

TU UB



## Diplomarbeit

## FEM und Modellreduktion. Vergleichsstudie des Doorslams mit Kontaktberücksichtigung.

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

## Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heinz Pettermann

E317

Institut für Leichtbau und Struktur-Biomechanik

eingereicht an der Technischen Universität Wien Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

## Daniel Kremmel

0725960 Kobelweg 6 6840 Götzis

Wien, St. Valentin im Oktober 2013

## Kurzfassung

Die vorliegende Diplomarbeit beschäftigt sich mit dem Vergleich einer modal reduzierten Struktur und der nicht reduzierten Struktur am Beispiel einer dynamischen Simulation mit Kontaktberücksichtigung innerhalb der Struktur. Bei der dynamischen Simulation handelt es sich um das Türzuschlagen (Doorslam) einer Fahrzeugtüre mit besonderer Berücksichtigung der Dichtung. Für die Berücksichtigung des internen Kontakts in der reduzierten Struktur, wird das am Engineering Center Steyr (ECS) entwickelte Tool MAMBA verwendet. Die Referenzrechnung erfolgt mittels des FE-Programmes ABAQUS-Explicit. Zunächst wird auf die Grundlagen der Mehrkörpersystemdynamik (MKS) eingegangen. Anschließend folgt ein Vergleich verschiedener Reduktionsmethoden und einige Besonderheiten zur nichtlinearen expliziten Finite-Elemente (FE) Berechnungsmethode. Im Anwendungsteil werden zuerst einige problemrelevante Vorbetrachtungen erläutert, bevor das eigentliche Beispiel des Doorslams im Detail erläutert wird. Abschließend erfolgt die detaillierte Betrachtung der Schädigung aufgrund Ermüdung sowie die Auswertung der Dichtung über ihre Länge. Dabei zeigt sich, dass die mittels FEMFAT berechnete Schädigung deutlich mit der Referenzlösung korreliert und MAMBA somit eine gute Alternative für dynamische Simulationen mit Kontaktberücksichtigung darstellt.

#### Schlagwörter

Modellreduktion, MAMBA, FEMFAT, Türzuschlag, Kontakt

## Abstract

This diploma thesis compares an order reduced structure with a nonreduced structure in a dynamic simulation with consideration of contact within the structure. The doorslam of a vehicle door serves as an example for the highly dynamic simulation, taking into account the provision of the sealing (weather strip). MAMBA, developed at Engineering Center Steyr (ECS), is the tool used to observe the internal contact. The reference calculation is carried out by the FEA software ABAQUS-Explicit. First, the basics of multibody dynamics are explained, followed by a comparison of different model order reduction methods. Then, some noteworthy aspects of nonlinear explicit Finite-Element methods are lined up. The application part presents possible outlooks and eventually describes the performance of the doorslam. As a conclusion the fatigue damage is scrutinized and an evaluation of the sealing over its length is carried out. This clearly shows that the fatigue-damage calculated by FEMFAT of the simulations done with MAMBA correlates with the reference solution and thereby it can be seen as a good alternative for dynamic simulations.

#### Tags

Model Order Reduction, MAMBA, FEMFAT, Doorslam, Contact

## Vorwort

Die vorliegende Diplomarbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit am Magna-Powertrain Engineering Center Steyr (ECS) St. Valentin.

Seitens der TU-Wien gilt mein Dank Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heinz Pettermann für die Betreuung und Korrektur dieser Arbeit.

Im besonderen möchte ich mich bei DI Markus Breitfuss für die umfassende Beratung und Betreuung dieser Arbeit bedanken. Für die Kollegialität und Hilfsbereitschaft möchte ich mich bei allen Mitarbeitern der Abteilung Strukturmechanik des ECS bedanken.

Für das Lektorat gilt mein Dank Mag<sup>a</sup> Marlene S. Büsel sowie Stefanie Kremmel, BA.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, die mir durch ihre fortwährende Unterstützung mein Studium und somit auch diese Arbeit überhaupt ermöglicht haben.

## Inhaltsverzeichnis

| 1. | Einle | eitung   |   | 1    |
|----|-------|----------|---|------|
|    |       |          |   |      |
| I. | Th    | eoriet   | ceil  | 5    |
| 2. | Grur  | ndlagen  | n der Mehrkörpersystemdynamik                         | 6    |
|    | 2.1.  | Kinem    | atik des starren Körpers                              | . 6  |
|    |       | 2.1.1.   | Parametrierung der Rotation                           | . 6  |
|    | 2.2.  | Kinem    | atik mehrerer starrer Körper                          | . 8  |
|    |       | 2.2.1.   | Kinematische Bindungen                                | . 9  |
|    |       | 2.2.2.   | Elastische Verbindungselemente                        | . 10 |
|    | 2.3.  | Kinetil  | k des starren Körpers                                 | . 11 |
|    |       | 2.3.1.   | Prinzipien der Mechanik                               | . 11 |
|    | 2.4.  | Flexib   | le Körper in Mehrkörpersystemen                       | . 13 |
|    |       | 2.4.1.   | Floating-Frame-of-Reference                           | . 14 |
| 3. | Мос   | lellredu | Iktion  | 16   |
|    | 3.1.  | Eigenf   | ormen   | . 17 |
|    |       | 3.1.1.   | Freie Eigenformen                                     | . 17 |
|    |       | 3.1.2.   | Normal Modes - NM                                     | . 18 |
|    |       | 3.1.3.   | Constraint Modes - CM                                 | . 18 |
|    |       | 3.1.4.   | Starrkörpermoden                                      | . 19 |
|    |       | 3.1.5.   | Attachment Modes                                      | . 19 |
|    |       | 3.1.6.   | Joint Interface Moden - JIMs                          | . 19 |
|    | 3.2.  | Statisc  | che Reduktion (Guyan - Reduktion)                     | . 21 |
|    | 3.3.  | Dynan    | nische Reduktion                                      | . 22 |
|    |       | 3.3.1.   | Craig-Bampton Reduktion                               | . 22 |
|    |       | 3.3.2.   | Orthonormalisierung von Eigenformen                   | . 23 |
|    |       | 3.3.3.   | CMS - Synthese von Komponentenmoden                   | . 24 |
|    | 3.4.  | Moder    | ne Reduktionsmethoden                                 | . 25 |
|    |       | 3.4.1.   | Improved Reduction System Method – IRS                | . 25 |
|    |       | 3.4.2.   | System Equivalent Reduction Expansion Process – SEREP | . 26 |
|    |       | 3.4.3.   | Krylov – Unterraummethoden                            | . 27 |
|    |       | 3.4.4.   | Proper Orthogonal Decomposition – POD                 | . 27 |
|    |       | 3.4.5.   | Vergleich moderner Reduktionsmethoden                 | . 28 |

| 4.  | Dynamische Finite-Elemente Rechnung   |          |  |  |  |
|-----|---|----------|--|--|--|
|     | 4.1. Zentrale Differenzenmethode - Explizite Zeitintegration  | 30       |  |  |  |
|     | 4.2. Schrittweite   | 32       |  |  |  |
|     | 4.3. Dämpfung   | 33       |  |  |  |
|     | 4.3.1. Rayleigh-Dämpfung  | 34       |  |  |  |
|     | 4.3.2. Numerische Dämpfung - Bulk Viscosity   | 35       |  |  |  |
|     |   |          |  |  |  |
| II. | Anwendungsteil  | 37       |  |  |  |
| 5.  | Doorslam in der Literatur   | 38       |  |  |  |
| 6.  | Vorbetrachtungen  | 40       |  |  |  |
|     | 6.1. Testmodelle  | 40       |  |  |  |
|     | 6.1.1. Testbalken $\ldots$                                   | 40       |  |  |  |
|     | 6.1.2. Teststreifen   | 40       |  |  |  |
|     | 6.2. Auswirkung Modebasis   | 40       |  |  |  |
|     | 6.3. Wellenausbreitung  | 41       |  |  |  |
|     | 6.4. Rechengenauigkeit ABAQUS/Explicit  | 43       |  |  |  |
|     | 6.5. Türdichtung  | 46       |  |  |  |
|     | 6.6. Ablauf der Simulation  | 47       |  |  |  |
| 7.  | Anwendungsbeispiel Doorslam   |          |  |  |  |
|     | 7.1. Aufbereitung des Modells   | 49       |  |  |  |
|     | 7.2. Rechnung ADAMS – MKS $\dots \dots \dots$ | 52       |  |  |  |
|     | 7.2.1. MAMBA – Aufbereitung   | 53       |  |  |  |
|     | 7.2.2. ADAMS – Modellierung   | 54       |  |  |  |
|     | 7.3. Rechnung $ABAQUS - FE$   | 57       |  |  |  |
|     | 7.3.1. Modellierungsdetails   | 57       |  |  |  |
|     | 7.4. Vergleich der Varianten $\dots$                                  | 61<br>C1 |  |  |  |
|     | (.4.1. Energien   | 01<br>62 |  |  |  |
|     | 7.4.2. Auswertung speziener Punkte  | 03       |  |  |  |
|     | 7.4.5. Schaugung  | 00<br>77 |  |  |  |
|     | 7.5 Auswortung der Dichtung   | 70       |  |  |  |
|     | T.J. Auswertung der Dichtung  | 19       |  |  |  |
| 8.  | Zusammenfassung   | 82       |  |  |  |
| Α.  | Anhang  |          |  |  |  |
| Lit | Literatur   |          |  |  |  |

## 1. Einleitung

Divide et Impera - Teile und Herrsche

ist viel mehr als nur eine Redewendung. Erstmals 1890 von SCHWARZ [Sch72] auf ein mathematisches Problem angewendet, findet die Strategie des Aufteilens von Problemen in kleinere lösbare Teile viele Anwendungsmöglichkeiten. Der Weg, die Dynamik einer komplizierten Struktur, durch Zusammensetzen ebendieser aus geometrisch einfachen Einzelteilen, führte unter anderem zu der Entwicklung der Finite-Elemente (FE) Methode durch HRENNIKOFF [Hre41] und COURANT [Cou43].

Die Wichtigkeit der rechnerischen Simulation bei immer kürzeren Produktentwicklungszyklen, steigenden Anforderungen an Komfort, Emissionen, Effizienz und Leichtbau ist dem geneigten Leser hinreichend bekannt. Ebenso wie die stetig wachsende Leistungsfähigkeit der Berechnungshardware. Allerdings tritt mit dieser Entwicklung auch immer mehr die Diskrepanz zum Verhältnis der Rechenzeit hervor, denn mit stärkerer Hardware steigen vor allem die Anforderungen an die Simulationsgenauigkeit und Modellgröße. Während für statische Berechnungen Modelle mit mehreren Millionen Freiheitsgraden Stand der Technik darstellen, hinkt die Dynamik ungleich hinter dieser Entwicklung her. Dies liegt an dem vielfach höheren numerischen Aufwand, da das Gleichungssystem für diese Millionen von Freiheitsgraden bei jedem Zeitschritt gelöst werden muss.

In der Strukturmechanik gilt die Regel, dass die Anzahl der notwendigen Operationen pro Zeitschritt, bei Annahme einer diagonalen Massenmatrix und vernachlässigter Dämpfung,  $2nm_K$  beträgt [BZ01]. Dabei stehen n und  $m_K$  für die Ordnung bzw. die halbe Bandbreite der Steifigkeitsmatrix. Wenn eine konsistente Massenmatrix und Dämpfung verwendet wird, steigt somit die Anzahl an benötigten Rechenoperationen proportional mit  $2nm_K$ . Die Anwendung einer direkten impliziten Integration ist somit nur effizient, wenn eine kurze Zeitspanne bzw. wenige Zeitschritte betrachtet werden. Sollte die Integration für viele Zeitschritte durchgeführt werden ist es sinnvoll die Lösung auf eine Form zu transformieren bei der die Kosten pro Schritt geringer sind. Insbesondere eine Reduktion der Bandbreite von  $m_K$  reduziert dabei die notwendigen Operationen pro Zeitschritt.

Durch die Reduktion der Modellordnung erhält man eine Form, bei der sich die Anzahl der Freiheitsgrade auf einen Bruchteil reduzieren lässt. Die Verwendung flexibler Körper in der Mehrkörpersystem (MKS)-Dynamik reicht dabei bis in die 70er Jahre des letzten Jahrtausends zurück [Sha97]. Die Anwendung flexibler Körper in der MKS ist notwendig, sobald die Dynamik maßgeblich von der Steifigkeit einer gesamten Struktur oder Teile dieser abhängt. Beispiele dafür finden sich in der Robotertechnik, Luft und Raum-fahrt, bei Straßenfahrzeugen oder hochgenauen Maschinen. Vor allem bei erhöhten Anforderungen an die Dynamik oder Genauigkeit diese Strukturen ist eine Berücksichtigung ihrer Verformung notwendig.

Die häufig verwendete Berechnungsstrategie in Unternehmen beginnt mit der Ermittlung der Kräfte an den Schnittpunkten in der MKS mittels starrer Körper. Anschließend erfolgt eine Festigkeitsrechnung mittels der Finite Elemente Methode (FEM). Durch den Einsatz flexibler Körper lässt sich diese Reihenfolge umkehren. Das FE-Programm wird nur benötigt, um die Struktur für die MKS-Simulation zu reduzieren. Eine direkte Einbindung des FE-Modelles in die MKS ist ebenfalls möglich, allerdings nicht zielführend, da die Anzahl der Freiheitsgrade um ein vielfaches höher ist [MSC07]. Anschließend erfolgt die dynamische Simulation mit den tatsächlichen Verformungen im MKS-Programm. Für eine Auswertung der Spannung kann das reduzierte Modell abschließend wieder auf das ursprüngliche FE-Modell expandiert werden. Der Vorteil dieser Strategie liegt zum einen in der besseren Simulationsqualität der dynamischen Simulation, da Verformungen berücksichtigt werden und zum anderen in der geringeren Rechenzeit, da die Anzahl der Freiheitsgrade deutlich reduziert ist. Weil die Verzerrungen bei vielen nichtlinearen Simulationen im elastischen Bereich bleiben, konzentrieren sich die Nichtlinearitäten an den Verbindungsstellen. Diesen Vorteil nützt die Substrukturtechnik bzw. Modellreduktion, um den Körper zwischen den Koppelpunkten zu linearisieren.

Eine deutliche Limitierung dieser Strategie stellte die bisher nicht vorhandene Möglichkeit, der Berücksichtigung von Nichtlinearitäten in Fügestellen innerhalb der Struktur durch Kontakt dar. Basierend auf der Entwicklung von Joint-Interface-Modes (JIMs) entstand im Engineering Center Steyr (ECS) das Programm MAMBA, das diese Lücke schließt. Magna Modal Based Analysis (MAMBA) dient als Preprozessor zur Erstellung der JIMs und als Plugin für das Mehrkörpersimulationsprogramm ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems - © MSC.Software Corporation, Santa Ana) zur Berücksichtigung des Kontakts innerhalb eines Körpers.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, den Einfluss des Kontaktes bei einem hochdynamischen Vorgang wie dem Zuschlagen einer Fahrzeugtüre (Doorslam) aufzuzeigen. Zusätzlich wird eine Referenzlösung mit dem FE-Programm ABAQUS/Explicit (© Simulia - Dassault Systemes, Vélizy-Villacoublay) erstellt, um die Ergebnisse zu verifizieren und die beiden Strategien generell zu vergleichen. Der Doorslam steht exemplarisch für eine dynamische Simulation, bei der die beiden Verfahren FE und MKS in direkter Konkurrenz stehen. Zusätzlich hat bei diesem Problem die Kontaktberücksichtigung lokal einen hohen Einfluss auf die entstehenden Spannungen bzw. die entstehende Schädigung. Der Begriff Schädigung wird in der folgenden Arbeit immer als Schädigung aufgrund Ermüdung des Materials verstanden, auf andere Schädigungsmechanismen abseits der Dauerfestigkeit wird nicht eingegangen. Der Vorteil der FE-Strategie liegt in diesem Falle vor allem bei vorhandenen Crash-Rechnungen auf der Hand, da das Modell nur leicht abgeändert werden muss. Zudem sind Simulationen, die den linear elastischen Bereich verlassen, nur mittels der FE möglich. Die Mehrkörpersystemdynamik mit flexiblen Körpern ist allerdings unumgänglich, wenn Simulationen mit längeren Last-Zeitverläufen über sehr viele Zeitschritte notwendig sind und der flexible Körper nur einen kleinen Teil eines komplexen Modelles darstellt.

Im Theorieteil wird zuerst auf die Grundlagen der MKS eingegangen. Anschließend folgt eine Übersicht über Modellreduktionsverfahren und ausgewählte Punkte der expliziten dynamischen FE-Rechnung werden behandelt. Der Anwendungsteil zeigt nach einer kurzen Einführung zur Problemstellung und etwaigen Vorbetrachtungen die Modellierung sowie die Ergebnisse der Doorslam-Vergleichsrechnungen.

# Teil I. Theorieteil

## 2. Grundlagen der Mehrkörpersystemdynamik

Die Bedeutung der Mehrkörpersystemdynamik (MKS) ist bereits in der Einleitung erwähnt. Hier folgen nun grundsätzliche Definitionen der Lage eines Körpers mit der Parametrisierung der Rotation. Diese erfolgt häufig durch EULER- und KARDAN-Winkel, welche allerdings aufgrund ihrer Singularität ungünstig sind. Quaternionen hingegen umgehen dieses Problem mit einem zusätzlichen Parameter. Anschließend folgen die grundsätzlichen Formulierungen der Kinetik sowie Prinzipien der Mechanik. Abschnitt 2.4 bietet eine Übersicht über die Einbindung flexibler Körper in der MKS mittels des Floating-Frame-of-Reference.

## 2.1. Kinematik des starren Körpers

Die Kinematik ist die Lehre der Bewegung von Punkten und Körpern im Raum ohne Berücksichtigung der Kräfte und Momente, welche die Bewegungen verursachen.

Die Lage eines Körpers in einem globalen Koordinatensystem lässt sich über die Bahnbewegung eines Körperpunktes sowie dessen Drehbewegung um diesen Punkt darstellen [Woe11]. Die Bahnbewegung des Punktes  $\mathbf{S}$ , beschrieben durch den Koordinatenvektor  $\mathbf{r}_{OS}$ , teilt sich somit auf in

$$\mathbf{r}_{\rm OS} = \begin{bmatrix} r_{\rm OSx} \\ r_{\rm OSy} \\ r_{\rm OSz} \end{bmatrix},\tag{2.1}$$

beschrieben im System **O** (Abb. 2.1). Ist der Vektor zu einem beliebigen körperfesten Punkt  $\mathbf{r}_{SP}$  bekannt, so kann seine Lage über die Vektoraddition von

$$\mathbf{r}_{OP} = \mathbf{r}_{OS} + \mathbf{r}_{SP} \tag{2.2}$$

berechnet werden. Die Geschwindigkeiten können durch einfaches Ableiten dieser Beziehungen nach der Zeit erhalten werden. Die Beschleunigungen erhält man durch zweifaches Ableiten des Zusammenhanges.

### 2.1.1. Parametrierung der Rotation

Neben der Lage eines Körpers im Raum ist auch seine Orientierung von Interesse. Die Rotationsmatrix **B** setzt sich aus den drei Basisvektoren  $\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s$  und  $\mathbf{z}_s$  zusammen:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{x}_s \, \mathbf{y}_s \, \mathbf{z}_s). \tag{2.3}$$



Abbildung 2.1.: Lage eines Körpers im Raum

Es gibt eine Vielzahl von Möglichkeiten, diese darzustellen. Eine anschauliche Beschreibung ergibt sich durch die Kombination von drei aufeinanderfolgenden Elementardrehungen (Drehung um eine Koordinatenachse). Die KARDAN-Winkel setzen sich aus Elementardrehungen um x-y-z, bezogen auf die mitgedrehten Achsen, um die Winkel  $\psi - \vartheta - \varphi$  zusammen. Die KARDAN-Winkel sind in der Literatur auch als BRYAN-TAIT-Winkel bekannt [Gat11]. Die dazugehörige Drehmatrix **B**<sub>Kardan</sub> lautet:

$$\mathbf{B}_{Kardan} = \begin{bmatrix} c\beta c\psi & s\psi c\alpha + c\psi s\beta s\alpha & s\psi s\alpha - c\psi s\beta c\alpha \\ -c\beta s\psi & c\alpha c\psi - s\alpha s\beta s\psi & c\psi s\alpha + s\psi s\beta c\alpha \\ s\beta & -c\beta s\alpha & c\beta c\alpha \end{bmatrix},$$
(2.4)

mit den Abkürzungen sin  $\alpha = s\alpha$ , cos  $\alpha = c\alpha$ ,.... Ähnlich ergibt sich die Drehmatrix bei der Verwendung von EULER-Winkel. Die Drehreihenfolge ist z-x-z mit den Winkeln  $\psi - \vartheta - \varphi$  [Gat11].

$$\mathbf{B}_{Euler} = \begin{bmatrix} c\vartheta c\psi - s\varphi s\psi c\vartheta & c\varphi s\psi + s\varphi c\psi c\vartheta & s\varphi s\vartheta \\ -s\psi c\psi - c\varphi s\psi c\vartheta & -s\varphi s\psi + c\varphi c\psi c\vartheta & c\varphi s\vartheta \\ s\psi s\vartheta & -c\psi s\vartheta & c\vartheta \end{bmatrix}$$
(2.5)

Jede Drehung im Raum kann auch als Rotation um eine beliebige Achse formuliert werden [RS10]. Wie in Abbildung 2.2 ersichtlich, dreht sich der Körper um die Achse **u** mit dem Winkel  $\varphi$ . Die Verwendung der vier Größen  $u_x, u_y, u_z$  und  $\varphi$  ist wegen der fehlenden Definition des Vektors in der Lage  $\varphi = 0$  ungünstig. Deshalb werden die aus dem Drehzeiger abgeleiteten EULER-Parameter eingesetzt [Woe11]. Die vier Parameter  $\tilde{\mathbf{p}}$  ergeben sich mit Hilfe des Drehzeigers zu

$$\tilde{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} p_s \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\varphi}{2} \\ \mathbf{u}\sin\frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} p_s \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\frac{\varphi}{2} \\ u_x\sin\frac{\varphi}{2} \\ u_y\sin\frac{\varphi}{2} \\ u_z\sin\frac{\varphi}{2} \end{bmatrix}.$$
(2.6)



Abbildung 2.2.: Drehung eines Vektors mit dem Drehzeiger  $\mathbf{u}, \varphi$  [Woe11]

Die EULER-Parameter unterliegen den Normierungsbedingungen und nur drei der vier sind voneinander unabhängig:

$$p_s^2 + p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = 1. (2.7)$$

Der Skalarteil des EULER-Parameters ist üblicherweise  $p_s \ge 0$ . Die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_{EuP}$  ergibt sich damit zu:

$$\mathbf{T}_{EuP} = 2 \begin{bmatrix} p_s^2 + p_x^2 - \frac{1}{2} & p_x p_y - p_s p_z & p_x p_z + p_s p_y \\ p_x p_y + p_s p_z & p_s^2 + p_y^2 - \frac{1}{2} & p_y p_z - p_s p_x \\ p_x p_z - p_s p_y & p_y p_z + p_s p_x & p_s^2 + p_z^2 - \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$
(2.8)

Die EULER-Parameter sind auch als *Quaternionen* bekannt. *Quaternionen* sind sogenannte viergliedrige hyperkomplexe Zahlen, die 1843 von W.R. HAMILTON eingeführt wurden [Gat11].

Eine andere Form, welche mit den EULER-Parametern eng verwandt ist, sind die ROD-RIGUES-Parameter [Gat11]. Man erhält sie, indem der Vektorteil  $\mathbf{p} = \mathbf{u} \sin \frac{\varphi}{2}$  mit dem Skalaranteil  $p_S = \cos \frac{\varphi}{2}$  normiert wird.

EULER-Parameter werden in der numerischen Mehrkörperdynamik häufig verwendet, da sie zwei Vorteile aufweisen. Erstens müssen keine trigonometrischen Funktionen ausgewertet werden, wodurch Berechnungsaufwand eingespart werden kann und zweitens können, im Gegensatz zur Parametrisierungen mit drei Variablen, keine Singularitäten auftreten [Ste11].

## 2.2. Kinematik mehrerer starrer Körper

Im vorherigen Abschnitt wurde die Kinematik eines einzelnen Körpers beschrieben. In der Mehrkörpersystemdynamik handelt es sich aber, wie der Name vermittelt, um



Abbildung 2.3.: Kinematik verschiedener Mechanismen

die Kombination und Interaktion mehrerer Körper. Die Verbindungen zwischen diesen Körpern können durch kinematische bzw. geometrische Zwangsbedingungen oder durch Kraftelemente definiert werden. Beispiele für Kraftelemente stellen dabei Federn oder Dämpfer dar. Zunächst werden die kinematischen Bindungen behandelt und anschließend wird auf die Berücksichtigung von Kraftelementen eingegangen.

Grundsätzlich besitzt jeder Körper im Raum sechs Freiheitsgrade. Durch verschiedene Bindungen werden diese allerdings begrenzt. Die noch zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade können mittels des CHEBYCHEV–GRÜBLER–KUTZBACH Kriteriums bestimmt werden. In der räumlichen Darstellung ergibt sich dieses zu

$$DOF = 6 \times n_b - n_c, \tag{2.9}$$

wobei  $n_b$  die Anzahl der Körper und  $n_c$  die Anzahl der kinematischen Bindungen festlegt [Sha05]. Für den zweidimensionalen Fall ergibt sich das Kriterium zu

$$DOF = 3 \times n_b - n_c. \tag{2.10}$$

Beispiele dazu sind der Kurbeltrieb und der Mechanismus eines Koppelgetriebes. Der Kurbeltrieb in der Ebene besteht aus drei Körpern und acht Bindungen (Abb. 2.3a). Die drei Drehgelenke besitzen jeweils zwei Bindungen und der Kolben zwei. Der übrige Freiheitsgrad ergibt sich durch  $m = 3 \times 3 - 8 = 1$ . Der PEAUCELLIER-LIPKIN Mechanismus stellt ein Koppelgetriebe zur Umwandlung einer Rotationsbewegung in eine geradlinige Bewegung dar. Das besondere an ihm ist, dass nur rotatorische Bindungen benötigt werden. Der Inversor besteht aus sieben Körpern und 10x2 rotatorischen Bindungen. Hier bleibt durch  $m = 3 \times 7 - 20 = 1$  ebenfalls nur ein Freiheitsgrad übrig (Abb. 2.3b).

### 2.2.1. Kinematische Bindungen

Kinematische Bindungen entstehen, wenn die Bewegungsfreiheit einer oder mehrerer Lagegrößen durch mechanische Bindungen beschränkt wird. Holonome Bindungen werden durch Gelenke, Hebel, Stäbe, Lagerungen und sonstige Verbindungen realisiert.



