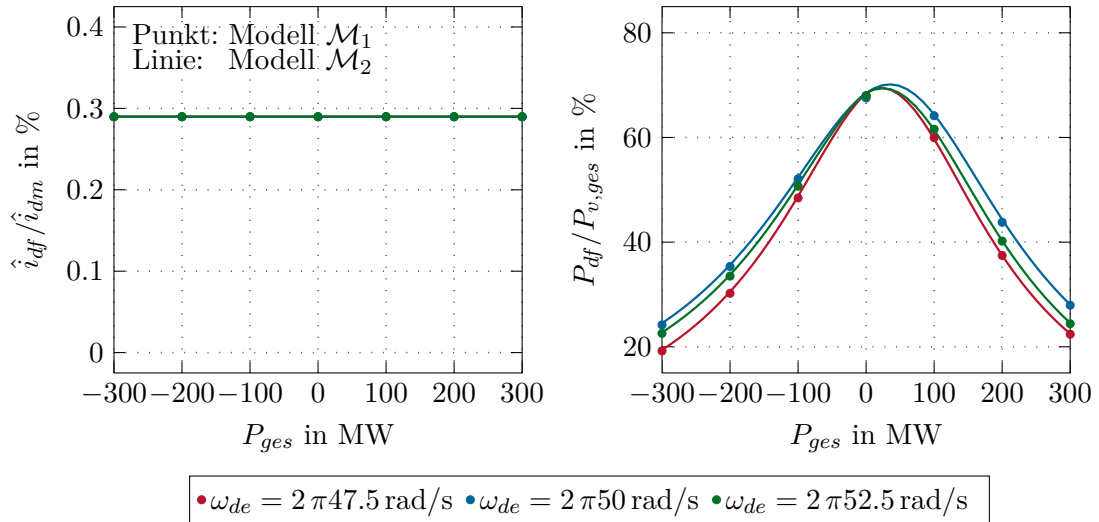


Abbildung 4.4: Einfluss des Eisenverlustwiderstands auf die Ströme (links) und auf die Verlustleistungen (rechts) für die Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ in einem stationären Arbeitspunkt bei $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und Variation von ω_{de} .

4.2 Dynamisches Verhalten

Im Folgenden wird das dynamische Verhalten der Gesamtmodelle untersucht. Hierzu werden zunächst die Eigenwerte $\lambda_{1,d}$, $\lambda_{2,d}$, $\lambda_{3,d}$, $\lambda_{4,d}$, $\lambda_{5,d}$ und $\lambda_{6,d}$ des DASM-Modells mit Eisenverluste für unterschiedliche Werte der Drehzahl ω_{de} bestimmt. Für $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$,

$\omega_{de} = 2\pi 50 \text{ rad/s}$ und $\omega_{de} = 2\pi 52.5 \text{ rad/s}$ sind die Eigenwerte in Tabelle A.9 angegeben. Die Eigenwerte der DASM ohne Eisenverluste unterscheiden sich von den Ergebnissen mit Eisenverlusten kaum, jedoch entfallen $\lambda_{5,d}$ und $\lambda_{6,d}$, da sie vom Eisenverlustwiderstand herrühren. Lediglich $\lambda_{3,d}$ und $\lambda_{4,d}$ sind vom Drehwinkel abhängig. Alle anderen Eigenwerte der DASM sind näherungsweise konstant. In Abbildung 4.5 ist nun die Wurzelortskurve der beiden von der Rotordrehzahl abhängigen Eigenwerte $\lambda_{3,d}$ und $\lambda_{4,d}$ des DASM-Modells dargestellt. Man erkennt, dass hauptsächlich der Imaginärteil durch die Rotordrehzahl

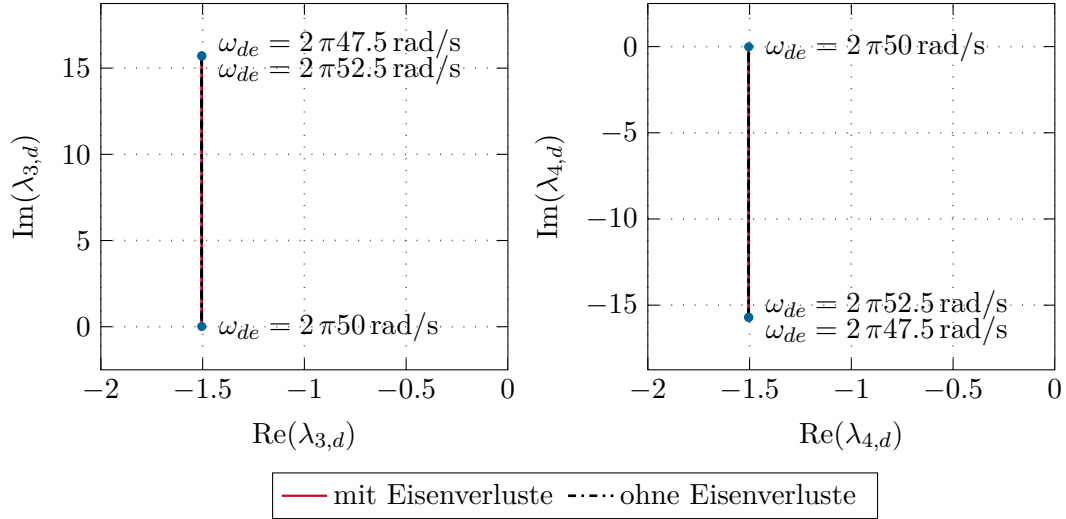


Abbildung 4.5: Wurzelortskurve der beiden von der Rotordrehzahl abhängigen Eigenwerte $\lambda_{3,d}$ und $\lambda_{4,d}$ des DASM-Modells.

