

D I P L O M A R B E I T

Ein kombiniertes Fahrermodell für Vertikal- und Längsdynamik zur Entwicklung autonomer Fahrfunktionen

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Assistant Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Johannes Edelmann

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Plöchl

E325 Institut für Mechanik und Mechatronik

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Alexandra Anna Maria Geppl

Matr.Nr.: 1127125

Kennzahl: E 066 445

Wien, Oktober 2016

Ich habe zur Kenntnis genommen, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung

D I P L O M A R B E I T

nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin.

Ich erkläre weiters Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, genannt habe.

Weiters erkläre ich, dass ich dieses Diplomarbeitsthema bisher weder im In- noch Ausland (einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, am 17. Oktober 2016

.....
(Alexandra Anna Maria Geppl)

In der vorliegenden Arbeit wird aus Gründen der leichteren Lesbarkeit auf eine geschlechtsspezifische Differenzierung verzichtet. Es wird durchgängig die im Deutschen übliche männliche Form benutzt. Im Sinne der Gleichbehandlung gelten entsprechende Begriffe für beide Geschlechter.

Vorwort

Diese Arbeit entstand im Zuge meines Maschinenbau-Studiums an der Technischen Universität Wien am Institut für Mechanik und Mechatronik.

An dieser Stelle möchte ich mich bei meinen beiden Betreuern Herrn Assistant Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Johannes Edelmann und Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Plöchl für die Heranführung an dieses spannende Themengebiet bedanken. Dieses Gebiet hat großes Interesse bei mir geweckt. Je mehr ich mich damit beschäftigt habe, desto größer wurde meine Begeisterung dafür. Ich bin froh, mich für dieses interessante und lehrreiche Arbeitsthema entschieden zu haben, da mir das Verfassen dieser Diplomarbeit trotz der auftretenden Herausforderungen viel Freude bereitet hat. Weiters möchte ich mich für die ausgezeichnete Betreuung während der Arbeit bedanken. Herr Plöchl und Herr Edelmann nahmen sich stets für all meine Fragen und die auftretenden Schwierigkeiten kurzfristig Zeit.

Einen weiteren Dank möchte ich meinen Studienkollegen aussprechen. Durch den Zusammenhalt waren die teilweise doch sehr stressbehafteten Zeiten während des Studiums einfacher zu bewältigen und konnten meist durch Humor aufgelockert werden. Das gemeinsame Lernen, die zahlreichen Diskussionen über Fachthemen, das Feiern bestandener Prüfungen und die gemeinsamen Unternehmungen und Urlaube machten die Studienzeit zu einem tollen und unvergesslichen Lebensabschnitt.

Den größten Dank möchte ich meiner Familie, insbesondere meiner Mutter, zukommen lassen. Durch sie wurde mir das Studium überhaupt erst ermöglicht und auch während des Studierens konnte ich stets auf ihre Unterstützung in allen Formen zählen. An dieser Stelle möchte ich auch meinen Vater dankend erwähnen, der zwar von meiner Studienzeit nicht mehr viel miterleben durfte, weil er leider viel zu früh von uns gegangen ist, mich aber in allen anderen Phasen meines bisherigen Werdegangs stets unterstützt hat. Weiters möchte ich mich noch bei meiner Schwester für das Korrekturlesen der Arbeit bedanken.

Zuletzt möchte ich noch meinem Freund Michael danken, der mir während den stressigeren Phasen meiner Diplomarbeit den Rücken frei hielt und mir stets viel Verständnis entgegenbrachte.

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Fahrermodell entwickelt, das das Verhalten des Fahrers im Hinblick auf die Geschwindigkeitswahl während einer Fahrt auf einer geraden, unebenen Fahrbahn abbilden soll. Der Fahrer bewertet die zukünftigen Fahrbahnunebenheiten und wählt aufgrund dieser die Fahrgeschwindigkeit. Bei der Geschwindigkeitswahl muss der Fahrer stets einen Kompromiss zwischen verschiedenen Kriterien eingehen. Zum einen möchte er die Fahrt als komfortabel empfinden, zum anderen ist es dem Fahrer aber auch wichtig, möglichst zügig voranzukommen, da das Gelangen von A nach B in der Regel der primäre Grund für eine Fahrt ist. In der Realität sind noch weitere Aspekte, wie die Fahrsicherheit und keine Schäden am Fahrzeug zu verursachen, für die Wahl der Fahrgeschwindigkeit wichtig, auf die im Zuge dieser Arbeit jedoch nicht eingegangen wird. Abhängig vom Fahrstil sieht der optimale Kompromiss zwischen Fahrkomfort und zügigem Vorankommen für die verschiedenen Fahrertypen unterschiedlich aus.

Um das Verhalten des Fahrers bei der Wahl der Fahrgeschwindigkeit aufgrund dem gewünschten Fahrkomfort und dem Bestreben zügig Voranzukommen abbilden zu können, wird im Zuge dieser Arbeit ein kombiniertes Fahrermodell für die Vertikal- und Längsdynamik entwickelt, mit dem die Vertikalschwingungsanregung eines Fahrzeugs während einer Fahrt auf einer geraden, unebenen Fahrbahn betrachtet werden kann. Dieses Modell wird im Anschluss dazu verwendet, die Auswirkungen der Schwingungsanregung während einer Fahrt auf einer Fahrbahn, die Unebenheiten in Form von Einzelhindernissen aufweist, auf den Fahrkomfort zu betrachten. Ziel ist es, einen Geschwindigkeitsverlauf für das Überfahren der Einzelhindernisse zu ermitteln, der in Abhängigkeit des Fahrstils des Fahrers im Hinblick auf den gewünschten Fahrkomfort und dem Bedürfnis zügig voranzukommen optimal ist.

Das Fahren mit einem Fahrzeug entspricht einem Regelvorgang, bei dem der Fahrer den Regler und das Fahrzeug die Regelstrecke darstellt. Deshalb ist die Modellierung des Fahrzeugs sowie des Fahrers erforderlich. Das Fahrzeug wird mithilfe eines vereinfachten mechanischen Modells beschrieben, das wesentliche dynamischen Eigenschaften des schwingungsfähigen Systems Fahrzeug in vertikaler Richtung abbildet. Für den Regler Fahrer wird ein sogenannter Model Predictive Control Ansatz gewählt, da dieser Regelalgorithmus eine Modellierung des Verhaltens des Fahrers beim Fahren eines Fahrzeugs mit Vorausschau ermöglicht. Bei diesem Regelansatz wird die Stellgröße anhand des, über einen bestimmten Horizont, der in die Zukunft ragt, vorhergesagten Systemverhaltens gewählt. Die Regelziele werden in einer Gütefunktion definiert, die über den besagten Horizont aufgestellt wird. Die Stellgrößenänderung wird durch Lösen einer Optimierungsaufgabe, bei der die aufgestellte Gütefunktion minimiert wird, ermittelt. Dieses Regelverfahren ermöglicht bei der Stellgrößenwahl vorausschauend zukünftig auftretende Störungen und Vorhersagen über den Systemzustand zu berücksichtigen. Damit kann das Verhalten des Fahrers abgebildet werden, der aufgrund der zukünftigen Fahrbahnunebenheiten, die den Störgrößen entsprechen, die Fahrgeschwindigkeit, die der Stellgröße entspricht, wählt.

Das erstellte Fahrermodell wird anschließend angewendet, um die Anregung von Vertikalschwingungen auf einer geraden Fahrbahn, die Unebenheiten in Form von Einzelhindernissen aufweist, zu betrachten. Das Unebenheitsprofil der Fahrbahn wird dabei mittels einer vom Weg abhängigen Funktion vorgegeben. Bei der Schwingungsanregung durch Fahrbahnebenheiten spielt die Fahrgeschwindigkeit eine wichtige Rolle. Im Zuge dieser Arbeit wird auf die Auswirkungen dieser auf den Fahrkomfort näher eingegangen. Es wird ein Fahrgeschwindigkeitsverlauf beim Überfahren der Einzelhindernisse ermittelt, so dass der Fahrkomfort hinsichtlich der vom Fahrer gewünschten Kriterien optimiert wird. Damit das Überfahren der Einzelhindernisse als komfortabel empfunden wird, darf in erster Linie die Vertikalschwingbeschleunigung des Fahrzeugaufbaus aber auch die Längsbeschleunigung bzw. -verzögerung nicht zu groß ausfallen. Gleichzeitig wird das Bestreben des Fahrers möglichst zügig voranzukommen berücksichtigt. Diese Optimierungskriterien stellen die Regelziele der Gütefunktion dar.

Da die Vorstellungen des Fahrers hinsichtlich Fahrkomfort und zügigem Vorankommen vom persönlichen Fahrstil abhängen, werden in dieser Arbeit exemplarisch zwei Fahrstile betrachtet, nämlich der des „gemütlichen“ und der des „sportlichen“ Fahrers. Entsprechend dem Fahrstil, werden die einzelnen Regelziele in der Gütefunktion unterschiedlich gewichtet.

Es wird die Fahrt über unterschiedliche Einzelhindernisse, die verschiedene Geometrien und Anregungsfrequenzen aufweisen, simuliert. Anschließend werden die Simulationsergebnisse diskutiert.

Abstract

In this thesis a vehicle driver model is developed that represents the behaviour of a human driver regarding the velocity selection on a straight, uneven roadway. The driver rates the future road profile and chooses an appropriate velocity. The driver always has to make a compromise between different criteria. On the one hand he desires high driving comfort, on the other hand he wants to get quickly from A to B. Other aspects, like driving safety and avoiding damaging the vehicle influence the choice of velocity, but are not considered here. Depending on the individual driving style, the optimal compromise between fast and comfortable driving differs.

To model the driver's behaviour during the process of selecting the vehicle velocity, a combined driver model for vertical and longitudinal dynamics is developed, which may be used to investigate the vertical vibration excitation during driving on a straight, uneven roadway. This model is used to investigate the effects of the vibration excitation that is caused by driving on an uneven road with speed bumps on the driving comfort. The target is to find a velocity profile for crossing these bumps which is optimal in regard to vehicle speed and driving comfort.

Driving with a vehicle may be represented by a control loop, where the driver is the controller and the vehicle is the controlled system. Therefore, the driver and the vehicle must be modelled. The vehicle is modelled by a simplified mechanical model that includes the essential dynamic characteristics of the vehicle in vertical direction. For modelling the driver, a Model Predictive Control approach is chosen, that allows to include some preview information in the modelling. In this control approach the manipulated variable is selected based on the predicted system behaviour. The control objectives are defined in a cost function that includes preview information over a certain time horizon which ranges in the future. The manipulated variable is devised by optimization of the cost function. With this approach future disturbances and predictions regarding the system behaviour can be considered for determining the manipulated variable. Thus the behaviour of the driver can be modelled, who is selecting the vehicle velocity, which corresponds to the manipulated variable, because of the future road profile, which corresponds to the future disturbances.

The driver model is then applied for investigating the excitation of vertical vibrations on a straight roadway with speed bumps. The road profile is defined as a function of the distance. Velocity is an essential parameter for the vibration excitation. Therefore, the effects of velocity on driving comfort are investigated. A velocity profile is determined that is optimal regarding the driver's aspired driving comfort which depends on the individual driving style. That the driver feels comfortable while crossing speed bumps, primarily the vertical vibratory acceleration of the vehicle body but also the longitudinal acceleration and deceleration must not be too large. Additionally, for the determination of the velocity profile it is considered that the driver has a desire to move fast. These optimization criteria define the control objectives of the cost function.

Because the aspired compromise regarding driving comfort and speed depends on the driver's individual driving style, in this thesis exemplary two types of driving styles are considered. The first type represents the comfort-oriented driver, the second type represents the sporty driver. Depending on the type, the control objectives are differently weighted in the cost function.

The crossing of speed bumps with different geometries and excitation frequencies are simulated. Finally, simulation results are presented and discussed.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Einführung in das Themengebiet	3
1.3	Problemabgrenzung im Zuge dieser Arbeit	5
1.4	Zielsetzung	5
2	Fahrzeugmodelle	7
2.1	Schwingungsersatzsystem – Vollfahrzeug	8
2.2	Schwingungsersatzsystem – Halbfahrzeug	10
2.3	Schwingungsersatzsystem – Viertelfahrzeug	12
3	Fahrermodellierung und Model Predictive Control	13
3.1	Prädiktionsmodell	15
3.2	Zeithorizonte	21
3.3	Grundkonzept des MPC-Algorithmus	22
3.4	Prädiktion des Systemzustands und der Ausgangsgröße	25
3.5	Gütefunktion	31
3.6	Optimierungsaufgabe	36
3.7	Ermittlung des neuen Systemzustands und der Ausgangsgröße	41
3.8	Bedeutung des ermittelten Geschwindigkeitsverlaufs	41
4	Umsetzung von Fahrzeug- und Fahrermodellierung	43
4.1	Aufstellen der Bewegungsgleichungen	43
4.2	Berechnung der Eigenfrequenzen	45
4.3	Prädiktionsmodell	46
4.4	Fahrbahnebenheit	48
4.5	Adaption des MPC-Algorithmus	51
5	Simulation und Diskussion	59
5.1	Fahrer- und Simulationsparameter	59

5.2	Auswertungen	63
5.3	Simulationen	64
5.4	Diskussion der Ergebnisse	71
5.5	Kritikpunkte	72
6	Zusammenfassung und Ausblick	74
	Literaturverzeichnis	76

1 Einleitung

1.1 Motivation

Beim Thema „autonomes Fahren“ bzw. „automatisiertes Fahren“ handelt es sich um ein hochaktuelles Forschungsgebiet im Bereich der Fahrzeugtechnik, an dem aktuell intensiv geforscht wird. Im Hinblick auf den Automatisierungsgrad existieren sechs Stufen des automatisierten Fahrens, wie in Abbildung 1.1 dargestellt. Diese Klassifizierung beschreibt welche Aufgaben das Fahrzeug selbst wahrnimmt und welche Aufgaben an den Fahrer gestellt werden. [1]

STUFE 0 Driver Only	STUFE 1 Assistiert	STUFE 2 Teilautomatisiert	STUFE 3 Hochautomatisiert	STUFE 4 Vollautomatisiert	STUFE 5 Fahrerlos
Fahrer führt dauerhaft Längs- und Querführung aus.	Fahrer führt dauerhaft Längs- oder Querführung aus.	Fahrer muss das System dauerhaft überwachen.	Fahrer muss das System nicht mehr dauerhaft überwachen. Fahrer muss potentiell in der Lage sein, zu übernehmen.	Kein Fahrer erforderlich im spezifischen Anwendungsfall.	Von „Start“ bis „Ziel“ ist kein Fahrer erforderlich.
Kein eingreifendes Fahrzeugsystem aktiv.	System übernimmt die jeweils andere Funktion.	System übernimmt Längs- und Querführung in einem spezifischen Anwendungsfall ¹ .	System übernimmt Längs- und Querführung in einem spezifischen Anwendungsfall ¹ . Es erkennt Systemgrenzen und fordert den Fahrer zur Übernahme mit ausreichender Zeitreserve auf.	System kann im spezifischen Anwendungsfall ¹ alle Situationen automatisch bewältigen.	Das System übernimmt die Fahraufgabe vollumfänglich bei allen Straßentypen, Geschwindigkeitsbereichen und Umfeldbedingungen.

¹ Anwendungsfälle beinhalten Straßentypen, Geschwindigkeitsbereiche und Umfeldbedingungen

Abbildung 1.1: Stufen des automatisierten Fahrens; vgl. [1, S. 15]

Beim automatisieren Fahren übernimmt das Fahrzeug die Handlungen, die bisher vom Fahrer ausgeführt wurden, wie beispielsweise Lenken, Beschleunigen und Verzögern. Dabei bezieht das Fahrzeug die notwendigen Eingangsdaten über Sensoren. Bei den durch die Sensoren erfassten Daten handelt es sich um ähnliche Informationen, die auch dem Fahrer zur Verfügung stehen und aufgrund denen er seine Entscheidungen während der Fahrt trifft. Anhand der erfassten Daten reagiert das Fahrzeug über Algorithmen selbständig und führt die notwendigen Eingriffe, in beispielsweise der Bewegungsrichtung oder der Fahrgeschwindigkeit, ohne Zutun des Fahrers durch. [2]

Beim vollständig fahrerlosen Fahren gibt es keinen aktiven Fahrer und somit wäre auch kein Fahrermodell erforderlich. Um automatisierte Fahrfunktionen entwickeln zu können, ist es jedoch erforderlich, den Fahrer und seine Verhaltensweise beim Betreiben seines Fahrzeugs zu verstehen. Das automatisch bewegte Fahrzeug muss so handeln, wie es der Fahrer tun würde, da sonst kein „Vertrauen“ zum Fahrzeug aufgebaut werden kann und er die neue Technologie eventuell ablehnen würde. Daher ist es als Vorstufe der Entwicklung automatisierter Fahrfunktionen notwendig, das Verhalten des Fahrers möglichst realitätsnah, etwa über Fahrermodelle, abzubilden.

Außerdem werden Fahrermodelle in der Entwicklung von Kraftfahrzeugen im Prototypenbau eingesetzt. Ein realer Prototyp nimmt viel Zeit und Kosten in Anspruch. Darum wird mit virtuellen Prototypen mit virtuellen Fahrern gearbeitet bevor reale Prototypen erstellt werden.

Bei der Entwicklung von Fahrermodellen stellen Sensoren, mit denen die zum Führen des Fahrzeugs notwendigen Informationen aufgenommen werden, häufig die Augen des Fahrers dar. In einem Algorithmus werden anhand der erfassten Daten die notwendigen Eingriffe ermittelt. Der Algorithmus soll das reale Verhalten des Fahrers bestmöglich widerspiegeln, und derart eingreifen, wie es auch der Fahrer tun würde. Die geplanten Eingriffe werden von Aktoren, die den Händen und Füßen des Fahrers entsprechen, umgesetzt.

Bisher gibt es in erster Linie Fahrermodelle, die sich mit der Querdynamik des Fahrzeugs beschäftigen. Weiters wurde die Kombination aus Querdynamik und Längsdynamik, beispielsweise in [3], bereits teilweise betrachtet. Im Zuge dieser Diplomarbeit wird nun die Vertikaldynamik mit der Längsdynamik kombiniert. Es wird also ein Fahrermodell entwickelt, mit dem die Schwingungsanregung des Fahrzeugs in vertikaler Richtung während einer Fahrt, die Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge in Längsrichtung enthält, betrachtet werden kann.

Bei der Betrachtung der Vertikalschwingungsanregung müssen verschiedene Aspekte beachtet werden. Zum Einen beeinflussen die Vertikalschwingungen das Fahrverhalten des Fahrzeugs und damit auch die Fahrsicherheit. Zum Anderen werden sie in weiterer Folge auch auf die Fahrzeuginsassen übertragen, wodurch sie negative Auswirkungen auf den Fahrkomfort haben. Zusätzlich müssen die Schwingwege innerhalb gewisser geometrischer Grenzen bleiben, da sonst Schäden am Fahrzeug entstehen. Außerdem haben die Vertikalschwingungen einen geringen Einfluss auf die Fahrbahnbeanspruchung.

1.2 Einführung in das Themengebiet

Die Grundlage für dieses Kapitel bildet [4]. Das Fahren mit einem Fahrzeug stellt ein komplexes Problem dar, bei dem sich die dynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs und die Handlungen des Fahrers gegenseitig beeinflussen.

Die dynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs werden anhand eines mechanischen Modells betrachtet, das sich aus Einzelmassen zusammensetzt, die durch Gelenke, Federn und Dämpfer beweglich miteinander verbunden sind. Ausgehend von diesem Modell wird die Bewegung des Fahrzeugs mathematisch durch Differentialgleichungen beschrieben.

Auf dieses mechanische Modell wirken die Handlungen des Fahrers ein. Der Fahrer bestimmt durch Beschleunigen und Verzögern sowie Lenken die Fahrgeschwindigkeit und die Bewegungsrichtung des Fahrzeugs. Die Handlungen des Fahrers hängen dabei von seinen subjektiven Vorstellungen sowie von äußeren Einflüssen ab. Die subjektiven Vorstellungen des Fahrers resultieren in erster Linie aus seinem persönlichen Fahrstil. Wichtige äußere Einflüsse stellen zum Beispiel die Fahrbahneigenschaften, Wettereinflüsse und das Verhalten weiterer Verkehrsteilnehmer dar. Der Fahrer vergleicht laufend die Bewegung seines Fahrzeugs mit seinen subjektiven Vorstellungen sowie den äußeren Einflüssen und nimmt entsprechende Korrekturen bei der Fahrgeschwindigkeit und der Bewegungsrichtung vor. Dabei bezieht der Fahrer nicht nur die aktuelle Situation, sondern auch Abschätzungen über das zukünftige Verhalten, in seine Entscheidungen mit ein. Durch Erfahrungswerte hat der Fahrer zu einem gewissen Maße ein Gefühl für die Dynamik des Fahrzeugs und kann daher einschätzen, wie sich die getätigten Korrekturen auf die Bewegung des Fahrzeugs auswirken werden.

Beim Fahren mit einem Fahrzeug handelt es sich um einen geschlossenen Regelkreis, wie in Abbildung 1.2 gezeigt, in dem der Fahrer den Regler und das Fahrzeug die Regelstrecke darstellt.

Während der Fahrt wirken Störungen auf das Fahrzeug ein, welche auch teilweise passiv auf die Fahrzeuginsassen übertragen werden. Durch die einwirkenden Störungen wird das Fahrzeug unter anderem zu mechanischen Schwingungen angeregt. Die Schwingungsanregung stellt ein wichtiges Thema in der Fahrdynamik dar, da sie, wie bereits erwähnt, unter anderem Einfluss auf das Fahrverhalten, die Fahrsicherheit, den Fahrkomfort und die Fahrbahnbeanspruchung hat. Außerdem müssen die Schwingwege innerhalb gewisser geometrischer Grenzen bleiben, da sonst Schäden am Fahrzeug entstehen. Einen weiteren, den Fahrkomfort mindernden, Störungseinfluss stellt die Lärmentwicklung dar, die eng mit der Schwingungsanregung im Zusammenhang steht.

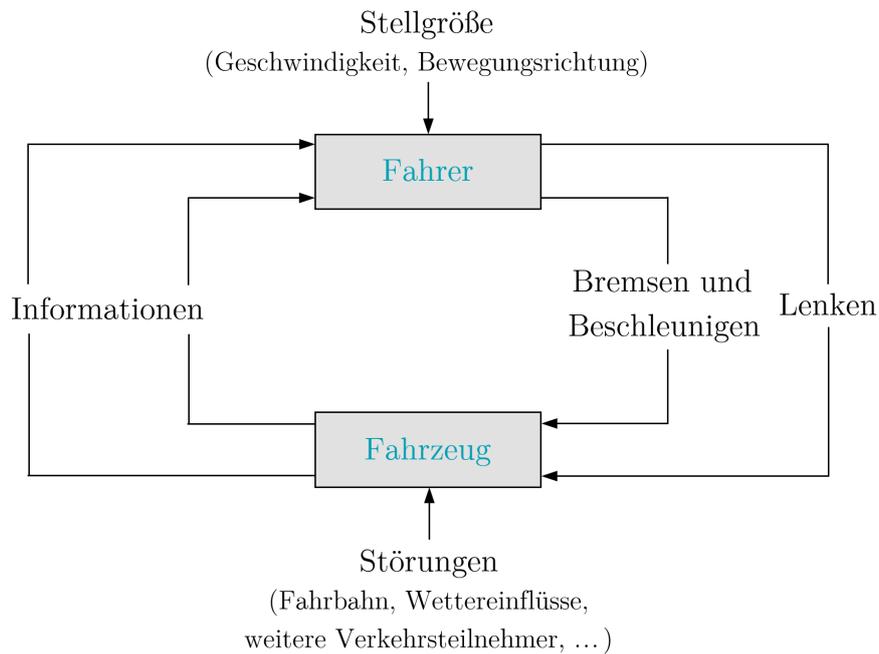


Abbildung 1.2: Wechselwirkung Fahrzeug – Fahrer; vgl. [4, S. 2]

In Abbildung 1.3 ist in einem Blockschaubild eine Übersicht über die wichtigsten Schwingungsanregungsfaktoren und deren Auswirkungen dargestellt.

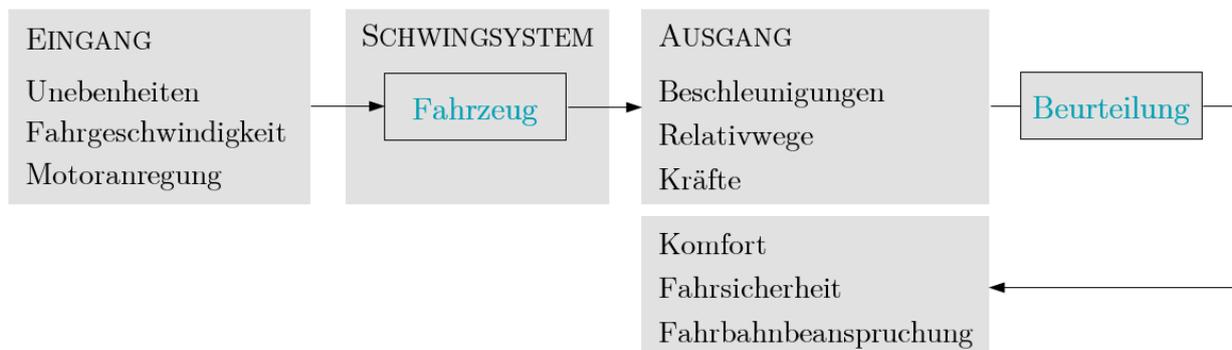


Abbildung 1.3: Schwingungsanregungsquellen und deren Auswirkungen; vgl. [4, S. 293]

Fahrbahnunebenheiten sind eine der Hauptanregungsquellen für Vertikalschwingungen. Sie treten im Allgemeinen unregelmäßig auf. Man unterscheidet zwischen stochastischen Unebenheiten und Einzelhindernissen. Stochastische Unebenheiten treten entlang der gesamten Fahrbahn auf und werden vom Fahrer nicht als diskrete Unebenheiten wahrgenommen. Sie stellen die Abweichung von der ideal glatten Fahrbahn dar und sind ein Maß für deren Qualität. Einzelhindernisse sind Unebenheiten mit einer begrenzten Länge, die an diskreten

Stellen der Fahrbahn auftreten. Sie heben sich von der restlichen Fahrbahn ab und sind für den Fahrer klar erkennbar. Beispiele hierfür sind Temposchwellen und Bahnübergänge. Bei der Schwingungsanregung durch Fahrbahnunebenheiten spielt die Fahrgeschwindigkeit eine entscheidende Rolle.

Weiters kommt es zu fahrzeugintern angeregten Schwingungen. Dabei handelt es sich etwa um periodische Schwingungen, die beispielsweise vom Motor oder den Rädern bzw. Reifen angeregt werden.

Die hervorgerufenen Schwingungen wirken sich, wie bereits erwähnt, auf den Komfort, die Fahrsicherheit und die Fahrbahnbeanspruchung aus. Außerdem können sie Schäden am Fahrzeug verursachen.

1.3 Problemabgrenzung im Zuge dieser Arbeit

Die Behandlung des Gesamtsystems, das sich aus dem Fahrzeug, dem Fahrer und den äußeren Einflüssen zusammen setzt, ist sehr komplex. Daher ist die Aufteilung in Einzelprobleme zweckmäßig, wodurch die Übersichtlichkeit erhöht wird und das Wesentliche leichter erkennbar ist. Dafür müssen jedoch Vernachlässigungen in Kauf genommen werden. [4]

Im Zuge dieser Arbeit werden die Auswirkungen von Fahrbahnunebenheiten in Form von Einzelhindernissen auf die Anregung von Vertikalschwingungen betrachtet. Stochastische Unebenheiten und fahrzeugintern erregte Schwingungen werden dabei außer Acht gelassen. Weitere äußere Einflüsse, wie beispielsweise Wetterbedingungen oder das Verhalten anderer Verkehrsteilnehmer, werden ebenfalls nicht berücksichtigt.