Abbildung 2.4.: Kugelgelenk zwischen zwei starren Körpern

Grundlegende kinematische Bindungen stellen z.B. die Gelenke und die Führung eines Kurbeltriebes dar (Abb. 2.3). Bei zwei Körpern, die im dreidimensionalen beispielsweise mittels eines Kugelgelenks verbunden sind (Abb. 2.4), werden drei Freiheitsgrade eliminiert. Die Koppelgleichung ergibt sich durch die Bedingung, dass die beiden Punkte P und Q koinzident sind:

$$\mathbf{r}_{OP} = \mathbf{r}_{OQ} = \mathbf{r}_{OS} + \mathbf{B}_{oj}\mathbf{r}_{SP,i} = \mathbf{r}_{OR} + \mathbf{B}_{oj}\mathbf{r}_{RQ,j}.$$
(2.11)

Nichtholonome Bindungen beschränken nicht die Lage-, sondern die Geschwindigkeits-Freiheitsgrade eines Systems. Beispiele dafür stellen rollende Räder, Kugeln, gleitende Klingen oder Kufen dar. Sie können theoretisch jeden Punkt in der Fläche erreichen, sind aber in der Richtung ihrer Geschwindigkeit eingeschränkt. In Mehrkörperprogrammen werden Rollkontakte, die eigentlich Zwangsbedingungen sind, in der Regel durch eingeprägte Kräfte beschrieben, um zusätzliche Faktoren wie Schlupf und Reibung berücksichtigen zu können [Woe11]. Eine weitere Unterscheidung erfolgt in zeitabhängige (rheonome) und zeitunabhängig (skleronome) Bindungen.

### 2.2.2. Elastische Verbindungselemente

Das in Abbildung 2.5 zu sehende Kraftelement steht stellvertretend für alle möglichen Arten von Kraftelementen. Es ist zwischen den beiden Körpern gelenkig verbunden und kann neben den klassischen Kraftelementen einer Feder oder eines Dämpfers auch die Kraft, entstehend durch einen Kontakt zwischen den Körpern, darstellen. Die Kraftrichtung ist durch die gelenkige Lagerung zwischen Körper i und j durch den Einheitsvektor

$$\mathbf{e}_{PQ} = \frac{\mathbf{r}_{PQ}}{|\mathbf{r}_{PQ}|} \quad \text{mit} \quad \mathbf{r}_{PQ} = \mathbf{r}_{OQ} - \mathbf{r}_{OP} \tag{2.12}$$

festgelegt [RS10]. Diese beiden Vektoren erhält man durch Darstellung im Inertialstystem mittels

$$\mathbf{r}_{OP} = \mathbf{r}_{OS} + \underbrace{\mathbf{B}_{Oi}\mathbf{r}_{SP,i}}_{\mathbf{r}_{SP}} \quad \text{und} \quad \mathbf{r}_{OQ} = \mathbf{r}_{OR} + \underbrace{\mathbf{B}_{Oj}\mathbf{r}_{RQ,j}}_{\mathbf{r}_{RQ}}.$$
(2.13)



Abbildung 2.5.: Kraftelement zwischen zwei starren Körpern

Die Kraftwirkung hängt dabei bei einer Feder z.B. von der Längenänderung  $\Delta l = l - l_0 = |\mathbf{r}_{PQ}| - l_0$  ab. Bei einem Dämpfungselement von der Geschwindigkeit, d.h. von der Ableitung der Längenänderung.

## 2.3. Kinetik des starren Körpers

In mechanischen Systemen werden sämtliche Bewegungen durch Kräfte und Momente hervorgerufen und beeinflußt. Diese Wirkung von Kräften und Momenten wird in der Kinetik beschrieben. Die Grundgleichungen von NEWTON und EULER bilden zusammen mit der Massenerhaltung die mechanischen Bilanzgleichungen [SE11]. Die NEWTONschen Gesetze [New87] stellen mit ihren drei Axiomen die Grundlage der klassischen Mechanik dar. Die NEWTONschen Gleichungen werden auch als Impulsbilanz bezeichnet und die EULERschen Gleichungen als Drallsatz. Diese beiden Bilanzen können noch mit der Energiebilanz kombiniert werden, die in manchen Fällen eine einfachere Lösung ermöglicht.

## 2.3.1. Prinzipien der Mechanik

Der Schwerpunktsatz und der Drallsatz liefern im Raum sechs skalare Gleichungen für jeden Körper. Bei Systemen mit mehr als sechs Freiheitsgraden reichen sie allerdings nicht aus. Ein Auftrennen des Systems in Teilkörper ist zwar möglich aber oft nicht zweckmäßig, da die inneren Kräfte durch Aufschneiden als äußere Kräfte und somit zusätzliche Unbekannte auftreten [Par66]. Die genau benötigte Anzahl von Gleichungen, entsprechend der Menge an unbekannten Lagekoordinaten, wird als System LAGRANGEscher Gleichungen bezeichnet.

Die Bewegungsgleichungen nach LAGRANGE lassen sich über das D'ALEMBERTSche Prinzip der virtuellen Arbeit oder über das HAMILTONSche Integralprinzip herleiten. Im Anschluss folgt das Prinzip der virtuellen Arbeit mit der Überleitung zu den LAGRAN-GEschen Gleichungen im Detail. Andere Prinzipien sind das JOURDAINSche Prinzip der virtuellen Leistung, welches den Vorteil hat, bei nichtholonomen Systemen einfacher und übersichtlicher einsetzbar zu sein [SE11]. Das GAUSSsche Prinzip des kleinsten Zwanges sei der Vollständigkeit halber ebenfalls angeführt, obgleich es bisher keine größere Bedeutung in der Technik erlangt hat [SE11]. Da die HAMILTONschen Bewegungsgleichungen nur holonome Systeme beschreiben, welche konservativ sind, ist diese Formulierung ungeeignet für MKS-Programme [Sch90].

#### Prinzip von d'Alembert

Bei festgehaltener Zeit erfolgt eine, geometrisch mögliche, hinreichend kleine virtuelle Verschiebung. Die Ortskoordinaten werden demnach mit festgehaltener Zeit mathematisch variiert [Par66]. Ausgehend von der Bewegungsgleichung für ein System mit N Massenpunkten gilt:

$$\sum_{i=1}^{N} (m_i \ddot{\mathbf{r}}_i - \mathbf{F}_i) = \mathbf{0}.$$
(2.14)

Dabei seien  $m_i$  die Massenpunkt und  $\mathbf{r}_i$  deren Ortsvektor bzw.  $\ddot{\mathbf{r}}_i$  ihre momentane Beschleunigung. Die dabei resultierende äußere Kraft  $\mathbf{F}_i$  auf den Massepunkt *i* kann aufgeteilt werden in eingeprägte Kraft und Zwangskraft:

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i^e + \mathbf{F}_i^z. \tag{2.15}$$

Eingesetzt in 2.14 ergibt sich

$$\sum_{i=1}^{N} (m_i \ddot{\mathbf{r}}_i - \mathbf{F}_i^e - \mathbf{F}_i^z) = \mathbf{0}.$$
(2.16)

Bildet man das Skalarprodukt mit den virtuellen Verschiebungen  $\delta \mathbf{r}_i$  unter der Berücksichtigung, dass Zwangskräfte keine virtuelle Arbeit leisten, erhält man das D'ALEMBERTsche Prinzip in der Formulierung von LAGRANGE [MM05]:

$$\sum_{i=1}^{N} (m_i \ddot{\mathbf{r}}_i - \mathbf{F}_i^e) \delta \mathbf{r}_i = \mathbf{0}.$$
(2.17)

PARKUS [Par66, S.130] beschreibt das D'ALEMBERTSche Prinzip folgendermaßen: "Bei einer virtuellen Verschiebung eines Systems aus einer Momentanlage heraus, ist die von den inneren, den äußeren und den Trägheitskräften insgesamt geleistete Arbeit gleich Null." Das Prinzip ist natürlich auch in der Statik anwendbar und als *Prinzip der* virtuellen Verschiebungen bekannt.

#### Lagrange Formalismus

Für die Anwendung in der MKS ist vor allem der LAGRANGE-Formalismus zweiter Art von Interesse, da die Darstellung erster Art Nulleigenwerte aufweist und somit singulär ist [SE11]. Nach einer Zwischenrechnung, ausgehend vom D'ALEMBERTschen Prinzip in z.B. [MM05]<sup>1</sup>, finden sich die Zusammenhänge

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \ddot{\mathbf{r}}_i \delta \mathbf{r}_i = \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}}\right) \cdot \delta \mathbf{q} \qquad \text{und}$$
(2.18)

$$\sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_{i}^{e} \delta \mathbf{r}_{i} = -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{q}} \cdot \delta \mathbf{q}, \qquad (2.19)$$

mittels den generalisierten Koordinaten  $\mathbf{q}$  und ihrer virtuellen Bewegung  $\delta \mathbf{q}$ .

Die LAGRANGE-Funktion beträgt für Systeme mit einem generalisierten Potential und holonomen Zwangsbedingungen

$$\mathscr{L} = T - V, \tag{2.20}$$

wobe<br/>iT die kinetische und V die potentielle Energie darstellt. Mittels dem Vektor der generalisierten Kräfte

$$\mathbf{Q} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_{i} \frac{\partial}{\partial q_{i}} \mathbf{r}_{i}$$
(2.21)

lässt sich die Bewegungsgleichung auch darstellen als

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q}.$$
(2.22)

Die n LAGRANGE-Gleichungen zweiter Art sind somit definiert durch:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\mathbf{q}} = \mathbf{0}.$$
(2.23)

Die Generierung der Bewegungsgleichung erfolgt in ADAMS für flexible Körper [MSC07], wie auch für Starrkörper, mittels den LAGRANGE-Gleichungen [ND04].

## 2.4. Flexible Körper in Mehrkörpersystemen

Die flexible Mehrkörperdynamik entstand in den frühen 70er Jahren durch den Bedarf an Simulationen für industrielle und technische Anwendungen. Beispiele, bei denen die Steifigkeit einen wesentlichen Einfluss auf die Dynamik hat, finden sich in der Robotertechnik, Luft- und Raumfahrt, bei Straßenfahrzeugen und hochgenauen Maschinen. Traditionell wurde das dynamische Verhalten dieser Strukturen mit Starrkörpern simuliert. Die höheren Anforderungen an Leichtbau, steigende Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und höhere Simulationsgenauigkeit erfordern die Entwicklung von flexiblen MKS [Sha97]. Des Weiteren ist eine Berücksichtigung des elastischen Verhalten von Einzelkörpern wichtig, wenn Eigenfrequenzen in den zu erwartenden Bewegungsbereichen liegen [BP97]. Die

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Auch ausführlich auf: http://matheplanet.com/default3.html?article=1157, Stand: 07/13

Einbindung flexibler Körper stellt dabei eine Erweiterung gegenüber den elastischen Körpern dar, welche vorwiegend durch Balken, Ringe, Platten und Schalen dargestellt werden [BP97].

Es existieren zwei grundsätzliche Strategien zur Einbindung flexibler Körper aus einem FE-Programm in einer MKS-Simulation.

Zum einen ist eine direkte Einbindung des FE-Modelles möglich. Oft ist allerdings die Anzahl der Freiheitsgrade viel zu hoch, um eine dynamische Analyse durchzuführen. Das dynamische Verhalten kann zwar mit einem sehr groben Netz häufig noch ausreichend gut dargestellt werden, allerdings ist für die Auswertung der Spannungen wiederum ein feines Netz notwendig. Zusätzlich führt eine Vergröberung der Diskretisierung zu einer Erhöhung der Eigenfrequenzen, da die Struktur durch die Reduzierung der Freiheitsgrade künstlich versteift wird [MSC07].

Einen anderen Ansatz bietet die Einbindung eines Körpers mit einer reduzierten Anzahl an Freiheitsgraden durch z.B. modale Reduktion. Die verschiedenen Reduktionsverfahren in der Strukturdynamik sind in Kapitel 3 aufgeführt. Die Anzahl der Freiheitsgrade eines flexiblen Körpers kann extrem hoch sein, verglichen mit der normalen Anzahl von Freiheitsgraden in der Mehrkörpersimulation [Sha97]. Im Vergleich zur nicht reduzierten Struktur bleibt der Rechenaufwand aber immer noch in einem vertretbaren Rahmen.

Für die Einbindung der flexiblen Körper in der MKS gibt es eine Reihe verschiedener Formulierungen:

- Floating-Frame-of-Reference
- Inkrementelle Formulierung
- Large-Rotation Vector Formulierung
- Absolute Knotenkoordinatendarstellung

Für die Simulation plastischen Materialverhaltens ist speziell die absolute Knotenkoordinatendarstellung brauchbar [Sha05]. Im Anwendungsteil dieser Arbeit und auch anderen MKS-Programmen wird häufig die Floating-Frame-of-Reference Darstellung verwendet, da meistens große Verschiebungen bei kleinen Verzerrungen auftreten.

### 2.4.1. Floating-Frame-of-Reference

Die meisten Konzepte zum Floating-Frame-of-Reference stammen aus der Luftfahrt und der Notwendigkeit der Simulation flexibler Strukturen von Raumstationen. Der Floating-Frame-of-Reference ist die meist verbreitete Methode der numerischen Simulation flexibler Körper in der MKS [GW07]. Es werden zwei verschiedene Koordinatensysteme verwendet, um die Lage jedes Punktes des flexiblen Körper zu beschreiben. Ersteres Koordinatensystem beschreibt die Lage und Orientierung des Körperkoordinatensystems im globalen Raum. Das Körperkoordinatensystem selbst dient nur zur Darstellung der Verzerrungen des Körpers. Nachteilig bei der Formulierung mittels des Floating-Frame-of-Reference ist, dass die Massenmatrix komplexer und nicht konstant ist. Die Freiheitsgrade



Abbildung 2.6.: Position in der Floating-Frame-of-Reference Formulierung (nach [GW07])

des flexiblen Körpers setzen sich aus der Position des Referenzkoordinatensystems  $\mathbf{q}_T$  und  $\mathbf{q}_R$ , dem translatorischen und rotatorischen Anteil der Starrkörperverschiebung, sowie den elastischen Koordinaten  $\mathbf{q}_f$  zusammen. Die elastischen Koordinaten beschreiben die Verformung gegenüber dem Referenzrahmen. Eine detaillierte Beschreibung des Floating-Frame-of-Reference findet sich z.B. in *Dynamics of Multibody Systems* von SHABANA [Sha05].

Die Lage eines beliebigen Punktes P zum Zeitpunkt  $t_t$  kann nach Abbildung 2.6 somit definiert werden als

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{q}_T + \mathbf{B}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_f'. \tag{2.24}$$

Die Bewegung des Referenzsystems ist dabei nur ein Teil der Bewegung des Körpers und muss nicht exakt mit der durchschnittlichen Verschiebung des Körpers übereinstimmen [GW07]. Die Rotationsmatrix **B** bildet dabei den rotatorischen Anteil  $\mathbf{q}_R$  ab.  $\mathbf{u}'_f = \mathbf{B}^T \mathbf{u}_f$  ist der Anteil der Verzerrung im aktuellen Referenzsystem. Diese Verzerrung wird diskretisiert als

$$\mathbf{u}_{f}' = \sum_{i=1}^{n'} \mathbf{n}_{i}'(\mathbf{x}) \mathbf{q}_{ffi}'(t) = \mathbf{N}'(\mathbf{x}) \mathbf{q}_{ffi}'(t), \qquad (2.25)$$

mit den Formfunktionen  $\mathbf{n}'_i$  und den dazugehörigen zeitabhängigen Koordinaten  $\mathbf{q}'_{ffi}(t)$ . Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die benötigten Formfunktionen  $\mathbf{N}$  zu erhalten. Neben den Eigenformen von Kontinuumsmodellen, wie Platten und Schalen, sind die Eigenformen von FE-diskretisierten Modellen dafür verwendbar. Ebenfalls kann das diskretisierte Finite-Elemente Modell direkt verwendet werden (mit seinen Formfunktionen für jedes Element). Die verschiedenen Methoden der Modellreduktion zur Generierung von Formfunktionen mit einer geringen Anzahl von Freiheitsgraden sind im nächsten Kapitel angeführt.

## 3. Modellreduktion

Die Modellreduktion findet Verwendung in der Submodellanalyse, bei strukturdynamischen Analysen, Eigenwertproblemen, Vibrations-, Beulrechnungen, Parameterstudien und Schadensanalysen. Neben dem weiten Feld der Strukturmechanik wird die Modellreduktion auch in Anwendungen mit Fluiden und Thermodynamik, sowie allgemeinen linearen und nichtlinearen Randwertproblemen verwendet [Qu04]. Spezielle Beispiele für Modellreduktion sind u.a. Schaltkreissimulationen in Mikroprozessoren, Wettervorhersage, biologische und molekulare Systeme, Wärmeausbreitungssysteme und Mikro-Elektro-Mechanische Systeme (MEMS) [Ant05]. Standardmäßig sind in vielen FE-Programmen Routinen zur Reduktion von Strukturen zur Generierung von Superelementen oder flexiblen Körpern für dynamische Simulationen implementiert.

Die ersten Ansätze für Modellreduktion und Substrukturierung wurden von HURTY [Hur61], [Hur65] und GLADWELL [Gla64] veröffentlicht. Die klassischen *Component Mode Synthesis* (CMS) Methoden wurden bald danach von CRAIG und BAMPTON [BC68], MACNEAL[Mac71] und RUBIN [Rub75] entwickelt.

Die Dynamik der Strukturmechanik basiert auf der linearisierten Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{t}) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K} \mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}(\mathbf{t}). \tag{3.1}$$

 $\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  sind dabei die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix des nicht reduzierten Modelles.  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  ist der Lastvektor und  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  der unbekannte Verschiebungsvektor der Knotenpunkte mit *n* Freiheitsgraden (DOF). in vielen Fällen liegt die Anzahl unbekannter Freiheitsgrade im Bereich  $10^5 \leq n$ , was zu großen Systemmatrizen mit hohem Speicher- und Rechenbedarf und somit langer Rechenzeit führt [KB08; KB07].

Das generelle Konzept der meisten Reduktionsmethoden ist, einen Unterraum  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , mit deutlich kleineren Dimensionen  $m \ll n$  zu finden. **T** ist dabei die Koordinatentransformationsmatrix. Der Zustandsvektor wird dabei durch

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{T} \, \mathbf{q}(t) \tag{3.2}$$

beschrieben. **q** sind die reduzierten Verschiebungskoordinaten  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  und werden bei modaler Reduktion auch modale Verschiebungen genannt. Nachdem die Transformationsmatrix **T** zeit-invariant ist, ergeben sich die Ableitungen von Gleichung 3.2 zu

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{T} \, \dot{\mathbf{q}}(t) \tag{3.3}$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{T} \, \ddot{\mathbf{q}}(t). \tag{3.4}$$

Wenn Gleichung 3.3 und 3.4 mit Gleichung 3.2 in Gleichung 3.1 eingesetzt und beide Seiten von links mit der transponierten Transformationsmatrix  $\mathbf{T}$  multipliziert werden, erhält man die reduzierte Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}_R \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{D}_R \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_R \mathbf{q}(t) = \mathbf{F}_R(t).$$
(3.5)

 $\mathbf{M}_R, \mathbf{D}_R, \mathbf{K}_R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  sind dabei die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix des reduzierten Systems.  $\mathbf{F}_R \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  ist der Lastvektor, der auf das reduzierte Modell wirkt. Diese reduzierten Matrizen sind definiert als:

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T}, \quad \mathbf{D}_R = \mathbf{T}^T \mathbf{D} \mathbf{T}, \quad \mathbf{K}_R = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T}, \quad \mathbf{F}_R = \mathbf{T}^T \mathbf{F}.$$
 (3.6)

Obwohl die Dimension der reduzierten Bewegungsgleichung (Gl. 3.5) deutlich geringer ist, werden die dynamischen Eigenschaften des ursprünglichen Modells innerhalb eines bestimmten Frequenzbereiches ausreichend genau dargestellt.

## 3.1. Eigenformen

Grundsätzlich kann die modale Superposition mit den Formfunktionen einer beliebigen modalen Basis erstellt werden. Der folgende Abschnitt umfasst, ausgehend von den freien Eigenformen, die das Vibrationsverhalten der nicht eingeschränkten Struktur wiedergeben, über die Eigenformen der eingespannten Struktur - den Normal Modes bis zu den Constraint Modes, die speziell die Verformungen aufgrund Verschiebungen an den Master-Knoten abbilden, und den Joint Interface Moden. Im folgenden sind bei dem Begriff Normal Modes die Eigenformen der eingespannten Struktur gemeint, da der Ausdruck auch für freie Eigenformen verwendet werden kann. Auf eine detaillierte Darstellung der Sonderformen von Attachment Modes, wie den Inertia-Relief Attachment Modes oder den Residual Flexibility Attachment Modes, wird verzichtet. Eine detaillierte Beschreibung dieser findet sich z.B. in [CK06], [Qu04] oder [Cra00].

### 3.1.1. Freie Eigenformen

Die Eigenfrequenzen eines Körpers sind die Frequenzen, bei denen der Körper in der dazugehörigen Eigenform schwingt. Dabei gibt es so viele mögliche Eigenfrequenzen und Eigenformen, wie die Struktur Freiheitsgrade besitzt. Ausgehend von der ungedämpften Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\,\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \tag{3.7}$$

mit dem Ansatz $\mathbf{u}=\boldsymbol{\varphi}e^{\lambda t}$ folgt das Eigenwertproblem

$$(\mathbf{K} - \lambda^2 \mathbf{M}) \,\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0}. \tag{3.8}$$

Die dabei enthaltenen nichttrivialen Lösungen, falls

$$det(\mathbf{K} - \lambda^2 \mathbf{M}) = \mathbf{0},\tag{3.9}$$

sind die Eigenfrequenzen  $\lambda_1, \ldots \lambda_n$ . Die dazugehörenden Eigenvektoren  $\varphi_1, \ldots \varphi_n$  ergeben sich dabei aus

$$\left(\mathbf{K} - \lambda_i^2 \mathbf{M}\right) \boldsymbol{\varphi}_i = \mathbf{0} \qquad \text{oder} \qquad \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i = \lambda_i^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i. \tag{3.10}$$

Für weitere Eigenschaften von Eigenwerten und Eigenvektoren, wie ihre Orthogonalität usw., sei auf [BZ01], [RD12] oder auch [Ste10] verwiesen.

#### 3.1.2. Normal Modes - NM

Der zweite Ansatz, eine brauchbare modale Basis zu erhalten, ist über die Eigenfrequenzen und Eigenformen der eingespannten Struktur möglich. Die Normal Modes sind auch bekannt als Fixed Interface Vibration Modes oder Fixed Interface Normal Modes. Das System wird aufgeteilt in Master- und Slave- Knoten bzw. in gesperrte Freiheitsgrade  $(\mathbf{u}_M)$  und nicht beeinflusste Freiheitsgrade  $(\mathbf{u}_S)$  (ähnlich Abschnitt 3.2).

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{MM} & \mathbf{M}_{MS} \\ \mathbf{M}_{SM} & \mathbf{M}_{SS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_M \\ \ddot{\mathbf{u}}_S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{MM} & \mathbf{K}_{MS} \\ \mathbf{K}_{SM} & \mathbf{K}_{SS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_M \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$
 (3.11)

Das Sperren der Master-Freiheitsgrade ( $\mathbf{u}_M = \mathbf{0}$ ) führt zu

$$\mathbf{M}_{SS}\ddot{\mathbf{u}}_S + \mathbf{K}_{SS}\mathbf{u}_S = \mathbf{0}.$$
(3.12)

Dies kann als Eigenwertproblem wie im vorherigen Abschnitt nach Gleichung 3.8 behandelt werden.

#### 3.1.3. Constraint Modes - CM

Ein Constraint-Mode stellt die statische Verformung aufgrund einer Einheitsverschiebung eines Master-Freiheitsgrades dar. Dabei bleiben alle anderen Master-Freiheitsgrade gesperrt. Der komplette Satz Constraint Modes bildet dadurch die kompletten Verformungen aufgrund Verschiebungen in den Master-Freiheitsgraden ab. Ausgehend von den Master und Slave Freiheitsgraden und der dazugehörigen Bewegungsgleichung 3.11 aus dem vorherigen Unterabschnitt ergibt sich die zweite Zeile zu

$$\mathbf{M}_{SS}\ddot{\mathbf{u}}_S + \mathbf{M}_{SM}\ddot{\mathbf{u}}_M + \mathbf{K}_{SS}\mathbf{u}_S + \mathbf{K}_{SM}\mathbf{u}_M = \mathbf{0}.$$
(3.13)

Eine Vernachlässigung des dynamischen Anteils lässt den verbliebenen statischen Teil zu

$$\mathbf{u}_{S,stat} = \mathbf{K}_{SS}^{-1} \mathbf{K}_{SM} \mathbf{u}_M \tag{3.14}$$

kondensieren.  $\mathbf{K}_{SS}^{-1}\mathbf{K}_{SM}$  bildet dabei die statische Kondensationsmatrix, die den Zusammenhang auf die Verschiebungen der Master-Freiheitsgrade aufzeigt.

## 3.1.4. Starrkörpermoden

Starrkörpermoden sind ein Sonderfall der Constraint-Modes und nicht wie oft gemeint ein Teil der Normalmoden [Cra00]. Sie sind definiert durch eine Verschiebung der Knotenpunkte ohne eine Deformation der Struktur. Zusätzlich zu den Starrkörpermoden aufgrund der globalen (i.A. sechs) Freiheitsgraden können noch zusätzliche Starrkörpermoden aufgrund von Mechanismen z.B. Gelenken innerhalb der Struktur auftreten. Sie können durch Orthonormalisierung der modalen Basis gewonnen werden und sind an ihrer Eigenfrequenz von 0 erkennbar (Abschnitt 3.3.2).

## 3.1.5. Attachment Modes

Attachment Modes sind die Eigenformen die durch den Verschiebungsvektor aufgrund einer Einheitskraft erhalten werden. Attachment Modes sind dadurch nur Spalten der dazugehörigen Flexibilitäts-Matrix **G** [CK06]. Die Flexibilitäts-Matrix ist dabei die Pseudo-Inverse der Steifigkeitsmatrix, da diese durch die inkludierten Starrkörper-Moden singulär ist [Leh07; GR97]. Erstmals eingeführt wurden sie von Bamford [Bam67] und sie sind vor allem nützlich, um die Verformungen aufgrund einer Last an einem vordefinierten Freiheitsgrad darzustellen.

$$\Psi_a = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{f} \tag{3.15}$$

Dabei sei **f** der Kraftvektor mit den Einheitskräften an den Interface-Knoten und  $\Psi_a$  die dabei erhaltenen Attachment-Modes. Die Schwierigkeit dabei ist, dass viele Komponenten bis zu sechs Starrkörper-Freiheitsgrade besitzen, die es unmöglich machen direkt auf die nicht eingespannte Struktur Kräfte aufzubringen, um die Formfunktionen zu erhalten [CK06]. Die Attachment Modes teilen sich deshalb in Inertia-Relief Attachment-Modes sowie Residual-Flexibility-Attachment-Modes auf [Qu04].