beeinflusst wird, der Realteil bleibt hingegen konstant. Die Imaginärteile von $\lambda_{3,d}$ und $\lambda_{4,d}$ können näherungsweise über

$$\text{Im}(\lambda_{3,d}) \approx |\omega_n - \omega_{de}| \quad (4.4a)$$

$$\text{Im}(\lambda_{4,d}) \approx -|\omega_n - \omega_{de}| \quad (4.4b)$$

angegeben werden. Des Weiteren wird das Transformatormodell durch die konstanten Eigenwerte $\lambda_{1,t}$, $\lambda_{2,t}$, $\lambda_{3,t}$ und $\lambda_{4,t}$ charakterisiert, die sich in Tabelle A.10 befinden. Betrachtet man alle Eigenwerte von DASM und Transformator, so stellt man fest, dass deren Realteil im untersuchten Rotordrehzahlbereich stets negativ ist, was, wie erwartet, das stabile Verhalten des Modells bestätigt.

Im Folgenden werden für die Untersuchung des dynamischen Verhaltens zwei Arbeitspunktwechsel durch Ändern der geforderten Gesamtwirkleistung der Form

$$P_{ges} = \begin{cases} 0 \text{ MW} & \text{für } 0.4 \text{ s} > t \\ 150 \text{ MW} & \text{für } 0.4 \text{ s} \leq t < 3.4 \text{ s} \\ 300 \text{ MW} & \text{für } 3.4 \text{ s} \leq t \end{cases} \quad (4.5)$$

vorgegeben. Darüber hinaus wird die Gesamtblindleistung mit (4.2b) und die Blindleistung am Eingang der Gleichrichterseite über (2.176) bestimmt. Die Rotordrehzahl wird zu

$\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s festgelegt. Außerdem ist noch zu beachten, dass für Modell $\mathcal{M}_1$ die Spannungen und Ströme zur Darstellung über eine Pulsperiodendauer T_p gemittelt werden.

Abbildung 4.6 zeigt die Umrichterspannungen im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$. Diese werden für die zwei Arbeitspunktwechsel mit der Gesamtwirkleistung laut (4.5) auf die Gesamtmodelle geschaltet. Die Umrichterspannungen von $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ stimmen gut überein, jedoch zeigt sich für $\mathcal{M}_1$ eine Abweichung. Diese resultiert auf der Sekundärseite hauptsächlich aus dem gepulsten zeitlichen Verlauf der Umrichterspannungen. Auf der Rotorseite ist der Einfluss der PWM geringer, da die Signalperiodendauer deutlich größer ist als auf der Sekundärseite. Für die Spannungsabweichung ist hier hauptsächlich der Strom durch die Halbleiterbauteile verantwortlich.

In Abbildung 4.7 sind die Ströme der DASM der Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die zwei Arbeitspunktwechsel dargestellt. Man erkennt, dass die Dynamik der DASM-Ströme aller Gesamtmodelle gut übereinstimmt und von den Eigenwerten $\lambda_{3,d}$ und $\lambda_{4,d}$ in (4.4) dominiert wird. Die Dämpfung ist für $\mathcal{M}_1$ scheinbar größer als bei den beiden anderen Gesamtmodellen. Dieser Umstand resultiert aber aus der Abweichung in den Umrichterspannungen in Abbildung 4.6 und ist keine Eigenschaft des DASM-Modells oder des Transformatormodells. Im eingeschwungenen Zustand werden für die DASM-Ströme in allen Gesamtmodellen näherungsweise die stationären Werte von $\mathcal{M}_2$ erreicht.

Weiters sind in Abbildung 4.8 die Ströme des Transformators der Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die zwei Arbeitspunktwechsel zu sehen. Die zeitlichen Verläufe aller Transformatorströme stimmen näherungsweise überein. Wie bereits durch die Eigenwerte des Transformatormodells in Tabelle A.10 vermutet, wird das Schwingverhalten durch die Netzkreisfrequenz charakterisiert. Stationär ergeben sich für die Transformatorströme in allen Gesamtmodellen annähernd die Werte von $\mathcal{M}_2$.

Abbildung 4.9 zeigt mit $i_{z,g}$ den Anteil der Gleichrichterseite des Zwischenkreisstroms der Gesamtmodelle $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$. Die Schwingungsfrequenz ist, wie auf der Sekundärseite des Transformators, von der Netzkreisfrequenz geprägt.

Abbildung 4.10 stellt schließlich den Zwischenkreisstrom i_z (oben) und mit $i_{z,w}$ den Anteil der Wechselrichterseite des Zwischenkreisstroms (unten) dar. Bei $i_{z,w}$ wird die Schwingungsfrequenz, analog zur Rotorseite der DASM, von der Differenzkreisfrequenz $\omega_n - \omega_{de}$ dominiert. Der Zwischenkreisstrom berechnet sich laut (2.154) und sollte für eine konstante Zwischenkreisspannung idealer Weise Null sein. D. h. die zeitlichen Verläufe von $i_{z,g}$ und $i_{z,w}$ müssten ident sein. Diese Forderung ist aber aufgrund der unterschiedlichen Schwingungsfrequenzen dieser Ströme nur für den stationären Betrieb erfüllbar. Daher ist es für die Simulationsstudien am ungeregelten System sinnvoll mit (4.1) eine konstante Zwischenkreisspannung vorzugeben.