Es wird von einer geraden Fahrbahn, die Unebenheiten in Form von Einzelhindernissen aufweist, ausgegangen. Das bedeutet, die Handlungen des Fahrers beschränken sich auf Beschleunigen und Verzögern, Lenken ist nicht erforderlich. Der Fahrer regelt also nur die Fahrgeschwindigkeit, die Bewegungsrichtung bleibt unverändert.

1.4 Zielsetzung

Es wird ein Fahrermodell zur Abbildung des menschlichen Verhaltens des Fahrers bei der Geschwindigkeitswahl während einer Fahrt auf einer geraden, unebenen Fahrbahn entwickelt. Bei der Geschwindigkeitswahl werden in dieser Arbeit zwei, im Widerspruch zueinander stehende, Kriterien berücksichtigt. Zum Einen hat der Fahrer den Wunsch nach einem möglichst hohen Fahrkomfort, zum Anderen das Bestreben zügig voranzukommen.

Der als optimal empfundenen Kompromiss zwischen diesen beiden Kriterien variiert je nach Fahrertyp.

Um dies umzusetzen, wird in dieser Arbeit ein Fahrermodell entwickelt, das die Vertikal- und Längsdynamik kombiniert. Mit diesem Modell kann die Vertikalschwingungsanregung des Fahrzeugs während einer Fahrt mit Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgängen in Längsrichtung betrachtet werden.

Zur Erstellung des Fahrermodells ist es erforderlich, das Fahrzeug sowie den Fahrer zu modellieren. Das Fahrzeug wird mit einem mechanischen Modell abgebildet, das die dynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs wiedergibt. Der Fahrer wird durch einen Regelalgorithmus modelliert, der das Verhalten des Fahrers möglichst realitätsnah abbildet.

Das erstellte Fahrermodell wird anschließend angewendet, um die Anregung von Vertikalschwingungen auf einer geraden Fahrbahn, die Unebenheiten in Form von Einzelhindernissen aufweist, zu betrachten. Das Unebenheitsprofil der Fahrbahn wird mittels einer vom Weg abhängigen Funktion vorgegeben. Dabei wird auf die Auswirkungen der Vertikalschwingungsanregung auf den Fahrkomfort näher eingegangen.

Wie bereits erwähnt, hat die Fahrgeschwindigkeit auf die Schwingungsanregung durch Fahrbahnunebenheiten einen entscheidenden Einfluss. Die Überlegung, dass die Wahl der Fahrgeschwindigkeit die Schwingungsanregung und damit auch die Auswirkungen dieser auf den Fahrkomfort beeinflussen kann, ist daher naheliegend. Der erste Gedanke wäre natürlich, die Fahrgeschwindigkeit zu verringern um den Fahrkomfort zu erhöhen. Gleichzeitig liegt in der Regel jedoch das Bestreben des Fahrers vor, möglichst zügig voranzukommen. Das bedeutet, dass die Fahrgeschwindigkeit gleichzeitig möglichst nahe einer vom Fahrer gewünschten Referenzgeschwindigkeit gehalten werden soll, die beispielsweise der örtlichen Geschwindigkeitsbeschränkung entsprechen kann.

Im Zuge dieser Arbeit wird versucht, einen geeigneten Geschwindigkeitsverlauf für das Überfahren von Einzelhindernissen zu ermitteln, der im Hinblick auf den vom Fahrer gewünschten Fahrkomfort sowie dem Bedürfnis möglichst zügig voranzukommen optimal ist. Gleichzeitig soll die Wahl des Geschwindigkeitsverlaufs so erfolgen, dass sie dem typischen Handlungsmuster des Fahrers entspricht.

2 Fahrzeugmodelle

Die Grundlage für die Vorgehensweise bei der Modellbildung in diesem Kapitel bildet [4]. Um die dynamischen Eigenschaften eines schwingungsfähigen Systems abbilden zu können, ist es notwendig, das Problem mithilfe eines geeigneten mechanischen Modells zu betrachten. Im Zuge der Modellbildung ist es erforderlich Vereinfachungen vorzunehmen. So ein Modell besteht in der Regel aus Einzelmassen, die durch Gelenke, Federn und Dämpfer beweglich miteinander verbunden sind. Ausgehend von diesem Modell können Differentialgleichungen, die Bewegungsgleichungen, aufgestellt werden, die die Bewegungen des Systems mathematisch beschreiben.

Im konkreten Fall eines PKWs kann das Modell bei vereinfachter Betrachtung aus fünf Einzelmassen aufgebaut werden. Dabei werden dem Aufbau und den vier Rädern jeweils eine Einzelmasse zugeordnet.

Abbildung 2.1 zeigt die Freiheitsgrade, die den jeweiligen Einzelmassen zugeordnet sind.

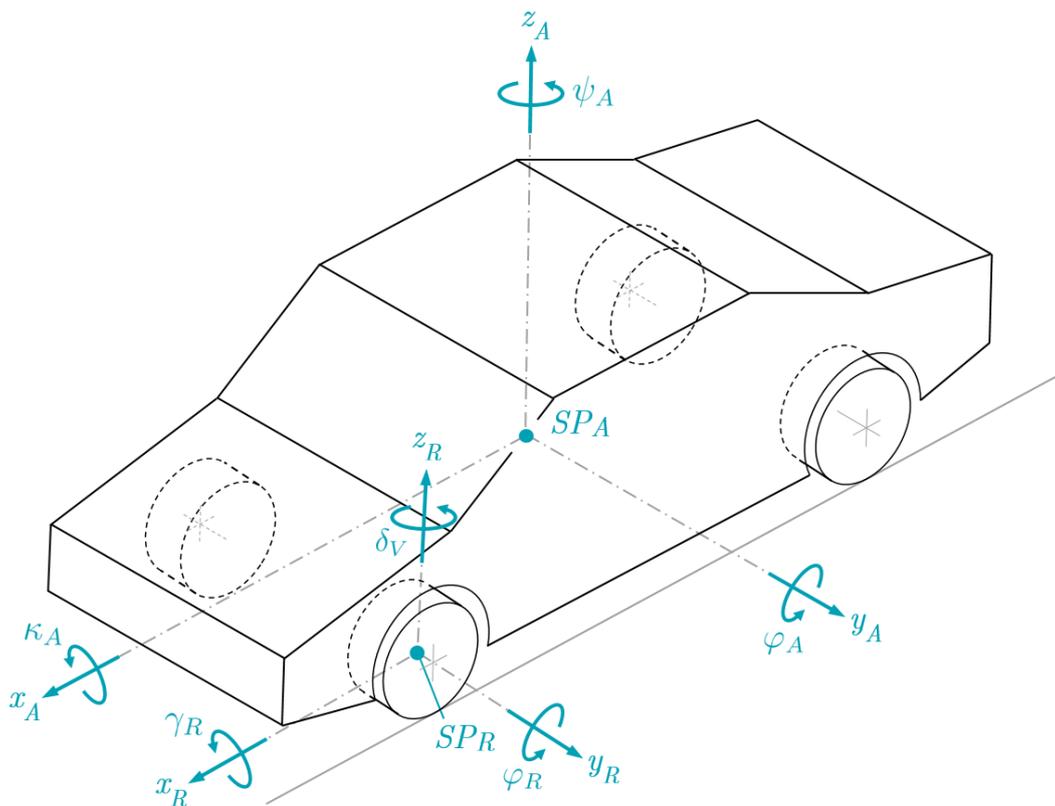


Abbildung 2.1: Freiheitsgrade am Fahrzeug; vgl. [4, S. 4]

Dem Fahrzeugaufbau mit dem Schwerpunkt SP_A sind die translatorischen Bewegungen x_A , y_A und z_A sowie die Drehbewegungen κ_A , φ_A und ψ_A zugeordnet. x_A beschreibt die Längsbewegung des Fahrzeugs, y_A beschreibt die Querbewegung und z_A die Hubbewegung. Die Drehung um die x_A -Achse wird als Aufbauwanken κ_A bezeichnet, die Drehung um die y_A -Achse als Aufbaunicken φ_A und die Drehung um die z_A -Achse als Gieren ψ_A .

Jedem Rad mit dem Schwerpunkt SP_R sind ebenfalls drei translatorische Bewegungen x_R , y_R und z_R sowie drei Drehbewegungen γ_R , φ_R und δ_V zugeordnet. Das Schwenken um die x_R -Achse wird als Sturz γ_R bezeichnet. Die Drehung um die y_R -Achse beschreibt die Rollbewegung φ_R . Bei den Vorderrändern kommt noch die Drehung um die z_R -Achse hinzu, die der Lenkbewegung δ_V entspricht.

Da im Zuge dieser Arbeit von einer geraden Fahrbahn ausgegangen wird und somit keine Lenkvorgänge erforderlich sind, wird die Lenkbewegung δ_V nicht weiter beachtet.

Beim Fahren auf einer unebenen Fahrbahn wird das Fahrzeug zum Schwingen angeregt. Dabei führen die Räder hauptsächlich Schwingungen in z_R -Richtung aus. Beim Aufbau überwiegen die Hubbewegungen z_A , die Wankbewegungen κ_A und die Nickbewegungen φ_A . Die Auswirkungen auf die restlichen Freiheitsgrade sind vergleichsweise gering und werden deshalb nicht weiter berücksichtigt.

Für die Schwingungen in den betrachteten Freiheitsgraden sind in erster Linie nur die vertikalen Schwingungseigenschaften von Bedeutung. Es ist naheliegend, dass dies für die Hubbewegungen der Räder und des Aufbaus der Fall ist. Aber auch die Wank- und Nickbewegungen des Aufbaus hängen vorwiegend von den unterschiedlichen Unebenheitsanregungen und den unterschiedlichen Hubbewegungen der einzelnen Räder ab, wodurch auch für deren Beschreibung in erster Linie nur die vertikalen Schwingungen eine Rolle spielen. Bei der Modellbildung ist es also ausreichend, nur die vertikalen Schwingungseigenschaften des Systems zu erfassen.

2.1 Schwingungersatzsystem – Vollfahrzeug

Die vertikalen Schwingungseigenschaften des Fahrzeugs werden abgebildet, indem sich der Fahrzeugaufbau über vier Feder-Dämpfer Systeme auf den vier Rädern abstützt und diese sich wiederum über Feder-Dämpfer Systeme auf der unebenen Fahrbahn abstützen. Für die Feder-Dämpfer Systeme wird das sogenannte Kelvin-Voigt-Modell, wie in Abbildung 2.2 dargestellt, herangezogen. Bei diesem Modell sind ein hydraulischer Dämpfer mit konstanter Dämpfungskonstante k und eine Feder mit konstanter Federsteifigkeit c parallelgeschaltet.

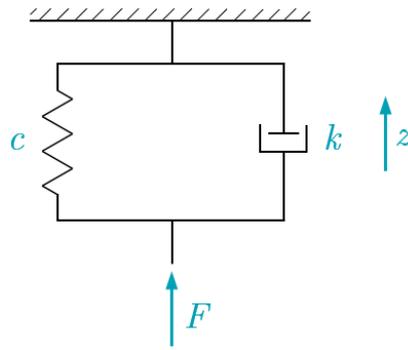


Abbildung 2.2: Kelvin-Voigt-Modell, vgl. [4, S. 310]

Die Reifendämpfung ist im Vergleich zum Schwingungsdämpfer des Aufbaus (im allgemeinen Sprachgebrauch als Stoßdämpfer bezeichnet) so gering, dass sie bei Fahrzeugen, die mit einem Schwingungsdämpfer ausgestattet sind, vernachlässigt werden kann. Die Abstützungen der Räder auf der Fahrbahn werden daher in weiter Folge nur über die Reifenfedern modelliert.

In Abbildung 2.3 ist das Schwingungersatzsystem des Fahrzeugs dargestellt, das sich durch die beschriebenen Vereinfachungen und Modellierungsmethoden ergibt.

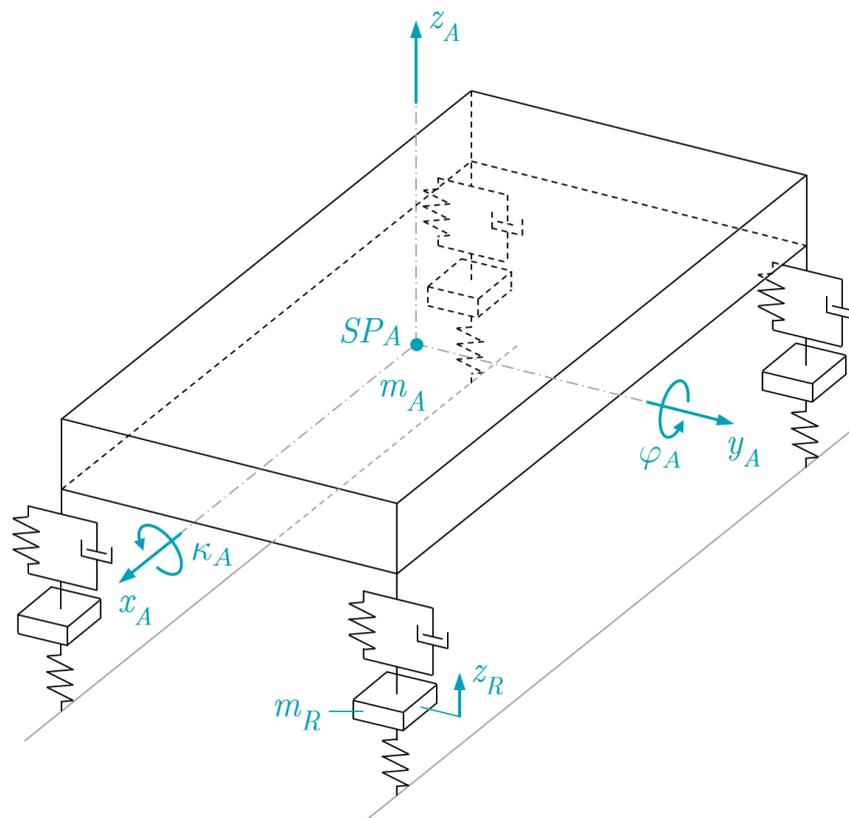


Abbildung 2.3: Schwingungersatzsystem – Vollfahrzeug; vgl. [4, S. 292]

Die Aufbaumasse m_A fasst alle Massen zusammen, die mit dem Fahrzeugaufbau mitschwingen, die Radmassen m_R alle Massen, die mit den Rädern mitschwingen.

Näherungsweise kann angenommen werden, dass das Fahrzeug bezüglich der x - z -Ebene symmetrisch ist.

Im allgemeinen Fall einer Anregung durch eine unebene Fahrbahn kann jeweils die aktuelle Höhe der Unebenheit für jedes einzelne Rad einen unterschiedlichen Wert haben. Unter Voraussetzung der Symmetrieannahme gibt es hier zwei Sonderfälle, die reine Hubanregung und die reine Wankanregung. Bei der reinen Hubanregung hat die aktuelle Unebenheit am linken und am rechten Rad einer Achse jeweils den selben Wert. Der Fahrzeugaufbau führt dabei keine Wankbewegungen κ_A und Querschwingungen y_A aus, sondern nur Hubbewegungen z_A und Nickbewegungen φ_A . Bei der reinen Wankanregung hat die aktuelle Unebenheit am Rad auf der einen Seite genau den gegengleichen Wert als am Rad auf der anderen Seite. Der Fahrzeugaufbau führt dabei keine Hubbewegungen z_A und Nickbewegungen φ_A aus, sondern nur Wankbewegungen κ_A und Querschwingungen y_A . Wenn diese Sonderfälle vorliegen, kann das Vollfahrzeug-Modell weiter vereinfacht werden. Im Falle reiner Hubanregung ist es ausreichend eine Spur des Fahrzeugs zu betrachten, bei reiner Wankanregung ist es ausreichend eine Achse des Fahrzeugs zu betrachten.

2.2 Schwingungersatzsystem – Halbfahrzeug

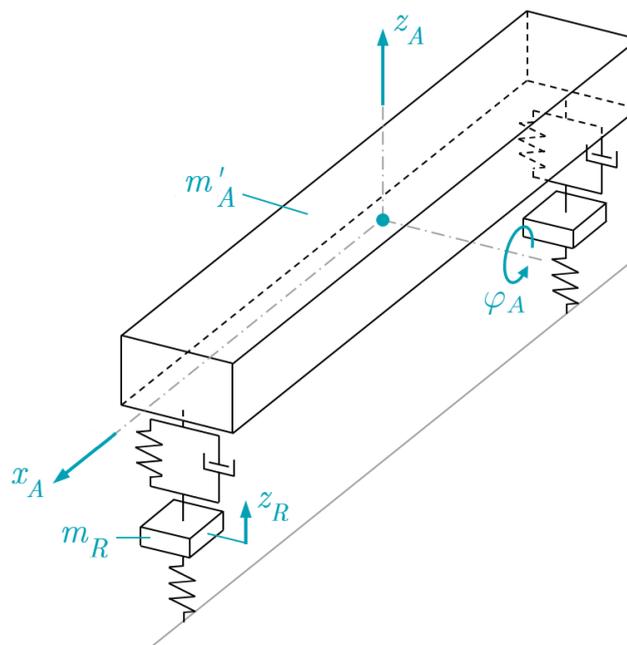


Abbildung 2.4: Schwingungersatzsystem – Halbfahrzeug; vgl. [4, S. 297]

Im Zuge dieser Arbeit wird eine reine Hubanregung behandelt. Im Falle reiner Hubanregung ist ein Halbfahrzeug-Modell, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, ausreichend, um alle relevanten Schwingungseigenschaften zu modellieren.

Eine weitere Vereinfachung ergibt sich, wenn man die Aufbauteilmasse m'_A durch drei Einzelmassen $m'_{A,v}$, $m'_{A,h}$ und m'_K ersetzt. Diese drei Massen sind durch eine massenlose Stange miteinander verbunden. Die Größe der Einzelmassen und die Position der Koppelmasse werden so gewählt, dass die Gesamtmasse, die Schwerpunktlage und das Massenträgheitsmoment bezüglich der y -Achse erhalten bleiben. Das sich dadurch ergebende Schwingungsersatzsystem ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

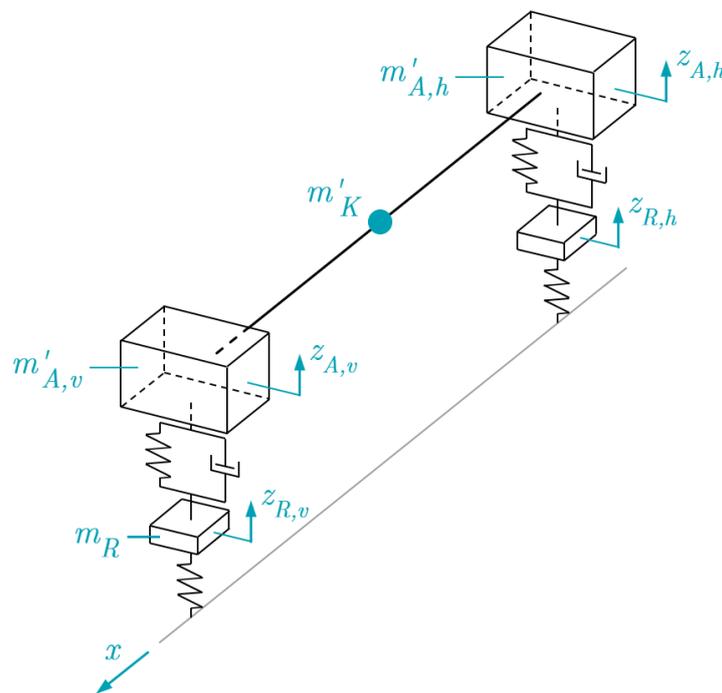


Abbildung 2.5: Schwingungsersatzsystem – vereinfachtes Halbfahrzeug; vgl. [4, S. 297]

Die Koppelmasse sorgt dafür, dass sich die Bewegungen der Massen der Vorderachse und die der Massen der Hinterachse gegenseitig beeinflussen. Wird das Fahrzeug also an der Vorderachse angeregt, schwingen nicht nur die Massen der Vorderachse und die Koppelmasse, sondern auch die Massen der Hinterachse und umgekehrt.

Bei der Betrachtung eines PKWs wird häufig mit der Näherung $m'_K = 0$ gearbeitet. Für diesen Sonderfall entkoppeln sich die Schwingungen der Massen der Vorderachse und die der Hinterachse. Man erhält zwei entkoppelte Schwingensysteme, die um den Achsabstand des Fahrzeugs versetzt angeregt werden. Unter Voraussetzung gleicher Systemparameter führen beide Systeme die gleichen Schwingungen um den Phasenwinkel des Achsabstands

verschoben aus. In diesem Fall ist es ausreichend die Schwingungen der Massen einer Achse zu betrachten.

Mit der zusätzlichen Annahme eines unendlich großen Achsabstands treten keine Nickbewegungen φ_A des Ausbaus mehr auf.

Unter Voraussetzung dieser Annahmen kann das Halffahrzeug-Modell weiter zu einem Viertelfahrzeug-Modell vereinfacht werden.

2.3 Schwingungersatzsystem – Viertelfahrzeug

Mit den eben beschriebenen Vereinfachungen erhält man das sogenannte Viertelfahrzeug mit den zwei Freiheitsgraden z_A und z_R . Bei diesem Modell werden nur Hubbewegungen betrachtet. Das entsprechende Schwingungersatzsystem ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Im Zuge dieser Arbeit wird mit diesem Modell gearbeitet.

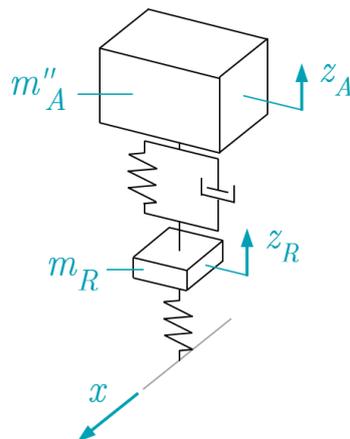


Abbildung 2.6: Schwingungersatzsystem – Viertelfahrzeug; vgl. [4, S. 299]

3 Fahrermodellierung und Model Predictive Control

Wie bereits in Kapitel 1.2 erwähnt, handelt es sich beim Fahren mit einem Fahrzeug um einen geschlossenen Regelkreis, in dem der Fahrer den Regler und das Fahrzeug die Regelstrecke darstellt. Im Zuge dieser Arbeit wird die Fahrt auf einer geraden Fahrbahn, die Unebenheiten in Form von Einzelhindernissen ausweist, betrachtet. Der entsprechende Regelkreis ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

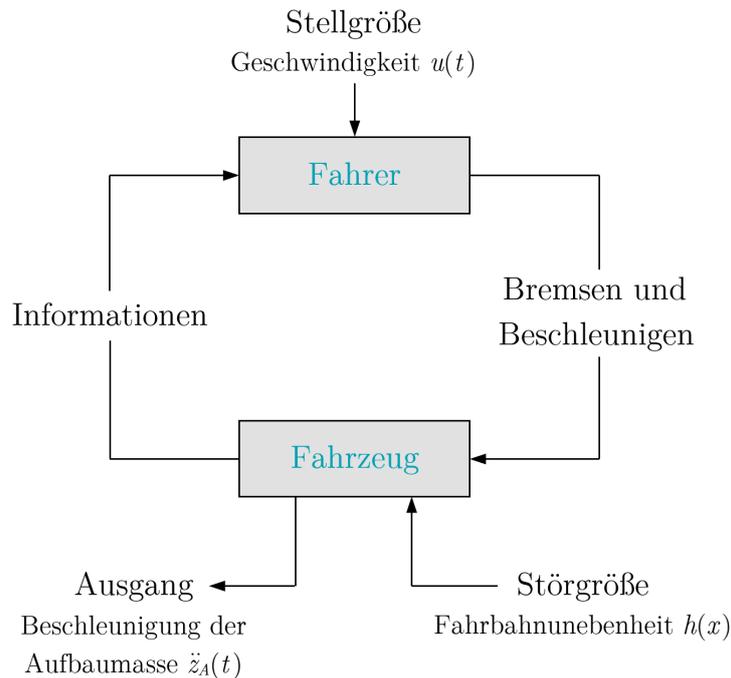


Abbildung 3.1: Regelkreis für die Fahrt auf einer geraden, unebenen Fahrbahn

Der Fahrer legt eine Referenzgeschwindigkeit fest, mit der er das Fahrzeug bewegen möchte. Diese Referenzgeschwindigkeit kann beispielsweise der örtlichen Geschwindigkeitsbeschränkung entsprechen. Während der Fahrt wirken Störungen in Form von Fahrbahnunebenheiten auf das Fahrzeug ein und regen es zu Vertikalschwingungen an. Diese Störungen zwingen den Fahrer, von seiner gewünschten Referenzgeschwindigkeit abzuweichen. Er wählt eine neue, den jeweiligen Umständen angepasste, Geschwindigkeit, die er durch Verzögern bzw. Beschleunigen einstellt. Dabei fließt nicht nur die aktuelle Störgröße in seine Geschwindigkeitswahl ein, sondern er bewertet über einen gewissen Horizont auch die zukünftig auftretenden Störgrößen und deren Auswirkungen auf das Systemverhalten. Durch Erfahrungswerte hat der Fahrer bis zu einem gewissen Maße ein Gefühl für die Dynamik des Fahrzeugs und kann daher Abschätzungen über die Auswirkungen der zukünftigen Störgrößen treffen. Durch vorausschauendes Fahren, also durch das Miteinbeziehen von Zukunftsinformationen,

ist es möglich auf zukünftige Störungen bereits bevor diese tatsächlich auftreten zu reagieren, um deren Auswirkungen möglichst gering zu halten. Bei der Geschwindigkeitswahl muss der Fahrer ständig einen Kompromiss zwischen dem Halten der von ihm gewünschten Referenzgeschwindigkeit und der Minimierung der Auswirkungen der Störungen treffen.

Bei der Modellierung des Fahrers ist es also erforderlich einen Regelalgorithmus zu verwenden, bei dem Zukunftsinformationen bei der Wahl der Fahrgeschwindigkeit miteinbezogen werden können. Daher wird für die Modellierung des Fahrers der Ansatz der modellbasierten prädiktiven Regelung (engl. *Model Predictive Control*) gewählt.

Da zu Thema „Model Predictive Control (MPC)“ vorwiegend englischsprachige Literatur existiert, wird von den grundlegenden Begriffen zusätzlich die englische Bezeichnung angegeben.

Das Prinzip der modellbasierten prädiktiven Regelung beruht auf der Verwendung eines Prozessmodells zur Vorhersage zukünftiger Regelgrößen, um daraus Rückschlüsse für die aktuellen Stelleingriffe zu ziehen. Es werden die zukünftigen Auswirkungen der aktuellen und geplanten Stellgrößen abgeschätzt und im Regelalgorithmus optimiert. Dieses Regelverfahren ermöglicht, sich bei der aktuellen Stellgrößenwahl so zu verhalten, dass in Zukunft ein bestmögliches Ergebnis zu erwarten ist. Ziel ist es, dadurch einen optimalen Stellgrößenverlauf im Hinblick auf die gewünschten Optimierungskriterien zu erzeugen. [5]

Die nachfolgende kurze Beschreibung des MPC-Algorithmus beruht auf [5], [6] und [7].

Die Grundlage für die modellprädiktive Regelung bildet ein Modell, das das dynamische Systemverhalten wiedergibt. Dieses Modell wird verwendet, um ausgehend vom aktuellen Systemzustand die Ausgangsgrößen über einen bestimmten Zeithorizont, der in die Zukunft ragt, vorherzusagen. Dieser Zeithorizont wird als Prädiktionshorizont bezeichnet. In die Vorhersage fließen die aktuellen und geplanten Stellgrößen sowie die zukünftig auftretenden Störgrößen, sofern diese über den betrachteten Zeitraum bekannt sind, ein.