## 3.1.6. Joint Interface Moden - JIMs

Da Fügestellen mit ihren Nichtlinearitäten bei den bekannten Reduktionsverfahren nicht abgebildet werden können, wird die Methode der Fügestellen-Eigenformen, auch bekannt als Joint Interface Modes (JIMs), vorgestellt [Wit07; WI09a; WI09b; WI08]. Die Bewegungsgleichung der ungedämpften Struktur mit einer Verbindungsstelle (Abb. 3.1) ergibt sich als:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_{IJ}.\tag{3.16}$$

 $\mathbf{F}_B$  sei dabei die externe Kraft und  $\mathbf{F}_{IJ}$  die Kontaktkraft in der Verbindungsstelle. Die Angriffspunkte der externen Kräfte sind dabei rein auf die Punkte **B** beschränkt. Die Freiheitsgrade der Knoten teilen sich auf in  $\mathbf{u}_B$ ,  $\mathbf{u}_{IJ}$  und  $\mathbf{u}_R$ . Der Vektor der Knotenfreiheitsgrade kann somit als

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_{IJ} \\ \mathbf{u}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_{IJ1} \\ \mathbf{u}_{IJ2} \\ \mathbf{u}_R \end{pmatrix}$$
(3.17)



Abbildung 3.1.: FE-Modell einer Verbindungsstelle [WI09b]

dargestellt werden. Die Aufteilung der Kräfte erfolgt analog in der Form

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_B \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{F}_{joint} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{ij} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \tag{3.18}$$

wobei  $\mathbf{F}_B$  die externen Kräfte aufgrund der externen Lasten und  $\mathbf{F}_{ij}$  die entstehenden Kontaktkräfte darstellt. Die Berechnung der JIMs für die Transformationsmatrix erfolgt über das Eigenwertproblem der reduzierten Bewegungsgleichung

$$[\mathbf{K}_R - (\mathbf{\Omega}_R^*)^2 \,\mathbf{M}_R] \boldsymbol{\Phi}_R = \mathbf{0}. \tag{3.19}$$

 $\mathbf{K}_R$  und  $\mathbf{M}_R$  stellen dabei die reduzierte Steifigkeits- und Massenmatrix nach Gleichung 3.6 dar. Die Diagonalmatrix  $\mathbf{\Omega}_R^*$  mit  $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{R}^{r \times r}$  enthält dabei die r Eigenwerte und  $\mathbf{\Phi}_R$  die dazugehörigen  $r \times r$  Eigenvektoren [WI09b]. Um eine signifikante Reduktion zu erreichen werden nur die ersten k Eigenvektoren berücksichtigt ( $k \ll r$ ). Die JIMs für die gesamte Struktur können durch Anwendung der Reduktion berechnet werden.

$$\mathbf{\Phi}_{JIM} = \mathbf{T} \, \mathbf{\Phi}_R^*. \tag{3.20}$$

Die gesamte Transformationsmatrix setzt sich aus den notwendigen CRAIG-BAMPTON-Moden (Abschn. 3.3.1) sowie den JIMs zusammen. Die Reduktionsgleichung 3.2 ergibt sich somit zu

$$\mathbf{u} = \left[\mathbf{\Phi}_{\text{CRAIG-BAMPTON}} \; \mathbf{\Phi}_{JIM}\right] \mathbf{q}. \tag{3.21}$$

Die hier prinzipiell vorgestellten JIMs dienen als Grundlage für die Kontaktberechnung in der MKS mittels MAMBA und der dazu notwendigerweise erweiterten Modebasis in den Kontaktflächen.

## 3.2. Statische Reduktion (Guyan - Reduktion)

Die GUYAN-Reduktion wurde 1965 von GUYAN [Guy65] und IRONS [Iro65] vorgestellt und ist auch als statische Reduktion bekannt. Das Modell wird so reduziert, dass die Steifigkeitsmatrix des reduzierten Modells an den externen Knoten mit der des vollständigen Modelles übereinstimmt. Die Freiheitsgrade werden dabei auf interne und externe Knoten aufgeteilt. Die Aufteilung ist als Boundary/Internal oder Master-/Slave-Knoten bekannt. Als Master-Knoten gelten dabei Knoten, an denen externe Kräfte aufgebracht werden oder Randbedingungen wirken. Da bei der Reduktion die Massenmatrix nicht berücksichtigt wird, kann auch die Trägheitskopplung zwischen internen und externen Knoten nicht abgebildet werden. Daraus folgt auch, dass die GUYAN-Reduktion nur für statische Probleme eine exakte Lösung liefert, dennoch ausreichende Genauigkeit im niedrigen Frequenzbereich [Qu04].

Ausgehend von der Gleichung des statischen Systems

$$\mathbf{K}\,\mathbf{u} = \mathbf{F} \tag{3.22}$$

wird der Vektor der Knotenfreiheitsgrade  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  aufgeteilt in Master- und Slave-Anteile

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{pmatrix}. \tag{3.23}$$

Einsetzen in 3.22 ergibt

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{MM} & \mathbf{K}_{MS} \\ \mathbf{K}_{SM} & \mathbf{K}_{SS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_M \\ \mathbf{F}_S \end{pmatrix}.$$
(3.24)

Wegen der Symmetrie von  ${\bf K}$  gilt

$$\mathbf{K}^T = \mathbf{K}.\tag{3.25}$$

Da an den internen Knoten keine Kräfte angreifen können, ist  $\mathbf{F}_S = 0$ . Gleichung 3.24 ausgeschrieben und zeilenweise aufgetrennt ergibt somit

$$\mathbf{K}_{MM}\,\mathbf{u}_M + \mathbf{K}_{MS}\,\mathbf{u}_S = \mathbf{F}_M \tag{3.26}$$

$$\mathbf{K}_{SM}\,\mathbf{u}_M + \mathbf{K}_{SS}\,\mathbf{u}_S = \mathbf{0}.\tag{3.27}$$

Ist  $\mathbf{u}_M$  bekannt, kann mittels 3.27 die Verschiebung der Slave-Knoten direkt errechnet werden

$$\mathbf{u}_S = -\mathbf{K}_{SS}^{-1} \, \mathbf{K}_{SM} \, \mathbf{u}_M. \tag{3.28}$$

Der Vektor  $\mathbf{u}$  kann auch dargestellt werden als

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} \\ -\mathbf{K}_{SS}^{-1} \mathbf{K}_{SM} \end{pmatrix} \mathbf{u}_M.$$
(3.29)

 $\mathbf{E}_{mm}$  ist die  $M \times M$ -Einheitsmatrix. Nachdem 3.29 die Form 3.2 hat, folgt

$$\mathbf{q} = \mathbf{u}_M, \qquad \mathbf{T}_{stat} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} \\ -\mathbf{K}_{SS}^{-1} \mathbf{K}_{SM} \end{pmatrix}.$$
(3.30)

Das Prinzip der statischen Kondensation ist dabei nichts anderes, als eine GAUSSCHE-Elimination [BZ01]. Typischerweise liegt das Verhältnis der kondensierten Freiheitsgrade zu dem der Gesamtfreiheitsgrade im Bereich zwischen 1/2 und 1/10.

Einen hohen Einfluss auf die Genauigkeit hat dabei die Auswahl der Master-Knoten [Wal05]. Die GUYAN-Reduktion ist allerdings nur in seltenen Fällen, da andere, auf RITZ basierende Reduktionsmethoden, genauer und in der Regel schneller sind [SGM08].

## 3.3. Dynamische Reduktion

In der statischen Reduktion nach GUYAN wird die Bewegung der Slave-Knoten nur über die Verschiebung der Master-Knoten abgebildet. Wenn die Master-Knoten sich nicht bewegen, sind also auch die Slave-Knoten in ihrer Bewegung gesperrt. Dies bedeutet, dass die interne Dynamik der Slave-Knoten dabei komplett gesperrt ist [Ste11]. Ziel der Reduktionsverfahren, die auf der statischen Reduktion aufbauen, ist es, die Dynamik der internen Knoten ebenfalls abzubilden.

Zuerst wird auf die klassischen Verfahren eingegangen, da die CRAIG-BAMPTON Reduktion mit der CMS für die Reduktion im Anwendungsteil verwendet wird. Abschließend folgt eine Übersicht über die modernen Reduktionsmethoden für dynamische Systeme.

### 3.3.1. Craig-Bampton Reduktion

Um eine für dynamische Untersuchungen brauchbare modale Basis zu erhalten, werden neben den Constraint Modes die Normalformen der eingespannten Struktur in die Reduktion eingebunden. Erstmalig vorgestellt wurde die CRAIG-BAMPTON-Reduktion 1968 in [BC68]. Des Weiteren ist sie u.a. detailliert in [MSC07], [Cra00] und [CK06] beschrieben.  $\mathbf{T}_N$  sei die Matrix der ersten  $n_N$  Normalformen des eingespannten Körpers (Abschnitt 3.1.2). Weiters sei

$$\mathbf{T}_M = -\mathbf{K}_{SS}^{-1} \mathbf{K}_{SM} \tag{3.31}$$

(nach 3.28) die Matrixform des Zusammenhangs zwischen Master- und Slave-Freiheitsgrad-Verschiebungen. Die Spalten von  $\mathbf{T}_M$  enthalten dabei die Constraint Modes [Rei11]. Die Verschiebung der Slave-Knoten kann somit über die Verschiebungen der Master-Knoten  $\mathbf{u}_M$  zusammen mit den modalen Koordinaten der Normalmoden  $\mathbf{q}_N$  dargestellt werden als

$$\mathbf{u}_S = \mathbf{T}_M \mathbf{u}_M + \mathbf{T}_N \mathbf{u}_N. \tag{3.32}$$

Kombiniert ergeben die beiden Gleichungen für die Verschiebungen der Master- und Slave-Knoten (Gl. 3.28 und 3.32)

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_M & \mathbf{T}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{q}_N \end{pmatrix}.$$
(3.33)

Dies stellt die gewünschte Reduktion nach 3.2 dar, wenn

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{M} & \mathbf{T}_{N} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{M} \\ \mathbf{q}_{N} \end{pmatrix}.$$
(3.34)

Die Gleichung 3.33 stellt den Zusammenhang zwischen den physikalischen Freiheitsgraden und den CRAIG-BAMPTON-Moden mit ihren modalen Koordinaten dar [MSC07]. Die dazugehörigen Steifigkeits- und Massenmatrizen lassen sich durch folgende Transformation erhalten:

$$\mathbf{M}_{R} = \mathbf{T}^{T} \mathbf{M} \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{M} & \mathbf{T}_{N} \end{pmatrix}^{T} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{MM} & \mathbf{M}_{MS} \\ \mathbf{M}_{SM} & \mathbf{M}_{SS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{M} & \mathbf{T}_{N} \end{pmatrix}$$
(3.35)

$$\mathbf{K}_{R} = \mathbf{T}^{T} \mathbf{K} \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{M} & \mathbf{T}_{N} \end{pmatrix}^{T} \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{MM} & \mathbf{K}_{MS} \\ \mathbf{K}_{SM} & \mathbf{K}_{SS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{M} & \mathbf{T}_{N} \end{pmatrix}.$$
 (3.36)

Der Vorteil der CRAIG-BAMPTON Reduktion liegt darin, dass die Bewegungen der Master-Freiheitsgrade exakt in der modalen Basis abgebildet werden und es keinen negativen Einfluss auf diese hat, wenn Moden höherer Ordnung vernachlässigt werden [MSC07].

## 3.3.2. Orthonormalisierung von Eigenformen

Die reine CRAIG-BAMPTON-Methode besitzt einige Nachteile, sodass sie normalerweise in abgeänderter Form eingesetzt wird. Problematisch sind dabei die integrierten Starrkörpermoden, die für die MKS-Analyse eliminiert werden müssen. Ein weiterer Nachteil ist, dass eine Deaktivierung einzelner Constraint Modes der Sperre eines Freiheitsgrades gleichkommt [MSC07]. Die weitere Transformation geht aus vom CRAIG-BAMPTON-Vektor der modalen Koordinaten

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{q}_N \end{pmatrix}. \tag{3.37}$$

Die Idee dabei ist, dass die enthaltenen sechs Starrkörpermoden eine dazugehörige Eigenfrequenz von Null haben. Durch eine modale Transformation können diese eliminiert werden [Ste11]. Ausgehend von der Bewegungsgleichung des reduzierten ungedämpften Systems

$$\mathbf{M}_R \,\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_R \,\mathbf{q}(t) = \mathbf{F}_R(t) \tag{3.38}$$

ergibt sich das Eigenwertproblem

$$\left(\mathbf{K}_{R}-\lambda^{2}\mathbf{M}_{R}\right)\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{R}}=\mathbf{0}.$$
(3.39)

Dies führt zu m Eigenvektoren  $\varphi_{Rm}$ , die zusammen eine Transformationsmatrix **N** ergeben. Diese dient als Basis für die neu eingeführten Koordinaten  $\mathbf{q}^*$ 

$$\mathbf{N}\mathbf{q}^{\star} = \mathbf{q}.\tag{3.40}$$

Dabei handelt es sich um keine Reduktion, sondern nur um eine Projektion auf eine neue Basis [Ste11]. Die orthogonalisierten CRAIG-BAMPTON-Moden sind keine Eigenvektoren des Originalsystems, sondern vielmehr Eigenvektoren des CRAIG-BAMPTON-Systems und haben somit auch eine natürliche Eigenfrequenz [MSC07].

### 3.3.3. CMS - Synthese von Komponentenmoden

Die Synthese von Komponentenmoden - Component Mode Synthesis (CMS) - ist der eigentliche Gesamtprozess der Reduktion und ebenso ein RITZsches Verfahren [BZ01]. Die meisten Verfahren verwenden die beiden unterschiedlichen Ansätze der Synthese freier Eigenmoden sowie der Synthese von Normalmoden mit gesperrten Interface-Knoten. Ebenfalls möglich sind hybride bzw. duale Methoden, die sich aus den beiden ursprünglichen Verfahren zusammensetzen.

GERADIN und CARDONA [GC01] unterteilen die Methoden zur CMS demgegenüber in Dynamic Impedance (CRAIG-BAMPTON) und Dynamic Admittance (RUBIN/MACNEAL).

Im *Dynamic Admittance*-Konzept wird das dynamische Verhalten über die freien Eigenformen repräsentiert. Wenn alle freien Eigenformen mitgenommen werden, sind auch die statischen Randbedingungen der Randknoten mitberücksichtigt. Es sind jedoch bei weitem nicht alle Moden notwendig, wenn eine *Residual Flexibility Correction* mittels der Attachment Modes verwendet wird.

Eine weitere Vereinfachung ergibt sich durch die Möglichkeit der Reduktion ohne der Notwendigkeit eines FE-Modelles durch *Korotationale Abschätzung* der kinetischen Energie [GC92; CG91]. Diese führt zu einer einfachen Formulierung und leichten Randbedingungen für die Vibrationsanalyse und dynamischer Antwortrechnung.

#### CMS mit Normalmoden

CMS auf Basis der CRAIG-BAMPTON Reduktion in Kombination mit der Orthonormalisierung der Eigenformen ist in vielen MKS-Programmen implementiert. Da dieses Verfahren im Anwendungsteil bzw. auch vom Programmpaket NASTRAN/ADAMS verwendet wird, sind die detaillierten Schritte für die Synthese der Moden ausformuliert [Ste11]:

**Erstellung FE-Modell** Für jeden flexiblen Körper ist ein FE-Modell notwendig. Das Netz kann verschieden detailliert vernetzt sein, um Spannungsanalysen von Detailbereichen zu ermöglichen. Eine höhere Anzahl an Knoten steigert nur die notwendige Zeit für die Berechnung der Eigenformen und hat auf die eigentliche dynamische Simulation hingegen keinen Einfluss.

- **Definition Master-Knoten** Die Master-Knoten sollten alle Knoten enthalten, an denen Kräfte oder Verschiebungen sowie Randbedingungen auf das spätere Modell einwirken. Die Anzahl soll dennoch möglichst gering sein, um die Ordnung des reduzierten Systems klein zu halten.
- **Craig-Bampton-Reduktion** Die Normal Modes und Constraint Modes müssen vom FE-Löser berechnet werden (Abschn. 3.3.1). Die Anzahl der notwendigen Moden hängt vom Frequenzbereich der erwarteten Anregung ab. In den meisten Fällen ist es ausreichend, die ersten paar Eigenformen zu verwenden.
- **Orthonormalisierung der Eigenformen** Wie im vorherigen Abschnitt 3.3.2 beschrieben, ist die Orthonormalisierung notwendig um die Starrkörpermoden herauszufiltern.

## CMS mit freien Eigenformen

Wenn das reduzierte Set von freien Eigenformen ohne Constraint Modes oder Attachment Modes verwendet wird, ist es statisch unvollständig. Methoden mit freien Eigenformen und Attachment Modes, besonders die Verfahren nach MACNEAL und RUBIN, haben jedoch weite Verwendung gefunden [CK06; Cra00]. Eine Kombination der freien Eigenformen mit den Inertia-Relief-Static modes findet sich bei der CRAIG-CHANG-Methode [CC77].

## Hybride CMS-Formen

Eine Reihe weiterer kombinierter Verfahren wurde in den letzten Jahren publiziert. Unter ihnen findet sich das Dual-CRAIG-BAMPTON Verfahren [Rix03; Rix04], die Mixed-Boundary-CMS [MHW05] sowie *A new exact substructure method using mixed modes* [QWQ03]. Diese hybriden Verfahren ermöglichen zum einen eine bessere Abbildung des Systems in gewissen Frequenzbereichen und sind zum anderen effizienter in der Erstellung der notwendigen Matrizen.

## 3.4. Moderne Reduktionsmethoden

Neben den bisher angeführten klassischen Reduktionsmethoden haben sich, ausgehend von anderen Gebieten wie der Regelungstechnik, neue Reduktionsmethoden etabliert. Neben den Erweiterungen der GUYAN-Reduktion durch IRS und SEREP, welche anschließend detaillierter erläutert werden, zeigen sich neue Verfahren, wie die KRYLOV-Unterraummethoden und Proper Orthogonal Decompensation, die großes Potential aufweisen.

Eine ausführliche Übersicht findet sich z.B. in den Büchern [Ant09] und [Qu04].

## 3.4.1. Improved Reduction System Method – IRS

Basierend auf [OCa89] wird die statische Transformation so verändert, dass die Trägheitsanteile als pseudo-statische Kräfte berücksichtigt werden. Kombiniert man die

freien Eigenformen des reduzierten Systems mit den Gleichungen der GUYAN-Reduktion (Abschn. 3.2), erhält man die Transformationsmatrix des IRS

$$\mathbf{u}_{S} = \left(-\mathbf{K}_{SS}^{-1}\mathbf{K}_{SM} + \mathbf{K}_{SS}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{M}_{R}^{-1}\mathbf{K}_{R}\right)\mathbf{u}_{M}$$
(3.41)

$$\mathbf{P} = \mathbf{M}_{SM} - \mathbf{M}_{SS} \mathbf{K}_{SS}^{-1} \mathbf{K}_{SM}$$
(3.42)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{IRS} \mathbf{u}_M. \tag{3.43}$$

Mit der Hilfsgröße

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{SS}^{-1} \end{pmatrix} \tag{3.44}$$

lässt sich die Transformationsmatrix für die IRS-Methode definieren als [OCa89]

$$\mathbf{T}_{IRS} = \mathbf{T}_{stat} + \mathbf{SMT}_{stat} \mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{K}_R.$$
(3.45)

Diese hängt allerdings von der reduzierten Massen- und Steifigkeitsmatrix der statischen Reduktion ab. Um den Fehler dieses Schemas zu minimieren, kann es zur *iterated IRS method* erweitert werden [FGP95; FGP98]. Dabei werden die verbesserten Abschätzungen von  $\mathbf{M}_R$  und  $\mathbf{K}_R$  aus der vorherigen Iterationen verwendet.

$$\mathbf{T}_{IRS,i+1} = \mathbf{T}_{stat} + \mathbf{SMT}_{IRS,i} \mathbf{M}_{R,i}^{-1} \mathbf{K}_{R,i}.$$
(3.46)

Der Index *i* steht in diesem Fall für die Iteration. Der Algorithmus konvergiert dabei zu den Eigenvektoren und Eigenwerten des vollständigen Systems. Es ist anzumerken, dass die Steifigkeitsmatrix der IRS "steifer" ist, als die der GUYAN-Reduktion [KB07; KB08].

### 3.4.2. System Equivalent Reduction Expansion Process – SEREP

Im systemäquivalenten Reduktions- und Erweiterung-Prozess, kurz SEREP genannt, werden die Eigenwerte und Eigenvektoren des ursprünglichen Systems berechnet [OL96; OAR89]. Ausgehend von der Reduktionsgleichung 3.2 ( $\mathbf{u}(t) = \mathbf{T} \mathbf{q}(t)$ ) werden die Verschiebung und die Transformationsmatrix in Master- und Slave-Anteile partitioniert.

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_M \\ \mathbf{u}_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_M \\ \mathbf{T}_S \end{pmatrix} \mathbf{T}_M^+ \mathbf{u}_M = \mathbf{T}_{SEREP} \mathbf{u}_M$$
(3.47)

wobei  $\mathbf{T}_{M}^{+} = (\mathbf{T}_{M}^{T}\mathbf{T}_{M})^{-1}\mathbf{T}_{M}^{T}$  die Pseudo-Inverse von  $\mathbf{T}_{M}$  darstellt. SEREP zeichnet sich v.a. dadurch aus, dass hochfrequente Bewegungen bis zu einem definierten Limit exakt abgebildet werden [KB07; KB08]. Eine zusätzliche Erweiterung für hochfreqente Antwortrechnungen mittels SEREP findet sich in [Sas03].

### 3.4.3. Krylov – Unterraummethoden

Im Jahre 2000 wurden von den Herausgebern der Zeitschrift "Computing in Science and Engineering" zehn Algorithmen ausgewählt, die größte Bedeutung für Wissenschaft und Technologie im 20. Jahrhundert hatten [Cip00]. Darunter findet sich neben FFT, Simplex und der Monte-Carlo-Methode auch das KRYLOV-Verfahren, aufbauend auf der Arbeit des russischen Mathematikers und Schiffbauingenieurs Alexei Nikolaevich KRYLOV [Kry31].

Es seien  $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\tilde{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  und  $q \in \mathbb{R}^+$  gegeben. Dann wird durch die q Basisvektoren  $\tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{b}}, \dots, \tilde{\mathbf{A}}^{q-1}\tilde{\mathbf{b}}$  nach Krylov ein Raum

$$K_q(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}) = span\{\tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{b}}, \dots, \tilde{\mathbf{A}}^{q-1}\tilde{\mathbf{b}}\}$$
(3.48)

aufgespannt. Auf die ungedämpfte Bewegungsgleichung übertragen, lässt sich mit  $\tilde{\mathbf{A}} \equiv \mathbf{K}^{-1}\mathbf{M}$  und  $\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{b}$  eine Reduktion auf den Unterraum durch Projektion von

$$\mathbf{T}_{Krylov} = span\{\mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}, (\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M})\mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}, \dots, (\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M})^{q-1}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}\}$$
(3.49)

mit

$$\mathbf{T}_{Krylov}^{T}\mathbf{M}\mathbf{T}_{Krylov}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{T}_{Krylov}^{T}\mathbf{K}\mathbf{T}_{Krylov}\mathbf{u} = \mathbf{T}_{Krylov}^{T}\mathbf{F}$$
(3.50)

erreichen [BKQ06]. Es ist numerisch oft sinnvoll, Basen für die Unterräume zu erzeugen, die bestimmten Orthogonalitätsbedingungen genügen [LE06]. Dafür können der LANCZOS oder ARNOLDI-Algorithmus verwendet werden [LS04; LE06].

KRYLOV-basierte Methoden sind effizient für große Probleme, da nur Matrix-Vektor-Operationen notwendig sind und die Anzahl der notwendigen Rechenschritte geringer ist als mit vergleichbaren Verfahren [RS08]. Ein weiterer großer Vorteil ist, dass die Trennung des Systems in Haupt- und Nebenfreiheitsgrade nicht notwendig ist und diese qualitätsbeeinflussende Selektion vom Anwender nicht getroffen werden muss [BKQ06]. Nachteilig ist, dass die Stabilität dabei nicht notwendigerweise erhalten bleibt und keine globale Fehlerschranke existiert [RS08; Ant05].

### 3.4.4. Proper Orthogonal Decomposition – POD

Die Proper Orthogonal Decomposition (POD) ist eine statistische Methode mit dem Ziel, Daten aus einem hohen Dimensionsbereich in einen niedrigen zu projizieren [Ker05]. Sie ist auch als KARHUNEN-LOÈVE-Decomposition bekannt. Einen ausführlichen Überblick bieten Kerschen u. a. in "The method of proper orthogonal decomposition for dynamical characterization and order reduction of mechanical systems: an overview" [Ker05].

Ausgehend von einem Satz von Vektoren  $\mathbf{z}_i \in \mathbb{R}^n$ , mit i = 1, ..., r, die spaltenweise in der Matrix

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1 \ \dots \ \mathbf{z}_R] \tag{3.51}$$

mit dem Rang  $d \leq \min(n, r)$  zusammengefasst sind, ist es das Ziel, die wesentlichen Informationen, die in  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{n \times r}$  enthalten sind, durch einen reduzierten Satz von Basisvektoren darzustellen [Leh07]. Dieser kann über ein mathematisches Optimierungsproblem erhalten werden, welches zur Matrix  $\mathbf{Z}$  einen Satz von Vektoren  $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^n$ , mit  $i = 1, \ldots, l$ und  $l \in [1, d]$  sucht und eine Lösung von

$$\max_{\mathbf{u}_1,\dots,\mathbf{u}_l} \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^r (\mathbf{z}_i \cdot \mathbf{u}_j)^2 \quad \text{mit} \quad \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_j = \delta_{ij} \quad \text{für} \quad 1 \le i, j \le l$$
(3.52)

ist. Die gesuchten Vektoren finden sich mit Hilfe des Eigenwertproblems

$$\underbrace{\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Z}^T}_{\mathbf{K}_{POD}} \cdot \mathbf{u}_i = \lambda_i \mathbf{u}_i. \tag{3.53}$$

Die Matrix  $\mathbf{K}_{POD}$  ist dabei positiv definit, symmetrisch und besitzt keine negativen Eigenwerte [Vol08]. Die Eigenvektoren  $\mathbf{u}_i$  werden als Proper Orthogonal Modes (POM) und die dazugehörigen normierten Eigenwerte  $\hat{\lambda}_i = \lambda_i/r$  als Proper Orthogonal Values (POV) bezeichnet [Ker05].

Gleichung 3.53 zeigt den direkten Zusammenhang mit der Singulärwertzerlegung. Durch diese Beziehung kann die Berechnung der POD auch alternativ mittels der von Volkwein vorgeschlagenen *Snapshot*-Methode erfolgen [Vol08].