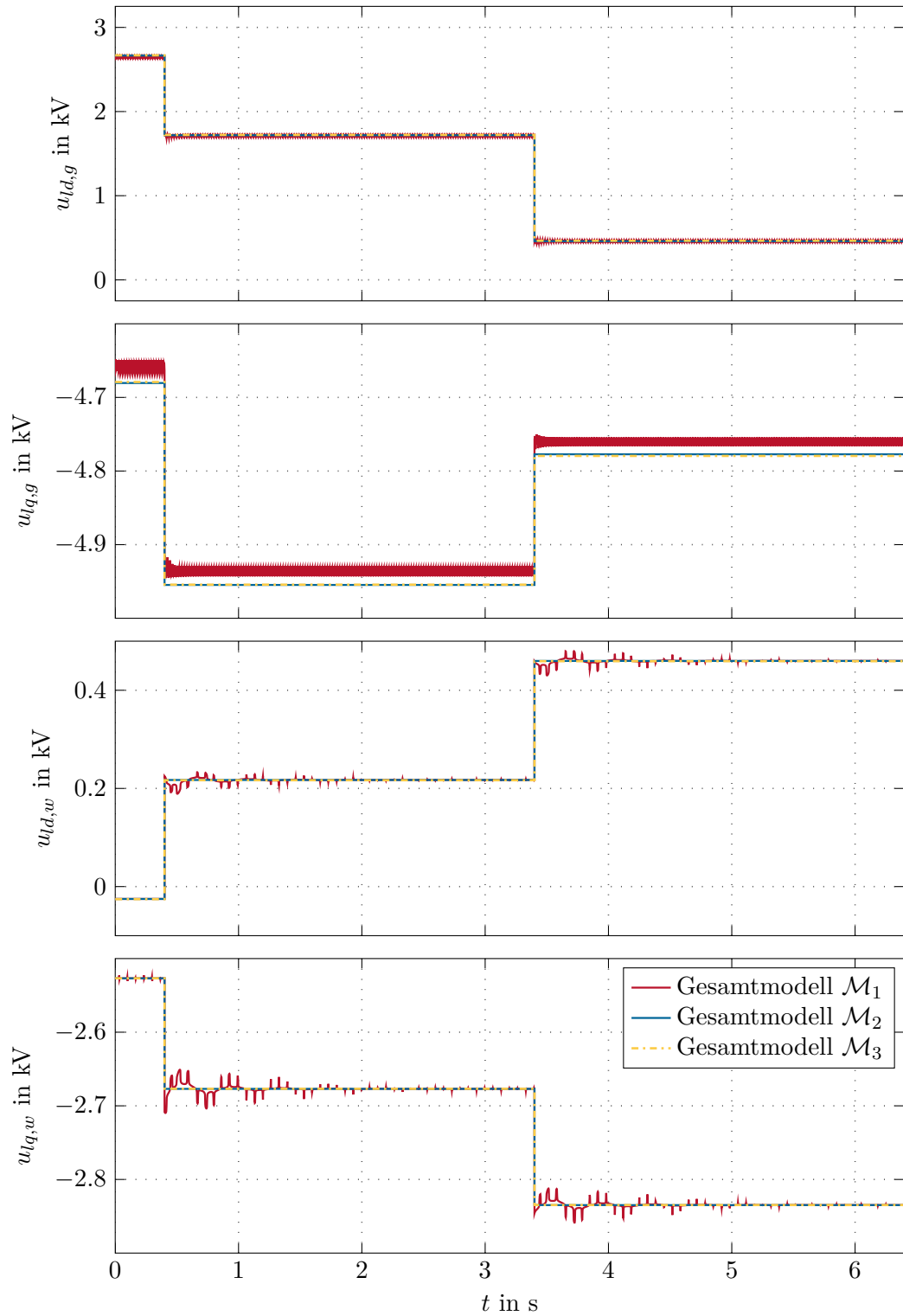


Abbildung 4.6: Umrichterspannungen im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s.