Für jeden Zeitschritt wird eine Optimierungsaufgabe gelöst, bei der die optimale Stellgrößenänderung ermittelt wird. Dazu wird eine Gütefunktion aufgestellt, in die die prädizierten Ausgangsgrößen einfließen. In der Gütefunktion werden die gewünschten Optimierungskriterien definiert. Sie setzt sich meist aus mehreren Kostenanteilen zusammen, die entsprechend ihrer Wichtigkeit gewichtet werden. Die Gütefunktion wird ausgehend vom aktuellen Zeitpunkt über den Prädiktionshorizont aufgestellt. Durch Minimieren der Gütefunktion wird die optimale Stellgrößenänderung ermittelt.

Bei der Optimierungsaufgabe können zusätzlich Beschränkungen für die Stellgrößen bzw. die Stellgrößenänderungen, die Zustandsgrößen und die Ausgangsgrößen berücksichtigt wer-

den. Diese Beschränkungen werden als Nebenbedingungen in den Optimierungsalgorithmus eingebunden.

Beim darauffolgenden Zeitschritt hat sich die ermittelte Stellgrößenänderung bereits auf den Systemzustand ausgewirkt. Dieser Systemzustand bildet dann den neuen Ausgangszustand, wodurch sich der Regelkreis schließt. Diese Vorgehensweise wird für jeden Zeitschritt von Neuem durchgeführt.

Bei der Model Predictive Control Regelung erfolgt die Wahl der Stellgrößenänderung also aufgrund des prädizierten Systemverhaltens sowie bekannten zukünftigen äußeren Einflüssen. Dadurch kann auftretenden Störungen bereits entgegengewirkt werden, bevor diese tatsächlich auftreten, wodurch deren Auswirkungen reduziert werden können. Außerdem kann auf Referenzwertänderungen vorab reagiert werden, wodurch die neuen Referenzwerte schneller erreicht werden können.

Wenn die Ausgangsgröße, die Stellgröße und die Störgröße wie nachfolgend aufgelistet gewählt werden, spiegelt der MPC-Algorithmus das menschliche Verhalten beim Fahren mit einem Fahrzeug für die Aufgabenstellung dieser Arbeit wider.

Ausgangsgröße:	Fahrzeugschwingungen
Stellgröße:	Fahrgeschwindigkeit
Störgröße:	Fahrbahnunebenheiten

In dieser Arbeit wird nur der Vertikaldynamik-Regelkreis modelliert, auf den Längsdynamik-Regelkreis wird nicht eingegangen. Deshalb ist es erforderlich, für die Stellgrößenänderungen, die den Geschwindigkeitsänderungen entsprechen, Beschränkungen zu berücksichtigen.

Im Folgenden wird der MPC-Algorithmus hergeleitet bzw. aufgestellt. Dabei wird auf die grundlegenden Bestandteile von Model Predictive Control näher eingegangen.

3.1 Prädiktionsmodell

Wie bereits erwähnt, ist bei der modellprädiktiven Regelung ein zugrundeliegendes mathematisches Modell erforderlich, das die Systemdynamik wiedergibt. Es ist wichtig, dass dieses Modell das dynamische Verhalten des Systems möglichst realitätsnah abbildet, da es zur Vorhersage des zukünftigen Systemverhaltens dient. In die Berechnung der prädizierten Ausgangsgrößen fließen der aktuelle Systemzustand, die bekannten Störgrößenfolgen und die geplanten Stellgrößenfolgen ein. Die auftretenden Störungen müssen daher zumindest über den betrachteten Prädiktionshorizont bekannt sein. Die bekannten Störgrößen werden als *Measured Disturbances* bezeichnet, die Stellgrößen als *Manipulated Variables*. [6], [7]

Je nach Anwendungsfall existieren unterschiedliche solcher mathematischer Modelle. Gängige Beispiele im Rahmen der linearen modellprädiktiven Regelung hierfür sind Übertragungsfunktionen (engl. *Transfer Functions*), Impulsantwortmodelle (engl. *Impulse Response Models*), Sprungantwortmodelle (engl. *Step Response Models*) und Zustandsraummodelle (engl. *State-Space Models*). Zusätzlich kann das Modell mit einem Störungsmodell erweitert werden. Dadurch ist es möglich, auch nicht messbare Störungen (engl. *Unmeasured Disturbances*) und Messrauschen (engl. *Noise*) zu berücksichtigen. In dieser Arbeit wird jedoch kein Störungsmodell berücksichtigt, weshalb hier nicht näher darauf eingegangen wird. [7]

Um das dynamische Verhalten des in dieser Arbeit betrachteten Fahrzeugs wiederzugeben eignet sich die Verwendung eines State-Space Modells.

3.1.1 State-Space Model (zeitkontinuierliche Formulierung)

Ein State-Space Model ist ein lineares mathematisches Modell, bei dem die Systemdynamik über (gekoppelte) Differentialgleichungen 1. Ordnung beschrieben wird. Da die Bewegungsgleichungen, die die Dynamik des Fahrzeugs wiedergeben, auf ein lineares Differentialgleichungssystem 1. Ordnung überführt werden können, eignet sich die Verwendung dieses Modells.

Das State-Space Model ist im zeitkontinuierlichen Fall folgendermaßen definiert:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}_c \underline{x}(t) + \underline{B}_c \underline{u}_t(t) \quad (3.1a)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C}_c \underline{x}(t) + \underline{D}_c \underline{u}_t(t) \quad (3.1b)$$

$\underline{x}(t)$...	Zustandsvektor (engl. <i>State Vector</i>)
$\underline{u}_t(t)$...	Eingangsrößenvektor (engl. <i>Input Vector</i>)
$\underline{y}(t)$...	Ausgangsrößenvektor (engl. <i>Output Vector</i>)
\underline{A}_c	...	Systemmatrix
\underline{B}_c	...	Eingangsmatrix
\underline{C}_c	...	Ausgangsmatrix
\underline{D}_c	...	Durchgriffsmatrix

Dieses mathematische Modell beschreibt den Zusammenhang zwischen den Ausgangsrößen und den Eingangsrößen. Der Eingangsrößenvektor enthält sowohl die Stellgrößen als auch die bekannten Störgrößen. Aus der Formulierung geht hervor, dass bei diesem Modell eine lineare Abhängigkeit des Systemverhaltens von den Zustandsgrößen und den Eingangsrößen vorausgesetzt wird. Die Matrizen \underline{A}_c , \underline{B}_c , \underline{C}_c und \underline{D}_c sind zeitinvariant. [7], [8]

Für den MPC-Algorithmus ist es erforderlich, das kontinuierliche Modell zu diskretisieren.

3.1.2 Diskretisierung

Als Diskretisierungsmethode wird im Zuge dieser Arbeit die „Zero-Order-Hold“-Methode gewählt. Die Grundlage für die Diskretisierung in diesem Kapitel bilden [9] und [10].

Bei der Diskretisierung wird der kontinuierliche Zeitbereich in Zeitschritte, mit der Dauer t_S , unterteilt. Die diskreten Zeitpunkte errechnen sich somit wie folgt:

$$t = k t_S \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2)$$

In weiter Folge wird der diskrete Punkt zur Zeit $t = k t_S$ als „Zeitpunkt k “ bezeichnet.

Bei der Diskretisierung wird die Notation $f[k]$ für den Funktionswert von $f(t)$ zum diskreten Zeitpunkt $t = k t_S$ verwendet.

Bei der „Zero-Order-Hold“-Methode werden die Größen über einen Zeitschritt konstant gehalten. Das bedeutet, im Intervall $[k, k+1]$ haben die Größen die Werte vom Zeitpunkt k . Das Prinzip ist in Abbildung 3.2 zur Veranschaulichung dargestellt.

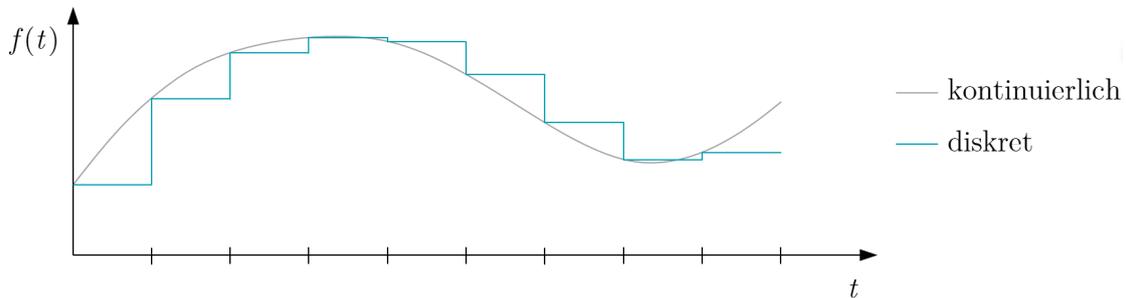


Abbildung 3.2: Prinzip der „Zero-Order-Hold“-Diskretisierung

Um die „Zero-Order-Hold“-Diskretisierung durchführen zu können, ist es erforderlich, die Lösung der State-Space Gleichungen (3.1) zu bestimmen. Hierzu wird Gleichung (3.1a) folgendermaßen umgeformt:

$$\dot{\underline{x}}(t) - \underline{A}_c \underline{x}(t) = \underline{B}_c \underline{u}_t(t) \quad (3.3)$$

Anschließend werden beide Seiten von Gleichung (3.3) mit dem Faktor $\exp(-\underline{A}_c t)$ von links multipliziert:

$$\underbrace{\exp(-\underline{A}_c t) \dot{\underline{x}}(t) - \exp(-\underline{A}_c t) \underline{A}_c \underline{x}(t)}_{\frac{d}{dt} \left(\exp(-\underline{A}_c t) \underline{x}(t) \right)} = \exp(-\underline{A}_c t) \underline{B}_c \underline{u}_t(t) \quad (3.4)$$

Durch Integration der Gleichung (3.4) von 0 bis t erhält man:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\int_0^t \frac{d}{d\tau} \left(\exp(-\underline{A}_c \tau) \underline{x}(\tau) \right) d\tau}_{\exp(-\underline{A}_c \tau) \underline{x}(\tau) \Big|_0^t} &= \int_0^t \exp(-\underline{A}_c \tau) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 \exp(-\underline{A}_c \tau) \underline{x}(\tau) \Big|_0^t &= \int_0^t \exp(-\underline{A}_c \tau) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 \exp(-\underline{A}_c t) \underline{x}(t) - \underline{x}(0) &= \int_0^t \exp(-\underline{A}_c \tau) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

Durch Umformen von Gleichung (3.5) erhält man schließlich die Lösung von (3.1a) wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \underline{x}(t) &= \exp(\underline{A}_c t) \underline{x}(0) + \exp(\underline{A}_c t) \int_0^t \exp(-\underline{A}_c \tau) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 &= \exp(\underline{A}_c t) \underline{x}(0) + \int_0^t \exp(\underline{A}_c (t - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \tag{3.6}
 \end{aligned}$$

Entsprechend der festgelegten Notation berechnet sich der Zustandsvektor zu den Zeitpunkten k und $k+1$ wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \underline{x}[k] &= \underline{x}(k t_S) \\
 \underline{x}[k+1] &= \underline{x}((k+1) t_S)
 \end{aligned}$$

Unter Verwendung der Gleichung (3.6) errechnet sich der Zustandsvektor für die beiden Zeitpunkte k und $k+1$ folgendermaßen:

$$\underline{x}[k] = \exp(\underline{A}_c k t_S) \underline{x}(0) + \int_0^{k t_S} \exp(\underline{A}_c (k t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \tag{3.7a}$$

$$\underline{x}[k+1] = \exp(\underline{A}_c (k+1) t_S) \underline{x}(0) + \int_0^{(k+1) t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \tag{3.7b}$$

Durch Aufteilen des Integrals in Gleichung (3.7b) und anschließendem Umformen erhält man:

$$\begin{aligned}
 \underline{x}[k+1] &= \exp(\underline{A}_c (k+1) t_S) \underline{x}(0) + \int_0^{(k+1) t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 &= \exp(\underline{A}_c (k+1) t_S) \underline{x}(0) + \int_0^{k t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 &\quad + \int_{k t_S}^{(k+1) t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 &= \exp(\underline{A}_c t_S) \exp(\underline{A}_c k t_S) \underline{x}(0) + \exp(\underline{A}_c t_S) \int_0^{k t_S} \exp(\underline{A}_c ((k t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 &\quad + \int_{k t_S}^{(k+1) t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \\
 &= \exp(\underline{A}_c t_S) \left[\exp(\underline{A}_c k t_S) \underline{x}(0) + \int_0^{k t_S} \exp(\underline{A}_c ((k t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \right] \\
 &\quad + \int_{k t_S}^{(k+1) t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

In Gleichung (3.8) entspricht der Ausdruck in der eckigen Klammer dem Zustandsvektor $\underline{x}[k]$. Somit kann $\underline{x}[k+1]$ wie folgt angeschrieben werden:

$$\underline{x}[k+1] = \exp(\underline{A}_c t_S) \underline{x}[k] + \int_{k t_S}^{(k+1) t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c \underline{u}_t(\tau) d\tau \tag{3.9}$$

Bei der „Zero-Order-Hold“-Methode werden, wie bereits erwähnt, die Größen über einen Zeitschritt konstant gehalten. Das bedeutet, dass auch der Eingangsgrößenvektor $\underline{u}_t(\tau)$ im Intervall $[k, k+1]$ konstant den Wert vom Zeitpunkt k aufweist und es gilt:

$$\underline{u}_t(\tau) = \underline{u}_t[k] \quad \text{für } k t_S \leq \tau \leq (k+1) t_S \tag{3.10}$$

Dadurch kann der Eingangsgrößenvektor $\underline{u}_t[k]$ aus dem Integral gezogen werden:

$$\underline{x}[k+1] = \exp(\underline{A}_c t_S) \underline{x}[k] + \int_{k t_S}^{(k+1) t_S} \exp(\underline{A}_c ((k+1) t_S - \tau)) \underline{B}_c d\tau \underline{u}_t[k] \tag{3.11}$$

Weiters wird der Ausdruck $(k+1)t_S - \tau$ folgendermaßen substituiert:

$$\begin{aligned}\lambda &= (k+1)t_S - \tau \\ d\lambda &= -d\tau\end{aligned}$$

$$\text{obere Grenze: } (k+1)t_S - (k+1)t_S = 0$$

$$\text{untere Grenze: } (k+1)t_S - k t_S = t_S$$

Damit ergibt sich (3.11) zu:

$$\underline{x}[k+1] = \exp(\underline{A}_c t_S) \underline{x}[k] - \int_{t_S}^0 \exp(\underline{A}_c \lambda) \underline{B}_c d\lambda \underline{u}_t[k] \quad (3.12)$$

Dadurch erhält man das diskretisierte State-Space Model wie folgt:

$$\underline{x}[k+1] = \underbrace{\exp(\underline{A}_c t_S)}_{\underline{A}_d} \underline{x}[k] + \underbrace{\int_0^{t_S} \exp(\underline{A}_c \lambda) \underline{B}_c d\lambda}_{\underline{B}_d} \underline{u}_t[k] \quad (3.13a)$$

$$\underline{y}[k] = \underbrace{\underline{C}_c}_{\underline{C}_d} \underline{x}[k] + \underbrace{\underline{D}_c}_{\underline{D}_d} \underline{u}_t[k] \quad (3.13b)$$

mit den Matrizen:

$$\begin{aligned}\underline{A}_d &= \exp(\underline{A}_c t_S) & \underline{C}_d &= \underline{C}_c \\ \underline{B}_d &= \int_0^{t_S} \exp(\underline{A}_c \lambda) \underline{B}_c d\lambda & \underline{D}_d &= \underline{D}_c\end{aligned}$$

Der beschriebene Diskretisiervorgang wird durch folgenden MATLAB-Befehl umgesetzt:

$$[\text{Ad}, \text{Bd}, \text{Cd}, \text{Dd}] = \text{c2dm}(\text{Ac}, \text{Bc}, \text{Cc}, \text{Dc}, \text{tS})^1$$

In weiterer Folge wird aus Übersichtsgründen bei der Bezeichnung der Matrizen der zeitdiskreten State-Space Formulierung \underline{A}_d , \underline{B}_d , \underline{C}_d und \underline{D}_d der Index d weggelassen und lediglich die Bezeichnung \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} und \underline{D} verwendet.

Weiters wird für die Größen zum Zeitpunkt k bzw. $k+i$ im Folgenden die Notation $f(k)$ bzw. $f(k+i)$ verwendet.

¹Der angegebene MATLAB-Befehl bezieht sich auf die MATLAB-Version R2014b.

3.1.3 State-Space Model (zeitdiskrete Formulierung)

Mit der in Kapitel 3.1.2 beschriebenen Diskretisierung erhält man das State-Space Model in zeitdiskreter Formulierung:

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B} \underline{u}_t(k) \quad (3.14a)$$

$$\underline{y}(k) = \underline{C} \underline{x}(k) + \underline{D} \underline{u}_t(k) \quad (3.14b)$$

Im nächsten Schritt wird der Eingangsgrößenvektor $\underline{u}_t(k)$ in den Stellgrößenvektor $\underline{u}(k)$ und den Störgrößenvektor $\underline{v}(k)$ zerlegt. Dadurch ist auch eine Aufspaltung der Matrizen \underline{B} sowie \underline{D} in \underline{B}_U und \underline{B}_V sowie \underline{D}_U und \underline{D}_V notwendig:

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B}_U \underline{u}(k) + \underline{B}_V \underline{v}(k) \quad (3.15a)$$

$$\underline{y}(k) = \underline{C} \underline{x}(k) + \underline{D}_U \underline{u}(k) + \underline{D}_V \underline{v}(k) \quad (3.15b)$$

Es wird vorweg genommen, dass im Zuge dieser Arbeit ein System mit einer Ausgangsgröße betrachtet wird. Weiters ist nur eine Stellgröße, die Fahrgeschwindigkeit, und eine Störgröße, die Fahrbahnunebenheit, vorhanden. Die Vektoren $\underline{u}(k)$, $\underline{v}(k)$ und $\underline{y}(k)$ reduzieren sich daher zu den skalaren Größen $u(k)$, $v(k)$ und $y(k)$. Dies erhöht in weiterer Folge die Übersichtlichkeit bei der Aufstellung des MPC-Algorithmus erheblich.

Im Sinne von Model Predictive Control ist es nicht zulässig, dass sich die Stellgröße $u(k)$ direkt auf die Ausgangsgröße des selben Zeitschritts $y(k)$ auswirkt. Daher muss die Matrix $\underline{D}_U = 0$ sein. [11]

Damit ergibt sich das folgend dargestellte Prädiktionsmodell, so wie es für diese Arbeit verwendet wird:

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B}_U u(k) + \underline{B}_V v(k) \quad (3.16a)$$

$$y(k) = \underline{C} \underline{x}(k) + \underline{D}_V v(k) \quad (3.16b)$$

3.2 Zeithorizonte

Bei der modellprädiktiven Regelung existieren zwei wichtige Zeithorizonte, der Prädiktionshorizont n_p (engl. *Prediction Horizon*) und der Kontrollhorizont n_c (engl. *Control Horizon*). Der Prädiktionshorizont stellt jenen Zeithorizont dar, für den das zukünftige Systemverhalten vorausberechnet wird. Anhand des vorausberechneten Systemverhaltens wird bei der Optimierungsaufgabe für den Kontrollhorizont die optimale Stellgrößenänderungsfolge er-

mittelt. In der zeitdiskreten Formulierung werden die Zeithorizonte in Form einer ganzen Zahl angegeben, die festlegt, wie viele Zeitschritte die Horizonte in die Zukunft reichen. Für den Kontrollhorizont muss $1 \leq n_c \leq n_p$ gelten. [6], [7]

3.3 Grundkonzept des MPC-Algorithmus

Das grundsätzliche Ziel der modellbasierten prädiktiven Regelung ist es, gleich wie bei den herkömmlichen Regelungsverfahren, die Ausgangsgröße möglichst nahe einem bestimmten Referenzwert zu halten. Um dies zu erreichen, werden über einen gewissen Horizont, der in die Zukunft reicht, die erwarteten Abweichungen zwischen der Ausgangsgröße und dem Referenzwert ermittelt. Durch Aufschalten einer Stellgrößenfolge kann Einfluss auf die Ausgangsgröße genommen werden und es wird versucht, den prädizierten Abweichungen bereits entgegen zu wirken bevor sie tatsächlich auftreten. Dies wird durch die im Folgenden beschriebene Vorgehensweise umgesetzt. [12]

Grundlage für die nachfolgende Beschreibung des Grundkonzepts des MPC-Algorithmus bilden [5], [7] und [12].

Grundlage des MPC-Algorithmus ist die Vorhersage des zukünftigen Systemverhaltens. Es werden die zukünftigen Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+1|k)$, $\hat{y}(k+2|k)$, \dots , $\hat{y}(k+n_p|k)$ mithilfe des Prädiktionsmodells ausgehend vom Zeitpunkt k über den Prädiktionshorizont n_p vorausberechnet. $\hat{y}(k+i|k)$ entspricht dabei der prädizierten Ausgangsgröße für den Zeitpunkt $k+i$, die zum Zeitpunkt k berechnet wird. Die vorausberechneten Ausgangsgrößen hängen dabei von den noch unbekanntem geplanten Stellgrößenänderungen $\Delta u(k)$, $\Delta u(k+1)$, \dots , $\Delta u(k+n_c-1)$ ab.

Es wird vorausgesetzt, dass der gewünschte Referenzwertverlauf $y_{\text{ref}}(k+1)$, $y_{\text{ref}}(k+2)$, \dots , $y_{\text{ref}}(k+n_p)$ für jeden Zeitpunkt bekannt ist. Der Referenzwert kann sowohl konstant als auch über die Zeit veränderlich sein.

Die prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$ werden mit den Referenzwerten $y_{\text{ref}}(k+i)$ für jeden Zeitpunkt innerhalb des Prädiktionshorizonts verglichen und die Abweichungen gehen in die Gütefunktion ein. Zusätzlich zu den Abweichungen zwischen den Ausgangsgrößen und den Referenzwerten fließen, je nach Anwendungsfall, in den meisten Fällen noch weitere Kriterien in die Gütefunktion ein. Oft wird die Forderung, dass die Stellgrößenänderungen $\Delta u(k+i)$ möglichst klein sein sollen, berücksichtigt. Es müssen alle Kriterien, die bei der Ermittlung der optimalen Stellgrößenfolge berücksichtigt werden sollen, in der Gütefunktion enthalten sein. Die einzelnen Kriterien werden entsprechend ihrer Wichtigkeit gewichtet.

Die Gütefunktion wird über den Prädiktionshorizont aufgestellt. Sie ist eine Funktion der noch unbekanntenen Stellgrößenänderungen $\Delta u(k+i)$. In der Gütefunktion werden alle Abweichungen vom Wunschzustand für jeden Zeitpunkt innerhalb des Prädiktionshorizonts zusammengefasst. Bei der Optimierungsaufgabe wird jene Stellgrößenänderungsfolge $\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+n_c-1)$ ermittelt, bei der die Gütefunktion minimal wird. Die Stellgrößenänderungsfolge wird lediglich über den Kontrollhorizont n_c , also für den Intervall $[k, k+n_c-1]$, berechnet, anschließend bleibt die Stellgröße über den restlichen Prädiktionshorizont konstant. Dadurch werden die Freiheitsgrade der Optimierungsaufgabe und damit auch der Rechenaufwand reduziert. Diese Einschränkung ist gerechtfertigt, da von der ermittelten optimalen Stellgrößenänderungsfolge ohnehin nur das erste Element verwendet wird und die restlichen Werte wieder verworfen werden, worauf später noch näher eingegangen wird.

Bei der Optimierungsaufgabe ist es möglich, Beschränkungen für die Stellgrößen bzw. Stellgrößenänderungen, die Zustandsgrößen und die Ausgangsgrößen zu berücksichtigen. Die Beschränkungen werden als Nebenbedingungen in den Optimierungsalgorithmus eingebunden. Beim Optimierungsprozess wird dann die optimale Stellgrößenänderungsfolge unter den gegebenen Randbedingungen ermittelt.

Ausgehend von der bekannten Stellgröße des vorherigen Zeitschritts $u(k-1)$ wird mit der ermittelten optimalen Stellgrößenänderungsfolge die optimale Stellgrößenfolge $u(k), u(k+1), \dots, u(k+n_p-1)$ berechnet. Diese Stellgrößenfolge ist für den betrachteten Vorhersagezeitraum hinsichtlich der in der Gütefunktion berücksichtigten Kriterien optimal. Von der erhaltenen Stellgrößenfolge wird jedoch nur der erste Wert, also die Stellgröße für den aktuellen Zeitschritt $u(k)$, an das System weitergegeben, die restlichen Werte werden verworfen. Beim darauffolgenden Zeitschritt reicht der Prädiktionshorizont einen Zeitpunkt weiter in die Zukunft, wodurch am Ende des Horizonts ein neuer Referenzwert und eine neue Störgröße in die Prädiktion der Ausgangsgrößen einfließen. Dadurch ergibt sich eine abgeänderte Optimierungsaufgabe, die von Neuem gelöst und eine neue optimale Stellgrößenfolge ermittelt wird.

Ausgehend vom Systemzustand $\underline{x}(k)$ zum Zeitpunkt k und der ermittelten Stellgröße $u(k)$ wird der Systemzustand $\underline{x}(k+1)$ zum Zeitpunkt $k+1$ berechnet. Dieser Zustand bildet den Ausgangszustand für den darauffolgenden Zeitschritt. Bei der Optimierungsaufgabe des Zeitschritts $k+1$ sind also die Auswirkungen der Stellgrößenänderung des Zeitschritts k auf das System bereits berücksichtigt. Zur Ermittlung der neuen optimalen Stellgrößenfolge werden der Prädiktionshorizont und der Kontrollhorizont einen Zeitschritt weiter geschoben und starten nun beim Zeitpunkt $k+1$, weshalb die modellprädiktive Regelung auch als *Receding Horizon Control (RHC)* bezeichnet wird. Der beschriebene Vorgang beginnt nun

von Neuem für den Zeitschritt $k+1$.

Zur Veranschaulichung ist die beschriebene Vorgehensweise in Abbildung 3.3 für ein System mit einer Ausgangsgröße und einer Stellgröße dargestellt.