#### 3.4.5. Vergleich moderner Reduktionsmethoden

Die Methode der Balanced Truncation, des balancierten Abschneidens, lässt sich nicht direkt auf Systeme zweiter Ordnung anwenden [Leh07; Ant05], deshalb wird hier nicht weiter darauf eingegangen. Allerdings ist es möglich, über Umwege die Idee, des balancierten Abschneidens für die Reduktion mechanischer Systeme zu nützen [RS08; Leh07].

KOUTSOVASILIS UND BEITELSCHMIDT bemerken in [KB07] und [KB08], dass CMS zwar oft eine gute Näherung bietet, aber nicht immer anwendbar ist. Es wird an einem Pleuel die Methoden GUYAN, CMS, IRS, SEREP und KRYLOV untersucht. Vor allem die Abhängigkeit der Frequenz und der notwendigen Masterfreiheitsgrade wird bemängelt, während die KRYLOV-basierte-Reduktion nur die Dimension des reduzierten Systems benötigt.

Ein weiterer Vergleich in [Wit12] zwischen CMS, Moment-Matching (KRYLOV-Methode) und Balanced-Truncation zeigt, dass speziell für metallische Strukturen CMS die beste Möglichkeit zur Reduktion darstellt.

HAN untersucht in [Han12] die Frequenzantworten einer Karosserie mit über 500,000 Freiheitsgraden mittels KRYLOV-Unterraum Methoden. Der Rechenaufwand für die Berechnung der Eigenfrequenzen kann auf unter 1%, des ursprünglichen Aufwandes gesenkt werden.

HERKT U. A. beschreiben in [HDP09] den Vergleich der Reduktion eines nichtlinearen Luftfederelementes zwischen POD und CMS. Es zeigt sich, dass die CMS mit den starken Nichtlinearitäten nicht so gut umgehen kann wie die POD-Methode.
Eine vielseitige Anwendungsmöglichkeit für die KRYLOV-Unterraummethoden findet man speziell für elektrische Schaltkreise und MEMS (Mikro-Elektro-Mechanische-Systeme) z.B. in [RK06a; RK06b].

Die Methoden basierend auf der Singulärwertzerlegung wie balanciertes Abschneiden und POD, Hankl Approximation usw. sind trotz ihrer vielen Vorteile in der Anwendung an Systemen erster Ordnung nicht für elastische Mehrkörpersimlationen sinnvoll nutzbar [LE06; Ant05].

Es zeigt sich, dass es für fast jedes Verfahren Anwender und Beispiele gibt, bei denen sich diese als vorteilhaft erweisen. Vor allem in der Regelungstechnik werden die modernen Reduktionsmethoden immer häufiger angewendet, während es in der Strukturmechanik in erster Linie an der Implementierung in häufig verwendeten Softwarepaketen fehlt.

## 4. Dynamische Finite-Elemente Rechnung

Da das Anwendungsbeispiel des Doorslam eine sehr spezifische Anwendung der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung darstellt, sind im folgenden einzelne Punkte, wie die grundsätzliche explizite Berechnungsmethode sowie der Einfluss des Zeitinkrements und der Dämpfung ausgeführt.

Auf die grundsätzliche Methode der Finiten Elemente sei hier nicht weiter eingegangen, da sie in dieser Arbeit primär dem Vergleich und der Verifikation der Simulation mit der reduzierten Struktur dient. Eine vollständige Übersicht über die verschiedenen Verfahren findet sich z.B. in BATHE [BZ01].

Wie in der Einführung erwähnt, ist für die Simulation des Türzuschlagens eine nichtlineare dynamische Berechnungsmethode erforderlich. Eine Quelle der Nichtlinearität sind dabei die großen Rotationen [GC01]. Eine weitere stellt der Kontakt mit der Dichtung sowie intern zwischen den Blechen dar. Nichtlineares Materialverhalten liegt nicht vor, weil mittels flexiblen Körpern in der MKS bzw. der Floating-Frame-of-Reference -Formulierung nur linear elastisches Materialverhalten simuliert werden kann.

Grundsätzlich ist die Berechnung eines Problemes, wie des Doorslams, auch mit impliziten Methoden möglich. Die Entscheidung für die explizite Berechnungsmethode fällt aufgrund vorhandener Erfahrung im ECS, besserer Implementierung notwendiger Elemente in ABAQUS/Explicit sowie der geforderten kleinen Ausgabeschrittweite. Ebenfalls für die explizite Methode spricht die notwendige kleine Schrittweite aufgrund der vielen Kontakte in der Dichtung.

## 4.1. Zentrale Differenzenmethode -Explizite Zeitintegration

Die Differentialquotienten der Bewegungsgleichung 3.1 werden durch die Differenzenquotienten ersetzt [Ste10]. Grundsätzlich kann jeder geeignete Finite-Differenzen-Ausdruck dazu verwendet werden, um die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen durch die Verschiebungen auszudrücken. Da das Schema jedoch leistungsfähig sein sollte, kommen nur wenige Methoden dafür in Betracht. Ein sehr effektives Verfahren dabei ist die zentrale Differenzenmethode [BZ01]. Zur Beschreibung des Verfahrens werden die Abkürzungen  $\mathbf{u}(t) = {}^{t}\mathbf{u}, \ \dot{\mathbf{u}}(t) = {}^{t}\dot{\mathbf{u}}$  und  $\ddot{\mathbf{u}}(t) = {}^{t}\ddot{\mathbf{u}}$  verwendet. Für die Beschleunigung wird angenommen, dass

$${}^{t}\ddot{\mathbf{u}} = \frac{1}{\Delta t^{2}} ({}^{t-\Delta t}\mathbf{u} - 2{}^{t}\mathbf{u} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{u}).$$

$$(4.1)$$

Um den Fehler von der gleichen Ordnung  $(\delta)^2$  in der Entwicklung der Geschwindigkeit zu haben, kann

$${}^{t}\dot{\mathbf{u}} = \frac{1}{2\Delta t} \left(-{}^{t-\Delta t}\mathbf{u} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{u}\right)$$
(4.2)

für diese verwendet werden. Die gesuchte Verschiebungslösung zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$ erhält man durch die Betrachtung der Bewegungsgleichung zur Zeit t:

$$\mathbf{M}^{t}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}^{t}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^{t}\mathbf{u} = {}^{t}\mathbf{F}.$$
(4.3)

Wenn die beiden Beziehungen 4.1 und 4.2 für die Geschwindigkeit sowie die Beschleunigung eingesetzt werden, ergibt sich die obige Gleichung 4.3 zu:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{D}\right)^{t+\Delta t}\mathbf{u} = {}^{t}\mathbf{F} - \left(\mathbf{K} - \frac{2}{\Delta t^2}\mathbf{M}\right)^{t}\mathbf{u} - \left(\frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{K}\right)^{t-\Delta t}\mathbf{u}.$$
 (4.4)

Ist  $\Delta t$  über alle Zeitschritte hinweg konstant, so muss  $(\frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{D})$  nur einmal am Beginn der Rechnung invertiert werden, die Steifigkeitsmatrix in diesem Falle sogar gar nicht [Ste10]. Besonders effizient ist das Verfahren, wenn **M** als Diagonalmatrix und keine Dämpfung (bzw. **D** ebenfalls in Diagonalform) vorliegen [Ram10]. Ersteres erreicht man, wenn statt der konsistenten Massenmatrix ein *Lumped-Mass-Modell* verwendet wird [Ste10]. Dabei wird die gesamte Masse der Struktur auf die Knoten des Bauteiles umgelegt. Somit reduziert sich Gleichung 4.4 zu

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M}\right)^{t+\Delta t}\mathbf{u} = {}^t\hat{\mathbf{F}} \tag{4.5}$$

mit dem "effektiven Lastvektor"

$${}^{t}\hat{\mathbf{F}} = {}^{t}\mathbf{F} - (\mathbf{K} - \frac{2}{\Delta t^{2}}\mathbf{M}){}^{t}\mathbf{u} - (\frac{1}{\Delta t^{2}}\mathbf{M}){}^{t-\Delta t}\mathbf{u}.$$
(4.6)

Die zentrale Differenzenmethode ist ein *explizites* Verfahren, weil der Verschiebungsvektor  $t^{+\Delta t}\mathbf{u}$  auf der Bewegungsgleichung zum Zeitpunkt t beruht und somit explizit berechnet wird [Ram10]. Andere Integrationsverfahren nach HOUBOLT, WILSON und NEWMARK verwenden die Beziehungen zur Zeit  $t + \Delta t$ , daher werden diese *implizite* Verfahren genannt.

#### Startprozedur

Da für den allerersten Zeitschritt  $0 \to \Delta t$  die Verschiebung  $^{-\Delta t}\mathbf{u}$  benötigt wird, diese allerdings nur für die Zustände zum Zeitpunkt t = 0 bekannt sind, ist eine spezielle

Anfangsbedingung notwendig. <sup>0</sup>**u** und <sup>0</sup>**u̇** sind vorgegeben und <sup>0</sup>**ü** ist ebenfalls über die Bewegungsgleichung bestimmt. Die Beziehungen 4.2 und 4.1 können verwendet werden um  $^{-\Delta t}$ **u** zu erhalten:

$${}^{-\Delta t}\mathbf{u} = {}^{0}\mathbf{u} - \Delta t \,{}^{0}\dot{\mathbf{u}} + \frac{\Delta t^{2}}{2} \,{}^{0}\ddot{\mathbf{u}}.$$
(4.7)

Das Verfahren kann mit diesen Anfangswerten gestartet werden [Ram10].

## 4.2. Schrittweite

Die Schrittweite bestimmt bei inkrementellen Berechnungsverfahren direkt die Anzahl notwendiger Zeitschritte und somit die Rechenzeit. Sie hängt, wie im folgenden erläutert, direkt von der kleinsten Elementkantenlänge sowie den Materialeigenschaften Dichte und Steifigkeit ab.

Explizit wird in kleinen Zeitinkrementen integriert. Das Stabilitätslimit des Operators ist durch die höchstmögliche Frequenz des Systems gegeben als

$$\Delta t \le \frac{2}{\omega_{max}}.\tag{4.8}$$

Mit Dämpfung erweitert sich das stabile Zeitinkrement auf

$$\Delta t \le \frac{2}{\omega_{max}} (\sqrt{1 + \xi_{max}^2} - \xi_{max}^2).$$
(4.9)

 $\xi^2_{max}$  ist dabei der Anteil der kritischen Dämpfung der höchsten Frequenz. Dies zeigt, dass entgegen dem ingenieursmäßigen Verständnis eine Erhöhung bzw. Einführung der Dämpfung das stabile Zeitinkrement verkleinert [Aba12a]. Eine Annäherung an das Stabilitätslimit ist oft als die kleinste notwendige Zeit, für die Ausbreitung einer Welle über ein Element dargestellt:

$$\Delta t \approx \frac{L_{min}}{c_d}.\tag{4.10}$$

 $L_{min}$  ist dabei die kleinste Elementkantenlänge und  $c_d$  die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit des Materials, beschrieben über  $\lambda_0$  und  $\mu_0$ . Diese Bedingung wird nach COURANT, FRIEDRICHS und LEWY auch als CFL-Bedingung bezeichnet ([CFL28] nach [BZ01]).

Die Geschwindigkeit der Wellenausbreitung  $c_d$  berechnet sich über den effektiven hypoelastischen Materialmodul. Für isotropes elastisches Material berechnet sich die Lamè'sche-Konstante  $\hat{\lambda}$  mit dem Elastizitätsmodul E und der Poisson-Zahl  $\nu$  zu

$$\hat{\lambda} = \lambda_0 = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{4.11}$$

und

$$\hat{\mu} = \mu_0 = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$
(4.12)

Dies führt schlussendlich in Zusammenhang mit der Dichte des Materials auf die gesuchte Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c_d = \sqrt{\frac{\hat{\lambda} + 2\hat{\mu}}{\rho}}.$$
(4.13)

Die Anzahl der notwendigen Zeitschritte ergibt sich somit über  $T/\Delta \tau$  und ist nur vom kleinsten notwendigen Zeitinkrement abhängig. Möglichkeiten dieses zu erhöhen ergeben sich über eine Änderung der Dichte oder einer Vergröberung der Diskretisierung. Ebenfalls kann die Steifigkeit und die Poisson-Zahl und somit das Material lokal verändert werden, was allerdings nicht zielführend ist. Da die kleinste Elementkantenlänge oft nur in wenigen Elementen in einer kritischen Größe zu finden ist, bietet sich eine Erhöhung der Dichte dieser wenigen Elemente sehr an. Vor allem bei quasistatischen Rechnungen hat diese nur einen sehr geringen Einfluss.

#### Mass Scaling

Wie im vorherigen Abschnitt erwähnt, stellt Mass-Scaling ein relativ elegantes Mittel dar, um trotz sehr weniger kleiner Elemente die Schrittweite anzuheben. Eine Anhebung der Dichte um den Faktor  $m^2$  erhöht das stabile Zeitinkrement um den Faktor m [Nas10]. Um allerdings keinen dominierenden Einfluss der konzentrierten Massenerhöhungen zu erhalten, sollte Mass-Scaling mit Bedacht eingesetzt werden und die Änderungen der kinetischen Energie beachtet werden. Die Dichte  $\rho$  wird dabei um den Faktor  $f^2$  gesteigert. Dies reduziert das notwendige Zeitinkrement von  $\Delta T$  auf  $\Delta T/f$ .

#### Selective Subcycling

Der Nachteil, dass einige wenige Elemente das stabile Zeitinkrement stark senken, kann durch *selective-subcycling* etwas ausgeglichen werden. Dabei werden verschiedene Zeitinkremente für unterschiedliche Gruppen verwendet, je nach der minimal notwendigen Zeitschrittgröße. Wenn die meisten Knoten mit einem großen Zeitinkrement und nur sehr wenige mit einem dazu verhältnismäßig kleinen Zeitinkrement berechnet werden, kann signifikant Berechnungsaufwand eingespart werden [Aba12a]. Sobald diese Knoten allerdings wieder Kontaktbedingungen u.ä. erfüllen, ist die Anwendung dieser Rechenaufwand-Ersparnis nicht mehr möglich.

## 4.3. Dämpfung

Die allgemeine Form der Bewegungsgleichung zeigt, dass sich die n Gleichungen bei Vernachlässigung von Dämpfungseffekten entkoppeln lassen [BZ01]. Da die Dämpfung aber bei vielen Systemen nicht vernachlässigt werden kann, würde man trotzdem gerne mit der entkoppelten Bewegungsgleichung arbeiten. Die RAYLEIGH-Dämpfung (Abschn. 4.3.1) ermöglicht dies. Wie Gleichung 4.9 zeigt, hat die Dämpfung einen negativen Einfluss auf die Rechenzeit bzw. das kleinste Zeitinkrement. Zusätzlich ergibt sich das Problem

der unterschiedlichen Dämpfung zwischen der modal reduzierten Struktur und dem FE-Modell.

### 4.3.1. Rayleigh-Dämpfung

Die Dämpfung kann nur dann auf einfache Weise in der Bewegungsgleichung berücksichtigt werden, wenn sie geschwindigkeitsproportional (viskos) ist. Die RAYLEIGH-Dämpfung beruht auf der Annahme, dass die Verteilung der Masse und Steifigkeit proportional zur Verteilung der Dämpfung sind:

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}.\tag{4.14}$$

Damit wird die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}$  diagonalisierbar. Diese Dämpfungs-Beschreibung ist auch als Bequemlichkeitshypothese bekannt [SGM08], da mit nur zwei Parametern die globale Systemdämpfung beschrieben werden kann. Diese Vorgehensweise ist zwar bei kleinen Dämpfungen sinnvoll [Bee94], hat gleichwohl den Nachteil, dass die reale Dämpfung oft nur sehr grob angenähert wird.

Dieser Ansatz erfüllt zusätzlich die für eine Modalanalyse geforderte Orthogonalitätsbedingung. Die gedämpften Schwingungsformen sind somit identisch mit den ungedämpften [SGM08]. Daraus ergibt sich ein weiterer Vorteil, denn die RAYLEIGH-Dämpfung erlaubt die Entkoppelung der Bewegungsgleichung. Mit einem Paar RAYLEIGH-Koeffizienten  $\alpha$ und  $\beta$  ergeben sich somit für jede Eigenfrequenz andere Dämpfungswerte.

Der Anteil  $\alpha$  kann physikalisch mit der Dämpfung eines umgebenden Mediums beschrieben und als äußere Dämpfung verstanden werden. Diese massenproportionale Dämpfung wirkt v.a. auf die niedrigen Eigenfrequenzen. Der Anteil  $\beta$  hingegen kann physikalisch als innere Dämpfung oder Werkstoffdämpfung verstanden werden und hat einen steigenden Einfluss auf höhere Frequenzen [SGM08].

Wie in Abbildung 4.1 ersichtlich, gibt es genau zwei Frequenzen, bei denen derselbe Dämpfungsgrad aktiv ist. Für alle anderen Frequenzen ergibt sich dadurch der Dämpfungsgrad als abhängige Größe. Ist nur der modale Dämpfungsparameter  $\xi_i$  von zwei Frequenzen bekannt, kann folgendermaßen umgerechnet werden [Ram10]:

$$\alpha + \beta \omega_1^2 = 2\omega_1 \xi_1 \tag{4.15}$$

$$\alpha + \beta \omega_2^2 = 2\omega_2 \xi_2. \tag{4.16}$$

Daraus ergeben sich die beiden RAYLEIGH'schen Dämpfungsparameter zu:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_2\omega_1 - \xi_1\omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2}$$
(4.17)

$$\beta = \frac{2(\psi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2}.$$
(4.18)

Sind die beiden RAYLEIGH'schen Dämpfungsparameter hingegen vorgegeben, lässt sich für jede beliebige Kreisfrequenz  $\omega_i$  der dazugehörige modale Dämpfungsparameter  $\xi_i$  einfach berechnen:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}.\tag{4.19}$$



Abbildung 4.1.: Zusammenhang von RAYLEIGH-Dämpfung und Frequenz [SGM08]

Es ist gut erkennbar, dass, wie vorher erwähnt, der Beitrag von  $\alpha$  bei steigender Frequenz abnimmt und der Anteil von  $\beta$  hingegen zunimmt.

### 4.3.2. Numerische Dämpfung - Bulk Viscosity

Die Bulk Viscosity ist eine globale Dämpfung innerhalb einer mechanischen Struktur, die proportional zur volumetrischen Dehnrate ist. Ihr Zweck ist die Stabilität der numerischen Simulation zu erhöhen. Standardmäßig ist nur die lineare Bulk Viscosity aktiviert, diese findet sich dafür in allen Elementen. Sie dient dazu, ein *Klingeln* in den höchsten Element-Frequenzen zu dämpfen. Der dabei entstehende Gegendruck ist definiert als:

$$p_{bv} = b_1 \rho c_d L_c \dot{\epsilon}_{vol} \tag{4.20}$$

 $b_1$  ist der Dämpfungskoeffizient (standardmäßig in ABAQUS 0.06),  $\rho$  die Dichte,  $c_d$  die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit (Gl. 4.13) und  $\dot{\epsilon}_{vol}$  die volumetrische Dehnrate des Elements. Die quadratische Bulk Viscosity ist standardmäßig nicht aktiviert und nur bei Volumselementen anwendbar. Der Unterschied zur linearen Bulk Viscosity (Gl. 4.20) liegt nur im quadratischen Einfluss der Elementkantenlänge und der volumetrischen Verzerrung. Der entstehende Druck ist nicht in den Materialspannungen sichtbar, da er nur als numerischer Effekt verwendet wird. Deshalb ist die Bulk Viscosity auch eine global numerische Dämpfung.

#### Viskose Dämpfung im Kontakt

Auch wenn keine Dämpfung für einen Penalty-Kontakt definiert wird, rechnet ABA-QUS/Explicit mit einer viskosen Dämpfung im Kontakt. Diese dient dazu, das (numerische) Rauschen durch die Kontaktbedingungen zu dämpfen und den Kontakt weicher zu gestalten [Aba12a; Aba12b]. Standardmäßig ist die Dämpfung als Anteil der kritischen Dämpfung von 0.03 festgelegt.

# Teil II.

# Anwendungsteil

## 5. Doorslam in der Literatur

Der Doorslam stellte in den letzten Jahren auf Konferenzen und Usermeetings ein beliebtes Beispiel dar, um die vielfältige Simulationskompetenz von OEMs und Softwareherstellern zu zeigen. Das Tür-Zuschlagen ist ein dankbarer Prozess, weil er einen hochdynamischen nichtlinearen Vorgang mit vielen Einflussfaktoren repräsentiert und im Gegensatz zur Crashrechnung nicht nur einen einmaligen Vorgang darstellt, sondern essentiell für die Lebensdauer und Qualität des Fahrzeuges ist. Der direkte Nutzen der Simulation erschließt sich leicht, da physikalische Tests kosten- und zeitaufwendig sind u.v.a. das Testen von Varianten und Verbesserungen nur schwer möglich ist. Das Ziel ist generell die Auswertung der Schädigung, um die Funktionalität über die gesamte Lebensdauer sicherzustellen. Nachfolgend sind Details über einige mögliche Herangehensweisen aufgelistet.

#### **Cadfem Consulting**

CADFEM hat als Kompetenzpartner von Ansys in Zentraleuropa spezielle Makros für die Integration der CMS in Ansys-Workbench zur Simulation des Doorslams zur Verfügung [Con10]. Die dynamische Simulation erfolgt mit dem modal reduzierten Modell in der expliziten FE-Software. Durch die sehr starke Reduktion der Freiheitsgrade kann die Rechenzeit drastisch reduziert werden. Allerdings ist keine Kontaktberücksichtigung möglich.

#### LMS – BMW

In Zusammenarbeit mit LMS, der FH Aachen und MAKROSS hat BMW den Doorslam genauer untersucht [LB07]. Ziel des Forschungsprojektes war es, die physikalischen Tests mit teuren Prototypen zu ersetzen. Die verwendete Türstruktur stammt aus Seitenaufprall-Crash-Simulationen und besteht aus 65,000 Knoten und 60,000 Elementen. Die Gummidichtung wurde mittels einer einzelnen Reihe Volumselementen aus Schaummaterial geringer Dichte modelliert. Die Berechnungen wurden dabei mit expliziter FE mit der Software LS-DYNA durchgeführt. Das Schloss ist mit einer Mischung aus Volumen und Schalenelementen vernetzt. Anschließend wurde die Schädigung mittels LMS FALANCS berechnet. Hervorzuheben ist, dass im Gegensatz zu anderen Simulationen bei diesem Projekt auch die Schädigung der Karosserie beim Haken des Türschlosses auf Schädigung untersucht und optimiert wurde.

#### GM – Opel

Bei OPEL geht man den Weg der impliziten nichtlinearen transienten FE-Rechnung [LS07]. Der Vorteil der impliziten Rechnung liegt an der nicht proportional vorhandenen Abhängigkeit von Schrittweite und kleinster Elementgröße. Deshalb kann lokal feiner vernetzt werden ohne die Rechenzeit zu vervielfachen. Die implizite Simulation wird mit einer reduzierten initialen Geschwindigkeit direkt im Schloss gestartet und nur für 50ms evaluiert. Opel ist der einzige Hersteller, dessen Anhaltswerte für die Auslegung der Türen öffentlich sind. So wird eine Heckklappe für 40,000 und eine Seitentüre für 100,000 Schließvorgänge ausgelegt. Bei der Seitentüre wird die Lastspielanzahl sogar aufgeteilt in Varianten mit offener und geschlossener Seitenscheibe, da dies die Schädigung lokal beeinflusst. Die verwendeten Schließgeschwindigkeit in realen Test sind  $1.5 \, m/s$  und in der Simulation  $1 \, m/s$ . Die Geschwindigkeit in der Simulation ist geringer, da direkt im Schloss gestartet wird und die Dichtung zu diesem Zeitpunkt schon einige Energie dissipiert hat.

## Toyota

TOYOTA vertraut bei der Simulation des Doorslams auf die komplette Softwarekette von ALTAIR [IH08]. Ausgehend von der FE-Struktur aus Hypermesh wird die Struktur in Radioss modal reduziert und anschließend in MotionView bzw. MotionSolve mehrkörperdynamisch berechnet. Die Auswertung erfolgt in HyperGraph und HyperView. Die Dichtungskraft wird in Form weniger Einzelkräfte am Umfang verteilt. Die Hauptkräfte werden jedoch von zwei Gummipuffern sowie dem Schloss und nicht der Dichtung aufgenommen.

## **ECS** - Engineering Center Steyr

Vom ECS wurde der Doorslam in den letzten Jahren als Dienstleistung für OEMs durchgeführt. Neben der bisherigen Methode mittels der expliziten Finiten Elemente Methode wurde mittels der neuen Berechnungsmethode MAMBA u.a. bereits eine Hecktüre für einen Lieferwagen simuliert. Bisher ist jedoch nicht der direkte Vergleich zwischen FEM und MKS am ECS erfolgt und es liegen auch keine vergleichbaren realen Versuchsergebnisse vor.

## 6. Vorbetrachtungen

Um das finale Beispiel, den Doorslam, bestmöglichst modellieren und simulieren zu können, werden verschiedene Aspekte an vereinfachten Beispielen untersucht. Zuerst erfolgt in Abschnitt 6.1 die Beschreibung der simplifizierten Beispiele. Die Auswirkung der Rotation und die Erweiterung der modalen Basis wird in Abschnitt 6.2 erläutert. Anschließend wird die Rechengenauigkeit der FE-Rechnung sowie das Phänomen der Wellenausbreitung detaillierter betrachtet (Abschn. 6.3, 6.4). Abschließend folgt noch eine ausführliche Beschreibung der Türdichtung sowie des generellen Simulationsablaufes (Abschn. 6.5, 6.6).

## 6.1. Testmodelle

## 6.1.1. Testbalken

Der in Abschnitt 6.2 und 6.3 verwendete Testbalken hat eine Länge von 1m und eine Seitenkantenlänge von jeweils 200mm. Die Diskretisierung erfolgt mit 12,800 *CHEXA*-Elementen (8 knotiges Brick-Element [MSC12, S. 1426]). Die beiden Enden sind jeweils mit *RBE2* Koppelelementen (Verschiebungsgekoppelt [MSC12, S. 3069]) zu den Knotenpunkten in der Längsachse gekoppelt. Für die Untersuchungen der Modebasis wird als Material Stahl verwendet, für die Betrachtung der Wellenausbreitung sind Dichte und Steifigkeit herabgesetzt. Dies hat zur Folge, dass die Geschwindigkeit der Wellenfront deutlich absinkt und somit eine größere Schrittweite für die Zeit verwendet werden kann. Als Preprocessor wird die Software ANSA(ⓒ Beta CAE - Systems, Thessaloniki) verwendet.

