Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.
http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.
http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

Unterschrift des Betreuers

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna | Austria

DIPLOMARBEIT

BACKSTOPTECHNOLOGIE NACH TECHNOLOGIEDURCHBRUCH

Ausgeführt am Institut für:
Stochastik und Wirtschaftsmathematik
der Technische Universität Wien

Unter der Anleitung von:
Ass.Prof. Dipl.-Math. Dr Timo Trimborn

Durch:
Philipp Löffler BSc.
Große Mohrengasse 3b/I/13 - 1020 Wien

Datum

Unterschrift

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich meinen herzlichsten Dank den Personen entgegenbringen, welche mich bei der Anfertigung dieser Arbeit unterstützt haben.
Mein Dank gilt zunächst meinem Betreuer Herrn Prof. Dr. Trimborn für die Überlassung des Themas und die Hilfe bei der Ausarbeitung.
Besonders bin ich meiner Familie und meinen Freunden dankbar. Ich danke meiner Mutter für die konstruktive Kritik und das geduldige Korrekturlesen dieser Arbeit. Meinem Vater und meinen Großeltern danke ich für die Unterstützung während meines gesamten Studiums.
Ich danke meinen Freunden und Kollegen, welche mein Studium sowohl fachlich als auch persönlich bereichert haben.
Zuletzt danke ich meiner wunderbaren Freundin.

Abstract

Diese Arbeit wirft einen Blick auf die aktuelle Klimapolitik und ordnet sie aus ökonomischer Sicht ein. Sie bietet einen Überblick über die Theorie des grünen Paradoxon von Hans-Werner Sinn und einer Erweiterung von Frederick van der Ploeg. Ein monopolistischen Ressourcenbesitzer wird mit einer grünen Backstoptechnologie konfrontiert, welche zu einem zufälligem Zeitpunkt verfügbar wird. Dabei wird eine isoelastische Nachfragefunktion mit Explorationsinvestitionen zu Beginn anstatt von pro-Stück-Extraktionskosten angenommen. In Erweiterungen wird eine weitere Exploration zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs sowie ein variabler Preis von erneuerbaren Energien angenommen. Der unsichere Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs führt zu ineffizient schneller Extraktion und niedrigen Explorationsinvestitionen. Eine steigende Steuer oder Subventionierung der Backstoptechnologie erhöht die Abbaugeschwindigkeit und senkt die Explorationsinvestitionen. Der zweite Effekt kann ein grünes Paradoxon umkehren. Eine im Verhältnis zur ersten Exploration hohe zweite Exploration kann die Abbaugeschwindigkeit verlangsamen. Der sinkende Preis von erneuerbaren Energien führt zu schnellerer Extraktion.

This thesis is based on the theory of the Green Paradox by Hans Werner Sinn and a paper by Frederick van der Ploeg. The investigations are about a monopolistic owner of oil reserves and his response to a green backstop technology, which becomes available at some uncertain point. An isoelastic demand function and an initial exploration investment instead of variable extraction costs are assumed. The model is extended by another exploration investment at the breakthrough and variable costs of renewables. Due to the uncertain timing of the breakthrough, the depletion rates are inefficiently high and the exploration investments are reduced. An increasing tax rate or subsidization of green R&D speeds up oil depletion and lowers the exploration investments. The latter effect can reverse the Green Paradox. If the second investment is - compared to the first investment - big enough, the speed of oil depletion can be reduced. The reduced costs of renewables speeds up the oil depletion.

Inhaltsverzeichnis

1. Aktuelle Klimaphänomene **1**
1.1. Klimaschutz der Vereinten Nationen 1
1.2. Naturwissenschaftliche Grundlagen 3
1.3. Aktuelle politische Maßnahmen 6
1.4. Vorgehensweise der vorliegenden Arbeit 9

2. Das grüne Paradoxon von Sinn **10**
2.1. Das Angebot 10
2.1.1. Statische Angebotsanalyse 10
2.1.2. Die intertemporale Angebotsentscheidung 13
2.2. Das Modell 15
2.2.1. Perspektive des Ressourcenbesitzers 15
2.2.2. Die Perspektive der Gesellschaft 17
2.3. Ursachen des Marktversagens 19
2.3.1. Unsichere Eigentumsrechte 20
2.3.2. Globale Erwärmung 22
2.4. Grünes Paradoxon 24
2.5. Zusammenfassung 29

3. Backstoptechnologie nach einem zufälligem Technologiedurchbruch **31**
3.1. Das Modell 32
3.2. Lösung 34
3.2.1. Nach dem Technologiedurchbruch 34
3.2.2. Vor dem Technologiedurchbruch 37
3.3. Analyse der Lösung 39
3.3.1. Referenzfälle 42
3.3.2. Simulationen 44
3.4. Optimale Explorationsinvestitionen 46
3.5. Grünes Paradoxon 48
3.5.1. Steuersysteme 48
3.5.2. Subvention 53
3.6. Zusammenfassung 54

4. Zwei Explorationsinvestitionen **56**
4.1. Das Modell 57
4.2. Lösung 58

4.2.1. Nach dem Technologiedurchbruch . . . 58
4.2.2. Vor dem Technologiedurchbruch . . . 59
4.3. Analyse der Lösung . . . 60
4.3.1. Referenzfälle . . . 63
4.3.2. Simulationen . . . 64
4.3.3. Sensitivitätsanalyse . . . 66
4.4. Optimale Explorationsinvestitionen . . . 67
4.5. Grünes Paradoxon . . . 70
4.6. Zusammenfassung . . . 71

5. Variabler Angebotspreis von erneuerbaren Energien 73
5.1. Das Modell . . . 73
5.2. Lösung . . . 74
5.2.1. Nach dem Technologiedurchbruch . . . 74
5.2.2. Vor dem Technologiedurchbruch . . . 75
5.3. Analyse der Lösung . . . 77
5.3.1. Referenzfälle . . . 79
5.3.2. Simulationen . . . 80
5.4. Optimale Exploration . . . 82
5.5. Grünes Paradoxon . . . 83
5.6. Zusammenfassung . . . 87

6. Conclusio 89

A. Appendix 90
A.1. Herleitung der partiellen Ableitungen von $\phi(I_1, I_2)$ . . . 90
A.2. Herleitung der Ableitungen des Profitfaktors bei zwei Explorationen . . . 91
A.2.1. Erste Ableitungen . . . 91
A.2.2. Zweite Ableitungen . . . 91

Abbildungsverzeichnis 92

Literaturverzeichnis 93

1. Aktuelle Klimaphänomene

Seit Beginn der Wetteraufzeichnungen vor 130 Jahren wurden in Deutschland noch nie so viele Sommertage gezählt wie im Jahr 2018. [1] Dieser Rekord wurde bereits im Juli des Jahres erreicht. Aufgrund des ausbleibenden oder übermäßigen Niederschlages kam es zudem zu Dürrekatastrophen und Ernteausfällen in weiten Teilen des Landes.
Die Ursache für die Wetterlage in Mitteleuropa sind große Hochdruckgebiete über dem Nordatlantik und Skandinavien. Sie blockieren Tiefdruckgebiete, die üblicherweise von Westen her feuchte Luft nach Mitteleuropa schaffen und zu Regen und Abkühlung führen. Stattdessen driften nun vermehrt Tiefdruckgebiete nordwärts ab, trockene interkontinentale Luftmassen aus dem Osten wehen nach Deutschland und Österreich. Diese heiße Luft lässt Wasser großflächig verdunsten und führt zu Austrocknung der Böden. In der Folge erwärmt sich die Luft wiederum, und so stabilisiert sich die Wetterlage.
Mit ähnlich extremen Wettersituationen muss sich die Bevölkerung in vielen Regionen auf dem Kontinent und der ganzen Nordkugel aktuell zurecht finden. Ob der Sommer 2018 ein singuläres Wetterereignis ist - wie es sie immer wieder einmal gegeben hat - oder ob die Kritiker im Recht sind, die menschliches Handeln als Ursache für die Wetterphänomene sehen, darf von Spezialisten erörtert werden. Nichtsdestotrotz hat die Häufigkeit von Hitzeperioden in den letzten Jahren deutlich zugenommen [5] und man kann erwarten, dass derartige Probleme uns auch in Zukunft häufiger herausfordern werden. Schützt man das Klima nicht und treibt einen Klimawandel durch menschliches Handeln vielleicht sogar noch voran, ist mit weitreichenden Folgen zu rechnen. Nahrungsmittelknappheit, Lebensraumverlust, Migrationsströme oder Kriege sind mögliche Auswirkungen, die auf die Menschheit zukommen können.
Die Bedrohung ist den Regierungen weltweit längst bewusst. Seit Beginn der 1990er Jahre schließen sich viele Länder zu einem gemeinsamen Klimaschutz zusammen.
Die Organisation und Ziele des Klimaschutzes werden im folgenden Abschnitt erläutert (siehe 1.1). Im nächsten Kapitel (siehe1.2) werden die gesetzten Ziele aus naturwissenschaftlicher Sicht eingeordnet. Schließlich wollen wir in der Einleitung die aktuellen politischen Maßnahmen betrachten, welche die deutsche Bundesregierung zum Erreichen dieser Ziele veröffentlicht hat 1.3.

1.1. Klimaschutz der Vereinten Nationen

Das Übereinkommen von Paris soll die Grundlage für die gemeinsame Klimapolitik sein. Dass darüber internationaler Konsens herrscht, beweisen die Nachrichten aus der jüngsten Vergangenheit. Im November 2017 gab Syrien bekannt, dem Übereinkommen beizutreten,[2]

[1] Damit sind Tage mit einer Höchsttemperatur von über 25 °C gemeint [4].
[2] Syrien kündigte seine Teilnahme im Rahmen der Weltklimakonferenz in Bonn an [24].

kurz zuvor war Nicaragua beigetreten.[3] Damit haben sich zumindest vorübergehend alle 193 UNO Staaten zu einem gemeinsamen Klimaschutz bekannt.[4] Es ist durchaus beeindruckend und wichtig, wenn sich alle Länder der Welt dazu bereit erklären, gemeinsam eine Sache voranzutreiben. Der Schutz des Klimas scheint für alle Länder gleichermaßen eine besondere Bedeutung einzunehmen.
Die Vertragsländer der Klimarahmenkonvention der Vereinten Nationen (UNFCCC) verabschiedeten bereits 1992 ein Abkommen, das damals 154 Länder unterzeichneten. In Artikel zwei der Konvention formulierten sie ihre Grundsatzziele [10]:

> „Das Endziel dieses Übereinkommens [...] ist es, [...] die Stabilisierung der Treibhausgaskonzentrationen in der Atmosphäre auf einem Niveau zu erreichen, auf dem eine gefährliche anthropogene Störung des Klimasystems verhindert wird. Ein solches Niveau sollte innerhalb eines Zeitraums erreicht werden, der ausreicht, damit sich die Ökosysteme auf natürliche Weise den Klimaänderungen anpassen können, die Nahrungsmittelerzeugung nicht bedroht wird und die wirtschaftliche Entwicklung auf nachhaltige Weise fortgeführt werden kann."

Der enge Zusammenhang zwischen einer reduzierten Emission von Treibhausgasen und dem Schutz des Klimas steht hier an oberster Stelle. Für eine praktikable Umsetzung ihrer Ziele sind die Staaten nach ihrer Wirtschaftskraft in die sogenannten Annex I-III Staaten eingeteilt. Annex I umfasst industrialisierte Staaten aus der OECD, zusammen mit ehemaligen Sowjetstaaten[5]. Die Gruppe der OECD Staaten alleine - Annex II - haben sich dazu verpflichtet, Finanzmittel für Entwicklungsländer - Annex III - bereitzustellen, damit auch diese Maßnahmen zur Reduktion der Emissionen ergreifen können.
Die Mitgliedsländer treffen sich jährlich auf den Weltklimakonferenzen, um konkrete Maßnahmen für die Durchsetzung der Grundsatzziele zu erarbeiten. Große Bekanntheit hat dabei die 3. Klimakonferenz erlangt, die 1997 in Kyoto abgehalten wurde. In einer ersten Periode von 2008-2012 verpflichteten sich daraufhin die Annex I Staaten - im sogenannten Kyoto Protokoll - ihre Treibhausgasemissionen um durchschnittlich 5,2% gegenüber dem Basisjahr 1990 zu verringern. Für die Annex III Staaten gab es keine Verpflichtungen.
Der Versuch das Kyoto-Protokoll in einer zweiten Verpflichtungsperiode bis 2020 zu verlängern scheiterte bisher. Bislang haben erst 111 von erforderlichen 144 Mitgliedsstaaten dem sogenannten „Kyoto II"zugestimmt [22].
Das Übereinkommen von Paris tritt nun die Nachfolge des Kyoto-Protokolls an und wurde von den Mitgliedsstaaten auf der 21. Weltklimakonferenz in Paris 2015 verabschiedet. Die Vereinbarung versucht eine globale Antwort auf die Bedrohung des Klimawandel zu geben und formuliert dafür drei maßgebliche Ziele[6]

- Die globale Erderwärmung soll im Vergleich zur vorindustriellen Zeit auf durchschnittlich deutlich unter 2°C begrenzt werden. Es sollen zudem Anstrengungen unternommen

[3] Nicaragua unterzeichnete das Dokument zuvor nicht, da es mehr Verpflichtungen forderte [18].
[4] Sowie drei weitere Staaten. Die USA hat zudem ihren Austritt zum Jahr 2020 verkündet.
[5] Russland, die Baltischen Staaten sowie andere zentral- und osteuropäische Staaten [21].
[6] In Artikel 2 des Übereinkommen von Paris formuliert [23].

werden den Temperaturanstieg auf 1,5°C zu beschränken, da dies die Risiken des Klimawandels signifikant reduzieren würde.

- Die Anpassungsfähigkeit an negative Auswirkungen durch den Klimawandel soll erhöht werden. Die Treibhausgasemissionen sollen darüber hinaus verringert werden, ohne dabei die Nahrungsmittelproduktion einzuschränken.

- Die Finanzströme auf dem Weg hin zu niedrigeren Treibhausgasemissionen und einer klimaresistenten Entwicklung sollen in Einklang gebracht werden.

Die Ziele sind vage formuliert und beinhalten keine direkten Verpflichtungen für die einzelnen Mitgliedstaaten in Form von konkreten Einschränkungen der Treibhausemissionen. Was es bedeutet, die Erderwärmung auf unter 2°C zu halten, wollen wir nun aus technischer Sicht näher erläutern. Wir betrachten dazu vor allem einen Bericht des Zwischenstaatlichen Ausschusses für Klimaänderungen (IPCC), der eine wissenschaftliche Forschung rund um das Thema der Erderwärmung betreibt[25]. Die Resultate sind Ergebnisse von verschiedenen Prognosen und geben damit nur wahrscheinliche Szenarien vor.

1.2. Naturwissenschaftliche Grundlagen

> „Der Einfluss des Menschen auf das Klimasystem ist klar und die jüngsten anthropogenen Emissionen von Treibhausgasen sind die höchsten in der Geschichte. Die jüngsten Klimaänderungen hatten weitverbreitete Folgen für natürliche Systeme und solche des Menschen.“[7]

Die letzten drei Jahrzehnte waren die wärmsten Jahrzehnte seit 1850. Seit dem vorindustriellen Niveau stieg die gemittelte Temperatur aus Land- und Ozeanoberflächentemperaturen um circa 0,85°C.[8] Während langfristig ein klarer Trend erkennbar ist, weisen mittlere Temperaturen in kürzeren Perioden oftmals erhebliche Schwankungen auf. So betrug die Erwärmung zwischen 1998-2012 lediglich 0,05°C statt den zuvor prognostizierten 0,12°C. Grund dafür soll ein starker El Niño sein. Wissenschaftler halten es aber für praktisch sicher[9], dass sich in den letzten Jahrzehten die Troposphäre erwärmt und die Stratosphäre abgekühlt hat. In Abbildung 1.1(a) ist die gemittelte Erderwärmung zur Basis eines Temperaturmittels der Jahre 1986 bis 2005 angegeben. Die unterschiedlichen Farben geben dabei unterschiedliche Datensätze an. Man kann deutlich Schwankungen zwischen den einzelnen Jahre erkennen, aber auch den steigenden Trend der letzten 30 Jahre.
Darüber hinaus hat sich jeweils in den letzten vier Jahrzehnten die Ozeanoberfläche[10] um durchschnittlich 0,11°C erwärmt. Die Folge sind schmelzende Eisschilde, die zu einer Zunahme des mittleren Meeresspiegels im letzten Jahrhundert um 0,19 Meter geführt haben. Seit

[7] Siehe S. 40 des IPCC Berichts [25].
[8] Von 1880-2012 mit linearem Trend berechnet, mit 90-prozentiger Wahrscheinlichkeit in einem einem Intervall von [0,65 bis 1,06].
[9] Praktisch sicher entspricht einer Wahrscheinlichkeit von 99-100%. Siehe S. 2 [25].
[10] Ozeanoberfläche entspricht den oberen 75 Meter des Ozeans.

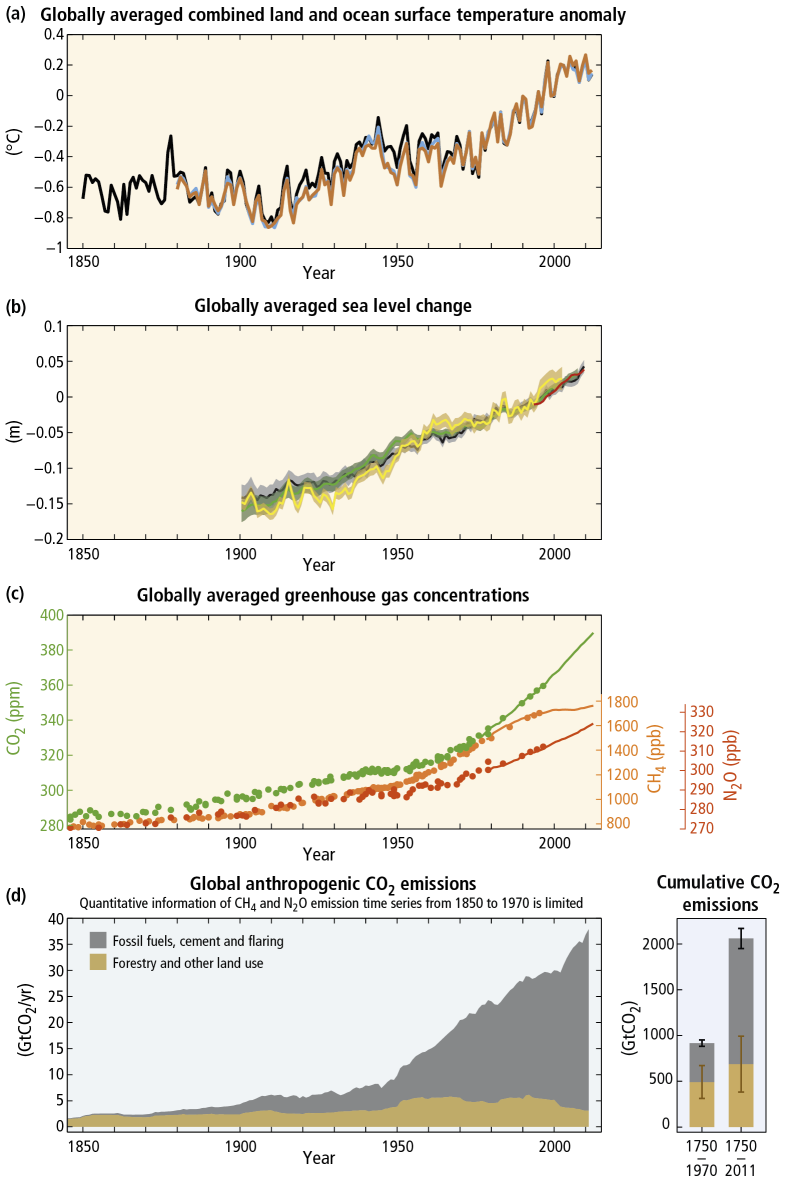

Abbildung 1.1.: Verschiedene Beobachtungen im Zeitverlauf in a, b und c, sowie globalen Emissionen in d: (a) zeigt jährlich und global gemittelte Land- und Oberflächentemperaturanomalien im Vergleich zum Mittel der Jahre 1986-2005. (b) zeigt den jährlich und global gemittelten Meeresspiegel zu den Jahren 1986-2005. Die unterschiedlichen Farben geben jeweils unterschiedliche Datensätze an. (c) zeigt die atmosphärische Konzentration der Treibhausgase. Kohlenstoffdioxid in grün, Methan in orange, Lachgas in rot. Die Punkte wurden aus Eisbohrkerndaten ermittelt, die Linien aus atmosphärischen Messungen. (d) zeigt die globalen anthropogen Kohlenstoffdioxidemissionen aus Forstwirtschaft und anderer Landnutzung sowie aus Nutzung von fossilen Brennstoffen, Zementierung und Abfackelung. Rechts sind die kumulativen Emissionen angegeben.
Quelle: IPCC (2014) [25].

der vorindustriellen Zeit steigt dieser damit schneller an als in den zweitausend Jahren zuvor. Abbildung 1.1(b) benutzt wiederum als Basis das Mittel der Jahre 1986 bis 2005 und gibt die durchschnittliche Veränderung des Meeresspiegels anhand unterschiedlicher Datenseätze an.[11] Trotz Schwankungen ist auch hier der steigende Trend zu sehen.

Ursachen des Klimawandels

Wie kommt es zu solch einer Zunahme der Erdtemperatur? Eine Ursache der Erderwärmung ist die Treibhausgaskonzentration in der Atmosphäre. Zu den wichtigsten Treibhausgasen zählen Kohlenstoffdioxid (CO_2), Methan (CH_4) sowie Lachgas (N_2O). Seit 1750 sind alle deutlich angestiegen,[12] wobei CO_2 in den letzten 10 Jahren die höchste Zunahme aufweist. Die Konzentration der Treibhausgase ist höher als in den letzten 800000 Jahren. In Abbildung 1.1(c) ist die Konzentration von Kohlenstoffdioxid in grün, Methan in orange und Lachgas in rot dargestellt.[13] Die Konzentration liegt dabei in dem Bereich von einem Millionstel (ppm.) beziehungsweise einem Milliardstel (ppb.). Offenbar reicht also schon eine winzige Konzentration aus, um erkennbare Auswirkungen auf die Temperatur auf der Erde zu nehmen.
Die Sonne erwärmt die Erdoberfläche in Form von Strahlungsenergie und umgekehrt strahlt die Erde thermische Energie zurück in den Weltraum. Diese beiden Effekte müssen sich im Mittel gegenseitig aufheben. Würde die Erdatmosphäre lediglich aus Stickstoff und Sauerstoff bestehen, welche zusammen 99% der tatsächlichen Erdatmosphäre ausmachen,[14] würden im Mittel pro Quadratmeter 288 Watt durch die Sonnenstrahlung auf die Erdoberfläche einwirken. Um das Energiegleichgewicht zu halten, würde eine mittlere Erdoberflächentemperatur von -6°C ausreichen. Der Grund dafür, dass die tatsächliche mittlere Erdoberflächentemperatur allerdings bei circa 15°C liegt, liegt an den Treibhausgasen, die anders als Stickstoff und Sauerstoff einen Teil der thermischen Energie absorbieren. Trotz der sehr geringen Menge an Treibhausgasen in der Atmosphäre haben diese aber offenbar deutliche Auswirkungen auf die Erdtemperatur. Diesen Effekt nennt man den natürlichen Treibhauseffekt. Der zusätzliche Treibhauseffekt ist auf Emissionen durch den Menschen zurückzuführen [9].
Betrachten wir daher die anthropogenen Emissionen genauer. Dieser Teil stieg in den letzten 40 Jahren enorm an. So betrug der kumulative Ausstoß von 1750 bis 1971 in etwa so viel wie von 1971 bis 2011. Insgesamt wurden seit 1750 in etwa 2000 Gt CO_2 in die Atmosphäre ausgestoßen.[15] Etwa 40% davon sind in der Atmosphäre gespeichert. Der Rest ist durch Absenken wieder in den natürlichen Kohlenstoffkreislauf der Erde eingespeist worden.
In Abbildung 1.1(d) sind die anthropogenen Kohlenstoffdioxid-Emissionen zu erkennen. Informationen zu anderen Treibhausgasen sind begrenzt und daher nicht angeführt. In gelb sind dabei die CO_2-Emissionen aus Forstwirtschaft und anderer Landnutzung, in Grau die Emissionen aus fossilen Brennstoffen, der Zementproduktion und der Abfackelung von Abgasen angegeben. Auf der rechten Seite sind die kumulativen Emissionen gezeigt. Während der

[11] Die Kurven sind dabei so angeordnet, dass sie im Jahr 1993 auf dem gleichen Niveau liegen. Die Schattierungen geben Unsicherheiten an.
[12] CO_2 um 40%, CH_4 um 150% und N_2O um 20%.
[13] Die Punkte geben Messungen aus Eisbohrungen an, die Linien aus atmosphärischer Messung.
[14] Die Erdatmosphäre besteht zu 78% aus Stickstoff und zu 21% aus Sauerstoff. Siehe Tabelle 2.1 und Kapitel 2 in [9].
[15] 2040 ± 310 Giga Tonnen CO_2.

jährliche Ausstoß von CO_2-Emissionen durch Forstwirtschaft und Landnutzung also in etwa auf einem Level geblieben ist, ist der Anstieg durch die Verbrennung fossiler Brennstoffe, der Zementherstellung und der Abfackelung seit den 1950er Jahren enorm angestiegen.
Für die Verfasser des IPCC gilt es als „äußerst wahrscheinlich, dass mehr als die Hälfte des beobachteten Anstieges der mittleren globalen Oberflächentemperatur von 1951-2010 durch den anthroprogenen Anstieg der Treibhausgas-Konzentrationen zusammen mit anderen anthroprogenen Antrieben verursacht wurde“.[16]
Folgen der Klimaerwärmung sind auf allen Kontinenten feststellbar. Sie beeinflussen natürliche Systeme und führen vermehrt zu extremen Wettereignissen.
Betrachten wir daher nun, wie in Deutschland konkret auf bundespolitischer Ebene versucht wird die Kohlenstoffdioxid-Emissionen zu senken und damit zum weltweiten <2°C Ziel beizutragen.

1.3. Aktuelle politische Maßnahmen

Das Übereinkommen von Paris gab keine direkten Ziele für die Mitgliedsstaaten vor. Für nationale Maßnahmen verfasste die deutsche Bundesregierung daher den Klimaschutzplan 2050. In Österreich entwickelten die meisten Bundesländer Pläne, um ihre Kohlenstoffdioxid Emissionen zu verringern. Bereits seit dem Kyoto-Protokoll gibt es für die Annex II Staaten darüber hinaus Bedingungen, welche die Reduktion der Emissionen sicherstellen sollen. Konkrete Maßnahmen sind die Benutzung von Strom aus erneuerbaren Energiequellen, der Atomstrom oder die Nutzung anderer grüner Energiequellen, wie Biodiesel.
Im Klimaschutzplan 2050 hat die deutsche Bundesregierung Visionen für das Jahr 2050, sowie verschiedene Meilensteine für das Jahr 2030 formuliert. Zielsetzungen gibt es dabei in vielen Sektoren.[17] Wie die Emissionen 2014 auf die unterschiedlichen Sektoren verteilt sind, zeigt das linke Diagramm in Abbildung 1.2. Den größten Anteil hat die Energiewirtschaft, gefolgt von Industrie und Wirtschaft. Die rechte Graphik gibt die geplante Verteilung sowie die absoluten Mengen der CO_2-Emissionen von 2030 an. Während der prozentuale CO_2-Ausstoß in den Bereichen Industrie und Wirtschaft beziehungsweise Landwirtschaft zunimmt, nimmt er im Energiewirtschaftssektor anteilsmäßig ab. Aus den absoluten Werten in den Bildbeschreibungen, errechnen wir insgesamt eine deutliche Abnahme von circa 38% der CO_2-Emissionen zwischen 2014 und 2030. Während in der Landwirtschaft und dem Mobilitätssektor geringere Einsparungen geplant sind, soll im Energiewirtschaftssektor 49% eingespart werden.
Wie diese Einsparungen in den einzelnen Bereichen erreicht werden sollen, ist im Klimaschutzplan 2050 folgendermaßen formuliert:

Energiewirtschaft

> Energiewirtschaft und Klimaschutz sind eng miteinander verflochten, da knapp 40% der Treibhausgase diesem Sektor zufallen. Bis 2050 soll dieser Sektor weitestgehend ohne Kohlenstoffdioxidemissionen auskommen. Strom soll dementsprechend in Zukunft vor

[16] siehe S. 48 [25]. Äußerst wahrscheinlich entspricht einer Wahrscheinlichkeit von 95-100%. Andere anthroprogene Einflüsse sind zB. der Abbau des stratosphärischen Ozons.
[17] Formuliert in Kapitel fünf des Klimaschutzplan 2050 [1].

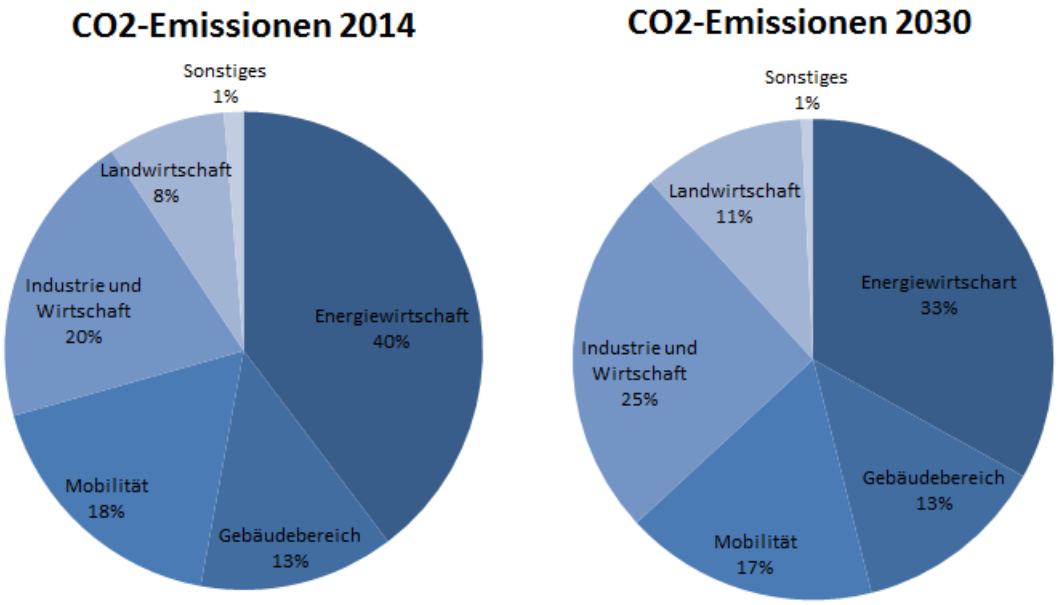

Abbildung 1.2.: CO_2-Emissionen 2014 und 2030 in Deutschland für einzelne Sektoren. Die 40% und 33% der Energiewirtschaft entsprechen 358 bzw. 183 Mio. Tonnen CO_2 Äquivalent, Gebäudebereich 199 bzw. 72 Mio. t, Mobilität 160 bzw. 98 Mio. t., Industrie und Wirtschaft 181 bzw. 143 Mio. t., Landwirtschaft 72 bzw. 61 Mio. t.
Eigene Darstellungen; Daten aus Klimaschutzplan 2050 [1].

allem aus erneuerbaren Energiequellen stammen. Effizientere Nutzung soll den Energiebedarf im Gebäude- und Verkehrsbereich zudem verkleinern. Sektoren wie der Luft- oder Schiffsverkehr, in welchen Strom nicht genutzt werden kann, soll durch erneuerbare Brennstoffe wie Biomasse versorgt werden. Der Ausbau von erneuerbaren Energien und der Stromnetze sowie der Kraft-Wärme Kopplung wurde daher von der Bundesregierung als zentrale Maßnahme beschlossen.

Gebäudebereich

Bis zu 30% der Treibhausgasemissionen sind auf direkte und indirekte Emissionen aus dem Gebäudebereich zurückzuführen.[18] Bis 2050 soll der Gebäudebestand annähernd klimaneutral sein. Eine Kombination aus dem Einsatz von erneuerbaren Energien und einer allgemeinen Effizienzsteigerung soll dies ermöglichen. Beim Neubau soll auf die Nutzung von nachhaltigen Baustoffen sowie einer intelligenten Raum- und Stadtplanung geachtet werden. Aufgrund der langen Nutzungsdauer von Gebäuden ist es wichtig, dass die Maßnahmen in den nächsten Jahren klug gesetzt werden. Ordnungsrechtliche Vorgaben sowie Förderprogramme sollen dies sicherstellen.

[18] 13% direkte Emissionen , siehe S. 42 [1] und Abbildung 1.2.

Mobilität

Mobilität bleibt eine Voraussetzung für eine moderne Gesellschaft. Effizienzgewinne in der Mobilität beruhen bisher vor allem auf der Zunahme der Verkehrsleistung. Bis 2050 soll der Verkehrssektor nahezu vollständig dekarbonisiert sein. Alternative Antriebe für Autos, wie der Elektroantrieb, Hybridmodelle oder Wasserstoff-Brennstoffzellen sollen dies ermöglichen. In der Schiffahrt soll die Nutzung von Methan stärker zum Einsatz kommen. Die Bundesregierung, wie die Automobilindustrie haben dafür Fördermittel in Milliardenhöhe freigegeben.[19]

Industrie und Wirtschaft

Nach der Energiewirtschaft fallen diesem Sektor die zweitmeisten Emissionen zu. Er beinhaltet den CO_2-Ausstoß aus Verbrennungs- und anderen industriellen Prozessen, wobei die Emissionen aus der Benutzung von Fremdstrom in den Sektor Energiewirtschaft fallen. Der Klimaschutz soll ein Antrieb für einen grundlegenden Wandel in diesem Bereich sein. Bisher und auch in Zukunft soll der europäische Emissionshandel zur Minderung der Emissionen beitragen. Ein wichtiger Bestandteil war bisher zudem die Weiterentwicklung der Abfallwirtschaft hin zu einer Kreislaufwirtschaft. Die Bundesregierung setzt sich für eine Verstärkung des Emissionshandels und für Maßnahmen, die Effizienzpotentiale stärker nutzen ein.

Landwirtschaft

Die Landwirtschaft ist zum einen durch die Veränderung des Klimas direkt betroffen. Zum anderen trägt sie aber auch zu Emissionen bei und hat die Möglichkeit mittels biogener Rohstoffe den Klimaschutz selbst zu verbessern. Als Ziel für 2050 steht an vorderster Stelle die Sicherung der Ernährung der Bevölkerung. Eine Reduktion der Emissionen kann durch eine Reduktion des Stickstoffüberschusses bei der Düngung erreicht werden. Dies ist durch eine Anpassung des Düngerechts realisierbar.

Die Pläne für den zukünftigen Klimaschutz sind also sehr umfassend und greifen in vielen unterschiedlichen Sektoren. Etliche Maßnahmen wurden in den vergangenen Jahren eingeführt, um die Bedingungen aus dem Kyoto-Protokoll zu erfüllen.

Ruft man sich die Graphik aus Abbildung 1.1(d) ins Gedächtnis, erkennt man offenbar eine gewisse Gegensätzlichkeit: Obwohl es so umfassende Bestrebungen in Deutschland, Österreich und vielen anderen Ländern der Welt gibt, die Emissionen zu senken, steigen diese immer steiler und schneller an. Einen starken Einfluss auf die weltweiten CO_2-Emissionen scheinen die Maßnahmen in Folge des Kyoto Protokolls nicht zu haben.

In der vorliegenden Arbeit soll ein Erklärungsansatz für eben dieses Problem erarbeitet werden.

[19] Die Bundesregierung bisher 2,6 Milliarden Euro, die Automobilindustrie 15 Milliarden Euro. Siehe S. 53 [1].

1.4. Vorgehensweise der vorliegenden Arbeit

In Kapitel 2 wird die Einseitigkeit der politischen Maßnahmen aufgegriffen und anhand ökonomischer Modelle und Überlegungen die Problematik dargelegt. Hierbei möchte ich mich an den Veröffentlichungen und Thesen von Hans-Werner Sinn orientieren. Dieser hat mit seinem Artikel „Das grüne Paradoxon - Thesen zum Klimawandel“den Begriff des grünen Paradoxon eingeführt und zu vielen Folgearbeiten Anstoß gegeben. Kapitel 3 beschäftigt sich mit einer Arbeit von Frederick van der Ploeg, welcher die Thematik aus dem vorherigen Kapitel erweitert, indem er die Existenz von erneuerbaren Energien als Substitutionsform ab einem unbestimmten Zeitpunkt ermöglicht. Der Besitzer von fossilen Ressourcen hat zudem zu Beginn die Möglichkeit Investitionen für eine Exploration zu tätigen. In Kapitel 4 erweitere ich dieses Modell und gebe dem Ressourcenbesitzer die Möglichkeit zu einem zufälligen Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs einer Backstoptechnologie eine zweite Explorationsinvestition zu tätigen. In Kapitel 5 untersuche ich die Annahme, dass der Angebotspreis von erneuerbaren Energien nicht mehr konstant sondern variabel ist.
In jedem Kapitel möchte ich die mathematischen Modelle vorstellen und lösen. Die Ergebnisse sollen dargestellt und mit Diagramme veranschaulicht werden. Zusätzlich sollen in den unterschiedlichen Modellen die politische Maßnahmen in Form von Besteuerungen und Subventionen simuliert werden.

2. Das grüne Paradoxon von Sinn

In diesem Kapitel befassen wir uns mit der verwirrend gegenläufigen Entwicklung: Hatten wir aufgrund der vielen politischen Maßnahmen auf der ganzen Welt erhofft, der CO_2-Ausstoß würde zumindest verlangsamt werden, so stellen wir doch fest, dass die weltweiten Emissionen immer schneller ansteigen. Trotz vielfältiger Einsatzbereiche des Klimaschutzes bleibt das Angebot von fossilen Brennstoffen allerdings von politischen Maßnahmen befreit. Dass es sich auch bei fossilen Brennstoffen um einen ökonomischen Markt handelt, dessen Teilnehmer ihren Nutzen maximieren, scheint angesichts der Umweltproblematik in den Hintergrund geraten zu sein.
Ich stelle nun zwei Arbeiten von Hans-Werner Sinn vor, der die Problematik aus ökonomischer Sicht beleuchtet: „Das Grüne Paradoxon: Warum man das Angebot bei der Klimapolitik nicht vergessen darf“[15] und „Public policies against global warming: a supply side approach“[16]. Im ersten Teil dieses Kapitels 2.1 soll daher eine grundsätzliche Angebotsanalyse durchgeführt werden. In Kapitel 2.2 werden Modelle aus den Perspektiven des Ressourcenbesitzers und der Gesellschaft vorgestellt und gelöst. In Sektion 2.3 wird auf Ursachen eingegangen, die auf den Markt von fossilen Brennstoffen einwirken und zu einem Marktversagen führen. Um diesem Marktversagen entgegenzuwirken werden in Kapitel 2.4 verschiedene politische Maßnahmen besprochen und das Auftreten eines „grünen Paradoxon“beobachtet. Zuletzt in 2.5 werden die wichtigsten Resultate zusammengefasst.

2.1. Das Angebot

Erdöl oder Erdgas Lieferanten sind von politischen Maßnahmen unberührt und sollen über Nachfrage Effekte beeinflusst werden. Die Vorstellung unserer Politik ist Folgende: Auch wenn nur ein Teil der Länder ihre Nachfrage nach CO_2-emittierenden Brennstoffen verkleinern, würde weltweit insgesamt weniger emittiert werden. Sie ignoriert damit allerdings etwaige Querverbindungen zwischen sogenannten „grünen“Ländern, also Denjenigen, welche politische Umweltmaßnahmen einführen, und den restlichen Staaten. Reduzieren einige Staaten ihre Nachfrage nach fossilen Brennstoffen, haben - zumindest in der Theorie - die restlichen Staaten aber durchaus die Möglichkeit darauf zu reagieren und ihrerseits ihre Nachfrage zu verändern. Erhöhen sie ihre Nachfrage im gleichem Ausmaß, hat die ursprüngliche Nachfragereduktion somit keine Auswirkungen mehr auf die globale Emissionsmenge.