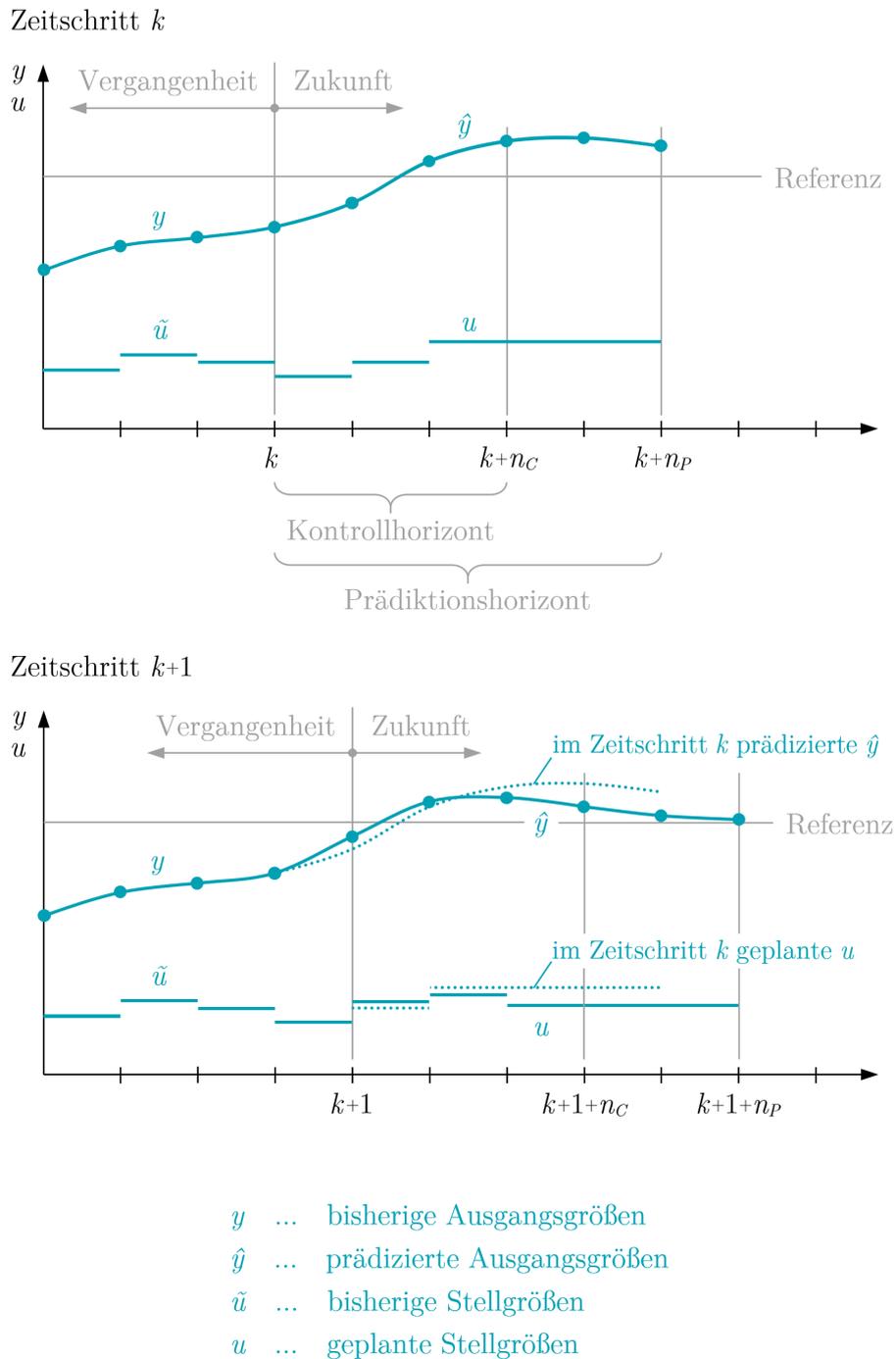


Abbildung 3.3: Veranschaulichung des MPC-Algorithmus; vgl. [6, S. 98], [13, S. 15]

3.4 Prädiktion des Systemzustands und der Ausgangsgröße

Die Prädiktion des Systemzustands und der Ausgangsgröße wird für ein System mit einer Ausgangsgröße, einer Störgröße und einer Stellgröße hergeleitet. Die Grundlage hierfür bildet [13], jedoch erfolgt die Herleitung in abgewandelter Form.

3.4.1 Prädiktion des Systemzustands

Ausgehend vom State-Space Model (3.16a) werden die zukünftigen Systemzustände $\underline{x}(k+i|k)$ für den Prädiktionshorizont n_p wie nachfolgend dargestellt vorausberechnet. $\underline{x}(k+i|k)$ entspricht dabei dem prädizierten Systemzustand für den Zeitpunkt $k+i$, der zum Zeitpunkt k berechnet wird.

$$\begin{aligned}
 \underline{x}(k+1|k) &= \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B}_U u(k) + \underline{B}_V v(k) \\
 \underline{x}(k+2|k) &= \underline{A} \underline{x}(k+1|k) + \underline{B}_U u(k+1) + \underline{B}_V v(k+1) \\
 &= \underline{A} (\underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B}_U u(k) + \underline{B}_V v(k)) + \underline{B}_U u(k+1) + \underline{B}_V v(k+1) \\
 &= \underline{A}^2 \underline{x}(k) + \underline{A} \underline{B}_U u(k) + \underline{B}_U u(k+1) + \underline{A} \underline{B}_V v(k) + \underline{B}_V v(k+1) \\
 \underline{x}(k+3|k) &= \underline{A}^3 \underline{x}(k) + \underline{A}^2 \underline{B}_U u(k) + \underline{A} \underline{B}_U u(k+1) + \underline{B}_U u(k+2) \\
 &\quad + \underline{A}^2 \underline{B}_V v(k) + \underline{A} \underline{B}_V v(k+1) + \underline{B}_V v(k+2) \\
 &\quad \vdots \\
 \underline{x}(k+n_p|k) &= \underline{A}^{n_p} \underline{x}(k) \\
 &\quad + \underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_U u(k) + \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_U u(k+1) + \dots + \underline{B}_U u(k+n_p-1) \\
 &\quad + \underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_V v(k) + \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_V v(k+1) + \dots + \underline{B}_V v(k+n_p-1)
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Bei der Optimierungsaufgabe wird später nach der optimalen Stellgrößenänderungsfolge $\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+n_c-1)$ aufgelöst. Deshalb ist es erforderlich, die geplanten Stellgrößen $u(k+i)$ aus der bekannten Stellgröße des letzten Zeitschritts $u(k-1)$ und den geplanten Stellgrößenänderungen $\Delta u(k+i)$ zu berechnen und in (3.17) zu ersetzen. Dazu werden die geplanten Stellgrößen wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}
 u(k) &= u(k-1) + \Delta u(k) \\
 u(k+1) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) \\
 u(k+2) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) + \Delta u(k+2) \\
 u(k+3) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) + \Delta u(k+2) + \Delta u(k+3) \\
 &\quad \vdots
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
 u(k+n_c-1) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) + \Delta u(k+2) + \dots + \Delta u(k+n_c-1) \\
 &\vdots \\
 u(k+n_p-1) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) + \Delta u(k+2) + \dots + \Delta u(k+n_c-1)
 \end{aligned} \tag{3.18 Fs.}$$

Da bei der Optimierungsaufgabe die Stellgrößenänderungsfolge lediglich über den Kontrollhorizont ermittelt wird, gilt für die Stellgrößenänderungen, die über den Kontrollhorizont hinausgehen:

$$\Delta u(k+i) = 0 \quad \text{für } i \geq n_c \tag{3.19}$$

Daher bleibt die Stellgröße ab $u(k+n_c-1)$ über den restlichen Prädiktionshorizont konstant und es gilt:

$$u(k+n_c), \dots, u(k+n_p-1) = u(k+n_c-1) \tag{3.20}$$

Durch Einsetzen der Beziehungen (3.18) in die Gleichungen (3.17) ergeben sich die zukünftigen Systemzustände $\underline{x}(k+i|k)$ wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \underline{x}(k+1|k) &= \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B}_U u(k-1) + \underline{B}_U \Delta u(k) + \underline{B}_V v(k) \\
 \underline{x}(k+2|k) &= \underline{A}^2 \underline{x}(k) \\
 &\quad + (\underline{A} \underline{B}_U + \underline{B}_U) u(k-1) + (\underline{A} \underline{B}_U + \underline{B}_U) \Delta u(k) + \underline{B}_U \Delta u(k+1) \\
 &\quad + \underline{A} \underline{B}_V v(k) + \underline{B}_V v(k+1) \\
 \underline{x}(k+3|k) &= \underline{A}^3 \underline{x}(k) \\
 &\quad + (\underline{A}^2 \underline{B}_U + \underline{A} \underline{B}_U + \underline{B}_U) u(k-1) + (\underline{A}^2 \underline{B}_U + \underline{A} \underline{B}_U + \underline{B}_U) \Delta u(k) \\
 &\quad + (\underline{A} \underline{B}_U + \underline{B}_U) \Delta u(k+1) + \underline{B}_U \Delta u(k+2) \\
 &\quad + \underline{A}^2 \underline{B}_V v(k) + \underline{A} \underline{B}_V v(k+1) + \underline{B}_V v(k+2) \\
 &\quad \vdots \\
 \underline{x}(k+n_c|k) &= \underline{A}^{n_c} \underline{x}(k) \\
 &\quad + (\underline{A}^{n_c-1} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) u(k-1) \\
 &\quad + (\underline{A}^{n_c-1} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) \Delta u(k) \\
 &\quad + (\underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) \Delta u(k+1) \\
 &\quad + (\underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) \Delta u(k+2) \\
 &\quad + \dots \\
 &\quad + \underline{B}_U \Delta u(k+n_c-1) \\
 &\quad + \underline{A}^{n_c-1} \underline{B}_V v(k) + \underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_V v(k+1) + \dots + \underline{B}_V v(k+n_c-1)
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
 & \vdots \\
 \underline{x}(k+n_p|k) &= \underline{A}^{n_p} \underline{x}(k) \\
 &+ (\underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) u(k-1) \\
 &+ (\underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) \Delta u(k) \\
 &+ (\underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) \Delta u(k+1) \\
 &+ (\underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) \Delta u(k+2) \\
 &+ \dots \\
 &+ (\underline{A}^{n_p-n_c} \underline{B}_U + \underline{A}^{n_p-n_c-1} \underline{B}_U + \dots + \underline{B}_U) \Delta u(k+n_c-1) \\
 &+ \underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_V v(k) + \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_V v(k+1) + \dots + \underline{B}_V v(k+n_p-1)
 \end{aligned} \tag{3.21 Fs.}$$

3.4.2 Prädiktion der Ausgangsgröße

Ausgehend von den prädizierten Systemzuständen (3.21) können mithilfe des State-Space Modells (3.16b) die zukünftigen Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$ über den Prädiktionshorizont n_p folgendermaßen vorausberechnet werden:

$$\hat{y}(k+i|k) = \underline{C} \underline{x}(k+i|k) + \underline{D}_V v(k+i) \tag{3.22}$$

Damit ergibt sich für die prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$:

$$\begin{aligned}
 \hat{y}(k+1|k) &= \underline{C} \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{C} \underline{B}_U u(k-1) + \underline{C} \underline{B}_U \Delta u(k) + \underline{C} \underline{B}_V v(k) + \underline{D}_V v(k+1) \\
 \hat{y}(k+2|k) &= \underline{C} \underline{A}^2 \underline{x}(k) \\
 &+ (\underline{C} \underline{A} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{B}_U) u(k-1) \\
 &+ (\underline{C} \underline{A} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k) + \underline{C} \underline{B}_U \Delta u(k+1) \\
 &+ \underline{C} \underline{A} \underline{B}_V v(k) + \underline{C} \underline{B}_V v(k+1) + \underline{D}_V v(k+2) \\
 \hat{y}(k+3|k) &= \underline{C} \underline{A}^3 \underline{x}(k) \\
 &+ (\underline{C} \underline{A}^2 \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{B}_U) u(k-1) \\
 &+ (\underline{C} \underline{A}^2 \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k) \\
 &+ (\underline{C} \underline{A} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k+1) + \underline{C} \underline{B}_U \Delta u(k+2) \\
 &+ \underline{C} \underline{A}^2 \underline{B}_V v(k) + \underline{C} \underline{A} \underline{B}_V v(k+1) + \underline{C} \underline{B}_V v(k+2) + \underline{D}_V v(k+3) \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
\hat{y}(k+n_c|k) = & \underline{C} \underline{A}^{n_c} \underline{x}(k) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_c-1} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) u(k-1) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_c-1} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k+1) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_c-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k+2) \\
& + \dots \\
& + \underline{C} \underline{B}_U \Delta u(k+n_c-1) \\
& + \underline{C} \underline{A}^{n_c-1} \underline{B}_V v(k) + \underline{C} \underline{A}^{n_c-2} \underline{B}_V v(k+1) + \dots + \underline{C} \underline{B}_V v(k+n_c-1) \\
& + \underline{D}_V v(k+n_c) \\
& \vdots \tag{3.23 Fs.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{y}(k+n_p|k) = & \underline{C} \underline{A}^{n_p} \underline{x}(k) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) u(k-1) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k+1) \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_p-3} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k+2) \\
& + \dots \\
& + (\underline{C} \underline{A}^{n_p-n_c} \underline{B}_U + \underline{C} \underline{A}^{n_p-n_c-1} \underline{B}_U + \dots + \underline{C} \underline{B}_U) \Delta u(k+n_c-1) \\
& + \underline{C} \underline{A}^{n_p-1} \underline{B}_V v(k) + \underline{C} \underline{A}^{n_p-2} \underline{B}_V v(k+1) + \dots + \underline{C} \underline{B}_V v(k+n_p-1) \\
& + \underline{D}_V v(k+n_p)
\end{aligned}$$

In den Gleichungen (3.23) für die prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$ ist ersichtlich, dass diese nur noch vom aktuellen Systemzustand $\underline{x}(k)$, der bekannten Stellgröße des vorherigen Zeitschritts $u(k-1)$, den geplanten Stellgrößenänderungen $\Delta u(k)$, $\Delta u(k+1)$, \dots , $\Delta u(k+n_c-1)$ und den bekannten Störgrößen $v(k)$, $v(k+1)$, \dots , $v(k+n_p)$ abhängen.

3.4.3 Darstellung in Matrixform

Da später die Matrixform benötigt wird, werden die Gleichungen (3.18) für die geplanten Stellgrößen $u(k+i)$ und die Gleichungen (3.23) für die prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$ in Matrixschreibweise angegeben.

Matrixschreibweise für die geplanten Stellgrößen

Um die in (3.18) dargestellten Beziehungen für die geplanten Stellgrößen $u(k+i)$ in Matrix-

schreibweise anzuschreiben, werden folgende Vektoren definiert:

$$\underline{U} = [u(k) \quad u(k+1) \quad u(k+2) \quad \dots \quad \Delta u(k+n_p-1)]^T \quad \text{Dimension: } n_p \times 1 \quad (3.24)$$

$$\Delta \underline{U} = [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \Delta u(k+2) \quad \dots \quad \Delta u(k+n_c-1)]^T \quad \text{Dimension: } n_c \times 1 \quad (3.25)$$

Die Beziehungen (3.18) lauten in Matrixschreibweise:

$$\underline{U} = \underline{\Psi}_U u(k-1) + \underline{\Psi}_{\Delta U} \Delta \underline{U} \quad (3.26)$$

mit den Matrizen:

$$\underline{\Psi}_U = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\Psi}_{\Delta U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & 0 \\ 1 & 1 & 0 & & 0 \\ 1 & 1 & 1 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & & & \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Die Matrizen sind zeitinvariant und haben folgende Dimensionen:

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_U & n_p \times 1 \\ \underline{\Psi}_{\Delta U} & n_p \times n_c \end{aligned}$$

Matrixschreibweise für die prädizierten Ausgangsgrößen

Um die Gleichungen (3.23) für die prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$ in Matrixschreibweise anzuschreiben zu können, werden folgende Vektoren definiert:

$$\hat{\underline{Y}} = [\hat{y}(k+1|k) \quad \hat{y}(k+2|k) \quad \hat{y}(k+3|k) \quad \dots \quad \hat{y}(k+n_p|k)]^T \quad \text{Dimension: } n_p \times 1 \quad (3.27)$$

$$\underline{V} = [v(k) \quad v(k+1) \quad v(k+2) \quad \dots \quad v(k+n_p)]^T \quad \text{Dimension: } (n_p+1) \times 1 \quad (3.28)$$

Der Vektor der prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{\underline{Y}}$ errechnet sich somit aus:

$$\hat{\underline{Y}} = \underline{F} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_{\Delta U} \Delta \underline{U} + \underline{\Phi}_V \underline{V} \quad (3.29)$$

mit den Matrizen:

$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}} \\ \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^2 \\ \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^3 \\ \vdots \\ \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^{n_p} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\Phi}}_U = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_U \\ \sum_{n=0}^1 \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U \\ \sum_{n=0}^2 \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{n_p-1} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Phi}}_{\Delta U} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_U & 0 & 0 & 0 \\ \sum_{n=0}^1 \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_U & 0 & 0 \\ \sum_{n=0}^2 \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \sum_{n=0}^1 \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_U & 0 \\ \vdots & & & \ddots \\ \sum_{n=0}^{n_c-1} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \sum_{n=0}^{n_c-2} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \sum_{n=0}^{n_c-3} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \cdots & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_U \\ \vdots & & & & \\ \sum_{n=0}^{n_p-1} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \sum_{n=0}^{n_p-2} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \sum_{n=0}^{n_p-3} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U & \cdots & \sum_{n=0}^{n_p-n_c} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^n \underline{\underline{B}}_U \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Phi}}_V = \begin{bmatrix} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{D}}_V & 0 & 0 & 0 \\ \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{D}}_V & 0 & 0 \\ \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^2 \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{D}}_V & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots \\ \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^{n_p-1} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^{n_p-2} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}^{n_p-3} \underline{\underline{B}}_V & \cdots & \underline{\underline{C}} \underline{\underline{B}}_V & \underline{\underline{D}}_V \end{bmatrix}$$

Die Matrizen sind zeitinvariant und haben folgende Dimensionen:

$$\begin{aligned}\underline{\underline{F}} & n_p \times n_x \\ \underline{\underline{\Phi}}_U & n_p \times 1 \\ \underline{\underline{\Phi}}_{\Delta U} & n_p \times n_c \\ \underline{\underline{\Phi}}_V & n_p \times (n_p+1)\end{aligned}$$

3.5 Gütefunktion

Die Gütefunktion ist ein skalares Gütemaß, in der alle Optimierungskriterien zusammengefasst werden. Den wichtigsten Bestandteil der Gütefunktion stellt das grundsätzliche Ziel der Model Predictive Control Regelung dar, die Ausgangsgröße möglichst nahe einem bestimmten Referenzwert zu halten. Je nach Anwendungsfall fließen in den meisten Fällen noch weitere Regelziele in die Gütefunktion ein. Es müssten alle Kriterien, die bei der Ermittlung der optimalen Stellgrößenfolge berücksichtigt werden sollen, in der Gütefunktion enthalten sein.

Im Zuge dieser Arbeit wird die Fahrt mit einem Fahrzeug beim Überfahren von Einzelhindernissen betrachtet. Durch die Fahrbahnunebenheiten wird das Fahrzeug dabei zu Schwingungen in vertikaler Richtung angeregt. Das Ziel ist, durch die Ermittlung eines optimalen Geschwindigkeitsverlauf den Fahrkomfort beim Überfahren der Einzelhindernisse zu erhöhen. Gleichzeitig soll jedoch auch das Bedürfnis des Fahrers möglichst zügig voranzukommen berücksichtigt werden.

Damit bei der Optimierungsaufgabe die Auswirkungen der Schwingungen in Hinblick auf den Fahrkomfort minimiert werden können, muss eine für den Fahrkomfort charakteristische Größe in die Gütefunktion einfließen. Im Zuge dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass der Fahrer mit der Aufbaumasse des Fahrzeugs mitschwingt und die Schwingungen über eine Einleitungsstelle auf den Fahrer einwirken. Aus [14] geht hervor, dass in erster Linie die Schwingbeschleunigung an der Einleitungsstelle verantwortlich für das Wohlbefinden ist. Daher stellt die Aufbaumassenbeschleunigung \ddot{z}_A das ausschlaggebende Kriterium für den Fahrkomfort dar und wird als Ausgangsgröße $y(k)$ des Systems gewählt.

Anmerkung: Wie in Kapitel 1.1 erwähnt, kann die Vertikalschwingungsanregung hinsichtlich verschiedener Aspekte betrachtet werden. Wenn die Optimierung nicht, wie in dieser Arbeit, in Hinblick auf den Fahrkomfort erfolgen soll, sondern in Hinblick auf beispielsweise die Fahrsicherheit oder die geometrischen Schwingwege, müsste lediglich die Ausgangsgröße des Systems $y(k)$, die in die Gütefunktion einfließt, anders gewählt werden.

3.5.1 Aufstellen der Gütefunktion

Im Zuge dieser Arbeit wird eine quadratische Gütefunktion J gewählt, die drei Optimierungskriterien berücksichtigt. [15]

$$\begin{aligned} J = & \sum_{n=1}^{n_p} \rho_y(i) (\hat{y}(k+i|k) - y_{\text{ref}}(k+i))^2 \\ & + \sum_{n=1}^{n_c} \rho_{\Delta u}(i) (\Delta u(k+i-1))^2 \\ & + \sum_{n=1}^{n_p} \rho_u(i) (u(k+i-1) - u_{\text{ref}}(k+i-1))^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Die Gütefunktion (3.30) setzt sich aus folgenden drei Termen zusammen:

- $\sum_{n=1}^{n_p} \rho_y(i) (\hat{y}(k+i|k) - y_{\text{ref}}(k+i))^2$

Dieser Term ist der Hauptterm der Gütefunktion, denn er steht für das grundsätzliche Ziel der modellbasierten prädiktiven Regelung, die Ausgangsgröße möglichst nahe einem bestimmten Referenzwert zu halten. Er berücksichtigt die Abweichung der prädizierten Ausgangsgrößen von den gewünschten Referenzwerten. Das Quadrat der Abweichung wird über den Prädiktionshorizont für jeden Zeitpunkt gebildet und aufsummiert.

Beim vorliegenden System stellt die Aufbaumassenbeschleunigung als Kriterium für den Fahrkomfort die Ausgangsgröße dar. Je niedriger die Aufbaumassenbeschleunigung ausfällt, desto höher ist der Fahrkomfort. Deshalb wird der Referenzwert mit 0 m/s^2 angesetzt.

- $\sum_{n=1}^{n_c} \rho_{\Delta u}(i) (\Delta u(k+i-1))^2$

Dieser Term berücksichtigt, dass die Stellgrößenänderungen nicht zu groß ausfallen sollen. Dazu werden die Quadrate der geplanten Stellgrößenänderungen aufsummiert.

Im vorliegenden System stellt die Fahrgeschwindigkeit die Stellgröße dar. Die Stellgrößenänderung entspricht daher der Beschleunigung bzw. Verzögerung des Fahrzeugs.

- $$\sum_{n=1}^{n_p} \rho_u(i) (u(k+i-1) - u_{\text{ref}}(k+i-1))^2$$

Dieser Term berücksichtigt die Abweichung der geplanten Stellgrößen von den gewünschten Referenzwerten. Das Quadrat der Abweichung wird über den Prädiktionshorizont für jeden Zeitpunkt gebildet und aufsummiert.

Dieser Term berücksichtigt im vorliegenden System das Halten der vom Fahrer gewünschten Referenzgeschwindigkeit. Dadurch fließt das Bedürfnis des Fahrers möglichst zügig voranzukommen in die Gütefunktion ein.

3.5.2 Gewichtungsfaktoren

Die Gewichtungsfaktoren ρ_y , $\rho_{\Delta u}$ und ρ_u geben die Wichtigkeit der einzelnen Terme der Gütefunktion an. Sie können über den Zeithorizont sowohl konstant als auch variabel gewählt werden. Folgende Bedingungen müssen jedoch stets erfüllt sein:

$$\begin{aligned} \rho_y(i) &\geq 0 && \text{für } i = 1, \dots, n_p \\ \rho_{\Delta u}(i) &\geq 0 && \text{für } i = 1, \dots, n_c \\ \rho_u(i) &\geq 0 && \text{für } i = 1, \dots, n_p \end{aligned} \quad (3.31)$$

Es dürfen keine negativen Werte für die Gewichtungsfaktoren gewählt werden, da sich ansonsten Abweichungen vom Wunschzustand kostenmindernd auswirken würden. [5]

Im Zuge dieser Arbeit werden die Verläufe der Gewichtungsfaktoren über die Horizonte folgendermaßen gewählt:

- Gewichtungsfaktor ρ_y

Für den Verlauf der Gewichtung über den Prädiktionshorizont wird eine Funktion, die linear vom Wert $\alpha_{y,1}$ auf den Wert $\alpha_{y,2}$ abfällt, gewählt:

$$\rho_y(i) = \alpha_{y,1} + \frac{\alpha_{y,2} - \alpha_{y,1}}{n_p - 1} (i - 1) \quad i = 1, \dots, n_p \quad (3.32)$$

Durch diese Wahl des Gewichtungsverlaufs, unter der Voraussetzung, dass $\alpha_{y,1} > \alpha_{y,2}$ gewählt wird, nimmt der Einfluss der Abweichung zwischen der Ausgangsgröße und dem Referenzwert ab, je weiter sie vom aktuellen Zeitschritt k entfernt ist. Dies spiegelt das Verhalten des Fahrers wider, der bei der Geschwindigkeitswahl den näherliegenden Fahrbahnunebenheiten und deren erwarteten Auswirkungen aufs Systemverhalten eine höhere Wichtigkeit zuordnet als jenen, die noch weiter entfernt sind.

- Gewichtungsfaktor $\rho_{\Delta u}$

Die Gewichtung wird konstant über den Kontrollhorizont gewählt.

$$\rho_{\Delta u}(i) = \alpha_{\Delta u} \quad i = 1, \dots, n_c \quad (3.33)$$

Dadurch hat die Höhe der Stellgrößenänderung über den gesamten Kontrollhorizont den gleichen Einfluss. Diese Wahl erfolgt aufgrund der Annahme, dass für den Fahrer sanfte Beschleunigungs- bzw. Verzögerungsvorgänge zu jedem Zeitpunkt gleiche Bedeutung haben.

- Gewichtungsfaktor ρ_u

Über den Prädiktionshorizont wird eine konstante Gewichtung gewählt.

$$\rho_u(i) = \alpha_u \quad i = 1, \dots, n_p \quad (3.34)$$

Durch diese Wahl der Gewichtung hat die Abweichung der Stellgröße von der Referenzgröße für jeden Zeitpunkt des Prädiktionshorizonts den gleichen Einfluss. Es wird angenommen, dass der Fahrer dem Halten der von ihm gewünschten Referenzgeschwindigkeit zu jedem Zeitpunkt gleiche Wichtigkeit zukommen lässt. Dies wird durch die konstante Gewichtung wiedergegeben.

Nachfolgend wird der Einfluss der einzelnen Gewichtungsfaktoren auf die Optimierungsaufgabe diskutiert:

- Gewichtungsfaktor ρ_y

Je höher ρ_y ist, desto mehr Wert wird bei der Optimierungsaufgabe darauf gelegt, dass die Abweichung der Aufbaumassenbeschleunigung als Maß für den Fahrkomfort vom vorgegebenen Referenzwert niedrig ausfällt. Da für den Referenzwert 0 m/s^2 gewählt wurde, legt der Gewichtungsfaktor ρ_y fest, welche Wichtigkeit dem Geringhalten der Aufbaumassenbeschleunigung zukommt.

Die Wahl des Gewichtungsfaktors hängt vom Fahrstil des Fahrers ab. Für einen gemüthlichen Fahrer, der großen Wert auf den Fahrkomfort legt, ist ρ_y hoch zu wählen. Für einen sportlicheren Fahrer hingegen, der um zügig voranzukommen Einbußen beim Fahrkomfort in Kauf nimmt, kann der Wert niedriger angesetzt werden.

- Gewichtungsfaktor $\rho_{\Delta u}$

Je höher $\rho_{\Delta u}$ ist, desto mehr Wert wird bei der Optimierungsaufgabe darauf gelegt, dass die Stellgrößenänderungen niedrig ausfallen. Da die Stellgrößenänderung der

Beschleunigung bzw. Verzögerung des Fahrzeugs entspricht, wird durch den Gewichtungsfaktor eingestellt, wie sanft die Beschleunigungs- bzw. Verzögerungsvorgänge ausfallen sollen.

Das Verlangen nach sanften Beschleunigungs- bzw. Verzögerungsvorgängen hängt vom Fahrstil der Fahrer ab. Während für einen gemütlichen Fahrer $\rho_{\Delta u}$ eher hoch gewählt werden sollte, können für einen sportlichen Fahrer niedrigere Werte gewählt werden.

- Gewichtungsfaktor ρ_u

Je höher ρ_u ist, desto mehr Wert wird bei der Optimierungsaufgabe darauf gelegt, dass die vom Fahrer gewünschte Referenzgeschwindigkeit gehalten wird.