## 6.1.2. Teststreifen

Der in Abschnitt 6.4 verwendete Teststreifen besteht aus 861 rechteckigen Schalenelementen und hat eine Länge von 1m und eine Höhe von 400mm. Die Schalenelemente besitzen eine Dicke von 1mm und die Eigenschaften von Stahl.

## 6.2. Auswirkung Modebasis

Der Einfluss von Kräften in den Interfaceknoten wird durch die Constraint-Modes gut approximiert. Die Verformungen durch die Zentrifugalbeschleunigung werden allerdings nicht bestmöglich dargestellt, da sie eine innere Kraft darstellen. Dies kann jedoch einfach kompensiert werden, indem ein Lastfall mit dieser Beschleunigung radial zum



Abbildung 6.1.: Modellierung des Testbalkens und Teststreifens in ANSA

Drehpunkt als Teillastfall in die Modebasis aufgenommen wird. Die dafür notwendige Funktion heißt in NASTRAN *RFORCE*. Diese definiert einen statischen Lastfall durch eine Drehgeschwindigkeit und/oder Drehbeschleunigung [MSC12, S. 3123]. Notwendig für die Definition der Komponenten ist eine Drehachse sowie eine Drehgeschwindigkeit in Umdrehungen pro Zeiteinheit bzw. eine Drehbeschleunigung. Das verwendete Modell ist der Balken aus Abschnitt 6.1.1. Die Rotation des Balkens erfolgt um die Z-Achse mit einer Drehgeschwindigkeit von 10 <sup>1</sup>/<sub>s</sub> bzw.  $10 \cdot 360 \circ/s$ . Der Drehpunkt befindet sich im Schnittpunkt der Längsachse mit der Seitenfläche. Die Sperre sämtlicher Freiheitsgrade im Drehpunkt, mit Ausnahme des Drehfreiheitsgrades stellt die einzige Randbedingung dar. Da die Zentrifugalbeschleunigung in ADAMS nicht als Anfangsbedingung modelliert werden kann, ist es notwendig, zuerst diesen Einschwingvorgang abklingen zu lassen. Die anschließenden Vergleiche zwischen der FE-Lösung und der MKS-Lösung sind deshalb zum Zeitpunkt 0.5s der MKS-Lösung ausgeführt, da zu diesem Zeitpunkt genau eine Umdrehung vollendet ist und die ursprüngliche Position vom Körper wiederholt eingenommen wird.

Die lineare Kombination der beiden MKS-Rechnungen mit der FE-Lösung in Abbildung 6.2 zeigt gut, dass mit nur einer zusätzlichen Eigenform die Genauigkeit deutlich erhöht werden kann.

## 6.3. Wellenausbreitung

Ein wesentlicher Unterschied zwischen einem strukturdynamischen Problem und der Wellenausbreitung besteht darin, dass bei der Wellenausbreitung eine hohe Zahl an Frequenzen angeregt wird [BZ01]. Deshalb ist für Probleme mit Wellenausbreitung eine ausreichend hohe Grenzfrequenz notwendig, um ausreichende Lösungsgenauigkeit zu erhalten. Wird ein an beiden Enden freier Stab einer plötzlichen Last ausgesetzt und



Abbildung 6.2.: Linearkombination der Von-Mises Vergleichsspannung zwischen MKS und FE Lösung



Abbildung 6.3.: Modell Wellenausbreitung

hat dieser genau eine Länge von  $L = C\Delta t$ , so erhält man die exakte Antwort der Wellenausbreitung. Eine Verkleinerung des Zeitschrittes unter die Stabilitätsgrenze lässt die Lösung ungenauer werden. Bei nicht eindimensionalen Problemen ist es allerdings nicht möglich, dieses Kriterium zu erfüllen. Durch starke Impulse an den Interfaceknoten wird die Türstruktur zum einen angeregt in ihrer Eigenform zu schwingen, zum anderen entstehen dessen ungeachtet auch fortlaufende Wellen innerhalb der Struktur. Diese fortlaufenden Wellen treten allerdings nur in der FE-Rechnung sichtbar auf. Deshalb soll dieses Phänomen näher untersucht werden.

In Abbildung 6.3 ist das Modell sowie der Zeitverlauf der vertikalen Verschiebungsanregung zu sehen. Das Modell ist äquivalent zur Struktur der Untersuchungen in Abschnitt 6.2, allerdings ist der Elastizitätsmodul sowie die Dichte herabgesetzt. Dies ändert nichts am grundsätzlichen Problem, ist aber vorteilhaft, da ADAMS intern Einheiten-konform bleibt und die numerischen Werte ansonsten noch kleiner wären. Die modale Basis setzt sich aus 12 Constraint Modes , den zwei Interfaceknoten sowie einer variierenden Anzahl an Normal Modes zusammen.

Abbildung 6.4 zeigt die Ausbreitung der Welle im FE-Modell, gerechnet mit ABA-QUS/Explicit und Abbildung 6.5 die Welle in der modal reduzierten Struktur mit zwei verschiedenen modalen Basen (5 und 100 Normal Modes ).

Das Diagramm 6.6 zeigt die Konvergenz der ADAMS-Lösung mit steigender modaler Basis. Es erweist sich, dass eine sehr große Basis von Normal-Eigenformen notwendig ist, um sich ausbreitende Wellen korrekt abzubilden. Da für die korrekte globale dynamische Simulation wenige Eigenformen ausreichen und eine dermaßen erweiterte Modebasis die Rechenzeiten vervielfacht, bleibt dies unberücksichtigt. Vorteilhaft zeigt sich hingegen, dass die reduzierte Struktur in ihrer Deformation nicht von der geometrischen Diskretisierung bzw. Elementgröße abhängig ist, während diese Abhängigkeit bei der FE-Lösung gut sichtbar ist.

## 6.4. Rechengenauigkeit ABAQUS/Explicit

Bei den ersten Testrechnungen mit dem expliziten Löser von ABAQUS tritt ein unphysikalisches Verhalten auf. Die Struktur, welche um eine Rotationsachse beschleunigt wird und sich anschließend weiter frei drehen sollte, wandelt alle kinetische Energie in Verzerrungsenergie um und kommt völlig zum Stillstand. Anschließend wird diese innere Energie wieder in kinetische umgewandelt und die Struktur beschleunigt entgegen der ursprünglichen Drehrichtung. In Abbildung 6.7 ist der Verlauf der kinetischen und der inneren Energie sowie der externen Arbeit zu sehen. Da das Phänomen nicht direkt erklärbar ist, wird das Modell weiter vereinfacht. Das Problem tritt auch bei einem sehr einfachen Modell, wie in Abbildung 6.1b, aus Abschnitt 6.1.2 auf. Dieser Streifen wird mit einer Kraft für 0,2 Sekunden beschleunigt und sollte sich anschließend weiter frei drehen. Wie aus Abbildung 6.1b ersichtlich, sind ein paar Knotenpunkte zum Drehpunkt verbunden und der Koppelpunkt lässt nur eine Drehung um die vertikale Achse zu. Die Kraft im Koppelpunkt folgt der Bewegung und steht normal auf die Fläche. Über eine Amplitude mit einem Smooth-Step, ist sie für die ersten 0,2 Sekunden aktiv. Das kleinste Zeitinkrement, ist über die minimale Elementgröße definiert und beträgt ca. 3E-6 Sekunden. Somit sind für die Dauer von 3 Sekunden etwas mehr als eine Million Zeitschritte notwendig.

Beide in Abb. 6.7 zu sehenden Simulationen sind mit der gleichen Eingabedatei berechnet. Einzig der Parameter *double* macht den Unterschied gegenüber der standardmäßig verwendeten einfachen Genauigkeit. Bei beiden Varianten nimmt das konservative System die externe Arbeit auf und diese bleibt auch konstant. Im Gegensatz dazu wird beim Modell mit einfacher Genauigkeit nach einer gewissen Zeit die kinetische Energie vollständig in innere Energie umgewandelt, so dass die komplette Struktur zum Stehen kommt und sich anschließend in die Gegenrichtung zurück beschleunigt. Dieses unphysikalische Verhalten entsteht dadurch, dass sich bei der Drehbewegung der numerische Fehler sehr stark addiert und so Spannungen aufgebaut werden. Das Modell mit doppelter Genauigkeit verhält sich hingegen so, wie es physikalisch erwartet wird. Im *.sta*-File der



Abbildung 6.4.: Fortlaufende Welle in ABAQUS



Abbildung 6.5.: Fortlaufende Welle in ADAMS mit 5 (oben) und 100 Normal Modes (unten)



Abbildung 6.6.: Vertikale Auslenkung eines Punktes in der Struktur zeigt die Konvergenz der ADAMS Lösung mit steigender modaler Basis



Abbildung 6.7.: Zeitverlauf der Energien in ABAQUS/Explicit mit unterschiedlicher Rechengenauigkeit

ABAQUS Rechnung findet sich dazu auch eine Warnmeldung, die empfiehlt, ab 300,000 Zeitschritten den Parameter *double* zu verwenden. In diesem speziellen Fall von linearen Schalenelementen mit kleiner Rotation und großem Drehradius ist es daher essentiell mit doppelter Genauigkeit zu rechnen.

## 6.5. Türdichtung

Die Türdichtung hat einen sehr hohen Einfluss auf die Dynamik und somit auch auf die Schädigung der Tür. Vor allem beim ersten Aufprall der Tür wird die gesamte kinetische Energie von der Türdichtung aufgenommen und großteils in Form von Dämpfung abgeführt. Moderne Premiumfahrzeuge haben eine progressive Kennlinie der Steifigkeit. Dies heißt, dass die Tür eigentlich nicht ins Schloss sondern in die Dichtung fällt und das Schloss nur mehr die Aufgabe des geschlossen Haltens der Tür übernimmt bzw. die Energie des Rückfederns aus der Dichtung aufnimmt. Vor allem sollte die Tür bei langsamen Schließgeschwindigkeiten immer noch schließen, bei sehr hohen Geschwindigkeiten (2<sup>m</sup>/<sub>s</sub>) hingegen weiterhin noch ein sattes Schließgeräusch erzielen und keinen Schaden nehmen. Zusätzlich gibt es eine Reihe von Einflüssen auf die Schließgeschwindigkeit und die Parameter der Dichtung. Neben der natürlichen Alterung und der Temperaturabhängigkeit gibt es auch zusätzliche Mechanismen, um die Dichtungseigenschaften zu verändern. Eine möglicherweise integrierte elektrische Beheizung dient vorrangig der Vorbeugung des Anfrieren der Tür an der Karosserie, ändert aber auch die strukturellen Eigenschaften durch den integrierten Heizdraht und die Temperaturänderung. Ebenfalls gibt es Dichtungen, deren Innendruck im Hohlraum durch angeschlossene Druckluftschläuche variiert werden kann. Des Weiteren sind Öldämpfer in den Scharnieren möglich, die ebenfalls Geschwindigkeit und Dämpfung in der Endlage der Tür verändern. Eine gute Übersicht über die vielfältigen technischen Möglichkeiten bieten Patentdatenbanken mit der internationalen Patentklasse B60J 10/08 Sealing arrangements for doors (Abb. 6.8).

Um passende Dichtungsparameter speziell für die verwendete Tür zu finden, sei hier schon auf das fertige ADAMS-Modell vorgegriffen. Dieses wird verwendet, um eine optimale Steifigkeitskennlinie mit der passenden Dichtung zu finden, die den geforderten Schließgeschwindigkeitsbereich abzudecken vermag. Da die Dämpfung rein geschwindigkeitsproportional ist, bietet insbesonders die Steifigkeitskennlinie großes Potential zur Optimierung. Grundsätzliche Kennlinien sind in [See10; IH08; Moo11] zu finden. Für das Anwendungsbeispiel im nächsten Kapitel (7) wird mit einer entspannten Dichtungshöhe von 20mm gerechnet. Im Ruhezustand hat die komprimierte Dichtung eine Höhe von 10mm. Die in Abbildung 6.9 zu findende Steifigkeitskennlinie ergibt, in Kombination mit dem Dämpfungskoeffizienten von  $80 \frac{N/mm}{m/s}$ , eine gute Kombination für diesen Anwendungsfall. Die Tür fällt dabei mit einer Geschwindigkeit von  $1^m/s$  genau noch ins Schloss. Mit steigender Geschwindigkeit fällt die Tür satter in die Dichtung und bei einer maximalen Geschwindigkeit von  $2^m/s$  schwingt die Tür im Schloss 7mm über die Ruhelage hinaus. Wird sie langsamer als mit  $0.95^m/s$ , geschlossen, geht sie abermals auf, weil die Ruhelage nicht überschritten wird und das Schloss nicht einrasten kann. In



Abbildung 6.8.: Dichtungsquerschnitte für Fahrzeugtüren (Quelle: Patentamt)

Abbildung 6.10 ist der Verlauf der Kompression der Dichtung nahe dem Türschloss bei verschiedenen Schließgeschwindigkeiten ersichtlich.

## 6.6. Ablauf der Simulation

Der Ablauf der beiden Simulationsvarianten sollte möglichst gleichwertig sein, deshalb sind verschiedene Möglichkeiten zu prüfen. Da für die Berücksichtigung der Dichtung ein relativ großer Öffnungswinkel von  $\geq 20^{\circ}$  notwendig ist, um die Dichtung physikalisch zu schließen, bietet sich ein Beschleunigen über die ersten 15° an. So bleiben noch 5° Öffnungswinkel bis



Abbildung 6.9.: Steifigkeitsverlauf der Dichtung (Werte in Tab.A.2)



Abbildung 6.10.: Kompression der Dichtung bei unterschiedlichen Schließgeschwindigkeiten der Türe

zur Ruhelage, um eventuelle Schwingungen abklingen zu lassen und den Dichtungseinfluss vor der Ruhelage ebenso bereits zu berücksichtigen. Diese Schwingungen entstehen durch die Beschleunigung am Griff oder werden durch die Zentrifugalkraft angeregt. Die gewünschte Endgeschwindigkeit für die Vergleichsrechnungen beträgt  $v_e = 2^m/s$  am Türgriff. Dieser befindet sich am Radius mit dem Abstand von r = 0.9m. Somit ergibt sich eine Enddrehgeschwindigkeit von

$$\omega = \frac{v_e}{r} = 2.222 \, rad/s = 127.3 \, \circ/s. \tag{6.1}$$

Die notwendige konstante Beschleunigung innerhalb des Winkels  $\varphi = 15^{\circ}$  ergibt sich zu

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2 \cdot \varphi} = 9.43 \, {^{rad}/_{s^2}} = 540.4 \, {^{\circ}/_{s^2}}.$$
(6.2)

Diese muss innerhalb des ersten Lastschrittes aufgebracht werden. Dessen Dauer errechnet sich mit

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \varphi}{\alpha}} = 0.2365s. \tag{6.3}$$

- **1. Lastschritt** Über die Dauer der ersten 0.2365*s* wird die Beschleunigung konstant aufgebracht. Der Angriffspunkt des Momentes ist über eine Koppelspinne mit dem Türgriff verbunden und in der Drehachse gesperrt.
- **2. Lastschritt** Während den nächsten 0.3*s* fällt die Tür ins Schloss und schwingt aus. Dieser Lastschritt wird auch für die Schädigungsberechnung sowie die meisten Auswertungen herangezogen.

## 7. Anwendungsbeispiel Doorslam

Für das Vergleichsbeispiel wird die Struktur eines Toyota Yaris Kleinwagens verwendet (Abb. 7.1). Das FE-Modell stammt vom National Crash Analysis Center (NCAC) der George Washington Universität (Virginia, USA) und ist als LS-DYNA-Modell frei im Netz erhältlich<sup>1</sup>. Beim Toyota Yaris handelt es sich um einen fünf-türigen Kleinwagen in der zweiten Generation, der von 2006 bis 2011 gebaut wurde. Das Gesamtmodell des Fahrzeugs besteht aus über 950,000 Elementen mit knapp einer Million Knoten. Ausführliche Details zum Fahrzeug und zum FE-Modell des gesamten Fahrzeuges finden sich im Report [NCA10], in der Technical Summary [NCA11] sowie erweiterten aktuellen Untersuchungen des NCAC [Mar13].

## 7.1. Aufbereitung des Modells

Ein Vorteil des Crash-Modelles ist die gleichmäßig grobe Diskretisierung, die es ermöglicht, eine möglichst große Schrittweite für die explizite FE-Rechnung zu verwenden. Da das ursprüngliche Modell ausschließlich für Crashuntersuchung mit dem Gesamtfahrzeug konzipiert ist, sind einige Änderungen für die Simulation des Doorslams notwendig. Zu Beginn wird das gesamte Modell in ANSA(© Beta CAE - Systems, Thessaloniki), dem verwendeten Preprozessor, importiert und die Fahrertüre aus dem Modell herausgeschnitten (Abb. 7.2). Anschließend wird die Struktur auf Elemente konvertiert, die in NASTRAN(ⓒ MSC.Software Corporation, Santa Ana) und ABAQUS verfügbar sind. Der Großteil der Schalenelemente ist rechteckig und wird zu S4R (ABAQUS) bzw. CQUAD4 (NASTRAN) umgewandelt. NASTRAN wird für die modale Reduktion und die weitere MKS-Rechnung benötigt. ABAQUS wird als Löser für die explizite FE-Berechnungen verwendet. Die Türstruktur selbst besteht aus 45041 Shell Elementen und ca. 1800 Volumselementen. Die beiden enthaltenen Volumskörper sind nur Dummy-Körper, welche die Trägheit und Masse des Schlosskörpers sowie der Dämmung simulieren. Die Schalenelemente sind, bis auf die Fensterscheibe, alle mit den Materialeigenschaften von Stahl und als linear elastisches Material definiert. Damit ergibt sich für die Tür mit den Scharnieren ein Gesamtgewicht von knapp 25kq. Eine erste Eigenwertanalyse der Gesamtstruktur zeigt, dass vor allem die Scheibe sehr mangelhaft eingebunden ist. Diese ist nur an zwei Punkten an ihrer Unterseite befestigt. In Anlehnung an Modellierstandards des ECS ist die Scheibe in den Führungsschienen nun mittels Bushing-Elementen eingebunden. Die Dichtung hat dabei normal auf die Scheibe eine hohe Steifigkeit  $(10.7 \frac{N/mm}{mm})$ , verglichen mit der Steifigkeit parallel zur Oberfläche  $(3.75 \frac{N/mm}{mm})$ .

 $<sup>^{1}</sup>$ http://www.ncac.gwu.edu/vml/models.html Stand: 07/13



Abbildung 7.1.: Fahrzeugmodell Toyota Yaris [NCA11]



Abbildung 7.2.: Modell der Yaris-Türstruktur



Abbildung 7.3.: Neumodellierung der Spots mit FEMFAT-Ronden

Die Punktschweißstellen im ursprünglichen LS-DYNA-Modell sind mittels Balkenelementen modelliert. Diese befinden sich allerdings in den Elementflächen und sind an keine Knoten angebunden. Um eine sinnvolle Auswertung der Schädigung und eine möglichst gute Abbildung der Punktschweißungen (Spots) zu erhalten, werden diese als FEMFAT Spot-Nuggets bzw. FEMFAT-Ronden modelliert. Die gesamte Türstruktur besitzt an 88 Stellen Punktschweißungen. Da diese Spots oft zwei oder drei Bleche verbinden ergeben sich 218 Ronden. In Abbildung 7.3 ist die Änderung des Modelles durch die Neumodellierung der Spots ersichtlich. Teilweise müssen die Punktschweißungen versetzt werden, da sie unrealistisch nahe am Rand liegen. Da es sich in dieser Arbeit nur um eine Vergleichsstudie handelt ist diese Veränderung allerdings unerheblich. Ebenfalls ist dem Autor bewusst, das die Elemente rund um die Spot-Modellierung keine optimale Form aufweisen, allerdings ist es für die explizite FE-Rechnung äußerst wichtig die Elementkantenlängen möglichst groß zu halten.

Um die Endmasse der Tür möglichst gut abzubilden, wird auch der Seitenspiegel modelliert. Dieser besteht aus einer Punktmasse von 1.5kg, die über einen Koppelstern mit drei Armen jeweils an 4 verbunden ist (Abb. 7.4). Da die Scharniere die Drehachse der Tür bestimmen und auch als Interface-Knoten für die Reduktion erforderlich sind, ist es notwendig, diese zu modellieren, da sie im Originalmodell nicht vorhanden sind (Abb. 7.4). Der globale Koordinaten-Nullpunkt sämtlicher Modelle liegt im Drehpunkt des unteren Scharniers. Das obere Scharnier liegt genau in der globalen Z-Achse 340mm über dem Nullpunkt. Die Drehachse entspricht somit der globalen Z-Achse. Der Drehpunkt im unteren Scharnier erhält die Knotennummer 1, das obere Scharnier Nr. 2 und der Schlosspunkt Nr. 3. Ebenfalls mangelhaft im Originalmodell ist die Anbindung der Mechanik des Fensterhebers. Diese Teile sind zusätzlich mit Koppelelementen zu fixieren. Ohne diese Fixierung würden sie bei der modalen Reduktion zu unnötigen Eigenformen mit niedrigen Eigenfrequenzen führen, die in der Dynamischen Simulation keine Aussagekraft besitzen.



Abbildung 7.4.: Modellierung des Seitenspiegels und des Scharniers

Für die Beschleunigung der Tür (Abschn. 6.6) ist es zusätzlich notwendig, die Elemente im Türgriff mittels einer Koppelspinne mit einem Punkt in der Drehachse zu verbinden (Abb. 7.5). Dieser Punkt ist der 4. Interface-Knoten bei der modalen Reduktion. Er wird in der Rotationsachse mit der Rotationsbeschleunigungsrandbedingung beaufschlagt und ist in seinen Freiheitsgraden so gesperrt, dass er sich nur entlang der Drehachse bewegen kann, um das bei der Beschleunigung entstehende Moment abzustützen.

Die Türdichtung wird mittels Einzelelementen über die Dichtungsfläche äquidistant mit einem Abstand von 20mm modelliert. Dadurch ergeben sich 291 Elemente über die gesamte Dichtungslänge der Tür. Die Position dieser Punkte ist festzulegen, bevor sich die Modellierung in die ABAQUS bzw. NASTRAN-spezifische Modellgenerierung aufteilt.

## 7.2. Rechnung ADAMS – MKS

Ausgehend vom vorherigen Abschnitt sind nur noch wenige Änderungen am FE-Modell notwendig, bevor es zur eigentlichen Reduktion kommen kann. Die Koppelspinnen für die Anbringung der Dichtungskräfte müssen durchgehend nummeriert sein, damit in ADAMS eine automatisierte Generierung der Kräfte, mittels eines Skripts, möglich ist. Der Angriffspunkt der Kraft im Schloss wird ebenfalls als Interface-Knoten definiert.



Abbildung 7.5.: Angriffspunkt der Beschleunigung am Türgriff

## 7.2.1. MAMBA – Aufbereitung

Da die reduzierte Struktur mit Kontakt untersucht wird, ist es notwendig, dies schon bei der modalen Reduktion zu berücksichtigen. Die Modebasis wird, wie in Abschnitt 3.1.6 erwähnt, um die Kontakt-Bereichs-Eigenformen, den sogenannten JIMs (Joint-Interface-Modes), erweitert. Die Kontaktfindung mit MAMBA erfolgt über den grafischen Pre-Processor und die Kontaktflächen werden in Master- und Slave-Kontaktflächen aufgeteilt. Abbildung 7.6 zeigt, die Kontaktflächen, die von MAMBA gefunden wurden (Parameter: Gap Distance: 1.1mm, Angle Limit 5°) im Vergleich zu den möglichen Kontaktflächen durch die Kontrollfunktion im Vernetzungsprogramm ANSA. Die anschließende Konvergenzstudie zeigt (Abb. 7.7), dass eine Erweiterung der Modebasis um 350 JIMs ausreichend ist. Der für die Konvergenzstudie verwendete Lastfall zur Ermittlung der spezifischen Steifigkeit stellt einen Missbrauchsfall dar, bei dem die offene Tür am Schloss nach unten gezogen wird, während sie in den Scharnieren fix eingespannt ist. Er ist zwar für den eigentlichen Doorslam nicht relevant, ist aber hilfreich um die ausreichende Anzahl der notwendigen JIMs abzuschätzen. Die stark überhöhte Steifigkeit bei zu geringer JIM-Anzahl resultiert aus der Tatsache, dass der Kontaktalgorithmus eine Penalty-Kraft aufgrund von Durchdringung aufbringen will, diese allerdings in der modalen Basis nicht sauber abgebildet werden kann und so die Struktur künstlich übermäßig versteift wird. Mit steigender Anzahl von JIMs sinkt diese künstliche Uberhöhung und nähert sich der Lösung ohne Kontakt an. Dies zeigt, dass die Berücksichtigung des Kontaktes, für diesen Lastfall, nur eine geringe Bedeutung hat. Ebenfalls konvergiert das MAMBA-interne



Abbildung 7.6.: Vergleich der Kontaktbereiche zwischen ANSA und MAMBA um sicherzustellen, dass keine möglichen Kontaktpaare vernachlässigt werden

Energie-Kriterium zu seinem Maximum. Die Gesamtanzahl der Moden ergibt sich demnach zu 416 Eigenformen. Diese 416 setzen sich aus 35 Normaleigenformen, 4x6 Constraint Modes, einem Zusatzlastfall aufgrund der *RFORCE* (Abschnitt 6.2), und den 6 Starrkörpermoden zusammen $(35+4\cdot6+350+1+6=416)$ . Die reduzierte Struktur ohne Kontaktberücksichtigung benötigt demnach ohne JIMS nur 66 Eigenformen (416 – 350).

## 7.2.2. ADAMS – Modellierung

Die Mehrkörpersimulation beschränkt sich in diesem Beispiel auf einen Körper, den Flexbody mit seinen Randbedingungen. In den beiden Gelenken werden *Revolute-Joints* mit dem Drehfreiheitsgrad um die Hochachse verwendet. Der Koppelpunkt für die Drehbeschleunigungseinleitung der virtuellen Hand ist *In-Line* orientiert mit der Drehachse. Das Schloss und die Dichtungskräfte sind nur über Vektorkräfte, sogenannte *VForce*-Elemente dargestellt. Die Beschleunigung wird über eine *Motion* über den Rotationsfreiheitsgrad aufgebracht. In Abbildung 7.8 ist die graphische Topologie des Simulationsaufbaus zu sehen. Die Gravitation ist ebenfalls aktiviert, hat allerdings keinen großen Einfluss auf die Dynamik, da keine vertikalen Bewegungen erfolgen.

Das Simulationsskript setzt sich, um einfache Vergleichbarkeit mit der FE-Rechnung zu ermöglichen, aus denselben beiden Zeitschritten zusammen. Im ersten Schritt wird für 0.2365s die Rotationsbeschleunigung aufgebracht und der Koppelpunkt der virtuellen Hand gesperrt. Im zweiten Zeitschritt werden diese beiden Zwangsbedingungen freigegeben und das Modell wird für 0.3s sich selbst überlassen.