2.1.1. Statische Angebotsanalyse

Zur Verdeutlichung führen wir zuerst eine allgemeine statische Angebotsanalyse durch. Dazu betrachten wir Abbildung 2.1. Wir wählen einen beliebigen Zeitpunkt t und betrachten

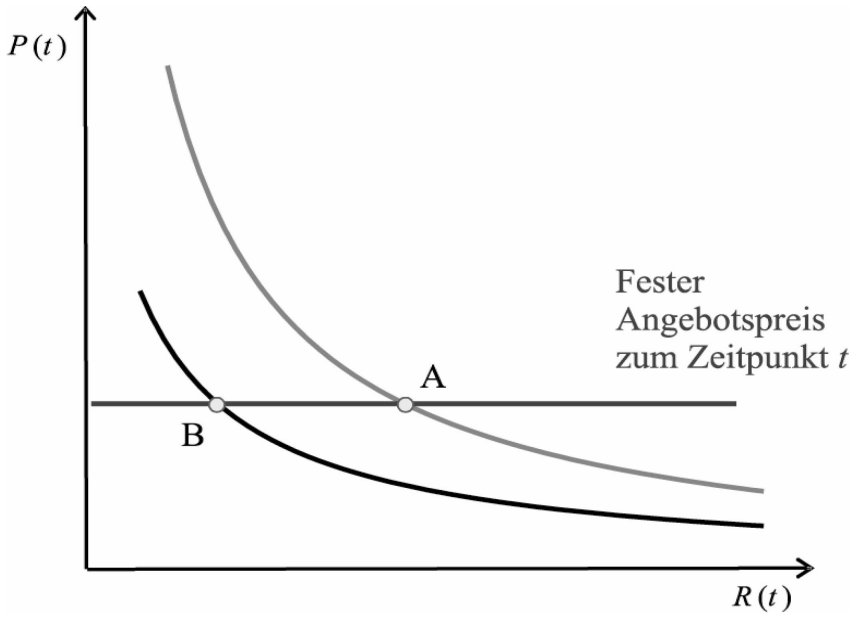

Abbildung 2.1.: Elastisches Angebot. Quelle: Sinn 2008A. Seite 114 [15].

ein Diagramm, an dessen x-Achse das Extraktionsvolumen $R(t)$, also der Teil, den der Ressourcenbesitzer zum Zeitpunkt t am Markt verkauft, angezeichnet ist. An der y-Achse ist der Preis $P(t)$ zum Zeitpunkt t angetragen. Der Zeitpunkt ist fest. Eine mögliche Nachfragekurve ist in grau eingezeichnet. Je niedriger der Preis ist, desto höher ist die Nachfrage nach fossilen Brennstoffen. Umgekehrt sinkt die Nachfrage, wenn die fossilen Brennstoffe teuer sind. Die Steigung der Kurve gibt Aufschluss darüber, wie gut die Substitutionsmöglichkeiten sind. Steht den Marktteilnehmern Strom aus Kernenergie oder erneuerbaren Energien zur Verfügung, würden diese bereits bei relativ geringer Preisänderung der fossilen Brennstoffe eine Alternative darstellen. Die Nachfragekurve wäre daher flacher.
Weltweites Wirtschaftswachstum führt dazu, dass der Energiebedarf generell steigt und somit die Nachfrage nach fossilen Brennstoffe größer wird. Dies verschiebt die Nachfragekurve nach außen. Umgekehrt führt beispielsweise technologischer Fortschritt bei Ersatztechnologien zu einer Verschiebung nach innen. Welcher Punkt auf der Kurve sich realisiert, hängt zusätzlich vom Angebot ab. Wir nehmen an, dass sich in Punkt A ein Marktgleichgewicht eingestellt hat. Die Politik verabschiedet nun Maßnahmen, welche die Nachfrage nach fossilen Brennträgern reduzieren - beispielsweise eine CO_2 Steuer. Die Nachfragekurve verschiebt sich dadurch nach innen und wird nun durch die schwarze Kurve dargestellt. Der Anbieter hat die Möglichkeit darauf zu reagieren. In diesem Fall handelt es sich um einen sehr preiselastisch agierenden Anbieter, dessen Angebotskurve horizotol verläuft. In Punkt B realisiert sich infolgedessen ein neues Marktgleichgewicht. Dies führt zu einem unverändertem Preisniveau, die Extraktionsmenge wird aber gesenkt. Dies hat wiederum einen geringeren CO_2-Ausstoß zur Folge und entspricht dem von der Politik gewünschtem Szenario. Dass dies aber nicht unbedingt die Folge einer exogenen Nachfragesenkung sein muss, zeigt Abbildung 2.2:
Die Ausgangslage bleibt gleich, es ergibt sich ein Marktgleichgewicht im Punkt A auf der

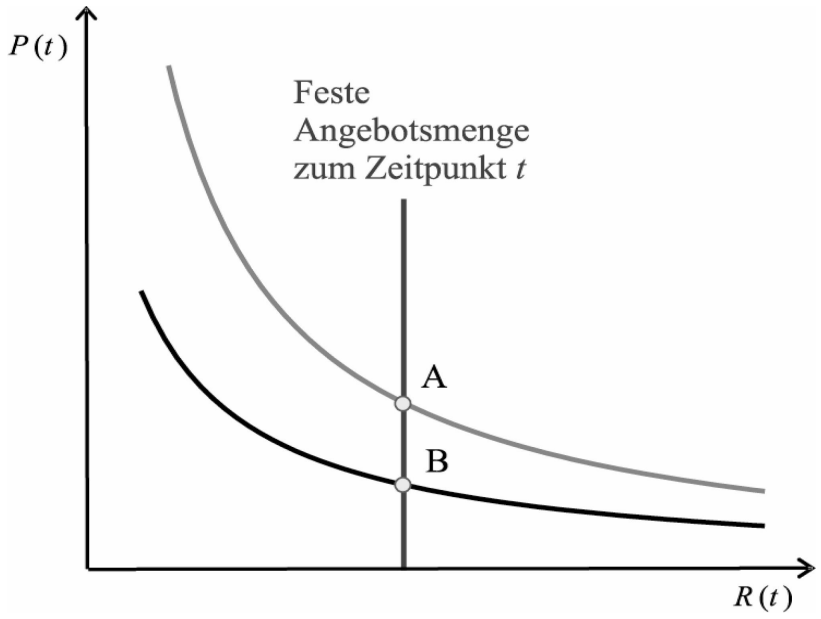

Abbildung 2.2.: Unelastisches Angebot. Quelle: Sinn 2008A. Seite 114 [15]

Nachfragekurve. Die Politik verabschiedet nun Maßnahmen, welche die Nachfragekurve nach innen verschieben. In diesem Fall handelt der Anbieter allerdings preisunelastisch, seine Angebotskurve wird durch die Senkrechte dargestellt. Das neue Marktgleichgewicht befindet sich im Punkt B. Das bedeutet, dass der Anbieter einen niedrigeren Preis akzeptiert, aber seine Angebotsmenge nicht ändert. Das Extraktionsvolumen und die daraus folgenden CO_2-Emissionen bleiben also gleich. Die politischen Maßnahmen hätten somit lediglich eine Verringerung des Preises zur Folge, aber keine Auswirkungen auf die Emissionen und die Umwelt.
Jenen Gedanken des unelastischen Angebotes wollen wir in Abbildung 2.3 noch einmal aufgreifen und nehmen an, dass das Angebot vollkommen starr ist. Wir teilen die Verbraucherländer in zwei Gruppen auf: Die „grünen“Länder, welche ihre Nachfrage nach kohlenstoffbasierten Energieträgern reduzieren wollen und die Gruppe der anderen Länder. Auf der y-Achse ist der Preis $P(t)$ zum Zeitpunkt t für beide Gruppen angezeichnet. Auf der x-Achse ist die Nachfrage nach fossilen Brennstoffen von links für die „grünen“Länder angezeichnet und in umgekehrter Skala von rechts für die zweite Ländergruppe. Die gesamte x-Achse entspricht damit der aggregierten Nachfrage in der Welt nach fossilen Brennstoffen. Zu Beginn existiert ein Marktgleichgewicht in der Mitte mit einem Marktpreis P^*. Durch nachfragereduzierende Politikmaßnahmen in den „grünen“Ländern verschiebt sich die Nachfragekurve nach links. Das neue Marktgleichgewicht befindet sich dann links bei einem niedrigerem Marktpreis P^{**}. Durch die Annahme des starren Angebots führt diese Verschiebung dazu, dass die übrigen Länder die Reduktion perfekt kompensieren und ihre Nachfrage aufgrund der Preissenkung in diesem Ausmaß erhöhen. Es erfolgt also eine weltweite Umverteilung und man könnte sagen, dass diese Länder durch die Maßnahme andere Staaten subventionieren. Auf den Ausstoß von Kohlenstoffdioxid und auf die globale Erwärmung haben die Politikmaßnah-

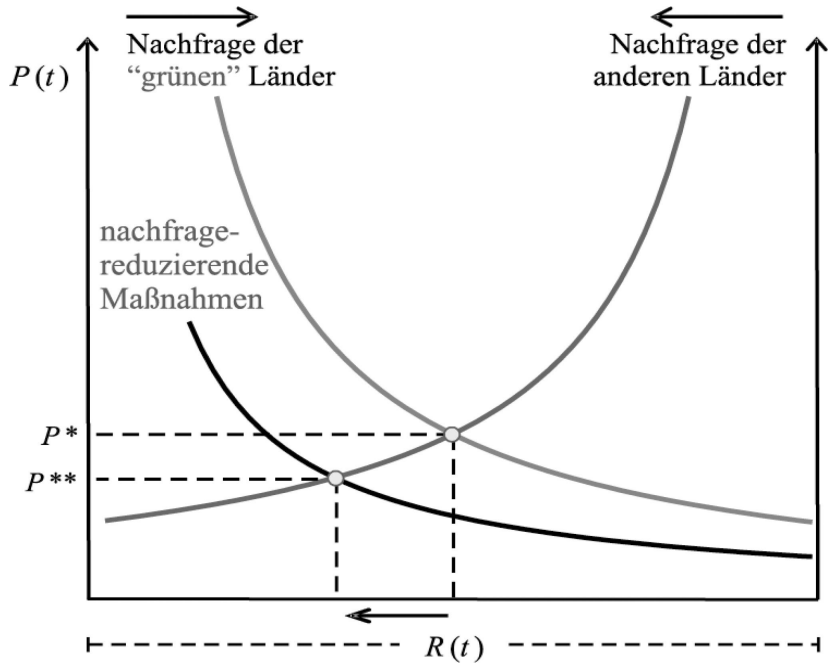

Abbildung 2.3.: Nachfragereduktion der grünen Länder bei starrem Angebot.
Quelle: Sinn 2008A. Seite 117 [15].

men unter dieser Annahme keine Auswirkungen.
Es ist unklar, wie das Angebot in der Wirklichkeit reagiert. Die Graphiken sollen lediglich aufzeigen, dass das Angebot sehr elastisch reagieren müsste, damit eine Maßnahme, die sich auf die Nachfrageseite konzentriert, funktionieren kann. Andernfalls kann es zu paradoxen Auswirkungen kommen: Bei einem starren Angebot von fossilen Brennstoffen würden zum Beispiel alternative Energieträger wie Windkraft lediglich den weltweiten Energieverbrauch erhöhen, nicht aber den CO_2 Ausstoß mindern. Alternative Energiequellen wie Biodiesel würden sogar nicht nur den Energieverbrauch erhöhen, sondern noch zusätzliches CO_2 emittieren und damit den Klimawandel beschleunigen. Auch Effizienzverbesserungen wie beispielsweise bei Common-Rail-Motoren erhöhen die weltweite CO_2 Produktion. Dabei wird unter hohem Druck eine größere Menge Kohlenstoff verbrannt, wodurch zwar mehr Energie entsteht, aber auch mehr Kohlenstoffdioxid emittiert wird.
Eine reine Nachfragepolitik ohne gleichzeitige Angebotseinschränkungen ist unter diesen Voraussetzungen in Bezug auf den Klimawandel wirkungslos.

2.1.2. Die intertemporale Angebotsentscheidung

Betrachten wir nun im Folgenden den Markt für fossile Brennstoffe etwas genauer. Da die Kohlenstoffe nicht einfach reproduzierbare Güter sind, sondern aus begrenzten Lagerstätten stammen, stellen sie kein normales Gut dar. Der Markt von erschöpfbaren Ressourcen folgt anderen Prinzipien. Um dies zu verdeutlichen, versetzen wir uns in die Position eines Res-

sourcenbesitzers, also eines Erdölmagnaten oder Erdgasoligarchen. Für ihn ergeben sich zwei grundsätzlichen Entscheidungen, die er zu treffen hat: Zum Einen, welchen Teil seiner Bestände er überhaupt zu Tage fördern möchte und zum Zweiten, wie er diese Fördermenge über die Zeit verteilen möchte.
Durch die Annahme, dass die Ressource unverzichtbar ist, legen wir fest, dass die kompletten Bestände extrahiert werden. Das ist insofern plausibel, als dass perfekte Substitute beispielsweise im Flugverkehr, als unwahrscheinlich gelten. Auch wenn elektrischer Strom aus erneuerbaren Energiequellen in vielen anderen Bereichen als Ersatztechnologie eingesetzt werden kann, sind gewisse Sektoren auf fossilen Brennstoffe angewiesen. Auch Biokraftstoffe, die man als optimale Substitute betrachten kann, können die fossilen Brennstoffe nicht komplett ersetzen. Wenn die gesamte landwirtschaftliche Anbaufläche für die Produktion von Biokraftstoffen verwendet werden würde, könnte man damit lediglich den Energieverbrauch des Mobilitätssektors stillen.[1]
Um die zweite Entscheidung zu analysieren, nehmen wir einen beliebigen, aber festen Zeitpunkt an. Der Ressourcenbesitzer wählt, ob er die Ressource im Boden belassen möchte, um sie später abzubauen oder ob er sie sofort fördert. Die Gewinne, die er durch die Extraktion und den Verkauf verbuchen kann, legt er am Kapitalmarkt an. Je länger die Ressource im Boden verbleibt, desto teurer wird sie, da ihre Knappheit steigt. Die Rendite der Lagerstätte ergibt sich in Form des Preiszuwachses und steht der Kapitalmarktrendite gegenüber. Da alle Ressourcenbesitzer diese Entscheidung treffen, muss die Preissteigerung der fossilen Brennstoffe der Kapitalmarktrendite gleichen. Ohne Extraktionskosten impliziert das die einfachste Form der Hotelling-Regel [8].
Diese besagt, dass die Netto-Preissteigerung von erschöpfbaren Ressourcen gleich dem Marktzins sein muss. Der Netto-Preis entspricht dabei dem Marktpreis abzüglich der Extraktionskosten oder anderen auftretenden Kosten wie den zu entrichtenden Steuern. Anders als bei einem klassischen Markt ist für den Erdölbesitzer auch die Wertsteigerung des Erdöls mit zunehmender Knappheit von Relevanz. Da die Kosten der Extraktion relativ niedrig sind - beziehungsweise nach unserer Annahme sogar null - würde er seine gesamte Menge sofort verkaufen und das Geld bei höherer Rendite am Markt anlegen. Auf dem Markt der erschöpfbaren Ressourcen setzt sich der Preis aus den Grenzkosten und einer Knappheitsrente zusammen, welche sich aus den Opportunitätskosten eines Verzichts des Abbaus in der Gegenwart ergibt. Entstehen keine Kosten durch die Extraktion oder durch staatliche Eingriffe, stimmt die Knappheitsrente mit dem Preis überein und muss daher mit dem Marktzins anwachsen.
Wäre der Marktzins höher als die Wertsteigerung der Ressource, würden sich die Ressourcenbesitzer dazu entscheiden, weiter abzubauen, um das Geld bei der höheren Marktrendite anzulegen. Allerdings würde der Preis für die Ressource durch das größere Angebot sinken. Das Sinken des Preises heute würde allerdings eine größere Wertsteigerung in der Zukunft zur Folge haben, da die Lagerstätten der Ressource relativ vermindert wären.
Im umgekehrten Fall liegt die Wertsteigerung der Ressource über dem Marktzins, so erwartet der Ressourcenbesitzer, dass die Ressource zukünftig eine signifikante Wertsteigerung erfährt. Dies führt dazu, dass er die Extraktion in die Zukunft verschieben wird, da er sich zukünftig eine höhere Rendite erhofft. Er reduziert sein Angebot heute, was die Knappheit heute ver-

[1] Vgl. Seite 123 [15].

größert und die Preise für Erdöl steigen lässt. Da alle Ressourcenbesitzer so handeln, ergibt sich ein Gleichgewicht, wenn das Wachstum gleich dem Marktzins ist.

2.2. Das Modell

Formulieren wir nun die mathematischen Probleme. Wir betrachten dazu zwei unterschiedliche Perspektiven, zuerst die des Ressourcenbesitzers und später das Wohlfahrtsproblem der gesamten Gesellschaft. Das erste Optimierungsproblem folgt hierbei der positiven Theorie. Wir versuchen die Entscheidungsfolgen aus Sicht eines Erdölmagnaten, Erdgasoligarchen oder einem Besitzer anderer fossiler Brennstoffe optimal zu wählen.
Das zweite Optimierungsproblem folgt der normativen Theorie und löst das Ressourcenproblem als Wohlfahrtsproblem der Gesellschaft. Die Ergebnisse sind Pareto-optimale Entscheidungen. Das heißt, dass es im Optimum für die Gesellschaft nicht möglich ist, die Konsummöglichkeiten in einer Periode zu erhöhen ohne den Konsum in einer anderen Periode zu verringern.

2.2.1. Perspektive des Ressourcenbesitzers

Betrachten wir einen repräsentativen Ressourcenbesitzer und gehen davon aus, dass sich alle Ressourcenbesitzer dem gleichen Problem ausgesetzt sehen und in diesem optimale Entscheidungen treffen. Die Ressource bezeichnen wir im Folgenden vereinfacht als Erdöl, wobei sich die Überlegungen bei anderen fossilen Brennstoffen gleich verhalten würde. Der Erdölbesitzer verfügt nun zu Beginn über einen Ressourcenstock in situ[2] der Größe S_0 und zu jedem anderen Zeitpunkt t in Höhe von $S(t)$. Die Lagerstätte ist unterschiedlich gut zugänglich, je mehr gefördert wird, umso tiefer muss gebohrt werden. Damit sind die Kosten für die Extraktion von der Größte des Ressourcenbestandes abhängig. Wir bezeichnen die Kosten mit $g(S)$ und es gilt $g'(S) < 0$. Des Weiteren entspricht $O(t)$ der Extraktionsmenge der Ressource zum Zeitpunkt t. Es gilt dann $\dot{S}(t) = -O(t)$ zu jedem Zeitpunkt. Der Preis, zu dem das Erdöl verkauft wird, bezeichnen wir mit $p(t)$. Damit maximiert der Ressourcenbesitzer seinen momentanen Wert des Profits:

$$\max_{O} \int_0^\infty [p(t)O(t) - g(S(t))O(t)]\, e^{-rt} dt \tag{2.2.1}$$

Als Zustandsgleichung gilt für den Ressourcenbestand und die Extraktionsmenge:

$$\dot{S}(t) = -O(t), \quad S(0) = S_0, \quad \int_0^\infty O(t)dt \leq S_0 \tag{2.2.2}$$

Der Profit des Ressourcenbesitzers entspricht zu jedem Zeitpunkt genau dem Marktpreis abzüglich der Kosten mal der verkauften Menge. Er maximiert über alle Perioden und diskontiert auf den Gegenwartswert ab. Der Ressourcenstock nimmt zum Zeitpunkt t mit der extrahierten Menge $O(t)$ ab. Wir nehmen zudem in diesem Grundmodell an, dass sich der Erdölbestand

[2] Also in den Lagerstätten.

nicht weiter vergrößern kann.[3] Die Gesamtmenge, welche der Ressourcenbesitzer fördert, muss damit kleiner sein als der Bestand zu Beginn.

Lösung:
Wir wollen dieses Problem mit der Hamiltonfunktion in der Momentanwertschreibweise und dem Maximumsprinzip lösen. Der Ressourcenbestand $S(t)$ entspricht hierbei der Zustandsvariablen x und erfüllt die Zustandsgleichung (2.2.2). Der Anfangszustand sei S_0. Die Kontrollvariable u ist die Extraktionsmenge $O(t)$. $\lambda(t)$ ist die Kozustandsvariable, die den Opportunitätskosten eines Verzichts des Abbaus in der Gegenwart entspricht. Die Hamiltonfunktion in laufender Bewertung lautet dann:

$$H(t,x,u,\lambda) = H(t,S,O,\lambda) = \tilde{f}(S,O) + \lambda(t)g(t,S,O) = p(t)O(t) - g(S(t))O(t) - \lambda(t)O(t) \tag{2.2.3}$$

Die optimale Kontrolle maximiert die Hamiltonfunktion, das heißt, es gilt $H_u = H_O = 0$:

$$H_u = 0 \Rightarrow \lambda(t) = p(t) - g(S(t)) \tag{2.2.4}$$

Zusätzlich müssen die weiteren Bedingungen erster Ordnung gelten. Das sind die Zustands- und Kozustandsgleichungen, die entsprechende Bedingungen an die zeitliche Veränderung des Ressourcenbestandes und die Opportunitätskosten stellen:

$$\begin{aligned} H_\lambda &= \dot{x} \Rightarrow \dot{S}(t) = -O(t) \\ H_x &= H_S = r\lambda(t) - \dot{\lambda}(t) \Rightarrow -g'(S(t))O(t) = r\lambda(t) - \dot{\lambda}(t) \end{aligned} \tag{2.2.5}$$

Außerdem gilt die Transversalitätsbedingung:

$$\lim_{t\to\infty} e^{-rt} S(t)\lambda(t) = 0 \tag{2.2.6}$$

Um dies zu lösen, leiten wir (2.2.4) nach der Zeit ab und setzen die Ausdrücke für $\lambda(t)$ und $\dot{\lambda}(t)$ in (2.2.5) ein. Es ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}(t) = \dot{p}(t) - g'(S(t))\dot{S}(t) = \dot{p}(t) + g'(S(t))O(t) \\ -g'(S(t))O(t) = r(p(t) - g(S(t)) - \dot{p}(t) - g'(S(t))O(t) \Rightarrow \dot{p}(t) = r(p(t) - g(S(t))) \end{aligned}$$

Damit stimmt die mathematische Lösung des Modells mit den Überlegungen über die intertemporale Angebotsentscheidung überein. $p(t) - g(S)$ entspricht genau dem Profit, den der Ressourcenbesitzer beim Verkauf einer Einheit seiner Ressource erlangt. Den Gewinn legt er an den Kapitalmärkten an und erhält dadurch eine zusätzliche Rendite in Höhe des Marktzinses r. Das Optimum gibt vor, dass diese Rendite der Veränderung des Preises $\dot{p}(t)$ gleichen soll. Extrahiert der Ressourcenbesitzer nämlich nicht, erhält er beim Verkauf einer Einheit in der nächsten Periode eine Rendite in Höhe der Preissteigerung. Damit gilt auch die Hotelling-

[3] In Kapitel 4 geben wir dem Ressourcenbesitzer die Möglichkeit seinen Bestand zu einem späteren Zeitpunkt zu vergrößern.

Regel, wobei wir hierfür die Gleichung umformen.

$$r = \frac{\dot{p}}{p - g(S)} \quad \text{(positiv)} \tag{2.2.7}$$

Der Preis abzüglich der Kosten entspricht dem Netto-Preis. Damit gleicht die Wachstumsrate des Netto-Preises dem Marktzins.

2.2.2. Die Perspektive der Gesellschaft

Wechseln wir nun die Perspektive und lösen das Portfolioproblem aus Sicht der gesamten Gesellschaft. Unser Ziel soll es sein, eine normative Extraktionsregel abzuleiten, die auf Pareto-Optimalität beruht. Wir halten uns an die Argumentation von Hans-Werner Sinn [14]. Wir verändern sein Modell in einem ersten Schritt und abstrahieren von gesellschaftlichen Schäden durch den Klimawandel. [4]
In der Notation halten wir uns an obiges Modell. Mit S bezeichnen wir den Ressourcenstock in situ, O ist die Extraktionsmenge. Mit K bezeichnen wir das Sachkapital. Alle Variablen sind von der Zeit abhängig. Tiefgestelltes t gibt dabei die aktuelle Zeitperiode an, sodass sich der gesellschaftliche Gesamtoutput folgendermaßen formulieren lässt:

$$Y_t = F(K_t, O_t, t) \tag{2.2.8}$$

Wir nehmen an, dass es sich um eine neoklassische Produktionsfunktion handelt. Für die Ableitungen gilt dann $F_K, F_O > 0$ und $F_{KK}, F_{OO} < 0$. Der Output ist also umso höher, je höher das Sachkapital oder die Extraktionsmenge ist. Eine zusätzliche Einheit Sachkapital oder extrahierte Ressource erhöht den gesellschaftlichen Output umso weniger, je höher das Niveau bereits ist.
Der Output kann für Konsumgüter C, Investitionen I oder für die Extraktion der Ressource X benutzt werden. Wir geben die Extraktionskostenfunktion als $X(S,O)$ mit $X_S < 0$ und $X_O > 0$ an. Je höher die Extraktionsmenge ist, umso höher sind auch die Kosten. Die unterschiedlichen Lagerstätten der fossilen Brennstoffe sind außerdem unterschiedlich gut zugänglich. Je tiefer sie liegen oder je schwieriger es ist, die Ressourcen zu extrahieren, desto teurer ist ihre Extraktion. Wir nehmen an, dass diejenigen Ressourcen zuerst gefördert werden, die am einfachsten zugänglich sind und daher die niedrigsten Kosten aufweisen. Erst danach werden die nächstgelegenen Ressourcne aus den Stätten gefördert, sodass die Kosten umso höher werden, je niedriger der Ressourcenbestand in situ ist. Es gilt dann:

$$Y_t = C_t + I_t + X(S_t, O_t) \tag{2.2.9}$$

Die Veränderung des Kapitals von einer zur nächsten Periode entspricht den Investitionen. Die Extraktionsmenge verkleinert den Ressourcenbestand. Es gelten also die beiden Bedingungen:

$$K_{t+1} - K_t = I_t, \quad S_{t+1} - S_t = -O_t \tag{2.2.10}$$

[4] Dieser Fall wird in Kapitel 2.3.2 behandelt.

Die Gleichungen (2.2.8) - (2.2.10) gelten zu jeder Zeitperiode t.

In einer Pareto-optimalen Wirtschaft betrachten wir nur die Zeitperioden t^* und t^*+1. Außerhalb dieser Perioden bleiben alle Variablen unverändert und Pareto-optimal. Wir führen nun eine Störung der Variablen durch und versuchen dadurch Rückschlüsse auf die Pareto-Optimalität zu ziehen. Wegen der Gleichungen (2.2.10) seien K_{t^*} und S_{t^*} unverändert, genauso wie der Konsum zur Zeitperiode t^*+1. Den Konsum lassen wir unverändert, um festzustellen, ob die Störung der Variablen es der Gesellschaft ermöglicht, den Konsum in der zweiten Periode zu steigern. Ist dies nicht der Fall, ist der Zeitpfad effizient. Die restlichen Variablen sind veränderbar.

Wir setzen die Gleichungen (2.2.8) und (2.2.9) gleich und betrachten die totalen Differentialen zu den Zeitperioden t^* und t^*+1. Die Ableitungen der unveränderten Variablen sind gleich Null. Daraus folgt:

$$F_{O_{t^*}} dO_{t^*} = dI_{t^*} + X_{O_{t^*}} dO_{t^*} \tag{2.2.11}$$

$$F_{K_{t^*+1}} dK_{t^*+1} + F_{O_{t^*+1}} dO_{t^*+1} = dC_{t^*+1} + dI_{t^*+1} + X_{S_{t^*+1}} dS_{t^*+1} + X_{O_{t^*+1}} dO_{t^*+1} \tag{2.2.12}$$

Da außerhalb der Perioden t^* und t^*+1 die Variablen nicht gestört werden, führt eine Erhöhung der Investitionen in der einen Periode zur Absenkung der Investitionen in selber Höhe in der anderen Periode. Das gleiche gilt für die Extraktionsmenge. Wenn in Periode t^* die Extraktion erhöht wurde, muss sie in t^*+1 dementsprechend gesenkt werden:

$$dI_{t^*} = -dI_{t^*+1}, \quad dO_{t^*} = -dO_{t^*+1} \tag{2.2.13}$$

Bildet man das totale Differential der Gleichungen (2.2.10), gilt wegen $dK_{t^*} = dS_{t^*} = 0$:

$$dK_{t^*+1} = dI_{t^*}, \quad dS_{t^*+1} = -dO_{t^*} \tag{2.2.14}$$

Setzen wir nun die Gleichungen (2.2.13) und (2.2.14) in (2.2.12) ein, erhalten wir:

$$F_{K_{t^*+1}} dI_{t^*} - F_{O_{t^*+1}} dO_{t^*} = dC_{t^*+1} - dI_{t^*} - X_{S_{t^*+1}} dO_{t^*} - X_{O_{t^*+1}} dO_{t^*} \tag{2.2.15}$$

Formen wir nun noch (2.2.11) nach dI_{t^*} um und setzen ein, erhalten wir nach einigen Umformungen:

$$dC_{t^*+1} = dO_{t^*} \left[(1 + F_{K_{t^*+1}})(F_{O_{t^*}} - X_{O_{t^*}}) - F_{O_{t^*+1}} + X_{O_{t^*+1}} + X_{S_{t^*+1}} \right] \tag{2.2.16}$$

Im Allgemeinen kann sich durch Störung der Variablen der Konsum in der Periode t^*+1 durchaus ändern. Um eine Bedingung für Pareto-Optimalität abzuleiten, muss trotz Störung der Variablen auch für den Konsum in der zweiten Periode $dC_{t^*+1} = 0$ gelten. Setzen wir dies ein und formen um, gilt:

$$F_{K_{t^*+1}} = \frac{F_{O_{t^*+1}} - F_{O_{t^*}} - X_{O_{t^*+1}} + X_{O_{t^*}} - X_{S_{t^*+1}}}{F_{O_{t^*}} - X_{O_{t^*}}} \tag{2.2.17}$$

Wir wollen schlussendlich zur Vereinfachung eine zeitstetige Formulierung wählen. Dies ist

ohne großen Verlust der Allgemeinheit möglich:

$$F_K = \frac{\dot{F}_O - \dot{X}_O - X_S}{F_O - X_O} \tag{2.2.18}$$

Außerdem treffen wir für die Extraktionskosten die Annahmen aus dem Modell für den Ressourcenbeitzer. Es gilt $X(S,O) = g(S)O$ mit $g' < 0$. Für die partiellen Ableitungen gilt dann: $X_O = g(S)$ und $X_S = g'(S)O$ sowie $\dot{X}_O = g'(S)\dot{S} = -g'(S)O$. Setzen wir dies ein, ergibt sich:

$$F_K = \frac{\dot{F}_O}{F_O - g(S)} \quad (\text{normativ}, \text{Pareto} - \text{optimal}) \tag{2.2.19}$$

Wir haben damit eine normative Regel abgeleitet, mit der es für die Gesellschaft nicht möglich ist, eine Generation besser zu stellen, ohne die Situation einer anderen zu verschlechtern. Nehmen wir an, die Gesellschaft extrahiere eine Einheit der Ressource in der aktuellen Periode. Mit dem Gewinn produziert sie Sachkapital, welches einen zusätzlichen Output in Höhe der Grenzproduktivität des Kapitals generiert. In der nächsten Periode steht der Gesellschaft damit zum einen Sachkapital in Höhe von $F_O - g(S)$ zur Verfügung und darüber hinaus noch der zusätzliche Output in Höhe von $F_K(F_O - g(S))$. Entscheidet sich die Gesellschaft auf der anderen Seite erst in der nächsten Periode zu extrahieren, erhält sie wieder zusätzliches Sachkapital durch die Extraktion in Höhe von $F_O - g(S)$. Dadurch dass die Ressource erschöpfbar ist und damit im Zeitverlauf immer knapper wird, entsteht darüber hinaus ein Mehrwert in Höhe der marginalen Veränderung der Grenzproduktivität der extrahierten Ressource $\dot{F}_O$. Durch die steigende Knappheit steigt die Grenzproduktivität, weil für die Produktion eine weitere Einheit von Brennstoffen umso mehr wert ist, je weniger davon vorhanden ist. Im Optimum müssen die beiden Effekte gleich groß sein, wodurch sich Gleichung (2.2.19) ergibt.
Die Gleichung trifft keine Aussage über die Höhe des Konsums in einer Periode. Ist der Konsum in einer Periode gegeben, gibt sie einen Pareto-optimalen Mix aus natürlichem Kapital und Sachkapital an, der zukünftigen Generationen vererbt wird.
In einem Markt mit vollständiger Konkurrenz gilt, $F_K = r$ und $F_O = p$. Setzen wir dies in Gleichung (2.2.19) ein, ergibt sich die Gleichung für die optimale Ressourcensallokation aus Sicht des Ressourcenbesitzers (2.2.7). In diesem Fall stimmen die normative und die positive Gleichung überein und die Entscheidung des Ressourcenbesitzers ist aus gesellschaftlicher Sicht effizient.
Abstrahiert man darüber hinaus von den Extraktionskosten, stimmt Gleichung (2.2.19) mit der Effizienzbedingung von Solow [17] und Stiglitz [19] überein. Sowohl die positive Theorie in Form der Hotelling-Regel als auch die normative Theorie haben sich also mit bestandsabhängigen Extraktionskosten erweitern lassen und stimmen überein.

2.3. Ursachen des Marktversagens

Theoretisch spiegeln diese Ergebnisse ein äußerst wünschenswertes Ergebnis wider. Wir haben die positive und normative Theorie über erschöpfbare Ressourcen um Extraktionskosten erweitern können, und es hat sich herausgestellt, dass sie unter der Annahme eines Markts mit

vollständiger Konkurrenz übereinstimmen. Das heißt, die Wahl des optimalen Abbaupfads durch den Ressourcenbesitzer ist sowohl für ihn als auch für die komplette Gesellschaft optimal. Stellen wir diesem Ergebnis nun auf der anderen Seite ein Zitat gegenüber, das Harold Hotelling bereits in der Einleitung seiner Arbeit 1931 über erschöpfbare Ressourcen formuliert hat [8]:

> „*The feeling that these products are now too cheap for the good of future generations, that they are being selfishly exploited at too rapid a rate, and that in consequence of their excessive cheapness they are being produced and consumed wastefully has given rise to the conservation movement.*“

Obwohl die Aussage über 80 Jahre alt ist, hat sie nichts an Aktualität verloren. Nun leitete er zwar ab, dass Ressourcenbesitzer eine Netto-Preissteigerungsrate in Höhe des Marktzinses wählen sollten, es erwies sich aber als schwierig, eine solche Wachstumsrate auch in der Wirklichkeit nachzuweisen. Es muss also noch andere Faktoren geben, welche die Ressourcenbesitzer in ihrer Entscheidungsfindung so beeinflussen, dass die abgeleiteten Ergebnisse nicht festzustellen sind.

2.3.1. Unsichere Eigentumsrechte

Ein Grund dafür können unsichere Eigentumsrechte sein. In den Abbildungen 2.4 sind die Weltreserven von Erdöl und Erdgas gezeigt. Ein erheblicher Teil befindet sich in Ländern wie Venezuela, Libyen, Nigeria, in Ländern des Mittleren Ostens oder postsowjetischen Staaten. In einigen dieser Länder sind die politischen Strukturen weniger stabil und die Eigentumsrechte weniger sicher. Es könnte neue Regime geben, die durch Revolution an die Macht kommen und die Ölreserven als ihr Eigentum beanspruchen. Enteignungen der Ölscheichs und Erdgasoligarchen, beziehungsweise deren Nachfahren, erscheinen durchaus möglich. Für einen Ressourcenbesitzer ist dies eine erhebliche Gefahr, welche er in seine Extraktionsentscheidung mit einfließen lässt.
Bisher sind wir davon ausgegangen, dass der Ressourcenbesitzer zukünftige Erträge in Höhe des Marktzinses abdiskontiert. Oder anders gesagt, entsprach der Preiszuwachs dem Marktzins, dann war er bereit, die Extraktion in die Zukunft zu verschieben.
Der Ressourcenbesitzer wird die Gefahr der Enteignung in sein Maximierungsproblem aber mit einfließen lassen. Bezeichnen wir mit $e^{-\pi t}, \quad \pi > 0$, die Wahrscheinlichkeit, dass der Ressourcenbesitzer bis zum Zeitpunkt t nicht enteignet wurde. π entspricht der Wahrscheinlichkeit der direkten Enteignung und ist konstant. Damit ändert sich Gleichung (2.2.1) und lautet nun:

$$\max_{O} \int_0^{\infty} [p(t)O(t) - g(S(t))O(t)]\, e^{-rt} e^{-\pi t} dt \tag{2.3.1}$$

Die restlichen Annahmen und Nebenbedingungen bleiben unverändert, sodass sich die Hamiltonfunktion ergibt als:

$$H(t,S,O,\lambda) = [p(t)O(t) - g(S(t))O(t)]\, e^{-\pi t} - \lambda(t)O(t) \tag{2.3.2}$$

Mit den Optimalitätsbedingungen für die Hamiltonfunktion lässt sich Gleichung (2.2.7) dann

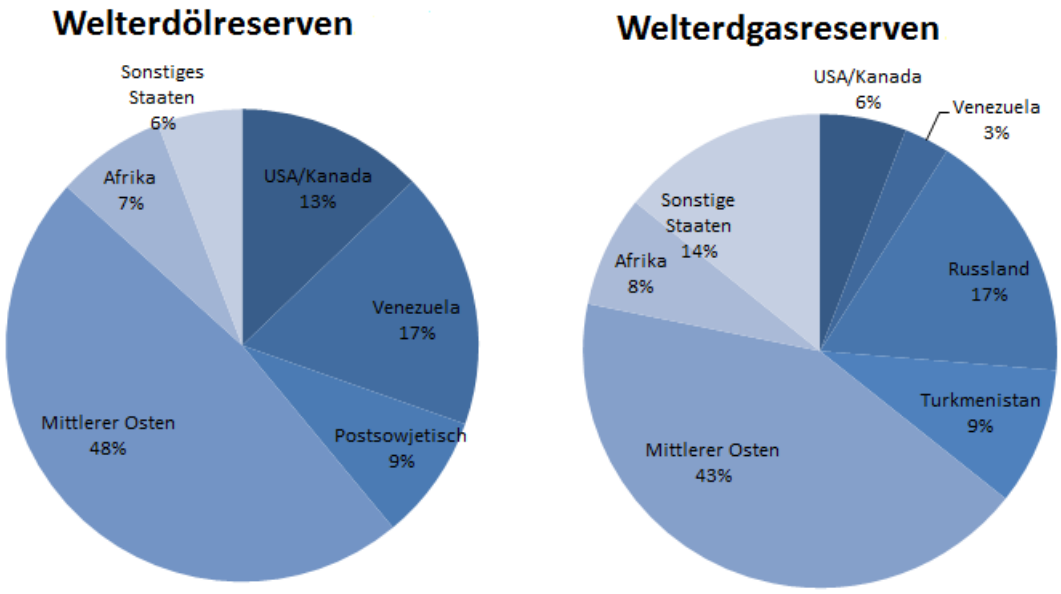

Abbildung 2.4.: Welterdölreserven und Welterdgasreserven aus dem Jahr 2017 [2].Hauptreserven von Erdöl im mittlerer Osten: Saudi Arabien 15,6%, Iran 9,3%, Irak 9%, Kuwait 5,9%, Vereinigte Arabische Emirate 5,7%. Hauptreserven von Erdöl der postsowjetische Staaten: Russland 6,4%, Kasachstan 1,8%. Hauptreserven von Erdöl in Afrika: Libyen 2,8%, Nigeria 2,2%. Sonstige Staaten: China 1,5 %. Hauptreserven von Erdgas im mittleren Osten: Iran 18%, Katar 13%, Saudi Arabien 4,5%, Vereinigte Arabische Emirate 3,3%, Irak 2%. Hauptreserven von Erdgas in Afrika: Nigeria 2,8%, Algerien 2,4%. Sonstigen Staaten: China 2,9%, Australien 1,9%

verändern zu:

$$r+\pi = \frac{\dot{p}}{p-g(S)} \quad (\text{positiv, unsichere Eigentumsrechte}) \tag{2.3.3}$$

Da $r+\pi > r$ gilt, steigt die linke Seite. Die rechte Seite muss daher ebenfalls größer sein, was genau dann der Fall ist, wenn das Netto-Preiswachstum größer ist. Dies ist der Fall, wenn der Ressourcenbesitzer sein Angebot in der Gegenwart vergrößert, daher der Preis in der Gegenwart sinkt und die knappere Ressource in zukünftigen Perioden zu einem höheren Preisanstieg führt. Man könnte es auch so formulieren: Bisher war der Ressourcenbesitzer bereit nur einen Teil seiner Ressourcen zu Tage zu fördern, weil der dem Marktzins folgende Preiszuwachs seiner Güter ihn später dafür entschädigt hätte. Dies ist nun nicht mehr der Fall, da er Gefahr läuft, enteignet zu werden, bevor er seine Ressource verkaufen kann. Er wählt daher einen steileren Extraktionspfad, welcher in der Auswirkung zu einer beschleunigten globale Erwärmung beiträgt.

Da es sich hierbei allerdings um eine individuelle Entscheidung des Ressourcenbesitzers handelt, bleibt das Wohlfahrtsoptimum der Gesellschaft unverändert. Damit ist ein Punkt gefun-

den, der - um das Zitat von Hotelling noch einmal aufzugreifen - das Gefühl unterstreicht, dass die Ressourcen zu schnell abgebaut werden.
Kommen wir nun noch zu einem weiteren Punkt.