Bei der Wahl sollte wieder der Fahrstil des Fahrers berücksichtigt werden. Für einen gemütlichen Fahrer, der Einbußen bei der Fahrgeschwindigkeit zugunsten des Fahrkomforts in Kauf nimmt, sollte ρ_u niedrig gewählt werden. Für einen sportlichen Fahrer hingegen, dem es wichtig ist zügig voranzukommen, sollte der Wert höher angesetzt werden.

Anmerkung: Da die drei Optimierungskriterien – zumindest teilweise – im Widerspruch zueinander stehen, macht es zum Beispiel keinen Sinn für alle Kriterien eine hohe Gewichtung zu wählen. Daher müssen bei der Optimierungsaufgabe Prioritäten festgelegt werden und für die entsprechenden Kriterien höhere Gewichtungen im Vergleich zu den Gewichtungen der restlichen Kriterien gewählt werden.

3.5.3 Darstellung in Matrixschreibweise

Mit den in Kapitel 3.4.3 definierten Vektoren kann die Gütefunktion (3.30) folgendermaßen angeschrieben werden:

$$J = (\hat{\underline{Y}} - \underline{Y}_{\text{ref}})^T \underline{\underline{W}}_Y (\hat{\underline{Y}} - \underline{Y}_{\text{ref}}) + \Delta \underline{U}^T \underline{\underline{W}}_{\Delta U} \Delta \underline{U} + (\underline{U} - \underline{U}_{\text{ref}})^T \underline{\underline{W}}_U (\underline{U} - \underline{U}_{\text{ref}}) \quad (3.35)$$

mit den Referenzvektoren:

$$\underline{Y}_{\text{ref}} = [y_{\text{ref}}(k+1) \quad y_{\text{ref}}(k+2) \quad y_{\text{ref}}(k+3) \quad \dots \quad y_{\text{ref}}(k+n_p)]^T \quad \text{Dimension: } n_p \times 1 \quad (3.36)$$

$$\underline{U}_{\text{ref}} = [u_{\text{ref}}(k) \quad u_{\text{ref}}(k+1) \quad u_{\text{ref}}(k+2) \quad \dots \quad u_{\text{ref}}(k+n_p-1)]^T \quad \text{Dimension: } n_p \times 1 \quad (3.37)$$

und den Gewichtungsmatrizen:

$$\underline{\underline{W}}_Y = \begin{bmatrix} \rho_y(1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y(2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_y(3) & 0 \\ \vdots & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \rho_y(n_p) \end{bmatrix} \quad \text{Dimension: } n_p \times n_p$$

$$\underline{\underline{W}}_{\Delta U} = \begin{bmatrix} \rho_{\Delta u}(1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{\Delta u}(2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{\Delta u}(3) & 0 \\ \vdots & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \rho_{\Delta u}(n_c) \end{bmatrix} \quad \text{Dimension: } n_c \times n_c$$

$$\underline{\underline{W}}_U = \begin{bmatrix} \rho_u(1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_u(2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_u(3) & 0 \\ \vdots & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \rho_u(n_p) \end{bmatrix} \quad \text{Dimension: } n_p \times n_p$$

Durch Einsetzen der Beziehungen (3.26) und (3.29) in die Gleichung (3.35) ergibt sich die Gütefunktion J zu:

$$\begin{aligned} J = & (\underline{\underline{F}} \underline{\underline{x}}(k) + \underline{\underline{\Phi}}_U u(k-1) + \underline{\underline{\Phi}}_{\Delta U} \Delta \underline{\underline{U}} + \underline{\underline{\Phi}}_V \underline{\underline{V}} - \hat{\underline{\underline{Y}}}_{\text{ref}})^T \underline{\underline{W}}_Y (\underline{\underline{F}} \underline{\underline{x}}(k) + \underline{\underline{\Phi}}_U u(k-1) \\ & + \underline{\underline{\Phi}}_{\Delta U} \Delta \underline{\underline{U}} + \underline{\underline{\Phi}}_V \underline{\underline{V}} - \hat{\underline{\underline{Y}}}_{\text{ref}}) \\ & + \Delta \underline{\underline{U}}^T \underline{\underline{W}}_{\Delta U} \Delta \underline{\underline{U}} \\ & + (\underline{\underline{\Psi}}_U u(k-1) + \underline{\underline{\Psi}}_{\Delta U} \Delta \underline{\underline{U}} - \underline{\underline{U}}_{\text{ref}})^T \underline{\underline{W}}_U (\underline{\underline{\Psi}}_U u(k-1) + \underline{\underline{\Psi}}_{\Delta U} \Delta \underline{\underline{U}} - \underline{\underline{U}}_{\text{ref}}) \end{aligned} \quad (3.38)$$

3.6 Optimierungsaufgabe

Aus Kapitel 3.5 geht hervor, dass in der Gütefunktion alle Abweichungen vom gewünschten Systemzustand zusammengefasst sind, die bei der Optimierungsaufgabe berücksichtigt werden sollen. Je höher der Wert ist, den die Gütefunktion annimmt, desto weiter ist der

vorhanden Systemzustand vom Wunschzustand entfernt. Um den Systemzustand unter den gegebenen Umständen möglichst nahe dem gewünschten Zustand zu halten, muss der Wert der Gütefunktion durch eine geeignete Stellgrößenwahl möglichst niedrig gehalten werden.

Bei der Optimierungsaufgabe wird jene Stellgrößenänderungsfolge gesucht, bei der die Gütefunktion minimal wird. Das Optimierungsproblem lautet somit folgendermaßen: [16]

$$\min_{\Delta \underline{U}} J \quad (3.39)$$

Bei Verwendung eines linearen Prädiktionsmodells und einer quadratischen Gütefunktion, so wie es in dieser Arbeit der Fall ist, gibt es hinsichtlich des Lösungsverfahrens der Optimierungsaufgabe zwei Fälle. Im unbeschränkten Fall ist die Optimierungsaufgabe analytisch lösbar. Wenn Beschränkungen berücksichtigt werden müssen, ist ein numerisches Optimierungsverfahren erforderlich. Unter der Voraussetzung, dass die Beschränkungen linear sind, eignet sich hier die Verwendung des effizienten Verfahrens der Quadratischen Programmierung um die Optimierungsaufgabe zu lösen. [5]

3.6.1 unbeschränkte Optimierung

Die erste notwendige Bedingung, um das Minimum der Gütefunktion zu finden, erfordert das Nullsetzen der ersten Ableitung der Gütefunktion nach dem Vektor der Stellgrößenänderungen. [5]

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta \underline{U}} = 0 \quad (3.40)$$

Als zweite Bedingung muss für ein Minimum die zweite Ableitung der Gütefunktion nach dem Vektor der Stellgrößenänderungen positiv sein.

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \Delta \underline{U}^2} > 0 \quad (3.41)$$

Um die Ableitung der Gütefunktion nach dem Vektor der Stellgrößenänderungen bilden zu können, wird (3.38) folgendermaßen umgeformt:

$$\begin{aligned} J = & (\underline{\mathbf{F}} \underline{\mathbf{x}}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\mathbf{V}} - \hat{\underline{\mathbf{Y}}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbf{W}}_Y (\underline{\mathbf{F}} \underline{\mathbf{x}}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\mathbf{V}} - \hat{\underline{\mathbf{Y}}}_{\text{ref}}) \\ & + 2 \Delta \underline{\mathbf{U}}^T \underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbf{W}}_Y (\underline{\mathbf{F}} \underline{\mathbf{x}}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\mathbf{V}} - \hat{\underline{\mathbf{Y}}}_{\text{ref}}) \\ & + (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{\mathbf{U}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbf{W}}_U (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{\mathbf{U}}_{\text{ref}}) \\ & + 2 \Delta \underline{\mathbf{U}}^T \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbf{W}}_U (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{\mathbf{U}}_{\text{ref}}) \\ & + \Delta \underline{\mathbf{U}}^T (\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbf{W}}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\mathbf{W}}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbf{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U}) \Delta \underline{\mathbf{U}} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Durch Ableiten nach $\Delta \underline{U}$ von (3.42) und Nullsetzen ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J}{\partial \Delta \underline{U}} &= 2 \underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y (\underline{F} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{V} - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}}) \\
 &+ 2 \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}}) \\
 &+ 2 (\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{W}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U}) \Delta \underline{U} = 0
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Die zweite Ableitung von (3.42) nach $\Delta \underline{U}$ ergibt sich zu:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \Delta \underline{U}^2} = 2 (\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{W}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U}) \tag{3.44}$$

Damit der gefundene Extremwert ein Minimum ist, muss die zweite Ableitung positiv sein. Unter der Voraussetzung nicht-negativer Gewichtungsfaktoren (3.31) ist diese Bedingung für (3.44) stets erfüllt und somit der in (3.43) ermittelte Extremwert das gesuchte Minimum. [5]

Durch Auflösen von (3.43) nach $\Delta \underline{U}$ erhält man den Vektor der Stellgrößenänderungen, bei dem die Gütefunktion minimal wird:

$$\begin{aligned}
 \Delta \underline{U} &= - \left(\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{W}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right)^{-1} \left(\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y (\underline{F} \underline{x}(k) \right. \\
 &\quad \left. + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{V} - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}}) + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}}) \right) \\
 &= - \left(\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{W}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right)^{-1} \left(\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{F} \underline{x}(k) \right. \\
 &\quad \left. + (\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_U + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_U) u(k-1) + \underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_V \underline{V} \right. \\
 &\quad \left. - \underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}} - \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{U}_{\text{ref}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

Mit (3.45) wird der Vektor $\Delta \underline{U}$ berechnet, der die optimale Stellgrößenänderungsfolge $\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+n_c-1)$ enthält.

3.6.2 Optimierung unter Berücksichtigung von Beschränkungen

Die Grundlage für die Beschreibung der Vorgehensweise dieses Kapitels bildet [5]. In den meisten Fällen ist es aus beispielsweise physikalischen oder wirtschaftlichen Gründen erforderlich, dass die Absolutwerte und/oder Änderungsraten gewisser Größen beim Optimierungsprozess ihre zulässigen Grenzwerte nicht überschreiten.

Nachfolgend sind lineare Beschränkungen aufgelistet, die beim Optimierungsprozess des MPC-Algorithmus oft Anwendung finden.

$$\begin{aligned}
 u_{\min} &\leq u(k+i) \leq u_{\max} && \text{für } i = 0, \dots, n_p-1 \\
 \Delta u_{\min} &\leq \Delta u(k+i) \leq \Delta u_{\max} && \text{für } i = 0, \dots, n_c-1 \\
 \underline{x}_{\min} &\leq \underline{x}(k+i|k) \leq \underline{x}_{\max} && \text{für } i = 1, \dots, n_p \\
 y_{\min} &\leq \hat{y}(k+i|k) \leq y_{\max} && \text{für } i = 1, \dots, n_p
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

Die Beschränkungen werden als Nebenbedingungen in die Optimierungsaufgabe eingebunden. Dazu ist es notwendig, die Beschränkungen entsprechend zu formulieren. Es sind Formulierungen als Ungleichungsnebenbedingungen und als Gleichungsnebenbedingungen möglich, außerdem kann eine obere und untere Schranke für die Optimierungsvariable festgelegt werden. Darauf wird hier jedoch nicht näher eingegangen, sondern auf entsprechende Literatur, wie [5] und [13], verwiesen.

Beschränkte Optimierungsprobleme können nicht mehr analytisch gelöst werden, wodurch die Verwendung eines numerischen Verfahrens zur Lösung notwendig ist. Wie bereits erwähnt, eignet sich für das vorliegende Problem das Verfahren der Quadratischen Programmierung.

Unter den gegebenen Voraussetzungen eines linearen Prädiktionsmodells, linearer Beschränkungen und einer quadratischen Gütefunktion ist das resultierende Optimierungsproblem konvex. Für konvexe Probleme gilt, dass das lokale Minimum zugleich das globale Minimum ist. Dadurch wird sichergestellt, dass der Algorithmus der Quadratischen Programmierung das gesuchte globale Optimum findet. [5], [7], [17]

Um die Optimierungsaufgabe mittels Quadratischer Programmierung lösen zu können, muss die Gütefunktion (3.38) in die sogenannte quadratische Form gebracht werden.

Die quadratische Form lautet:

$$f(\underline{z}) = \frac{1}{2} \underline{z}^T \underline{\mathbf{H}} \underline{z} + \underline{f}^T \underline{z} \tag{3.47}$$

Um die Gütefunktion (3.38) auf die quadratische Form zu bringen, muss sie leicht modifiziert werden. Hierfür wird sie zuerst folgendermaßen umgeformt:

$$\begin{aligned}
 J &= \Delta \underline{\mathbf{U}}^T \left(\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbf{W}}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\mathbf{W}}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbf{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{\mathbf{U}} \\
 &+ 2 \left((\underline{\mathbf{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\mathbf{V}} - \hat{\underline{\mathbf{Y}}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbf{W}}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} \right. \\
 &\quad \left. + (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{\mathbf{U}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbf{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{\mathbf{U}} \\
 &+ (\underline{\mathbf{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\mathbf{V}} - \hat{\underline{\mathbf{Y}}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbf{W}}_Y (\underline{\mathbf{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\mathbf{V}} \\
 &\quad - \hat{\underline{\mathbf{Y}}}_{\text{ref}}) + (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{\mathbf{U}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbf{W}}_U (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{\mathbf{U}}_{\text{ref}})
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Die Terme, die unabhängig vom Stellgrößenänderungsvektor $\Delta \underline{U}$ sind, können bei der Bestimmung des Minimums der Gütefunktion entfallen. Grund dafür ist, dass nicht der Wert des Minimums, sondern die Stelle des Minimums von Interesse ist. Die von $\Delta \underline{U}$ unabhängigen Terme beeinflussen zwar den Wert der Gütefunktion, den Ort des Minimums jedoch nicht. Zusätzlich wird Gleichung (3.48) mit dem Faktor $1/2$ multipliziert, um sie auf die quadratische Standardform zu bringen. Auch dadurch verändert sich ebenfalls der Ort des Minimums nicht, sondern nur der Wert. [5]

Dadurch erhält man die modifizierte Gütefunktion wie folgt:

$$\begin{aligned}
 J^* = & \frac{1}{2} \Delta \underline{U}^T \left(\underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{W}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{U} \\
 & + \left(\left(\underline{F} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{V} - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}} \right)^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} \right. \\
 & \left. + \left(\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}} \right)^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{U}
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

Die modifizierte Gütefunktion (3.49) kann nun in der quadratischen Form angeschrieben werden:

$$J^*(\Delta \underline{U}) = \frac{1}{2} \Delta \underline{U}^T \underline{H} \Delta \underline{U} + \underline{f}^T \Delta \underline{U} \tag{3.50}$$

mit:

$$\begin{aligned}
 \underline{H} &= \underline{\Phi}_{\Delta U}^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{W}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \\
 \underline{f}^T &= \left(\underline{F} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{V} - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}} \right)^T \underline{W}_Y \underline{\Phi}_{\Delta U} + \left(\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}} \right)^T \underline{W}_U \underline{\Psi}_{\Delta U}
 \end{aligned}$$

Daraus resultiert das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned}
 \min_{\Delta \underline{U}} \quad & J^*(\Delta \underline{U}) = \frac{1}{2} \Delta \underline{U}^T \underline{H} \Delta \underline{U} + \underline{f}^T \Delta \underline{U} \\
 \text{u.B.v.} \quad & \underline{N} \Delta \underline{U} \leq \underline{g} \\
 & \underline{N}_{eq} \Delta \underline{U} = \underline{g}_{eq} \\
 & lb \leq \Delta \underline{U} \leq ub
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

Das Optimierungsproblem (3.51) kann zur Lösung mittels Quadratischer Programmierung an einen Standardalgorithmus übergeben werden. Im Zuge dieser Arbeit wird dazu folgende MATLAB-Funktion verwendet:

$$\text{delta u} = \text{quadprog}(\underline{H}, \underline{f}, \underline{N}, \underline{g}, \underline{N}_{eq}, \underline{g}_{eq}, lb, ub) \text{ }^1$$

Die MATLAB-Funktion liefert den optimalen Stellgrößenänderungsvektor $\Delta \underline{U}$ als Ergebnis.

¹Der angegebene MATLAB-Befehl bezieht sich auf die MATLAB-Version R2014b.

3.7 Ermittlung des neuen Systemzustands und der Ausgangsgröße

Die Lösung der Optimierungsaufgabe liefert, wie in Kapitel 3.6 beschrieben, den optimalen Stellgrößenänderungsvektor $\Delta \underline{U}$. Damit kann mit der in (3.26) angegebenen Gleichung der optimale Stellgrößenvektor \underline{U} berechnet werden, der die optimale Stellgrößenfolge $u(k), u(k+1), \dots, u(k+n_p-1)$ enthält.

Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, wird der erste Wert der ermittelten optimalen Stellgrößenfolge an das System weitergegeben, die restlichen Werte werden verworfen, da sich für den darauffolgenden Zeitschritt ein abgeändertes Optimierungsproblem ergibt, dessen Lösung eine neue optimale Stellgrößenfolge liefert.

Ausgehend vom Systemzustand $\underline{x}(k)$ wird mit der optimalen Stellgröße $u(k)$ und der bekannten Störgröße $v(k)$ mithilfe des State-Space Models (3.16) der neue Systemzustand $\underline{x}(k+1)$ ermittelt:

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A} \underline{x}(k) + \underline{B}_U u(k) + \underline{B}_V v(k) \quad (3.52)$$

Die zugehörige Ausgangsgröße $y(k+1)$ berechnet sich folgendermaßen:

$$y(k+1) = \underline{C} \underline{x}(k+1) + \underline{D}_V v(k+1) \quad (3.53)$$

3.8 Bedeutung des ermittelten Geschwindigkeitsverlaufs

Die Grundlage für dieses Kapitel bildet [18]. Bei der Optimierungsaufgabe wird für jeden Zeitschritt die optimale Stellgröße ermittelt. Da im vorliegenden System die Stellgröße der Fahrgeschwindigkeit entspricht, erhält man einen Geschwindigkeitsverlauf für das Überfahren von Einzellhindernissen.

Dabei handelt es sich um einen theoretischen optimalen Geschwindigkeitsverlauf, der in der Realität nicht eins zu eins umgesetzt werden kann. Der theoretische optimale Geschwindigkeitsverlauf würde einem Fahrpedalstellungsverlauf entsprechen. Der Fahrer hat jedoch kein direktes Gefühl für die Fahrpedalstellung.

Wenn der Fahrer die Fahrgeschwindigkeit ändern möchte, reagiert er mit einer Änderung der Fahrpedalstellung $\dot{\alpha}$. Er versucht also, die seiner Meinung nach optimale theoretische Geschwindigkeitsänderung $\Delta vel_{\text{theor}}$ durch eine Fahrpedalstellungsänderung einzustellen.

$$\dot{\alpha} = g_1(\Delta vel_{\text{theor}}) \quad (3.54)$$

Das Fahrzeug seinerseits reagiert auf die Änderung der Fahrpedalstellung $\dot{\alpha}$ mit einer Beschleunigung bzw. Verzögerung \ddot{x} .

$$\ddot{x} = g_2(\dot{\alpha}) \tag{3.55}$$

Um den Geschwindigkeitsverlauf zu erhalten, der tatsächlich umgesetzt wird, müssten zusätzlich die Übertragungsfunktionen des Fahrers und des Fahrzeugs berücksichtigt werden. Die Übertragungsfunktion des Fahrers beschreibt das Übertragungsverhalten zwischen der vom Fahrer theoretisch angestrebten Geschwindigkeitsänderung und der durchgeführten Fahrpedalstellungsänderung. Die Übertragungsfunktion des Fahrzeugs beschreibt das Übertragungsverhalten des Fahrzeugs zwischen der getätigten Fahrpedalstellungsänderung und der Reaktion darauf in Form einer Beschleunigung bzw. Verzögerung.

Da im Zuge dieser Arbeit auf die Modellierung des Längsdynamik-Regelkreises verzichtet wurde, ist es stattdessen erforderlich, Beschränkungen für die Geschwindigkeitsänderungen zu berücksichtigen.

4 Umsetzung von Fahrzeug- und Fahrermodellierung

4.1 Aufstellen der Bewegungsgleichungen

Wie in Kapitel 2.3 bereits erwähnt, wird im Zuge dieser Arbeit für die Modellierung des Fahrzeugs ein Viertelfahrzeug-Modell verwendet. Das Schwingungsersatzsystem des Viertelfahrzeugs, anhand dem die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden, ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

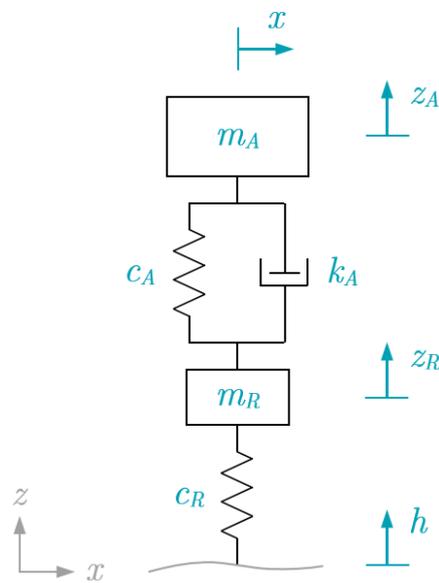


Abbildung 4.1: Schwingungsersatzsystem

Freiheitsgrade:	x	...	Fahrtweg
	z_A	...	Schwingweg der Aufbaumasse
	z_R	...	Schwingweg der Radmasse
externe Anregung:	$h(x)$...	Fahrbahnunebenheit
Systemparameter:	m_A	...	Aufbaumasse
	m_R	...	Radmasse
	c_A	...	Federkonstante des Aufbaus
	k_A	...	Dämpfungskonstante des Aufbaus
	c_R	...	Reifenfederkonstante

In Abbildung 4.2 ist das Schwingungsersatzsystem freigemacht dargestellt.

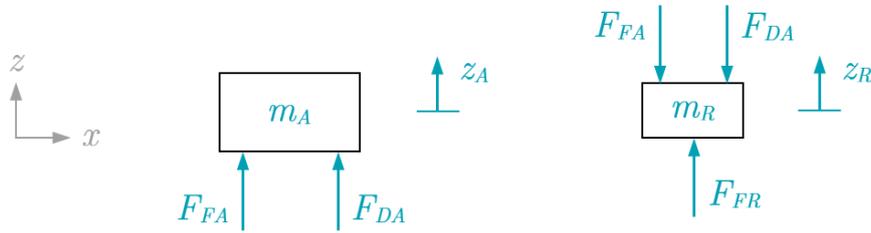


Abbildung 4.2: freigemachtes Schwingungsersatzsystem

Aus dem Schwerpunktsatz für die Aufbaumasse in z -Richtung folgt:

$$\begin{aligned}
 m_A \ddot{z}_A &= F_{FA} + F_{DA} \\
 m_A \ddot{z}_A &= c_A (z_R - z_A) + k_A (\dot{z}_R - \dot{z}_A) \\
 \Rightarrow m_A \ddot{z}_A + k_A (\dot{z}_A - \dot{z}_R) + c_A (z_A - z_R) &= 0
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Aus dem Schwerpunktsatz für die Radmasse in z -Richtung folgt:

$$\begin{aligned}
 m_R \ddot{z}_R &= -F_{FA} - F_{DA} + F_{FR} \\
 m_R \ddot{z}_R &= -c_A (z_R - z_A) - k_A (\dot{z}_R - \dot{z}_A) + c_R (h(x) - z_R) \\
 \Rightarrow m_R \ddot{z}_R + k_A (\dot{z}_R - \dot{z}_A) + c_A (z_R - z_A) + c_R z_R &= c_R h(x)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Die Bewegungsgleichungen (4.1) und (4.2) beschreiben das dynamische Verhalten des Fahrzeugs in vertikaler Richtung. Am ersten Blick scheint es, dass die Vertikaldynamik von der Längsdynamik entkoppelt ist, da der Fahrtweg x und dessen Ableitungen \dot{x} und \ddot{x} nicht explizit in den Bewegungsgleichungen enthalten sind. Die Fahrbahnunebenheit $h(x)$ ist jedoch eine Funktion des Fahrtwegs x , wodurch sich eine Abhängigkeit der Vertikaldynamik von der Längsdynamik ergibt.

Die Daten für die Systemparameter werden aus [4], Seite 373, Tab. 13.1 entnommen. Bei den in dieser Tabelle angeführten Daten wurde für die Bestimmung der Massen von einem leeren Fahrzeug mit 1000 kg, bei dem der Schwerpunkt in der Mitte des Randstands liegt, und einem Fahrer mit 74 kg, der mittig über der Vorderachse sitzt, ausgegangen. Mit dem Viertelfahrzeug-Modell wird eine Seite der Vorderachse betrachtet. Da der Fahrer über der

Vorderachse angenommen wird, entsprechen die Schwingungen des betrachteten Modells jenen Schwingungen, die auf den Fahrer übertragen werden.

Es werden die Werte von „Fahrzeug 1“ verwendet. Nachfolgend sind diese Werte in Tabelle 4.1 angeführt:

Parameter	Wert
m_A	257 kg
m_R	31 kg
c_A	20200 N/m
k_A	1140 Ns/m
c_R	128000 N/m

Tabelle 4.1: Daten für die Systemparameter; [4, S. 373]

Anmerkung: Da bei der Modellbildung im Zuge dieser Arbeit der Fahrzeugsitz nicht extra modelliert wurde, wird die Fahrer Masse gänzlich der Aufbaumasse zugeschlagen, weshalb m_A die Summe aus den Massen m_2 und m_3 der Tabelle in [4] bildet.

4.2 Berechnung der Eigenfrequenzen

Da die ungedämpften Eigenfrequenzen später zur Auswahl der betrachteten Einzelhinder-nisse herangezogen werden [4], werden sie hier berechnet.

Dazu werden die Bewegungsgleichungen (4.1) und (4.2) in Matrixform angeschrieben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_A & 0 \\ 0 & m_R \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{M}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{z}_A \\ \ddot{z}_R \end{bmatrix}} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_A & -k_A \\ -k_A & k_A \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{K}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{z}_A \\ \dot{z}_R \end{bmatrix}} + \underbrace{\begin{bmatrix} c_A & -c_A \\ -c_A & c_A + c_R \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{C}}} \underbrace{\begin{bmatrix} z_A \\ z_R \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0 \\ c_R h(x) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$\underline{\underline{M}}$... Massenmatrix
 $\underline{\underline{K}}$... Dämpfungsmatrix
 $\underline{\underline{C}}$... Steifigkeitsmatrix

Die charakteristische Gleichung des allgemeinen ungedämpften Eigenwertproblems lautet wie folgt: [19]

$$\det[\underline{\underline{C}} - \omega^2 \underline{\underline{M}}] = 0 \quad (4.4)$$

Für das vorliegende System errechnet sich die charakteristische Gleichung folgendermaßen:

$$\det \begin{bmatrix} c_A - \omega^2 m_A & -c_A \\ -c_A & c_A + c_R - \omega^2 m_R \end{bmatrix} = 0$$

$$m_A m_R \omega^4 - [m_A (c_A + c_R) + m_R c_A] \omega^2 + c_A c_R = 0 \quad (4.5)$$

Durch Lösen der charakteristischen Gleichung (4.5) erhält man die ungedämpften Eigenkreisfrequenzen ω_A und ω_R :

$$\omega_{A,R}^2 = \frac{m_A (c_A + c_R) + m_R c_A \pm \sqrt{[m_A (c_A + c_R) + m_R c_A]^2 - 4 m_A m_R c_A c_R}}{2 m_A m_R} \quad (4.6)$$

Durch Einsetzen der Werte aus Tabelle 4.1 ergibt sich:

$$\omega_A = 8,23 \text{ s}^{-1} \quad \omega_R = 69,22 \text{ s}^{-1} \quad (4.7)$$

Die ungedämpften Eigenfrequenzen f_A und f_R errechnen sich zu:

$$f_A = 1,31 \text{ Hz} \quad f_R = 11,02 \text{ Hz} \quad (4.8)$$

Index A steht für die Eigenkreisfrequenz bzw. Eigenfrequenz der Aufbaumasse, Index R für die der Radmasse.