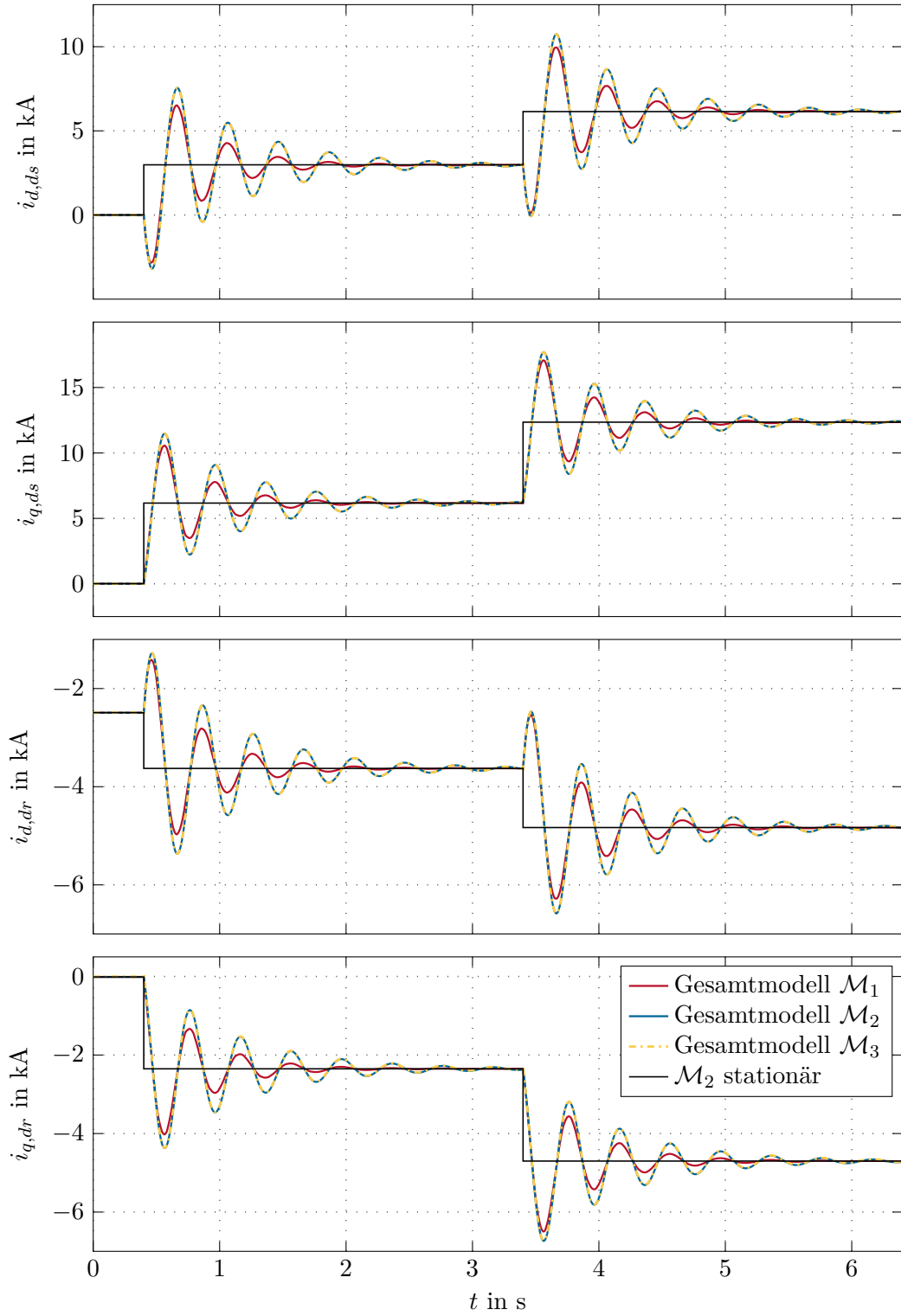


Abbildung 4.7: Ströme der DASM im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungsprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s.