2.3.2. Globale Erwärmung

Bisher hat die globale Erwärmung unser Modell nicht beeinflusst. Wie eingangs beschrieben, führen die anthropogenen Treibhausgasemissionen zu einer signifikanten Erwärmung der Erdoberfläche. Die damit verbundenen Folgekosten fallen für die gesamte Gesellschaft an. Der Markt fängt diese Kosten nicht auf, es handelt sich um Externalitäten. Der Ressourcenbesitzer muss bei seinen Extraktionsentscheidungen keine Rücksicht auf die globalen Auswirkungen der Verbrennung seiner Ressourcen nehmen. Die Externalitäten spielen für den Ressourcenbesitzer keine Rolle. Das positive Modell bleibt unverändert.
Erweitern wir nun das normative Modell um diesen Aspekt.[5] Um durch die globale Erwärmung entstandene Schäden zu beseitigen, muss die Gesellschaft einen Teil ihres Sozialprodukts aufwenden. Wir können den Ressourcenbestand S_t als ein Maß für die Sauberkeit der Luft verwenden. Je höher der Ressourcenbestand in situ ist, desto weniger fossile Brennträger wurden extrahiert und desto weniger CO_2 wurde emittiert. Ändern wir Gleichung (2.2.8) damit, so lautet die neue Produktionsfunktion:

$$Y = F(K_t, O_t, S_t, t) \tag{2.3.4}$$

Es gilt für die partiellen Ableitungen $F_S > 0$, $F_{SS} < 0$. Je höher der Ressourcenbestand in situ ist, umso geringer sind die Schäden, für welche die Gesellschaft aufkommen muss. Der Output ist zunehmend, der Grenzertrag allerdings abnehmend. Die Schäden können dabei auf zwei Arten interpretiert werden. Zum einen entsprechen sie den Kosten, die bei Überschwemmungen oder Dürren entstehen, zum anderen aber auch präventiven Maßnahmen, wie beispielsweise dem Bau von Dämmen, Isolierungen oder Klimaanlagen. Die partiellen Ableitungen der anderen Inputfaktoren bleiben unverändert.
Wie im ursprünglichen Modell kann der Output in jeder Zeitperiode für den Konsum C_t, die Investition I_t und die Extraktion $X(S_t, O_t)$ genutzt werden. Wir betrachten wieder eine Wirtschaft in einem Pareto-Optimum und führen in den Zeitperioden t^* und $t^* + 1$ eine Störung durch. Wir nehmen an, dass die Pareto-optimalen Variablen in den restlichen Perioden von der Störung nicht beeinflusst werden. Gleichung (2.2.11) behält ihre Gültigkeit und Gleichung (2.2.12) verändert sich zu:

$$F_{K_{t^*+1}} dK_{t^*+1} + F_{O_{t^*+1}} dO_{t^*+1} + F_{S_{t^*+1}} dS_{t^*+1} = dCt^* + 1 + dI_{t^*+1} + X_{S_{t^*+1}} dS_{t^*+1} + X_{O_{t^*+1}} dO_{t^*+1} \tag{2.3.5}$$

Mit ansonsten gleichen Annahmen können wir hier die Gleichungen (2.2.11), (2.2.13) und (2.2.14) einsetzen und annehmen, dass der Konsum auch in der zweiten Periode nicht verän-

[5] Wir folgen dem Beweis in der Arbeit von Sinn [14].

dert wird. Nach einigen Umformungen führt dies zu:

$$F_{K_{t^*+1}} = \frac{F_{O_{t^*+1}} - F_{O_{t^*}} - X_{O_{t^*+1}} + X_{O_{t^*}} + F_{S_{t^*+1}} - X_{S_{t^*+1}}}{F_{O_{t^*}} - X_{O_{t^*}}} \tag{2.3.6}$$

Wir setzen für die Kostenfunktion wie bisher $X(S,O) = g(S)O$ ein, vereinfachen und wählen eine zeitstetige Formulierung. Dann gilt für die normative Pareto-optimale Bedingung der Gesellschaft:

$$F_K = \frac{\dot{F}_O + F_S}{F_O - g(S)} (\text{normativ, Treibhauseffekt, Pareto} - \text{Optimal}) \tag{2.3.7}$$

Diese Gleichung stellt eine Verallgemeinerung der Solow-Stiglitz-Bedingung dar, die um Extraktionskosten und globale Erwärmung erweitert wurde. Ist der Konsum in einer Periode bekannt, gibt die Gleichung einen Pareto-optimalen Mix aus Sachkapital und natürlichem Kapital an, den diese Generation an zukünftige vererbt. Sie trifft keine Aussagen über das tatsächliche Niveau. Wie dieser Mix aussehen muss, lässt sich interpretieren, wenn wir Gleichung (2.3.7) umformen und erweitern: $(F_O - g(S)) + F_K(F_O - g(S)) - F_S = \dot{F}_O + (F_O - g(S))$. Der linke Teil der Gleichung entspricht dem Fall, dass die Gesellschaft eine Einheit der Ressource in der aktuellen Periode extrahiert. In der nächsten Periode erhöhen sich ihre Konsummöglichkeiten durch das zusätzliche Kapital in Höhe $F_O - g(S)$ aufgrund der Extraktion der Ressource. Darüber hinaus kommt eine Rendite in Höhe der Grenzproduktivität des Kapital $F_K(F_O - g(S))$ hinzu. Die vermehrte Extraktion der natürlichen Ressource führt allerdings zu weiteren Emissionen, durch welche Kosten in Höhe von F_S für die Beseitigung der Klimaschäden entstehen. Diese müssen daher vom zusätzlichen Konsum abgezogen werden.

Auf der anderen Seite kann sich die Gesellschaft entscheiden, die Ressource erst in der nächsten Periode zu extrahieren. Dadurch entstehen dann in der nächsten Periode erweiterte Konsummöglichkeiten durch die Extraktion in Höhe von $F_O - g(S)$. Die größere Knappheit der Ressource leistet außerdem einen erhöhten Grenzertrag in Höhe von $\dot{F}_O$ zum Gesamtoutput. Wenn die beiden Effekte Gleichheit aufweisen, ist es für die Gesellschaft nicht möglich, den Konsum in einer Periode zu vergrößern, ohne den Konsum in einer anderen Periode zu verringern.

Vergleichen wir nun die beiden Effekte des Marktversagens mit der ursprünglich abgeleiteten Optimalitätsbedingung (2.2.7). Nehmen wir einen Markt mit vollständiger Konkurrenz an, so gilt $F_K = r$ und $F_O = p$. Aufgrund der gesellschaftlichen Kosten, die durch die globale Erwärmung entstehen, sollte für das Preiswachstum von Erdöl gelten:

$$r > \frac{\dot{p}}{p - g(S)} \quad (\text{normativ}) \tag{2.3.8}$$

Tatsächlich ist aber durch die Enteignungsgefahr der Netto-Preisanstieg größer als der Marktzins und es gilt:

$$r < \frac{\dot{p}}{p - g(S)} \quad (\text{positiv}) \tag{2.3.9}$$

Die beiden Effekte wirken in dieselbe Richtung und addieren sich. Es wäre zwar zu erwarten, dass der relative Anstieg des Kassazuflusses für eine Ressourceneinheit durch Aufschieben der Extraktion kleiner als der Marktzins ist, tatsächlich ist er aber aufgrund der Enteignungsgefahr größer.

2.4. Grünes Paradoxon

Politische Maßnahmen an richtiger Stelle könnten diese Ineffizienzen ausgleichen. Ein Ziel könnte es sein, die verursachten Schäden von globaler Erwärmung in die Entscheidungsgebung des Ressourcenbesitzers zu internalisieren. Die üblichen Werkzeuge der Politik zur Beeinflussung belaufen sich gewöhnlich auf Steuern und Subvention. Diese sollten die Erdölbesitzer zu geringeren Extraktionsmengen in der Gegenwart und damit zu einem flacheren Extraktionspfad veranlassen.
Bevor wir unterschiedliche Steuersysteme in das Modell implementieren, folgt ein kurzer Rückblick auf Kapitel 2.1.1 und die statische Angebotsanalyse. Wir konnten zeigen, dass exogene Nachfragereduktionen, beispielsweise durch Steuern, keine Auswirkungen auf die Extraktionsmenge hatten, wenn ein besonders unelastisches Angebot von fossilen Brennstoffen angenommen wurde. Ein starres Angebot in einer statischen Analyse ist jedoch nicht besonders realitätsgetreu. Da fossile Brennstoffe nicht nachproduziert werden können, ist zumindest die insgesamt vorhandene Menge nicht veränderbar. Ressourcenbesitzer haben jedoch die Möglichkeit intertemporal das Angebot auf Nachfrageänderungen anzupassen. Entschließen sie sich, ihr Angebot heute zu verringern, vergrößert sich automatisch das Angebot in der Zukunft und umgekehrt.
Ist nun das Angebot nicht starr, senkt eine exogene Nachfragereduktion in der Gegenwart die Preise in der Gegenwart und die Extraktion wird in die Zukunft verschoben. Wird umgekehrt eine Nachfragereduktion in der Zukunft erwartet, steigt die Extraktion in der Gegenwart, da der Ressourcenbesitzer den niedrigeren Preisen in der Zukunft ausweichen will. Gibt es sowohl in der Gegenwart als auch in der Zukunft Nachfragereduktionen und senken diese den Gegenwartswert der Preise in selber Höhe, so verändert der Ressourcenbesitzer seinen Angebotspfad nicht. Er versucht insgesamt der Reduktion auszuweichen, die den Barwert[6] des Preises am deutlichsten senkt.
Betrachten wir nochmals Abbildungen 2.1 und 2.2. Die Graphiken geben die Situation lediglich zu einem Zeitpunkt an. In Wirklichkeit müssen wir uns aber viele dieser Abbildungen zeitlich aufeinanderfolgend vorstellen. Eine Nachfragereduktion verschiebt die Nachfragekurven nach innen. Wir bezeichnen mit absolutem Preiskeil die absolute Absenkung und mit relativem Preiskeil die relative Absenkung der Kurven. Long und Sinn [11] zeigten, dass der Barwert des absoluten Preiskeils über das Angebotsverhalten Aufschluss gibt, weil die Ressourcenbesitzer dem größtem Keil ausweichen wollen. Politische Maßnahmen, die den Kohlenstoffdioxidausstoß in der Gegenwart verringern sollen, müssten daher einen absoluten Preiskeil erzeugen, dessen Barwert fällt.

[6] Das ist der Wert, der auf die Gegenwart abdiskontiert wurde. Im Folgenden bezeichnen wir ihn auch als Gegenwartswert.

Preiskeile können durch verschiedene Steuern hervorgerufen werden. Konfrontieren wir also den Ressourcenbesitzer in unserem Modell mit unterschiedlichen Steuersystemen. Wir beginnen mit einer Cash-Flow-Steuer:

Konstante Cash-Flow-Steuer:
Der Kassazufluss des Ressourcenbesitzers wird mit einer Steuer in Höhe von τ belegt.

$$T(t) = \tau Z(t), \quad Z(t) \equiv (p(t) - g(S(t)))O(t) \tag{2.4.1}$$

Z bezeichnet den Kassazufluss des Ressourcenbesitzers, T den Steuerertrag. Wir gehen von einer konstanten Steuer aus und bezeichnen mit $\theta \equiv 1 - \tau$ den konstanten Steuereffekt. Der Gewinn des Ressourcenbesitzers ergibt sich aus dem Produkt des Steuereffekts mit dem Kassazufluss. Das Maximierungsproblem lautet:

$$\max_O \int_0^\infty \theta Z(t)dt = \theta \max_O \int_0^\infty Z(t)dt \tag{2.4.2}$$

Da der Steuereffekt θ unabhängig von der Zeit und der Extraktionsmenge O konstant ist, lässt er sich aus der Maximierungsentscheidung herausheben. Damit wird der optimale Extraktionspfad nicht von dieser Steuer beeinflusst. Diese verringert lediglich den Gesamtgewinn des Ressourcenbesitzers, nicht aber sein Angebotsverhalten. Die Steuer generiert einen absoluten Preiskeil, dessen Gegenwartswert im Zeitverlauf konstant bleibt.
Eine Cash-Flow-Steuer müsste außerdem für alle Ressourcenbesitzer auf der Welt in gleicher Höhe eingeführt werden. Das bedeutet, dass alle Länder mit fossilen Brennstofflagerstätten sich auf eine gemeinsame Steuer einigen müssten. Es ist schwer vorstellbar, dass ein solches System realisierbar ist.

Konstante Wertsteuer:
Betrachten wir als nächstes eine konstante Wertsteuer. Sie bezieht sich lediglich auf den Preis von fossilen Brennstoffen. Die Steuer generiert einen konstanten relativen Preiskeil. Sie berechnet sich mit τp, wobei p den Konsumentenpreis darstellt und τ den Steuersatz. Mit dem Steuereffekt $\theta = 1 - \tau$ errechnet sich der Produzentenpreis mit θp. Diese Steuer kann in den Verbraucherländern auf den Konsum von Erdöl erhoben werden. Die Wertsteuer unterscheidet sich von der Cash-Flow-Steuer insofern, dass die Extraktionskosten vom zu versteuernden Betrag nicht abgezogen werden. Gäbe es keine Extraktionskosten, so würden die beiden Steuern übereinstimmen, und die Wertsteuer hätte ebenfalls keine Auswirkungen auf die Extraktionspfade.
Das Maximierungsproblem des Ressourcenbesitzers lautet mit einer konstanten Wertsteuer:

$$\max_O \int_0^\infty (\theta p(t)O(t) - g(S(t))O(t))\, e^{-(r+\pi)}dt \tag{2.4.3}$$

Für die Hamiltonfunktion gilt dann mit unveränderten Nebenbedingungen:

$$H(t, O, S, \lambda) = \theta p(t)O(t) - g(S(t))O(t) - \lambda(t)O(t) \tag{2.4.4}$$

Mit der analogen Lösungsmethode für die Hamiltonfunktion lässt sich daraus als Bedingung für ein Marktgleichgewicht ableiten:

$$r+\pi = \frac{\dot{p}}{p-\frac{g(S)}{\theta}} \quad (\text{positiv}, \text{konstante Wertsteuer}) \tag{2.4.5}$$

Aufgrund $\theta \in (0,1)$ ist der Nenner auf der rechten Seite kleiner. Ceteris paribus muss daher die marginale Preisänderung kleiner sein, was eine kleinere Netto-Preiswachstumsrate zur Folge hat. Dies ist der Fall, wenn die Ressourcenbesitzer ihr Angebot in der Gegenwart verkleinern, und der Kohlenstoffdioxidausstoß daher in der Gegenwart abnimmt. Die globale Erwärmung wird verlangsamt, was den Zielen der politischen Maßnahmen entspricht.
Allerdings gibt es zwei Punkte, die zu bedenken sind. Zum einen sind die Auswirkungen durch die Steuerbelastung relativ gering, da die Extraktionskosten deutlich niedriger als der Marktpreis sind. Zum zweiten ist die Annahme einer konstanten Steuer fragwürdig. Auch das Umweltbewusstsein steigt, der öffentliche Druck und die politische Durchsetzungskraft zu weitreichenderen Maßnahmen steigt. Es ist daher anzunehmen, dass die Politik nicht glaubwürdig vermitteln kann, dass die Steuerbelastung für die Ressourcenbesitzer konstant bleibt.

Steigende Cash-Flow-Steuer

Kehren wir zurück zu einer Cash-Flow-Steuer und betrachten die Folgen einer steigenden Steuerbelastung. Für den Ressourcenbesitzer impliziert dies einen fallenden Steuereffekt. Als Notation wählen wir für eine steigende Steuer ein hochgestelltes Dach. Nehmen wir dann an, dass der Steuereffekt $\hat{\theta}(t)$ mit einer konstanten Rate $\hat{\theta}^* < 0$ fällt, so gilt:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(0)e^{\hat{\theta}^* t}, \quad \hat{\theta}^* < 0, (\text{konstant}) \tag{2.4.6}$$

Der Anfangswert $\hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0$ lässt sich aus der Maximierung herausheben, sodass für das Maximierungsproblem des Ressourcenbesitzers gilt:

$$\hat{\theta}_0 \max_O \int_0^\infty e^{\hat{\theta}^* t} \left[p(t)O(t) - g(S(t))O(t)\right] e^{-(r+\pi)} dt \tag{2.4.7}$$

Die Hamiltonfunktion lautet für dieses Problem:

$$H(t,O,S,\lambda) = e^{\hat{\theta}^* t} \left[p(t)O(t) - g(S(t))O(t)\right] - \lambda(t)O(t) \tag{2.4.8}$$

Mit den Optimalitätsbedingungen der Hamiltonfunktion lässt sich folgende Regel für die optimale Netto-Preiswachstumsrate ableiten:

$$r+\pi-\hat{\theta}^* = \frac{\dot{p}}{p-g(S)} \quad (\text{positiv}, \text{wachsende Cash}-\text{Flow}-\text{Steuer}) \tag{2.4.9}$$

Mit dieser Annahme ist eine Cash-Flow-Steuer nicht mehr neutral. Da der Steuereffekt wegen $\hat{\theta}^* < 0$ sinkt, wird der linke Teil der Gleichung ceteris paribus größer. Hält man den Preis und die Extraktionskosten fest so muss die Veränderung des Preises $\dot{p}$ zu jedem Preis größer werden. Das hat eine höhere Extraktion in der Gegenwart, einen steileren Extraktionspfad und

so auch höhere Kohlenstoffdioxidemissionen zur Folge.

Steigende Wertsteuer

Betrachten wir zuletzt eine steigende Wertsteuer. Ohne Extraktionskosten stimmen die beiden Steuersysteme wieder überein und führen zu denselben Ergebnissen. Andernfalls gibt es zwei entgegenwirkende Effekte. Ist der Anteil der Extraktionskosten stark, führt die Steuer zu einem flacheren Extraktionspfad. Führt die Steigerungsrate der Steuer auf der anderen Seite dazu, dass der erwartete Preiskeil, der auf zukünftigen Gewinn einwirkt, zu hoch ist, dann wird in der Gegenwart mehr abgebaut. Long und Sinn [11] haben gezeigt, dass Besteuerung genau dann neutral für den Extraktionspfad ist, wenn der erwartete relative Preiskeil mit der Diskontrate wächst. In unserem Fall ist der relative Preiskeil bei einer Wertsteuer τp und die Diskontrate $r+\pi$, sodass für Neutralität gelten muss:

$$\frac{\dot{\tau}}{\tau}+\frac{\dot{p}}{p}=r+\pi \tag{2.4.10}$$

p entspricht hierbei dem Konsumentenpreis. Sinn zeigt in [16], dass aus dieser Gleichung folgt:

$$\frac{\dot{\tau}}{\tau}=(r+\pi)\frac{g(\tilde{S})}{p(\tilde{O},t)}, \quad (\text{neutral, wachsende Wertsteuer}) \tag{2.4.11}$$

Wenn diese Gleichung erfüllt ist, ist die Steuer zu jedem Zeitpunkt t neutral. $\tilde{O}$ und $\tilde{S}$ entsprechen den Zeitpfaden von O und S, die ohne Besteuerung eingetreten wären. Die Wertsteuer verändert den Zeitpfad der Extraktion also genau dann nicht, wenn ihre Wachstumsrate dem Produkt aus Diskontfaktor und dem Kostenanteil des Verkaufspreises vor der Steuer gleicht. Ohne Extraktionskosten ist die Steuer genau dann neutral, wenn sie konstant ist, also $\frac{\dot{\tau}}{\tau}=0$, gilt. Dies stimmt mit der vorherigen Analyse überein.
Wächst die Steuer stärker als das Produkt aus Diskontfaktor und Kostenanteil, antizipiert der Ressourcenbesitzer den zukünftigen höheren Preiskeil und erhöht das Angebot in der Gegenwart. Der Extraktionspfad wird steiler und in der Folge steigen die Treibhausgasemissionen.
Diesen Effekt, der bereits bei einer steigenden Cash-Flow-Steuer aufgetreten ist, bezeichnen wir als grünes Paradoxon. Es beschreibt einen Widerspruch: Die Steuer steigt aufgrund eines steigendes Umweltbewusstseins. Ihr eigentlicher Zweck hätte eine Verlangsamung der Extraktion sein sollen. Durch die Antizipationsfähigkeit der Ressourcenbesitzer führt sie allerdings zu einem gegenteiligen Effekt, also zu einem erhöhtem Angebot in der Gegenwart, steigenden Emissionen und damit zu einer Verschlimmerung der globalen Erwärmung.
Das grüne Paradoxon lässt sich nicht nur bei wachsenden Steuern beobachten. Man kann die Überlegungen auch auf andere Maßnahmen der Nachfragereduktion ausweiten. Betrachten wir den Klimaschutzplan 2050 erneut, so war dieser gekennzeichnet durch einige Zwischenziele 2030 bis zu einer Lösung im Jahr 2050. Die Nachfrage sollte Schritt um Schritt gesenkt werden. Sei es durch erneuerbare Energien, der Nutzung von Biomasse, besseren Isolierungen im Gebäudebereich oder dekarbonisiertem Verkehrssektor. Sie alle erzeugen einen relativen Preiskeil für den Ressourcenbesitzer von Erdöl. Dieser kann mit τ bezeichnet werden und stimmt mit τ aus Gleichung 2.4.11 überein. Es gilt die gleiche Neutralitätsbedingung. Vermu-

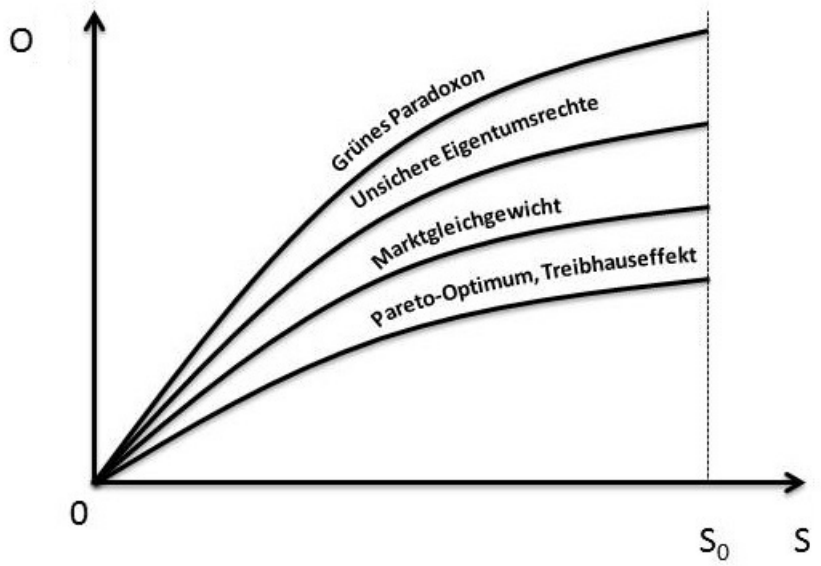

Abbildung 2.5.: Extraktionspfade für verschiedene Szenarien.
Angelehnt an Sinn 2008B. Seite 375 [16].

tet der Ressourcenbesitzer, dass die Wachstumsrate des erwarteten Preiskeils größer als das Produkt aus Diskontfaktor und Kostenanteil ist, wählt er einen steileren Extraktionspfad und es entsteht ein grünes Paradoxon.

Graphische Darstellung:
Wir wollen nun die unterschiedlichen Fälle in Abbildung 2.5 im $O-S-$Raum graphisch darstellen. An der Abszisse ist dazu der Ressourcenbestand S sowie der Anfangsbestand S_0 angezeichnet, an der Ordinate die Extraktionsmenge O. Dabei wird einem Ressourcenbestand $S(t)$ die optimale Extraktionsmenge zugewiesen. Die optimale Extraktionsmenge wird dabei von den unterschiedlichen Fällen und Regeln abgeleitet, die wir in diesem Kapitel besprochen haben.
Die unterschiedlichen Kurven führen alle in den Nullpunkt, der gesamte Ressourcenbestand wird also extrahiert. Die zweite Kurve von unten beschreibt den Basisfall eines Marktgleichgewichts. Für die Steigung gilt:[7]

$$\frac{dO}{dS} = \varepsilon(O)(r+\pi)\left(1-\frac{g(S)}{p(O)}\right) \tag{2.4.12}$$

Dabei beschreibt $\varepsilon(O)$ die Preiselastizität der Nachfrage, welche als konstant angenommen wird. Die Wahrscheinlichkeit für eine Enteignung ist im Basisfall gleich null ($\pi = 0$). Begin-

[7] Aus Sinn(2008) S. 374 [16].

nend von einem Anfangsbestand S_0 definiert die Gleichung zugehörige, optimale Extraktionsmengen, welche einen Ressourcenpfad bis zu $S = 0$ vorgeben.
Im Vergleich dazu erhöht im zweiten Fall $\pi > 0$ zu jedem gegebenen Ressourcenbestand S die Extraktionsmenge und es ergibt sich die zweite Kurve von oben. Der Pfad verläuft steiler und der Ressourcenbesitzer extrahiert die fossilen Brennstoffe für den gegebenen Ressourcenbestand schneller. Die Kurve sagt allerdings nicht aus, dass die Extraktionsmenge zu jedem Zeitpunkt höher sein muss als im Basisfall. Da der Ressourcenbestand schneller sinkt, muss es sogar einen endlichen Zeitpunkt geben, zu dem die Extraktionsmenge im Basisfall höher wäre.
Im dritten Fall betrachten wir die zweite Ursache für das Marktversagen, die globale Erwärmung. Für die Steigung gilt:[8]

$$\frac{dO}{dS} = \varepsilon(O)\left[r\left(1 - \frac{g(S)}{p(O)}\right) - \frac{\psi'(S)}{p(O)}\right] \tag{2.4.13}$$

$\psi(S)$ gibt dabei den Teil des Outputs an, der durch einen Ressourcenbestand in situ nicht für die Beseitigung von Klimaschäden aufkommen muss. Es gilt $\psi'(S) > 0$, da das Sinken des Ressourcenbestands zu höheren Klimakosten führt. Dieser Fall wird von der untersten Kurve dargestellt. Aufgrund der Klimaschäden durch die Extraktion sollte zu jedem gegebenen Ressourcenbestand die gewählte Extraktionsmenge kleiner sein.
Betrachten wir zuletzt noch einen Fall, in dem eine steigende Cash-Flow-Steuer die Extraktionsentscheidung des Ressourcenbesitzers verlangsamen soll. Es gilt dann für die Steigung:[9]

$$\frac{dO}{dS} = \varepsilon(O)(r + \pi - \hat{\theta}^*)\left(1 - \frac{g(S)}{P(O)}\right) \tag{2.4.14}$$

Dieser Fall wird von der obersten Kurve beschrieben. Da $\hat{\theta}^* < 0$, ergibt sich zu jedem Ressourcenbestand S eine höhere Extraktionsmenge. Das Paradoxon besteht darin, dass die Steuer eigentlich den Extraktionspfad verflachen sollte. Deren allmähliche Zunahme führt allerdings dazu, dass der Ressourcenbesitzer für eine gegebene Ressourcenmenge eine höhere Extraktionsmenge wählt.

2.5. Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel einen Überblick über die Grundproblematik des grünen Paradoxons erhalten. Dabei stand zu Beginn eine statische Angebotsanalyse im Vordergrund, die gezeigt hat, dass eine reine Nachfragepolitik, wie sie aktuell betrieben wird, nur unter idealisierten Annahmen funktionieren kann. Betrachtet man die intertemporale Angebotsentscheidung, so ist diese vom inversen Zusammenhang des Angebots der Gegenwart und der Vergangenheit aufgrund der Erschöpfbarkeit der fossilen Ressourcen geprägt. Mit den Annahmen eines exogenen Ressourcenvorkommens zu Beginn und der Unverzichtbarkeit der Ressource haben

[8] Aus Sinn(2008) S. 375 [16].
[9] Vergleiche Sinn(2008) S.380 [16].

unsere Überlegungen zur Hotelling-Regel geführt.
Wir haben daraufhin unsere Überlegungen in einem Optimierungsproblem aus der Perspektive des Ressourcenbesitzers implementiert und gelöst. Die Hotelling-Regel wurde dabei um bestandsabhängige Extraktionskosten erweitert und stimmte in einem Markt mit vollständiger Konkurrenz mit der Solow-Stiglitz-Effizienzbedingung überein. Allerdings wählt der Ressourcenbesitzer durch die Enteignungsgefahr einen steileren Extraktionspfad als das Marktgleichgewicht vorgibt. Aus gesellschaftlicher Sicht wäre ein flacherer Extraktionspfad zu wählen, um die durch die globale Erwärmung auftretenden Schäden zu verhindern.
Politische Maßnahmen an der richtigen Stelle sind gefragt, um diese Ineffizienzen auszugleichen. Wir haben den Ressourcenbesitzer daher mit unterschiedlichen Steuersystemen konfrontiert. Während konstante Steuern keine, beziehungsweise verlangsamende, Auswirkungen auf die Extraktionsentscheidung haben, führen steigende Steuern zu einem grünen Paradoxon. Zunehmende Steuersätze erzeugen beim voraussehenden Ressourcenbesitzer steigende Preiskeile, welche er umgeht, indem er das Angebot in der Gegenwart und nahen Zukunft erhöht. Auch andere politische Maßnahmen, welche zunehmend die Nachfrage nach fossilen Brennstoffen reduzieren sollen, führen zu einem erhöhtem Angebot in der Gegenwart und erzeugen daher ein grünes Paradoxon.

3. Backstoptechnologie nach einem zufälligem Technologiedurchbruch

Hans-Werner Sinn konnte mit seinen Annahmen zeigen, dass unüberlegte Klimapolitik zu unvorhergesehenen und problematischen Folgen für das Weltklima führen kann. Wir wollen in diesem Abschnitt die Annahmen etwas ändern und vor allem erneuerbare Energien ohne Kohlenstoffdioxidemissionen als Substitutionsform von fossilen Brennstoffen erlauben. Zu einem unbekannten Zeitpunkt soll es darüber hinaus einen technologischen Durchbruch geben, der den Preis von erneuerbaren Energien um einen diskreten Wert senkt. Wir wollen untersuchen, ob unter diesen Umständen ein grünes Paradoxon eintritt. Wir orientieren uns dazu vor allem an der Arbeit „Breakthrough Renewables and the Green Paradox“von Frederick van der Ploeg [13] .
Bisher wurde angenommen, dass Erdöl vollkommen unverzichtbar ist und es keine Subsitutionsmöglichkeiten gibt. Je kleiner die fossilen Lagerstätten allerdings werden, umso teurer wird die Ressource. Die Gesamtmenge der extrahierten Ressource wird dann endogen und die Lagerstätte muss nicht zwingend vollständig extrahiert werden. Erneuerbare Energien, die kein Kohlenstoffdioxid emittieren, werden dann im Zeitverlauf im Vergleich zu Erdöl oder anderen fossilen Brennstoffen attraktiver. Eine steigende CO_2-Steuer oder eine Subvention von erneuerbaren Energien kann dann dazuführen, dass insgesamt weniger Erdöl extrahiert wird - was den Effekt des grünen Paradoxons umkehren könnte [12].
Wir wollen aber noch eine weitere Begründung liefern, weshalb ein grünes Paradoxon nicht auftreten muss. Zuerst abstrahieren wir dazu von bestandsabhängigen Extraktionskosten. Stattdessen erlauben wir dem Ressourcenbesitzer zu Beginn Explorationsinvestitionen zu tätigen, mit denen dieser Lagerstätten erkundet [3]. Damit sind zwei grundsätzliche Entscheidungen zu treffen. Wie schnell soll Erdöl extrahiert werden und wie groß soll das extrahierte Gesamtvolumen sein. Wir treffen die Annahme, dass es zu einem zufälligem Zeitpunkt einen Technologiedurchbruch geben wird, ab dem eine kostengünstige Backstoptechnologie vorhanden ist. Darunter verstehen wir eine erneuerbare Energieform, welche die fossilen Brennstoffe substituieren kann und nahezu unbegrenzt vorhanden ist. Die Aussicht hierauf führt zu einer schnelleren Extraktion von Erdöl und in Folge zu mehr Kohlenstoffdioxidemissionen und einer Verschlimmerung der globalen Erwärmung. Dieser Effekt ist weniger stark, wenn die Backstoptechnologie Erdöl nur schlecht zu substituieren vermag[6]. Sobald die Backstoptechnologie am Markt verfügbar wird, sinkt die Erdölnachfrage um einen diskreten Betrag und der Erdölpreis steigt um einen diskreten Betrag, solange die Kostenersparnis durch die erneuerbare Energieform sowie ihr Substitutionsgrad groß genug sind. Ab diesem Zeitpunkt folgen Preispfad und Extraktionsmenge der Hotelling-Regel [8]. Allerdings liegen die Erdölreserven auf einem niedrigerem Niveau, als im Fall ohne eines technologischen Fortschritts. Je wahrscheinlicher ein Technologiedurchbruch ist und je höher die Kostenersparnis dadurch ist, um-

so größer sind die Ineffizienzen. Diese entstehen durch die Unsicherheit des Zeitpunktes des Technologiedurchbruchs.
Allerdings geht die Aussicht auf eine kostengünstige Backstoptechnologie in der Zukunft auch mit einem Rückgang der Explorationsinvestitionen einher. Dies führt dazu, dass die Gesamtmenge an verfügbaren Erdölreserven sinkt. Die Ineffizienzen der Explorationsinvestitionen sind dem Hold-Up Problem ähnlich [7]. Dadurch reduziert sich der Gesamtausstoß der Kohlenstoffdioxidemissionen, wodurch das Problem der globalen Erwärmung gelindert werden kann. Eine steigende CO_2-Steuer oder eine Subventionierung der Entwicklung und Forschung von erneuerbaren Energien hat zwei Effekte. Zum einen beschleunigt sich die Extraktion vor dem Technologiedurchbruch, zum anderen sinken die Explorationsinvestitionen. Überwiegt der zweite Effekt, kann ein grünes Paradoxon umgekehrt werden.
Um die Ineffizienzen in möglichst auffallender Weise herauszuarbeiten, nehmen wir eine isoelastische Nachfrage und keine pro-Stück-Extraktionskosten an. In diesem Fall ist das Problem eines monopolistischen Ressourcenbesitzers effizient [20].
Im Folgenden wollen wir diese Überlegungen in einem Modell formulieren 3.1. In Abschnitt 3.2 lösen wir dieses vor und nach dem Technologiedurchbruch und geben die unterschiedlichen Lösungspfade der Extraktion, des Ressourcenbestandes und des Erdölpreises an. In Abschnitt 3.3 analysieren und beschreiben wir die Lösung. In Teil 3.4 lösen wir das Modell in Hinblick auf die optimalen Explorationsinvestitionen. Die Ergebnisse werden dann in Abschnitt 3.5 in Verbindung mit politischen Maßnahmen gebracht und auf das Auftreten eines grünes Paradoxons überprüft.

3.1. Das Modell

In unserem Modell wird der Energiebedarf der Gesellschaft durch zwei Arten von Energieträgern gedeckt. Zum einen sind dies fossile Brennstoffe, welche aus Kohlenstoffverbindungen bestehen und bei deren Nutzung Kohlenstoffdioxid emittiert wird. Zu dieser Gruppe zählen Erdöl, Erdgas oder Stein- und Braunkohle. Diese Brennstoffe sind auf der Erde nur in einem begrenztem Maße verfügbar und daher erschöpfbar. Im Folgenden werden wir nur von Erdöl sprechen, die Überlegungen gelten aber für andere fossile Brennstoffe in gleicher Art und Weise. Wir bezeichnen Erdöl in unserem Modell mit O. Als zweite Energieform dienen erneuerbare Energien R wie Windkraft oder Solarenergie. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie bei der Produktion von Energie kein CO_2 emittieren und darüber hinaus nicht erschöpfbar sind.
Der Ressourcenbesitzer verfügt zu Beginn über einen Anfangsbestand S_0 von Erdöllagerstätten. Für die Extraktion fallen keine pro-Stück-Extraktionskosten an. Der Ressourcenbesitzer tätigt zu Beginn Investitionen, I, mit welchen er die Lagerstätten erkunden kann und die dann zu einem Anfangsbestand S_0 führen. Der Ölpreis, p, ist endogen und hängt von den Kosten der erneuerbaren Energien und der Extraktionsmenge ab. Die aktuelle Kalenderzeit wird mit t angegeben und sowohl die Extraktionsmenge $O(t)$ als auch der Preis $p(t)$ und der Ressourcenbestand $S(t)$ sind zeitabhängig. Zu einem zufälligen Zeitpunkt T gibt es einen technologischen Durchbruch bei der Erforschung erneuerbarer Energien. Dieser führt zu einem diskreten Preisfall bei erneuerbaren Energien. Forschungen im Bereich der Fusionsenergie könnten so etwas

zum Beispiel leisten. Die neue und billige erneuerbare Energieform bezeichnen wir auch als Backstoptechnologie. Vor dem Technologiedurchbruch ($t < T$) werden erneuerbare Energien vollkommen elastisch zu einem konstanten Preis $\tilde{b}(t) = b$ angeboten. Danach erfahren sie eine Kostensenkung in Höhe von $0 < \Delta \leq b$ und werden zum Preis $\tilde{b}(t) = b - \Delta$ angeboten.
Das Maximierungsproblem wird aus der Sicht eines monopolistischen Erdölbesitzers formuliert. Er hat die Möglichkeiten, den Extraktionspfad von Erdöl sowie die Investitionsausgaben zu Beginn optimal anzupassen. Das Problem lautet dann:

$$\max_{O,I} E\left[\int_0^\infty p(t)O(t)e^{-rt}dt\right] - qI \tag{3.1.1}$$

Er maximiert den erwarteten Gegenwartswert des Profits abzüglich der Kosten für die getätigten Investitionen. Aufgrund der fehlenden pro-Stück-Extraktionskosten ist der Profit gleich dem Erlös. Er berechnet sich aus Preis mal verkaufter Menge. Zukünftige Erträge werden mit dem exogen gegebenen und konstanten Marktzins r abdiskontiert. Hiervon werden die anfänglichen Investitionsausgaben, die zur Erkundung der Erdöllagerstätten nötig sind, abgezogen. Mit q bezeichnen wir die Kosten der Explorationsinvestitionen. Diese sind ebenfalls exogen gegeben.
Die Zustandsgleichung des Ressourcenbestandes lautet:

$$\dot{S}(t) = -O(t),\ \forall t \geq 0, \quad S(0) = S_0\ > 0, \quad \int_0^\infty O(t)dt\ \leq S_0 \tag{3.1.2}$$

Die gewählte Extraktionsmenge $O(t)$ verkleinert den Ressourcenstock $S(t)$. Sie startet bei einer vorgegebenen Menge S_0, und die akkumulierte Extraktionsmenge muss unter dem Anfangsbestand liegen.
Für die Explorationsinvestition gilt folgende Bedingung:

$$S_0 = \Theta(I), \quad \Theta' > 0,\ \Theta'' < 0 \tag{3.1.3}$$

Dabei bezeichnen wir mit $\Theta(\cdot)$ die Explorationsfunktion. Sie gibt an, wie groß der Anfangsbestand bei einer Investition in Höhe von I ist. Sie lässt sich auch als Kostenfunktion interpretieren, welche die notwendigen Kosten für einen Bestand der Höhe S_0 angibt. Die Funktion ist konkav, da der Ertrag bei zunehmender Investition zwar positiv, jedoch abnehmend ist.
Die Nachfragegleichung von Erdöl lautet:

$$O(t) = \Upsilon p(t)^{-\varepsilon} b^{\sigma},\ 0 \leq t < T, \quad O(t) = \Upsilon p(t)^{-\varepsilon}(b-\Delta)^{\sigma},\ \forall t \geq T \tag{3.1.4}$$

Die Nachfrage nach Erdöl vor und nach dem Technologiedurchbruch ist also unterschiedlich. Mit Υ bezeichnen wir eine autonome Nachfrage nach Erdöl. Die eigene Preiselastizität der Erdölnachfrage wird mit ε bezeichnet. Wir nehmen an, dass $\varepsilon > 1$ gilt, sodass der Grenzerlös von Erdöl positiv ist.[1] Damit ist der Grenzerlös immer begrenzt und Erdöl wird asymptotisch vollständig abgebaut. Erneuerbare Energien können Erdöl substituieren. Mit σ bezeichnen wir die Kreuzelastizität, welche konstant und positiv ist. Sie gibt an, wie gut Erdöl substituiert

[1] Der Grenzerlös entspricht $(1 - 1/\varepsilon)p$.

werden kann. Nach dem Technologiedurchbruch verringert die Kostenersparnis der Backstoptechnologie die Erdölnachfrage.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Technologiedurchbruch vor t eintritt, geben wir folgendermaßen an:

$$Pr(T \leq t) = 1 - exp(-ht), \quad \forall t \geq 0, \quad h \geq 0 \tag{3.1.5}$$

Wir bezeichnen hier mit $exp(\cdot)$ die Exponentialverteilung und mit h die Ausfallrate. Die Wahrscheinlichkeit, dass der technologische Durchbruch nicht vor dem Zeitpunkt t eintritt ist $Pr(T > t) = exp(-ht)$. Der Erwartungswert für den Technologiedurchbruch liegt damit genau bei $E[T] = 1/h$. Die Exponentialverteilung weist eine konstante Ausfallrate auf und ist zudem gedächtnislos. Das bedeutet, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass T einen Zeitpunkt $s+t$ überschreitet, wobei wir wissen, dass $T > s$ ist, gleich der Wahrscheinlichkeit ist, dass T größer als t ist: $PR(T > s+t|T > s) = Pr(T > t), \forall s,t \geq 0$.
Weiters berechnen wir die inverse Erdölnachfrage mit $p = (\Upsilon \tilde{b}^{\sigma}/O)^{1/\varepsilon} = p(O,\tilde{b})$. Sie gibt eine Funktion für den Preis von Erdöl an. Je nachdem ob man die Zeit vor oder nach dem Technologiedurchbruch betrachtet, hängt sie vom Preis der erneuerbaren Energien b oder $b-\Delta$ ab.

3.2. Lösung

Wir werden das Optimierungsproblem in drei Schritten lösen. Dazu folgen wir Bellmans Prinzip der dynamischen Programmierung und unterteilen das Problem in drei Teilprobleme. Dabei bewegen wir uns entgegen der Zeit und betrachten zuerst das Teilproblem nach dem Technologiedurchbruch. In einem zweiten Schritt lösen wir das Problem bevor die Backstoptechnologie vorhanden ist und schlussendlich ermitteln wir die optimalen Explorationsinvestitionen I.
Wir bezeichnen die Lösungen nach und vor dem Technologiedurchbruch mit einem hochgestelltem A beziehungsweise B. Es sei zudem zuerst angenommen, dass der Ressourcenbesitzer über einen Anfangsbestand der Höhe S_0 verfügt.

3.2.1. Nach dem Technologiedurchbruch

Im ersten Teilproblem ist der Technologiedurchbruch bereits eingetreten und eine Backstoptechnologie verfügbar. Erneuerbare Energien werden daher zu einem Preis von $b-\Delta$ angeboten. Die unsichere Komponente in unserem Modell ist der Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs. In diesem Teilproblem fällt die zufällige Komponente weg und der Markt entwickelt sich nach deterministischen Überlegungen.
Die Hamiltonfunktion lautet dann:

$$H(t,S,O,\lambda) = p(t)O(t) - \lambda(t)O(t) \tag{3.2.1}$$

Der Ressourcenbestand $S(t)$ entspricht der Zustandsvariablen und es gilt die Zustandsgleichung aus (3.1.2). Als Anfangsbestand wählen wir $S(T)$, da wir das Problem ab dem Tech-

nologiedurchbruch betrachten. Die Extraktionsmenge $O(t)$ entspricht der Kontrollvariablen, $\lambda(t)$ der Kozustandsvariablen beziehungsweise den Opportunitätskosten der Extraktion. Die optimale Kontrolle maximiert die Hamiltonfunktion, es gilt:

$$H_O = p(t) - \lambda(t) = 0 \Rightarrow \lambda(t) = p(t) \tag{3.2.2}$$

Zudem muss die Kozustandsgleichung gelten:

$$\dot{\lambda}(t) = r\lambda(t) - H_S \tag{3.2.3}$$

Des Weiteren gilt die Transversalitätsbedingung:

$$lim_{t\to\infty} S(t)\lambda(t)e^{-rt} = 0 \tag{3.2.4}$$

Da es in diesem Modell keine Extraktionskosten gibt, gilt $H_S = 0$. Leitet man Gleichung (3.2.2) nach der Zeit ab, gilt $\dot{\lambda}(t) = \dot{p}(t)$. Setzen wir beides in Gleichung (3.2.3) ein, so lässt sich folgender Zusammenhang für das optimale Preiswachstum ableiten:

$$\dot{p}^A(t) = rp^A(t) \rightarrow \frac{\dot{p}^A(t)}{p^A(t)} = r \tag{3.2.5}$$

Im Optimum entspricht das Preiswachstum also dem Marktzins. Da der komplette Ressourcenbestand asymptotisch abgebaut wird, ist die Transversalitätsbedingung erfüllt.