4.3 Prädiktionsmodell

4.3.1 Rückführung auf ein DGL System 1. Ordnung

Bei der State-Space Formulierung wird die Systemdynamik mittels Differentialgleichungen 1. Ordnung beschrieben. Deshalb ist es notwendig, die in Kapitel 4.1 aufgestellten Bewegungsgleichungen 2. Ordnung auf ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung rückzuführen.

Hierzu werden die Bewegungsgleichungen (4.1) und (4.2) folgendermaßen umgeformt:

$$\ddot{z}_A = \frac{k_A}{m_A} (\dot{z}_R - \dot{z}_A) + \frac{c_A}{m_A} (z_R - z_A) \quad (4.9)$$

$$\ddot{z}_R = \frac{k_A}{m_R} (\dot{z}_A - \dot{z}_R) + \frac{c_A}{m_R} (z_A - z_R) + \frac{c_R}{m_R} (h(x) - z_R) \quad (4.10)$$

Zum Überführen auf ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung werden die folgenden Zustandsvariablen definiert. Zusätzlich wird eine Zustandsvariable für den Fahrtweg x eingeführt.

$$\begin{aligned}
 x &= x_1 & z_A &= x_2 & z_R &= x_4 \\
 \dot{z}_A &= \dot{x}_2 = x_3 & \dot{z}_R &= \dot{x}_4 = x_5 \\
 \ddot{z}_A &= \dot{x}_3 & \ddot{z}_R &= \dot{x}_5
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Damit ergibt sich folgendes Differentialgleichungssystem 1. Ordnung:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= vel \\
 \dot{x}_2 &= x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -\frac{c_A}{m_A} x_2 - \frac{k_A}{m_A} x_3 + \frac{c_A}{m_A} x_4 + \frac{k_A}{m_A} x_5 \\
 \dot{x}_4 &= x_5 \\
 \dot{x}_5 &= \frac{c_A}{m_R} x_2 + \frac{k_A}{m_R} x_3 - \left(\frac{c_A}{m_R} + \frac{c_R}{m_R} \right) x_4 - \frac{k_A}{m_R} x_5 + \frac{c_R}{m_R} h(x)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

4.3.2 State-Space Model

Das Differentialgleichungssystem (4.12) kann als State-Space Model in zeitkontinuierlicher Formulierung angeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} u_t(t) \\
 y(t) &= \underline{C} \underline{x}(t) + \underline{D} u_t(t)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

mit dem Zustandsvektor:

$$\underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \dots \text{ Fahrtweg} \\ \dots \text{ Schwingweg der Aufbaumasse} \\ \dots \text{ Schwinggeschwindigkeit der Aufbaumasse} \\ \dots \text{ Schwingweg der Radmasse} \\ \dots \text{ Schwinggeschwindigkeit der Radmasse} \end{array} \tag{4.14}$$

dem Eingangsgrößenvektor:

$$\underline{u}_t(t) = \begin{bmatrix} vel \\ h(x) \end{bmatrix} \begin{array}{l} \dots \text{ Fahrgeschwindigkeit} \\ \dots \text{ Fahrbahnebenheit} \end{array} \tag{4.15}$$

der Ausgangsgröße:

$$y(t) = \ddot{z}_A \quad \dots \quad \text{Schwingbeschleunigung der Aufbaumasse} \quad (4.16)$$

und den Matrizen:

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_A}{m_A} & -\frac{k_A}{m_A} & \frac{c_A}{m_A} & \frac{k_A}{m_A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{c_A}{m_R} & \frac{k_A}{m_R} & -\frac{c_A+c_R}{m_R} & -\frac{k_A}{m_R} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_R}{m_R} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{c_A}{m_A} & -\frac{k_A}{m_A} & \frac{c_A}{m_A} & \frac{k_A}{m_A} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4.4 Fahrbahnunebenheit

Während der Fahrt wirken Störungen durch Fahrbahnunebenheiten in Form von Einzelhindernissen auf das Fahrzeug ein. Das Unebenheitsprofil der Fahrbahn wird durch eine Funktion des Fahrtwegs beschrieben. Im Zuge dieser Arbeit werden zwei verschiedene Hindernistypen betrachtet.

4.4.1 Hindernistyp 1

Hindernistyp 1 bildet einen Tempohügel, wie in Abbildung 4.3 dargestellt, nach.

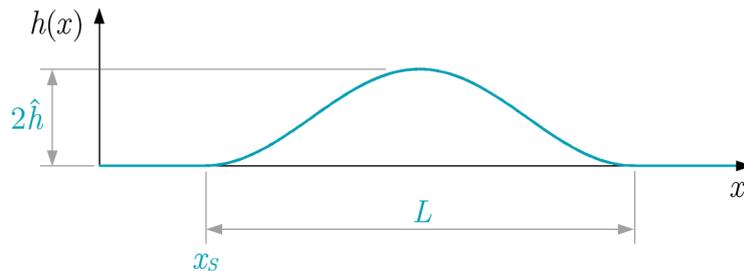


Abbildung 4.3: Hindernistyp 1: Fahrbahnunebenheit $h(x)$; vgl. [4, S. 346]

Zur Beschreibung des Hindernisses wird eine $(1 - \cos)$ -Funktion herangezogen. Diese Funktion weist am Anfang und Ende der Störung waagrechte Tangenten auf, wodurch ein glatter Übergang zur restlichen Fahrbahn vorliegt. [4, S. 345f]

Die Unebenheit wird durch folgende, vom Fahrtweg abhängige, Funktion beschrieben:

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < x_S \\ \hat{h} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{L} (x - x_S) \right) \right) & \text{für } x_S \leq x \leq x_S + L \\ 0 & \text{für } x > x_S + L \end{cases} \quad (4.18)$$

Da in weiterer Folge auch die erste Ableitung der Fahrbahnunebenheit nach dem Fahrtweg benötigt wird, wird diese nachfolgend gebildet:

$$h'(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < x_S \\ \frac{2\pi}{L} \hat{h} \sin \left(\frac{2\pi}{L} (x - x_S) \right) & \text{für } x_S \leq x \leq x_S + L \\ 0 & \text{für } x > x_S + L \end{cases} \quad (4.19)$$

Die Fahrbahnunebenheit ist eine nichtlineare Funktion des Fahrtwegs x . Zur vollständigen Beschreibung der Unebenheit sind die drei Werte x_S , \hat{h} und L erforderlich.

Im Zuge dieser Arbeit werden Hindernisse mit verschiedenen Höhen und Längen betrachtet. Die Hindernisse werden so gewählt, dass die Anregung mit den beiden in Kapitel 4.2 errechneten Eigenfrequenzen sowie einer Frequenz dazwischen erfolgt, wenn man sie mit 30 km/h konstant überfahren würde. Die 30 km/h entsprechen einer in Kapitel 5.1.5 später festgelegten Referenzgeschwindigkeit. Die Länge des Hindernisses errechnet sich bei vorgegebener Fahrgeschwindigkeit und Anregungsfrequenz wie folgt:

$$L = \frac{vel_{\text{ref}}}{f} \quad (4.20)$$

In Tabelle 4.2 sind die Daten für die betrachteten Einzelhindernisse zusammengefasst.

Hindernis - Nr.	x_S m	\hat{h} m	L m	vel_{ref} km/h	f Hz
1-1	20	0.1	6.36	30	1.31
1-2	30	0.03	1.52	30	5.5
1-3	30	0.025	0.76	30	11.02

Tabelle 4.2: Hindernistyp 1: Daten für die Einzelhindernisse

4.4.2 Hindernistyp 2

Hindernistyp 2 bildet eine langgezogene Temposchwelle, wie in Abbildung 4.4 dargestellt, nach.

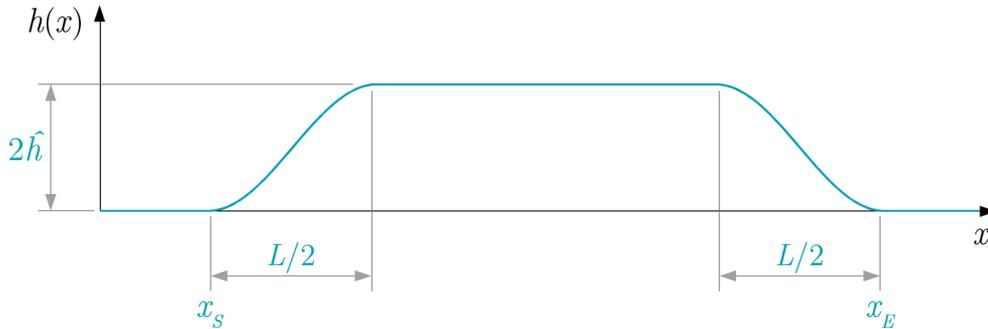


Abbildung 4.4: Hindernistyp 2: Fahrbahnunebenheit $h(x)$

Der Anfangs- und der Endabschnitt der Schwelle werden wieder mit einer $(1 - \cos)$ -Funktion beschrieben. An den Übergangsstellen zur restlichen Fahrbahn weist die Störfunktion wieder waagrechte Tangenten auf, wodurch glatte Übergänge zur restlichen Fahrbahn vorliegen.

Die Fahrbahnunebenheit wird durch folgende Funktion beschrieben:

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < x_S \\ \hat{h} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{L} (x - x_S) \right) \right) & \text{für } x_S \leq x \leq x_S + L/2 \\ 2\hat{h} & \text{für } x_S + L/2 < x < x_E - L/2 \\ \hat{h} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{L} (x - x_E) \right) \right) & \text{für } x_E - L/2 \leq x \leq x_E \\ 0 & \text{für } x > x_E \end{cases} \quad (4.21)$$

Die erste Ableitung der Fahrbahnunebenheit nach dem Fahrtweg lautet:

$$h'(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < x_S \\ \frac{2\pi}{L} \hat{h} \sin \left(\frac{2\pi}{L} (x - x_S) \right) & \text{für } x_S \leq x \leq x_S + L/2 \\ 0 & \text{für } x_S + L/2 < x < x_E - L/2 \\ \frac{2\pi}{L} \hat{h} \sin \left(\frac{2\pi}{L} (x - x_E) \right) & \text{für } x_E - L/2 \leq x \leq x_E \\ 0 & \text{für } x > x_E \end{cases} \quad (4.22)$$

Zur vollständigen Beschreibung der Unebenheit sind wiederum die drei Werte x_S , \hat{h} und L , sowie zusätzlich der Wert x_E erforderlich.

Es wird eine möglichst realitätsgetreue Temposchwelle nachgebildet. In Tabelle 4.3 sind die Daten für die betrachteten Einzelhindernisse zusammengefasst. Die Geschwindigkeitsangaben entsprechen den in Kapitel 5.1.5 später festgelegten Referenzgeschwindigkeiten.

Hindernis - Nr.	x_S m	x_E m	\hat{h} m	L m	vel_{ref} km/h
Typ 2-1	25	32	0.05	2	30
Typ 2-2	70	77	0.05	2	50

Tabelle 4.3: Hindernistyp 2: Daten für die Einzelhindernisse

4.5 Adaption des MPC-Algorithmus

Beim linearen MPC-Algorithmus wird davon ausgegangen, dass die prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$, wie in den Gleichungen (3.23) ersichtlich, linear von den Zustandsvariablen $\underline{x}(k)$ des Systems, der Stellgröße des vorherigen Zeitschritts $u(k-1)$, den geplanten Stellgrößenänderungen $\Delta u(k+i)$ und den bekannten Störgrößen $v(k+i)$ abhängen. Außerdem wird vorausgesetzt, dass die Störgrößen $v(k+i)$ unabhängig von den Zustandsvariablen und Stellgrößen bzw. Stellgrößenänderungen sind und zumindest über den jeweils betrachteten Prädiktionshorizont vorab bekannt sind. Dies ist beim in dieser Arbeit vorliegenden System nicht der Fall, deshalb muss der MPC-Algorithmus entsprechend adaptiert werden.

In dieser Arbeit stellt die Fahrbahnunebenheit die auf das System einwirkende Störgröße dar. Die Fahrbahnunebenheit ist, wie in Kapitel 4.4 ersichtlich, eine nichtlineare Funktion des Fahrtwegs, der der Zustandsvariable x_1 des Systems entspricht.

Der zeitliche Verlauf der Zustandsvariablen wird im Zuge der Simulation ermittelt und ist somit vorab unbekannt. Da die Störgrößen $v(k+i)$ von der Zustandsvariable x_1 abhängen sind auch diese im Vorhinein nicht bekannt. Dieser Sachverhalt stellt die erste Abweichung vom in Kapitel 3 aufgestellten MPC-Algorithmus dar.

Der Fahrtweg x_1 hängt von der Fahrgeschwindigkeit ab, die der Stellgröße des Systems entspricht. Die Beschreibung des Fahrtwegs x_1 über den Prädiktionshorizont ist somit von der aktuellen Fahrgeschwindigkeit $u(k-1)$ sowie den geplanten Fahrgeschwindigkeitsänderungen Δu abhängig.

Der Fahrtweg x_1 errechnet sich über den Prädiktionshorizont wie folgt:

$$\begin{aligned}
 x_1(k|k) &= x_1(k) \\
 x_1(k+1|k) &= x_1(k) + u(k) t_S \\
 &= x_1(k) + u(k-1) t_S + \Delta u(k) t_S \\
 \\
 x_1(k+2|k) &= x_1(k) + u(k) t_S + u(k+1) t_S \\
 &= x_1(k) + 2 u(k-1) t_S + 2 \Delta u(k) t_S + \Delta u(k+1) t_S \\
 \\
 x_1(k+3|k) &= x_1(k) + u(k) t_S + u(k+1) t_S + u(k+2) t_S \\
 &= x_1(k) + 3 u(k-1) t_S + 3 \Delta u(k) t_S + 2 \Delta u(k+1) t_S + \Delta u(k+2) t_S \\
 &\vdots \\
 \\
 x_1(k+n_c|k) &= x_1(k) + u(k) t_S + u(k+1) t_S + u(k+2) t_S + \dots + u(k+n_c-1) t_S \\
 &= x_1(k) + n_c u(k-1) t_S + n_c \Delta u(k) t_S + (n_c-1) \Delta u(k+1) t_S \\
 &\quad + (n_c-2) \Delta u(k+2) t_S + \dots + \Delta u(k+n_c-1) t_S \\
 &\vdots \\
 \\
 x_1(k+n_p|k) &= x_1(k) + u(k) t_S + u(k+1) t_S + \dots + (n_p - (n_c - 1)) u(k+n_c-1) t_S \\
 &= x_1(k) + n_p u(k-1) t_S + n_p \Delta u(k) t_S + (n_p - 1) \Delta u(k+1) t_S \\
 &\quad + (n_p - 2) \Delta u(k+2) t_S + \dots + (n_p - (n_c - 1)) \Delta u(k+n_c-1) t_S
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Die Fahrbahnebenheit wird durch die in Kapitel 4.4 definierten nichtlinearen Funktionen beschrieben. Die Störgrößen $v(k+i)$ errechnen sich folgendermaßen:

$$v(k+i) = h(x_1(k+i|k)) \tag{4.24}$$

Wie in Gleichung (4.24) in Kombination mit den Gleichungen (4.23) ersichtlich, liegt eine nichtlineare Abhängigkeit der Störgrößen $v(k+i)$ von der Zustandsvariable $x_1(k)$, der Stellgröße des vorherigen Zeitschritts $u(k-1)$ und den geplanten Stellgrößenänderungen $\Delta u(k+i)$ vor. Durch die Gleichungen (3.23) erkennt man, dass dadurch in weiterer Folge auch die prädizierten Ausgangsgrößen $\hat{y}(k+i|k)$ in nichtlinearer Form von diesen Größen abhängen. Die Abhängigkeit der Störgrößen von den Zustandsvariablen und den Stellgrößen bzw. den Stellgrößenänderungen sowie das Auftreten von Nichtlinearitäten bei der Berechnung der prädizierten Ausgangsgrößen stellen weitere Abweichungen vom herkömmlichen MPC-Algorithmus dar.

Bei Verwendung eines nichtlineares Prädiktionsmodell sind aufwändige, rechenintensive nichtlineare Optimierungsalgorithmen notwendig. Außerdem ist das Optimierungsproblem bei Vorliegen eines nichtlinearen Systems in der Regel nicht konvex, wodurch die Existenz

von genau einem Minimum nicht länger sichergestellt ist. Es sind lokale Minima in der Gütefunktion möglich, wodurch nicht mehr ohne weiteres gesichert ist, dass das gefundene Minimum dem globalen Optimum entspricht. [5]

In der Regel wird darum versucht, wenn die Möglichkeit besteht, das Prädiktionsmodell zu linearisieren. Dadurch bleibt das Optimierungsproblem konvex und somit analytisch oder mittels Quadratischer Programmierung, je nachdem ob Beschränkungen berücksichtigt werden, eindeutig lösbar.

Bei dieser Arbeit ist es deshalb erforderlich, die nichtlinearen Abhängigkeiten, die in den Störgrößen auftreten, zu linearisieren.

Wie in den Matrizen (4.17) des State-Space Models ersichtlich, hat im vorliegenden System die Fahrgeschwindigkeit, und somit auch die Stellgröße bzw. Stellgrößenänderung, keinen direkten Einfluss auf die Vertikaldynamik des Fahrzeugs und damit auch nicht auf die bei der Optimierung betrachteten Aufbaumassenbeschleunigung, die als Ausgangsgröße gewählt wurde. Das bedeutet, dass die Matrizen $\underline{\Phi}_U$ und $\underline{\Phi}_{\Delta U}$ in Gleichung (3.29) Nullmatrizen sind und der Stellgrößenänderungsvektor $\Delta \underline{U}$ keinen direkten Einfluss auf die prädizierten Ausgangsgrößen hat. Die Stellgrößenänderungen gehen im vorliegenden System ausschließlich indirekt über die nichtlineare Abhängigkeit der Störgrößen von den Stellgrößenänderungen in die prädizierten Ausgangsgrößen ein. Damit bei der Optimierungsaufgabe der optimale Stellgrößenänderungsvektor ermittelt werden kann, ist eine direkte Abhängigkeit der prädizierten Ausgangsgrößen von den Stellgrößenänderungen erforderlich. Daher muss die Linearisierung der Störgrößen so erfolgen, dass danach der Stellgrößenänderungsvektor $\Delta \underline{U}$ einen direkten Einfluss auf die prädizierten Ausgangsgrößen hat.

Die Linearisierung erfolgt in dieser Arbeit durch Entwicklung der Nichtlinearität in eine Taylorreihe, die nach dem linearen Term abgebrochen wird:

$$f(x) \approx f(x_{\text{ref}}) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_{\text{ref}}} (x - x_{\text{ref}}) \quad (4.25)$$

Da die Nichtlinearität in den Störgrößen $v(k+i)$ auftritt, werden diese für jeden Zeitpunkt $k+i$ innerhalb des Prädiktionshorizont in eine Taylorreihe entwickelt. Als Referenzpunkte für die Taylorreihenentwicklung werden jene Punkte herangezogen, die sich ergeben, wenn die Stellgröße, also die Fahrgeschwindigkeit, unverändert bleibt.

Um die nachfolgend durchgeführten Schritte des Linearisierungsvorgang zu veranschaulichen dient Abbildung 4.5.

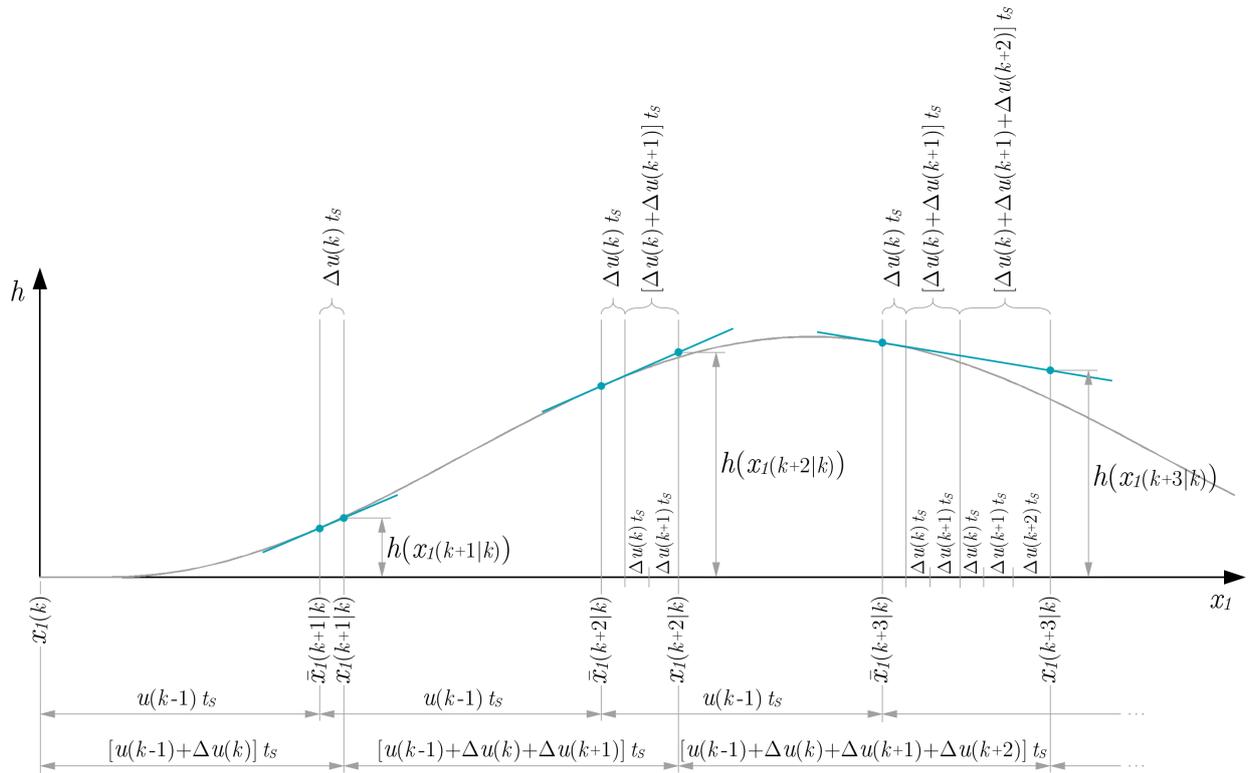


Abbildung 4.5: Veranschaulichung der Linearisierung

Die Störgrößen sind Funktionen des Fahrtwegs. Deshalb stellen die Fahrtwege, die sich ergeben, wenn das Fahrzeug mit unveränderter Fahrgeschwindigkeit weiter betrieben wird, die Referenzpunkte dar, um die die Taylorreihenentwicklung erfolgt. Diese Fahrtwege werden in weiter Folge mit \bar{x}_1 bezeichnet und errechnen sich über den Prädiktionshorizont folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_1(k|k) &= x_1(k) \\
 \bar{x}_1(k+1|k) &= x_1(k) + u(k-1) t_S \\
 \bar{x}_1(k+2|k) &= x_1(k) + 2 u(k-1) t_S \\
 \bar{x}_1(k+3|k) &= x_1(k) + 3 u(k-1) t_S \\
 &\vdots \\
 \bar{x}_1(k+n_c|k) &= x_1(k) + n_c u(k-1) t_S \\
 &\vdots \\
 \bar{x}_1(k+n_p|k) &= x_1(k) + n_p u(k-1) t_S
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Die nach dem linearen Term abgebrochene Taylorreihenentwicklungen der Störgrößen um die in (4.26) berechneten Punkte lauten wie folgt:

$$\begin{aligned}
 h(x_1(k|k)) &= h(\bar{x}_1(k|k)) \\
 h(x_1(k+1|k)) &= h(\bar{x}_1(k+1|k)) + h'(\bar{x}_1(k+1|k)) (x_1(k+1|k) - \bar{x}_1(k+1|k)) \\
 h(x_1(k+2|k)) &= h(\bar{x}_1(k+2|k)) + h'(\bar{x}_1(k+2|k)) (x_1(k+2|k) - \bar{x}_1(k+2|k)) \\
 h(x_1(k+3|k)) &= h(\bar{x}_1(k+3|k)) + h'(\bar{x}_1(k+3|k)) (x_1(k+3|k) - \bar{x}_1(k+3|k)) \\
 &\vdots \\
 h(x_1(k+n_c|k)) &= h(\bar{x}_1(k+n_c|k)) + h'(\bar{x}_1(k+n_c|k)) (x_1(k+n_c|k) - \bar{x}_1(k+n_c|k)) \\
 &\vdots \\
 h(x_1(k+n_p|k)) &= h(\bar{x}_1(k+n_p|k)) + h'(\bar{x}_1(k+n_p|k)) (x_1(k+n_p|k) - \bar{x}_1(k+n_p|k))
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Durch Einsetzen der Fahrtwege $x_1(k+i|k)$ (4.23), die sich bei Berücksichtigung der geplanten Fahrgeschwindigkeitsänderungen ergeben, und der Fahrtwege $\bar{x}_1(k+i|k)$ (4.26), die sich mit unveränderter Fahrgeschwindigkeit ergeben, in die Gleichungen (4.27) erhält man:

$$\begin{aligned}
 h(x_1(k|k)) &= h(\bar{x}_1(k|k)) \\
 h(x_1(k+1|k)) &= h(\bar{x}_1(k+1|k)) + h'(\bar{x}_1(k+1|k)) (\Delta u(k) t_S) \\
 h(x_1(k+2|k)) &= h(\bar{x}_1(k+2|k)) + h'(\bar{x}_1(k+2|k)) (2 \Delta u(k) t_S + \Delta u(k+1) t_S) \\
 h(x_1(k+3|k)) &= h(\bar{x}_1(k+3|k)) + h'(\bar{x}_1(k+3|k)) (3 \Delta u(k) t_S + 2 \Delta u(k+1) t_S \\
 &\quad + \Delta u(k+2) t_S) \\
 &\vdots \\
 h(x_1(k+n_c|k)) &= h(\bar{x}_1(k+n_c|k)) + h'(\bar{x}_1(k+n_c|k)) (n_c \Delta u(k) t_S + (n_c - 1) \Delta u(k+1) t_S + \\
 &\quad \dots + \Delta u(k+n_c-1) t_S) \\
 &\vdots \\
 h(x_1(k+n_p|k)) &= h(\bar{x}_1(k+n_p|k)) + h'(\bar{x}_1(k+n_p|k)) (n_p \Delta u(k) t_S + (n_p - 1) \Delta u(k+1) t_S + \\
 &\quad \dots + (n_p - (n_c - 1)) \Delta u(k+n_c-1) t_S)
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

In den Gleichungen (4.28) ist ersichtlich, dass die Störgrößen $h(x_1(k+i|k))$ jetzt direkt in linearer Form von den Stellgrößenänderungen abhängen.

Anschreiben der Gleichungen (4.28) in Matrixform ergibt für den Störgrößenvektor:

$$\underline{\mathbf{V}} = \underline{\Theta}_h + \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U} \underline{\Delta \mathbf{U}} \tag{4.29}$$

mit den Matrizen:

$$\underline{\underline{\Theta}}_h = \begin{bmatrix} h(\bar{x}_1(k|k)) \\ h(\bar{x}_1(k+1|k)) \\ h(\bar{x}_1(k+2|k)) \\ h(\bar{x}_1(k+3|k)) \\ \vdots \\ h(\bar{x}_1(k+n_p|k)) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Theta}}_{h_x} = \begin{bmatrix} h'(\bar{x}(k|k)) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h'(\bar{x}(k+1|k)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h'(\bar{x}(k+2|k)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h'(\bar{x}(k+3|k)) & 0 \\ & & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h'(\bar{x}(k+n_p|k)) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Theta}}_{\Delta U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_S & 0 & 0 & 0 \\ 2t_S & t_S & 0 & 0 \\ 3t_S & 2t_S & t_S & 0 \\ \vdots & & & \ddots \\ n_c t_S & [n_c-1]t_S & [n_c-2]t_S & \dots & t_S \\ \vdots & & & & \\ n_p t_S & [n_p-1]t_S & [n_p-2]t_S & \dots & [n_p-(n_c-1)]t_S \end{bmatrix}$$

Die Matrizen haben folgende Dimensionen:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\Theta}}_h & (n_p+1) \times 1 \\ \underline{\underline{\Theta}}_{h_x} & (n_p+1) \times (n_p+1) \\ \underline{\underline{\Theta}}_{\Delta U} & (n_p+1) \times n_c \end{aligned}$$

Die Matrizen $\underline{\underline{\Theta}}_h$ und $\underline{\underline{\Theta}}_{h_x}$ sind zeitvariant und müssen daher für jeden Zeitschritt neu berechnet werden. Die Matrix $\underline{\underline{\Theta}}_{\Delta U}$ ist zeitinvariant.