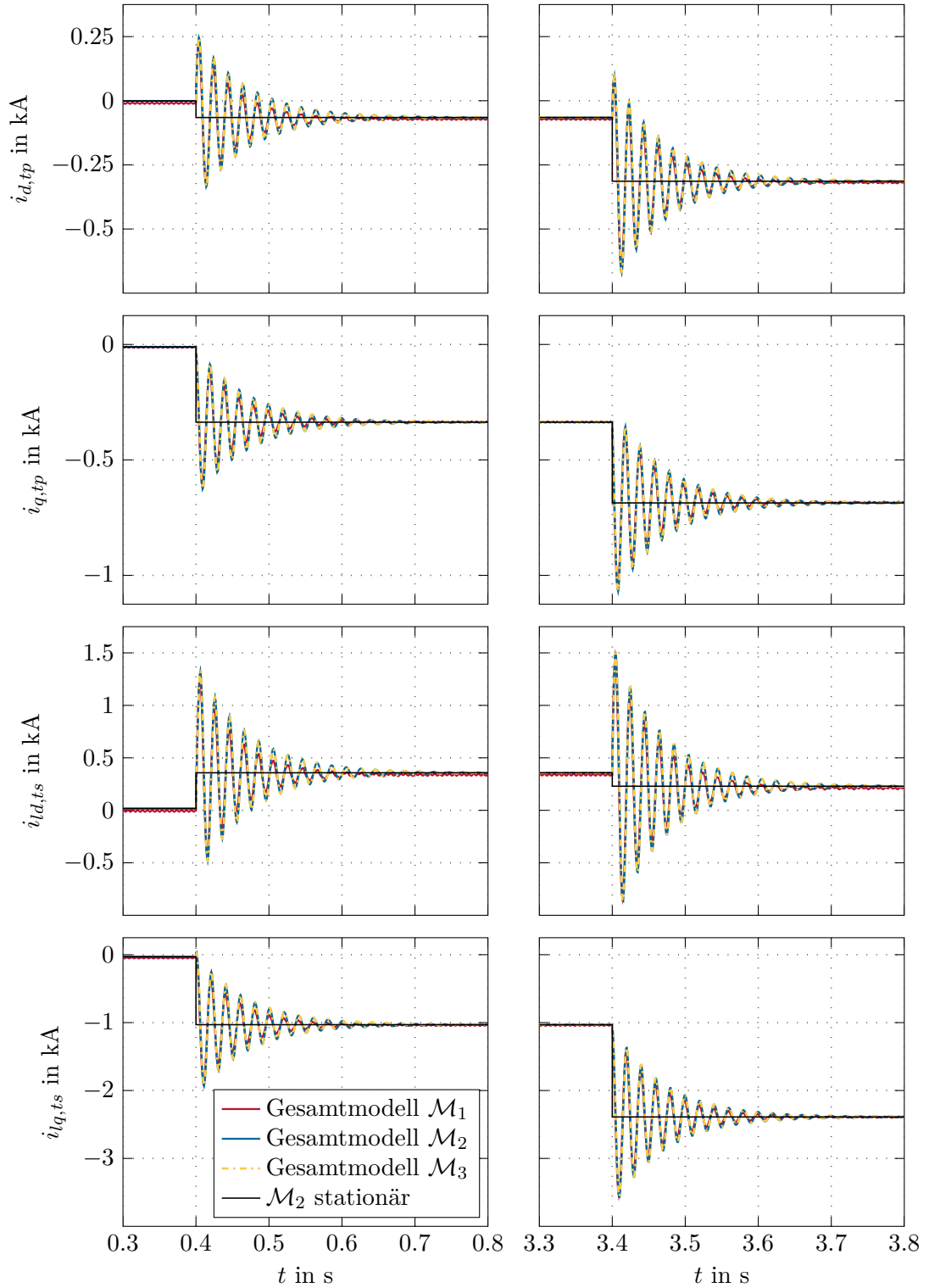


Abbildung 4.8: Ströme des Transformators im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s.

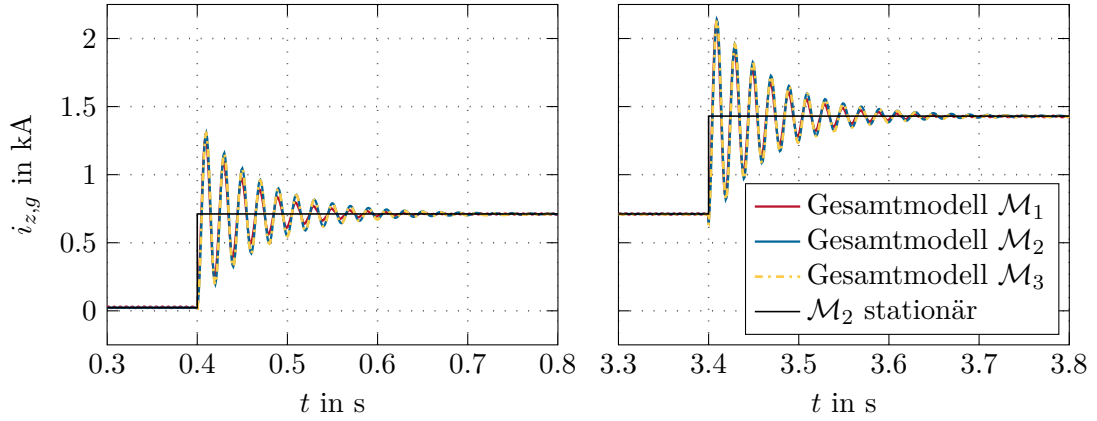


Abbildung 4.9: Anteil der Gleichrichterseite am Zwischenkreisstrom im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s.