Unterschiedliche Lösungspfade:
Im Folgenden geben wir noch die unterschiedlichen Lösungspfade für die Extraktionsmenge, den Ressourcenbestand sowie den Erdölpreis nach dem Technologiedurchbruch an. Dazu leiten wir die Nachfragegleichung (3.1.4) nach der Zeit ab:

$$\dot{O}(t) = -\varepsilon\Upsilon(b-\Delta)^{\sigma} p(t)^{-\varepsilon-1}\dot{p}(t) = -\varepsilon O(t)\frac{\dot{p}(t)}{p(t)} \tag{3.2.6}$$

Setzen wir die optimale Wachstumsrate des Preises ein, erhalten wir für die optimale Wachstumsrate der Extraktionsmenge folgenden Zusammenhang:[2]

$$\frac{\dot{O}^A(t)}{O^A(t)} = -\varepsilon r < 0 \tag{3.2.7}$$

Die optimale Wachstumsrate der Extraktionsmenge ist also konstant kleiner null und setzt sich aus der Preiselastizität und dem Marktzins zusammen.
Lösen wir diese Differentialgleichung, ergibt sich für den optimalen Pfad der Extraktionsmenge: $O^A(t) = e^{-\varepsilon r(t-T)}O(T)$. Um die Extraktionsmenge zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs zu ermitteln, betrachten wir die Zustandsgleichung (3.1.2) zu diesem Zeitpunkt: $\dot{S}(T) = -O(T)$. Setzen wir hier für die Extraktionsmenge $O(T)$ aus Gleichung (3.2.7) ein und

[2] Da es sich um eine isoelastische Nachfrage handelt und es keine Extraktionskosten gibt, ist die Lösung effizient.

bilden das Integral gilt für den Anfangswert: $O(T) = \varepsilon r S(T)$.

Der optimale Pfad des Ressourcenbestandes lässt sich ermitteln, indem wir den optimalen Extraktionspfad in die Zustandsgleichung (3.1.2) einsetzen und das Integral bilden. Weiterführend erhalten wir den optimalen Preispfad, indem wir den Extraktionspfad in die inverse Nachfragegleichung einsetzen. Insgesamt lauten die unterschiedlichen Lösungspfade dann:

$$\begin{aligned} O^A(t) &= \varepsilon r S(t) = \varepsilon r e^{-\varepsilon r(t-T)} S(T) \\ S^A(t) &= e^{-\varepsilon r(t-T)} S(T) \leq S(T) < S_0 \\ p^A(t) &= e^{r(t-T)} \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r S(T)} \right]^{1/\varepsilon}, \quad \forall t \geq T \end{aligned} \tag{3.2.8}$$

Der optimale Extraktionspfad von Erdöl sinkt also im Zeitverlauf, da die Preiselastizität und der Marktzins positive Werte annehmen. Je stärker die Erdölnachfrage auf den Preis reagiert, also je größer die Elastizität ε ist, umso schneller fallen der optimale Bestandspfad und der Extraktionspfad. Inwiefern diese von weiteren Größen beeinflusst werden, hängt davon ab, wie sich der Ressourcenbestand zum Zeitpunkt T verändert. Dies werden wir im nächsten Teilproblem ableiten. Der Ölpreis hingegen wird direkt vom Preis der Backstopenergie beeinflusst. σ gibt an, wie elastisch der Erdölpreis auf den Preis der Backstopenergie reagiert. Man kann also sagen, je größer σ ist, desto besser ist die Substitutionstechnologie. Sie kann vermehrt in Einsatzbereichen der fossilen Brennträger eingesetzt werden und diese ersetzen. Tritt dieser Fall ein oder ist der Preisnachlass durch den technologischen Fortschritt besonders hoch ($\Delta > 0$), so verläuft der Preispfad für Erdöl niedriger.

Zuletzt wollen wir noch die Optimalwertfunktion zum Gegenwartswert berechnen. Dazu setzen wir die Ergebnisse für $O^A(t)$ und $p^A(t)$ in (3.1.1) ein. Als Diskontfaktor benutzen wir $e^{-r(t-T)}$, da wir die Zeitperiode $[T, \infty[$ betrachten und von einem Anfangswert zum Zeitpunkt T ausgehen. Damit erhalten wir den Optimalwert zum Ressourcenbestand $S(T)$:

$$\begin{aligned} V^A(S(T), b-\Delta) &= \int_T^\infty p^A(t) O^A(t) e^{-r(t-T)} dt = \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r S(T)} \right]^{1/\varepsilon} \varepsilon r S(T) e^{\varepsilon r T} \int_T^\infty e^{-\varepsilon r t} dt = \\ &= \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r} \right]^{1/\varepsilon} S(T)^{1-1/\varepsilon} \end{aligned} \tag{3.2.9}$$

Die zukünftige Kostenersparnis der Substitutionstechnologie ($\Delta > 0$) dämpft den Preis von Erdöl genauso wie ein hoher Wert von σ, also eine hohe Substitionsqualität. Diese Effekte senken durch den niedrigeren Preis auch den Ertrag. Der Gegenwartswert der Wertfunktion ist daher niedriger. Ist der Ressourcenstock zum Zeitpunkt T noch hoch, ist der Gegenwartswert der Optimalwertfunktion dementsprechend nach dem Technologiedurchbruch höher.

3.2.2. Vor dem Technologiedurchbruch

Dem Optimalitätsprinzip von Bellman folgend bewegen wir uns in der Entscheidungsfolge zeitlich weiter nach vorne. Vor dem technologischen Durchbruch ist der Ressourcenbesitzer zu jedem Zeitpunkt $t < T$ mit der Unsicherheit konfrontiert, dass zum Zeitpunkt $s > t$ ein Technologiedurchbruch eintritt, der den Preis von erneuerbaren Energien und damit auch die Nachfrage nach Erdöl senkt. Um das Teilproblem zu lösen, leiten wir die Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung her. Dazu betrachten wir, was bei einen Übergang von $t < T$ zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ passiert. Wir gehen von einer Wertfunktion zum Ressourcenbestand $S(t)$ mit e^{-rt} abdiskontiert aus. Bei einem Übergang zu $t + \Delta t$ werden optimale Extraktionsentscheidungen in diesem Zeitraum gewählt, welche den Ertrag maximieren sollen. Zusätzlich stellt sich die Frage, welcher Folgezustand eintritt, also ob es zu einem technologischen Durchbruch kommt oder nicht. Gleichung (3.1.5) besagt, dass die Wahrscheinlichkeit eines technologischen Durchbruchs unabhängig von der aktuellen Zeitperiode konstant ist. Die Ausfallrate gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Regimewechsel, in unserem Fall der Technologiedurchbruch eintritt. Um diese herzuleiten, benötigen wir die Überlebensfunktion $R(t) = 1 - F(t) = e^{-ht}$. Die Ausfallrate berechnet sich mit $h(t) = -\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = h$ und wird mit der Zeitspanne Δt multipliziert. Mit diesen Überlegungen gilt dann:

$$e^{-rt}V^B(S(t)) = \max_{O^B}\Big[\int_t^{t+\Delta t} e^{-rs}p(O^B(s))O^B(s)ds + (1-h\Delta t)e^{-r(t+\Delta t)}V^B(S(t+\Delta t)) + \\ + h\Delta t e^{-r(t+\Delta t)}V^A(S(t+\Delta t))\Big] \tag{3.2.10}$$

Im nächsten Schritt multiplizieren wir die Gleichung mit e^{rt} und multiplizieren den 2. Summanden aus:

$$V^B(S(t)) = \max_{O^B}\Big[\int_t^{t+\Delta t} e^{-r(s-t)}p(O^B(s))O^B(s)ds - h\Delta t e^{-r\Delta t}V^B(S(t+\Delta t)) + \\ + e^{-r\Delta t}V^B(S(t+\Delta t)) + h\Delta t e^{-r\Delta t}V^A(S(t+\Delta t))\Big] \tag{3.2.11}$$

Nun ziehen wir auf beiden Seiten $V^B(S(t+\Delta t)$ ab und dividieren danach durch Δt:

$$\frac{V^B(S(t)) - V^B(S(t+\Delta t))}{\Delta t} = \max_{O^B}\Bigg[\frac{\int_t^{t+\Delta t} e^{-r(s-t)}p(O^B(s))O^B(s)ds}{\Delta t} - he^{-r\Delta t}V^B(S(t+\Delta t)) + \\ + \frac{(e^{-r\Delta t}-1)V^B(S(t+\Delta t))}{\Delta t} + he^{-r\Delta t}V^A(S(t+\Delta t))\Bigg] \tag{3.2.12}$$

Lassen wir nun $\Delta t \to 0$, so steht auf der linken Seite genau die Ableitung nach der Zeit von $V^B(S(t))$. Auf der rechten Seite benutzen wir die Regel von L'Hopital für die beiden Brüche.

Es gilt:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{e^{-r(t+\Delta t-t)} p(O^B(t+\Delta t)) O^B(t+\Delta t)}{1} = p(O^B(t)) O^B(t)$$
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{-re^{-r\Delta t} V^B(S(t+\Delta t))}{1} = -rV^B(S(t))$$

Für $\dot{V}^B$ substituieren wir $V_S^B \dot{S}$. Die marginale Veränderung der Wertfunktion vor dem Technologiedurchbruch entspricht also einem Faktor von V_S^B mal der marginalen Veränderung des Ressourcenbestands in einer Zeiteinheit. Ordnen wir die einzelnen Terme noch um, so erhalten wir die Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung, wobei wir vom Zeitindex aus Übersichtsgründen absehen:

$$\max_{O^B} \left[p(O^B, b) O^B - V_S^B(S, b, \Delta, h) O^B \right] - h \left[V^B(S, b, \Delta, h) - V^A(S, b-\Delta) \right] = rV^B(S, b, \Delta, h) \tag{3.2.13}$$

Die Gleichung lässt sich folgendermaßen interpretieren: Der maximierte Gewinn von verkauftem Erdöl abzüglich des erwarteten Wertverlustes durch das mögliche Auftreten der billigen erneuerbaren Energieform muss der Rendite in Höhe des Marktzinses gleichen. Für die Maximierung des Gewinnes leiten wir nach der Extraktionsmenge ab und setzen gleich null:

$$\frac{\partial p(O^B, b) O^B}{\partial O^B} - V_S^B(S(t), b, \Delta, h) = 0 \Leftrightarrow (1 - \frac{1}{\varepsilon}) p^B(t) = V_S^B(S(t), b, \Delta, h) \tag{3.2.14}$$

Formen wir diesen Ausdruck auf $p^B(t)$ um und setzen ihn in Gleichung (3.1.4) ein, so erhalten wir für die optimale Extraktionsmenge vor dem Technologiedurchbruch:

$$O^B(t) = \Upsilon b^\sigma \left(\frac{V_S^B(S(t), b, \Delta, h}{1 - 1/\varepsilon} \right)^{-\varepsilon}, \ 0 \leq t < T \tag{3.2.15}$$

Setzen wir nun die Gleichungen (3.2.15) und (3.2.14) in die Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung (3.2.13) ein, erhalten wir:

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{V_S^B(S, b, \Delta, h)}{1 - 1/\varepsilon} \right)^{1-\varepsilon} \Upsilon b^\sigma - h \left[V^B(S, b, \Delta, h) - V^A(S, b-\Delta) \right] = rV^B(S, b, \Delta, h) \tag{3.2.16}$$

Da wir für $V_S^B = \frac{\dot{V}^B}{\dot{S}}$ substituiert haben, handelt es sich bei Gleichung (3.2.16) um eine nichtlineare Differentialgleichung 1. Ordnung mit der Funktion $V^A(S, b-\Delta)$ als Inhomogenität. Um sie zu lösen, verwenden wir die Methode der unbestimmten Koeffizienten. Aufgrund der Form von $V^A(S, b-\Delta)$ aus Gleichung (3.2.9) verwenden wir den Ansatz $V^B = KS^{1-1/\varepsilon}$. Mittels eines Koeffizientenvergleichs ermitteln wir für den Koeffizienten K dann folgende nichtlineare Gleichung:

$$\frac{1}{\varepsilon} \Upsilon b^\sigma K^{1-\varepsilon} + h \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r} \right]^{1/\varepsilon} = (r+h)K \tag{3.2.17}$$

Daraus ergibt sich, dass ein $K = K(b-\Delta,h)$ diese Gleichung erfüllt. Für die Optimalwertfunktion vor dem Technologiedurchbruch ergibt sich $V^B(S(t),b,\Delta,h) = K(b-\Delta,h)S(t)^{1-1/\varepsilon}$. Den Faktor $K(b-\Delta,h)$ bezeichnen wir im Folgenden auch als Profitfaktor. Für die marginale Veränderung der Optimalwertfunktion gilt dann: $\dot{V}^B(S(t),b,\Delta,h) = (1-1/\varepsilon)K(b-\Delta,h)S(t)^{-1/\varepsilon}\dot{S}(t)$.
Wir wollen noch die einzelnen optimalen Lösungspfade vor dem Technologiedurchbruch ableiten. Dazu setzen wir diese Ergebnisse in die Gleichungen (3.2.14) und (3.2.15) ein. Dann gilt:

$$\begin{aligned} p^B(t) &= K(b-\Delta,h)S(t)^{-1/\varepsilon} \\ O^B(t) &= L(b,\Delta,h)S(t), \quad 0 \le t < T \end{aligned} \tag{3.2.18}$$

Dabei haben wir den Faktor $L(b,\Delta,h) \equiv K(b-\Delta,h)^{-\varepsilon}\Upsilon b^{\sigma}$ substituiert. Diesen bezeichnen wir im Folgenden als Abbaugeschwindigkeit. Setzen wir $O^B(t)$ in die Zustandsgleichung (3.1.2) ein, erhalten wir eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung, die sich mit bekannter Methode für $S^B(t)$ lösen lässt. Setzen wir den optimalen Pfad des Ressourcenbestandes in Gleichung (3.2.18) ein, erhalten wir die optimalen Pfade des Erdölpreises und der Extraktionsmenge. Sie lauten:

$$\begin{aligned} O^B(t) &= Le^{-Lt}S_0 \\ S^B(t) &= e^{-Lt}S_0 \\ p^B(t) &= e^{Lt/\varepsilon}KS_0^{-1/\varepsilon}, \quad 0 \le t < T. \end{aligned} \tag{3.2.19}$$

Die Abbaugeschwindigkeit L und der Profitfaktor K sind dabei die optimal berechneten Werte $L(b,\Delta,h)$ und $K(b-\Delta,h)$. Beide hängen invers voneinander ab: Ist die Abbaugeschwindigkeit L höher, so impliziert dies einen niedrigeren Profitfakor. Die Extraktionsmenge ist umso höher, je höher der Anfangsbestand von Erdöl ist. Wie steil die Lösungspfade allerdings verlaufen, hängt von der Abbaugeschwindigkeit ab. Um diese zu beschreiben, benötigen wir eine gründlichere Analyse von $K(b-\Delta,h)$ und $L(b,\Delta,h)$.

3.3. Analyse der Lösung

Für ein besseres Verständnis betrachten wir im Folgenden verschiedene Spezialfälle.

Kein Technologiedurchbruch:
Zuerst nehmen wir den Fall $h = 0$ an. Eine Ausfallrate von 0 bedeutet, dass der Technologiedurchbruch erst in unendlicher Zeit erwartet wird oder die Backstoptechnologie bereits von Beginn an verfügbar ist. Setzen wir $h = 0$ in (3.2.17) ein, erhalten wir: $K(b-\Delta,0) = \left[\frac{\Upsilon b^{\sigma}}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}$.
Für die Abbaugeschwindigkeit ergibt sich in diesem Fall $L(b,\Delta,0) = K(b-\Delta,0)^{-\varepsilon}\Upsilon b^{\sigma} = \varepsilon r$. Wir erhalten für die optimale Extraktionsmenge also $O^A(t) = O^B(t) = \varepsilon r S(t), \forall t \ge 0$. Die optimalen Extraktionsmengen stimmen vor und nach dem Technologiedurchbruch überein. Der

Erdölpreis hängt - je nachdem ob die Backstoptechnologie bereits vorhanden ist oder nicht - von b beziehungsweise $b-\Delta$ ab.

Unmittelbar bevorstehender Technologiedurchbruch:
In diesem Fall soll der Technologiedurchbruch als unmittelbar bevorstehend erwartet werden, es gilt also $h \to \infty$. Dann folgt aus Gleichung (3.2.17), dass $K \to \left[\frac{\Upsilon(b-\Delta)^\sigma}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}$ und somit auch $L \to \left[\frac{\Upsilon(b-\Delta)^\sigma}{\varepsilon r}\right]^{-1} \Upsilon b^\sigma = \varepsilon r \left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma > \varepsilon r = L(b,\Delta,0)$ gilt. Die Abbaugeschwindigkeit ist also unabhängig vom Preis der erneuerbaren Energien größer, wenn der Technologiedurchbruch unmittelbar bevorsteht und nicht in der Unendlichkeit erwartet wird. Der Profitfaktor ist umgekehrt höher, wenn der Technologiedurchbruch erst in der Unendlichkeit erwartet wird.

Vollkommen elastisches Angebot der Backstopenergie:
Betrachten wir noch die andere Komponente des Profitfaktors $K(b-\Delta,h)$. Wenn $b=\Delta$ gilt, ist das Angebot der erneuerbaren Energien nach dem Technologiedurchbruch vollkommen elastisch. Aus (3.2.17) folgt dann, dass $K(0,h) = \left[\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon(r+h)}\right]^{1/\varepsilon} < K(b-\Delta,0), \forall h > 0$ gilt. Für die Abbaugeschwindigkeit ergibt sich $L(b,b,h) = \left[\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon(r+h)}\right]^{-1} \Upsilon b^\sigma = \varepsilon(r+h) > \varepsilon r$. Wird die Backstoptechnologie vollkommen elastisch angeboten, ist Erdöl nach dem Technologiedurchbruch obsolet. Dies senkt den erwarteten Profit des Ressourcenbesitzers und beschleunigt dessen Abbaugeschwindigkeit.

Totales Differential:
Wir wollen weiters die Veränderung des Profitfaktors durch marginale Veränderungen der Einflussgrößen ermitteln. Dazu berechnen wir die partiellen Ableitungen der Gleichung (3.2.17):

$$
\begin{aligned}
K_K &= r + h - (1-\varepsilon)\frac{1}{\varepsilon}\Upsilon b^\sigma K^{-\varepsilon} > 0 \\
K_{b-\Delta} &= \frac{h\sigma}{\varepsilon(b-\Delta)}\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon} > 0 \\
K_h &= \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon} - K = \frac{1}{h}\left(-\frac{1}{\varepsilon}\Upsilon b^\sigma K^{1-\varepsilon} + rK\right) = -\frac{K}{\varepsilon h}(L - \varepsilon r) < 0
\end{aligned}
$$

Setzen wir die partiellen Ableitungen zusammen, ergibt sich das totale Differential des Profitfaktors:

$$
dK = \frac{-\frac{K}{\varepsilon h}(L-\varepsilon r)dh + \frac{h\sigma}{\varepsilon(b-\Delta)}\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon} d(b-\Delta)}{r + h + (1-1/\varepsilon)\Upsilon b^\sigma K^{-\varepsilon}} \tag{3.3.1}
$$

Für $h=0$ gilt, dass $L = \varepsilon r$ und für $h \to \infty$ gilt, dass $L > \varepsilon r$. Damit ist $L > \varepsilon r, \forall h > 0$ und es gilt $K_h(b-\Delta,h) < 0, L_h(b,\Delta,h) > 0, \forall h > 0$. Je größer die Wahrscheinlichkeit eines technologischen Durchbruchs ist, umso größer ist die Abbaugeschwindigkeit. Der Ressourcenbesitzer

erhöht seine Erdölförderung in der Gegenwart und nahen Zukunft, um den Marktnachteil nach dem Technologiedurchbruch zu umgehen. Der Marktnachteil entsteht durch die Backstoptechnologie, welche einen Preiskeil erzeugt. Dies senkt den Profitfaktor des Erdölbesitzers und damit auch seinen erwarteten Gegenwartsprofit. Die Form der Lösungspfade (3.2.19) zeigt weiters, dass der Preispfad von Erdöl ebenfalls gesenkt wird.
Für ein beliebiges $h > 0$ folgt für die Abbaugeschwindigkeit dann, dass $\varepsilon r < L < \varepsilon(r+h)$ gilt. Eine maximale Abbaugeschwindigkeit herrscht also, wenn die Ersatztechnologie vollkommen elastisch angeboten wird.
Aus Gleichung (3.3.1) leiten wir außerdem $K_{b-\Delta}(b-\Delta,h) > 0, \forall \Delta \in (0,b)$ ab. Eine marginale Erhöhung der Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie nach dem Technologiedurchbruch senkt also den Profitfaktor, da durch die Kostenersparnis der Angebotspreis der erneuerbaren Energien $(b-\Delta)$ verringert wird. Die Abbaugeschwindigkeit wird dadurch erhöht und es gilt $L_{b-\Delta}(b,\Delta,h) < 0$. Je billiger die Backstopenergie ist, desto geringer ist der Profit des Ressourcenbesitzers und desto schneller extrahiert er daher das Erdöl vor dem Technologiedurchbruch.

Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs:
In diesem Punkt wollen wir betrachten, was in dem Moment passiert, wenn der Technologiedurchbruch eintritt und die Backstoptechnologie verfügbar wird. Wir nehmen also an, dass es zum Zeitpunkt T zu einem technologischen Fortschritt gekommen ist und bezeichnen mit T^- den Zeitpunkt unmittelbar zuvor. Die gewählte Extraktionsmenge, der vorhandene Ressourcenbestand sowie der Preis des Erdöls betragen zu diesem Zeitpunkt:

$$\begin{aligned} O^B(T^-) &= Le^{-LT}S_0, \quad S^B(T^-) = e^{-LT}S_0 = S^A(T) \\ p^B(T^-) &= e^{LT/\varepsilon}KS_0^{-1/\varepsilon} = e^{LT/\varepsilon}\left(\frac{b^\sigma \Upsilon}{LS_0}\right)^{1/\varepsilon} \end{aligned} \tag{3.3.2}$$

Der Ressourcenbestand unmittelbar vor T stimmt mit dem Ressourcenbestand zum Zeitpunkt T überein. Die anderen Pfade werden vom Ressourcenbesitzer angepasst. Dazu setzen wir den Zeitpunkt T und den noch vorhandenen Ressourcenbestand in die Gleichung (3.2.8) ein:

$$\begin{aligned} O^A(T) &= \varepsilon r e^{-LT}S_0 < Le^{-LT}S_0 = O^B(T^-) \\ p^A(T) &= \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r S_0}\right]^{1/\varepsilon} e^{LT/\varepsilon} < \left(\frac{b^\sigma \Upsilon}{LS_0}\right)^{1/\varepsilon} e^{LT/\varepsilon} = p^B(T^-), \quad \text{falls } \left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma > \frac{L}{\varepsilon r} \end{aligned} \tag{3.3.3}$$

Der niedrigere Preis von erneuerbaren Energien führt also dazu, dass der Ressourcenbesitzer die Extraktionsmenge direkt um einen diskreten Wert senkt. Sind die Kostenersparnis und der Substitutionsgrad der Backstopenergie groß genug, fällt der Preis von Erdöl um einen diskreten Wert.
Damit können wir unsere Ergebnisse in folgender Proposition zusammenfassen:

Proposition 1 *Nach dem Technologiedurchbruch sinken Erdölbestand und Extraktionsmen-*

ge mit einer Rate von εr, der Erdölpreis wächst mit dem Marktzin r. Die Pfade sind von der Hotelling-Regel abgeleitet und in Gleichung (3.2.8) *zusammengefasst. Vor dem Technologiedurchbruch sinken der Bestand und die Extraktion mit einer Rate $L(b,\Delta,h) = K(b-\Delta,h)^{-\varepsilon}\Upsilon b^{\sigma} \geq \varepsilon r$ schneller, der Erdölpreis steigt schneller mit $L/\varepsilon > r$. Die zugehörigen Pfade sind in Gleichung* (3.2.19) *gezeigt, der Profitfaktor K löst Gleichung* (3.2.17) *und es gilt $K_{b-\Delta} > 0, K_h < 0$. Zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs fällt die Extraktionsmenge um einen diskreten Wert. Ist die Kostenersparnis und der Substituionsgrad der Backstoptechnologie gut genug, fällt auch der Erdölpreis um einen diskreten Wert.*

Das Antizipieren einer zukünftigen Backstoptechnologie führt vor dem Technologiedurchbruch zu erhöhten Erdölabbauraten sowie zu einem verminderten Erdölpreis. Ist die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie hoch oder können die erneuerbaren Energien Erdöl gut substituieren, ist dieser Effekt besonders stark. Sobald der Technologiedurchbruch eintritt und die erneuerbaren Energien zu einem verminderten Preis angeboten werden, sinkt die Erdölextraktion um einen diskreten Wert. Ist Gleichung (3.3.3) erfüllt, sinkt auch der Erdölpreis um einen diskreten Wert. Nun erfüllen die Zeitpfade die Hotelling-Regel, wobei sie von einem niedrigerem Niveau starten.

3.3.1. Referenzfälle

Für ein besseres Verständnis betrachten wir noch zwei Referenzfälle.

Effizienter Pfad:
Wir wollen zuerst den gesellschaftlich effizienten Fall betrachten. Stiglitz [20] hat gezeigt, dass unter den Bedingungen einer isoelastischen Nachfragefunktion und null Extraktionskosten im Fall eines monopolistischen Marktes wie auch in einem Markt mit vollständiger Konkurrenz die optimale Wachstumsrate des Preises gleich dem Marktzins sein muss. Es ergibt sich also der bekannte Zusammenhang, den auch die Hotelling-Regel vorgibt: $r = \frac{\dot{p}}{p}$. Im effizienten Fall sollte dieses Preiswachstum allerdings nicht nur nach dem Technologiedurchbruch, sondern über den gesamten Zeitraum gelten. Effizient ist daher der Fall, in dem es zu keinem Technologiedurchbruch kommt und $K = K(b-\Delta,0)$ ist. Für die effizienten Pfade, gekennzeichnet mit hochgestelltem *, gilt:

$$\begin{aligned} O^*(t) &= \varepsilon r S(t) = \varepsilon r e^{-\varepsilon r t} S_0 \\ S^*(t) &= e^{-\varepsilon r t} S_0 \\ p^*(t) &= e^{rt}\left[\frac{\tilde{b}^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r S_0}\right]^{1/\varepsilon}, \quad \forall t > T \end{aligned} \tag{3.3.4}$$

Dabei ist $L(b,\Delta,0) = \varepsilon r$ die Abbaugeschwindigkeit bei einer Ausfallrate $h = 0$. Die effizienten Pfade der Erdölextraktion und des Ressourcenbestandes werden folglich nicht vom Angebotspreis der erneuerbaren Energien beeinflusst. Ist die Backstoptechnologie von Beginn an vorhanden, hängt der effiziente Erdölpreispfad vom reduzierten Preis der erneuerbaren Energien $b-\Delta$ ab. Wird der Technologiedurchbruch erst in der Unendlichkeit erwartet, hängt der Erdölpreis hingegen nur von b ab.

Die optimalen Pfade des Modells sind ab dem Technologiedurchbruch bedingt zu einem zu niedrigem Ressourcenbestand effizient. Wegen $L > \varepsilon r$ und $L/\varepsilon > r$ sind die Wachstumsraten von Erdöl, Ressourcenbestand und Preis vor dem Technologiedurchbruch ineffizient hoch. Die Pfade starten auf einem zu hohem Level und sinken - beziehungsweise steigen - zu schnell. Der Ressourcenbestand zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs $S(T)$ ist daher zu niedrig und die Pfade ab dem Technologiedurchbruch starten und beziehen sich auf ein zu niedriges Niveau.

Bestimmter Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs:

Zum Vergleich wollen wir einen Fall betrachten, in dem der Ressourcenbesitzer mit Sicherheit weiß, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt ein Technologiedurchbruch eintreten wird. Der Zeitpunkt sei der erwartete Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs $T = 1/h$. Nach dem Technologiedurchbruch wählt der Ressourcenbesitzer die Lösungspfade nach der Hotelling-Regel, womit die Gleichungen (3.2.8) ihre Gültigkeit behalten. Da der Technologiedurchbruch mit Sicherheit zu einem bestimmten Zeitpunkt eintritt, kann der Preispfad keinen Sprung aufweisen. Er folgt daher der Hotelling-Regel und kann aus Gleichung (3.2.8) fortgesetzt werden. Für den Preis von Erdöl ergibt sich zu Beginn daher: $p(0) = e^{-r/h}\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r S(1/h)}\right]^{1/\varepsilon}$. Setzen wir diesen Preis in die Nachfragegleichung (3.1.4) ein, erhalten wir für die optimale Extraktionsmenge: $O(0) = \varepsilon r e^{\varepsilon r/h}\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma S(1/h)$ und weiter $O(t) = \varepsilon r e^{-\varepsilon r(t-1/h)}\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma S(1/h), \forall t \in [0, 1/h]$. Setzen wir dieses Ergebnis in die Zustandsgleichung (3.1.2) ein, können wir integrieren und den Ressourcenbestand zum erwarteten Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs errechnen.

$$\int_0^{1/h} \dot{S}(t)dt = \int_0^{1/h} -\varepsilon r e^{-\varepsilon r(t-1/h)}\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma S(1/h)dt \Leftrightarrow$$

$$S(1/h) - S(0) = S(1/h)\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma (-\varepsilon r)e^{\varepsilon r/h}\left[\frac{e^{-\varepsilon r t}}{-\varepsilon r}\right]_0^{1/h} = S(1/h)\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma \left(1 - e^{\varepsilon r/h}\right)$$

Sortieren wir das um, so erhalten wir:

$$S(1/h) = \frac{S_0}{1 + (e^{\varepsilon r/h} - 1)\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma} \leq e^{-\varepsilon r/h} S_0 = S^*(1/h) \leq S_0 \tag{3.3.5}$$

Damit können wir auch $S(t)$ für das Intervall $t \in [0, 1/h]$ berechnen, indem wir die Integralgrenzen ändern und für $S(1/h)$ aus Gleichung (3.3.5) einsetzen. Um den Ressourcenbestand nach dem Technologiedurchbruch zu berechnen, setzen wir den Ressourcenbestand zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs aus Gleichung (3.3.5) in die Gleichung für den optimalen Ressourcenbestandspfad (3.2.8) ein. Daraus ergibt sich:

$$S(t) = \frac{1 + \left[e^{\varepsilon r(1/h-t)} - 1\right] \left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^{\sigma}}{1 + \left(e^{\varepsilon r/h} - 1\right) \left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^{\sigma}} S_0 \ , \ t \in [0, 1/h], S(t) = \frac{e^{\varepsilon r(1/h-t)} S_0}{1 + \left(e^{\varepsilon r/h} - 1\right) \left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^{\sigma}} \ , \ t \geq 1/h \tag{3.3.6}$$

Falls es zu keinem Technologiedurchbruch kommen sollte, gilt $\Delta = 0$, wodurch der Extraktionspfad, wie auch der Pfad des Ressourcenbestandes, nicht vom Angebotspreis der erneuerbaren Energien beeinflusst werden würde. Gilt hingegen $\Delta > 0$, ist der Ressourcenstock zum Zeitpunkt $1/h$ wegen der Abschätzung in Gleichung (3.3.5) kleiner als im effizienten Fall. Die Extraktionsmenge muss wegen $(\frac{b}{b-\Delta})^{\sigma} > 0$ vor dem Technologiedurchbruch größer sein als danach, vor allem wenn die Ersatztechnologie Erdöl gut ersetzen kann. Der optimale Pfad des Erdölpreises folgt der Hotelling-Regel und ist effizient, falls der Zeitpunkt des Technologiedruchbruchs bekannt ist.

3.3.2. Simulationen

Wir wollen unsere Ergebnisse graphisch darstellen. Dazu setzen wir die Preiselastizität auf $\varepsilon = 2$ und die Kreuzpreiselastizität auf $\sigma = 1$. Die autonome Erdölnachfrage sei $\Upsilon = 1$, der Marktzins $r = 0,04$. Die Ausfallrate für das Eintreten eines Technologiedurchbruchs sei $h = 0,01$. Aufgrund der Abschätzungen vermuten wir dann für die Abbaugeschwindigkeit einen Wert zwischen $0,08 < L < 0,28$.[3] Der Preis von erneuerbaren Energien soll bei $b = 100$ liegen, die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie bei $\Delta = 80$. Erneuerbare Energien werden also nach dem Technologiedurchbruch um $b - \Delta = 20$ angeboten. Den Ressourcenbestand zu Beginn setzen wir auf $S_0 = 1000$.
Mit diesen Parametern errechnen wir für den Profitfaktor $K = 25,37$ und für die Abbaugeschwindigkeit $L = 0,155$. Diese ist also vor dem Technologiedurchbruch fast doppelt so hoch wie mit $\varepsilon r = 0.08$ danach. Abbildung 3.1 zeigt verschiedene Szenarien für die optimalen Pfade von Ressourcenbestand, Extraktion, Erdölpreis sowie der Optimalwertfunktion. Die blauen Kurven zeigen Fälle mit unterschiedlichen, zufälligen Zeitpunkten des Technologiedurchbruchs. Die schwarzen Linien zeigen den effizienten Fall. Die rote orange Kurve zeigt den Fall eines bestimmten Technologiedurchbruch. Der dunkelrote Fall einer steigenden Steuer wird in Abschnitt 3.5.1 besprochen.
Im effizienten Fall startet die Extraktionsmenge mit einem Wert von 80 deutlich niedriger, als bei den blauen Kurven mit 155. Die Kurve sinkt mit einer von der Hotelling-Regel vorgegebenen Rate von 0.08. Bei den blauen Kurven sind zu den Zeitpunkten $T = 10$ und $T = 20$ jeweils die Sprünge in den Extraktionspfaden zu erkennen. Ab T liegt die effiziente Extraktionsmenge dann über den Pfaden mit unsicherem Technologiedurchbruch. Die durchgehend gezeichnete Linie zeigt den Fall, dass eine Backstoptechnologie von Beginn an verfügbar ist. Die gestrichelte Linie zeigt den Fall, falls der Technologiedurchbruch erst in der Unendlichkeit erwartet wird. Die Pfade liegen zu Beginn unter und über den restlichen Pfaden bei Werten von $0,05$ und $1,12$ und steigen fortan mit dem Marktzins r. Die Preispfade bei unsicherem Technolo-

[3] Es sollte $\varepsilon r < L < \varepsilon(r+h)$ gelten.

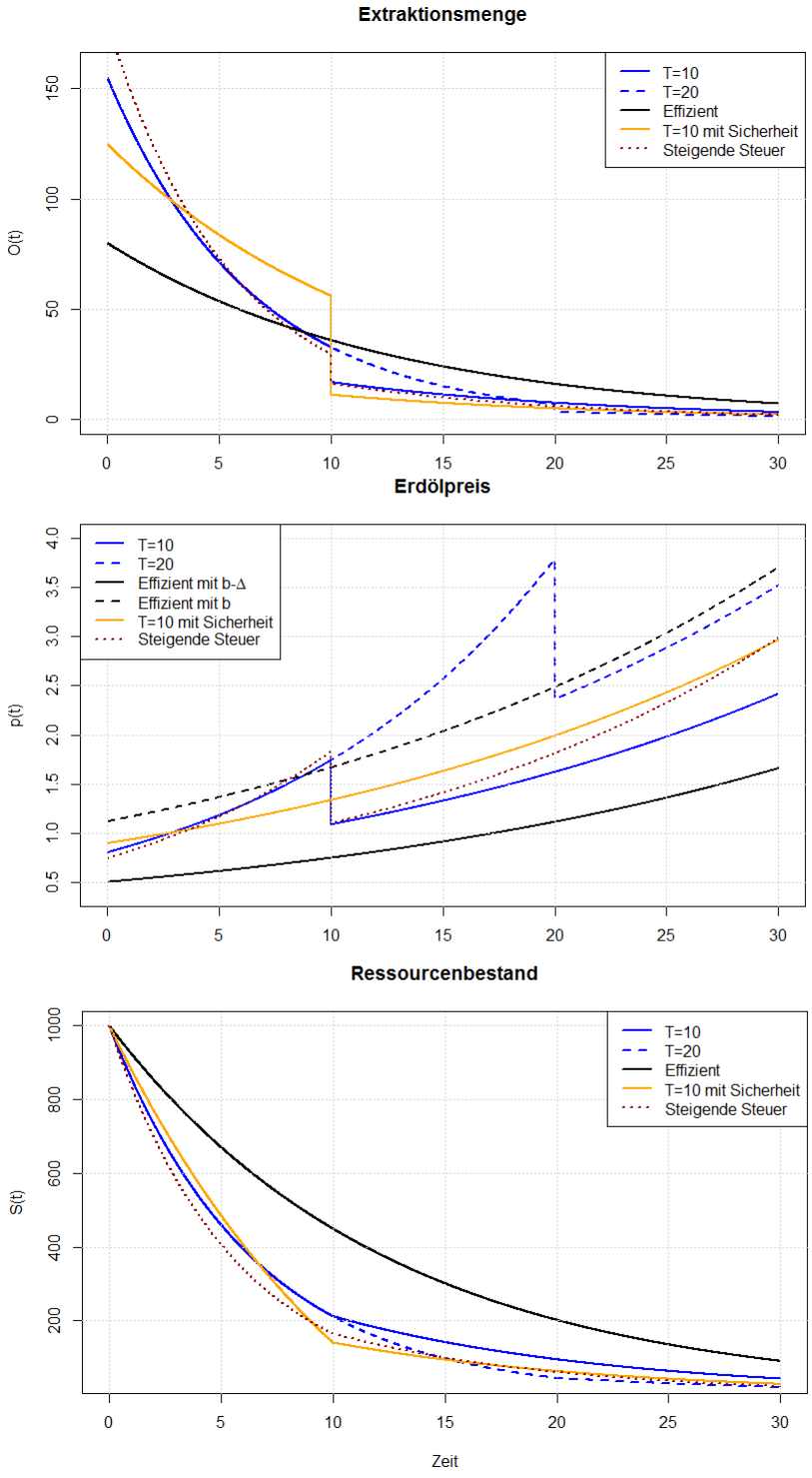

Abbildung 3.1.: Einfluss einer Backstoptechnologie nach einem zufälligen Technolgiedurchbruch auf die optimalen Pfade der Extraktionsmenge, Erdölpreis und Ressourcenbestand.

giedurchbruch starten bei $0,80$ und können die beiden effizienten Pfade übersteigen. Diese fallen zum Zeitpunkt T wieder um einen diskreten Wert, da die Kostenersparnis Δ groß genug gewählt ist. Nach dem Technologiedurchbruch steigen auch die Pfade bei unsicherem Technologiedurchbruch mit dem Marktzins r an. Der Ressourcenbestand leert sich im effizienten Fall am langsamsten. Tritt der Technologiedurchbruch später ein, sinkt der Ressourcenbestand länger mit einer hohen Rate und entleert sich daher mehr.
Im zweiten Referenzfall wird angenommen, dass der Technologiedurchbruch mit Sicherheit bei $T = 10$ eintritt. Die Extraktionsmenge startet bei einem Wert von 125 und sinkt bis zum Technologiedurchbruch nur langsam, da dieser mit Gewissheit eintreten wird. Er übersteigt daher nach einer gewissen Zeit die Kurven bei unsicherem Technologiedurchbruch. Ab dann sinkt er langsam mit einer Rate von εr. Der Preispfad startet bei $0,89$ und steigt mit dem Marktzins, der Ressourcenbestand entleert sich bis zu T am weitesten und sinkt dann langsam mit einer durch die Hotelling-Regel vorgegebene Rate.