Abbildung 7.7.: Konvergenz mit steigender Anzahl von JIMs

#### Vektorkraft Türschloss

Die Vektorkraft für das Türschloss setzt sich aus mehreren Stufenfunktionen und Variablen zusammen. Die beiden Variablen  $SV_DY_lock$  sowie  $SV_VY_lock$  beschreiben den Abstand bzw. die Geschwindigkeit zwischen dem momentanen Schlosspunkt und dem Punkt des Schlosses in Ruhelage, jeweils normal auf die Schließebene (entspricht der globalen Y-Richtung).  $DV_stiffness_lock$  und  $DV_damping_lock$  beschreiben die beiden konstanten Faktoren für die Steifigkeit und Dämpfung im Schloss. Die Funktion der Kraft ergibt somit in ADAMS-Syntax:

$$STEP(SV_DY_lock, 0, 0, 0.1, -1)*$$
 (7.1a)

$$STEP(Time, 0.28, 0, 0.29, 1)*$$
 (7.1b)

$$[SV\_DY\_lock * DV\_stiffness\_lock+$$
(7.1c)

$$DV\_damping\_lock * SV\_VY\_lock *$$
(7.1d)

$$STEP(SV\_VY\_lock * SV\_DY\_lock, -1, 0, 1, 1)]$$

$$(7.1e)$$

Die obigen fünf Gleichungen 7.1a bis 7.1e sind als Eine zu verstehen, und nur aus Übersichtlichkeitsgründen aufgeteilt. Das Sternchen (\*) bezeichnet die Multiplikation skalarer Werte. Der erste Anteil (Gl. 7.1a) beschreibt die Bedingung, dass die Tür offen bzw. die Auslenkung im Schloss positiv sein muss. Der Faktor -1 ersetzt dabei nur einen zusätzlichen Multiplikator, um die negative Richtung der Kraft festzulegen. Gleichung 7.1b aktiviert die Kraft erst ab dem Zeitpunkt 0.28s, wenn die Tür erstmals eingerastet ist. Der Anteil in Gleichung 7.1c repräsentiert den Beitrag der Steifigkeit und Formel 7.1d den der Dämpfung. Gleichung 7.1e ist die zusätzliche Bedingung, dass die Dämpfung beim Rückfedern und noch aktivem Kontakt im Schloss nicht wirkt, da Abheben, zwischen Tür und Dichtungselement, möglich ist.



Abbildung 7.8.: Graphische Topologie in ADAMS

#### Vektorkraft aller Dichtungselemente

Die Vektorkraft für die Dichtung besteht ebenfalls aus einem Steifigkeits- und Dämpfungsanteil und setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$\begin{bmatrix} DV\_Stiffness\_Scale * \texttt{AKISPL}(SV\_DY\_seal, 0, SPLINE\_Stiffness, 0) - \\ DV\_Damping\_Scale * \texttt{AKISPL}(SV\_DY\_seal, 0, SPLINE\_damping, 0) * \\ \end{bmatrix}$$
(7.2b)

 $SV\_VY\_seal*STEP(SV\_VY\_seal, -1, 1, 1, 0.0)]*$  (7.2c)

$$STEP(TIME, 0.18, 0.0, 0.2, 1.0)$$
 (7.2d)

Die beiden Variablen  $SV\_DY\_seal$  und  $SV\_VY\_seal$  beschreiben den Abstand und die Geschwindigkeit zwischen dem Angriffspunkt der Kraft und seiner eigentlichen Ruhelage, normal auf die Schließebene bzw. kollinear mit der Dichtungskraft. Die beiden *Scale*-Variablen haben im finalen Beispiel den Wert 1 und sind vor allem am Anfang hilfreich, um verschiedene Parameter einfach zu testen ohne den Spline neu zu definieren. Der erste Anteil in Gleichung 7.2a beschreibt den Beitrag der Steifigkeit über den Spline. Der Verlauf des Steifigkeitssplines *SPLINE\_Stiffness* ist in Abbildung 6.9 zu sehen. Der Dämpfungsspline *SPLINE\_Damping* besteht nur aus einer Stufe, die bei -10mm(Dichtungsanfang) von 0 auf den Dämpfungswert springt. Die zweite Zeile (Gl. 7.2b) definiert den Dämpfungsspline und wird mit der Geschwindigkeit selbst multipliziert. Zusätzlich ist der Dämpfungsanteil mit einer Stufenfunktion beaufschlagt, um abheben zu ermöglichen bzw. keine Dämpfung beim Zurückfedern in die Struktur zu übertragen. Der letzte Anteil in Gleichung 7.2d aktiviert die Dichtungen aus numerischen Gründen erst ab 0.2s, da der extrapolierte Spline nicht immer exakt Null ist.

Die Berechnung selbst erfolgt mit dem externen Löser von ADAMS(2010) und dem HILBER-HUGHES-TAYLOR Algorithmus [Neg07]. Die maximale Schrittweite wird mit Kontaktberücksichtigung durch MAMBA(V1.2) auf 1E-5 begrenzt. Dies ist vorteilhaft für die Rechenzeit, da zwar mehr Iterationen benötigt werden, die JACOBI-Matrix, welche sehr kostenintensiv zu ermitteln ist, allerdings in Summe weniger oft berechnet werden muss.

## 7.3. Rechnung ABAQUS – FE

Ausgehend vom Basismodell für die reduzierte Struktur bzw. dem Modell für statische Analysen sind noch einige Änderungen für die dynamische Doorslam-Simulation notwendig. Neben der Dichtung und dem Türschloss erfordert die Kontaktbildung des internen Blechkontaktes eine spezielle Modellierung.

Besonders wichtig für die explizite FE-Berechnung einer Struktur ist das kleinste notwendige Zeitinkrement. Es bestimmt direkt die benötigte Rechenzeit bzw. die Anzahl der erforderlichen Zeitschritte. Wie in Abschnitt 4.2 ausführlich dargelegt, hängt diese neben den Materialeigenschaften vor allem von der Diskretisierung bzw. der kleinsten Elementkantenlänge ab. In diesem Modell stellen vor allem die für die Schädigungsberechnung notwendigen FEMFAT-Ronden der Punktschweißstellen eine Limitierung dar. Bei einer Elementkantenlänge von 1mm folgt nach Gleichung 4.10 eine notwendige Zeitschrittweite von  $1.7 \cdot 10^{-7}s$ . Durch Mass-Scaling (Abschn. 4.2) wird diese auf  $2.0 \cdot 10^{-7}s$  gesteigert. Für die kleinsten Elemente ist die Massenskalierung relativ stark. Die Gesamtmasse der Türe erhöht sich dabei aber nur um 2.8%. Ebenfalls erhöht sich die Massenträgheit sowie die kinetische Energie der zufallenden Tür, allerdings um einen abweichenden Prozentsatz, da die Dichte nur an den kritischen Elementen erhöht wird und nicht gleichmäßig über die gesamte Struktur.

## 7.3.1. Modellierungsdetails

#### Türdichtung

Da die Modellierung der Türdichtung möglichst äquivalent zur MKS Rechnung sein soll, werden die Federelemente an den gleichen Stellen wie im ADAMS-Modell mittels Rigid-Koppelelementen eingebunden. Dadurch können auch die gleiche geschwindigkeitsabhängige Dämpfung und derselbe Kraft-Weg-Verlauf verwendet werden. Die dazugehörige Steifigkeitskennlinie ist im Diagramm 6.9 ersichtlich. In Abbildung 7.9 ist der Aufbau der Dichtung in ABAQUS zu sehen. Ausgehend von der Kontaktfläche der Dichtung in



Abbildung 7.9.: Modellierung der Dichtung in ABAQUS

Ruhelage werden diese Elemente von der Ruhelage aus um 10mm nach innen verschoben.

Diese 10mm entsprechen der Höhe, die die Dichtung in der Endlage der Tür einnimmt, ausgehend von der entspannten Dichtungshöhe von 20mm. Um unabhängig von der Elementdiskretisierung dieser Hilfsgeometrie eine äquidistante Diskretisierung der Dichtung zu erreichen, sind Koppelspinnen über diesen Stützstreifen notwendig. Ausgehend von den Mittelpunkten dieser Koppelsterne erstreckt sich das eigentliche Kraftelement normal auf die Schließebene. Das Kraftelement wird mittels eines *Translator*-Connector-Elements aus der ABAQUS Connector-Library repräsentiert [Aba12b]. Dabei handelt es sich um ein *SLOT*-Constraint mit einer nichtlinearen Kraft-Weg Kurve, kombiniert mit einem *ALIGN*-Constraint. Die *ALIGN*-Bedingung beschreibt, dass die beiden Koordinatensysteme der verbundenen Knoten immer dieselbe Orientierung haben. Durch die *SLOT* Bedingung können sich die Knoten nur entlang ihrer Verbindungsachse bewegen. Somit bleibt dem *Translator*-Element nur ein Translations-Freiheitsgrad entlang seiner Längsachse.

In Abbildung 7.10 ist die geometrische Interpretation des Translator-Elements zu sehen. Der Abstand zwischen den beiden Endknoten a und b ist definiert als  $l = ||\vec{x}_a - \vec{x}_b||$ . Die Änderung des selbigen ergibt sich als  $u = l - l_0$ .  $l_0$  ist dabei der initiale Abstand zwischen den beiden Knoten. Die Kraft ist direkt von u bzw. ihrer Änderung  $\dot{u}$  abhängig über die Steifigkeits- bzw. Dämpfungswerte. Ihre Richtung ist durch den Vektor  $\vec{q}$  definiert. Dieser ergibt sich aus  $\vec{q} = \frac{1}{||\vec{x}_b - \vec{x}_a||}(\vec{x}_b - \vec{x}_a)$ .



Abbildung 7.10.: Translator Verbindungselement

Über ein Kontaktpaar mit Point-to-Surface Kontakt treten die freien Enden der Verbindungsele-

mente beim Zuschlagen der Tür mit dem Blech in Kontakt und werden komprimiert. Da die Punkte des Kontaktaktpaares teilweise an Innen- oder Außenradien der Tür mit dem Innenblech in Kontakt treten, ist es notwendig mit den erhöhten Parametern *Surface-Extension* sowie *Smooth* die Kontakteigenschaften zu verbessern. Ansonsten kann es zu einem Durchrutschen einzelner Kontaktknoten auf die Rückseite eines Bleches kommen. Im ABAQUS Handbuch [Aba12a] finden sich diese Parameter nur unter dem Abschnitt *Defining contact pairs in ABAQUS/Standard*, führen aber auch in ABAQUS/Explicit zu den gewünschten Änderungen.

Die freien Enden dieser Connector-Elemente sind mit sehr weichen Truss-Elementen zur verbesserten Visualisierung verbunden.

#### Türschloss

Das Türschloss ist, wie in Abbildung 7.11 zu sehen, aus drei Einzelteilen modelliert. Der Keil sowie der Stopper bestehen aus starren Schalenelementen und der Bolzen aus normalen Schalenelementen. Durch zwei reibungsfreie Kontaktpaare ist der Bolzen mit den beiden Schlossteilen verbunden und kann dadurch mit diesen in Kontakt treten. Der untere Teil des Schlosses hat bei der eigentlichen Simulation keine Funktion, da der Bolzen nur mit dem Keil Kontakt hat. Er ist trotzdem hilfreich, falls die Dichtung zu wenig



Abbildung 7.11.: Modellierung des Schlosses in ABAQUS

steif ist oder die Tür seitlich ausbricht. Das horizontale Connector-Element, mit dem Index k hat eine relativ geringe Steifigkeit, die nur notwendig ist, um den Keil mit seinem geringen Gewicht rechtzeitig zu schließen. Die beiden vertikalen Connector-Elemente, mit dem Index s besitzen eine Steifigkeit von 4,000 N/mm, die der statisch ermittelten Steifigkeit der Karosserie am Anbindepunkt des Türschlosses entspricht. Zusätzlich haben diese Translator-Elemente eine Dämpfung von  $50^{Ns}/mm$  damit die Dämpfung innerhalb des Schlosskörpers und der Karosserie abgebildet wird.

#### Interne Kontaktberücksichtigung

Für die interne Kontaktberücksichtigung gibt es in ABAQUS/Explicit generell zwei verschiedene Modellierungsstrategien. Entweder kann für jede mögliche Kombination ein Kontaktpaar definiert werden, oder ein genereller Kontakt wird für alle Elemente innerhalb eines Sets festgelegt. Von SIMULIA wird dabei die General-Contact Formulierung gegenüber den Contact-Pairs propagiert, da sie einfach anzuwenden und robust ist [Aba13]. Ein weiterer Vorteil des General-Contact Algorithmus ist, dass dieser die für die Parallelisierung notwendige Aufteilung nicht beschränkt. Lediglich bei speziell geforderten Funktionalitäten ist es erforderlich, auf Kontaktpaare zurückzugreifen, diese sind allerdings hier nicht nötig. Für die eigentliche Definition des Kontaktes ist nur ein Set von Elementen notwendig, sowie die Definition der Flächen-Interaktion. Nachdem die interne Kontaktberücksichtigung in der MKS mit MAMBA bisher nur reibungsfreien Kontakt ermöglicht, ist dieser auch in ABAQUS/Explicit ohne Reibung implementiert. Allerdings sind anschließend einige Feineinstellungen vorzunehmen, um ein gleichwertiges Ergebnis, wie bei der Modellierung mit einem Contact-Pair, zu erhalten.

Da der anfängliche Abstand bei einem grob diskretisierten Modell oft nicht korrekt abgebildet ist, wird dieser durch den Parameter *\*Contact Clearance* definiert. Dadurch werden zum einen Durchdringungen aufgelöst und zum anderen kleine Spalten geschlossen, sodass die Bleche zum Beginn der Simulation schon direkt aufeinander liegen (Abb. 7.12).



Abbildung 7.12.: Einfluss von Contact Clearing in ABAQUS [Aba13]



Abbildung 7.13.: Unerwünschter Selbstkontakt von Nachbarelementen in ABAQUS [Aba13]

Wichtig ist auch die Eigenschaft, dass diese Anpassung des Kontaktabstandes keine Verzerrungsenergie in das System einbringt und vor dem ersten Zeitschritt erfolgt. Die Zuweisung dieses Kontaktabstandes benötigt allerdings definierte Paare mit den jeweiligen Oberflächennormalen, was einen erhöhten manuellen Aufwand darstellt.

Bei kleinen Elementkantenlängen, verglichen mit der Blechdicke, kommt zusätzlich der Selbstkontakt benachbarter Elemente bzw. Knoten ins Spiel. Wie in Abbildung 7.13 ersichtlich, tritt beim General-Contact Algorithmus der Konflikt der Selbstdurchdringung auf, wenn die Kantenlängen geringer sind, als die Dicke des Elements. Diese Auswirkung wird auch *Bull-Nose*-Effekt genannt. Um dies zu vermeiden, wird die Dicke dieses Elementes so lange automatisch verringert, bis es zu keinem Selbstkontakt mehr kommt. Diese Dickenverringerung ist zwar nur für die Kontaktberücksichtigung gültig und nicht für die Festigkeitsberechnung, sie beeinflusst allerdings auch die Kontaktdicke zu den anderen Kontaktpartnern. Dies kann vermieden werden, wenn die einzelnen Bleche jeweils mit einer *\*Contact Exclusion* vom General Contact bzw. Selbstkontakt ausgeschlossen werden.

Die Aufbringung der Randbedingungen erfolgt äquivalent zur Modellierung in ADAMS. Die beiden Drehpunkte der Scharniere werden in allen Freiheitsgraden, außer der Rotation um die Drehachse, gesperrt. Der Angriffspunkt des Beschleunigungsmoments ist für den ersten Zeitschritt ebenfalls in der Drehachse fixiert. Die starren Schalenelemente, auf denen die Dichtungselemente aufgebracht werden, sind in einem Punkt gekoppelt. Dieser muss im Raum durch Sperrung aller Freiheitsgrade fixiert werden. Selbiges gilt für die freien Enden der Connector-Elemente des Schlosses. Aufgrund des Parameters OP=NEW ist es notwendig, sämtliche Randbedingungen für jeden Zeitschritt einzeln zu definieren, da die Randbedingungen zwischen den Zeitschritten teilweise geändert werden. Diese Ausnahme stellt die Sperrung des Kraftangriffspunkts für das Rotationsbeschleunigungsmoment dar, da dieser im zweiten Zeitschritt nicht mehr gesperrt wird. Das Rotationsbeschleunigungsmoment mit Angriffsfläche am Türgriff (Abb. 7.5) wird für den ersten Zeitschritt ebenfalls als Randbedingung aufgebracht. Zusätzlich wirkt die Schwerkraft als verteilte massenabhängige Kraft auf die gesamte Struktur.

Die Dauer der beiden Zeitschritte ist in Abschnitt 6.6 auf 0.2365s bzw. 0.3s festgesetzt. Zusätzlich wird im ersten Zeitschritt festgelegt, welche Ausgabegrößen berechnet und ausgegeben werden. Neben den Ausgabegrößen Verschiebung und Spannung für Knoten bzw. Elemente werden zusätzliche Ausgaben angefordert. Interessant für die Betrachtungen sind die verschiedenen Energien des gesamten Modelles, sowie die der Struktur ohne die Connector-Elemente, um Vergleichbarkeit mit der MKS-Rechnung zu ermöglichen. Ebenfalls von Interesse für die nachfolgende Auswertung sind die Geschwindigkeiten, Verschiebungen und Reaktionskräfte an bestimmten Punkten. Die Ausgabe der Verschiebungen und Kräfte der Connector-Elemente sind für eine Kontrolle und Auswertung ebenfalls sinnvoll. Die Ausgabeschrittweite von 0.001s ist dabei äquivalent gewählt wie in ADAMS um auch für die Schädigungsrechnung gleich viele Zeitschritte zu erhalten.

Die Berechnung selbst erfolgt auf einer Linux-Workstation mit 11 CPUs und der ABAQUS/Explicit Double Precision Executable 6.12-2.

## 7.4. Vergleich der Varianten

#### 7.4.1. Energien

Der Verlauf der globalen Energien ist ein wertvolles und notwendiges Kriterium zur Kontrolle der ABAQUS/Explicit-Rechnung auf Plausibilität. Ebenfalls können die Energien zum Vergleich mit der MKS-Rechnung herangezogen werden. So ist rasch ersichtlich, ob die globale Dynamik beider Berechnungsvarianten identisch ist.

Die kinetische Energie ist in der ABAQUS Rechnung deutlich höher, da durch das Mass-Scaling die Masse und somit die Massenträgheit und die kinetische Energie steigen. In ADAMS ist nur die innere und kinetische Energie verfügbar, deshalb werden diese beiden Energieformen in Abbildung 7.14 verglichen. In ABAQUS sind, im Gegensatz zu ADAMS, sämtliche Energien verfügbar und in Abbildung 7.15 ersichtlich. Gut erkennbar ist, dass während der Beschleunigungsphase alle Arbeit in kinetische Energie umgewandelt wird. Während des eigentlichen Zuschlagens der Tür steigt die Dissipation geradezu sprunghaft an, da viel Energie von der Dichtung aufgenommen und dissipiert wird. Während des Ausschwingens der Tür im Schloss steigt auch die Arbeit des Penalty-Kontaktes an, weil sehr viele Kontakte aktiviert werden. Die anderen Energieformen, wie die künstliche Verzerrungungsenergie, Reibungsdissipation, Kriechdissipation und die Gesamtenergie sind konstant bzw. numerisch Null.



Abbildung 7.14.: Vergleich der kinetischen und internen Energie zwischen MKS und FE



Abbildung 7.15.: Verlauf der Energien der ABAQUS-Rechnung mit Kontakt



Abbildung 7.16.: Verschiebung des Schließbolzens normal auf die Schließebene

#### 7.4.2. Auswertung spezieller Punkte

#### Schloss-Interfaceknoten

Das Schloss stellt neben den beiden Scharnieren den Hauptangriffspunkt einer Punktlast dar. Zwar wird die gesamte kinetische Energie beim Zuschlagen von der Dichtung aufgenommen, der elastische Anteil dieser, der ein Rückfedern bewirkt, muss allerdings komplett vom Schloss aufgenommen werden. Zusätzlich muss das Schloss die Tür während des regulären Betriebes geschlossen halten und die permanent wirkende Dichtungskraft aufnehmen. In Abbildung 7.16 ist der Vergleich der Verschiebung des Schlosspunktes zwischen den Varianten zu sehen. Auffällig ist, dass es bei 0.32s der MKS-Lösung der Verschiebung sowie bei 0.39s zu deutlichem Abheben im Schloss kommt. Dies liegt zum einen an der zusätzlichen Kontaktdämpfung des Schlosses in ABAQUS und zum anderen v.a. an der nicht optimal darstellbaren Wellenausbreitung durch die Begrenzung der modalen Basis (Abschnitt 6.3). Durch diese schwingt die reduzierte Tür in ihren Eigenformen und verformt sich stärker am Rand, während sie sich in der FE-Lösung nur lokal verformt und diese Verformung durch die Struktur wandert. Abbildung 7.17 zeigt die Geschwindigkeit im Schloss. In den ersten 0.2365s werden alle Varianten gleich beschleunigt und erst beim eigentlichen Zuschlagen zeigen sich Unterschiede. Auffällig sind die höherfrequenten Schwingungen der FE-Lösung, während die MKS-Lösung sich mit größeren Amplituden niederfrequenter bewegt. Abb. 7.18 zeigt die Kraft im Schloss beim Zurückschwingen der Tür gegen den Schlossmechanismus normal auf die Schließrichtung. Bei der FE-Lösung ist bei 0.27s eine leichte Erhöhung zu erkennen. Diese entsteht durch das Aufschieben des Verschluss-Riegels. Bei den Verläufen der Kraft sind auch deutliche Unterschiede zwischen den Varianten mit und ohne Kontakt zu sehen, während die Kontaktberücksichtigung bei der Verschiebung und Geschwindigkeit des Schlosses kaum einen Unterschied ausmacht.



Abbildung 7.17.: Geschwindigkeit des Schließbolzens normal auf die Schließebene



Abbildung 7.18.: Kraft im Schloss normal auf die Schließebene


Abbildung 7.19.: Verschiebung am Knoten 50502 auf dem Außenblech normal auf die Schließebene



Abbildung 7.20.: Verschiebung am Knoten 59171 am Fensterhebermechanismus normal auf die Schließebene

### Verschiebungen nahe des Mittelpunktes der Türe

Da die fortlaufende Welle über die Außenhaut (0.6mm Blechdicke), welche das größte freie Blechfeld darstellt, mit der modalen Basis nicht gut abzubilden ist, erkennt man auch deutliche Unterschiede in den Verläufen zwischen MKS und FE Lösungen (Abb. 7.19). Die MKS-Lösung ohne Kontakt ist nicht dargestellt, da sie sich von der MKS Lösung mit Kontakt nicht sichtbar unterscheidet. Abbildung 7.20 hingegen zeigt die Verschiebung eines Knotens, der direkt auf dem Fensterhebermechanismus sitzt und somit die Verschiebung dieses darstellt, da der Mechanismus relativ steif ist, verglichen mit den großen Blechfeldern der Außen- und Innenhaut. Zu sehen ist, dass bei 0.37s in der MKS-Lösung die Schwingung überlagert wird, während die FE-Lösung relativ gleichmäßig schwingt.

### Dichtungselemente

Es wird, wie in Abschnitt 7.3.1 detailliert beschrieben, versucht, die Türdichtung für beide Simulationsvarianten möglichst gleichwertig zu modellieren. Allerdings ergeben sich trotzdem Unterschiede, da in der MKS-Lösung die Dichtung rein als analytisches Kraftelement implementiert ist, während in der FE-Lösung auf ABAQUS Connector-Elemente zurückgegriffen wird. Zusätzlich sind diese Connector-Elemente in der FE-Modellierung mit Truss-Elementen verbunden, welche eine sehr niedrige Steifigkeit und Dichte besitzen. Da die Dichtung im FE-Modell als physikalischer Kontakt mit Masse und Trägheit modelliert ist, wird dies in der MKS-Lösung nicht berücksichtigt und so ist das Abheben bei hohen Rückzugsgeschwindigkeiten in der FE-Lösung möglich. Abbildung 7.21 zeigt den Kraft- und Geschwindigkeitsverlauf eines Dichtungselementes nahe beim Türschloss. Da die Dichtung einen relativ hohen Dämpfungsanteil hat, ist die Dichtungskraft nicht nur proportional zur Verschiebung und deren Geschwindigkeit, sondern auch richtungsabhängig. Auf eine zusätzliche Darstellung der Geschwindigkeit wird aber aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Es zeigt sich, dass nahe des Türschlosses die Dynamik der Tür sehr hoch ist und die Dichtung aufgrund ihrer Trägheit in der FE-Modellierung nicht den gesamten Weg der Tür mitmacht (d.h. abhebt). Trotzdem passen die Kraftverläufe relativ gut zusammen, da die Dichtungskräfte in der MKS-Lösung richtungs- und geschwindigkeitsabhängig modelliert werden (d.h. bei Abheben wirkt die Dämpfung nicht bzw. die Dichtung klebt nicht). Beim Dichtungselement 210 hingegen, das im äußeren oberen Eck liegt (Abb.7.22) findet kaum ein Abheben statt (nur kurz vor 0.3s) und die Kraft und Verschiebungsverläufe passen gut zusammen. Deutlich sichtbar in beiden Diagrammen ist, dass der Kontakt in der FE-Lösung ein Rauschen bzw. höherfrequente Amplituden anregt (contact-noise). Ebenfalls einen Einfluss hat die nicht kontrollierbare Dämpfung des Kontaktalgorithmus (Abschnitt 4.3.2).



Abbildung 7.21.: Kraft und Verschiebung des Dichtungselements 198 im oberen äußeren Eck der Tür



Abbildung 7.22.: Kraft und Verschiebung des Dichtungselements 210 nahe des Schlosses

## Spannung am höchstbelasteten Schweißpunkt

Da im nachfolgenden Abschnitt (7.4.3) eine detaillierte Auswertung der Schädigung erfolgt, wird hier auf eine Übersichtsdarstellung der resultierenden Spannungen verzichtet. Allerdings ergeben sich bei der Schädigung gravierende Unterschiede bei einem Schweißpunkt. Dieser liegt oben im Bogen und ist der letzte Verbindungspunkt zwischen dem Bogen und dem eingelegten Verstärkungsblech (Nr. 1 in Abb. 7.29 im nachfolgenden Abschnitt). Die Spannungsverläufe in Abb. 7.23 zeigen, wie stark die Spannung bei den Varianten ohne Kontakt überhöht ist.



Abbildung 7.23.: Vergleichsspannung am höchstbelasteten Schweißpunkt

## 7.4.3. Schädigung

Die entstandene Schädigung beim Doorslam aufgrund von Ermüdung ist vor allem ein Grund der ganzen Simulation, deshalb soll sie auch hier detailliert betrachtet und verglichen werden.