Einsetzen des Störgrößenvektors (4.29) in die Gleichung für die prädizierten Ausgangsgrößen (3.29) ergibt:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{Y}} &= \underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_{\Delta U} \Delta \underline{U} + \underline{\Phi}_V (\underline{\Theta}_h + \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U} \Delta \underline{U}) \\ &= \underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) \Delta \underline{U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h\end{aligned}\quad (4.30)$$

In der Gleichung (4.30) ist ersichtlich, dass im vorliegenden System nun eine direkte Abhängigkeit der prädizierten Ausgangsgrößen vom Stellgrößenänderungsvektor $\Delta \underline{U}$ vorliegt, auch wenn die Matrizen $\underline{\Phi}_U$ und $\underline{\Phi}_{\Delta U}$ Nullmatrizen sind.

Durch Einsetzen von (4.30) und (3.26) in (3.35) ergibt sich für die Gütefunktion:

$$\begin{aligned}J &= \left(\underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) \Delta \underline{U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}} \right)^T \underline{\mathbb{W}}_Y \\ &\quad \left(\underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) \Delta \underline{U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}} \right) \\ &\quad + \Delta \underline{U}^T \underline{\mathbb{W}}_{\Delta U} \Delta \underline{U} \\ &\quad + \left(\underline{\Psi}_U u(k-1) + \underline{\Psi}_{\Delta U} \Delta \underline{U} - \underline{U}_{\text{ref}} \right)^T \underline{\mathbb{W}}_U \left(\underline{\Psi}_U u(k-1) + \underline{\Psi}_{\Delta U} \Delta \underline{U} - \underline{U}_{\text{ref}} \right)\end{aligned}\quad (4.31)$$

Um das Optimierungsproblem später auf die quadratische Form zu bringen wird (4.31) entsprechend umgeformt:

$$\begin{aligned}J &= \Delta \underline{U}^T \left((\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U})^T \underline{\mathbb{W}}_Y (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) + \underline{\mathbb{W}}_{\Delta U} \right. \\ &\quad \left. + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbb{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{U} \\ &\quad + 2 \left((\underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbb{W}}_Y (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) \right. \\ &\quad \left. + (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbb{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{U} \\ &\quad + (\underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbb{W}}_Y (\underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h \\ &\quad - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}}) + (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbb{W}}_U (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}})\end{aligned}\quad (4.32)$$

Im nächsten Schritt wird die Gütefunktion (4.32) entsprechend Kapitel 3.6.2 modifiziert, um die quadratische Standardform zu erhalten.

$$\begin{aligned}J^* &= \frac{1}{2} \Delta \underline{U}^T \left((\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U})^T \underline{\mathbb{W}}_Y (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) + \underline{\mathbb{W}}_{\Delta U} \right. \\ &\quad \left. + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{\mathbb{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{U} \\ &\quad + \left((\underline{\mathbb{F}} \underline{x}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h - \hat{\underline{Y}}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbb{W}}_Y (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) \right. \\ &\quad \left. + (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{U}_{\text{ref}})^T \underline{\mathbb{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \right) \Delta \underline{U}\end{aligned}\quad (4.33)$$

Die modifizierte Gütefunktion (4.33) entspricht jetzt der quadratischen Form (3.50). Das resultierende Optimierungsproblem kann nun mit dem Standard-Algorithmus der Quadratischen Programmierung, wie in Kapitel 3.6.2 beschrieben, gelöst werden. Die Matrix $\underline{\underline{H}}$ und der Vektor $\underline{\underline{f}}^T$ ergeben sich für den adaptierten MPC-Algorithmus wie folgt:

$$\underline{\underline{H}} = (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U})^T \underline{\underline{W}}_Y (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) + \underline{\underline{W}}_{\Delta U} + \underline{\Psi}_{\Delta U}^T \underline{\underline{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{f}}^T &= (\underline{\mathbf{F}} \underline{\mathbf{x}}(k) + \underline{\Phi}_U u(k-1) + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_h - \hat{\mathbf{Y}}_{\text{ref}})^T \underline{\underline{W}}_Y (\underline{\Phi}_{\Delta U} + \underline{\Phi}_V \underline{\Theta}_{h_x} \underline{\Theta}_{\Delta U}) \\ &+ (\underline{\Psi}_U u(k-1) - \underline{\mathbf{U}}_{\text{ref}})^T \underline{\underline{W}}_U \underline{\Psi}_{\Delta U} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Durch das Linearisieren der Störgrößen bleibt das Prädiktionsmodell linear. In Kombination mit den linearen Beschränkungen und der quadratischen Gütefunktion ist das Optimierungsproblem konvex. Dadurch ist die Eindeutigkeit der Lösung sichergestellt und die Optimierungsaufgabe kann mit dem effizienten Verfahren der Quadratischen Programmierung gelöst werden.

5 Simulation und Diskussion

5.1 Fahrer- und Simulationsparameter

Im Zuge dieser Arbeit werden zwei verschiedene Fahrstile, der des „gemütlichen“ und der des „sportlichen“ Fahrers, betrachtet. Die betrachteten Fahrstile haben Einfluss auf die Wahl der Fahrer- und Simulationsparameter.

Nachfolgend wird kurz beschrieben, worauf bei der Wahl der Werte für die Fahrer- und Simulationsparameter geachtet wurde. Die gewählten Werte sind in den Tabellen 5.1 bis 5.5 angeführt.

5.1.1 Zeithorizonte

Prädiktionshorizont

Der Prädiktionshorizont – und damit die Vorausschau des Fahrers – wird so gewählt, dass das Einzelhindernis früh genug erkannt wird, um davor mit einer dem Fahrstil angemessenen Verzögerung ausreichend abbremsen zu können, so dass beim Überfahren des Hindernisses der gewünschte Fahrkomfort, der ebenfalls vom Fahrstil abhängig ist, erreicht werden.

Deshalb ist für den gemütlichen Fahrer, der Wert auf einen sanften Verzögerungsvorgang sowie auf einen hohen Komfort beim Überfahren des Hindernisses legt, ein größerer Prädiktionshorizont erforderlich als für den sportlichen Fahrer. Dies spiegelt das reale Verhalten des Fahrers wider. Ein gemütlicher Fahrer, der einen hohen Fahrkomfort anstrebt, berücksichtigt bei der Fahrgeschwindigkeitswahl weiter voraus liegende Hindernisse, als ein sportlicher Fahrer, dem es wichtiger ist zügig voranzukommen.

Ein weiteres Kriterium bei der Wahl des Prädiktionshorizonts stellt die Ausgangsgeschwindigkeit dar. Umso höher diese ist, umso länger ist der Verzögerungsweg vor dem Hindernis, und umso größer muss daher der Prädiktionshorizont gewählt werden. Auch dies spiegelt das menschliche Verhalten wider. Je schneller der Fahrer fährt, desto weiter vor dem Hindernis muss er auf dieses reagieren und entsprechende Verzögerungsmaßnahmen einleiten.

Die Wahl des Prädiktionshorizonts erfolge so, dass die maximal auftretende Verzögerung während des Bremsvorgangs vor dem Hindernis in etwa in den nachfolgend angegebenen Wertebereichen liegt:

gemütlicher Fahrer:	2.5 bis 3.5 m/s ²
sportlicher Fahrer:	3.5 bis 4.5 m/s ²

Kontrollhorizont

In Abbildung 4.5 erkennt man, dass mit zunehmenden Kontrollhorizont die Abweichungen von den Referenzpunkten der Taylorreihenentwicklung zunehmen und damit die Fehler, die durch die Linearisierung gemacht werden, größer ausfallen. Deshalb wird bei dieser Arbeit mit sehr kleinen Kontrollhorizonten gearbeitet. Bei Verwendung eines nichtlinearen MPC-Ansatzes könnte auf diese Einschränkung verzichtet werden.

5.1.2 Start- und Endzeit

Die Simulation startet bei $t_0 = 0$ s.

Die Endzeit der Simulation t_E wird so gewählt, dass der Vorgang des Überfahrens des Hindernisses vollständig erfasst wird. Der Vorgang gilt als abgeschlossen, wenn nach dem Überfahren des Hindernisses die Referenzgeschwindigkeit wieder erreicht ist. Die Wahl hängt somit vom betrachteten Hindernis und von der Referenzgeschwindigkeit ab.

5.1.3 Zeitschrittdauer

Die Wahl der diskreten Zeitschrittdauer t_S hängt von der Länge des betrachteten Hindernisses ab. Je kürzer das Hindernis ist, desto kleiner muss t_S gewählt werden, damit das Hindernis ausreichend erfasst wird.

5.1.4 Gewichtungsfaktoren

Wie bereits erwähnt, werden im Zuge dieser Arbeit zwei verschiedene Fahrstile betrachtet, anhand denen die Wahl der Gewichtungsfaktoren erfolgt. Die konkreten Zahlenwerte können nicht pauschal festgelegt werden, sondern müssen für jede Simulation entsprechend den jeweiligen Gegebenheiten, wie der Fahrgeschwindigkeit, des betrachteten Hindernisses usw., gewählt werden. Nachfolgend wird die Tendenz der Gewichtungsfaktoren für die beiden betrachteten Fahrstile angegeben.

Fahrstil: „sportlich“

Der sportliche Fahrer legt Wert darauf zügig voranzukommen und nimmt dafür Einbußen beim Fahrkomfort in Kauf.

Die Wahl der Gewichtungsfaktoren relativ zueinander erfolgt folgendermaßen:

- Gewichtungsfaktor ρ_y : mittel
- Gewichtungsfaktor $\rho_{\Delta u}$: niedrig
- Gewichtungsfaktor ρ_u : hoch

Fahrstil: „gemütlich“

Beim gemütlichen Fahrer hingegen haben der Fahrkomfort sowie sanfte Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge hohe Priorität. Das zügige Vorankommen ist ihm dafür nicht so wichtig.

Die Gewichtungsfaktoren werden im Verhältnis zueinander wie folgt gewählt:

- Gewichtungsfaktor ρ_y : hoch
- Gewichtungsfaktor $\rho_{\Delta u}$: mittel
- Gewichtungsfaktor ρ_u : niedrig

Anmerkung: Der hohe Fahrkomfort in vertikaler Richtung und die sanften Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge in Längsrichtung stehen im Widerspruch zueinander bzw. sind nur mit sehr langen Prädiktionshorizonten zu erreichen. Es muss daher ein zufriedenstellender Kompromiss hinsichtlich dieser beiden Größen gefunden werden.

5.1.5 Referenzwerte

Ausgangsgröße

Für die Ausgangsgröße, die der Aufbaumassenbeschleunigung als Kriterium für den Fahrkomfort entspricht, werden, wie bereits in Kapitel 3.5 erwähnt, möglichst niedrige Werte beim Überfahren der Hindernisse angestrebt. Die Referenzwerte über den Prädiktionshorizont werden daher folgendermaßen gewählt:

$$y_{\text{ref}}(k+i) = 0 \text{ m/s}^2 \quad i = 1, 2, \dots, n_p \quad (5.1)$$

Stellgröße

Der Referenzwert für die Stellgröße, die der Fahrgeschwindigkeit entspricht, legt die vom Fahrer gewünschte Fortbewegungsgeschwindigkeit fest. Im Zuge dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die Wunschgeschwindigkeit der örtlichen Geschwindigkeitsbeschränkung

entspricht. Es werden daher die beiden folgenden typischen Werte für Geschwindigkeitsbeschränkungen betrachtet:

$$u_{\text{ref}}(k+i) = 30 \text{ km/h} \hat{=} 8.33 \text{ m/s} \quad i = 0, 1, \dots, n_p-1 \quad (5.2)$$

und

$$u_{\text{ref}}(k+i) = 50 \text{ km/h} \hat{=} 13.89 \text{ m/s} \quad i = 0, 1, \dots, n_p-1 \quad (5.3)$$

5.1.6 Beschränkungen

Beim vorliegenden System wird der Längsdynamik-Regelkreis nicht modelliert, daher entspricht die Stellgröße direkt der Fahrgeschwindigkeit und die Stellgrößenänderung somit der Beschleunigung bzw. Verzögerung des Fahrzeugs. Daher ist eine Beschränkung der Stellgrößenänderung notwendig, da bei der Fahrt mit einem Fahrzeug Beschleunigungen bzw. Verzögerungen nur bis zu bestimmten Grenzen realisiert werden können.

In die negative Richtung werden die Stellgrößenänderungen mit der maximal möglichen Verzögerung, die ein durchschnittlicher PKW umsetzen kann, beschränkt. Für die mittlere maximale Verzögerung auf einer trockenen, normalen Asphaltfahrbahn kann laut [20, S. 82] folgender Richtwert herangezogen werden:

$$\text{Verzögern: } 8 \text{ m/s}^2$$

Dieser Verzögerungswert entspricht einer Vollbremsung. Die tatsächlich angestrebten maximalen Verzögerungen beim Bremsvorgang vor dem Hindernis entsprechend dem Fahrstil wurden bereits in Kapitel 5.1.1 angeführt.

In die positive Richtung werden die Stellgrößenänderungen mit typischen Werten für normales und zügiges Beschleunigen beschränkt. Für die Wahl der Richtwerte wurde sich an [21] orientiert. Für die Beschränkungen werden folgende Werte festgelegt:

$$\text{Beschleunigen: } \begin{array}{ll} \text{gemütlicher Fahrer} & 2.5 \text{ m/s}^2 \\ \text{sportlicher Fahrer} & 3.5 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

Die Stellgrößenänderungsbeschränkungen müssen dem Optimierungsalgorithmus in Form einer oberen und unteren Schranke für die Stellgrößenänderung pro Zeitschritt übergeben werden. Ein Zeitschritt hat die Dauer t_S mit der Einheit s, das ergibt $1/t_S$ Zeitschritte pro Sekunde. Die Umrechnung der Beschränkungen in m/s^2 auf die Beschränkungen für die Stellgrößenänderung pro Zeitschritt erfolgt folgendermaßen:

$$\text{Beschränkung pro Zeitschritt} = \frac{\text{Beschränkung in m/s}^2}{1/t_S} = \text{Beschränkung in m/s}^2 \cdot t_S \quad (5.4)$$

Damit ergeben sich die obere und untere Schranke für die Stellgrößenänderung pro Zeitschritt wie folgt:

$$\text{gemütlicher Fahrer:} \quad -8 t_S \leq \Delta u(k+i) \leq 2.5 t_S \quad \text{für } i = 0, \dots, n_c-1 \quad (5.5)$$

$$\text{sportlicher Fahrer:} \quad -8 t_S \leq \Delta u(k+i) \leq 3.5 t_S \quad \text{für } i = 0, \dots, n_c-1 \quad (5.6)$$

Anmerkung: Die Umrechnung der Beschränkungen ist nicht einheitenkonform.

5.1.7 Anfangswerte

Für den Zustandsgrößenvektor \underline{x} zum Zeitpunkt $k = 0$ gilt:

$$\underline{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \dots \text{ Fahrtweg in m} \\ \dots \text{ Schwingweg der Aufbaumasse in m} \\ \dots \text{ Schwinggeschwindigkeit der Aufbaumasse in m/s} \\ \dots \text{ Schwingweg der Radmasse in m} \\ \dots \text{ Schwinggeschwindigkeit der Radmasse in m/s} \end{array} \quad (5.7)$$

Die Startwerte für die Stellgröße u und Störgröße v lauten wie folgt:

$$u(-1) = u_{\text{ref}} \quad (5.8)$$

$$v(0) = h(x_1(0)) \quad (5.9)$$

5.2 Auswertungen

Nachfolgend werden die Größen, die nach der Simulation ausgewertet werden, aufgelistet.

5.2.1 Fahrgeschwindigkeit

Der Fahrgeschwindigkeitsverlauf entspricht dem Stellgrößenverlauf und kann daher direkt den Simulationsergebnissen entnommen werden.

5.2.2 Vertikalschwingbeschleunigung der Aufbaumasse

Die Schwingbeschleunigung der Aufbaumasse als Maß für den Fahrkomfort entspricht der gewählten Ausgangsgröße und kann daher ebenfalls direkt den Simulationsergebnissen entnommen werden.

5.2.3 Längsbeschleunigung

Die Längsbeschleunigung stellt ebenfalls ein Komfortkriterium dar und kann aus den bei der Optimierungsaufgabe ermittelten Stellgrößenänderungen errechnet werden.

Die ermittelte Fahrgeschwindigkeitsänderung $\Delta u(k)$ für den Zeitschritt k mit der Dauer t_S wird wie folgt auf die Längsbeschleunigung \ddot{x} in m/s^2 umgerechnet:

$$\ddot{x} = 1/t_S \Delta u(k) \quad (5.10)$$

5.2.4 Überprüfung der Radlast

Zufolge des vereinfachten Fahrzeugmodells, wie in Abbildung 4.1 dargestellt, wird kein Abheben der Räder berücksichtigt. Daher werden die dynamischen Radlastschwankungen ausgewertet und überprüft, ob stets Kontakt zwischen Rad und Fahrbahn vorhanden ist.

Die Radlast F_z setzt sich aus einem statischen und einem dynamischen Anteil zusammen:

$$F_z = F_{z,\text{stat}} + F_{z,\text{dyn}} \quad (5.11)$$

Damit das Rad nicht von der Fahrbahn abhebt, muss $F_z \geq 0$ stets erfüllt sein. Wenn sich das Rad von der Fahrbahn löst, also $F_z < 0$ wird, verlieren die Bewegungsgleichungen (4.1) und (4.2) ihre Gültigkeit. [4]

Die statische Radlast $F_{z,\text{stat}}$ errechnet sich mit den in Tabelle 4.1 angeführten Werten zu:

$$F_{z,\text{stat}} = (m_A + m_R) g = 2825 \text{ N} \quad (5.12)$$

Damit die Bedingung $F_z \geq 0$ stets erfüllt ist, muss die dynamische Radlast größer der negativen statischen Radlast sein:

$$F_{z,\text{dyn}} > -2825 \text{ N} \quad (5.13)$$

Die dynamische Radlast $F_{z,\text{dyn}}$ errechnet sich wie folgt:

$$F_{z,\text{dyn}}(k) = c_R (h(x_1(k)) - x_4(k)) \quad (5.14)$$

Die Bedingung (5.13) muss für jeden Zeitpunkt k der Simulation erfüllt sein.

5.3 Simulationen

Nachfolgend werden die Fahrer- und Simulationsparameter aufgelistet und die Ergebnisse der Simulationen der Fahrten über die verschiedenen Einzelhindernisse dargestellt. Die Diskussion der Ergebnisse erfolgt im nächsten Abschnitt.

5.3.1 Fahrer- und Simulationsparameter

Fahrstil	t_0 s	t_E s	t_S s	n_p -	n_c -	u_{ref} m/s	$\alpha_{y,1}$ -	$\alpha_{y,2}$ -	$\alpha_{\Delta u}$ -	α_u -
gemütlich	0	8	0.01	135	3	8.33	0.65	0.05	3000	0.2
sportlich	0	8	0.01	75	3	8.33	0.55	0.05	1600	0.45

Tabelle 5.1: Fahrer- und Simulationsparameter für Hindernis-Nr.: 1-1

Fahrstil	t_0 s	t_E s	t_S s	n_p -	n_c -	u_{ref} m/s	$\alpha_{y,1}$ -	$\alpha_{y,2}$ -	$\alpha_{\Delta u}$ -	α_u -
gemütlich	0	13	0.005	450	3	8.33	3.008	0.0418	2000	0.01
sportlich	0	13	0.005	50	3	8.33	2.5	0.02	2000	3

Tabelle 5.2: Fahrer- und Simulationsparameter für Hindernis-Nr.: 1-2

Fahrstil	t_0 s	t_E s	t_S s	n_p -	n_c -	u_{ref} m/s	$\alpha_{y,1}$ -	$\alpha_{y,2}$ -	$\alpha_{\Delta u}$ -	α_u -
gemütlich	0	11.5	0.005	525	3	8.33	2.398	0.05	225	0.0225
sportlich	0	11.5	0.005	350	3	8.33	1.5	0.043	130	0.023

Tabelle 5.3: Fahrer- und Simulationsparameter für Hindernis-Nr.: 1-3

Fahrstil	t_0 s	t_E s	t_S s	n_p -	n_c -	u_{ref} m/s	$\alpha_{y,1}$ -	$\alpha_{y,2}$ -	$\alpha_{\Delta u}$ -	α_u -
gemütlich	0	10	0.005	500	3	8.33	1	0.05	2500	0.0625
sportlich	0	10	0.005	200	3	8.33	0.5	0.05	2500	0.1

Tabelle 5.4: Fahrer- und Simulationsparameter für Hindernis-Nr.: 2-1

Fahrstil	t_0 s	t_E s	t_S s	n_p -	n_c -	u_{ref} m/s	$\alpha_{y,1}$ -	$\alpha_{y,2}$ -	$\alpha_{\Delta u}$ -	α_u -
gemütlich	0	18	0.005	850	3	13.89	4.1	0.15	5000	0.04
sportlich	0	18	0.005	650	3	13.89	4	0.08	3000	0.035

Tabelle 5.5: Fahrer- und Simulationsparameter für Hindernis-Nr.: 2-2

5.3.2 Simulationsergebnisse

In den Abbildungen 5.1 bis 5.5 sind die Ergebnisse der Simulationen dargestellt. Um die Auswirkungen der Schwingungsanregung beim Überfahren von Einzelhindernissen auf den Fahrkomfort zu reduzieren, wird die Fahrgeschwindigkeit verringert. Hier muss der Vollständigkeit halber angemerkt werden, dass in der Realität der Fahrkomfort nicht der einzige Grund für die Geschwindigkeitsreduktion ist, sondern noch andere Aspekte mitspielen.