3.4. Optimale Explorationsinvestitionen

Für eine vollständige Lösung des Modells benötigen wir noch die optimalen Explorationsinvestitionen. Bisher nahmen wir an, dass diese exogen in einer Höhe von S_0 gegeben sind. Diese Annahme soll nun wegfallen.
Wir betrachten dazu die Optimalwertfunktion auf den Gegenwartswert diskontiert zum Zeitpunkt $t = 0$. Für den Ressourcenbestand zu Beginn S_0 setzen wir die Explorationsfunktion aus (3.1.3) ein: $V^B(S_0) = V^B(\Theta(I)) = K(b-\Delta,h)\Theta(I)^{1-1/\varepsilon}$.
Im Optimum muss der Grenzerlös, also der Erlös, der durch eine weitere Investitionseinheit entsteht, den Grenzkosten (den Kosten einer weiteren Einheit) gegenüberstehen. Der Grenzertrag entspricht der Ableitung der Optimalwertfunktion nach den Explorationsinvestitionen. Mit der Kostenfunktion $\kappa(I) \equiv qI$ ergibt sich für die Grenzkosten $\kappa_I = q$. Zusammengesetzt muss dann im Optimum gelten:

$$(1-1/\varepsilon)K(b-\Delta,h)\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I) = q \tag{3.4.1}$$

Das totale Differential von Gleichung (3.4.1) berechnet sich mit:

$$\begin{aligned}
I_I &= q\left[\frac{\Theta'(I)}{\varepsilon\Theta(I)} - \frac{\Theta''(I)}{\Theta'(I)}\right] > 0 \\
I_q &= -1 < 0 \\
I_{b-\Delta} &= (1-1/\varepsilon)\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I)K_{b-\Delta} = q\frac{K_{b-\Delta}}{K} > 0 \\
I_h &= (1-1/\varepsilon)\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I)K_h = q\frac{K_h}{K} < 0
\end{aligned}$$

Zusammengesetzt ergibt sich dann:

$$q\left[\frac{\Theta'(I)}{\varepsilon\Theta(I)} - \frac{\Theta''(I)}{\Theta'(I)}\right]dI = \frac{q}{K}(K_{b-\Delta}d(b-\Delta) + K_h dh) - dq \tag{3.4.2}$$

Je niedriger der Angebotspreis der erneuerbaren Energien nach dem Technologiedurchbruch ist - je höher also die Kostenersparnis durch den technologischen Fortschritt - umso niedriger sind auch die Anfangsinvestitionen des Ressourcenbesitzers. Die damit einhergehende Reduktion des Profitfaktors K gibt dafür den Anlass. Denselben Effekt hat eine Veränderung der Ausfallrate h. Je höher die Wahrscheinlichkeit auf einen Technologiedurchbruch ist, umso niedriger ist der Profitfaktor und damit auch die Explorationsinvestitionen zu Beginn. Je höher außerdem die Investitionskosten q sind, umso niedriger sind naheliegenderweise auch die Investitionen. Für die optimale Invesitionsfunktion gilt dann:

$$I = I(b-\Delta, h, q), \quad I_{b-\Delta} > 0, I_h, I_q < 0 \tag{3.4.3}$$

Werden die Explorationsinvestitionen vom Staat mit einer Rate von η subventioniert, gilt für die Kostenfunktion des Ressourcenbesitzers: $\kappa(I) = I(q-\eta)$. Die Grenzkosten verändern sich dementsprechend und die Optimalitätsbedingung (3.4.1) ändert sich zu:

$$(1-1/\varepsilon)K(b-\Delta, h)\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I) = q-\eta \tag{3.4.4}$$

Aus gesellschaftlicher Sicht sind die Investitionen effizient, wenn es entweder nie zu einem Technologiedurchbruch kommt oder die Backstoptechnologie von Beginn an verfügbar ist, die Ausfallrate also $h = 0$ ist. Die Optimalitätsbedingung lautet dann:

$$(1-1/\varepsilon)K(b-\Delta, 0)\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I) = q \tag{3.4.5}$$

Für den Profitfaktor gilt $K(b-\Delta,0) = \left(\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon r}\right)^{1/\varepsilon}$. Für $h > 0$ wählt der Ressourcenbesitzer wegen $I_h < 0$ niedrigere Investitionen als im effizienten Fall. Fügen wir die Gleichungen (3.4.4) und (3.4.5) zusammen, so muss für die optimalen Subventionen gelten:

$$\eta = \left[\left(\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon r}\right)^{1/\varepsilon} - K(b-\Delta, h)\right](1-1/\varepsilon)\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I) \tag{3.4.6}$$

Diese Gleichung löst im Optimum ein $\eta \equiv \eta(b-\Delta, h)$. Da $K(b-\Delta,0) > K(b-\Delta,h) \forall h > 0$ gilt, ist $\eta(b-\Delta,h) > 0$. Für die partiellen Ableitungen gilt mithilfe des totalen Differentials aus Gleichung (3.4.2): $\eta_{b-\Delta} < 0, \eta_h > 0$. Die optimale Subvention von Explorationsinvestitionen steigt also mit der Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie und der Wahrscheinlichkeit, dass ein Technologiedurchbruch eintritt. Aus den Ergebnissen ergibt sich folgende Proposition:

Proposition 2 *Der unsichere Zeitpunkt eines Technologiedurchbruchs von erneuerbaren Energien führt auch zu ineffizient niedrigen Explorationsinvestitionen. Diese Ineffizienz ist umso größer, je wahrscheinlicher ein Technologiedurchbruch oder je höher die Kostenersparnis ist. Subventionen in der Höhe der Gleichung* (3.4.6) *können diese Insuffizienzen jedoch beheben.*

Diese Proposition ist ein Beispiel für ein sogenanntes Hold-Up Problem [7]. Die unvollständige Informationslage des Ressourcenbesitzers führt dazu, dass er ineffizient niedrige

Anfangsinvestitionen wählt. Grund für die unvollständige Informationslage ist der unbekannte Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs. Eine Möglichkeit das Problem zu lösen, ist eine vertikale Integration bei welcher die Erdölfirma verstaatlicht werden würde. Eine alternative Lösung wäre eine Subvention der Investitionen in Höhe von (3.4.6). Da sich Anbieter und Nachfrager von Erdöl aber nicht im gleichen Staat befinden, ist eine derartige Subvention eher unwahrscheinlich.

3.5. Grünes Paradoxon

Die Entscheidungen des Ressourcenbesitzers stimmen also in mehreren Bereichen nicht mit den gesellschaftlich effizienten Entscheidungen überein. Der unsichere Zeitpunkt, zu dem ein Technologiedurchbruch eine günstige Backstoptechnologie hervorbringt, führt zu einem schnellerem Extraktionspfad. Gleichzeitig reduziert der Ressourcenbesitzer jedoch auch wegen des Wertverlusts durch die Backstoptechnologie seine Investitionen zu Beginn. Aber auch die Überlegungen aus Kapitel 2.3.2 sind hier relevant. Die Schäden durch die globale Erwärmung sollten eigentlich zu noch flacheren optimalen Extraktionspfaden führen. Politische Maßnahmen könnten den Ineffizienzen nun entgegenwirken. So betrachten wir auch in diesem Modell, inwiefern sie die Entscheidungsgebung beeinflussen können.
Steuersysteme und Subventionen bilden wieder die Werkzeuge der Politik. Steuerabgaben sollen die Extraktionsentscheidung beeinflussen, indem sie den Profit des Ressourcenbesitzers reduzieren. Subventionen sollen den grünen Backstoptechnologien zugute kommen, in der Hoffnung, dass dies zu einem Wohlfahrtsgewinn führt. Klimapolitik ist dann erfolgreich, wenn der optimale Extraktionspfad flacher gewählt wird oder die Startinvestitionen sinken. Ersteres hat zur Folge, dass Emissionen in die Zukunft verschoben werden. Zweiteres senkt die Gesamtemissionen.
Wir wollen im Folgenden den Ressourcenbesitzer zuerst mit den verschiedenen Steuersystemen konfrontieren, wie wir es auch bei Sinn's Modell in Kapitel 2.4 getan haben, und danach den Fall von Subventionen betrachten.

3.5.1. Steuersysteme

Da wir in unserem Modell keine pro-Stück-Extraktionskosten gewählt haben, stimmt eine Besteuerung des Kassazuflusses - also eine Cash-Flow-Steuer - mit einer Wertsteuer überein. Wir unterscheiden im Folgenden lediglich zwischen einer über die Zeit konstanten und einer steigenden Besteuerung des Ressourcenbesitzers.

Konstante Steuer:

Nehmen wir an, dass alle Regierungen der Verbraucherländer eine Wertsteuer auf die Nutzung von Erdöl erheben. Die Steuer soll zeitinvariant sein und wird mit $0 \leq \tau \leq 1$ bezeichnet. Mit θ bezeichnen wir den Steuereffekt des Produzenten $\theta = 1 - \tau$. Mit dem Konsumentenpreis $p(t)$ ergibt sich für den Produzentenpreis dann $\theta p(t)$.

Die Maximierungsentscheidung des Ressourcenbesitzers lautet dann:

$$\max_{O,I} E\left[\int_0^\infty \theta p(t)O(t)e^{-rt}dt\right] - qI \tag{3.5.1}$$

Die Nebenbedingungen bleiben unverändert. Im Vergleich zum Basismodell reduziert sich also der Erlös des Ressourcenbesitzers aufgrund des verringerten Produzentenpreises.
Wir folgen dem Lösungsweg aus dem Basismodell und betrachten zuerst das Problem nach dem Technologiedurchbruch. Die Hamiltonfunktion lautet:

$$H(t,S,O,\lambda) = \theta p(t)O(t) - \lambda(t)O(t) \tag{3.5.2}$$

Die Maximierung der Hamiltonfunktion führt aufgrund der konstanten Steuer zu $\frac{\dot{p}^A(t)}{p^A(t)} = r$. Wie im Basismodell wächst der Preis im Optimum mit dem Marktzins. Da die Zustandsgleichung (3.1.2) und die Nachfragegleichung (3.1.4) unverändert sind, entsprechen die optimalen Pfade der Extraktion, des Ressourcenbestandes und des Preises von Erdöl denjenigen aus dem Basismodell (3.2.8). Für die Wertfunktion zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs gilt daher $V^A(S(T), b-\Delta, \theta) = \theta\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon} S(T)^{1-1/\varepsilon}$. Der Steuereffekt θ hat also keine Auswirkung auf die optimal gewählten Pfade, verringert aber den Gegenwartswert des Erdölbesitzers.
Als Ansatz für die Wertfunktion vor dem Technologiedurchbruch wählen wir daher die Form $V^B(S(t), b, \Delta, h, \theta) = \theta K S(t)^{1-1/\varepsilon}$. Damit können wir das Modell lösen, und es ergeben sich die optimalen Pfade aus Gleichung (3.2.18) mit dem Profitfaktor $K(b-\Delta, h)$ und der Abbaugeschwindigkeit $L(b, \Delta, h)$ aus dem Basismodell. Da die Steuer einen konstanten Preiskeil hervorruft ändert der Ressourcenbesitzer seine Extraktionsentscheidung nicht.
Zur Ermittlung der optimalen Explorationsinvestitionen betrachten wir die Optimalwertfunktion zum Zeitpunkt $t = 0$. Im Optimum soll der Grenzertrag einer zusätzlichen Investitionseinheit gleich ihrer Grenzkosten sein:

$$(1-1/\varepsilon)K(b-\Delta,h)\theta\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I) = q \tag{3.5.3}$$

Mittels totalen Differentials[4] ergibt sich für die optimalen Investitionen:

$$I = I(b-\Delta, h, q, \theta), \quad I_{b-\Delta} > 0, I_h, I_q < 0, I_\theta > 0. \tag{3.5.4}$$

Die Explorationsinvestitionen sinken mit ihren Kosten q, der Ausfallrate h oder der Kostenreduktion Δ. Sie sind umso höher, je höher der Steuereffekt θ ist. Der Steuereffekt ist umso höher, je niedriger die Steuer ist.
Vergleichen wir diesen Fall mit dem Basismodell. Wählt man die Steuer gleich null $\tau = 0$ gilt für den Steuereffekt $\theta = 1$, und die beiden Modelle stimmen korrekterweise überein. Erhöht sich die Steuer, verkleinert sich der Steuereffekt des Ressourcenbesitzers. Mit Gleichung (3.5.3) wählt er aufgrund des niedrigeren Grenzertrages geringere Explorationsinvestitionen. Dies führt zu einem niedrigerem Anfangsbestand von Erdöl S_0. Ausgehend davon

[4] Das totale Differential lautet: $q\left[\frac{\Theta'(I)}{\varepsilon\Theta(I)} - \frac{\Theta''(I)}{\Theta'(I)}\right]dI = \frac{q}{K}(K_{b-\Delta}d(b-\Delta) + K_h dh) + \frac{q}{\theta}d\theta - dq$.

wählt der Ressourcenbesitzer bedingt zum veränderten, niedrigeren Ressourcenbestand S_0 beziehungsweise $S(T)$ die gleichen Pfade wie im Ausgangsmodell.
Durch den geringeren Anfangsbestand von Erdöl führt eine konstante Steuer daher auch zu niedrigeren CO_2-Emissionen insgesamt. Je weniger Erdöl vorhanden ist, desto weniger CO_2 kann ausgestoßen werden. Ausgehend davon ist auch die Extraktion und die Emission zu jedem Zeitpunkt t niedriger als im Basismodell, da die optimale Extraktionsmenge in Abhängigkeit vom Ressourcenbestand zu Beginn gewählt wird. Aus einer klimapolitischen Perspektive weist eine konstante Steuer daher positive Faktoren auf.
Allerdings kann die Steuer nicht die Ineffizienzen beheben, die durch den unsicheren Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs entstanden sind. Dieser hat zu zu hohen Extraktionsmengen und einer zu schnellen Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch geführt, was von der Steuer unangetastet blieb. Effiziente Explorationsinvestitionen waren gekennzeichnet durch einen Profitfaktor $K(b-\Delta,0)$ in Gleichung (3.5.3). Die Ineffizienz entsteht im Basismodell durch $h>0$ und $K_h<0$ und wird durch ein konstante Steuer $\theta<1$ noch vergrößert.
Eine konstante Steuer führt somit zu ineffizient niedrigen Investitionen, die allerdings aus klimapolitischer Sicht zu geringeren Emissionen durch einen niedrigeren verfügbaren Ressourcenbestand führen. Die Abbaugeschwindigkeit kann nicht hin zu einem effizienten Extraktionspfad beeinflusst werden.

Steigende Steuer:
Wie bereits im Modell von Sinn besprochen, gilt eine konstante Steuer jedoch als unwahrscheinlich. Die Zunahme extremer Wettereignisse sorgt für gesellschaftlichen Druck auf vermehrte und stärkere klimapolitische Maßnahmen. Der Ressourcenbesitzer muss daher mit einer über die Zeit wachsende Wertsteuer rechnen. Wir verwenden im Folgenden als Notation ein Dach für die zeitstetige Steuer und betrachten wieder den Steuereffekt $\hat{\theta}$. Wir nehmen an, dass dieser mit einem konstanten Wert in Höhe $\hat{\theta}^*<0$ fällt und bei einem Anfangswert von $\hat{\theta}(0)=\hat{\theta}_0$ startet. Im Folgenden soll also $\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}_0 e^{\hat{\theta}^* t}$ gelten, wobei $0<\hat{\theta}_0<1$ ist.
Die Maximierungsentscheidung des Ressourcenbesitzers lautet dann:

$$\max_{O,I} E\left[\int_0^\infty \hat{\theta}_0 p(t)O(t)e^{-(r-\hat{\theta}^*)t}dt\right]-qI \tag{3.5.5}$$

Der Ressourcenbesitzer sieht sich zum einen also einer konstanten Reduktion seines Ertrags in Höhe des Steuereffekts zu Beginn ausgesetzt. Wir können $\hat{\theta}^*$ als eine Erhöhung des Diskontfaktors interpretieren. Zukünftig bieten sich für ihn nicht nur alternative Anlagemöglichkeiten in Höhe des Marktzinses, die zukünftige Erträge aus dem Verkauf von Erdöl abwerten. Durch die Steigerung der Wertsteuer fallen zukünftige Erträge zudem niedriger aus. Man kann die steigende Wertsteuer aber auch mit einem steigendem Preiskeil interpretieren, der den zukünftigen Erdölpreis verstärkt senkt.
Mit gleichbleibenden Nebenbedingungen lautet die Hamiltonfunktion für das Problem nach dem Technologiedurchbruch:

$$H(t,S,O,\lambda)=\hat{\theta}_0 p(t)O(t)-\lambda O(t) \tag{3.5.6}$$

Mit Rücksicht auf den neuen Diskontfaktor gilt dann für das optimale Preiswachstum nach dem Technologiedurchbruch: $\frac{\dot{p}^A(t)}{p^A(t)} = r - \hat{\theta}^*$. Der Ressourcenbesitzer fordert also einen höheren Preisanstieg als den Marktzins. Wenn der Erdölpreis lediglich mit dem Marktzins wachsen würde, dann würde sich der Ressourcenbesitzer dazu entscheiden, mehr Erdöl in der aktuellen Periode zu verkaufen, da er erwartet, bei einem zukünftigem Verkauf einer höheren Steuerlast ausgesetzt zu sein. Das zusätzliche Angebot in der aktuellen Periode führt allerdings zu einem Preisverfall, wodurch das Preiswachstum steigt. Ein Gleichgewicht tritt ein, wenn diese Gleichung erfüllt ist. Mit der Nachfragegleichung (3.1.4) und der Zustandsgleichung (3.1.2) lassen sich die optimalen Pfade ableiten:

$$\begin{aligned}
O^A(t) &= (\varepsilon r - \varepsilon\hat{\theta}^*)e^{-(\varepsilon r - \varepsilon\hat{\theta}^*)(t-T)}S(T) \\
S^A(t) &= e^{-(\varepsilon r - \varepsilon\hat{\theta}^*)(t-T)}S(T) \\
p^A(t) &= \left[\frac{\Upsilon(b-\Delta)^\sigma}{(\varepsilon r - \varepsilon\hat{\theta}^*)S(T)}\right]^{1/\varepsilon} e^{(r-\hat{\theta}^*)(t-T)}, \quad \forall t \geq T \\
V^A(S(T), b-\Delta, \hat{\theta}(T)) &= \hat{\theta}(T)\left[\frac{\Upsilon(b-\Delta)^\sigma}{\varepsilon r - \varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} S(T)^{1-1/\varepsilon}
\end{aligned} \tag{3.5.7}$$

Da $\hat{\theta}^* < 0$ ist, startet die Extraktionsmenge zum Zeitpunkt T bedingt eines Ressourcenbestandes $S(T)$ mit einer größeren Menge als im Basismodell. Der Pfad verläuft steiler. Der Ressourcenbestand verläuft ebenfalls relativ zu einem Startbestand $S(T)$ steiler. Der Ressourcenbesitzer möchte den höheren Preiskeil in Form des größeren Steuereffekts in der Zukunft umgehen. Relativ zum Bestand $S(T)$ startet der Preispfad zum Zeitpunkt T bei einem niedrigeren Level, steigt von dort jedoch steiler an. Die Optimalwertfunktion hängt zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs zusätzlich vom Steuereffekt zu diesem Zeitpunkt ab.
Wir wählen daher als Ansatz für die Wertfunktion vor dem Technologiewechsel eine Form, die ebenfalls zusätzlich vom Steuereffekt zum Zeitpunkt t abhängt: $V^B(t) = \hat{\theta}(t)KS(t)^{1-1/\varepsilon}$. Für den Profitfaktor K führt der Koeffizientenvergleich zu folgender nichtlinearer Gleichung:

$$\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon}K^{1-\varepsilon} + h\left[\frac{\Upsilon(b-\Delta)^\sigma}{\varepsilon r - \varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} = K(r + h - \hat{\theta}^*) \tag{3.5.8}$$

Diese Gleichung wird erfüllt von einem $K = K(b-\Delta, h, \hat{\theta}^*)$. Zusammen mit der Abbaugeschwindigkeit $L(b,\Delta,h,\hat{\theta}^*) = K(b-\Delta,h,\hat{\theta}^*)^{-\varepsilon}\Upsilon b^\sigma$ lauten die optimalen Pfade vor dem Technologiedurchbruch dann:

$$\begin{aligned}
O^B(t) &= Le^{-Lt}S_0 \\
S^B(t) &= e^{-Lt}S_0 \\
p^B(t) &= e^{Lt/\varepsilon}KS_0^{-1/\varepsilon}, \quad 0 \leq t < T.
\end{aligned} \tag{3.5.9}$$

Abgesehen von K und L stimmt die Form der optimalen Pfade also mit den optimalen Pfa-

den vor dem Technologiedurchbruch im Basismodell überein. Wie Profitfaktor und Abbaugeschwindigkeit in diesem Fall von den anderen Variablen beeinflusst werden, ermitteln wir mittels des totalen Differentials aus Gleichung (3.5.8)[5]. Es gilt dann:

$$K = K(b-\Delta, h, \hat{\theta}^*), \quad K_{b-\Delta} > 0, K_h < 0, K_{\hat{\theta}^*} > 0, L_{b-\Delta} < 0, L_h > 0, L_{\hat{\theta}^*} < 0 \tag{3.5.10}$$

Je höher die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie und die Wahrscheinlichkeit auf einen Technologiedurchbruch ist, umso niedriger ist der Profitfaktor. Die Abbaugeschwindigkeit ist dann höher. Da die Steuerlast ansteigen soll, ist die Wachstumsrate des Steuereffektes negativ. Je langsamer dieser sinkt, je größer also $\hat{\theta}^*$ ist, umso höher ist der Profitfaktor und umso niedriger ist die Abbaugeschwindigkeit des Ressourcenbesitzers.
Ermitteln wir im letzten Schritt die optimalen Explorationsinvestitionen. Aus der Optimalwertfunktion zu Beginn leiten wir die Optimalitätsbedingung ab:

$$(1-1/\varepsilon)K(b-\Delta, h, \hat{\theta}^*)\hat{\theta}_0\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I) = q \tag{3.5.11}$$

Mit Hilfe des totalen Differentials[6] können wir folgende implizite Darstellung für die optimalen Explorationsinvestitionen finden:

$$I = I(b-\Delta, h, q, \hat{\theta}^*, \hat{\theta}_0), \quad I_{b-\Delta} > 0, I_h < 0, I_q < 0, I_{\hat{\theta}_0} > 0, I_{\hat{\theta}^*} > 0 \tag{3.5.12}$$

Der Einfluss der Ausfallrate, der Kostenreduktion und der Explorationskosten verändert sich nicht im Vergleich zum Basismodell. Je höher der anfängliche Steuereffekt ist, desto höher sind die Investitionen. Wegen $\hat{\theta}_0 \leq 1$ sind die Investitionen allerdings nicht größer als im Basismodell. Je schneller der Steuereffekt sinkt, also je kleiner die Wachstumsrate $\hat{\theta}^*$ ist, desto niedriger sind auch die Explorationsinvestitionen.
Der anfängliche Steuereffekt $\hat{\theta}_0$ beeinflusst die optimalen Entscheidungen des Ressourcenbesitzers also ähnlich der konstanten Steuer. Der Effekt beeinflusst zwar nicht die unterschiedlichen Lösungspfade bedingt zu einem festen Ressourcenstock, führt aber zu einem Sinken der Explorationinvestitionen. Dies wiederum senkt durch den niedrigeren Ressourcenbestand zu Beginn die Extraktionspfade und hat einen positiven Effekt auf die Emissionssenkung. Die Wachstumsrate des Steuereffektes beeinflusst ebenfalls die Explorationsinvestitionen. Je stärker der Steuereffekt fällt, also je intensiver zukünftige Klimapolitik erwartet wird, umso stärker sinken auch die Explorationsinvestitionen. Wegen $L_{\hat{\theta}^*} < 0$ erhöht der Ressourcenbesitzer allerdings dann seine Abbaugeschwindigkeit. Er versucht den steigenden absoluten Preiskeil zu umgehen und vergrößert die Abbaumengen in der Gegenwart und nahen Zukunft. Die Emissionen steigen an und es kommt zu einem grünen Paradoxon. Ist der Effekt auf die niedrigeren Explorationsinvestitionen groß genug, kann dieser allerdings umgekehrt werden. Nach dem Technologiedurchbruch sind die Wachstumsraten der Extraktionspfade und des Ressourcenbestandes wegen $\varepsilon r - \varepsilon\hat{\theta}^* > \varepsilon r$ größer als im effizienten Fall und starten darüber hinaus

[5] Das totale Differential von K lautet $dK = \frac{\frac{-K}{\varepsilon h}\left[L-(\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*)\right]dh + \frac{h\sigma}{\varepsilon(b-\Delta)}\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma\Upsilon}{\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} d(b-\Delta) + \left(\frac{h}{\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*}\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma\Upsilon}{\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} + K\right)d\hat{\theta}^*}{r+h-\hat{\theta}^*+(1-1/\varepsilon)\Upsilon b^\sigma K^{-\varepsilon}}$

[6] Das totale Differential von I lautet: $q\left[\frac{\Theta'(I)}{\varepsilon\Theta(I)} - \frac{\Theta''(I)}{\Theta'(I)}\right]dI = \frac{q}{K}(K_{b-\Delta}d(b-\Delta) + K_h dh + K_{\hat{\theta}^*}d\hat{\theta}^*) + \frac{q}{\hat{\theta}_0}d\hat{\theta}_0 - dq$

von einem ineffizient niedrigem Niveau $S(T)$.
Die optimalen Pfade im Fall einer steigenden Steuer sind auch in Abbildung 3.1 in dunkelrot angezeichnet. Der Technologiedurchbruch wurde bei $T = 10$ gewählt. Der anfängliche Steuereffekt beträgt $\hat{\theta}_0 = 0,9$, die Wachstumsrate des Steuereffekts ist $\hat{\theta}^* = -0,01$. Die restlichen Parameter sind analog zu Abschnitt 3.3.2 gewählt. Der Profitfaktor sinkt dann auf $K = 23,57$, die Abbaugeschwindigkeit steigt auf $L = 0,18$. Die Extraktionsmenge startet daher bei einem höheren Wert von 180 und fällt danach schnell mit der Rate L. Auch nach dem Technologiedurchbruch sinkt die Extraktionsmenge schneller als im Basisfall. Der Erdölpreis startet bei einem niedrigen Wert von $0,75$ und steigt schnell an. Zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs fällt der Erdölpreis, steigt aber auch danach mit einer hohen Rate von $r - \hat{\theta}^*$ an. Der Ressourcenbestand entleert sich daher zu Beginn am schnellsten.

3.5.2. Subvention

Neben verschiedenen Steuern können politische Maßnahmen auch in Form von Subventionen eintreten. Eine solche Einflussnahme wirkt möglicherweise populärer und ist daher auch realistischer. Es wäre vorstellbar, die Forschung und Entwicklung grüner Technologien mit Subventionsausgaben in Höhe von η zu unterstützen. Wir nehmen an, dass die Subventionen die Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs erhöhen. Wir modellieren h nicht mehr als exogen gegebenen Parameter, sondern endogenisieren ihn und nehmen an, dass die Wahrscheinlichkeit auf einen technologischen Durchbruch umso höher ist, je höher die Subventionsausgabe sind. Es sei zudem angenommen, dass der Einfluss einer weiteren Subventionseinheit umso geringer ist, je größer die getätigten Ausgaben bereits sind. Wir modellieren also $h = H(\eta), H' > 0, H'' < 0$.
Nun wollen wir die Auswirkungen auf das Klima anhand eines kleinen Modells herausarbeiten. Dazu bezeichnen wir mit $E(t) \equiv E_0 + S_0 - S(t)$ die Gesamtmenge an Kohlenstoffen in der Atmosphäre, wobei E_0 den anfänglichen Bestand bezeichnet. Wir definieren dann den Gegenwartswert von Schäden durch die globale Erwärmung G als:

$$G = \int_0^\infty D\left(E_0 + \Theta\left(I(b-\Delta, H(\eta), q) - S(t)\right)e^{-\rho t}dt,\ D' > 0, D'' > 0 \tag{3.5.13}$$

Mit ρ bezeichnen wir die soziale Diskontrate der Gesellschaft. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass Kohlenstoffe für immer in der Atmosphäre bleiben. Die Funktion D ermittelt den Schaden in jeder Zeitperiode. Je mehr Kohlenstoffdioxid in der Atmosphäre ist, umso größer ist der Schaden an der Umwelt. Eine weitere Einheit Kohlenstoffdioxid in der Atmosphäre macht einen umso höheren Schaden, je mehr Kohlenstoffdioxid sich bereits in ihr befindet. Die Funktion $D(\cdot)$ ist also konvex. Um zu ermitteln, wie die globalen Klimaschäden auf die Subvention reagieren, berechnen wir die partielle Ableitung nach η und betrachten die Auswirkungen einer weiteren Subventionseinheit.

$$\frac{\partial G}{\partial \eta} = -\int_0^\infty \frac{\partial S(t)}{\partial h} H'(\eta) D'(E(t)) e^{-\rho t} dt + \Theta' I_h H' \xi \tag{3.5.14}$$

Dabei soll $\xi = \int_0^\infty D'(E(t))e^{-\rho t}dt > 0$ die sozialen Kosten von Kohlenstoffdioxid bezeich-

nen. Eine zusätzliche Subventionseinheit des Staates hat also zwei Effekte auf die globalen Erwärmung. Der vordere Term bezeichnet die Auswirkungen der Subvention auf die Abbaugeschwindigkeit. Eine Zunahme der Wahrscheinlichkeit auf einen Tecchnologiedurchbruch vergrößert die Abbaugeschwindigkeit L und verkleinert dadurch den Ressourcenbestand, es gilt $\frac{\partial S}{h} < 0$. Mit $H', D' > 0$ ist der vordere Term also insgesamt positiv, und die Subvention vergrößert die globale Erwärmung und damit auch die Umweltschäden. Der zweite Term ist aufgrund von $\Theta', H', \xi > 0$ und $I_h < 0$ kleiner null. Subventionen führen zu einer Verkleinerung der Explorationsinvestitionen und vermindern somit auch die gesamten Kohlenstoffdioxidemissionen. Wenn der zweite Effekt den ersten überwiegt, kann ein grünes Paradoxon umgekehrt werden. Andernfalls führen politische Maßnahmen wieder zu höheren CO_2-Emissionen und vergrößern damit die Klimaschäden - also ein grünes Paradoxon.
Fassen wir die Ergebnisse dieses Kapitels in einer Proposition zusammen.

Proposition 3 *Eine konstante Besteuerung von Erdöl hat keinen Einfluss auf die Abbaugeschwindigkeit von Erdöl. Sie senkt allerdings die Explorationsinvestitionen und vermindert daher den Anfangsbestand und die Gesamtmenge der Kohlenstoffdioxidemissionen (vgl.* (3.5.3)*). Eine steigende Steuer führt wegen* $\varepsilon\hat{\theta}^* < 0$ *nach dem Technologiedurchbruch zu einem steileren Extraktionspfad* (3.5.7)*. Vor dem Technologiedurchbruch realisieren sich die Pfade aus Gleichung* (3.5.9)*, wobei die Wachstumsrate des Steuereffekts die Abbaugeschwindigkeit erhöht*(3.5.10)*. Allerdings führt die steigende Steuer zu verminderten Explorationsinvestitionen, was den Effekt durch die schnellere Extraktion aufheben kann. Auch eine Subvention der Backstoptechnologie führt zu zwei gegensätzlich wirkenden Effekten, die ein grünes Paradoxon aufheben können.* (3.5.14)

Während das Modell aus Kapitel 2 also noch zu dem Schluss gekommen ist, dass steigende Steuern die Emissionen erhöhen und die Klimaerwärmung daher vergrößern, haben wir hier hergeleitet, dass dies nicht der Fall sein muss. Steigende Steuern oder Subventionen führen auch zu einem Rückgang von Explorationsinvestitionen, was zu mehr Erdöl in der Erdkruste und damit insgesamt zu einem geringerem Gesamtvolumen von CO_2-Emissionen führt.
Wie eingangs beschrieben sind politische Maßnahmen nicht nur Steuern oder Subventionen. Es wird in vielen verschiedenen Sektoren - sei es durch die Nutzung von erneuerbaren Energien, besseren Isolierungen im Gebäudebereich etc. - versucht, Einfluss auf die Nachfrage nach Erdöl zu nehmen. Es lässt sich nun interpretieren, dass all diese Maßnahmen einen Preiskeil der Höhe τ auf den Erdölpreis ausüben. Dabei stimmt τ mit der Steuerbelastung aus Kapitel 3.5.1 überein. Maßnahmen wie der Klimaschutzplan 2050 mit steigenden Zwischenzielen, erzeugen einen steigenden Preiskeil τ. Damit haben derartige Maßnahmen einen ähnlichen Einfluss auf die Entscheidungen des Ressourcenbesitzers, wie es eine steigende Steuer hat und die Ergebnisse lassen sich auf diese Überlegungen übertragen.

3.6. Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel die Grundthematik aus Kapitel 2 erweitert. Dazu entwickelten wir ein anpassbares Modell eines monopolistischen Erdölbesitzers mit isoelastischer Nachfra-

gefunktion und ohne pro-Stück-Extraktionskosten. Antizipiert dieser einen zukünftigen Technologiedurchbruch, so erhöht dieser vor dem Technologiedurchbruch die Abbaugeschwindigkeit und senkt den Erdölpreis. Der Technologiedurchbruch tritt dabei zu einem zufälligem Zeitpunkt ein und führt zu einer Backstoptechnologie für erneuerbare Energien, die deren Kosten senkt. Sobald die Backstoptechnologie verfügbar wird, sinkt der Erdölverbrauch um einen diskreten Wert. Der Erdölpreis sinkt, sofern erneuerbare Energien Erdöl gut genug substituieren können und die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie groß genug ist. Ab diesem Zeitpunkt sinkt der Erdölverbrauch mit einer von der Hotelling-Regel vorgegeben Rate, wobei er durch den niedrigen Ressourcenbestand auf einem ineffizient niedrigem Level startet. Der Erdölpreis steigt mit dem Marktzins.
Der unsichere Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs führt aber auch zu niedrigeren Explorationsinvestitionen. Während die erhöhte Abbaugeschwindigkeit zu vergrößerten Kohlenstoffdioxidemissionen führt, binden die niedrigeren Explorationsinvestitionen mehr Kohlenstoffe unbenutzt in der Erdkruste. Angemessene Subventionen können die Ineffizienzen der niedrigen Explorationsinvestitionen beheben.
Politische Maßnahmen in Form von Steuern oder Subventionen können auch eingeführt werden, um die Klimaschäden durch Kohlenstoffdioxidemissionen zu reduzieren. Eine konstante Steuer verändert den Extraktionspfad dabei nicht, reduziert aber die Explorationsinvestitionen und damit die Gesamtmenge der CO_2-Emissionen. Eine steigende Steuer oder eine Subvention der grünen Backstoptechnologie führt zu einem steileren Extraktionspfad, aber auch zu niedrigeren Explorationsinvestitionen. Wenn der zweite Effekt überwiegt, kann ein grünes Paradoxon umgekehrt werden.

4. Zwei Explorationsinvestitionen

In diesem Abschnitt erweitern wir das Modell aus Kapitel 3. Der Ressourcenbesitzer soll zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs der Backstoptechnologie T die Möglichkeit haben, mit einer zweiten Investition I_2 neue fossile Lagerstätten zu erkunden. Damit geben wir ihm die Chance, auf die Backstoptechnologie mit einer Erweiterung seiner Ressourcenbestände zu reagieren.

Eine erste Investition I_1 legt wie bisher den Ressourcenbestand zu Beginn fest, es gilt:

$$S(0) = S_0 = \Theta(I_1) \tag{4.0.1}$$

$\Theta(\cdot)$ kann hierbei als Kostenfunktion aufgefasst werden. Sie ermittelt die Investitionen, die notwendig sind, damit der Ressourcenbesitzer über ein Ressourcenvorkommen der Größe $S_0 = \Theta(I_1)$ verfügen kann. Je höher die Investitionen I_1 sind, umso größer ist das erkundete Ressourcenvorkommen, allerdings mit absteigendem Grenzertrag, sodass für die Ableitungen gilt, $\Theta' > 0, \Theta'' < 0$.

Die zweite Investition I_2 wird zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs T getätigt. Der Ressourcenbestand zu diesem Zeitpunkt ergibt sich aus den Restbeständen der ersten Exploration sowie den Erkundungen der zweiten Exploration. Den Umfang der zweiten Exploration ermittelt die Funktion $\Phi(\cdot)$, welche wieder als Kostenfunktion interpretiert werden kann. Sie wird in Abhängigkeit von der ersten Investition I_1, der zweiten Investition I_2, sowie einer „learning-by-doing"Variable gewählt. Indem der Ressourcenbesitzer Erdöl extrahiert, erhöht sich auch sein „Know-How"über diese Ressource und seine Lagerstätten. Bei einer zweiten Exploration profitiert er durch dieses Wissen, weshalb die Kosten umso niedriger sind, je mehr er bereits extrahiert hat. Die erste Investition hat zwei Effekte auf den Output von Φ. Je höher sie ist, umso größer war die erste Exploration und umso tiefer wurde bereits geforscht. Die zweite Exploration ist daher aufwendiger und teurer. Allerdings ist das potentielle „Know-How"auch größer. Dies führt zu einer Kostensenkung. Je höher die zweite Investition ist, umso größer ist auch der Output der zweiten Exploration. Insgesamt gilt dann für den Ressourcenbestand zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs, der zweiten Explorationsfunktion und deren partiellen Ableitungen:

$$\begin{aligned} S(T) &= \Theta(I_1) - \int_0^T O(t)dt + \Phi(\cdot) \\ \Phi(\cdot) &\equiv \Phi\left(I_1, I_2, \int_0^T O(t)dt\right), \quad \Phi_{I_2} > 0, \Phi_{\int_0^T O(t)dt} < 0 \end{aligned} \tag{4.0.2}$$

Damit können wir nun das Maximierungsproblem des Ressourcenbesitzers aufstellen.

4.1. Das Modell

Mit der bisherigen Notation maximiert der Erdölbesitzer den Gegenwartswert seines Profits abzüglich den Kosten durch die beiden Explorationen. Es gilt:

$$\max_{O,I_1,I_2} E\left[\int_0^\infty p(t)O(t)e^{-rt}dt\right] - q_1I_1 - q_2I_2 \tag{4.1.1}$$

Dabei geben q_1 und q_2 die exogenen Kosten der jeweiligen Explorationsinvestitionen an. Die Zustandsgleichung, sowie die Bedingung für die erste Explorationsinvestition samt Explorationsfunktion bleiben bis auf die letzte Forderung im Vergleich zum Ausgangsmodell unverändert. Die dritte Ableitung der Explorationsfunktion $\Theta(\cdot)$ soll nun positiv sein:

$$\begin{aligned} &\dot{S}(t) = -O(t),\ \forall t \geq 0, \quad S(0) = S_0 > 0, \quad \int_0^T O(t)dt \leq S_0 \\ &S_0 = \Theta(I_1), \quad \Theta' > 0, \Theta'' < 0, \Theta''' > 0 \end{aligned} \tag{4.1.2}$$

Für die zweite Explorationfunktion wählen wir in diesem Modell folgende konkrete Form:

$$\Phi(I_1, I_2, \int_0^T O(t)dt) \equiv \frac{\Theta(I_1) - \int_0^T O(t)dt}{\Theta(I_1)} \left(\Theta(I_1 + I_2) - \Theta(I_1)\right) \tag{4.1.3}$$

Im zweiten Faktor greifen wir die erste Explorationfunktion wieder auf. Bildlich wird mit der zweiten Investition dort weitergeforscht, wo bei der ersten Investition aufgehört wurde. Der vordere Faktor nimmt Werte zwischen null und eins an. Er soll die „learning-by-doing“Komponente widerspiegeln. Wurde vor dem Technologiedurchbruch nichts extrahiert, ist dieser Faktor gleich eins. Es gibt keinen Informationsgewinn durch Extraktion, weshalb die zweite Exploration an die erste anschließt. Ist $\int_0^T O(t)dt > 0$, gibt es Informationen über die Extraktion, was die Kosten der zweiten Exploration senkt.[1] Aus mathematischen Gründen wählen wir als zusätzliche Bedingungen $I_1 > 0$ sowie $\Theta(I_1) > 0$.

Setzen wir die Explorationsfunktion (4.1.3) in Gleichung (4.0.2) ein, so können wir für den Ressourcenbestand zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs folgende Form ableiten:

$$S(T) = \left(\Theta(I_1) - \int_0^T O(t)dt\right)\left[\frac{\Theta(I_1 + I_2)}{\Theta(I_1)}\right] \tag{4.1.4}$$

Aus Übersichtsgründen definieren wir $\phi(I_1, I_2) \equiv \frac{\Theta(I_1+I_2)}{\Theta(I_1)}$. Für die partiellen ersten und zweiten Ableitungen gilt: $\phi_{I_1} < 0, \phi_{I_2} > 0, \phi_{I_1I_1} > 0, \phi_{I_2I_2} < 0, \phi_{I_1I_2} = \phi_{I_2I_1} < 0$. Für die mathematische Herleitung siehe Appendix A.1.

Die Nachfragegleichung (3.1.4) und die Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs

[1] Die geforderten partiellen Ableitungen sind erfüllt. Es gilt $\frac{\partial\Phi}{\partial I_2} = \frac{\Theta(I_1) - \int_0^T O(t)dt}{\Theta(I_1)}\Theta'(I_1 + I_2)$. Beide Terme sind positiv. Weiters gilt $\frac{\partial\Phi}{\partial \int_0^T O(t)dt} = \frac{-1}{\Theta(I_1)}(\Theta(I_1 + I_2) - \Theta(I_1)) < 0$, da der vordere Term negativ ist.

vor einem Zeitpunkt t (3.1.5) bleiben unverändert:

$$O(t) = \Upsilon p(t)^{-\varepsilon} b^{\sigma},\ 0 \leq t < T, \quad O(t) = \Upsilon p(t)^{-\varepsilon}(b-\Delta)^{\sigma},\ \forall t \geq T$$
$$Pr(T \leq t) = 1 - exp(-ht), \quad \forall t \geq 0, h \geq 0 \tag{4.1.5}$$

4.2. Lösung

Wir benutzen die Regeln der dynamischen Programmierung und lösen das Modell in umgekehrter Zeit. Wir beginnen mit dem Problem, nachdem bereits ein Technologiedurchbruch eingetreten ist.