Sämtliche Berechnungen der Schädigung erfolgten durch das am ECS entwickelte Tool FEMFAT mit dem Modul FEMFAT-MAX. Die Schädigungsrechnung der FE-Lösung erfolgt mittels FEMFAT-TransMAX, nachdem das direkte Ergebnis von ABAQUS eine transiente Rechnung ist, mit allen Werten in jedem Zeitschritt. Die Schädigung der modal reduzierten Struktur erfolgt über FEMFAT-ChannelMAX. Als Material wird für alle Schädigungsrechnungen ein *General Structural Carbon Steel* mit einer Dehngrenze von 270 *MPa* verwendet. Die von FEMFAT daraus errechneten restlichen Materialwerte sind in Tabelle 7.1 aufgelistet. Diese haben jedoch nur einen Einfluss auf die Absolutwerte und keine große Bedeutung auf den gewünschten Vergleich. Zusätzlich ist in Abbildung 7.24 das Haigh-Diagramm für den verwendeten Werkstoff zu sehen. Die Spots sind nach dem

Tabelle 7.1.: Materialdaten für die Schädigungsrechnung

|                   | Zug   | Druck | Biegung | Schub |
|-------------------|-------|-------|---------|-------|
| Bruchfestigkeit   | 467.7 | 467.7 | 559.8   | 270   |
| Dehngrenze        | 270   | 270   | 341.5   | 155.9 |
| Schwellfestigkeit | 395.8 | 0     | 483.7   | 253.2 |
| Wechselfestigkeit | 210.5 | 210.5 | 233.6   | 121.5 |

Anm.: Werte aus dem FEMFAT Material Generator. Alle Werte in MPa.



Abbildung 7.24.: Haigh-Diagramm des verwendeten Stahles

internen Spannungskonzept für Punktschweissungen von FEMFAT ausgewertet, ansonsten werden die Standardwerte von FEMFAT verwendet. Der Ablauf von FEMFAT-ChannelMAX ist in Abbildung 7.25 skizziert. Die Ergebnisse aus dem MKS-Programm sind die modalen Koordinaten  $\mathbf{q}$  über die Zeit. Diese beginnen beim siebten Mode, da die ersten sechs Moden Starrkörpermoden sind und im MKS-Programm deaktiviert sind. Aus der



Abbildung 7.25.: Ablauf der FEMFAT-ChannelMAX Schädigungsrechnung [Bre11]

verwendeten Software zur modalen Reduktion, in diesem Falle NASTRAN, erhält man eine Ausgabedatei mit den Spannungen für jeden modalen Lastfall. Diese Einheitsspannungen werden in ChannelMAX mit den passenden Skalierungsfaktoren –den modalen Koordinaten– multipliziert und ergeben über die Zeit den gleichen Spannungsverlauf wie die transiente nicht reduzierte Rechnung. Ebenfalls möglich wäre eine Rückrechnung auf eine transiente FE-Ausgabedatei und die Eingabe dieser in TransMAX. Der Vorteil von ChannelMAX liegt jedoch in der verkürzten Scratch-Zeit und v.a. auch in den kleineren Dateigrößen, da pro Zeitschritt nur die modalen Koordinaten gespeichert werden müssen. Die Schadensakkumulation erfolgt dabei nach der modifizierten MINER-Regel.

| Nr. | Knotennr. | MKS - Mit<br>Kontakt | MKS - Ohne<br>Kontakt | FE - Mit<br>Kontakt | FE - Ohne<br>Kontakt |
|-----|-----------|----------------------|-----------------------|---------------------|----------------------|
| 1   | 107221    | 3.08E + 04           | 6.62E + 02            | 1.31E + 04          | 3.10E + 03           |
| 2   | 111432    | 5.27E + 04           | 3.78E + 04            | 1.83E + 05          | 2.07E + 04           |
| 3   | 103522    | 1.24E + 05           | 5.83E + 04            | 1.03E + 05          | 3.00E + 04           |
| 4   | 106848    | 3.46E + 05           | 1.05E + 05            | 9.09E + 05          | 9.26E + 04           |
| 5   | 106845    | 2.23E + 06           | 1.50E + 05            | 2.52E + 06          | 2.22E + 05           |
| 6   | 120550    | 2.29E + 05           | 7.88E + 04            | 8.16E + 04          | 7.20E + 04           |
| 7   | 116318    | 1.39E + 05           | 1.68E + 05            | 1.75E + 05          | 1.73E + 05           |
| 8   | 116063    | 4.89E + 05           | 8.82E + 05            | 1.91E + 06          | 1.82E + 06           |
| 9   | 107848    | 4.43E + 05           | 2.47E + 05            | 1.06E + 06          | 1.13E + 05           |
| 10  | 107800    | 6.78E + 06           | 9.09E + 05            | $3.21E{+}07$        | 4.99E + 05           |

Tabelle 7.2.: Werte des Kehrwerts der Schädigung an ausgewählten Stellen



Abbildung 7.26.: Vergleich der Schädigung - Außenseite



Abbildung 7.27.: Vergleich der Schädigung - Innenseite



Abbildung 7.28.: Vergleich der Schädigung - Außenseite ohne Außenhaut



Abbildung 7.29.: Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 1,7,8 (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.30.: Detailansicht der lokalen Schädigung des Innenlebens (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.31.: Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 2,3 (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.32.: Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 4,5 (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.33.: Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 6 (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.34.: Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 9,10 (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.35.: Vergleich der Schädigung bzw. des Kehrwerts an ausgewählten Punkten (Werte in Tab. 7.2)



Abbildung 7.36.: Akkumulation der Schädigung ausgewählter Punkte

Die Abbildungen 7.26, 7.27 und 7.28 zeigen die globale Übersicht der Schädigungsrechnung der vier Varianten. Die Schädigung in der MKS-Lösung beschränkt sich auf einen kleinen Anteil der Außenhaut während die Schädigung bei der FE-Lösung geringer, aber dafür großflächiger verteilt ist. Der eigentliche Unterschied zeigt sich im Detail, da hauptsächlich Punktschweißstellen kritische Schädigungswerte aufweisen. Die Abbildungen 7.29,7.30,7.31,7.32,7.33 und 7.34 zeigen die Stellen der detaillierten Auswertung, am Beispiel der Schädigung *MKS ohne Kontakt*. Die Werte des Kehrwerts der Schädigung sind in Tabelle 7.2 und dem dazugehörigen Diagramm 7.35 zu finden.

Es zeigt sich, dass die beiden verschiedenen Berechnungsmethoden quantitativ gut korellieren. Ebenso ist klar ersichtlich, dass eine Berücksichtigung des Kontaktes die errechnete Schädigung der Verbindungsstellen senkt. Die starke Abweichung des höchstgeschädigten Punktes ist mittels der Vergleichsspannung schon vor der Schädigungsrechnung auf Seite 67 detailliert aufgezeigt. Zusätzlich werden die beiden Details Nr. 7 und 8 bezüglich ihrer Spannung anschließend verglichen, da nur in Punkt 8 die Schädigung ohne Kontaktberücksichtigung geringer ist als mit Kontaktberücksichtigung.

## Schadensakkumulation

Um zu sehen, wann der Hauptanteil der Schädigung auftritt, werden alle kritischen Knoten mit einer Schädigung  $\geq 10^{-6}$  detailliert bezüglich ihres Anteils an der Gesamtschädigung ausgewertet (103 Knoten). Der Mittelwert dieser Anteile in Abbildung 7.36 zeigt, dass die Hauptschädigung im Bereich von 0.27s (dem Einrastpunkt) bis ca. 0.4s auftritt. Die anderen Verläufe zeigen die Schadensakkumulation in den vorher definierten Vergleichspunkten. Dies zeigt, dass ein großer Teil der Schädigung im Ausschwingen der Tür entsteht und nicht nur im ersten Aufprall.

## Vergleichsspannung verschiedener Spots

Die vorangegangene Untersuchung der Schädigung hat gezeigt, dass generell die Schädigung bei einer Simulation mit Kontakt geringer ist. Die einzige Ausnahme der stark



Abbildung 7.37.: Verlauf der Vergleichsspannung am Punkt Nr. 7 (Knotennr. 116318)



Abbildung 7.38.: Verlauf der Vergleichsspannung am Punkt Nr. 8 (Knotennr. 116063)

belasteten Teile der Struktur stellt der detaillierte Spot Nr. 8 dar, bei dem der Kontakt eine höhere Schädigung hervorruft. In Abbildung 7.37 und 7.38 sind die Verläufe der Vergleichsspannung nach Mises der direkt nebeneinander liegenden Punktschweißungen Nr. 7 und 8 der Schädigungsanalyse zu sehen. Bei beiden zeichnen sich zwei Tendenzen ab. Teilweise passen die MKS- und die FE-Rechnungen gut zusammen, andererseits korrelieren auch die Versionen mit Kontakt und ohne Kontaktberücksichtigung. In Abbildung 7.38 ist ersichtlich, warum die Schädigung der MKS-Rechnung höher ausfällt, da die im Bereich von 0.3s-0.35s die Spannungsspitzen mit Kontaktberücksichtigung um ca. ein Drittel höher ausfallen. Bei einer Spitze im Bereich von 0.34s passen die MKS- und die FE-Lösung mit Kontakt sehr gut zusammen und haben beide ca. den doppelten Wert der Simulation ohne Kontaktberücksichtigung. Dies zeigt, dass die Kontaktberücksichtigung lokal einen starken Einfluss haben kann und Kontaktberücksichtigung nicht generell die Schädigung mindert.

## 7.4.4. Rechen- und Modellierzeit

Den eigentlichen Beweggrund für die Entwicklung von MAMBA stellte der Wunsch dar, Kontaktstellen wie Punktschweißungen und Schraubenvorspannungen effektiv in einem dynamischen Modell zu berücksichtigen, ohne bestehende Prozessketten zu ändern. Im Vergleich zur reduzierten Struktur ohne die zusätzlichen JIMs vervielfacht sich die Rechenzeit allerdings. Dies relativiert sich jedoch wiederum, wenn man beide Simulationen mit der herkömmlichen FE-Methode vergleicht. Vor allem bei langen Last-Zeit-Reihen wird es mit der FE-Methode schnell unrentabel bis unmöglich, diese Berechnungen durchzuführen. Der Doorslam stellt hier schon einen Grenzbereich für die FE-Berechnung dar, da Rechenzeiten über 40h auf 11 CPUs mit über 2 Mio. Zeitschritten nicht befriedigend sind. Die Modellierzeit lässt sich bei einmaligen u.v.a erstmaligen Berechnungen schlecht einschätzen, liegt aber für beide Methoden in ähnlichen Zeiträumen. Vor allem die Vernetzung der Struktur und der Punktschweißungen stellen den zeitintensiven Anteil des Modellaufbereitungsaufwandes. Die Kontaktfindung mit MAMBA erfolgt zwar größtenteils automatisch, benötigt jedoch zusätzliche Zeit zur Erweiterung der modalen Basis mit der erforderlichen Reduktion. Die Kontaktmodellierung in ABAQUS benötigt durch die Contact-Control-Assignments zusätzlichen manuellen Aufwand, da jedes Blechpaar, das in Kontakt treten kann und dessen Luftspalt zu Beginn der Simulation geschlossen werden soll, mit seinen Oberflächennormalen definiert werden muss. Eine Übersicht der benötigten Rechenzeiten findet sich in Tabelle 7.3. Die Rechendauer der ABAQUS-Rechnung über die 0.53s mit der Schrittweite von 2E-7s (über 2.5 Mio Inkremente) benötigen bei 11 CPUs ca. 40h und auf 15 CPUs ca. 30h. Die Aktivierung des Kontaktes innerhalb der Bleche ändert die Rechenzeit nur unwesentlich. Über Mass-Scaling (Abschn. 4.2) kann zwar die notwendige Schrittweite vergrößert werden, allerdings führt dies neben einer höheren kinetischen Energie und Trägheit bald zu unphysikalischen Ergebnissen, die auch für Testrechnungen nicht brauchbar sind. Die MKS-Rechnung ohne Kontaktberücksichtigung und ohne JIMs hingegen benötigt weniger als eine Minute. Dies ist vor allem im Anfangsstadium hilfreich, wenn verschiedene Dichtungsparameter und Steifigkeitsparameter für das Schloss sowie ihre Auswirkungen getestet werden. Eine geringe Dämpfung höherfrequenter Moden führt bei der MKS-Rechnung mit Kontakt aufgrund MAMBA zu sehr stark ansteigenden Rechenzeiten, ohne das Ergebnis maßgeblich zu beeinflußen (von < 1h auf über 20h).

Die lange Scratch-Zeit für die ABAQUS-Rechnung ist der Tatsache geschuldet, dass FEMFAT mit dem Ausgabefile der NASTRAN bzw. ADAMS Berechnung gut umgehen kann, für das Ergebnisfile der ABAQUS-Rechnung hingegen einen zeitaufwendigen FE-Übersetzer benötigt, um die Spannungen aufzubereiten. Die Skalierung der Kanäle mit den modalen Verschiebungen ist ausschlaggebend für die längere eigentliche Analysezeit der Schädigungsrechnung. Da die Schädigungsrechnung hingegen erst zum Schluss, nach einer ersten Ergebniskontrolle, erfolgt, sind die Zeiten für die FEMFAT-Aufbereitung sekundär und die Berechnungszeiten für die Verfahrenswahl ausschlaggebend.

|                          | FE-Rechnung        | MKS - ohne<br>Kontakt | MKS - mit<br>Kontakt |
|--------------------------|--------------------|-----------------------|----------------------|
| Dynamik-Software         | ABAQUS             | ADAMS                 | ADAMS+MAMBA          |
| FEMFAT max               | TransMAX           | 60 Channels           | 410 Channels         |
| Dynamische-Analyse       | ${\sim}40~{\rm h}$ | $1 \min$              | <1 h                 |
| FEMFAT-Scratch           | <4 h               | $1 \min$              | $4 \min$             |
| FEMFAT-Analyse           | $10 \min$          | $9 \min$              | $27 \min$            |
| Eingabe-Datei            | 14 MB              | 6 MB                  | 6 MB                 |
| Modale Aufbereitung $^*$ | n.v.               | $1,6~\mathrm{GB}$     | $5,4~\mathrm{GB}$    |
| Ergebnisdatei            | 9 GB               | < 100  MB             | < 100  MB            |
| FEMFAT-Ergebnis          | 1 GB               | 165 MB                | 1 GB                 |

Tabelle 7.3.: Rechenzeit, Auswertezeit und Dateigrößen

Anmerkung: ABAQUS Berechnung parallel auf 11 CPUs, alle anderen auf 1 CPU (je 3.2 Ghz) \*Modale Aufbereitung mit *Restart*-Dateien (.DBALL,.MASTER)

### Dateigrößen

Nicht zu unterschätzen sind neben den Rechenzeiten die Dateigrößen, welche bei einer Struktur dieser eher geringen Größenordnung von ca. 50,000 Knoten bzw. Elementen entstehen. Bei der modalen Reduktion fallen neben der eigentlichen reduzierten Struktur für die MKS-Rechnung zusätzliche Hilfsdateien an, die für die Rückrechnung auf der modalen Struktur auf das FE-Modell notwendig sind. Das Modal Neutral File (.mnf) hat für die flexible Struktur im Fall der Tür eine Größe von 180MB, mit der erweiterten Modebasis eine Größe von 1.2GB. Die gesamte Reduktion mit diesen Hilfsdateien benötigt 3.7 bzw. 5.4GB. Die Dateigrößen in der MKS-Rechnung sind mit Ergebnissen normalerweise im Bereich <100MB, aufgrund der sehr geringen Anzahl an Freiheitsgraden. Das Ergebnisfile der FE-Rechnung benötigt bei diesen Betrachtungen ca. 9GB und allfällige Hilfsdateien ein weiteres Gigabyte Speicherplatz. Die für die Schädigungsrechnung notwendige NASTRAN-Berechnung der modalen Einheitsspannungen ergibt für die flexible Struktur und die erweiterte flexible Struktur Dateigrößen von 400MB bzw. 2.7GB. Die FEMFAT Ergebnisdateien benötigen für die ChannelMAX wie auch für die TransMAX Berechnung jeweils 1GB. Die Dateigrößen im Einzelnen sind zwar mit aktueller Hardware und den Preisen für Speicherplatz nicht ungewöhnlich, allerdings ergeben sich durch viele Varianten und Vorbetrachtungen schnell mehrere hundert Gigabytes an Daten.

## 7.5. Auswertung der Dichtung

Zusätzlich zur Auswertung der Struktur selbst ist auch die Belastung der Dichtung von Interesse. Einerseits sind die Belastungen der Dichtung und die Auslegung derer für den Fahrzeughersteller zur Auswahl einer geeigneten Dichtung notwendig und andererseits kann der Hersteller der Dichtung so ohne aufwändige Messungen im Vorhinein abschätzen, wo die Dichtung eventuell verstärkt werden muss oder weicher sein kann. Es zeigt sich auch, dass im Bogen der Tür das Spaltmaß für die Dichtung etwas höher sein kann, da hier die notwendigen Kräfte viel geringer sind. Um die Dichtungskräfte und ihre Kompression zu visualisieren werden die Zeitverläufe jedes Dichtungselements in ADAMS über ein Skript exportiert und in Scilab (einer frei verfügbaren Matlab-Alternative) automatisiert, sortiert und visualisiert. Die 265 Einzelelemente der Dichtung setzen sich, wie in Abbildung 7.39 ersichtlich, im Uhrzeigersinn von außen nach innen fort. Die Zeitschritte sind in ms und starten mit dem zweiten Lastschritt, demnach bei 5° Restöffnungswinkel vor der Ruhelage. Bei der Kompression der Dichtung über ihre Länge (Abb.7.40) ist ersichtlich, dass die Dichtung nahe beim Scharnier (Dichtungselemente 140-170) schon von Anfang an Kontakt hat und an der Außenkante hingegen erst zum Schluss. Abbildung 7.41 zeigt die Ableitung der Kompression bzw. die Geschwindigkeit, mit der die Dichtung komprimiert wird. Die Dichtungskraft (Abb. 7.42) zeigt v.a., dass die Dichtungskraft entlang der Außenkante kurzzeitig relativ hoch ist und sich danach auf einem niedrigen Niveau einpendelt. Dies liegt an der hohen Kompression in Kombination mit der progressiven Kennlinie.



Abbildung 7.39.: Verlauf der Nummerierung für die Auswertung der Dichtung



Abbildung 7.40.: Verlauf der Kompression der Dichtung über ihre Länge und die Zeit (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.41.: Verlauf der Geschwindigkeit der Kompression der Dichtung über ihre Länge und die Zeit (Analyse: MKS ohne Kontakt)



Abbildung 7.42.: Verlauf der Reaktionskraft der Dichtung über ihre Länge und die Zeit (Analyse: MKS ohne Kontakt)

## 8. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde der Doorslam mittels zwei verschiedener Methoden detailliert untersucht. Das Türzuschlagen steht exemplarisch für einen hochdynamischen Vorgang über eine große Anzahl von Zeitschritten mit Kontaktberücksichtigung, für den die Ermüdungs-Schädigungsrechnung von Interesse ist. Als Modell wurde die Fahrertüre eines frei verfügbaren Toyota Yaris Crash Modelles übernommen und adaptiert.

Ziel der Vergleichsstudie war es, die Vorteile der Modellreduktion mit Kontaktberücksichtigung mittels der Software MAMBA aufzuzeigen, sowie die Ergebnisqualität mittels einer "Referenzlösung" durch ABAQUS nachzuweisen.

Ausgehend vom Crashmodell der Gesamtkarosserie wurde die Tür extrahiert und um relevante Details, wie die Scharniere, Spiegel und das Schloss, erweitert. Der Ablauf der Simulation gliedert sich in eine Beschleunigungsphase und eine kurze freie Drehung der Tür, bevor diese in die Dichtung fällt. Im Umkehrpunkt wird die Tür von der Dichtung zurück beschleunigt, bis sie ins Schloss fällt.

Die Aufbereitung der Struktur für die modale Reduktion benötigt nach der Generierung des FE-Modells nur die Definition der Interface-Knoten und die notwendigen Parameter für die Kontaktfindung.

Die Türdichtung stellt einen großen Teil des Modellierungsaufwandes dar, der zusätzlich für eine Doorslam-Simulation benötigt ist. Die gewählte Modellierungsstrategie mittels Connector-Elementen bietet den Vorteil der Äquivalenz zur MKS und zur einfachen Änderung und Feineinstellung der Parameter.

In der MKS sind die Dichtung sowie das Schloss mittels Vektorkräften modelliert, während in der FE-Rechnung Connector-Elemente verwendet werden.

Die notwendige Komplexität zur Modellierung des Schlosses zeigt die Nachteile einer FE-Software für die Berechnung dynamischer Simulationen auf. Einfache Elemente wie Scharniere und Gelenke sind noch direkt implementiert, während aufwändigere Mechanismen wie der Verschluss aus Einzelteilen mit Kontaktbedingungen aufgebaut werden müssen.

Die Modellierung des Kontaktes in ABAQUS mittels General Contact wirkt auf den ersten Blick sehr komfortabel, da dem Anwender jeglicher Modellierungsaufwand erspart bleibt. Allerdings zeigt sich, dass einige weitere zusätzliche Parameter notwendig sind, um Äquivalenz zu einem Kontaktpaar bzw. die gewünschte Kontaktberücksichtigung zu erhalten.

Der Vergleich der globalen Energien dient dem Aufzeigen grundlegender Unterschiede zwischen den Simulationsvarianten. So ist bereits beim Verlauf der kinetischen Energien die leicht unterschiedliche Masse bzw. kinetische Energie aufgrund der notwendigen lokalen Massenskalierung zu sehen. Zudem ist ersichtlich, dass das globale Verhalten der kinetischen Energie und somit die Geschwindigkeiten gut korellieren. Die detaillierte Auswertung der Energien in ABAQUS zeigt v.a., wie viel der Energie schon beim ersten Aufprall von der Dichtung absorbiert wird. Ebenso wird deutlich, dass die Kontaktdämpfung einen nicht direkt kontrollierbaren bzw. eliminierbaren Einfluss auf die Dynamik der Simulation hat.

Die Berechnung und Auswertung der Schädigung erfolgte mittels FEMFAT. Es zeigt sich, dass der Kontakt an den Punktschweißstellen bei der MKS, wie auch bei der FE-Lösung zu einer Verringerung der Schädigung führt. Wie bei vielen Strukturen die aus zahlreichen Einzelteilen bestehen, stellen diese Fügestellen kritische Stellen für die Lebensdauer dar. Mittels der Kontaktberücksichtigung versucht man in der Simulation näher an der tatsächlichen Schädigung am Bauteil zu liegen, welche oft niedriger liegt als die Schädigung ohne Kontaktberücksichtigung. Die Schadensakkumulation zeigt auch, dass die Schädigung an den kritischen Stellen nicht nur unmittelbar beim Zuschlagen entsteht, sondern auch beim Rückschwingen und Ausschwingen der Struktur. Die Auswertung eines kürzeren Zeitraums über z.B. nur 50ms wie von OPEL praktiziert, liefert somit nur Teile der gesamten Schädigung.

Die abschließende Auswertung der Dichtung über ihre abgewickelte Länge zeigt auf, wo die Dichtung stärker belastet wird und wo sie fast keine Stützwirkung übernimmt. Diese Auswertung ist z.B. hilfreich für die Auslegung der Verläufe der Dichtung sowie die Entscheidung für einen bestimmten Dichtungstyp. Ebenfalls kann die detaillierte Untersuchung für eine Anpassung der Luftspalte hilfreich sein, um eine gleichmäßige Kompression und einen ausgeglichenen Kraftverlauf über die ganze Dichtung, bei konstanten Dichtungseigenschaften, zu erhalten.

Generell konnte eine gute Berücksichtigung des Kontaktes mittels der Software MAMBA über JIMs nachgewiesen werden. Die in der Referenzlösung durch ABAQUS erhaltene Schädigung korreliert dabei stark mit der Schädigung des reduzierten Modells (Diagramm 7.35). Für spezifische Anwendungen stellt MAMBA somit eine brauchbare Alternative gegenüber herkömmlicher FE-Software für dynamische nichtlineare Untersuchungen dar.

## Verbesserungsmöglichkeiten für weitere Untersuchungen

- **Reibung zwischen den Blechen** Der Kontakt zwischen den Blechen innerhalb der Struktur wurde ohne Reibung modelliert, da dies in MAMBA bisher noch nicht implementiert ist.
- **Reibung Dichtungsauflage** Der Kontakt zwischen Tür und Gummidichtung ist ebenfalls reibungsfrei modelliert. Eine Berücksichtigung der Reibung wäre zwar bedingt möglich, allerdings sind keine Erfahrungswerte für die Reibung, sowie die Steifigkeit der Dichtung quer zur Normalrichtung, vorhanden.
- Nichtlineare Dämpfung in der Dichtung Der Anteil der Dichtungskraft durch die Dämpfung ist nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern auch von der Kompression der Dichtung abhängig, allerdings ist eine verschiebungsabhängige Definition der Dämpfung in ABAQUS nicht möglich.
- Luftwiderstand Wenn die anderen Türen im Fahrzeug geschlossen sind, entsteht ein erhöhter Gegendruck der Luft im Fahrzeug. Dieser Widerstand sowie der Einfluss der ausströmenden Luft ist in [Moo11] untersucht.
- **Gummistopper** Viele Fahrzeugtüren haben neben der Dichtung zusätzliche Gummistopper, um die Energie der Tür aufzunehmen. Diese Gummistopper dienen oft auch als vertikale Führungen.
- **Materialdämpfung** Da die Dämpfung in der MKS von der Eigenfrequenz des jeweiligen Modes abhängt, kann sie nicht äquivalent in der FE modelliert werden. Deshalb wurden beide Varianten ohne zusätzliche Materialdämpfung berechnet, obwohl diese natürlich vorhanden ist.
- Luftspalt Der Luftspalt wurde über die gesamte Dichtungslänge als konstant modelliert, was aber bei den stark verrundeten Übergängen im Einstiegsbereich eines modernen Fahrzeuges nicht immer möglich ist.
- **Zusätzliche Dämpfungselemente** Fahrzeugtüren haben im Inneren oft Dämpfungsmaterialien oder aufgeklebte Matten, um diese strukturell, akustisch und thermisch zu dämpfen.