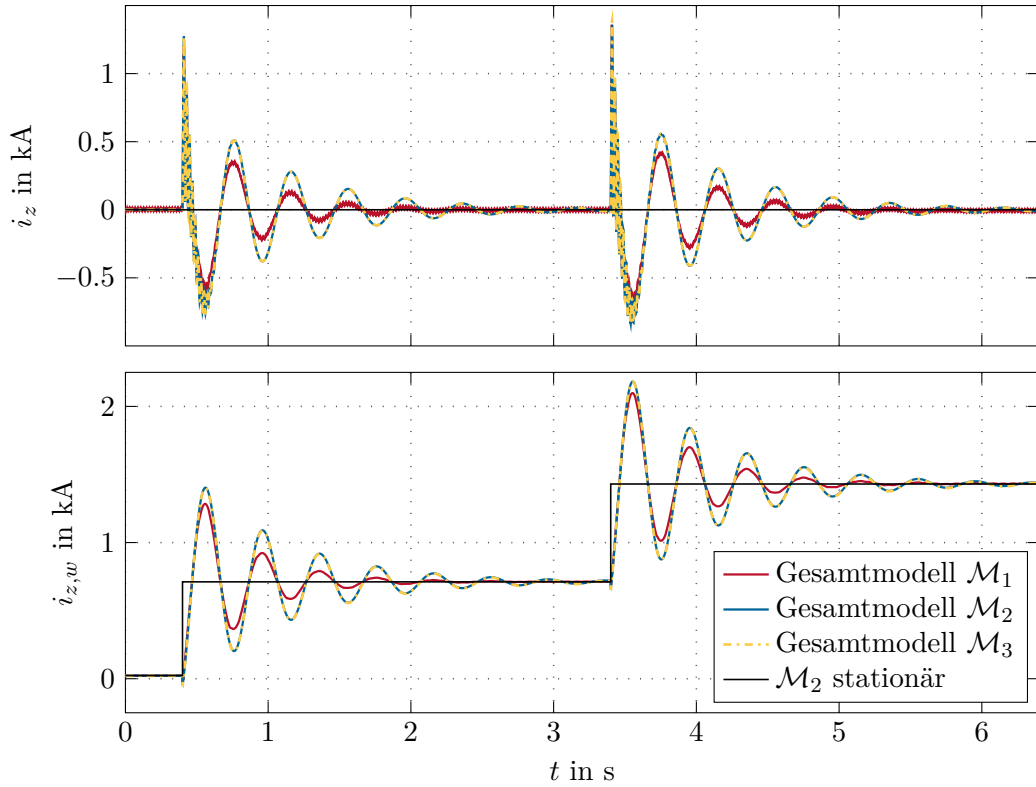


Abbildung 4.10: Zwischenkreisstrom (oben) und Anteil der Wechselrichterseite am Zwischenkreisstrom (unten) im Gesamtmodell $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ und $\mathcal{M}_3$ für die Gesamtleistungssprünge (4.5) mit $Q_{ges}/P_{ges} = 0.5$ und $\omega_{de} = 2\pi 47.5$ rad/s.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der Modellierung und Parametrierung des elektrischen Systems eines Pumpspeicherkraftwerks mit variabler Drehzahl. Für die Modellbildung in Kapitel 2 wurde das elektrische System in die Komponenten doppelt gespeiste Asynchronmaschine (DASM), Transformator und Umrichter gegliedert. Zunächst wurde die DASM betrachtet, die sich aus dem starren Stator, dem beweglichen Rotor und dem dazwischen befindlichen Luftspalt zusammensetzt. Unter Annahme eines homogenen Luftspalts, eines unendlich permeablen Eisenmaterials sowie einer über dem Umfang sinusförmigen Wicklungsverteilung wurde mithilfe der verketteten magnetischen Flüsse und des Induktionsgesetzes die Stromdynamik der Maschine berechnet. Weiters wurde über die Ko-Energie das Moment der DASM bestimmt, womit die Bewegungsgleichung festgelegt ist. Um die Winkelabhängigkeit zu eliminieren, wurde eine nichtlineare Koordinatentransformation durchgeführt. Die transformierten Differentialgleichungen der Stromdynamik konnten einfach in Form von zwei T-Ersatzschaltbildern dargestellt werden, in denen durch Hinzufügen eines Parallelwiderstandes zur Hauptinduktivität die Eisenverluste heuristisch berücksichtigt wurden. Durch Anwenden der Maschen- und Knotenregel auf die T-Ersatzschaltbilder wurde die momentane Gesamtleistung und daraus der für die Momentenbildung verantwortliche Anteil berechnet.

Für die Transformatormodellierung wurde ein linearer, homogener und isotroper magnetischer Werkstoff mit symmetrischen Eisenwegen vorausgesetzt. Eisenverluste wurden nicht berücksichtigt, da sie bei Großtransformatoren normalerweise bei einem Siebtel der Kupferverluste liegen. Die Gestalt der Differentialgleichungen ergab sich schließlich analog zur DASM für einen blockierten Rotor. Zusätzlich war noch die unterschiedliche Verschaltung der Wicklungen im Vergleich zur DASM zu berücksichtigen.

Für den Umrichter wurden zuerst die elektronischen Bauteile als Basis für die Spannungs-Strom-Kennlinie bestimmt. Aufgrund der Eigenschaft dieser Kennlinie konnte für typische Betriebsfälle gezeigt werden, dass die Verluste einer Halbbrücke durch ein von der Stromamplitude abhängiges quadratisches Polynom gut genähert werden können. Mit drei Halbbrücken für die Gleich- sowie für die Wechselrichterseite wurde schließlich der gesamte Umrichter modelliert. Aus der Strombilanz am Zwischenkreiskondensator wurde die Differentialgleichung des vollständigen Umrichtermodells abgeleitet. Betrachtet man lediglich die Grundschwingung der Signale und setzt symmetrische Dreiphasengrößen voraus, konnte die Dynamik des vereinfachten Umrichtermodells durch die Leistungsbilanz am Zwischenkreiskondensator bestimmt werden. Im vereinfachten Modell wurden die Verluste durch stromabhängige Polynome 2. Ordnung angenähert.

Zuletzt wurden in diesem Kapitel mithilfe der Einzelmodelle drei Gesamtmodelle eingeführt. Diese unterscheiden sich durch die Berücksichtigung von Eisenverlusten beim DASM-Modell sowie durch das vollständige bzw. vereinfachte Umrichtermodell.

Im Anschluss erfolgte in Kapitel 3 eine Parametrierung der Modelle. Dafür wurde

zunächst der Eisenverlustwiderstand durch ein bekanntes Verhältnis von Kupfer- zu Eisenverlusten in einem stationären Arbeitspunkt bestimmt. Weiters wurde eine Identifikation der Spannungs-Strom-Kennlinie des IEGTs mit paralleler Freilaufdiode mithilfe eines nichtlinearen Least-Squares-Verfahrens in MATLAB durchgeführt. Darauf aufbauend identifizierte man wiederum in MATLAB die quadratischen Verlustleistungspolynome durch ein lineares Least-Squares-Verfahren.

Zum Abschluss der Arbeit wurden in Kapitel 4 Simulationsstudien zum stationären und dynamischen Verhalten der Gesamtmodelle untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass der Eisenverlustwiderstand für die Verluste maßgeblich ist, jedoch auf die Stromdynamik kaum Einfluss hat. Außerdem konnte die Abschätzung der Umrichterverluste durch vom Stromspitzenwert abhängige Polynome 2.Ordnung als eine gute Näherung bestätigt werden. Mit diesen Erkenntnissen konnte die Schlussfolgerung gezogen werden, dass das Gesamtmodell bestehend aus dem DASM-Modell mit Eisenverlusten, dem Transformatormodell und dem vereinfachten Umrichtermodell eine gute Basis für einen Reglerentwurf oder eine Echtzeit-Optimierung darstellt.

A Systemparameter

Beschreibung	Parameter	Wert	
Netzspannungsamplitude	$\hat{u}_n$	17.146	kV
Netzkreisfrequenz	ω_n	$2\pi 50$	rad/s

Tabelle A.1: Parameter des Netzes.