4.2.1. Nach dem Technologiedurchbruch

Da erneuerbare Energien als Backstoptechnologie vorhanden sind, werden sie für $t \geq T$ zu einem Preis von $b - \Delta$ angeboten. Da nach dem Eintreten des Technologiedurchbruchs keine Unsicherheit mehr besteht, unterliegt das Preiswachstum von Erdöl der Hotelling-Regel. Der Ressourcenbesitzer wählt das Angebot so, dass das Preiswachstum von Erdöl mit dem Marktzins ansteigt. Mit der Nachfragegleichung (4.1.5) können wir das optimale Wachstum der Extraktionsmenge $O^A(t)$ wie im Basismodell ableiten. Setzen wir dies in die Zustandsgleichung (4.1.2) ein, können wir die optimalen Pfade der Extraktionsmenge, des Ressourcenbestands und des Erdölpreises ableiten:

$$\begin{aligned} O^A(t) &= \varepsilon r S(t) = \varepsilon r e^{-\varepsilon r(t-T)} S(T) \\ S^A(t) &= e^{-\varepsilon r(t-T)} S(T) \leq S(T) \\ p^A(t) &= e^{r(t-T)} \left[\frac{(b-\Delta)^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r S(T)} \right]^{1/\varepsilon}, \forall t > T \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

Die optimalen Pfade gleichen den Lösungen aus dem Standardmodell. Bedingt zu einem Ressourcenbestand $S(T)$ entwickeln sie sich mit der von der Hotelling-Regel vorgegebenen Wachstumsrate fort. Allerdings kann der Ressourcenbestand zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs durch die zweite Exploration vergrößert werden. Aber auch eine Verringerung der ersten Exploration und des Restbestandes ist denkbar. Für den Ressourcenbestand gilt Gleichung (4.1.4).
Die Optimalwertfunktion auf den Gegenwartswert abdiskontiert lautet zum Zeitpunkt T:

$$V^A(S(T), b-\Delta, I_1, I_2) = \left[\frac{(b-\Delta)^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r} \right]^{1/\varepsilon} \left(\Theta(I_1) - \int_0^T O(t)dt \right)^{1-1/\varepsilon} \phi(I_1, I_2)^{1-1/\varepsilon} \tag{4.2.2}$$

Der Gegenwartswert für den Ressourcenbesitzer ist also umso höher, je höher sein Bestand zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs ist. Eine zweite Exploration vergrößert diesen Wert. Die Wertfunktion hängt daher zusätzlich von den beiden Explorationsinvestitionen ab, da diese die zweite Exploration beeinflussen.

Um Aussagen über die Entwicklung der Restbestände aus der ersten Exploration machen zu können, lösen wir das Modell vor dem Technologiedurchbruch.

4.2.2. Vor dem Technologiedurchbruch

Die Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung lässt sich analog zum Basismodell herleiten. Aus Übersichtsgründen entfernen wir den Zeitindex, sodass sie lautet:

$$\max_{O^B} \left[p(O^B,b)O^B - V_S^B(S,b,\Delta,h,I_1,I_2)O^B\right] - h\Big[V^B(S,b,\Delta,h,I_1,I_2) - \\ -V^A(S,b-\Delta,I_1,I_2)\Big] = rV^B(S,b,\Delta,h,I_1,I_2) \tag{4.2.3}$$

Wir haben dabei $V_S^B = \frac{\dot{V}^B}{\dot{S}}$ substituiert. Wir maximieren bezüglich der Extraktionsmenge $O^B(t)$ und setzen die Nachfragegleichung (4.1.4) ein, sodass gelten muss:

$$\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right) p^B(t) = V_S^B(S(t),b,\Delta,h,I_1,I_2) \tag{4.2.4}$$

Zusammen mit der Nachfragegleichung können wir dies in die Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung einsetzen und erhalten:

$$\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{V_S^B(S,b,\Delta,h,I_1,I_2)}{1-1/\varepsilon}\right)^{1-\varepsilon} \Upsilon b^\sigma - h\left[V^B(S,b,\Delta,h,I_1,I_2) - V^A(S,b-\Delta,I_1,I_2)\right] = \\ = rV^B(S,b,\Delta,h,I_1,I_2) \tag{4.2.5}$$

Hierbei handelt es sich um eine nichtlineare Differentialgleichung 1. Ordnung mit der Inhomogenität $V^A(S,b-\Delta,I_1,I_2)$. Wir setzen dafür Gleichung (4.2.2) ein und lösen sie mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten. Als Ansatz für die Optimalwertfunktion vor dem Technologiedurchbruch wählen wir die Form $V^B = KS^{1-1/\varepsilon}$. Der Koeffizientenvergleich ermittelt folgende nichtlineare Gleichung, welche K erfüllen muss:

$$\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon} K^{1-\varepsilon} + h\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon} \phi(I_1,I_2)^{1-1/\varepsilon} = (r+h)K \tag{4.2.6}$$

Wir gehen davon aus, dass ein Profitfaktor $K = K(b-\Delta,h,I_1,I_2)$ diese Gleichung erfüllt. Für die marginale Veränderung der Optimalwertfunktion gilt dann mit diesem K, $V_S^B(S(t),b,\Delta,h,$ $I_1,I_2) = (1-1/\varepsilon)K(b-\Delta,h,I_1,I_2)S(t)^{-1/\varepsilon}$. Setzen wir dies in Gleichung (4.2.4) ein, können wir die optimalen Pfade vor dem Technologiedurchbruch ableiten. Wir definieren dazu noch die Abbaugeschwindigkeit $L(b,\Delta,h,I_1,I_2) = \Upsilon b^\sigma K(b-\Delta,h,I_1,I_2)^{-\varepsilon}$. Damit ergibt sich mit analoger Vorgangsweise für die optimalen Pfade von Extraktionsmenge, Ressourcenbestand

und Erdölpreis:

$$\begin{aligned} O^B(t) &= Le^{-Lt}S_0 \\ S^B(t) &= e^{-Lt}S_0 \\ p^B(t) &= Ke^{Lt/\varepsilon}S_0^{-1/\varepsilon}, \quad 0 \leq t < T \end{aligned} \tag{4.2.7}$$

Dabei entsprechen L und K den oben beschriebenen exakten und optimalen Werten der Abbaugeschwindigkeit und des Profitfaktors. Abbaugeschwindigkeit und Profitfaktor besitzen einen inversen Zusammenhang. Die Extraktionsmenge ist umso höher, je höher der Anfangsbestand von Erdöl ist. Dessen Preis ist umgekehrt umso niedriger, je höher der Erdölbestand zu Beginn ist. Wie steil die Lösungspfade verlaufen, hängt von der Abbaugeschwindigkeit ab. Wie diese sich verhält, wollen wir genauer analysieren.

4.3. Analyse der Lösung

Wir werden zunächst wieder verschiedene Spezialfälle betrachten.

Ohne zweite Investition:
Wird $I_2 = 0$ gewählt, so gilt $\phi(I_1, 0) = 1$. Für den Ressourcenbestand zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs gilt daher $S(T) = \left(\Theta(I_1) - \int_0^T O(t)dt\right)$. Er besteht also nur aus den Restbeständen der ersten Exploration, die optimalen Pfade nach dem Technologiedurchbruch entsprechen daher den Pfaden aus dem ursprünglichen Modell. Mit Gleichung (4.2.6) gilt für den Profitfaktor dann $K(b-\Delta, h, I_1, 0) = K(b-\Delta, h)$ und daher für die Abbaugeschwindigkeit $L(b, \Delta, h, I_1, 0) = L(b, \Delta, h)$. Die Lösungen stimmen also mit den Werten des Basismodells aus Kapitel 3 überein.

Kein Technologiedurchbruch:
Geht der Ressourcenbesitzer davon aus, dass der Technologiedurchbruch entweder erst in unendlicher Zeit oder von Beginn an eintritt, gilt für die Ausfallrate $h = 0$. In Gleichung (4.2.6) eingesetzt ergibt sich für den Profitfaktor $K(b-\Delta, 0, I_1, I_2) = \left[\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}$. Der zugehörige Wert für die Abbaugeschwindigkeit beträgt $L(b, \Delta, 0, I_1, I_2) = \varepsilon r$. Für die optimale Extraktionsmenge gilt dann $O^A(t) = O^B(t) = \varepsilon r S(t), \forall t \geq 0$. Ist der Technologiedurchbruch von Beginn an eingetreten, kommt die zweite Exploration zur Ersten hinzu und es gilt für den anfänglichen Ressourcenbestand $S_0 = \Theta(I_1 + I_2)$. Der optimale Preispfad hängt nun vom reduzierten Angebotspreis der erneuerbaren Energien $b - \Delta$ ab. Tritt der Technologiedurchbruch umgekehrt erst in unendlicher Zeit ein, hängt der optimale Preispfad von b ab und der Ressourcenbestand zu Beginn beträgt $S_0 = \Theta(I_1)$.

Unmittelbar bevorstehender Technologiedurchbruch:
Im nächsten Fall wird erwartet, dass ein Technologiedurchbruch unmittelbar bevorsteht und die Ausfallrate daher $h \to \infty$ beträgt. Aus Gleichung (4.2.6) erhalten wir so $K \to \left[\frac{\Upsilon(b-\Delta)^\sigma}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon} \phi(I_1,I_2)^{1-1/\varepsilon}$. Für die Abbaugeschwindigkeit gilt $L \to \varepsilon r \left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma \phi(I_1,I_2)^{1-\varepsilon}$. Die Abbaugeschwindigkeit L ist somit genau dann größer als εr, wenn $\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma > \phi(I_1,I_2)^{\varepsilon-1}$ gilt. Ist die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie groß genug, um einem Verhältnis der beiden Explorationen zu übertreffen, wählt der Ressourcenbesitzer eine größere Extraktionsgeschwindigkeit, wenn der Technologiedurchbruch unmittelbar bevorsteht, als wenn der erst in der Unendlichkeit erwartet wird.

Vollkommen elastisches Angebot der Backstopenergie:
Wenn der Technologiedurchbruch zu einem vollkommen elastischem Angebot der erneuerbaren Energien führt, gilt $b = \Delta$. Für den Profitfaktor gilt in diesem Fall $K(0,h,I_1,I_2) = \left[\frac{\Upsilon b^\sigma}{\varepsilon(r+h)}\right]^{1/\varepsilon} < K(b-\Delta,0,I_1,I_2), \forall h > 0$. In diesem Fall wird Erdöl nach dem Technologiedurchbruch obsolet. Der Ressourcenbesitzer wird daher $I_2 = 0$ wählen. Dies senkt den erwarteten Profit. Die Abbaugeschwindigkeit $L(b,b,h,I_1,0) = \varepsilon(r+h) > \varepsilon r$ ist daher höher als im Fall ohne Technologiedurchbruch.

Totales Differential und höhere Ableitungen:
Für das totale Differential des Profitfaktors gilt:

$$\begin{aligned} dK = & \frac{-\frac{K}{\varepsilon h}(L-\varepsilon r)dh + \frac{h\sigma}{\varepsilon(b-\Delta)}\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma\Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}\phi(I_1,I_2)^{1-1/\varepsilon}d(b-\Delta)}{r+h+(1-1/\varepsilon)\Upsilon b^\sigma K^{-\varepsilon}} \\ & + \frac{h\left[\frac{(b-\Delta)^\sigma\Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}(1-1/\varepsilon)\phi(I_1,I_2)^{-1/\varepsilon}\left[\phi_{I_1}dI_1+\phi_{I_2}dI_2\right]}{r+h+(1-1/\varepsilon)\Upsilon b^\sigma K^{-\varepsilon}} \end{aligned} \tag{4.3.1}$$

Wie im Appendix A.2 gezeigt, gelten für die partiellen Ableitungen des Profitfaktors und der Abbaugeschwindigkeit folgende Bedingungen. $K_h(b-\Delta,h,I_1,I_2) < 0$ und $L_h(b,\Delta,h,I_1,I_2) > 0, \forall h > 0$, wenn $\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma > \phi(I_1,I_2)^\varepsilon$. Eine erhöhte Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs führt zu einer erhöhten Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch und einer Reduzierung des erwarteten Profits. Dies ist allerdings nur der Fall, wenn die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie groß genug, beziehungsweise der relative Anteil der zweiten Exploration klein genug ist. Umgekehrt bedeutet das, dass der Effekt aus dem Basismodell umgekehrt werden kann, und eine höhere Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs zu einem größeren Profitfaktor und einer geringeren Abbaugeschwindigkeit führen kann. Weiter gilt $K_{b-\Delta}(b-\Delta,h,I_1,I_2) > 0, L_{b-\Delta}(b,\Delta,h,I_1,I_2) < 0, \forall \Delta \in (0,b)$. Ist die Kostenersparnis der erneuerbaren Energien durch die Backstoptechnologie höher, sinkt der Profitfaktor und die Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch steigt. Weiters gilt $K_{I_1}(b-\Delta,h,I_1,I_2) < 0$ und $K_{I_2}(b-\Delta,h,I_1,I_2) > 0$ sowie $L_{I_1}(b,\Delta,h,I_1,I_2) > 0$ und $L_{I_2}(b,\Delta,h,I_1,I_2) < 0$. Je höher die erste Investition daher ist, umso geringer ist zwar der Profit-

faktor K, wegen Gleichung (4.1.2) erhöht sich mit der Investition aber der Ressourcenbestand. Die Abbaugeschwindigkeit steigt durch eine höhere erste Investition. Umgekehrte Auswirkungen hat eine Erhöhung der zweiten Investition. Sie erhöht den Profitfaktor und verlangsamt die Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch.

Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs:
Betrachten wir, was in dem Moment passiert, in dem der Technologiedurchbruch eintritt. Zum einen werden dann erneuerbare Energien zum Preis $b-\Delta$ angeboten, zum anderen vergrößert sich der Ressourcenbestand um $\Phi(I_1,I_2,\int_0^T O(t)dt)$. Wir bezeichnen mit T^- den Zeitpunkt unmittelbar bevor dem Technologiedurchbruch. Dann lauten die optimalen Pfade bei T^-:

$$\begin{aligned} O^B(T^-) &= Le^{-LT}S_0, \quad S^B(T^-) = e^{-LT}S_0 \\ p^B(T^-) &= e^{LT/\varepsilon}KS_0^{-1/\varepsilon} = e^{LT/\varepsilon}\left(\frac{b^\sigma\Upsilon}{LS_0}\right)^{1/\varepsilon} \end{aligned} \tag{4.3.2}$$

Wird eine zweite Investition getätigt, erhöht sich bei T der Ressourcenbestand um die zweite Exploration. Mit $S(T)=S(T^-)\phi(I_1,I_2)$ ergibt sich für die Extraktion und den Erdölpreis zum Zeitpunkt T darüber hinaus:

$$\begin{aligned} S^A(T) &= e^{-LT}S_0\phi(I_1,I_2) > e^{-LT}S_0, \quad \text{falls } I_2>0 \\ O^A(T) &= \varepsilon r e^{-LT}S_0\phi(I_1,I_2) < Le^{-LT}S_0, \quad \text{falls } L>\varepsilon r\phi(I_1,I_2) \\ p^A(T) &= \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma\Upsilon}{\varepsilon rS(T^-)\phi(I_1,I_2)}\right]^{1/\varepsilon} < e^{LT/\varepsilon}\left(\frac{b^\sigma\Upsilon}{LS_0}\right)^{1/\varepsilon}, \text{ falls } \left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma > \frac{L}{\varepsilon r\phi(I_1,I_2)} \end{aligned} \tag{4.3.3}$$

Damit können wir unsere Ergebnisse in einer Proposition zusammenfassen:

Proposition 4 *Die Extraktionsmenge und der Ressourcenbestand sinken nach dem Technologiedurchbruch mit einer von der Hotelling-Regel vorgegebenen Rate von εr, der Erdölpreis steigt mit dem Marktzins. Die Wachstumsraten stimmen mit dem Basismodell überein. Die Pfade starten dabei aber bei einem um die zweite Exploration erhöhten Ressourcenbestand* (4.2.1). *Der Bestand und die Extraktion sinken vor dem Technologiedurchbruch mit $L(b,\Delta,h,I_1,I_2)=K(b-\Delta,h,I_1,I_2)^{-\varepsilon}\Upsilon b^\sigma$. Die Abbaugeschwindigkeit kann vor dem Technologiedurchbruch langsamer als danach sein, sofern das Verhältnis aus zweiter und erster Exploration $\phi(I_1,I_2)$ groß genug ist. Es gilt zudem $L_{I_1}>0, L_{I_2}<0$. Der Erdölpreis steigt mit L/ε. Die optimalen Pfade sind in Gleichung* (4.2.7) *gegeben, der Profitfaktor muss Gleichung* (4.2.6) *erfüllen und es gilt $K_{b-\Delta}>0, K_h<0, K_{I_1}<0, K_{I_2}>0$. Zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs steigt der Ressourcenbestand sprunghaft an, falls $I_2>0$. Die Extraktionsmenge sinkt um einen diskreten Wert, wenn $L>\phi(I_1,I_2)$ und der Erdölpreis sinkt ebenfalls um einen diskreten Wert, wenn die Kostenreduktion und der Subsitutionsgrad der erneuerbaren Energien hoch genug sind*(4.3.3).

Im Basismodell hat der Ressourcenbesitzer vor dem Technologiedurchbruch eine Abbaugeschwindigkeit gewählt, die höher als nach dem Technologiedurchbruch war. Da diese durch

die Hotelling-Regel vorgegeben wurde und effizient war, extrahierte er die Ressource vor dem Technologiedurchbruch ineffizient schnell. In dieser Erweiterung muss dies nun nicht der Fall sein. Ist $\phi(I_1, I_2) = \frac{\Theta(I_1+I_2)}{\Theta(I_1)}$ groß genug -tätigt er also eine zweite Investition, die hoch genug ist - so kann die Abbaugeschwindigkeit L unterhalb der Abbaugeschwindigkeit nach dem Technologiedurchbruch liegen. Wie ein effizienter Pfad in diesem Fall aussieht, wollen wir nun ermitteln.

4.3.1. Referenzfälle

Für einen besseren Vergleich der Pfade betrachten wir wieder Referenzfälle.

Effizienter Pfad:

Der gesellschaftlich effiziente Fall muss laut Stiglitz [20] dadurch gekennzeichnet sein, dass die Wachstumsrate des Preises dem Marktzins gleicht. Mit der Nachfragegleichung (4.1.5) bedeutet dies für die Wachstumsrate der Extraktion $\frac{\dot{O}^*}{O^*} = -\varepsilon r$. Dies ist erfüllt für $L = L(b, \Delta, 0, I_1, I_2) = \varepsilon r$. Im effizienten Fall gilt für die Ausfallrate $h = 0$. Für die effizienten Pfade gilt dann:

$$\begin{aligned} O^*(t) &= \varepsilon r S(t) = \varepsilon r e^{-\varepsilon r t} S_0 \\ S^*(t) &= e^{-\varepsilon r t} S_0 \\ p^*(t) &= e^{rt} \left[\frac{\tilde{b}^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r S_0} \right]^{1/\varepsilon}, \forall t > 0 \end{aligned} \tag{4.3.4}$$

Wegen $h = 0$ ist der Technologiedurchbruch in einer ersten Möglichkeit von vornherein eingetreten. Dann werden die beiden Explorationen zusammen durchgeführt und es gilt $S_0 = \Theta(I_1 + I_2)$. Erneuerbare Energien werden zudem zu einem Preis von $b - \Delta$ angeboten. In der anderen Möglichkeit wird der Technologiedurchbruch erst in der Unendlichkeit erwartet und erneuerbare Energien werden zum Preis b angeboten. Für den Ressourcenbestand zu Beginn gilt dann $S_0 = \Theta(I_1)$.

Bestimmter Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs:

Als zweiten Referenzfall nehmen wir an, dass der Technologiedurchbruch mit Sicherheit zum Zeitpunkt $T = 1/h$ eintritt. Die optimalen Pfade nach dem Technologiedurchbruch (4.2.1) behalten ihre Gültigkeit. Sie beziehen sich dann auf den Ressourcenbestand $S(1/h)$, der sich zusammensetzt aus den Restbeständen der ersten und der zweiten Exploration. Wir bezeichnen die Restbestände im Folgenden kurz mit $S(1/h)^-$. Der Preispfad lässt sich vor dem Technologiedurchbruch fortsetzen, allerdings bezieht er sich dann lediglich auf $S(1/h)^-$. Zum Zeitpunkt T springt dieser daher wegen der zweiten Exploration um einen diskreten Wert aufgrund der Ausweitung der Lagerbestände. Für den Erdölpreis und die Erdölmenge zum Zeitpunkt 0 gilt dann $p(0) = e^{-r/h} \left[\frac{(b-\Delta)^\sigma \Upsilon}{\varepsilon r S(1/h)^-} \right]^{1/\varepsilon}$. Für die Extraktionsmenge gilt dann vor dem Technologiedurchbruch $O(t) = \varepsilon r e^{-\varepsilon r(t-1/h)} \left(\frac{b}{b-\Delta} \right)^\sigma S(1/h)^-, \forall t < T$. Setzt man dies in die

Zustandsgleichung ein, kann man den Restbestand aus der ersten Exploration zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs errechnen:

$$S(1/h)^- = \frac{S_0}{1+(e^{\varepsilon r/h}-1)\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma} \leq e^{-\varepsilon r/h} S_0 \leq S_0 \tag{4.3.5}$$

Daraus lassen sich die Ressourcenbestände für ein beliebiges t vor und nach dem Technologiedurchbruch lösen:

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{1+\left[e^{\varepsilon r(1/h-t)}-1\right]\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma}{1+\left(e^{\varepsilon r/h}-1\right)\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma} S_0\ , \quad t \in [0,1/h] \\ S(t) &= \frac{e^{\varepsilon r(1/h-t)} S_0 \phi(I_1,I_2)}{1+\left(e^{\varepsilon r/h}-1\right)\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma}\ , \quad \forall t \geq 1/h \end{aligned} \tag{4.3.6}$$

Gibt es keine Kostenreduktion durch den Technologiedurchbruch, werden die Pfade der Extraktionsmenge und des Ressourcenbestands nicht vom Preis von erneuerbaren Energien beeinflusst.
Der optimale Pfad des Erdölpreises folgt der Hotelling-Regel und ist daher effizient, falls der Zeitpunkt des Technologiedruchbruchs bekannt ist. Wenn $\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^\sigma > \phi(I_1,I_2)$, so ist die Extraktionsmenge vor dem Technologiedurchbruch größer als danach.

4.3.2. Simulationen

Wir wollen die Ergebnisse wieder graphisch darstellen. Dazu verwenden wir für die Parameter die Werte aus Abschnitt 3.3.2 und betrachten Abbildung 4.1.
Die rote durchgehende Linie zeigt den Fall von zwei Explorationsinvestitionen mit $\phi(I_2,I_2) = 1,2$. Die gestrichelte rote Linie zeigt den Fall für $\phi(I_1,I_2) = 2,5$ und $\Theta(I_1) = 600$. Als Referenzfälle sind in blau der Basisfall mit $T = 15$, in schwarz die beiden effizienten Fälle von $h = 0$ und in orange der Fall eines bestimmten Technologiedurchbruchs bei $T = 10$ angezeichnet. Für den Profitfaktor ergibt sich für die roten Fälle dann $K = 26,07$ und $K = 29,83$, für die Abbaugeschwindigkeit $L = 0,147$ und $L = 0,112$. Die im Verhältnis zu I_1 hohe Investition I_2 führt zu dieser niedrigen Abbaugeschwindigkeit.
Für ein niedriges $\phi(\cdot)$ verläuft die Extraktionsmenge ähnlich dem Basisfall. Startend bei 147 sinkt sie jedoch vor dem Technologiedurchbruch etwas langsamer mit $0,147$ statt $0,155$. Bei hohem $\phi(\cdot)$ beginnt die Extraktionsmenge aufgrund des niedrigeren Startbestands relativ niedrig bei 67, sinkt aber auch langsamer als im Basisfall und erfährt zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs sogar einen diskreten Sprung nach oben. Daraufhin sinkt sie mit einer von der Hotelling-Regel vorgegeben Rate. Der Erdölpreis startet in diesem Fall aufgrund der geringen Lagerbestände sehr hoch bei $1,218$, wächst dann langsamer als im Basisfall und sinkt zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs. Danach steigt er mit dem Marktzins. Für ein niedriges $\phi(\cdot)$ startet der Erdölpreis ähnlich dem Basisfall bei $0,824$ im Verglich zu $0,802$, steigt jedoch etwas langsamer an, bevor er nach dem Technologiedurchbruch mit dem Marktzins an-

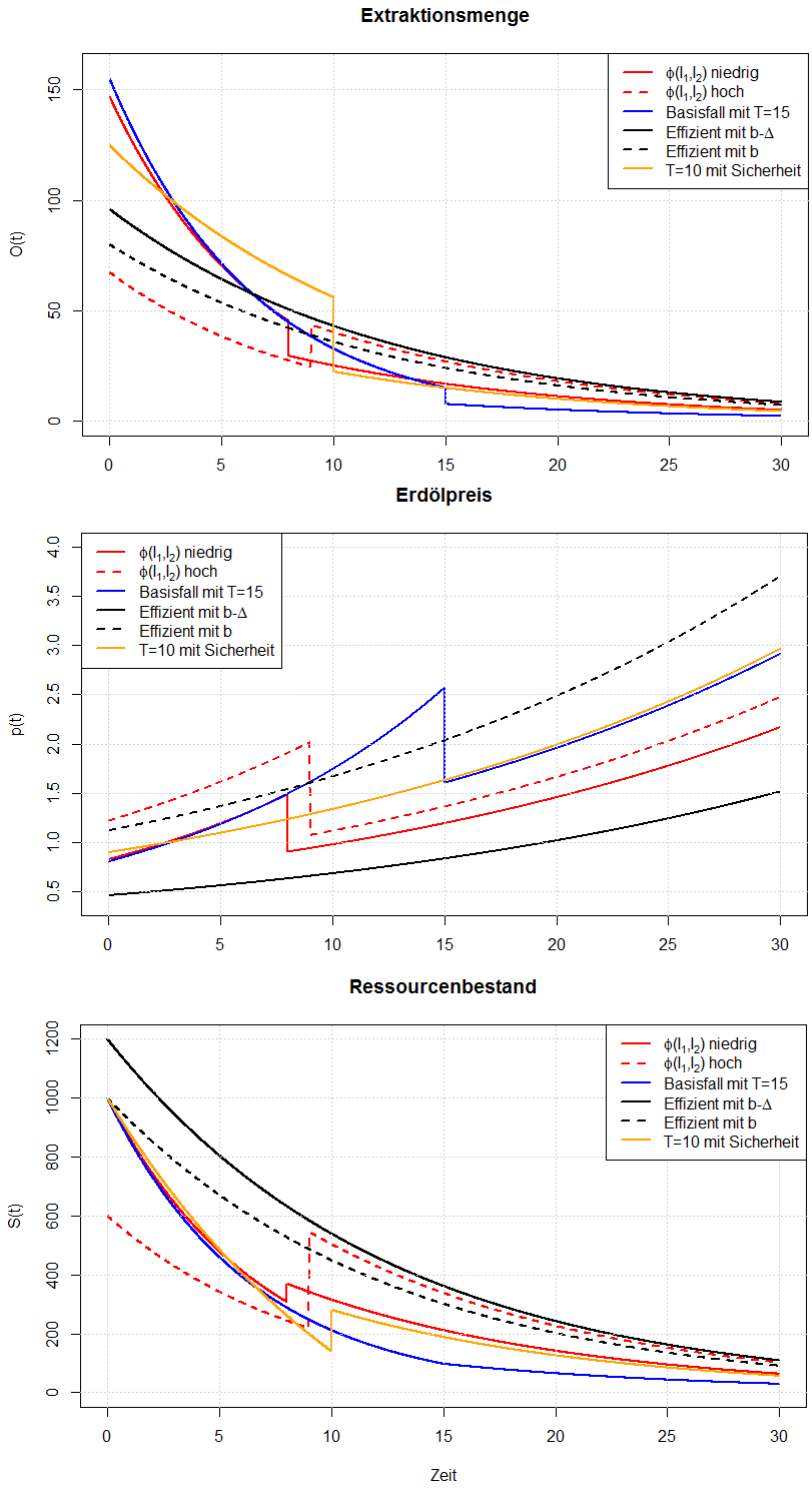

Abbildung 4.1.: Einfluss einer Backstoptechnologie bei erneuerbaren Energien auf die unterschiedlichen Lösungspfade bei zwei Explorationen.

steigt. Die Kostenersparnis Δ und der Substitutionsgrad σ wurden groß genug gewählt, damit der Erdölpreis bei T sinkt.
Im Vergleich weisen die effizienten Pfade durchgehende Kurven auf. In durchgehender Linie tritt der Technologiedurchbruch bereits vor Beginn ein, weshalb erneuerbare Energien zu einem Preis von 20 angeboten werden und die beiden Explorationen zusammen durchgeführt werden, wodurch zu Beginn 1200 Einheiten Erdöl zur Verfügung stehen. Die gestrichelt schwarze Linie zeigt den Fall, dass der Technologiedurchbruch erst in der Unendlichkeit erwartet wird. Der Extraktionspfad des ersten Falls liegt daher über dem zweiten Fall. Sie verlaufen beide flacher als in den anderen Fällen und starten bei Werten von 96 und 80. Mit zunehmender Zeit liegt die Extraktionsmenge der effizienten Pfade oberhalb der anderen Pfade, wobei bei hohem $\phi(\cdot)$ durch die große zweite Exploration der Pfad höher verläuft, als im Fall des in der Unendlichkeit erwarteten Technologiedurchbruchs. Der Erdölpreis des effizienten Falls mit $b-\Delta$ liegt unterhalb der anderen Pfade. Derjenige mit b kann vor dem Technologiedurchbruch durch andere Fälle überboten werden, im zeitlichen Verlauf ist er allerdings am höchsten. Die Preispfade starten bei $0,456$ beziehungsweise $1,118$. Der Ressourcenbestand wird durch die zweite Exploration wieder vergrößert. Wenn diese groß ist, kann der Pfad nach dem Technologiedurchbruch über dem effizienten Fall liegen.
Im Referenzfall des bestimmten Technologiedurchbruchs startet die Extraktionsmenge bei 124, also niedriger als im ersten Fall. Sie fällt dann allerdings mit einer niedrigen Rate, wodurch die Extraktionsmenge kurz vor dem Technologiedurchbruch sehr hoch ist. Der Erdölpreis steigt mit dem Marktzins und startet bei einem Wert von $0,895$. Der Ressourcenbestand sinkt sehr schnell und ist zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs am geringsten. Es wurde $\phi(I_1,I_2)=2$ gewählt, wodurch der Ressourcenbestand wieder über den Basisfall ansteigt und sich dann mit einer von der Hotelling-Regel vorgegeben Rate verkleinert.

4.3.3. Sensitivitätsanalyse

Für $h=0$ ist die Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch effizient und es gilt $L=\varepsilon r$. Mit steigendem h steigt die Abbaugeschwindigkeit nur, wenn das Verhältnis der Investitionen klein genug ist, also wenn die erste Investition im Vergleich zur zweiten Investition groß genug ist. Umgekehrt heißt das, dass für beliebige $h>0$ und $\Delta\in(0,b)$ das Verhältnis der Investitionen $\phi(I_1,I_2)$ so gewählt werden kann, dass für die Abbaugeschwindigkeit $L=\varepsilon r$ gilt und diese damit auch vor dem Technologiedurchbruch effizient ist.
In Abbildung 4.2 haben wir für verschiedene Substitutionsgrade σ und Ausfallraten h die Entwicklung von $\phi(I_1,I_2)$ gegen die Kostenersparnis angezeichnet, sodass für die Abbaugeschwindigkeit $L=\varepsilon r$ gilt. Für die restlichen Parameter haben wir $r=0.04$, $b=100$, $\Upsilon=1$ und $\varepsilon=2$ angenommen. Die blauen Kurven beschreiben die Fälle bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $h=0,1$ und Substitutionsgrade von $\sigma=0,5$, $\sigma=0,8$ und $\sigma=1$. In rot und orange sind zwei Fälle für $h=0.2$ und $h=1$ bei $\sigma=1$ angezeichnet. Damit die Abbaugeschwindigkeit effizient ist, steigt $\phi(I_1,I_2)$ also mit zunehmender Kostenersparnis. Je höher der Substitutionsgrad ist, umso höher muss auch $\phi(I_1,I_2)$ sein. Unterschiedliche Ausfallraten haben im Vergleich dazu kaum einen Einfluss auf das optimale Verhältnis der Investitionen. Für eine hohe Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie - vor allem bei hohem Substitu-

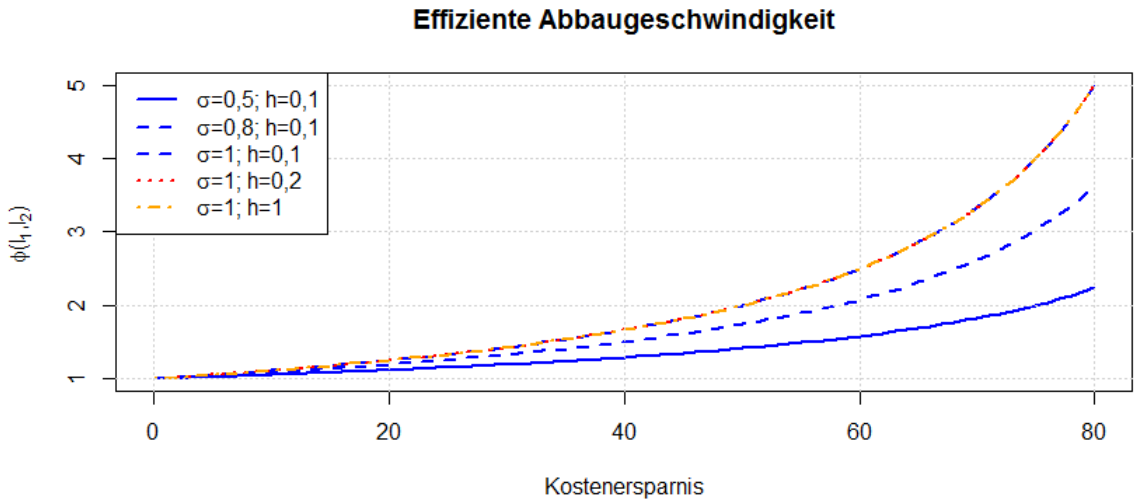

Abbildung 4.2.: Effiziente Abbaugeschwindigkeit $L = \varepsilon r$ für $\phi(I_1, I_2)$ gegen die Kostenersparnis Δ für verschiedene Szenarien

tionsgrad - bedeutet das, dass das Verhältnis der beiden Explorationen $\phi(I_1, I_2) = \frac{\Theta(I_1+I_2)}{\Theta(I_1)}$ sehr hohe Werte annehmen muss. Da Θ eine absteigende Funktion ist - mit zunehmender Investition wird also weniger exploriert - muss die erste Investition relativ niedrig sein. Zu bedenken ist weiters, dass für die zweite Exploration neben dem Faktor $\phi(I_1, I_2)$ noch die „learning-by-doing"-Variable für die tatsächliche Vergrößerung der Lagerbestände verantwortlich ist. Wenn $\phi(I_1, I_2) = 5$ gilt, bedeutet das also nicht, dass die Ressourcenbestände zum Zeitpunkt T um das fünffache erhöht werden. Die tatsächliche Erweiterung wird vom gesammelten „Know-How"aus der ersten Exploration ermittelt.

Dennoch ist es unter diesen Umständen möglich, dass der Ressourcenbesitzer bei geeigneter Wahl der Investitionen I_1 und I_2 einen Extraktionspfad wählt, der vor und nach dem Technologiedurchbruch eine effiziente Steigung aufweist. Wie seine Explorationsentscheidungen tatsächlich aussehen, wollen wir im Folgenden besprechen.

4.4. Optimale Explorationsinvestitionen

Im letzten Schritt der Modelllösung wollen wir die optimalen Investitionsausgaben für die erste und zweite Exploration I_1 und I_2 ermitteln. Wir betrachten die Optimalwertfunktion zum Zeitpunkt $t = 0$. Sie lautet $V^B(S_0) = K(b - \Delta, h, I_1, I_2) S_0^{1-1/\varepsilon}$. Der Anfangsbestand von Erdöl ermittelt sich mit der ersten Explorationsfunktion $\Theta(I_1)$. Im Optimum soll sowohl der Grenzertrag einer zusätzliche erste Investitionseinheit, als auch der Grenzertrag einer zusätzlichen zweiten Investitionseinheit gleich deren Grenzkosten sein. Im Optimum müssen also folgende

Gleichungen erfüllt sein:

$$(1-1/\varepsilon)K(b-\Delta,h,I_1,I_2)\Theta(I_1)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I_1)+K_{I_1}(b-\Delta,h,I_1,I_2)\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon}=q_1$$
$$K_{I_2}(b-\Delta,h,I_1,I_2)\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon}=q_2 \tag{4.4.1}$$

Wir nehmen an, dass sie von einem $I_1=I(b-\Delta,h,q,I_2)$ und einem $I_2=\tilde{I}(b-\Delta,h,q,I_1)$ erfüllt werden. Die totalen Differentiale geben Aufschluss, wie die optimalen Werte auf Veränderungen der übrigen Variablen reagieren.
Für die erste Gleichung lautet das totale Differential:[2]

$$\left[k_1\left(\frac{K_h}{K}-\frac{\Theta'(I_1)}{\varepsilon\Theta(I_1)}+\frac{\Theta''(I_1)}{\Theta'(I_1)}\right)+k_2\left(\frac{K_{I_1I_1}}{K_{I_1}}+\frac{(1-1/\varepsilon)\Theta'(I_1)}{\Theta(I_1)}\right)\right]dI_1=\left[k_1\frac{K_h}{K}+k_2\frac{K_{hI_1}}{K_{I_1}}\right]dh$$
$$+\left[k1\frac{K_{b-\Delta}}{K}+k_2\frac{K_{(b-\Delta)I_1}}{K_{I_1}}\right]d(b-\Delta)+\left[k_1\frac{K_{I_2}}{K}+k_2\frac{K_{I_2I_1}}{K_{I_1}}\right]dI_2-dq_1 \tag{4.4.2}$$

Das totale Differential der zweiten Gleichung lautet:

$$\left[K_{I_2I_2}\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon}\right]dI_2=\left[K_{hI_2}\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon}\right]dh+\left[K_{(b-\Delta)I_2}\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon}\right]d(b-\Delta)+$$
$$+\left[K_{I_1I_2}\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon}+K_{I_2}(1-1/\varepsilon)\Theta(I_1)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I_1)\right]dI_1-dq_2 \tag{4.4.3}$$

Für weitere Überlegungen betrachten wir noch einmal den Profitfaktor $K(b-\Delta,h,I_1,I_2)$.

Analyse der zweiten Ableitungen des Profitfaktors:
Für die totale Differentiale werden einige partiellen Ableitungen der 2. Ordnung des Profitfaktors benötigt. Diese sind in Appendix A.2.2 berechnet worden. Demnach gilt $K_{I_2I_2}<0$, $K_{(b-\Delta)I_1}<0$, $K_{(b-\Delta)I_2}>0$, $K_{hI_1}<0$ und $K_{hI_2}>0$. Für $K_{I_1I_2}=K_{I_2I_1}$ und $K_{I_1I_1}$ gibt es ohne weitere Forderungen an die Explorationsfunktion $\Theta(\cdot)$ und deren Ableitungen keine analytisch eindeutigen Lösungen. In Abbildung 4.3 zeichnen wir sie gegen die zweiten Investitionen (für feste I_1) in verschiedenen Szenarien. Im Basisfall, welcher durch die durchgehende blaue Linie dargestellt wird, nehmen wir die Parameter aus Abschnitt 3.3.2 an.[3] Für die erste Investition gehen wir außerdem von einem Wert 100 aus, als Explorationsfunktion wird $\Theta(x)=100\sqrt{x}$ gewählt. Als Referenzfälle betrachten wir eine Kostenersparnis von lediglich $\Delta=50$, ein Substitutionsgrad von $\sigma=0,5$ und eine Ausfallrate von $h=0,15$, wobei die restlichen Parameter jeweils analog zum Basisfall gewählt werden. In orange sind zwei weitere mögliche Explorationfunktionen mit $\Theta_1(x)=100x^{1/3}$ und $\Theta_2(x)=90x^{2/3}$ angezeichnet. Es fällt auf, dass die Werte für $K_{I_1I_1}$ immer größer null und für $K_{I_2I_1}$ immer kleiner null sind. Wir werden im Folgenden daher $K_{I_1I_1}>0$ und $K_{I_2I_1}<0$ annehmen.

[2]Dabei haben wir $k_1\equiv K(1-1/\varepsilon)\Theta(I_1)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I_1)>0$ und $k_2\equiv K_{I_1}\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon}<0$ substituiert.
[3]Das heißt $\varepsilon=2$, $r=0,04$, $\sigma=1$, $\Upsilon=1$, $b=100$, $\Delta=80$, $h=0,1$.

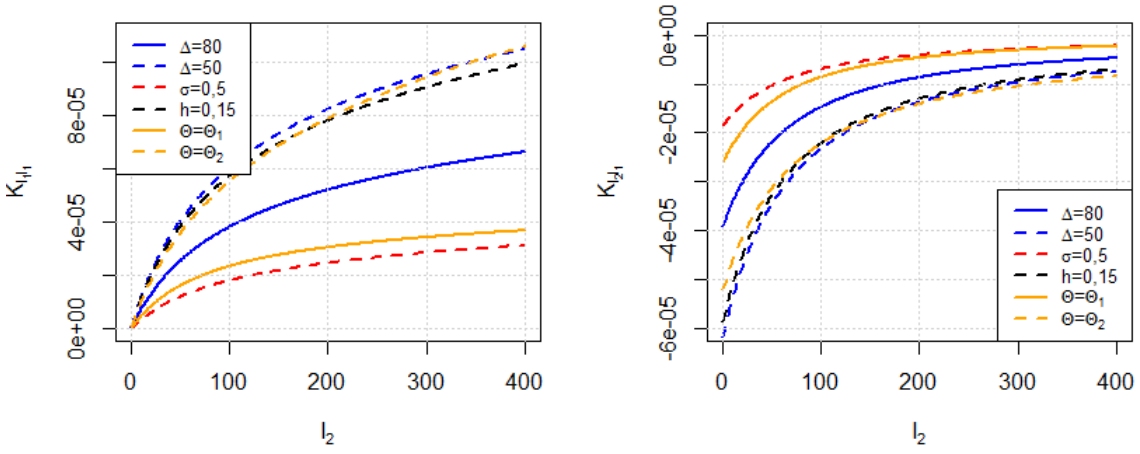

Abbildung 4.3.: Effekt einer steigenden 2. Investition auf $K_{I_1 I_1}$ und $K_{I_2 I_1}$ in verschiedenen Szenarien. Es gilt $\Theta_1(x) = 100x^{1/3}$ und $\Theta_2(x) = 90x^{2/3}$.