# A. Anhang

| NASTRAN                  | 2011.1               | Auslenkung $[mm]$ | Kraft/Länge $\left[N/mm\right]$ |
|--------------------------|----------------------|-------------------|---------------------------------|
| MAMBA                    | 1.2                  | -15               | 18                              |
| ANSA                     | 14.1.1               | -10               | 1.35                            |
| META                     | 14.1.1               | _9                | 0.72                            |
| ABAQUS                   | Explicit/Viewer 6.12 | -5                | 0.42                            |
| ADAMS                    | View 2010            | -2                | 0.12                            |
| FEMFAT                   | 5.0b                 | 0                 | 0.09                            |
| Scilab                   | 5.3.3                | 2                 | 0.03                            |
| $\mathtt{pdf}T_{\!E\!}X$ | 3.14                 | 5                 | 0.03                            |
| ${\tt MiKT}_{\!E\!} X$   | 2.9                  | 8                 | 0.012                           |
| MS-Office                | 2010 - 14.0          | 10                | 0.012                           |
|                          |                      | 10                | 0.000                           |

 Tabelle A.1.: Verwendete Software

Tabelle A.2.: Steifigkeit der Dichtung

| Tabelle A.3.: Zusammenfassung d | der verwendeten Parameter |
|---------------------------------|---------------------------|
|---------------------------------|---------------------------|

| Öffnungswinkel          | 20 °                    |
|-------------------------|-------------------------|
| Erster Lastschritt      | $0.2365 \ s$            |
| Zweiter Lastschritt     | $0.3 \ s$               |
| Gesamtdauer Simulation  | $0.5365 \ s$            |
| Beschleunigung          | $9.43 \ rad/s^2$        |
| Endgeschwindigkeit      | $2.222 \ ^{rad}\!/_{s}$ |
| Dichtungshöhe Entspannt | 20 mm                   |
| Dichtungshöhe Ruhelage  | $10 \ mm$               |

# Abbildungsverzeichnis

| 2.1.  | Lage eines Körpers im Raum   | 7  |
|-------|--|----|
| 2.2.  | Drehung eines Vektors mit dem Drehzeiger $u, \varphi \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$ | 8  |
| 2.3.  | Kinematik verschiedener Mechanismen  | 9  |
| 2.4.  | Kugelgelenk zwischen zwei starren Körpern  | 10 |
| 2.5.  | Kraftelement zwischen zwei starren Körpern   | 11 |
| 2.6.  | Position in der Floating-Frame-of-Reference Formulierung                                 | 15 |
| 3.1.  | FE-Modell einer Verbindungsstelle  | 20 |
| 4.1.  | Zusammenhang zwischen RAYLEIGH-Dämpfung und Frequenz                                     | 35 |
| 6.1.  | Modellierung des Testbalkens und Teststreifens in ANSA                                   | 41 |
| 6.2.  | Linearkombination der Vergleichsspannung FE/MKS  | 42 |
| 6.3.  | Modell Wellenausbreitung   | 42 |
| 6.4.  | Fortlaufende Welle in ABAQUS   | 44 |
| 6.5.  | Fortlaufende Welle in ADAMS mit 5 und 100 Normal Modes                                   | 44 |
| 6.6.  | Konvergenz der ADAMS Lösung mit steigender modaler Basis                                 | 45 |
| 6.7.  | Zeitverlauf der Energien in ABAQUS/Explicit  | 45 |
| 6.8.  | Dichtungsquerschnitte für Fahrzeugtüren  | 47 |
| 6.9.  | Steifigkeitsverlauf der Dichtung   | 47 |
| 6.10. | Kompression der Dichtung   | 48 |
| 7.1.  | Fahrzeugmodell Toyota Yaris  | 50 |
| 7.2.  | Modell der Yaris-Türstruktur   | 50 |
| 7.3.  | Neumodellierung der Spots mit FEMFAT-Ronden  | 51 |
| 7.4.  | Modellierung des Seitenspiegels und des Scharniers                                       | 52 |
| 7.5.  | Angriffspunkt der Beschleunigung am Türgriff   | 53 |
| 7.6.  | Vergleich der Kontaktbereiche zwischen ANSA und MAMBA                                    | 54 |
| 7.7.  | Konvergenz mit steigender Anzahl von JIMs  | 55 |
| 7.8.  | Graphische Topologie in ADAMS  | 56 |
| 7.9.  | Modellierung der Dichtung in ABAQUS  | 57 |
| 7.10. | Translator Verbindungselement  | 58 |
| 7.11. | Modellierung des Schlosses in ABAQUS   | 59 |
| 7.12. | Einfluss von Contact Clearing  | 60 |
| 7.13. | Unerwünschter Selbstkontakt von Nachbarelementen   | 60 |
| 7.14. | Vergleich der kinetischen und internen Energie zwischen MKS und FE                       | 62 |
| 7.15. | Verlauf der Energien der ABAQUS-Rechnung mit Kontakt                                     | 62 |

| 7.16. Verschiebung des Schließbolzens                          | 63 |
|--|----|
| 7.17. Geschwindigkeit des Schließbolzens                       | 64 |
| 7.18. Kraft im Schloss   | 64 |
| 7.19. Verschiebung am Knoten 50502                             | 65 |
| 7.20. Verschiebung am Knoten 59171                             | 65 |
| 7.21. Kraft und Verschiebung des Dichtungselements 198         | 66 |
| 7.22. Kraft und Verschiebung des Dichtungselements 210         | 67 |
| 7.23. Vergleichsspannung am höchstbelasteten Schweißpunkt      | 67 |
| 7.24. Haigh-Diagramm des verwendeten Stahles                   | 68 |
| 7.25. Ablauf Femfat-ChannelMAX                                 | 69 |
| 7.26. Vergleich der Schädigung - Außenseite                    | 70 |
| 7.27. Vergleich der Schädigung - Innenseite                    | 70 |
| 7.28. Vergleich der Schädigung - Außenseite ohne Außenhaut     | 71 |
| 7.29. Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 1,7,8           | 71 |
| 7.30. Detailansicht der lokalen Schädigung des Innenlebens     | 72 |
| 7.31. Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 2,3             | 72 |
| 7.32. Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 4,5             | 73 |
| 7.33. Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 6               | 73 |
| 7.34. Detailansicht der lokalen Schädigung Nr. 9,10            | 74 |
| 7.35. Vergleich der Schädigung an ausgewählten Punkten         | 74 |
| 7.36. Akkumulation der Schädigung ausgewählter Punkte          | 75 |
| 7.37. Verlauf der Vergleichsspannung am Punkt Nr. 7            | 76 |
| 7.38. Verlauf der Vergleichsspannung am Punkt Nr. 8            | 76 |
| 7.39. Verlauf der Nummerierung für die Auswertung der Dichtung | 79 |
| 7.40. Kompression der Dichtung 3D                              | 80 |
| 7.41. Geschwindigkeit der Dichtung 3D                          | 80 |
| 7.42. Reaktionskraft der Dichtung 3D                           | 81 |

## Tabellenverzeichnis

| 7.1. | Materialdaten für die Schädigungsrechnung       | 68 |
|------|---|----|
| 7.2. | Kehrwert der Schädigung an ausgewählten Stellen | 69 |
| 7.3. | Rechenzeit, Auswertezeit und Dateigrößen        | 78 |
| A 1  |   | ~~ |
| A.1. | Verwendete Software                             | 85 |
| A.2. | Steifigkeit der Dichtung                        | 85 |
| A.3. | Zusammenfassung der verwendeten Parameter       | 85 |

## Literatur

- [Aba12a] Abaqus-Simulia. *Abaqus 6.12 Analysis-User's-Manual*. Dassault Systemes, 2012.
- [Aba12b] Abaqus-Simulia. *Abaqus 6.12 Keyword-Reference-Manual*. Dassault Systemes, 2012.
- [Aba13] Abaqus-Simulia. "Solving Contact Problems with Abaqus". Seminarunterlagen SIMULIA. Dassault Systemes, 2013.
- [Ant05] Athanasios C Antoulas. "An overview of approximation methods for large-scale dynamical systems". Annual reviews in Control, Bd. 29(2) (2005),
   S. 181-190. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1367578805000283.
- [Ant09] Athanasios C Antoulas. Approximation of large-scale dynamical systems. Bd. 6. Society for Industrial und Applied Mathematics, 2009.
- [Bam67] RM Bamford. "A modal combination program for dynamic analysis of structures". *Technical Memorandum*, Bd. 33-290 (1967).
- [BC68] M. C. C. Bampton und R. R. Craig Jr. "Coupling of substructures for dynamic analyses". AIAA Journal, Bd. 6 (Juli 1968), S. 1313–1319. DOI: 10.2514/3.4741.
- [Bee94] Christoph Beerens. "Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik". Diss. Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum, 1994.
- [BKQ06] M Beitelschmidt, P Koutsovasilis und V Quarz. "Zur Modellierung und Simulation der Kolbenmaschinendynamik unter Berücksichtigung von Strukturelastizitäten". Proc. ANSYS &, Bd. 24 (2006).
- [BP97] Hartmut Bremer und Friedrich Pfeiffer. *Elastische Mehrkörpersysteme*. Teubner Verlag, 1997. ISBN: 3519023741.
- [Bre11] Markus Breitfuss. "Considering Contact in MBS with MAMBA". 8th International Femfat User Meeting 2011. Magna Powertrain - Engineering Center Steyr. 2011.
- [BZ01] K.J. Bathe und P. Zimmermann. Finite-Elemente-Methoden. Springer Verlag, 2001. ISBN: 9783540668060. URL: http://books.google.at/books?id= Lypjx7CEIt8C.

- [CC77] Roy R Craig Jr und Ching-jone Chang. "On the use of attachment modes in substructure coupling for dynamic analysis". *transformation*, Bd. 10(4) (1977), S. 3.
- [CFL28] R. Courant, K. Friedrichs und H. Lewy. "Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik". Mathematische Annalen, Bd. 100(1) (1928), S. 32-74. ISSN: 0025-5831. DOI: 10.1007/BF01448839. URL: http://eudml.org/doc/159283.
- [CG91] Alberto Cardona und Michel Geradin. "Modelling of superelements in mechanism analysis". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Bd. 32(8) (1991), S. 1565–1593.
- [Cip00] Barry A Cipra. "The best of the 20th century: Editors name top 10 algorithms". *SIAM news*, Bd. 33(4) (2000), S. 1–2.
- [CK06] Roy R. Craig und Andrew J. Kurdila. Fundamentals of Structural Dynamics. Wiley, 2006. ISBN: 0471430447.
- [Con10] CADFEM Consulting. "Transient Door Slam Analysis With ANSYS Workbench". Cadfem - Case Studies Structural Mechanics. Cadfem Deutschland, 2010. URL: http://www.cadfem.at/fileadmin/cfappdb/files/ Consulting\_Flyer\_CADFEM\_Doorslam\_CMS.pdf.
- [Cou43] R. Courant. "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations". Bulletin of American Mathematical Society, Bd. 49 (1943), S. 1–23.
- [Cra00] R. R. Craig Jr. "Coupling of substructures for dynamic analyses: An overview". Proceedings of the 41st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, Vol 5. AMER INST AERONAUTICS & ASTRONAUTICS, 2000, S. 3–14.
- [FGP95] MI Friswell, SD Garvey und JET Penny. "Model reduction using dynamic and iterated IRS techniques". Journal of Sound and Vibration, Bd. 186(2) (1995), S. 311–323.
- [FGP98] MI Friswell, SD Garvey und JET Penny. "The convergence of the iterated IRS method". *Journal of sound and vibration*, Bd. 211(1) (1998), S. 123–132.
- [Gat11] Hubert Gattringer. *Starr-elastische Robotersysteme*. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2011. ISBN: 978-3-642-22827-8.
- [GC01] Michel Géradin und Alberto Cardona. *Flexible Multibody Dynamics: A Finite Element Approach*. Wiley, 2001. ISBN: 0471489905.
- [GC92] M. Géradin und A. Cardona. "Substructuring techniques in flexible multibody systems". *Dynamics and Control of Large Structures*. 1992, S. 417–428.
- [Gla64] GML Gladwell. "Branch mode analysis of vibrating systems". Journal of Sound and Vibration, Bd. 1(1) (1964), S. 41-59. URL: http://www. sciencedirect.com/science/article/pii/0022460X64900069.

- [GR97] M Géradin und D Rixen. Mechanical vibrations: theory and application to structural dynamics. 1997. 1997.
- [Guy65] Robert J. Guyan. "Reduction of stiffness and mass matrices (Simultaneous stiffness and nondiagonal mass matrix reduction in structural analysis)". *AIAA Journal*, Bd. 3 (1965), S. 380.
- [GW07] Johannes Gerstmayr und Wolfgang Witteveen. "Reduction methods for large-scale multibody systems". Proceedings of the Multibody Dynamics 2007, ECCOMAS Thematic Conference, C.L. Bottasso, P. Masarati, L. Trainelli (eds.), Milano, Italy, 25-28 June 2007. 2007.
- [Han12] Jeong Sam Han. "Efficient frequency response and its direct sensitivity analyses for large-size finite element models using Krylov subspace-based model order reduction". Journal of mechanical science and technology, Bd. 26(4) (2012), S. 1115–1126. URL: http://link.springer.com/article/10. 1007/s12206-012-0227-8.
- [HDP09] Sabrina Herkt, Klaus Dreßler und René Pinnau. Model reduction of nonlinear problems in structural mechanics. Fraunhofer Inst. für Techno-und Wirtschaftsmathematik, ITMW, 2009.
- [Hre41] Alexander Hrennikoff. "Solution of problems of elasticity by the framework method". *Journal of applied mechanics*, Bd. 8(4) (1941), S. 169–175.
- [Hur61] W.C. Hurty. "Vibrations of structural systems by component mode synthesis". *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Bd. 126(1) (1961), S. 157–175.
- [Hur65] W.C. Hurty. "Dynamic analysis of structural systems using component modes(Dynamic analysis of structures using component displacement modes)". AIAA Journal, Bd. 3 (1965), S. 678–685.
- [IH08] Takeshi Inoue und Hiroaki Hoshino. "Door slam simulation for durability analysis with Multibody Dynamics". 2nd European HyperWorks Technology Conference Strasbourg. Toyota Auto-Body Co., 2008. URL: http://www. altairhtc.com/europe/presentations/session4/eur\_htc2008\_inoue\_ english\_upweb.pdf.
- [Iro65] B.M. Irons. "Structural eigenvalue problems- elimination of unwanted variables(Unwanted variables elimination in structural eigenvalue problems using distributed mass in kinetic energy but retaining nodal deflections termed masters)". AIAA JOURNAL, Bd. 3 (1965), S. 961.
- [KB07] P. Koutsovasilis und M. Beitelschmidt. "Model reduction of large elastic systems: A comparison study on the elastic piston rod". Proc. XII World Congress in Mechanism and Machine Science, Besancon, IFToMM. 2007.
- [KB08] P. Koutsovasilis und M. Beitelschmidt. "Comparison of model reduction techniques for large mechanical systems". *Multibody System Dynamics*, Bd. 20(2) (2008), S. 111–128.

| [Ker05] | Gaetan Kerschen, Jean-claude Golinval, Alexander F Vakakis und Lawrence   |
|---------|---|
|         | A Bergman. "The method of proper orthogonal decomposition for dynamical   |
|         | characterization and order reduction of mechanical systems: an overview". |
|         | Nonlinear Dynamics, Bd. 41(1-3) (2005), S. 147-169. URL: http://link.     |
|         | springer.com/article/10.1007/s11071-005-2803-2.                           |

- [Kry31] AN Krylov. "On the numerical solution of the equation by which in technical questions frequencies of small oscillations of material systems are determined". *Izvestija AN SSSR (News of Academy of Sciences of the USSR), Otdel. mat. i estest. nauk*, Bd. 7(4) (1931), S. 491–539.
- [LB07] LMS und BMW. "BMW Simulates the Durability Impact of Door Slam Sequences". LMS - Werbebooklet. LMS International, 2007. URL: http:// www.lmsintl.com/BMW-simulates-durability-impact-door-slamsequences.
- [LE06] Michael Lehner und Peter Eberhard. "Modellreduktion in elastischen Mehrkörpersystemen (Model Reduction in Flexible Multibody Systems)". atmatisierungstechnik, Bd. 54(4/2006) (2006), S. 170–177. URL: http://www. oldenbourg-link.com/doi/pdf/10.1524/auto.2006.54.4.170.
- [Leh07] M Lehner. "Modellreduktion in elastischen Mehrkörpersystemen. Schriften aus dem Institut für Technische und Numerische Mechanik der Universität Stuttgart, Band 10/27". Diss. Universität Stuttgart, 2007.
- [LS04] Boris Lohmann und Behnam Salimbahrami. "Ordnungsreduktion mittels Krylov-Unterraummethoden (Order Reduction using Krylov Subspace Methods)". at-Automatisierungstechnik/Methoden und Anwendungen der Steuerungs-, Regelungs-und Informationstechnik, Bd. 52(1/2004) (2004), S. 30–38. URL: http://www.oldenbourg-link.com/doi/pdf/10.1524/auto.52.1. 30.25436.
- [LS07] Joachim Liebers und Manfred Saul. "Development of Virtual Closure Slam Test". 1st European HyperWorks Technology Conference Berlin. Adam Opel, Rüsselsheim, 2007. URL: http://www.altairhyperworks.co.uk/html/en-GB/session6/GM-Liebers-Saul.pdf.
- [Mac71] Richard H. MacNeal. "A hybrid method of component mode synthesis". Computers & Structures, Bd. 1(4) (1971). Special Issue on Structural Dynamics, S. 581-601. ISSN: 0045-7949. DOI: 10.1016/0045-7949(71)90031-9. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045794971900319.
- [Mar13] Dhafer Marzougui, Randa Radwan Samaha, Lilly Nix und Cing-Dao Steve Kan. "Extended Validation of the Finite Element Model for the 2010 Toyota Yaris Passenger Sedan (MASH 1100kg Vehicle)". Transportation Research Board 92nd Annual Meeting. 13-2567. 2013.

- [MHW05] A Majed, EE Henkel und C Wilson. "Improved method of mixed-boundary component-mode representation for structural dynamic analysis". Journal of spacecraft and rockets, Bd. 42(5) (2005), S. 825–831. URL: http://arc. aiaa.org/doi/pdf/10.2514/1.8334.
- [MM05] K. Magnus und H.H. Müller-Slany. Grundlagen der Technischen Mechanik. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik. Vieweg+Teubner Verlag, 2005. ISBN: 9783835100077. URL: http://books.google.at/books? id=OPO9a4U%5C\_e2QC.
- [Moo11] Hyung-il Moon, Ho Kim, Sang Bum Kim, Do Hyung Kim und Heon Young Kim. "Predicted minimum door-closing velocity based on a three-dimensional door-closing simulation". *Finite Elements in Analysis and Design*, Bd. 47(3) (2011), S. 296-306. URL: http://www.sciencedirect.com/science/ article/pii/S0168874X10001228.
- [MSC07] Adams MSC. Adams/Flex Theory Manual. MSC.Software Corporation, 2007.
- [MSC12] Nastran MSC. *MSC/NASTRAN 2012.2 Quick Reference Guide*. MSC.Software Corporation, 2012.
- [Nas10] Lutz Nasdala. *FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik: Hintergrundinformationen, Tipps und Tricks (German Edition).* Vieweg+Teubner Verlag, 2010. ISBN: 3834809802.
- [NCA10] National Crash Analysis Center NCAC. "2010 Toyota Yaris FE Model". Model Report. The George Washington University, 2010. URL: http://www. ncac.gwu.edu/vml/archive/ncac/vehicle/yaris-v1m.pdf.
- [NCA11] National Crash Analysis Center NCAC. "Development & Validation of a Finite Element Model for the 2010 Toyota Yaris Passenger Sedan". *Technical Summrary*. The George Washington University, 2011. URL: http://www.ncac.gwu.edu/research/pubs/NCAC-2011-T-001.pdf.
- [ND04] Dan Negrut und Andrew Dyer. "ADAMS/Solver Primer". MSC Software, Ann Arbor, MI, Bd. (2004).
- [Neg07] Dan Negrut, Rajiv Rampalli, Gisli Ottarsson und Anthony Sajdak. "On an Implementation of the Hilber-Hughes-Taylor Method in the Context of Index 3 Differential-Algebraic Equations of Multibody Dynamics (DETC2005-85096)". Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, Bd. 2 (2007), S. 73.
- [New87] I. Newton. Philosophiae naturalis principia mathematica. J. Societatis Regiae ac Typis J. Streater, 1687. URL: http://books.google.at/books?id=dVKAQAAIAAJ.
- [OAR89] John O'Callahan, Peter Avitabile und Robert Riemer. "System equivalent reduction expansion process (SEREP)". *IMAC*. Bd. 7. 1989, S. 29–37.

- [OCa89] John O'Callahan. "A procedure for an improved reduced system (IRS) model". Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference. Bd. 1. Union College Press, Schenectady, NY. 1989, S. 17–21.
- [OL96] John O'Callahan und Ping Li. "SEREP expansion(System Equivalent Reduction Expansion Procedure)". International Modal Analysis Conference(IMAC), 14 th, Dearborn, MI. 1996, S. 1258–1264.
- [Par66] Heinz Parkus. Mechanik Der Festen Körper. Springer-Verlag, 1966. ISBN: 9783211807774. URL: http://books.google.at/books?id=7dNdRJIvQEgC.
- [Qu04] Zu-Qing Qu. Model Order Reduction Techniques: with Applications in Finite Element Analysis. Springer, 2004. ISBN: 1852338075.
- [QWQ03] Ji-Bao Qiu, FW Williams und Ren-Xi Qiu. "A new exact substructure method using mixed modes". Journal of sound and vibration, Bd. 266(4) (2003), S. 737-757. URL: http://www.sciencedirect.com/science/ article/pii/S0022460X02013202.
- [Ram10] F.G. Rammerstorfer. *Einführung in die Finite Elemente Methoden*. Skriptum TU-Wien, 2010.
- [RD12] F.G. Rammerstorfer und T. Daxner. Nichtlineare Finite Elemente Methoden. Skriptum TU-Wien, 2012.
- [Rei11] Stefan Reichl. "Inverse Dynamics and Trajectory Tracking of Underactuated Multibody Systems". Diss. TU Wien, 2011.
- [Rix03] Daniel J Rixen. "The dual Craig-Bampton method". Proceedings of the 21st IMAC, FLORIDA. 2003.
- [Rix04] Daniel J Rixen. "A dual Craig–Bampton method for dynamic substructuring". Journal of Computational and applied mathematics, Bd. 168(1) (2004), S. 383– 391.
- [RK06a] Evgenii B Rudnyi und Jan G Korvink. "Model order reduction for large scale engineering models developed in ANSYS". Applied Parallel Computing. State of the Art in Scientific Computing. Springer, 2006, S. 349–356. URL: http://link.springer.com/chapter/10.1007/11558958\_41.
- [RK06b] Evgenii B Rudnyi und Jan G Korvink. "Model order reduction for large scale finite element engineering models". *Proceedings of European Conference on Computational Fluid Dynamics.* 2006.
- [RS08] T. Reis und T. Stykel. "Balanced truncation model reduction of second-order systems". Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, Bd. 14(5) (2008), S. 391-406. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10. 1080/13873950701844170.
- [RS10] Georg Rill und Thomas Schaeffer. Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation. Vieweg+ Teubner Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2010.

- [Rub75] S. Rubin. "Improved Component-Mode Representation for Structural Dynamic Analysis". AIAA Journal, Bd. 13 (Aug. 1975), S. 995–1006. DOI: 10.2514/3.60497.
- [Sas03] CVS Sastry, D Roy Mahapatra, S Gopalakrishnan und TS Ramamurthy. "An iterative system equivalent reduction expansion process for extraction of high frequency response from reduced order finite element model". Computer methods in applied mechanics and engineering, Bd. 192(15) (2003), S. 1821– 1840. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/ S0045782503002044.
- [Sch72] Hermann Amandus Schwarz. Gesammelte mathematische Abhandlungen. American Mathematical Soc., 1972.
- [Sch90] W. Schiehlen. Multibody Systems Handbook. Springer London, Limited, 1990. ISBN: 9783642509971. URL: http://books.google.at/books?id= tYFgmQEACAAJ.
- [SE11] Werner Schiehlen und Peter Eberhard. Technische Dynamik: Rechnergestützte Modellierung mechanischer Systeme im Maschinen- und Fahrzeugbau. Vieweg +Teubner Verlag, 2011. ISBN: 3834814920.
- [See10] S Vinay Seeba, S Srikari, VK Banthia, Jegan R Mani, ND Gangadhar, Viswanath K Reddy, Nimish Kumar, Rinki Sharma, B Ramya, Nitin Solanki u. a. "Design and Analysis of a Plastic Door Module for Car Body Application". SAS-Tech, Bd. 9 (2010), S. 1–8.
- [SGM08] U. Stelzmann, C. Groth und G. Müller. FEM für Praktiker 2. Strukturdynamik: Basiswissen und Arbeitsbeispiele zu FEM-Anwendungen der Strukturdynamik – Lösungen mit dem Programm ANSYS® Rev. 5.5. Edition expertsoft Bd. 2. Expert-Verlag GmbH, 2008. ISBN: 9783816928423. URL: http://books.google.at/books?id=EdTJ86wdIPMC.
- [Sha05] Ahmed A. Shabana. *Dynamics of Multibody Systems*. Cambridge University Press, 2005. ISBN: 0521850118.
- [Sha97] Ahmed A Shabana. "Flexible multibody dynamics: review of past and recent developments". *Multibody system dynamics*, Bd. 1(2) (1997), S. 189–222.
- [Ste10] Wolfgang Steiner. Die Methoden der Finiten Elemente. Skriptum FH-Wels, 2010.
- [Ste11] Wolfgang Steiner. *Multibody Systems*. Skriptum FH-Wels, 2011.
- [Vol08] Stefan Volkwein. "Model reduction using proper orthogonal decomposition". Lecture Notes, Institute of Mathematics and Scientific Computing, University of Graz. Bd. (2008). URL: http://www.uni-graz.at/imawww/volkwein/ POD.pdf.
- [Wal05] M. Waltz. "Dynamisches Verhalten von gummigefederten Eisenbahnrädern". Diss. Universitätsbibliothek Aachen, 2005.

- [WI08] Wolfgang Witteveen und Hans Irschik. "An effective strategy for the multibody simulation of jointed FE models in the framework of the floating frame of reference formulation." PAMM, Bd. 8(1) (2008), S. 10157–10160. URL: http: //onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pamm.200810157/abstract.
- [WI09a] Wolfgang Witteveen und Hans Irschik. "Efficient computation of joint interface modes". Proceedings of IMAC 27th, Society of Experimental Mechanics Inc, Paper, Bd. (16) (2009), S. 169–181.
- [WI09b] Wolfgang Witteveen und Hans Irschik. "Efficient Mode Based Computational Approach for Jointed Structures: Joint Interface Modes". AIAA Journal, Bd. 47(1) (2009), S. 252–263. URL: http://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/1. 38436.
- [Wit07] Wolfgang Witteveen. "Modal based computation of jointed structures". Diss. Institut für Technische Mechanik, Johannes Kepler Universität Linz, 2007.
- [Wit12] Wolfgang Witteveen. "On the Modal and Non-Modal Model Reduction of Metallic Structures with Variable Boundary Conditions". World Journal of Mechanics, Bd. 2 (2012), S. 311-324. URL: http://www.scirp.org/ journal/PaperInformation.aspx?paperID=25872&.
- [Woe11] Christoph Woernle. Mehrkörpersysteme: Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper. Springer DE, 2011. ISBN: 3642159818.