Beschreibung	Parameter	Wert	
Nennscheinleistung	$S_{d,N}$	365	MV A
statorseitige Nennspannungsamplitude	$\hat{u}_{ds,N}$	17.146	kV
statorseitige Ersatzinduktivität	L_{ds}	8.326	mH
statorseitige Streuinduktivität	L_{ds}^σ	0.442	mH
rotorseitige Ersatzinduktivität	L_{dr}	64.543	mH
rotorseitige Streuinduktivität	L_{dr}^σ	3.709	mH
Koppelinduktivität	L_{dm}	21.900	mH
statorseitiger Wicklungswiderstand	R_{ds}	2.416	m Ω
rotorseitiger Wicklungswiderstand	R_{dr}	10.441	m Ω
Eisenverlustwiderstand	R_{df}	854.75	Ω
Übersetzungsverhältnis	$\ddot{u}_d$	0.36	—
Polpaarzahl	n_p	9	—
Trägheitsmoment	J_d	1 910 000	kg m ²
Verschaltung der Wicklungen	-	Yy	—

Tabelle A.2: Nenndaten und Parameter der DASM.

Beschreibung	Parameter	Wert	
Nennscheinleistung	$S_{t,N}$	45	MV A
primäre Nennspannungsamplitude	$\hat{u}_{tp,N}$	17.146	kV
sekundäre Nennspannungsamplitude	$\hat{u}_{ts,N}$	5.389	kV
primäre Ersatzinduktivität	L_{tp}	75.122	H
primäre Streuinduktivität	L_{tp}^{σ}	15.006	mH
sekundäre Ersatzinduktivität	L_{ts}	22.261	H
sekundäre Streuinduktivität	L_{ts}^{σ}	4.447	mH
Koppelinduktivität	L_{tm}	40.885	H
primärer Wicklungswiderstand	R_{tp}	0.217	Ω
sekundärer Wicklungswiderstand	R_{ts}	64.327	m Ω
Verschaltung der Wicklungen	-	Yd11	—

Tabelle A.3: Nenndaten und Parameter des Transformators.

Beschreibung	Parameter	Wert	
gleichrichterseitige Nennscheinleistung	$S_{g,N}$	37.2	MV A
wechselrichterseitige Nennscheinleistung	$S_{w,N}$	85	MV A
gleichrichterseitige Nennspannungsamplitude	$\hat{u}_{g,N}$	5.389	kV
wechselrichterseitige Nennspannungsamplitude	$\hat{u}_{w,N}$	5.389	kV
Nennzwischenkreisspannung	$u_{z,N}$	12	kV
Zwischenkreiskapazität	C_z	10	mF
Pulsperiodendauer	T_p	1	ms
Eigenverbrauch	$P_{v,e}$	0.167	MW

Tabelle A.4: Nenndaten und Parameter des Umrichters.

Beschreibung	Parameter	Wert	
maximale Sperrspannung	$u_{CE,m}$	4.5	kV
maximale Kollektorstromamplitude	$\hat{i}_{C,m}$	3	kA
Cut-Off Kollektorstrom	$i_{C,c}$	0.15	A

Tabelle A.5: Maximale Werte des IEGTs mit Freilaufdiode.

Beschreibung	Parameter	Wert	
Widerstand im linearen Bereich	R_{lin}	30	k Ω
Stromgrenze zum linearen Bereich	$i_{C,lin}$	52.633	μ A
Koeffizient im I. Quadranten	$c_{1,t}$	0.651	V
Koeffizient im I. Quadranten	$c_{2,t}$	0.026	1/A
Koeffizient im I. Quadranten	$c_{3,t}$	0.885	m Ω
Koeffizient im I. Quadranten	$c_{4,t}$	1.579	V
Koeffizient im III. Quadranten	$c_{1,d}$	-0.486	mV
Koeffizient im III. Quadranten	$c_{2,d}$	-0.399	1/A
Koeffizient im III. Quadranten	$c_{3,d}$	1.001	m Ω

Tabelle A.6: Approximation der Spannungs-Strom-Kennlinie des IEGTs mit Freilaufdiode.

Beschreibung	Parameter	Wert	
Anzahl serieller Blöcke	$n_{s,g}$	3	—
Anzahl serieller Blöcke	$n_{s,w}$	3	—
Anzahl paralleler Blöcke	$n_{p,g}$	2	—
Anzahl paralleler Blöcke	$n_{p,w}$	4	—
Faktor zur Kennlinienanpassung	ξ_g	1.970	—
Faktor zur Kennlinienanpassung	ξ_w	2.953	—

Tabelle A.7: Anpassung der Spannungs-Strom-Kennlinie des IEGTs mit Freilaufdiode.

Beschreibung	Parameter	Wert	
Koeffizient des Approximationspolynoms	$c_{1,g}$	35.390	V
Koeffizient des Approximationspolynoms	$c_{1,w}$	44.660	V
Koeffizient des Approximationspolynoms	$c_{2,g}$	5.887	m Ω
Koeffizient des Approximationspolynoms	$c_{2,w}$	4.465	m Ω

Tabelle A.8: Approximation der Verluste von Gleich- und Wechselrichterseite.