Analyse der Investitionsfunktionen:
Wir können die partiellen Ableitungen von K, sowie $\Theta > 0$, $\Theta' > 0$ und $\Theta'' < 0$ in die totalen Differentiale aus den Gleichungen (4.4.2) und (4.4.3) einsetzen und sie damit abschätzen. Für die optimale erste Investitionsfunktion muss daher $I_h < 0$ und $I_{q_1} < 0$ gelten. Für die zweite Exploration gilt $\tilde{I}_h > 0$, $\tilde{I}_{b-\Delta} > 0$ und $\tilde{I}_{q_2} < 0$. Auf $I_{b-\Delta}$, I_{I_2} und $\tilde{I}_{I_1}$ wirken unterschiedliche Effekte ein, sodass sich über die Vorzeichen keine eindeutige analytische Aussage treffen lassen. Wir verwenden daher wieder numerische Simulationen und betrachten dazu Abbildung 4.4.
Wir haben die Parameter und Szenarien wie in Abbildung 4.3 gewählt. Die Kurven in allen Szenarien besitzen ein eindeutiges Vorzeichen, 0 scheint eine untere beziehungsweise obere Schranke zu sein. Wie eine tatsächliche Explorationsfunktion aussieht und wie diese den Profitfaktor und die Investitionen beeinflusst, gilt es in weiteren Studien zu vertiefen. Wir nehmen im Folgendem aufgrund der Simulationen an, dass $I_{b-\Delta} > 0$, $I_{I_2} < 0$ und $\tilde{I}_{I_1} < 0$ gilt.
Damit können wir die Ergebnisse zusammenfassen. Für die beiden optimalen Investitionsfunktionen gilt:

$$\begin{aligned} I_1 &= I(b-\Delta, h, q_1, I_2), \quad I_{b-\Delta} > 0 I_h < 0, I_{q_1} < 0, I_{I_2} < 0 \\ I_2 &= \tilde{I}(b-\Delta, h, q_2, I_1), \quad \tilde{I}_{b-\Delta} > 0 \tilde{I}_h > 0, \tilde{I}_{q_2} < 0, \tilde{I}_{I_1} < 0 \end{aligned} \tag{4.4.4}$$

Je höher die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie ist, desto niedriger sind sowohl die ersten als auch die zweiten Investitionen. Eine höhere Ausfallrate führt dazu, dass der Technologiedurchbruch früher erwartet wird. Dies senkt die ersten Investitionen und erhöht die zweiten Investitionen. Je höher jeweils die Explorationskosten sind, umso niedriger sind

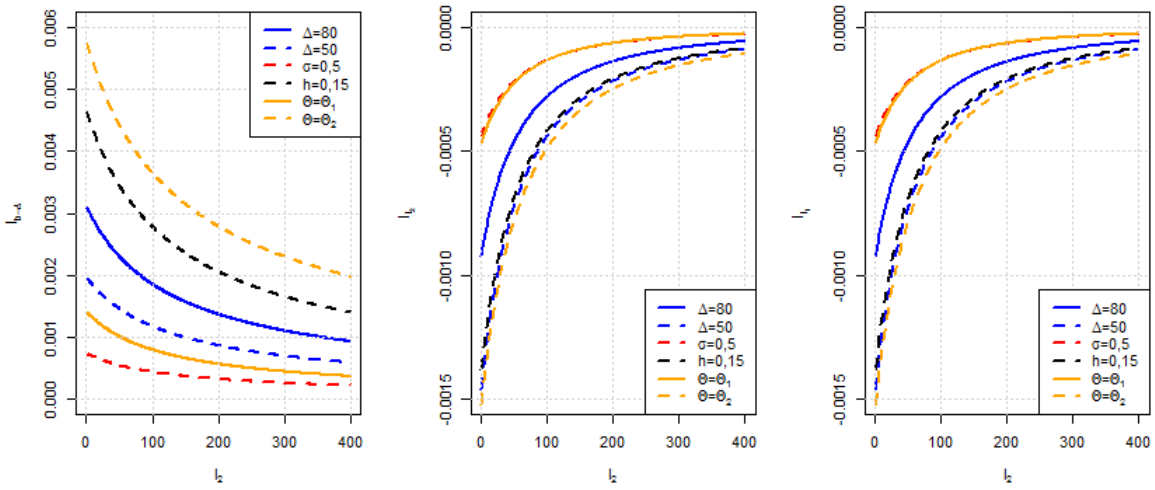

Abbildung 4.4.: Effekt einer steigenden 2. Investition auf $I_{b-\Delta}$, I_{I_2} und $\tilde{I}_{I_1}$ in verschiedenen Szenarien. Es gilt $\Theta_1(x) = 100x^{1/3}$ und $\Theta_2(x) = 90x^{2/3}$.

die Investitionen. Je höher die zweite Investition ist, umso niedriger ist die erste. Je höher hingegen die erste Investition ist, umso niedriger ist die zweite.
Wie in Abschnitt 4.3.3 besprochen, kann bei geeigneter Wahl der Investition I_1 und I_2 die vom Ressourcenbesitzer gewählte Abbaugeschwindigkeit vor und nach dem Technologiedurchbruch effizient sein. Führen die Entscheidungen aufgrund der Gleichungen (4.4.1) nicht zu den gewünschten Investitionen, kann der Staat die erste Investition zusätzlich mit einer Steuer der Höhe τ belegen und die zweite Investition mit einer Rate von η subventionieren. Dann lauten die optimalen Bedingungen:

$$\begin{aligned}(1-1/\varepsilon)K(b-\Delta,h,I_1,I_2)\Theta(I_1)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I_1)+K_{I_1}(b-\Delta,h,I_1,I_2)\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon} &= q_1+\tau\\ K_{I_2}(b-\Delta,h,I_1,I_2)\Theta(I_1)^{1-1/\varepsilon} &= q_2-\eta \end{aligned} \tag{4.4.5}$$

Aussagen über den Umfang einer solchen Steuer und Subvention benötigen mehr Wissen über die Form der Explorationsfunktion $\Theta(\cdot)$.

4.5. Grünes Paradoxon

Wir wollen auch in diesem Modell die Auswirkungen von Klimapolitik betrachten. Wir beschränken uns dabei auf den Fall von Subventionierungen.[4] Die Regierung beschließt eine Subvention in Höhe von η für die Forschung und Entwicklung grüner Technologien. Dadurch

[4]Eine konstante oder steigende Steuer wäre analog zu Kapitel 3.5.1 zu implementieren.

wird der Parameter h endogenisiert und berechnet sich durch $h = H(\eta), H' > 0, H'' < 0$. Die Subvention treibt die Forschung einer Backstoptechnologie voran, was die Wahrscheinlichkeit auf einen Technologiedurchbruch erhöht. Eine weitere Subventionseinheit erhöht die Ausfallrate, allerdings mit einer absteigenden Rate.
Dies kann den Erdölverbrauch und die Kohlenstoffdioxidemissionen in drei Bereichen beeinflussen.

Abbaugeschwindigkeit: Wegen Proposition 4 gilt $L_h > 0$ nur, wenn das Verhältnis der beiden Investitionen klein genug ist. Eine Erhöhung der Ausfallrate muss die Abbaugeschwindigkeit daher nicht erhöhen. Ist die erste Investition aber hoch, vergrößert sich die Abbaugeschwindigkeit und der Ressourcenbestand wird schneller abgebaut. Dies führt zu erhöhten Kohlenstoffdioxidemissionen und hat negative Auswirkungen auf die globale Erwärmung.

Erste Investition: Es gilt $I_h < 0$. Je höher die Ausfallrate ist, umso niedriger sind also die ersten Investitionen. Dies führt zu einer geringeren ersten Exploration und zu niedrigeren Ressourcenbeständen zu Beginn. Dadurch kann insgesamt weniger emittiert werden und die Kohlenstoffdioxidemissionen sinken.

Zweite Investition: Allerdings führt eine höhere Ausfallrate wegen $\tilde{I}_h > 0$ auch zu einer höheren zweiten Exploration. Dies erhöht die insgesamt vorhandenen Ressourcenbestände und damit auch den möglichen Gesamtausstoß von Kohlenstoffdioxid.

Eine Subvention kann also zu einem grünen Paradoxon führen. Überwiegt aber der zweite Effekt oder ist das Verhältnis der Investitionen so klein, dass eine Erhöhung der Ausfallrate die Abbaugeschwindigkeit senkt, so kann ein grünes Paradoxon auch umgekehrt werden.

4.6. Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel das Modell aus Abschnitt 3 um eine zweite Explorationsinvestition erweitert. Diese hat zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs getätigt werden können und war neben den beiden Investitionen abhängig von einer „learning-by-doing“-Variable. Durch mehr Erfahrung hat der Ressourcenbesitzer dadurch die Kosten der zweiten Exploration senken können.
Durch Antizipieren wählt der Ressourcenbesitzer nach dem Technologiedurchbruch wieder eine zu hohe Abbaugeschwindigkeit. Je höher die zweiten Investitionen und je niedriger die ersten Investitionen sind, umso niedriger ist die Abbaugeschwindigkeit. Ist das Verhältnis der beiden Investitionen groß genug und die Kostenreduktion durch die Backstoptechnologie klein, so kann die Abbaugeschwindigkeit sogar effizient sein. Zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs vergrößert die zweite Exploration die Lagerbestände. Danach folgen die optimalen Pfade der Hotelling-Rate.
Die optimalen ersten Explorationsinvestitionen sind umso niedriger, je höher die Kostenreduktion oder die Wahrscheinlichkeit des Technologiedurchbruchs ist. Die zweiten Investitionen senken die ersten Investitionen. Umgekehrt sind die ersten Investitionen höher, sinken die

zweiten Investitionen. Steigt die Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs, steigen auch die zweiten Explorationsinvestitionen. Die beiden Investitionen können durch angemessene Steuern und Subventionen beeinflusst werden, sodass die getätigten Explorationen zu effizienten Extraktionspfaden führen.
Eine Subvention der Backstoptechnologie führt zu einer niedrigeren ersten Investition und kann die Abbaugeschwindigkeit verlangsamen. Sind diese Effekte stark genug, kann ein grünes Paradoxon umgekehrt werden.

5. Variabler Angebotspreis von erneuerbaren Energien

Wir wollen das Modell aus Kapitel 3 noch in einem anderen Aspekt erweitern. Wir gehen wieder von lediglich einer Explorationsinvestition zu Beginn aus. Während im Basisfall angenommen wurde, dass erneuerbare Energien vor und nach dem Technologiedurchbruch zu einem konstanten Preis angeboten werden, soll dieser im Folgenden variabel sein.
In Anbetracht von Zukunftskonzepten wie dem Klimaschutzplan 2050 legen Regierungen einen immer größeren Fokus auf erneuerbare Energien. Es ist durchaus plausibel, dass technologische Fortschritte nicht nur zu einer Backstoptechnologie führen, die eine erhebliche Preissenkung zur Folge hat, sondern dass es fortwährend kleinere technologische Entwicklungen gibt, die den Angebotspreis von erneuerbaren Energien senken. Weiters nehmen wir an, dass die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie $\Delta > 0$ ebenfalls variabel ist und mit der Zeit sinkt. Ist das technologische Niveau auf dem Markt der erneuerbaren Energien schon sehr weit fortgeschritten, vermag die Entdeckung einer Backstoptechnologie den Angebotspreis weniger zu senken, als sie es auf einem unerforschtem Markt getan hätte. Wir fordern also für den Angebotspreis der erneuerbaren Energien:

$$\tilde{b}(t) = b(t),\ 0 < t < T, \quad \tilde{b}(t) = b(t) - \Delta(t)\ ,\forall t \geq T, \quad b'(t) < 0,\ \Delta'(t) < 0 \tag{5.0.1}$$

Damit können wir das Maximierungsproblem des Ressourcenbesitzers aufstellen.

5.1. Das Modell

Wir verwenden die Notation aus dem Basismodell 3.1. Der Ressourcenbesitzer maximiert den Gegenwartswert seines Profits abzüglich der Kosten durch die Exploration.

$$\max_{O,I} E\left[\int_0^\infty p(t)O(t)e^{-rt}dt\right] - qI \tag{5.1.1}$$

Die Zustandsgleichung und die Bedingung über den Anfangsbestand und die Exploration werden aus dem Basismodell übernommen:

$$\begin{aligned} &\dot{S}(t) = -O(t),\ \forall t \geq 0, \quad S(0) = S_0\ > 0, \quad \int_0^\infty O(t)dt\ \leq S_0 \\ &S_0 = \Theta(I), \quad \Theta' > 0,\ \Theta'' < 0 \end{aligned} \tag{5.1.2}$$

Die Nachfragegleichungen vor und nach dem Technologiedurchbruch werden vom Preis der

erneuerbaren Energien beeinflusst. Wir wollen im Folgenden zusätzlich annehmen, dass dieser Preis mit einer konstanten Rate $\beta \leq 0$ fällt. Auch die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie soll über die Zeit mit dieser konstanten Rate fallen. Für die Preisfunktionen von erneuerbaren Energien gilt dann:

$$\begin{aligned} \tilde{b}(t) &= e^{\beta t} b(0), \quad 0 < t < T, \quad b(0) = b_0, \quad \beta \leq 0 \\ \tilde{b}(t) &= e^{\beta t} \left(b_0 - \Delta(0)\right), \quad \forall t \geq T, \quad \Delta(0) = \Delta_0 \end{aligned} \tag{5.1.3}$$

Hierbei entsprechen b_0 und Δ_0 den Anfangswerten des Preises von erneuerbaren Energien sowie der Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie. Diese sind exogen gegeben und sollen positiv sein. Weiters liegt der Anfangswert der Kostenersparnis nicht über dem Anfangswert des Preises von erneuerbaren Energien $0 \leq \Delta_0 \leq b_0$. Tritt zum Zeitpunkt $t = 0$ ein Technologiedurchbruch ein, soll der Angebotspreis von erneuerbaren Energien größer oder gleich null sein. Damit ergibt sich für die Nachfragegleichungen von Erdöl vor und nach dem Technologiedurchbruch:

$$\begin{aligned} O(t) &= \Upsilon p(t)^{-\varepsilon} e^{\sigma\beta t} b_0^{\sigma}, \quad 0 \leq t < T, \\ O(t) &= \Upsilon p(t)^{-\varepsilon} e^{\sigma\beta t} (b_0 - \Delta_0)^{\sigma}, \quad \forall t \geq T \end{aligned} \tag{5.1.4}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Technologiedurchbruch vor einem Zeitpunkt t eintritt, entspricht wie im Basismodell:

$$Pr(T \leq t) = 1 - exp(-ht), \quad \forall t \geq 0, \quad h \geq 0 \tag{5.1.5}$$

5.2. Lösung

Zur Lösung des Modells betrachten wir wieder drei Teilprobleme und beginnen in umgekehrter Zeitfolge. Wir nehmen zuerst an, dass der Technologiedurchbruch bereits eingetreten ist und die Backstoptechnologie zur Verfügung steht.

5.2.1. Nach dem Technologiedurchbruch

Ab dem Zeitpunkt T werden dann die erneuerbare Energien zu einem Preis $e^{\beta t}(b_0 - \Delta_0)$ angeboten. Die unsichere Komponente des Modells fällt weg und der Markt entwickelt sich nach deterministischen Überlegungen. Da Erdöl eine erschöpfbare Ressource ist, muss die Hotelling-Regel gelten und der Erdölpreis wie im Basismodell mit dem Marktzins zunehmen. Der variable Preis von erneuerbaren Energien hat nun Einfluss auf die Nachfragegleichung nach dem Technologiedurchbruch (5.1.4). Leiten wir diese nach der Zeit ab, ergibt sich:

$$\dot{O}(t) = O(t) \left(-\frac{\dot{p}(t)}{p(t)} \varepsilon + \sigma\beta \right) \tag{5.2.1}$$

Setzen wir hier das optimale Preiswachstum ein, erhalten wir als Bedingung für das optimale Wachstum der Extraktionsmenge:

$$\frac{\dot{O}^A(t)}{O^A(t)} = -\varepsilon r + \sigma\beta < -\varepsilon r < 0 \tag{5.2.2}$$

Mit $\sigma > 0$ und $\beta < 0$ ist das Erdölwachstum kleiner als im Basisfall. Leiten wir daraus die verschiedenen Lösungspfade ab:

$$\begin{aligned} O^A(t) &= (\varepsilon r - \sigma\beta)S(t) = (\varepsilon r - \sigma\beta)e^{-(\varepsilon r - \sigma\beta)(t-T)}S(T) \\ S^A(t) &= e^{-(\varepsilon r - \sigma\beta)(t-T)}S(T) \leq S(T) \\ p^A(t) &= e^{r(t-T)}\left[\frac{\Upsilon e^{\sigma\beta T}(b_0 - \Delta_0)^\sigma}{(\varepsilon r - \sigma\beta)S(T)}\right]^{1/\varepsilon}, \quad \forall t \geq T \end{aligned} \tag{5.2.3}$$

Die Pfade der Extraktionsmenge und des Ressourcenbestands verlaufen nach dem Technologiedurchbruch steiler als im Basisfall. Durch den zukünftig günstigeren Preis von erneuerbaren Energien senkt der Ressourcenbesitzer vermehrt zukünftige Extraktionsmengen. Dieser Effekt ist umso stärker, je besser erneuerbare Energien Erdöl substituieren können und je stärker der Preis von erneuerbaren Energien fällt. Der Erdölpreis wächst mit dem Marktzins, befindet sich aber bedingt zu einem Ressourcenbestand auf einem niedrigerem Niveau als im Basismodell.
Die Optimalwertfunktion zum Gegenwartswert lautet für den Zeitpunkt T:

$$V^A(S(T), b(T) - \Delta(T)) = \left[\frac{\Upsilon e^{\sigma\beta T}(b_0 - \Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r - \sigma\beta}\right]^{1/\varepsilon} S(T)^{1-1/\varepsilon}, \quad \forall t \geq T. \tag{5.2.4}$$

Der Gegenwartswert hängt nun neben dem Ressourcenbestand zum Zeitpunkt T auch vom Preis der erneuerbaren Energien zum Zeitpunkt T ab. Je höher der Substitutionsgrad oder je niedriger die Wachstumsrate des Preises von erneuerbaren Energien ist, umso niedriger ist die Wertfunktion.
Zur Einschätzung der Entwicklung des Ressourcenbestandes $S(T)$ lösen wir das Modell vor dem Technologiedurchbruch.

5.2.2. Vor dem Technologiedurchbruch

Die Herleitung der Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung lässt sich analog zum Basismodell durchführen und ergibt:

$$\begin{aligned} \max_{O^B} \Big[p\left(O^B(t), b(t)\right) O^B(t) - h[V^B(S(t), b(t), \Delta(t), h) - V^A(S(t), b(t) - \Delta(t))] + \\ + \dot{V}^B(S(t), b(t), \Delta(t), h)\Big] = rV^B(S(t), b(t), \Delta(t), h) \end{aligned} \tag{5.2.5}$$

Ähnlich dem Falle einer steigenden Steuer hängt die Optimalwertfunktion von mehreren Variablen ab, die sich im Zeitverlauf ändern. Eine zusätzliche Zeiteinheit beeinflusst die Optimalwertfunktion durch Veränderung des Ressourcenbestandes, sowie durch Veränderung des Angebotspreises von erneuerbaren Energien. Wir substituieren daher: $\dot{V}^B(S(t),b(t),\Delta(t),h) = \dot{S}(t)V_S^B(S(t),b(t),\Delta(t),h) + V_b^B(S(t),b(t),\Delta(t),h)$. Setzen wir dies und die Zustandsgleichung (5.1.2) in Gleichung (5.2.5) ein und verzichten aus Übersichtsgründen auf den Zeitindex, so gilt:

$$\begin{aligned}\max_{O^B}\left[p(O^B,b)O^B - V_S^B(S,b,\Delta,h)O^B\right] - h[V^B(S,b,\Delta,h) - V^A(S,b-\Delta)] + \\ + V_b^B(S,b,\Delta,h) = rV^B(S,b,\Delta,h)\end{aligned} \tag{5.2.6}$$

Der maximale Gewinn durch verkauftes Erdöl abzüglich des erwarteten Wertverlustes durch eine mögliche Backstoptechnologie sowie eines Wertverlustes durch den gefallen Preis der erneuerbaren Energien soll der Marktrendite gleichen.
Führen wir zuerst die Maximierung des vorderen Terms durch. Zusammen mit der Nachfragegleichung 5.1.4 ergibt sich für $0 \leq t < T$:

$$p^B(t) = \frac{V_S^B(S(t),b(t),\Delta(t),h)}{1-1/\varepsilon}, \quad O^B(t) = \left(\frac{V_S^B(S(t),b(t),\Delta(t),h)}{1-1/\varepsilon}\right)^{-\varepsilon} \Upsilon b_0^\sigma e^{\sigma\beta t} \tag{5.2.7}$$

In die Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung (5.2.6) eingesetzt, ergibt sich folgende nichtlineare Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{\Upsilon b_0^\sigma e^{\sigma\beta t}}{\varepsilon}\left(\frac{V_S^B(S,b,\Delta,h)}{1-1/\varepsilon}\right)^{1-\varepsilon} - h[V^B(S,b,\Delta,h) - V^A(S,b-\Delta)] + V_b^B(S,b,\Delta,h) = \\ = rV^B(S,b,\Delta,h)\end{aligned} \tag{5.2.8}$$

Die Inhomogenität ist die Funktion $V^A(S(t),b(t)-\Delta(t)) = \left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^{\sigma/\varepsilon}}{\varepsilon r-\sigma\beta}\right]^{1/\varepsilon} e^{\sigma\beta t/\varepsilon} S(t)^{1-1/\varepsilon}$. Wir verwenden daher den Ansatz $V^B = KS^{1-1/\varepsilon}e^{\sigma\beta t/\varepsilon}$. Mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten können wir die Differentialgleichung lösen. Die Ableitung der Optimalwertfunktion aus diesem Ansatz ist $\dot{V}^B = K\left((1-1/\varepsilon)S^{-1/\varepsilon}\dot{S}e^{\sigma\beta t/\varepsilon} + \frac{\sigma\beta}{\varepsilon}e^{\sigma\beta t/\varepsilon}S^{1-1/\varepsilon}\right)$. Der Koeffizientenvergleich ergibt für den Koeffizienten K folgende nichtlineare Gleichung:

$$\frac{\Upsilon b_0^\sigma}{\varepsilon}K^{1-\varepsilon} + h\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\sigma\beta}\right]^{1/\varepsilon} = K\left(r+h-\frac{\sigma\beta}{\varepsilon}\right) \tag{5.2.9}$$

Diese Gleichung wird wiederum von einem Profitfaktor $K = K(b_0-\Delta_0,h,\beta)$ erfüllt. Setzen wir dieses K in die Gleichungen (5.2.7) ein, können wir die optimalen Pfade vor dem Technologiedurchbruch ableiten. Die Abbaugeschwindigkeit definieren wir als $L(b_0,\Delta_0,h,\beta) = \Upsilon b_0^\sigma K(b_0-\Delta_0,h,\beta)^{-\varepsilon}$. Dann gilt:

$$
\begin{aligned}
O^B(t) &= Le^{-Lt}S_0 \\
S^B(t) &= e^{-Lt}S_0 \\
p^B(t) &= e^{Lt/\varepsilon}Kb_0^{\sigma/\varepsilon}S_0^{-1/\varepsilon}, \quad 0 \le t < T
\end{aligned} \tag{5.2.10}
$$

Die Abbaugeschwindigkeit L und der Profitfaktor K sind dabei jene Werte, die aus Gleichung (5.2.9) abgeleitet wurden. Abbaugeschwindigkeit und Profitfaktor besitzen also wieder einen inversen Zusammenhang. Abgesehen von diesen beiden Variablen gleichen die Pfade dem Basismodell.

5.3. Analyse der Lösung

Für eine weitere Interpretation der Lösung betrachten wir Profitfaktor und Abbaugeschwindigkeit in verschiedenen Spezialfällen genauer.

Wachstumsrate des Preises von erneuerbaren Energien $\beta = 0$:
Wählen wir für die Wachstumsrate des Preises von erneuerbaren Energien $\beta = 0$, ergeben sich konstante Angebotspreise der erneuerbaren Energien $\tilde{b}(t) = b_0$ vor dem Technologiedurchbruch und $\tilde{b}(t) = b_0 - \Delta_0$ nach dem Technologiedurchbruch. Die optimalen Pfade vor dem Technologiedurchbruch stimmen mit den Pfaden des Basismodells überein, falls für den Anfangswert $b_0 = b$ gilt. Ist $\Delta_0 = \Delta$, stimmen auch die optimalen Pfade vor dem Technologiedurchbruch überein und für den Profitfaktor gilt $K(b_0 - \Delta_0, h, \beta) = K(b - \Delta, h)$.

Kein Technologiedurchbruch:
Für $h = 0$ erhalten wir aus Gleichung (5.2.9): $K(b_0 - \Delta_0, 0, \beta) = \left(\frac{\Upsilon b_0^\sigma}{\varepsilon r - \sigma\beta}\right)^{1/\varepsilon}$. Für die Abbaugeschwindigkeit gilt dann $L(b_0, \Delta_0, 0, \beta) = \varepsilon r - \sigma\beta$. Die optimalen Extraktionspfade stimmen daher in diesem Fall überein, und es gilt $O^A(t) = O^B(t) = (\varepsilon r - \sigma\beta)S(t), \forall t \ge 0$. In diesem Fall kann der Technologiedurchbruch von Beginn an eingetreten sein, oder er wird erst in der Unendlichkeit erwartet.

Unmittelbar bevorstehender Technologiedurchbruch:
Wird der Technologiedurchbrch als unmittelbar bevorstehend erwartet, gilt für die Ausfallrate $h \to \infty$. Gleichung (5.2.9) ermittelt $K \to \left(\frac{\Upsilon(b_0 - \Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r - \sigma\beta}\right)^{1/\varepsilon}$ und daher $L \to (\varepsilon r - \sigma\beta)\left(\frac{b_0}{b_0 - \Delta_0}\right)^\sigma > \varepsilon r - \sigma\beta$. Die Abbaugeschwindigkeit ist unabhängig vom anfänglichen Preis der erneuerbaren Energien und der anfänglichen Kostenreduktion höher, wenn der Technologiedurchbruch unmittelbar bevorstehend statt in der Unendlichkeit erwartet wird.

Vollkommen elastisches Angebot der Backstoptechnologie:
Im nächsten Fall wird angenommen, dass die Backstoptechnologie nach dem Technologiedurchbruch vollkommen elastisch angeboten wird. Dies ist der Fall, wenn die erneuerbaren

Energien zum Preis 0 angeboten werden, also wenn $b_0 = \Delta_0$ gilt. Da der Preis von erneuerbaren Energien und die Kostenersparnis die gleiche Wachstumsrate β aufweisen, reicht die Forderung nach Gleichheit der Anfangswerte. Für den Profitfaktor gilt dann $K(0,h,\beta) = \left(\frac{\Upsilon b_0^\sigma}{\varepsilon r+\varepsilon h-\sigma\beta}\right)^{1/\varepsilon} < K(b_0-\Delta_0,0,\beta)$. Die Abbaugeschwindigkeit berechnet sich als $L(b_0,b_0,h,\beta) = \varepsilon r+\varepsilon h-\sigma\beta > L(b_0,\Delta_0,0,\beta)$. In diesem Fall wird Erdöl nach dem Technologiedurchbruch obsolet. Der erwartete Profit ist in diesem Fall für beliebige h und β niedriger als im Fall ohne Technologiedurchbruch, die Abbaugeschwindigkeit ist jedoch höher.

Totales Differential:
Das totale Differential von Gleichung (5.2.9) lautet:

$$dK = \frac{\overbrace{\frac{-K}{\varepsilon h}}^{-}\overbrace{[L-(\varepsilon r-\sigma\beta)]}^{+}dh+\overbrace{\frac{h\sigma}{\varepsilon(b_0-\Delta_0)}\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\sigma\beta}\right]^{1/\varepsilon}}^{+}d(b_0-\Delta_0)}{r+h-(\sigma\beta/\varepsilon)+(1-1/\varepsilon)\Upsilon b_0^\sigma K^{-\varepsilon}}+ \\ +\frac{\left[\overbrace{\frac{h\sigma}{\varepsilon(\varepsilon r-\sigma\beta)}\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\sigma\beta}\right]^{1/\varepsilon}}^{+}+\overbrace{\frac{K\sigma}{\varepsilon}}^{+}\right]d\beta}{r+h-(\sigma\beta/\varepsilon)+(1-1/\varepsilon)\Upsilon b_0^\sigma K^{-\varepsilon}} \tag{5.3.1}$$

Da $L > \varepsilon r-\sigma\beta$ gilt, ist $K_h < 0$ und $L_h > 0$. Auch wenn der Angebotspreis von erneuerbaren Energien sinkt, hat eine höhere Wahrscheinlichkeit auf einen Technologiedurchbruch zur Folge, dass der Profitfaktor sinkt und die Abbaugeschwindigkeit erhöht wird. Da $K_{b_0-\Delta_0} > 0$ und $L_{b_0-\Delta_0} < 0$ führt eine erhöhte anfängliche Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie ebenfalls zu einem erhöhten Profitfaktor und einer geringeren Abbaugeschwindigkeit. Wegen $K_\beta > 0$ und $L_\beta < 0$ und da $\beta < 0$ führt eine höhere Wachstumsrate des Angebotspreises zu einem flacheren Preispfad der erneuerbaren Energien, und das wiederum zu einem höheren Profitfaktor und einer niedrigerern Abbaugeschwindigkeit.

Proposition 5 *Nach dem Technologiedurchbruch sinken Extraktionsmenge und Ressourcenbestand mit einer von der Hotelling-Regel vorgegebenen Rate, der Erdölpreis steigt mit dem Marktzins* (5.2.3)*. Dabei ist diese Rate aufgrund des sinkenden Preises von erneuerbaren Energien höher und die Pfade daher steiler. Vor dem Technologiedurchbruch sinken der Ressourcenbestand und die Extraktionsmenge schneller mit einer Rate von* $L(b_0,\Delta_0,h,\beta) = K(b_0-\Delta_0,h\beta)^{-\varepsilon}\Upsilon b_0^\sigma > \varepsilon r-\sigma\tau$*. Die Rate ist damit höher als diejenige nach dem Technologiedurchbruch und auch höher als die vergleichbare Rate des Basismodells. Der Erdölpreis steigt schneller mit* L/ε *an. Der Profitfaktor erfüllt Gleichung* (5.2.9) *und es gilt* $K_\beta > 0$*,* $L_\beta < 0$*. Je schneller der Preis von erneuerbaren Energien fällt, desto höher ist die Abbaugeschwindigkeit des Ressourcenbesitzers.*

Die Ergebnisse aus dem Basismodell konnten durch einen variablen Preis von erneuerbaren Energien erweitert werden. Der fallende Preis von erneuerbaren Energien führt zu einem ste-

tigen Wertverlust des Ressourcenbesitzers, den er durch eine Angebotserhöhung in der Gegenwart versucht auszugleichen. Anders formuliert ist er also mit einem steigenden Preiskeil konfrontiert, da der sinkende Preis von erneuerbaren Energien zunehmend die Nachfrage nach Erdöl senkt.
Zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs fällt die Extraktionsmenge zudem wieder um einen diskreten Wert. Der Erdölpreis fällt ebenfalls um einen diskreten Wert, wenn die anfängliche Kostenreduktion durch die Backstoptechnologie und der Substitutionsgrad groß genug sind. Es muss gelten: $\left(\frac{b_0}{b_0-\Delta_0}\right)^{\sigma} > \frac{L}{\varepsilon r-\varepsilon\beta}$.[1]

5.3.1. Referenzfälle

Für einen besseren Vergleich betrachten wir wieder die zwei Referenzfälle.

Effizienter Pfad:
Mit einer isoelastischen Nachfragefunktion und ohne pro-Stück-Extraktionskosten ist der gesellschaftlich effiziente Pfad laut Stiglitz [20] dadurch gekennzeichnet, dass der Preis mit dem Marktzins wächst. Setzen wir dies in die Nachfragegleichung (5.1.4) ein, gilt $\frac{\dot{O}^*}{O^*} = -\varepsilon r + \sigma\beta$. Dies ist genau erfüllt bei $L = L(b_0, \Delta_0, 0, \beta)$, also einer Ausfallrate von $h = 0$. Für die effizienten Pfade gilt dann:

$$\begin{aligned} O^*(t) &= \varepsilon r - \sigma\beta e^{-(\varepsilon r+\sigma\beta)t} S_0 \\ S^*(t) &= e^{-(\varepsilon r+\sigma\beta)} S_0 \\ p^*(t) &= e^{rt}\left[\frac{\tilde{b_0}^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r-\sigma\beta}\right]^{1/\varepsilon} \end{aligned} \tag{5.3.2}$$

Auch die effizienten Pfade verlaufen also aufgrund des variablen Preises der erneuerbaren Energien steiler als im Basismodell. Die Abbaugeschwindigkeit ist dabei im gesamten Zeitverlauf gleichbleibend. Der Erdölpreis bezieht sich auf $b_0 - \Delta_0$, wenn der Technologiedurchbruch bereits eingetreten ist, oder auf b_0, wenn er erst in der Unendlichkeit erwartet wird.

Bestimmter Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs:
In einem zweiten Referenzfall betrachten wir den Eintritt des Technologiedurchbruch mit Sicherheit zum Zeitpunkt $T = 1/h$. Die optimalen Pfade nach dem Technologiedurchbruch aus Gleichung (5.2.3) behalten ihre Gültigkeit. Da der Technologiedurchbruch mit Sicherheit zum Zeitpunkt T eintritt, kann es keine Sprungstelle im Zeitpfad geben und wir können den von der Hotelling-Regel abgeleiteten Preispfad fortsetzen. Dann gilt für den anfänglichen Erdölpreis $p(0) = e^{-r/h}\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^{\sigma}}{(\varepsilon r-\sigma\beta)S(1/h)}\right]^{1/\varepsilon} e^{\sigma\beta/\varepsilon h}$. In die Nachfragegleichung (5.1.4) eingesetzt können wir daraus die anfängliche Extraktionsmenge und die Extraktionsmenge vor dem Technologiedurchbruch ableiten: $O(0) = (\varepsilon r - \sigma\beta)e^{\varepsilon r/h}\left(\frac{b_0}{b_0-\Delta_0}\right)^{\sigma} e^{-\sigma\beta/h} S(1/h)$ und

[1] Die Abschätzung erhält man, indem man in Gleichung (5.2.3) und Gleichung (5.2.10) den Zeitpunkt T einsetzt und den Ressourcenbestand $S^A(T) = S^B(T)$ wählt.

$O(t) = (\varepsilon r - \sigma\beta)e^{-\varepsilon r(t-1/h)} \left(\frac{b_0}{b_0-\Delta_0}\right)^{\sigma} e^{-\sigma\beta/h} S(1/h), \quad 0 \leq t < T$. Fügen wir dies in die Zustandsgleichung (5.1.2) ein. Dann können wir den Ressourcenbestand zum Zeitpunkt $1/h$ sowie die Pfade davor und danach berechnen. Es gilt:

$$
\begin{aligned}
S(1/h) &= \frac{S_0}{1 + \left(\frac{b_0}{b_0-\Delta_0}\right)^{\sigma} e^{-\sigma\beta/h} \left(\frac{\varepsilon r-\sigma\beta}{\varepsilon r}\right) \left[e^{\varepsilon r/h} - 1\right]} \leq e^{-\varepsilon r/h} S_0 \\
S(t) &= \frac{1 + \left[e^{\varepsilon r(1/h-t)} - 1\right] \left(\frac{b_0}{b_0-\Delta_0}\right)^{\sigma} e^{-\sigma\beta/h} \left(\frac{\varepsilon r-\sigma\beta}{\varepsilon r}\right)}{1 + \left(\frac{b_0}{b_0-\Delta_0}\right)^{\sigma} e^{-\sigma\beta/h} \left(\frac{\varepsilon r-\sigma\beta}{\varepsilon r}\right) \left[e^{\varepsilon r/h} - 1\right]} S_0, \quad 0 \leq t \leq T \\
S(t) &= \frac{e^{-(\varepsilon r-\sigma\beta)(t-1/h)} S_0}{1 + \left(\frac{b_0}{b_0-\Delta_0}\right)^{\sigma} e^{-\sigma\beta/h} \left(\frac{\varepsilon r-\sigma\beta}{\varepsilon r}\right) \left[e^{\varepsilon r/h} - 1\right]}, \quad \forall t \geq T
\end{aligned}
\tag{5.3.3}
$$

Kommt es zu keiner Kostenreduktion, also gilt $\Delta_0 = 0$, hängen Extraktionspfad und der Pfad des Ressourcenbestands nicht vom Preis der erneuerbaren Energien ab. Wenn $\Delta_0 > 0$ ist, dann ist der Ressourcenbestand zum Zeitpunkt T kleiner als im effizienten Fall. Vor dem Technologiedurchbruch wird also eine ineffizient hohe Menge Erdöl abgebaut. Der Erdölpreispfad wächst mit dem Marktzins und verläuft daher effizient.

5.3.2. Simulationen

In folgender Simulation verwenden wir die Parameter aus Abschnitt 3.3.2 und betrachten dazu die Abbildungen in 5.1. Wir setzen außerdem $b_0 = 100$ und $\Delta_0 = 80$. In rot sind zwei verschiedene Fälle mit variablem Preis von erneuerbaren Energien angezeichnet. Die durchgehende Linie zeigt den Fall, dass $\beta = -0,02$ hoch ist. Die gestrichelte Linie zeigt den Fall, dass $\beta = -0,08$ niedrig ist. In blau ist der Basisfall mit $T = 15$, in schwarz die effizienten Fälle und in orange der Fall eines bestimmten Technologiedurchbruchs bei $T = 10$ angezeichnet. Den Fall einer steigenden Steuer betrachten wir in Abschnitt 5.5.
Für $\beta = -0,02$ beträgt der Profitfaktor $K = 23,57$ und die Abbaugeschwindigkeit $L = 0,18$. Bei $\beta = -0,08$ gilt $K = 20,06$ und $L = 0,249$. Die Abbaugeschwindigkeit ist also deutlich höher als im Basisfall. In der obersten Abbildung sehen wir, dass die Extraktionsmenge bei den roten Kurven sehr hoch startet - bei 180 und 249 - und rasch sinkt. Sinkt der Angebotspreis von erneuerbaren Energien schneller, so startet die Extraktionsmenge höher und sinkt schneller. Durch die hohen Raten zu Beginn schneiden sie den Basisfall und sinken zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs um einen diskreten Wert, bevor sie langsam mit der Hotelling-Rate weiter sinken. Der Erdölpreis startet sehr niedrig bei $0,75$ und $0,63$ und steigt daraufhin schnell an. Zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs sinken die Pfade sehr deutlich ab und steigen dann mit dem Marktzins. Der Ressourcenbestand entleert sich dementsprechend schneller als im Basisfall und schneller, wenn β niedriger ist.
Der effiziente Extraktionspfad startet im Vergleich dazu bei einem Wert von 100, also auch höher als der effiziente Fall im Basismodell, und sinkt dann mit einer Rate von $\varepsilon r - \sigma\beta$. Die beiden effizienten Erdölpreispfade rahmen die übrigen Pfade zu Beginn mit Werten von

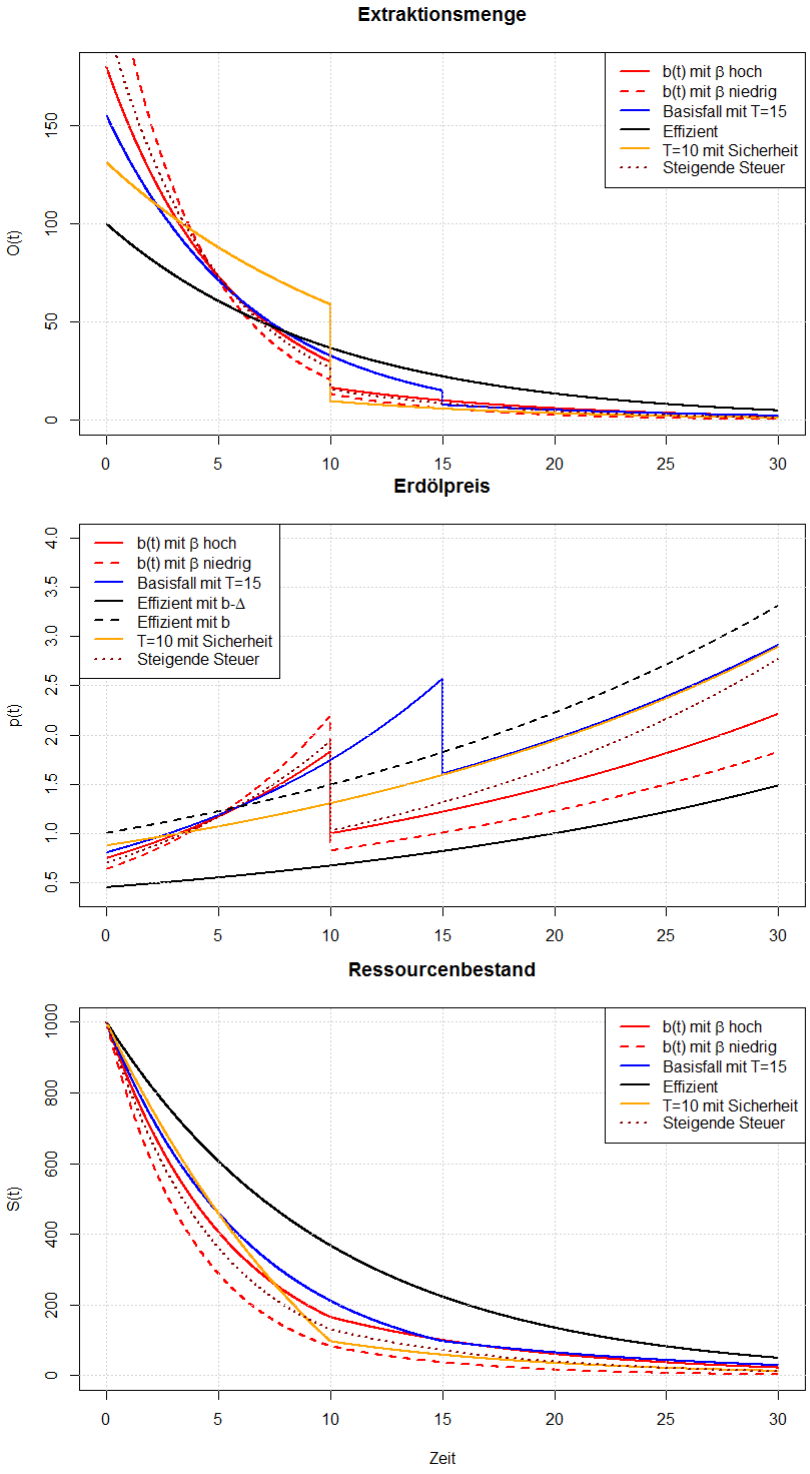

Abbildung 5.1.: Einfluss einer Backstoptechnologie bei erneuerbaren Energien auf die unterschiedlichen Lösungspfade bei fallendem Preis erneuerbarer Energien.