Ergebnisse der Simulation von Hindernis-Nr.: 1-1

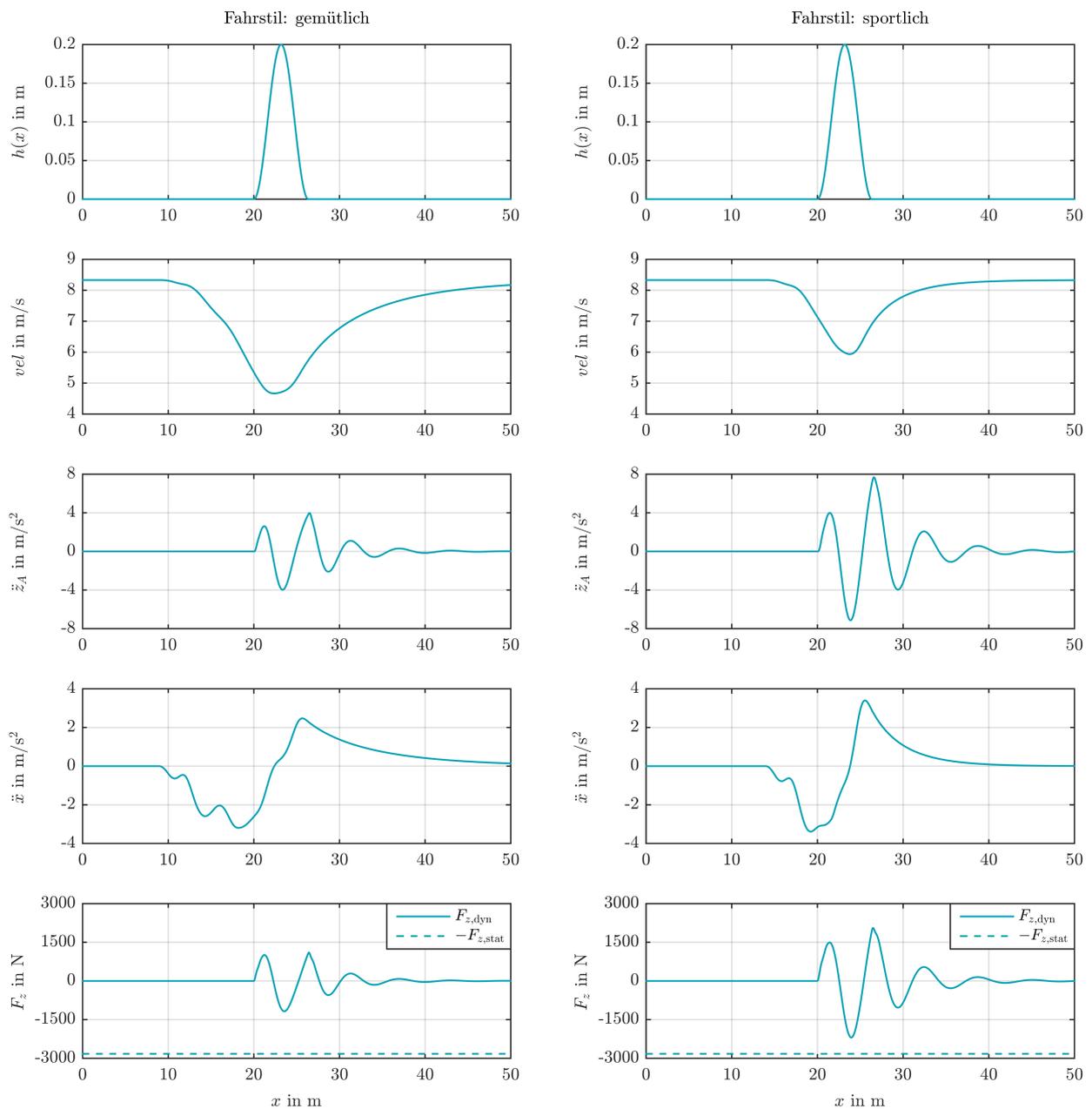


Abbildung 5.1: Simulationsergebnisse für Hindernis-Nr.: 1-1

Ergebnisse der Simulation von Hindernis-Nr.: 1-2

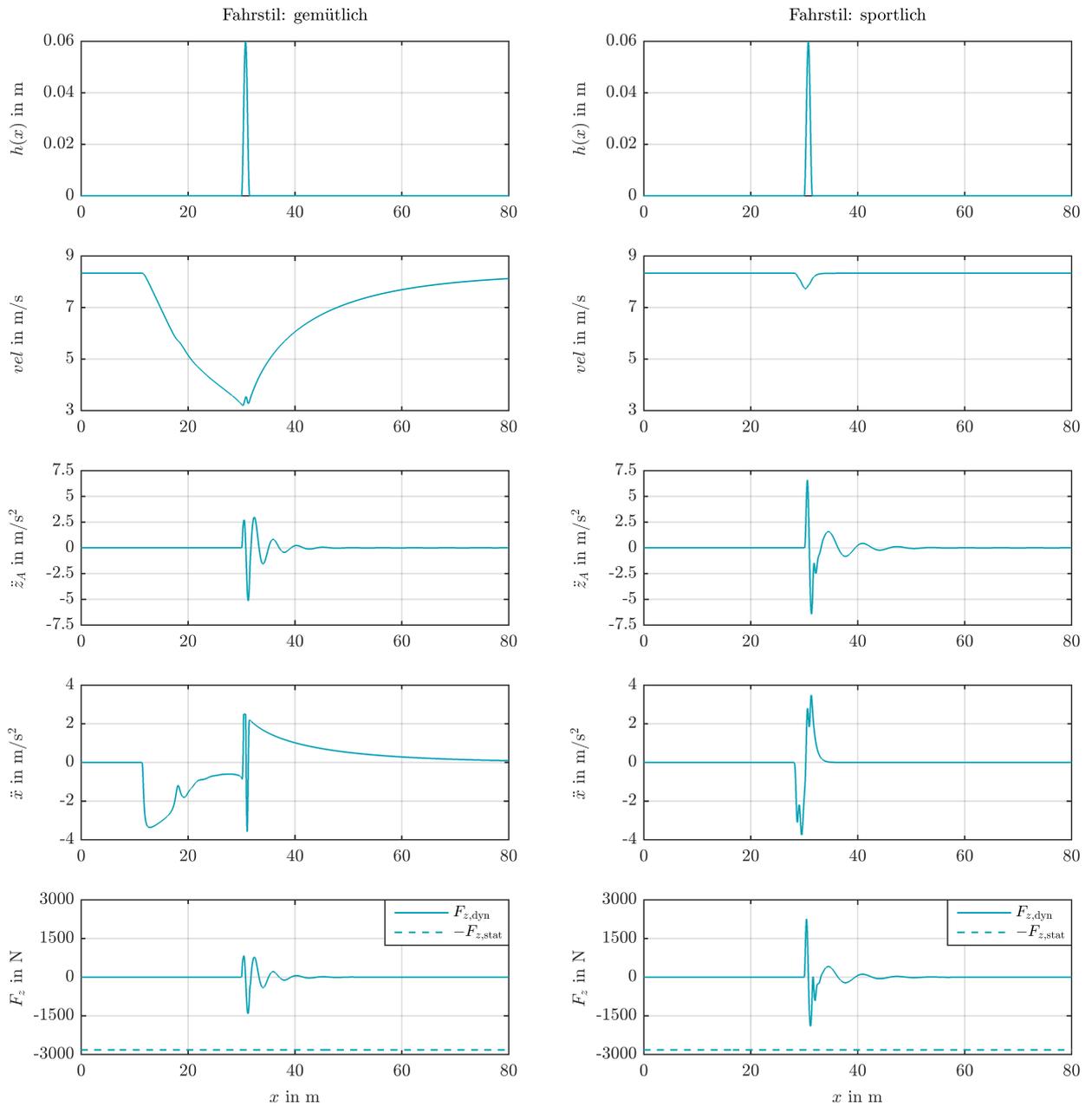


Abbildung 5.2: Simulationsergebnisse für Hindernis-Nr.: 1-2

Ergebnisse der Simulation von Hindernis-Nr.: 1-3

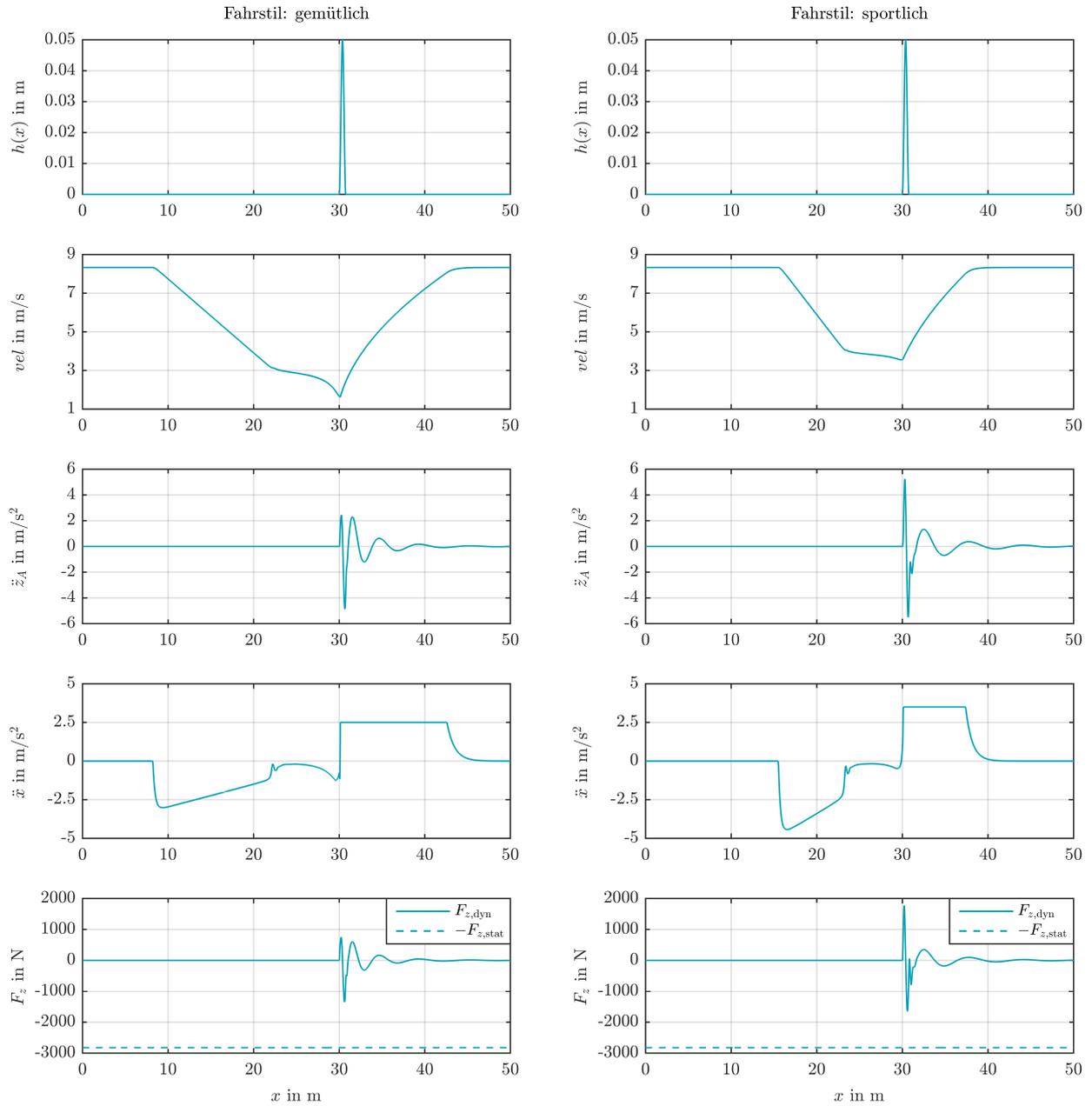


Abbildung 5.3: Simulationsergebnisse für Hindernis-Nr.: 1-3

Ergebnisse der Simulation von Hindernis-Nr.: 2-1

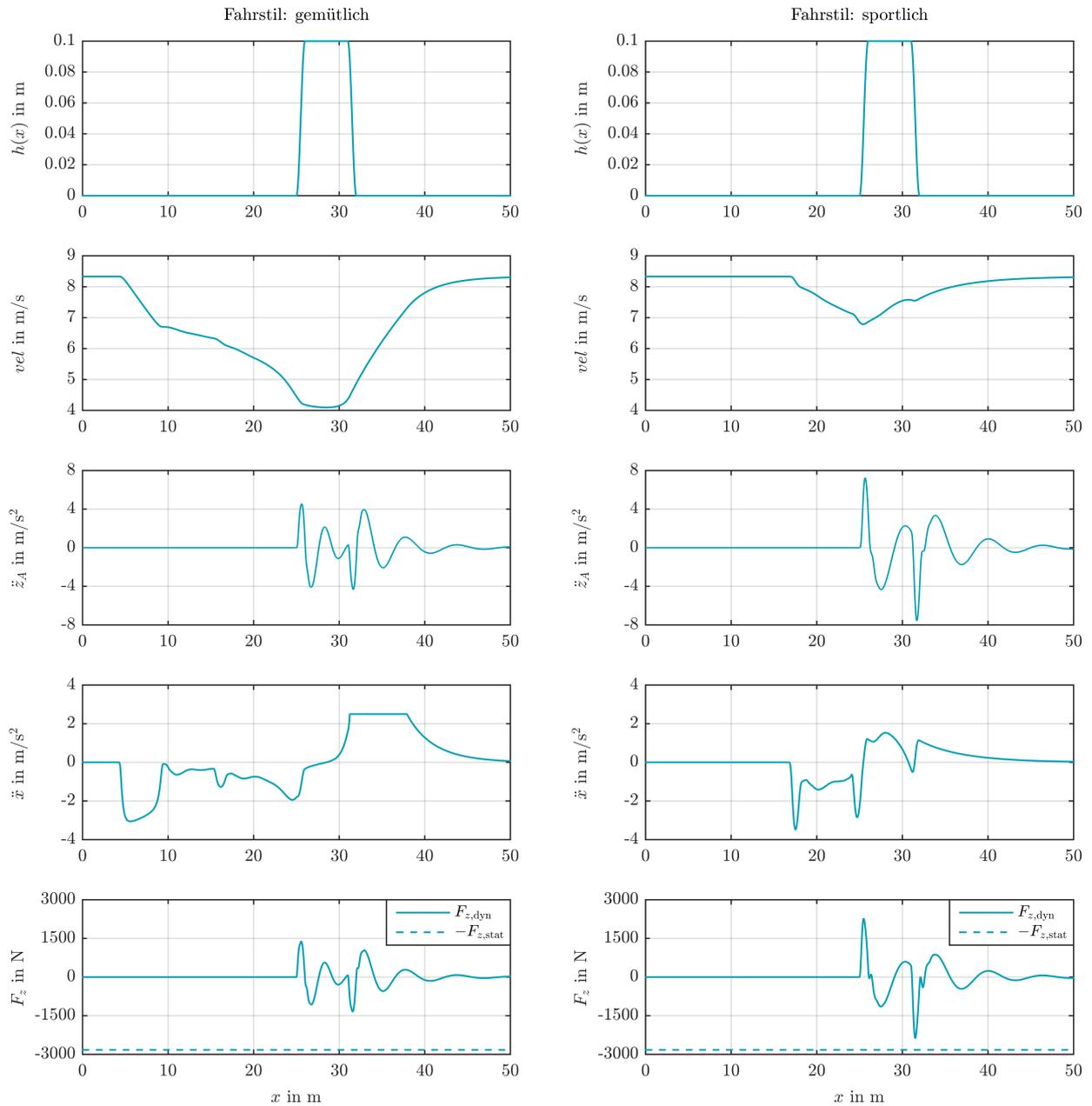


Abbildung 5.4: Simulationsergebnisse für Hindernis-Nr.: 2-1

Ergebnisse der Simulation von Hindernis-Nr.: 2-2

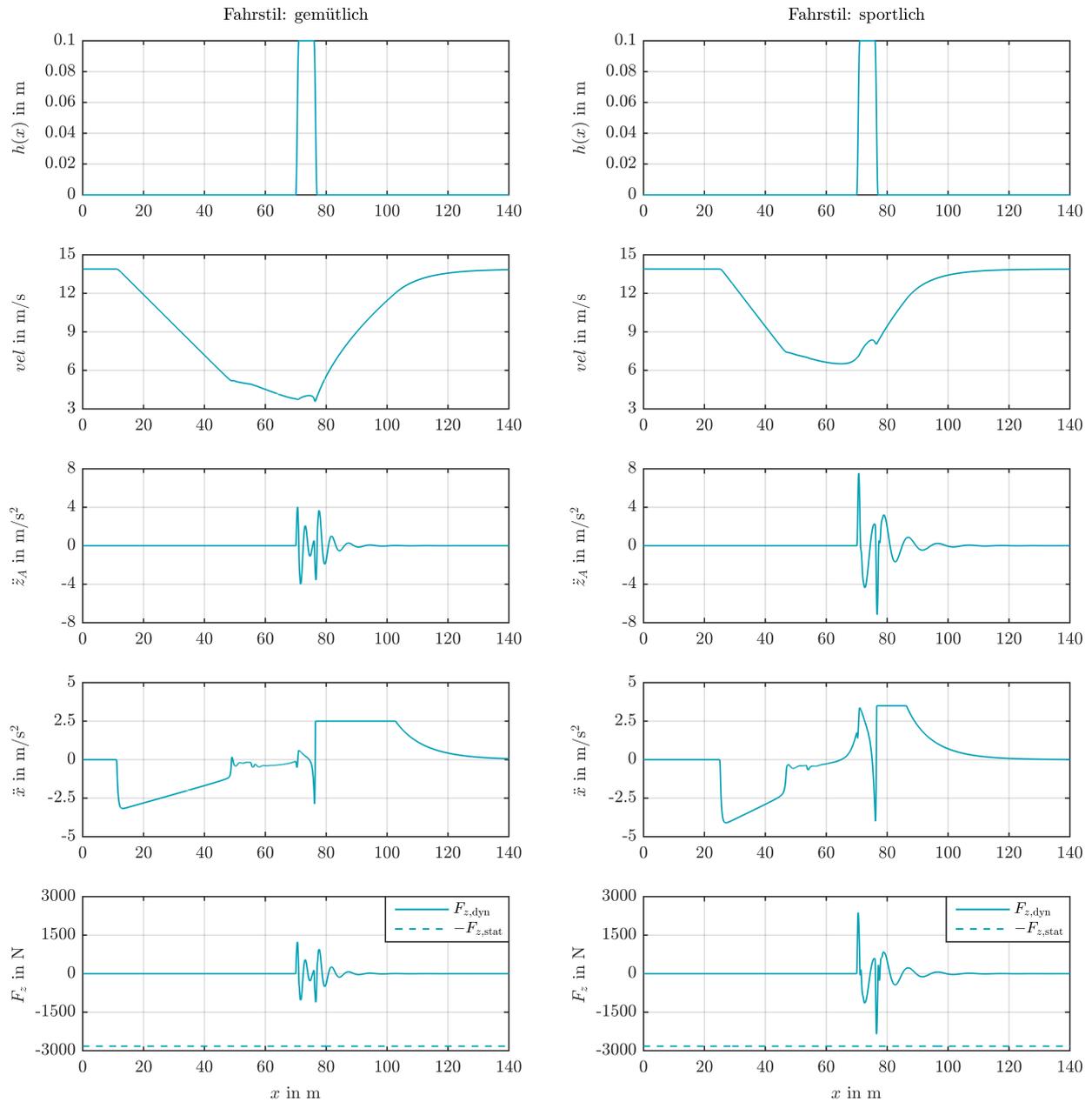


Abbildung 5.5: Simulationsergebnisse für Hindernis-Nr.: 2-2

5.4 Diskussion der Ergebnisse

Aus den Verläufen der Geschwindigkeit vel lässt sich erkennen, dass der sportliche Fahrer die Hindernisse mit einer höheren Geschwindigkeit überfährt als der gemütliche Fahrer. Dadurch kommt er zügiger voran, der Fahrkomfort fällt jedoch schlechter aus. Dies lässt sich an den Verläufen der Schwingbeschleunigung des Fahrzeugaufbaus \ddot{z}_A , die ein Maß für den Fahrkomfort dargestellt, ablesen. Die Aufbaumassenbeschleunigung fällt beim sportlichen Fahrer beim Überfahren der Einzelhindernisse höher aus, als beim gemütlichen Fahrer.

Bei den langgezogenen Hindernissen 2-1 und 2-2 erkennt man aus den Fahrgeschwindigkeitsverläufen, dass der gemütliche Fahrer die Temposchwelle mit annähernd konstanter Geschwindigkeit überfährt, während der sportliche Fahrer sobald er auf der Schwelle ist wieder zu beschleunigen beginnt.

Aus den Verläufen der Geschwindigkeit vel und der Längsbeschleunigung \ddot{x} ist ersichtlich, dass der gemütliche Fahrer den Bremsvorgang vor dem Hindernis früher beginnt als der sportliche Fahrer. Am Beispiel des Hindernisses 1-1 beginnt der gemütliche Fahrer etwa 10 m vor dem Hindernis zu verzögern, während der sportliche Fahrer den Bremsvorgang nur etwa 5 m davor startet.

Durch die längeren Verzögerungswege des gemütlichen Fahrers fällt der Verzögerungsvorgang sanfter aus. Auch der Beschleunigungsvorgang nach dem Hindernis fällt schwächer aus. Dadurch werden die Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge als komfortabler empfunden. Die Höhe der auftretenden Beschleunigungen und Verzögerungen ist in den Verläufen der Längsbeschleunigung \ddot{x} ersichtlich.

In den Verläufen der dynamischen Radlast $F_{z,dyn}$ ist ersichtlich, dass die dynamische Radlast bei allen Simulationen stets größer der negativen statischen Radlast bleibt und somit der Kontakt zwischen Rad und Fahrbahn durchgehend vorhanden ist.

Abschließend ist hier anzumerken, dass die erzielten Verläufe stark von den unterschiedlichen Fahrertypen abhängen, die durch die Fahrer- und Simulationsparameter repräsentiert werden. Das bedeutet, dass die hier abgebildeten Geschwindigkeitsverläufe nicht die „global“ optimalen Geschwindigkeitsverläufe zum Überfahren der Hindernisse darstellen, sondern lediglich mögliche, aus den jeweils gewählten Fahrer- und Simulationsparameter resultierende, optimale Geschwindigkeitsverläufe aufzeigen. Wählt man die Fahrer- und Simulationsparameter anders, so erhält man andere, entsprechend diesen Parametern optimale, Geschwindigkeitsverläufe.

5.5 Kritikpunkte

In den Abbildungen 5.1 bis 5.5 ist zu erkennen, dass sich mit dem erstellten Modell passable Ergebnisse erzielen lassen, die im Großen und Ganzen den Erwartungen entsprechen. Jedoch müssen auch einige Punkte kritisch hervorgehoben werden.

5.5.1 Linearisierung

In Abbildung 4.5 ist zu erkennen, dass die Fehler, die bei der Linearisierung gemacht werden, umso höher ausfallen, je größer der Prädiktionshorizont und der Kontrollhorizont gewählt werden. Da bei den durchgeführten Simulationen teilweise große Prädiktionshorizonte erforderlich sind, damit vor dem Hindernis ein sanfter Verzögerungsvorgang möglich ist, werden durch die Linearisierung relativ große Fehler gemacht. Um das Anwachsen der Fehler so niedrig wie unter den gegebenen Bedingungen möglich zu halten, werden die Kontrollhorizonte sehr klein gewählt. Damit wird beim Optimierungsproblem jedoch die Anzahl der Freiheitsgrade reduziert, was unter Umständen zu schlechteren Ergebnissen führen kann.

Weiters ist hier kritisch anzumerken, dass der Vektor der Stellgrößenänderungen $\Delta \underline{U}$, der der Optimierungsvariable entspricht, ausschließlich über die Linearisierung, die mit Fehlern behaftet ist, in das Optimierungsproblem einfließt.

5.5.2 „kurze“ Hindernisse

Für Hindernisse, die im Vergleich zur Vorausschaulänge des Prädiktionshorizonts sehr kurz sind, also im Fall dieser Arbeit Hindernis 1-3, ist die Abstimmung der Gewichtungsfaktoren entsprechend des Fahrertyps sehr aufwändig, da selbst sehr kleine Änderungen der Gewichtungsfaktoren große Auswirkungen auf den Optimierungsalgorithmus haben.

5.5.3 Gewichtungsfaktoren

Hinsichtlich der Gewichtungsfaktoren gibt es mehrere Kritikpunkte zu erwähnen.

Gewichtungsfaktor ρ_u

Die Kosten in der Gütefunktion, die die Abweichung der Fahrgeschwindigkeit von der Referenzgeschwindigkeit verursacht, steigen bei zunehmender Abweichung sehr stark an, da das Quadrat der Abweichung für jeden Zeitpunkt innerhalb des Prädiktionshorizonts aufsummiert wird. Dies hat zur Folge, dass zu Beginn des Bremsvorgangs, wo die Abweichung

noch sehr gering ist, eine weitere Verzögerung verhältnismäßig wenig Kosten verursacht. Zu einem Zeitpunkt, an dem die Abweichung bereits größer ausfällt, verursacht eine weitere Verzögerung verhältnismäßig hohe Kosten. Dies hat zur Folge, dass die Verzögerungen zu Beginn des Bremsvorgangs höher ausfallen. Dieser Effekt kann zwar gewünscht sein, da sich damit degressive Bremsverläufe erzielen lassen, fällt hier jedoch meiner Meinung nach unverhältnismäßig stark aus. Eine Möglichkeit diesen Effekt zu verringern wäre, den Gewichtungsfaktor ρ_u in Abhängigkeit von der aktuellen Fahrgeschwindigkeit zu wählen.

Gewichtungsfaktor $\rho_{\Delta u}$

Bei der Durchführung der Simulationen hat sich herausgestellt, dass ein Gewichtungsfaktor, der sowohl die Höhe der Verzögerungen während des Bremsvorgangs vor dem Hindernis als auch die Höhe der Beschleunigungen während des Beschleunigungsvorgangs nach dem Hindernis gewichtet, nicht geeignet ist. Der Verzögerungsvorgang und der Beschleunigungsvorgang verlangen eine unterschiedlich hohe Gewichtung für die Höhe der Geschwindigkeitsänderung. Es wäre sinnvoll, den Gewichtungsfaktor $\rho_{\Delta u}$ für den Bremsvorgang vor dem Hindernis und den Beschleunigungsvorgang nach dem Hindernis unterschiedlich zu wählen.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Zuge dieser Arbeit wurde ein Fahrermodell erstellt, das das Verhalten des Fahrers im Hinblick auf die Geschwindigkeitswahl während einer Fahrt auf einer geraden Fahrbahn, die Unebenheiten in Form von Einzelhindernissen enthält, möglichst realitätsnah abbildet. Für die Geschwindigkeitswahl wurden in dieser Arbeit zwei im Widerspruch zueinander stehende Kriterien herangezogen. Zum einen möchte der Fahrer einen möglichst hohen Fahrkomfort, zum anderen möchte er aber auch zügig Vorankommen. Da der angestrebte Kompromiss zwischen diesen beiden Kriterien stark von individuellen Fahrstil des Fahrers abhängt, wurden im Zuge dieser Arbeit exemplarisch zwei Fahrstile betrachtet, nämlich der des „gemütlichen“ und der des „sportlichen“ Fahrers.

Um das menschliche Verhalten bei der Geschwindigkeitswahl aufgrund der genannten Kriterien abbilden zu können, wurde in dieser Arbeit ein Fahrermodell erstellt, das die Vertikal- und Längsdynamik kombiniert, mit dem die Vertikalschwingungsanregung während einer Fahrt auf einer geraden, unebenen Fahrbahn betrachtet werden kann. Für die Modellierung des Fahrzeugs wurde ein Viertelfahrzeug-Modell verwendet, der Fahrer wurde durch einen Model Predictive Control Algorithmus abgebildet. Die Verwendung des Model Predictive Control Algorithmus ermöglicht bei der Fahrgeschwindigkeitswahl vorausschauend zukünftig auftretende Fahrbahnunebenheiten zu berücksichtigen, wodurch das vorausschauende Verhalten des Fahrers nachgebildet werden kann. Bei der Wahl der Fahrgeschwindigkeit wurden als Kriterien für den Fahrkomfort das Geringhalten der Vertikalschwingbeschleunigung des Fahrzeugaufbaus sowie sanfte Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge in Längsrichtung beachtet. Außerdem wurde der Wunsch des Fahrers nach zügigem Vorankommen berücksichtigt.

Mit den erstellten Fahrermodell wurde die Fahrt über unterschiedliche Einzelhindernisse, die verschiedenen Geometrien und Anregungsfrequenzen aufweisen, simuliert. Der Optimierungsprozess des Model Predictive Control Algorithmus liefert einen, den jeweils gewählten Optimierungskriterien entsprechenden, optimalen Geschwindigkeitsverlauf.

Dabei handelt es sich jedoch um einen theoretischen Geschwindigkeitsverlauf, der vom Fahrer nicht eins zu eins umgesetzt werden kann. Um den tatsächlich vom Fahrer umgesetzten Geschwindigkeitsverlauf zu erhalten, müsste noch die Übertragungsfunktion des Fahrers, die das Übertragungsverhalten zwischen der vom Fahrer theoretisch angestrebten Geschwindigkeitsänderung und dem Ändern der Fahrpedalstellung beschreibt, berücksichtigt werden. Dadurch kann das Verhalten des Fahrers während der Fahrt auf einer geraden Fahrbahn, die Unebenheiten in Form von Einzelhindernissen aufweist, realitätsnah abgebildet werden.

Diese Kenntnis ist bei der Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen und in weiterer Folge bei der Entwicklung von autonomen Fahrfunktionen notwendig, da die automatischen Eingriffe des Fahrzeugs der Fahrweise des Fahrers entsprechen sollen, damit sie vom Fahrer nicht als fremdartig empfunden werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Verband der Automobilindustrie. (September 2015). *Automatisierung – Von Fahrerassistenzsystemen zum automatisierten Fahren [Online]*.
Zugriff: <https://www.vda.de/dam/vda/publications/2015/automatisierung.pdf>
am 11. Oktober 2016.
- [2] <https://www.daimler.com/innovation/autonomes-fahren/> Zugriff am 13. Juni 2016.
- [3] M. Pöchl und J. Edelmann. *Driver models in automobile dynamics application*. Vehicle System Dynamics Vol. 45, S. 699-741, 2007.
- [4] M. Mitschke und H. Wallentowitz. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. 5. Auflage. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014.
- [5] M. Rau. *Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung auf Basis lernfähiger Zustandsraummodelle*. Dissertation, Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München, 2003.
- [6] M. Böck, T. Glück, A. Kugi und A. Steinböck. *Skriptum Fortschrittliche Methoden der nichtlinearen Regelung, Wintersemester 2014*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien.
- [7] E.F. Camacho und C. Bordons. *Model Predictive Control*. Second Edition. Springer-Verlag London, 2007.
- [8] D. Rowell. (Oktober 2002). *State-Space Representation of LTI Systems [Online]*.
Zugriff: <http://web.mit.edu/2.14/www/Handouts/StateSpace.pdf> am 13. Juni 2016.
- [9] D. Rowell. (Oktober 2002). *Time-Domain Solution of LTI State Equations [Online]*.
Zugriff: <http://web.mit.edu/2.14/www/Handouts/StateSpaceResponse.pdf>
am 25. Juli 2016.
- [10] K. Ogata. *Discrete - Time Control Systems*. Second Edition. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1995.
- [11] L. Wang. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*. Springer-Verlag London Limited, 2009.
- [12] J. Pannek. *Seminarskript Modellprädiktive Regelung*. Lehrstuhl Mathematik V, Fakultät für Mathematik und Physik, Mathematisches Institut, Universität Bayreuth.

- [13] S. Jakubek und A. Schirrer. *Skriptum Adaptive and Predictive Control, Auflage September 2015*. Institut für Mechanik und Mechatronik, TU Wien.
- [14] VDI 2057. *Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen, Ganzkörper-Schwingungen, Blatt 1*. Entwurf 2015.
- [15] <http://de.mathworks.com/help/mpc/ug/optimization-problem.html#bujxvp9-30>
Zugriff am 10. Mai 2016.
- [16] A. Kugi. *Skriptum Optimierung, WS 2015/2016*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien.
- [17] K. Graichen. *Skriptum Methoden der Optimierung und optimalen Steuerung, Wintersemester 2012/2013*. Institut für Mess-, Regel- und Mikrotechnik, Universität Ulm.
- [18] W. Dreyer und M. Mitschke. *Regelkreis Fahrer/Kraftfahrzeug und Kolonnenfahrt*. Automobil-Industrie Vol. 29, S. 95-101, 1984.
- [19] M. Kaltenbacher, H. Ecker, J. Metzger, E. Quintus und T.J. Kniffka. *Skriptum Mess- und Schwingungstechnik, Version Oktober 2013*. Institut für Mechanik und Mechatronik, TU Wien.
- [20] B. Breuer und K.H. Bill. *Bremsenhandbuch*. 4. Auflage. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2012.
- [21] <https://wien.gerichts-sv.at/Kfz/indexKFZ.aspx?beg=1150>
Zugriff am 28. August 2016.