Beschreibung	Parameter	Realteil	Imaginärteil
Eigenwerte der DASM	$\lambda_{1,d}, \lambda_{2,d}$	-2.699	$\pm 3.142 \cdot 10^2$
Eigenwerte der DASM für $\omega_{de} = 2\pi 47.5 \text{ rad/s}$	$\lambda_{3,d}, \lambda_{4,d}$	-1.504	$\pm 1.572 \cdot 10^1$
Eigenwerte der DASM für $\omega_{de} = 2\pi 50 \text{ rad/s}$	$\lambda_{3,d}, \lambda_{4,d}$	-1.504	$\pm 1.164 \cdot 10^{-2}$
Eigenwerte der DASM für $\omega_{de} = 2\pi 52.5 \text{ rad/s}$	$\lambda_{3,d}, \lambda_{4,d}$	-1.504	$\pm 1.570 \cdot 10^1$
Eigenwerte der DASM	$\lambda_{5,d}, \lambda_{6,d}$	$-3.819 \cdot 10^6$	$\pm 3.142 \cdot 10^2$

Tabelle A.9: Eigenwerte des DASM-Modells mit Eisenverlusten für unterschiedliche Werte der Drehzahl ω_{de} .

Beschreibung	Parameter	Realteil	Imaginärteil
Eigenwerte des Transformators	$\lambda_{1,t}, \lambda_{2,t}$	$-1.447 \cdot 10^1$	$\pm 3.142 \cdot 10^2$
Eigenwerte des Transformators	$\lambda_{3,t}, \lambda_{4,t}$	$-1.445 \cdot 10^{-3}$	$\pm 3.142 \cdot 10^2$

Tabelle A.10: Eigenwerte des Transformatormodells.

Literatur

- [1] EU, *Energy in Figures*. Office of the European Union, 2012. Online: http://ec.europa.eu/energy/publications/doc/2012_energy_figures.pdf, Zugriff am 12. Jänner 2015.
- [2] R. Zensch, *Simulation of variable-speed doubly-fed induction machines for hydro-power plants*. Diplomarbeit, Institut für Elektrische Antriebe und Maschinen, Technische Universität Wien, 2011.
- [3] P. C. Krause, O. Wasynczuk und S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2002.
- [4] A. Prechtel, *Vorlesungen über Elektrodynamik*. Institute of Electrodynamics, Microwave und Circuit Engineering, Technische Universität Wien, 2010.
- [5] —, *Vorlesungen über die Grundlagen der Elektrotechnik: Band 1*. Wien, Österreich: Springer, 2006.
- [6] —, *Vorlesungen über die Grundlagen der Elektrotechnik: Band 2*. Wien, Österreich: Springer, 2008.
- [7] A. Fitzgerald, C. Kingsley und S. Umans, *Electric Machinery*. New York, USA: McGraw-Hill, 2003.
- [8] G. Abad, J. López, M. A. Rodríguez, L. Marroyo und G. Iwanski, *Doubly Fed Induction Machine*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2011.
- [9] A. G. Abo Khalil, H. G. Park und D. C. Lee, “Loss minimization control for doubly-fed induction generators in variable speed wind turbines”, in *Proceedings of the Industrial Electronics Society Conference (IECON), 33rd Annual IEEE*, S. 1109–1114, 2007.
- [10] J. W. Choi, D. W. Chung und S. K. Sul, “Implementation of field oriented induction machine considering iron losses”, in *Proceedings of the Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 11th Annual IEEE*, Bd. 1, S. 375–379, 1996.
- [11] S. D. Wee, M. H. Shin und D. S. Hyun, “Stator-flux-oriented control of induction motor considering iron loss”, *IEEE Transactions on, Industrial Electronics*, Bd. 48, Nr. 3, S. 602–608, 2001.
- [12] K. Heuck, K. D. Dettmann und D. Schulz, *Elektrische Energieversorgung*. Wiesbaden, Deutschland: Vieweg+Teubner, 2010.
- [13] V. Crastan, *Elektrische Energieversorgung 1*. Berlin, Deutschland: Springer, 2007.
- [14] D. Schröder, *Leistungselektronische Schaltungen*. Berlin, Deutschland: Springer, 2008.

- [15] B. Wu, *High-Power Converters and AC Drives*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2006.
- [16] T. Ogura, H. Ninomiya, K. Sugiyama und T. Inoue, “4.5-kV injection-enhanced gate transistors (IEGTs) with high turn-off ruggedness”, *IEEE Transactions on, Electron Devices*, Bd. 51, Nr. 4, S. 636–641, 2004.
- [17] TMEIC, *TMDrive-XL75 Product Application Guide*, 2011. Online: http://www.tmeic.com/Repository/Brochures/TMEIC_TMdrive-XL75_Product_Brochure_Ltr_LowRes_1314907172.pdf, Zugriff am 12. Jänner 2015.
- [18] Toshiba, *Datenblatt ST1500GXH22*, 2001. Online: <http://www.datasheetarchive.com/dlmain/Datasheets-39/DSA-764037.pdf>, Zugriff am 12. Jänner 2015.
- [19] D. G. Holmes und T. A. Lipo, *Pulse Width Modulation for Power Converters*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2003.
- [20] D. Schröder, *Leistungselektronische Bauelemente*. Berlin, Deutschland: Springer, 2005.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Arbeit gemäß dem Code of Conduct – Regeln zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis (in der aktuellen Fassung des jeweiligen Mitteilungsblattes der TU Wien), insbesondere ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel, angefertigt wurde. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet. Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder in ähnlicher Form in anderen Prüfungsverfahren vorgelegt.

Wien, am 12. Jänner 2015

Leonhard Haslinger