0,44 und 1,00 ein - je nachdem ob die Backstoptechnologie verfügbar ist oder nicht. Danach steigen sie langsam mit r an. Da die restlichen Pfade schneller ansteigen, können sie die effizienten Preispfade übersteigen, sinken aber nach dem Technologiedurchbruch wieder ab. Der effiziente Pfad des Ressourcenbestands sinkt langsamer und liegt auf einem höherem Niveau.

Im Referenzfall des bestimmten Technologiedurchbruchs bei $T = 10$ startet die Extraktionsmenge niedriger bei einem Wert von 131, sinkt von dort aber nur langsam, wodurch die Extraktionsmenge kurz vor dem sicheren Technologiedurchbruch noch sehr hohe Werte annimmt. Der Erdölpreis startet bei 0,87 und steigt mit dem Marktzins. Der Ressourcenbestand entleert sich bis zum Technologiedurchbruch sehr stark, und sinkt danach mit der effizienten Rate von $\varepsilon r - \sigma\beta$, wobei der Restbestand nur noch sehr gering ist.

5.4. Optimale Exploration

Im letzten Schritt der Modelllösung ermitteln wir die optimalen Explorationsinvestitionen und betrachten dazu die Optimalwertfunktion zum Zeitpunkt $t = 0$. Für diese gilt $V^B(S_0) = K(b_0 - \Delta_0, h, \beta) S_0^{1-1/\varepsilon}$. Die Anfangsmenge des Ressourcenbestandes wird von der Explorationsfunktion mit Investitionen $\Theta(I)$ bestimmt. Im Optimum muss der Grenzertrag einer zusätzlichen Investitionseinheit gleich den Grenzkosten sein. Es muss also gelten:

$$(1 - 1/\varepsilon) K(b_0 - \Delta_0, h, \beta) \Theta(I)^{-1/\varepsilon} \Theta'(I) = q \tag{5.4.1}$$

Um die Investitionsfunktion besser beschreiben zu können, ermitteln wir das totale Differential. Es gilt:

$$q \left[\frac{\Theta'(I)}{\varepsilon \Theta(I)} - \frac{\Theta''(I)}{\Theta'(I)} \right] dI = \frac{q}{K} (K_{b_0 - \Delta_0} d(b_0 - \Delta_0) + K_h dh + K_\beta d\beta) - dq \tag{5.4.2}$$

Zusammen mit Gleichung (5.3) lässt sich die optimale Investitionsfunktion ableiten und es gilt:

$$I = I(b_0 - \Delta_0, h, \beta, q), \quad I_{b_0 - \Delta_0}, I_\beta > 0, \quad I_h, I_q < 0 \tag{5.4.3}$$

Steigt der Anfangswert der Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie Δ_0, so sinken die optimalen Explorationsinvestitionen. Je größer die Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs ist, um niedriger sind die Investitionen. Je größer β ist, umso langsamer sinkt der Angebotspreis von erneuerbaren Energien. Dies sorgt dafür, dass die Investitionen zunehmen. Steigen die Explorationskosten q, so nimmt die optimale Investitionsmenge ab.

Im Vergleich dazu ist der effiziente Fall dadurch gekennzeichnet, dass für die Ausfallrate $h = 0$ gilt. Setzen wir den effizienten Profitfaktor $K(b_0 - \Delta_0, 0, \beta)$ in Gleichung (5.4.1) ein, können wir die effizienten Investitionen ableiten. Nehmen wir an, der Staat subventioniert die Explorationsinvestitionen mit einer Rate η, um die Grenzkosten der Exploration zu senken. Dann lassen sich optimale Subventionen ableiten, sodass die Investitionen einen effizienten Wert annehmen:

$$\eta = \left[\left(\frac{\Upsilon b_0^\sigma}{\varepsilon r - \sigma\beta} \right)^{1/\varepsilon} - K(b_0 - \Delta_0, h, \beta) \right] (1 - 1/\varepsilon)\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I) \tag{5.4.4}$$

Diese Gleichung wird gelöst von einem $\eta \equiv \eta(b_0 - \Delta_0, h, \beta)$. Da der Profitfaktor am größten ist, wenn für die Ausfallrate $h = 0$ gilt, ist die optimale Subvention größer null. Für die partiellen Ableitungen gilt: $\eta_{b_0-\Delta_0} < 0, \eta_h > 0, \eta_\beta < 0$.
Die Ergebnisse lassen sich in folgender Proposition zusammenfassen:

Proposition 6 *Die Ineffizienzen aufgrund eines unsicheren Zeitpunktes des Technologiedurchbruchs werden durch zu niedrige Explorationsinvestitionen vergrößert. Die Ineffizienz ist umso größer, je höher die Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs, die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie oder je steiler der Preispfad von erneuerbaren Energien ist. Durch eine Subvention in Höhe von Gleichung* (5.4.4) *können sie behoben werden.*

Das Hold-Up Problem lässt sich also auch in dieser Erweiterung erkennen. Ursache für die zu niedrigen Explorationsinvestitionen ist die unvollständige Informationslage des Ressourcenbesitzers. Eine Subvention könnte zwar das Problem beheben, da sich die Nachfrager von Erdöl und deren Besitzer aber in unterschiedlichen Staaten befinden, ist dies eher unwahrscheinlich.

5.5. Grünes Paradoxon

Der sinkende Preis von erneuerbaren Energien führt also zu einem schnelleren und ineffizienten Extraktionspfad. Umso wichtiger könnte auch hier ein Eingriff des Staates sein. Wir wollen den Ressourcenbesitzer zuerst mit einer konstanten und dann mit einer steigenden Steuer konfrontieren und abschließend eine Subvention zur Erforschung der Backstoptechnologie betrachten.

Konstante Steuer:

Da es in diesem Modell keine pro-Stück-Extraktionskosten gibt, stimmen Wertsteuer und Cash-Flow-Steuer überein. Nehmen wir an, alle Verbraucherländer haben eine konstante Steuer auf die Nutzung von Erdöl in Höhe von τ eingeführt. Der Produzentenpreis beträgt dann $\theta p(t)$, wobei $\theta = 1 - \tau$ den Steuereffekt beschreibt. Da die Steuer konstant ist, wirkt auf den Ressourcenbesitzer ein konstanter Preiskeil ein, dem er nicht ausweichen kann. Er kann ihn aus seinem Maximierungsproblem herausheben, weshalb nach dem Technologiedurchbruch das Preiswachstum aufgrund der Hotelling-Regel mit dem Marktzins wachsen muss. Es ergeben sich die optimalen Pfade aus Gleichung (5.2.3). Für die Optimalwerfunktion gilt dann $V^A(S(T), b(T) - \Delta(T)) = \theta \left[\frac{\Upsilon e^{\sigma\beta T}(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r - \sigma\beta} \right]^{1/\varepsilon} S(T)^{1-1/\varepsilon}, \forall t \geq T$. Auch vor dem Technologiedurchbruch wählen wir daher eine ähnliche Form der Wertfunktion: $V^B = \theta K S^{1-1/\varepsilon} e^{\sigma\beta t/\varepsilon}$. Das Modell lässt sich damit lösen. Es ergeben sich die optimalen Pfade aus Gleichung (5.2.10) mit dem Profitfaktor $K(b_0 - \Delta_0, h, \beta)$, welcher die Gleichung (5.2.9) erfüllt. Die Abbaugeschwindigkeit beträgt $L(b_0, \Delta_0, h, \beta)$.

Als Bedingung für die optimalen Explorationsinvestitionen können wir dann aus der Optimalwertfunktion zu Beginn ableiten:

$$(1-1/\varepsilon)K(b_0-\Delta_0,h,\beta)\theta\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I)=q \tag{5.5.1}$$

Wir bilden hiervon das totale Differential[2] und ermitteln für die optimalen Investitionen:

$$I=I(b_0-\Delta_0,h,\beta,q,\theta),\quad I_{b_0-\Delta_0},I_\beta<0,I_h,I_q<0 \tag{5.5.2}$$

Bis auf den Steuerfaktor in der Investitionsentscheidung stimmen die Ergebnisse also mit dem Modell ohne Steuer überein. Der Ressourcenbesitzer verändert die Pfade von Extraktion, Ressourcenbestand und Erdölpreis nicht, wenn er einer konstanten Steuer ausgesetzt ist. Die ineffizient hohe Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch konnte nicht beeinflusst werden.

Je höher der Steuereffekt aber ist, umso höher sind die Explorationsinvestitionen. Die Modelle stimmen richtigerweise überein, wenn die Steuer $\tau=0$ und daher $\theta=1$ gewählt wird. Eine höhere Steuer lässt den Steuereffekt sinken und führt daher auch zu einem Sinken der optimalen Explorationsinvestitionen. Niedrigere Investitionen führen zu einem geringeren Anfangsbestand von Erdöl, was die Gesamtmenge der Kohlenstoffdioxidemissionen senkt. Eine konstante Steuer hat also einen positiven Effekt auf die globale Erwärmung.

Allerdings ist eine konstante Steuer eher unwahrscheinlich, da das Umweltbewusstsein immer weiter ansteigt. Betrachten wir nun noch, welche Auswirkungen eine steigende Steuer hat.

Steigende Steuer:

Der Steuereffekt soll in diesem Fall wieder die Form $\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}_0 e^{\hat{\theta}^* t}$ haben, wobei $0<\hat{\theta}_0<1$ der Anfangswert ist und $\hat{\theta}^*<0$ die negative Wachstumsrate des Steuereffekts bezeichnet. Die Steigerung der Steuerabgaben über die Zeit lässt der Ressourcenbesitzer in seine Extraktionsentscheidung mit einfließen. Der absolute Preiskeil steigt durch die Steuer an. Er wählt daher nach dem Technologiedurchbruch ein Preiswachstum, für das gilt: $\frac{\dot{p}^A(t)}{p^A(t)}=r-\hat{\theta}^*$. Setzten wir dies in die Nachfragegleichung (5.1.4) ein, lassen sich die optimalen Lösungspfade für die Erdölextraktion, den Ressourcenbestand, den Erdölpreis und den Optimalwert nach dem Technologiedurchbruch ableiten. Es gilt:

$$\begin{aligned}
O^A(t)&=(\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*-\sigma\beta)e^{-(\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*-\sigma\beta)(t-T)}S(T)\\
S^A(t)&=e^{-(\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*-\sigma\beta)(t-T)}S(T)\\
p^A(t)&=\left[\frac{\Upsilon e^{\sigma\beta T}(b_0-\Delta_0)^\sigma}{(\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*-\sigma\beta)S(T)}\right]^{1/\varepsilon}e^{(r-\hat{\theta}^*)(t-T)},\quad \forall t\geq T
\end{aligned} \tag{5.5.3}$$

[2]Das totale Differential lautet: $q\left[\frac{\Theta'(I)}{\varepsilon\Theta(I)}-\frac{\Theta''(I)}{\Theta'(I)}\right]dI=\frac{q}{K}(K_{b_0-\Delta_0}d(b_0-\Delta_0)+K_h dh+K_\beta d\beta)+\frac{q}{\theta}d\theta-dq.$

$$V^A(S(T), b(T)-\Delta(T), \hat{\theta}(T)) = \hat{\theta}(T)\left[\frac{\Upsilon e^{\sigma\beta T}(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\varepsilon\hat{\theta}^*-\sigma\beta}\right]^{1/\varepsilon} S(T)^{1-1/\varepsilon} \tag{5.5.4}$$

Da $\hat{\theta}^* < 0$ ist, führt der sinkende Steuereffekt zu einem noch steileren Extraktionspfad. Sowohl der sinkende Preispfad von erneuerbaren Energien, als auch der sinkende Steuereffekt führt also zu steileren Pfaden, die Effekte addieren sich.
Als Form für die Optimalwertfunktion vor dem Technologiedurchbruch wählen wir den Ansatz $V^B = \hat{\theta}(t)KS(t)^{1-1/\varepsilon}e^{\sigma\beta t/\varepsilon}$. Der Profitfkator K muss dann folgende nichtlineare Gleichung erfüllen:

$$\frac{\Upsilon b_0^\sigma}{\varepsilon}K^{1-\varepsilon} + h\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\sigma\beta-\varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} = K(r+h-\frac{\sigma\beta}{\varepsilon}-\hat{\theta}^*) \tag{5.5.5}$$

Wir nehmen an, dass ein $K = K(b_0-\Delta_0, h, \beta, \hat{\theta}^*)$ diese Gleichung erfüllt. Zusammen mit der Abbaugeschwindigkeit $L(b_0, \Delta_0, h, \beta, \hat{\theta}^*) = K(b_0-\Delta_0, h, \beta, \hat{\theta}^*)^{-\varepsilon} b_0^\sigma \Upsilon$ lauten die optimalen Pfade der Extraktion, des Ressourcenbestands und des Preises vor dem Technologiedurchbruch:

$$\begin{aligned} O^B(t) &= Le^{-Lt}S_0 \\ S^B(t) &= e^{-Lt}S_0 \\ p^B(t) &= e^{Lt/\varepsilon}KS_0^{-1/\varepsilon}, \quad 0 \le t < T. \end{aligned} \tag{5.5.6}$$

Bis auf K und L haben die optimalen Pfade also die Form, die sie vor der Steuereinführung hatten. Wie K von den anderen Variablen beeinflusst wird, ermittelt das totale Differential.[3] Für die optimale Profitfunktion gilt dann:

$$K = K(b_0-\Delta_0, h, \beta, \hat{\theta}^*), \quad K_{b_0-\Delta_0} > 0, K_h < 0, K_\beta, K_{\hat{\theta}^*} > 0, L_{b-\Delta} < 0, L_h >, L_\beta, L_{\hat{\theta}^*} < 0 \tag{5.5.7}$$

Während also wie im Fall ohne Steuern eine höhere anfängliche Kostenersparnis und eine höhere Ausfallrate den Profitfaktor erhöhen, sowie die Abbaugeschwindigkeit vermindern, führt eine höhere Wachstumsrate des Angebotspreises von erneuerbaren Energien zu einem höheren Profitfaktor und einer niedrigeren Abbaugeschwindigkeit. Den gleichen Effekt hat die Wachstumsrate des Steuereffektes. Je höher diese ist - also je langsamer der Steuereffekt fällt - desto höher ist der Profitfaktor und desto niedriger ist die Abbaugeschwindigkeit. Eine steigende Steuer führt daher zu einem steigenden Preiskeil, dem der Ressourcenbesitzer versucht auszuweichen, indem er die Abbaugeschwindigkeit steigert. Der Extraktionspfad

[3] Es lautet $dK = \frac{\frac{-K}{h\varepsilon}\left[L-(\varepsilon r-\sigma\beta-\varepsilon\hat{\theta}^*)\right]dh + \frac{h\sigma}{\varepsilon(b_0-\Delta_0)}\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\sigma\beta-\varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} d(b_0-\Delta_0) + \left(\frac{h\sigma}{\varepsilon(\varepsilon r-\sigma\beta)}\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\sigma\beta-\varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} + \frac{K\sigma}{\varepsilon}\right)d\beta}{r+h-\frac{\sigma\beta}{\varepsilon}-\hat{\theta}^*+(1-1/\varepsilon)\Upsilon b_0^\sigma K^{-\varepsilon}} + + \frac{\left(\frac{h}{\varepsilon r-\sigma\beta-\varepsilon\hat{\theta}^*}\left[\frac{\Upsilon(b_0-\Delta_0)^\sigma}{\varepsilon r-\sigma\beta-\varepsilon\hat{\theta}^*}\right]^{1/\varepsilon} + K\right)d\hat{\theta}^*}{r+h-\frac{\sigma\beta}{\varepsilon}-\hat{\theta}^*+(1-1/\varepsilon)\Upsilon b_0^\sigma K^{-\varepsilon}}$

verläuft also noch steiler und ineffizienter.
Die optimalen Explorationen ergeben sich aus der Optimalwertfunktion zu Beginn. Für eine zusätzlich Explorationsinvestitionseinheit muss der Erlös gleich den Kosten sein. Es gilt:

$$(1-1/\varepsilon)K(b_0-\Delta_0,h,\beta,\hat{\theta}^*)\hat{\theta}_0\Theta(I)^{-1/\varepsilon}\Theta'(I)=q \tag{5.5.8}$$

Mit Hilfe des totalen Differentials[4] lässt sich eine implizite Darstellung für die optimalen Explorationsinvestitionen finden:

$$I=I(b_0-\Delta_0,h,\beta,q,\hat{\theta}^*,\hat{\theta}_0),\quad I_{b_0-\Delta_0}>0,I_h<0,I_q<0,I_\beta,I_{\hat{\theta}^*},I_{\hat{\theta}_0}>0 \tag{5.5.9}$$

Im Vergleich zum Modell ohne Steuern werden die optimalen Investitionen sowohl vom anfänglichen Steuereffekt als auch von der Wachstumsrate der Steuer beeinflusst. Je höher beide sind, desto höher sind auch die Investitionen. Der anfängliche Steuereffekt ist dabei umso höher, je niedriger der Steuerersatz zu Beginn ist. Die Wachstumsrate ist umso höher, je langsamer der Steuersatz steigt.
Ein steigende Steuer beeinflusst das Modell also in mehreren Bereichen. Da der effiziente Referenzfall von der Steuer nicht beeinflusst wird, führt eine steigende Steuer sowohl vor als auch nach dem Technologiedurchbruch zu einem steileren und damit auch ineffizienteren Pfad für die Extraktionsmenge und den Ressourcenbestand. Im effizienten Fall wäre die Rate $\varepsilon r-\sigma\beta$. Eine höhere Abbaugeschwindigkeit führt zu vermehrten Erdölverbrauch in der Gegenwart und nahen Zukunft und damit zu erhöhten unmittelbaren Kohlenstoffdioxidemissionen. Damit verschlimmern sich die Schäden durch die globale Erwärmung und die politischen Maßnahmen führen zu einem grünen Paradoxon.
Allerdings geht diese Maßnahme auch einher mit niedrigeren Explorationsinvestitionen und einem niedrigerem Anfangsbestand. Da dies die Gesamtmenge der Kohlenstoffdioxidemissionen verringert, kann dieser Effekt den oberen aufheben und das grüne Paradoxon umkehren.
Betrachten wir diesen Fall auch in Abbildung 5.1. Die dunkelrote, gepunktete Linie zeigt den Fall einer steigenden Steuer. Der Technologiedurchbruch wird bei $T=10$ gewählt. Der anfängliche Steuereffekt beträgt $\hat{\theta}_0=0,9$, die Wachstumsrate des Steuereffekts liegt bei $\theta^*=-0,01$. Die restlichen Parameter bleiben unverändert, wobei $\beta=-0.02$ gewählt wird. Der Profitfaktor beträgt dann lediglich $22,17$, die Abbaugeschwindigkeit steigt auf $0,20$. Die Extraktionsmenge beginnt bei einem Wert von 203 und sinkt aufgrund der hohen Abbaugeschwindigkeit schnell ab. Der Erdölpreis beginnt relativ niedrig bei $0,70$, steigt jedoch von dort sehr schnell an. Eine steigende Steuer führt dazu, dass sich der Ressourcenbestand schneller entleert, als er es bei einer konstanten Steuer oder ohne Steuer getan hätte.

Subvention:

Wir wollen auch in dieser Modellerweiterung eine Subventionierung der Backstoptechnologie betrachten. Subventionsausgaben der Höhe η sollen zur Forschung und Entwicklung von erneuerbaren Energien beitragen und die Wahrscheinlichkeit auf einen Technologiedurchbruch erhöhen. Es soll $h=H(\eta),H'>0,H''<0$ gelten.

[4] Es lautet: $q\left[\frac{\Theta'(I)}{\varepsilon\Theta(I)}-\frac{\Theta''(I)}{\Theta'(I)}\right]dI=\frac{q}{K}(K_{b_0-\Delta_0}d(b_0-\Delta_0)+K_h dh+K_\beta d\beta+K_{\hat{\theta}^*}d\hat{\theta}^*)+\frac{q}{\hat{\theta}_0}d\hat{\theta}_0-dq$

Für die Schäden durch die globale Erwärmung zum Gegenwartswert gilt Gleichung (3.5.13) aus dem Basismodell. Wie sich eine zusätzliche Subventionseinheit auf die Schadensfunktion auswirkt, gibt die partielle Ableitung nach η an.

$$\frac{\partial G}{\partial \eta} = -\int_0^\infty \frac{\partial S(t)}{\partial h} H'(\eta) D'(E(t)) e^{-\rho t} dt + \Theta' I_h H' \xi \tag{5.5.10}$$

Hierbei gibt $\xi = \int_0^\infty D'(E(t)) E^{-\rho t} dt > 0$ wieder die sozialen Kosten durch Kohlenstoffdioxidemission an. Wir erkennen die beiden Effekte einer Subvention:
Da $L_h(b_0, \Delta_0, h, \beta) > 0$ ist, führt eine Zunahme von h zu einer höheren Abbaugeschwindigkeit - auch im Fall eines variablen Preises von erneuerbaren Energien. Infolgedessen sinkt der Ressourcenbestand und es gilt $\frac{\partial S(t)}{\partial h} < 0$, der vordere Term ist also positiv und eine Subvention führt zu einer Erhöhung der Klimaschäden. Wegen $I_h < 0$ führt eine Zunahme der Wahrscheinlichkeit eines Technologiedurchbruchs allerdings auch zu niedrigeren Explorationsinvestitionen und daher zu einer niedrigeren Gesamtmenge der Kohlenstoffemissionen. Überwiegt der zweite Effekt, kann ein grünes Paradoxon umgekehrt werden.

Proposition 7 *Eine konstante Besteuerung führt zu keiner Veränderung der Abbaugeschwindigkeit, senkt allerdings die Explorationsinvestitionen und führt daher zu einer niedrigeren Gesamtmenge der Kohlenstoffdioxidemissionen. Bei einer steigenden Steuer und einer Subvention sind jeweils zwei Effekte zu erkennen: Zum einen wird die Abbaugeschwindigkeit erhöht, zum anderen nehmen die Explorationsinvestitionen ab. Überwiegt der zweite Effekt, kann ein grünes Paradoxon umgekehrt werden.*

Die Aussagen entsprechen also den Ergebnissen aus dem Basismodell. Zwar ändert die Erweiterung durch den variablen Preis von erneuerbaren Energien die Stärke der verschiedenen Effekte, die Grundtendenz verändert sich jedoch nicht.
Haben die politischen Maßnahmen nicht die Form von Steuern oder Subventionen, sondern senken die Nachfrage nach Erdöl durch andere Art und Weise, so erzeugen sie einen Preiskeil der Höhe τ auf den Erdölpreis. Wir können dieses τ wieder als den Steuerbetrag interpretieren und die Aussagen übernehmen. Da solche Maßnahmen zunehmen, steigt der Preiskeil. Er verhält sich also wie eine steigende Steuer.

5.6. Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir das Modell aus Abschnitt 3 um einen variablen Preis von erneuerbaren Energien erweitert. Dieser sinkt genauso wie die Kostenersparnis durch die Backstoptechnologie mit einer konstanten Rate.
Dies führt dazu, dass der Ressourcenbesitzer durch den zukünftigen höheren Preisdruck eine höhere Abbaugeschwindigkeit vor und nach dem Technologiedurchbruch wählt. Analog dem Basismodell führt die Antizipation des Technologiedurchbruchs außerdem dazu, dass er vor diesem eine ineffizient hohe Abbaugeschwindigkeit wählt. Je steiler der Preispfad von erneuerbaren Energien verläuft, umso höher ist auch die Abbaugeschwindigkeit. Tritt der zufällige Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs ein, wird die günstige Backstoptechnologie verfügbar.

Dies führt zu einer Verringerung des Erdölverbrauchs und einem Anstieg des Erdölpreises. Die Pfade der Extraktion und des Ressourcenbestands folgen dann einer Hotelling-Rate, die wegen des variablen Preises der erneuerbaren Energien erhöht sind. Der Erdölpreis steigt mit dem Marktzins. Auch der effiziente Extraktionspfad verläuft wegen des variablen Preises steiler.
Der unsichere Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs führt wieder zu niedrigeren Explorationsinvestitionen, die umso niedriger sind, je steiler der Preispfad von erneuerbaren Energien verläuft. Eine Subvention könnte diese ineffizient niedrigen Investitionen ausgleichen.
Werden politische Maßnahmen eingeführt, welche die Kohlenstoffdioxidemissionen durch den Erdölverbrauch zu verringern, führt dies zu unterschiedlichen Ergebnissen. Wird eine konstante Steuer eingeführt, verändert die Steuer den Extraktionspfad nicht, senkt aber die Investitionen und damit den Gesamtbestand. Eine steigende Steuer oder eine Subvention der grünen Backstoptechnologie führt zu einem steileren Extraktionspfad aber auch zu niedrigeren Anfangsinvestitionen. Überwiegt der zweite Effekt, kann ein grünes Paradoxon umgekehrt werden.

6. Conclusio

Diese Arbeit wirft einen Blick auf die aktuelle Klimapolitik und ordnet diese aus ökonomischer Sicht ein. Dabei können unvorhergesehene und problematische Folgen eintreten. Wir haben uns mit der Theorie des grünen Paradoxons von Hans-Werner Sinn beschäftigt und haben diese Grundthematik erweitert. Dabei haben wir eine Arbeit von Frederick van der Ploeg vorgestellt und daran eigene Überlegungen angeschlossen.
In Kapitel 1 sind wir auf aktuelle Klimaphänomene eingegangen. Wir haben den Klimaschutz der Vereinten Nationen vorgestellt und deren Ziele betrachtet. Daraufhin haben wir den Klimaschutzplan 2050 vorgestellt, in dem die deutsche Bundesregierung ihre Maßnahmen zur Einhaltung der Klimaziele festgehalten hat. Trotz des weltweiten Klimaschutzes sind die Emissionen immer weiter angestiegen.
In Kapitel 2 haben wir diese Problematik daher aufgegriffen. Dabei sind wir auf die einseitige Nachfrage- und fehlende Angebotspolitik eingegangen. Wir haben ökonomische Modelle aus den Perspektiven der Ressourcenbesitzer und der Gesellschaft vorgestellt, sowie unsichere Eigentumsrechte und globale Erwärmung als Marktversagen identifiziert. Um diese Marktversagen zu beheben, wurden politische Maßnahmen in Form von Steuern besprochen, die zu teils paradoxen - nämlich verschlimmernden - Marktreaktionen geführt haben.
In Kapitel 3 haben wir diese Überlegungen erweitert, indem wir erneuerbare Energien als Substitutionsform implementiert haben. Diese sollen nach einem unbestimmten Zeitpunkt eines Technologiedurchbruchs verfügbar sein. Wir haben außerdem von pro-Stück-Extraktionskosten abstrahiert und stattdessen Explorationsinvestitionen zu Beginn erlaubt. Der unsichere Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs hat zu einer ineffizient hohen Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch geführt. Der Wertverlusts durch die Backstoptechnologie hat zudem zu ineffizient niedrigen Explorationsinvestitionen geführt. Politische Maßnahmen in Form von steigenden Steuern oder Subventionen haben die beiden Effekte verstärkt, wodurch ein grünes Paradoxon umgekehrt werden konnte, sofern der zweite Effekte überwiegt hat.
In Kapitel 4 haben wir dem Ressourcenbesitzer die Möglichkeit einer zweiten Explorationsinvestition zum Zeitpunkt des Technologiedurchbruchs gegeben. Je höher die zweite Investition war, umso langsamer war die Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch. Wurde die zweite Investition im Vergleich zur ersten groß genug gewählt und war die Kostenreduktion durch die Backstoptechnologie niedrig, konnte die Abbaugeschwindigkeit vor dem Technologiedurchbruch ein effizientes Maß annehmen.
In Kapitel 5 haben wir einen variablen Preis von erneuerbaren Energien angenommen. Dieser ist mit einer konstanten Rate gefallen. Dies hat zu einem zusätzlich steigenden Preiskeil geführt, dem der Ressourcenbesitzer ausweichen wollte. Die Extraktionspfade vor und nach dem Technologiedurchbruch waren daher noch steiler. Klimapolitische Maßnahmen konnten ein grünes Paradoxon umkehren, wenn der Rückgang der Explorationsinvestition groß genug war.

A. Appendix

A.1. Herleitung der partiellen Ableitungen von $\phi(I_1, I_2)$

Wir wollen im Folgenden die unterschiedlichen partiellen Ableitungen von $\phi(I_1,I_2) = \frac{\Theta(I_1+I_2)}{\Theta(I_1)}$ berechnen und ihre Vorzeichen bestimmen. Unter Verwendung von $\Theta > 0, \Theta' > 0$ und $\Theta'' < 0$ gilt für die ersten Ableitungen:

$$\begin{aligned}
\phi_{I_1} &= \frac{\Theta'(I_1+I_2)\Theta(I_1) - \Theta'(I_1)\Theta(I_1+I_2)}{\Theta^2(I_1)} = \\
&= \frac{\Theta'(I_1+I_2)\Theta(I_1) - \Theta'(I_1)\Theta(I_1) + \Theta'(I_1)\Theta(I_1) - \Theta'(I_1)\Theta(I_1+I_2)}{\Theta^2(I_1)} = \\
&= \frac{\overbrace{\Theta(I_1)}^{+}\overbrace{\left(\Theta'(I_1+I_2) - \Theta'(I_1)\right)}^{-} + \overbrace{\Theta'(I_1)}^{+}\overbrace{\left(\Theta(I_1) - \Theta(I_1+I_2)\right)}^{-}}{\Theta^2(I_1)} < 0 \\
\phi_{I_2} &= \frac{\Theta'(I_1+I_2)}{\Theta(I_1)} > 0
\end{aligned}$$

Unter Verwendung von $\Theta''' < 0$ können wir die zweiten Ableitungen hieraus berechnen und die Vorzeichen bestimmen:

$$\begin{aligned}
\phi_{I_1I_1} &= \frac{\overbrace{\left[\Theta''(I_1+I_2)\Theta(I_1) - \Theta(I_1+I_2)\Theta''(I_1)\right]}^{\oplus}\Theta(I_1) - 2\Theta'(I_1)\overbrace{\left[\Theta'(I_1+I_2)\Theta(I_1) - \Theta(I_1+I_2)\Theta'(I_1)\right]}^{-\quad (\text{vgl.}\phi_{I_1})}}{\Theta^3(I_1)} \\
\oplus &= \Theta''(I_1+I_2)\Theta(I_1) - \Theta''(I_1)\Theta(I_1) + \Theta''(I_1)\Theta(I_1) - \Theta(I_1+I_2)\Theta''(I_1+I_2) = \\
&= \Theta(I_1)\overbrace{\left[\Theta''(I_1+I_2) - \Theta''(I_1)\right]}^{+\quad (\text{vgl }\Theta'''>0)} + \Theta''(I_1)\overbrace{\left[\Theta(I_1) - \Theta(I_1+I_2)\right]}^{-} > 0 \\
\phi_{I_2I_1} &= \frac{\overbrace{\Theta''(I_1+I_2)\Theta(I_1)}^{-} - \overbrace{\Theta'(I_1+I_2)\Theta'(I_1)}^{+}}{\Theta^2(I_1)} < 0 \\
\phi_{I_2I_2} &= \frac{\Theta''(I_1+I_2)}{\Theta(I_1} < 0
\end{aligned}$$

A.2. Herleitung der Ableitungen des Profitfaktors bei zwei Explorationen

A.2.1. Erste Ableitungen

Wir betrachten hier das Modell mit zwei Explorationsinvestitionen aus Kapitel 4. Wir wollen das totale Differential des Profitfkators $K(b-\Delta,h,I_1,I_2)$ aus Gleichung (4.2.6) herleiten und die Vorzeichen bestimmen. Es gilt:

$$K_{b-\Delta} = \overbrace{\frac{h\sigma}{\varepsilon(b-\Delta)}\left[\frac{(b-\Delta)^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}}^{+\quad\text{(vlg.Standardmodell)}} \overbrace{\phi(I_1,I_2)^{1-1/\varepsilon}}^{+,\ (\text{da } \phi>1)} > 0$$

$$K_h = -\left[\frac{(b-\Delta)^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}\phi(I_1,I_2)^{1-1/\varepsilon} + K = 1/h\left(\frac{\Upsilon b^{\sigma}}{\varepsilon}K^{1-\varepsilon} - rK\right) = \overbrace{\frac{-K}{\varepsilon h}(L-\varepsilon r)}^{-,\quad \text{falls}\left(\frac{b}{b-\Delta}\right)^{\sigma}>\phi^{\varepsilon-1}} < 0$$

$$K_{I_1} = h\left[\frac{(b-\Delta)^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}(1-1/\varepsilon)\phi(I_1,I_2)^{-1/\varepsilon}\phi_{I_1}(I_1,I_2) < 0$$

$$K_{I_2} = h\left[\frac{(b-\Delta)^{\sigma}\Upsilon}{\varepsilon r}\right]^{1/\varepsilon}(1-1/\varepsilon)\phi(I_1,I_2)^{-1/\varepsilon}\phi_{I_2}(I_1,I_2) > 0$$

A.2.2. Zweite Ableitungen

Für eine weitere Analyse benötigen wir auch bestimmte zweite Ableitungen des Profitfaktors $K(b-\Delta,h,I_1,I_2)$ aus Gleichung (4.2.6). Es gilt:

$$K_{I_2I_1} = \overbrace{K_{I_1}}^{-}\Big[\overbrace{\frac{-\phi_{I_2}(I_1,I_2)}{\varepsilon\phi(I_1,I_2)}}^{-} + \overbrace{\frac{\phi_{I_1I_2}(I_1,I_2)}{\phi_{I_1}(I_1,I_2)}}^{+}\Big]$$

$$K_{I_1I_1} = \overbrace{K_{I_1}}^{-}\Big[\overbrace{\frac{-\phi_{I_1}(I_1,I_1)}{\varepsilon\phi(I_1,I_1)}}^{+} + \overbrace{\frac{\phi_{I_1I_1}(I_1,I_2)}{\phi_{I_1}(I_1,I_2)}}^{-}\Big]$$

$$K_{I_2I_2} = \overbrace{K_{I_2}}^{+}\Big[\overbrace{\frac{-\phi_{I_2}(I_1,I_2)}{\varepsilon\phi(I_1,I_2)}}^{-} + \overbrace{\frac{\phi_{I_2I_2}(I_1,I_2)}{\phi_{I_2}(I_1,I_2)}}^{-}\Big] < 0$$

$$K_{(b-\Delta)I_1} = K_{I_1}\frac{\sigma}{\varepsilon(b-\Delta)} < 0, \quad K_{(b-\Delta)I_2} = K_{I_2}\frac{\sigma}{\varepsilon(b-\Delta)} > 0$$

$$K_{hI_1} = \frac{K_1}{h} < 0, \quad K_{hI_2} = \frac{K_2}{h} > 0$$

Abbildungsverzeichnis

1.1. Verschiedene Beobachtungen im Zeitverlauf sowie globalen Emissionsentwicklung. 4
1.2. CO_2-Emissionen 2014 und 2030 in Deutschland für einzelne Sektoren 7

2.1. Elastisches Angebot 11
2.2. Unelastisches Angebot 12
2.3. Nachfragereduktion der grünen Länder bei starrem Angebot 13
2.4. Welterdölreserven und Welterdgasreserven aus dem Jahr 2017. 21
2.5. Extraktionspfade für verschiedene Szenarien. 28

3.1. Einfluss einer Backstoptechnologie nach einem zufälligen Technolgiedurchbruch auf die optimalen Pfade der Extraktionsmenge, Erdölpreis und Ressourcenbestand. 45

4.1. Einfluss einer Backstoptechnologie bei erneuerbaren Energien auf die unterschiedlichen Lösungspfade bei zwei Explorationen. 65
4.2. Effiziente Abbaugeschwindigkeit $L = \varepsilon r$ für $\phi(I_1, I_2)$ gegen die Kostenersparnis Δ für verschiedene Szenarien 67
4.3. Effekt einer steigenden 2. Investition auf $K_{I_1 I_1}$ und $K_{I_2 I_1}$ in verschiedenen Szenarien. 69
4.4. Effekt einer steigenden 2. Investition auf $I_{b-\Delta}$, I_{I_2} und $\tilde{I}_{I_1}$ in verschiedenen Szenarien. 70

5.1. Einfluss einer Backstoptechnologie bei erneuerbaren Energien auf die unterschiedlichen Lösungspfade bei fallendem Preis erneuerbarer Energien. 81

Literaturverzeichnis

[1] BMUB, 2016 *Klimaschutzplan 2050 [online]. Verfügbar auf: https://www.bmu.de/fileadmin/Daten_ BMU/Download_ PDF/Klimaschutz/klimaschutzplan_ 2050_ bf.pdf; (22.04.2018)*

[2] BP P.L.C., 2017 *BP Statistical Review of World Energy June 2017, 66th Edition*

[3] DAUBANES J. UND P. LASSERRE, 2012 *Substitution between bio-fuels and fossil fuels: is there a Green Paradox?, CIRANO Working Paper 2012s-10*

[4] FRANKFURTER ALLGEMEINE, 2018 *Die Angst vor dem Jahrtausendsommer [online]. Verfügbar auf: http://www.faz.net/aktuell/wissen/erde-klima/hitzewelle-und-trockenheit-angst-vor-dem-jahrtausendsommer-15712886.html ; (31.07.2018)*

[5] FRANKFURTER ALLGEMEINE, 2018 *Ist dieser Sommer noch normal? [online]. Verfügbar auf: http://www.faz.net/aktuell/politik/erleben-wir-gerade-die-ersten-zeichen-des-klimawandels-15711626.html; (31.07.2018)*

[6] GRAFTON R.Q. , T. KOMPAS UND N. V. LONG, 2012 *Non-Renewable Resource Supply: Substitution Effect, Compensation Effect, and All That. mimeo.,*

[7] HOLMSTRÖM B. AND J. ROBERTS, 1998 *The Boundaries of the Firm Revisited. The Journal of Economic Perspectives. 12:73-94*

[8] HOTELLING H., 1931 *The economics of exhaustible resources. Journal of Political Exonomy. 39:137-175*

[9] HOUGHTON J., 2004 *Global Warming. Cambridge: Cambridge University Press*

[10] KONFERENZ DER VERTRAGSPARTEIEN, 1992 *Rahmenübereinkommen der Vereinten Nationen über Klimaänderungen [online]. Verfügbar auf: https://unfccc.int/resource/docs/convkp/convger.pdf; (22.04.2018)*

[11] LONG N.V. UND H.-W. SINN, 1985 *Surprise Price Shifts, Tax Changes and the Supply Behaviour of Resource Extracting Firms. Australian Economic Papers. 24:278-289*

[12] PLOEG F.V.D. , 2010 *Is there really a Green Paradox? CESifo working paper No. 2963*

[13] PLOEG F.V.D. , 2012 *Breakthrough Renewables and the Green Paradox. CESifo working paper No. 3986*

[14] SINN H.-W. , 2007 *Pareto optimality in the extraction of fossil fuels and the greenhouse effect. CESifo working paper no. 2083, August 2007*

[15] SINN H.-W. , 2008 *Das grüne Paradoxon: Warum man das Angebot bei der Klimapolitik nicht vergessen darf. Perspektiven der Wirtschaftspolitik 2008 9:109-142*

[16] SINN H.-W. , 2008 *Public policies against global warming: a supply side approach. In Tax public finance 2008 15:360-394*

[17] SOLOW R.M. , 1974 *The Economics of Resources or the Resources of Economics. The American Economic Review Vol 64, 1-14*

[18] SPIEGEL ONLINE, 2017 *Nicaragua unterzeichnet Pariser Klimapakt [online]. Verfügbar auf: http://www.spiegel.de/wissenschaft/natur/nicaragua-unterzeichnet-pariser-klimaschutzabkommen-a-1174344.html; (15.04.2018)*

[19] STIGLITZ J., 1974 *Growth with Exhaustible Natural Resources: Efficient and Optimal Growth Paths. The Review of Economic Studies 41:123-137*

[20] STIGLITZ J., 1976 *Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources. American Economic Review 66:655-661*

[21] UNFCCC, 1992 *Parties and Observers [online]. Verfügbar auf: https://unfccc.int/parties-observers; (22.04.2018)*

[22] UNITED NATIONS, 2012 *Doha Amendment to the Kyoto Protocol [online]. Verfügbar auf: https://treaties.un.org/Pages/ViewDetails.aspx?src=TREATY&mtdsg_no=XXVII-7-c&chapter=27&clang=_en; (22.04.2018)*

[23] UNITED NATIONS, 2015 *FCCC/CP/2015/L.9/Rev.1 [online]. Verfügbar auf: https://unfccc.int/resource/docs/2015/cop21/eng/l09r01.pdf; (21.04.2018)*

[24] ZEIT ONLINE, 2017 *Syrien will Klimaabkommen beitreten [online]. Verfügbar auf: http://www.zeit.de/politik/ausland/2017-11/pariser-klimaabkommen-syrien-beitritt-usa-isoliert; (15.04.2018)*

[25] ZWISCHENSTAATLICHER AUSSCHUSS FÜR KLIMAÄNDERUNGEN, 2014 *Klimaänderungen 2014, Synthesebericht , [online]. Verfügbar auf: https://www.ipcc.ch/pdf/reports-nonUN-translations/deutch/IPCC-AR5_SYR_barrierefrei.pdf; (21.04.2018)*