



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN

Vienna University of Technology

# DIPLOMARBEIT

## Modelle der 'Environmental Kuznets Curve'

Ausgeführt am Institut für

Wirtschaftsmathematik

der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Alexia Fürnkranz-Prskawetz

durch

**Sophie Lehner**

Scholzgasse 12/8

A - 1020 Wien

Wien, 22. Oktober 2014

---



# Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei all jenen bedanken, die mich nicht nur bei der Erstellung dieser Diplomarbeit unterstützt haben, sondern die mir auch während meiner Studienzeit eine große Hilfe waren.

Mein Dank gilt Frau Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Alexia Fürnkranz-Prskawetz für die Betreuung dieser Diplomarbeit. Ihre fachlichen Anregungen und Diskussionen waren sehr hilfreich für das Entstehen dieser Arbeit. Herrn Mag.rer.nat. Dr.techn. Dieter Grass möchte ich außerdem für die Hilfe beim Umgang mit seiner *Matlab Toolbox OCMat* und für seine Unterstützung danken.

Ich möchte mich ganz besonders bei meinen Eltern bedanken, die mir nicht nur in finanzieller Weise dieses Studium ermöglicht haben, sondern die mir immer mit Rat zur Seite gestanden sind und die nie an mir gezweifelt haben. Sie haben mir sehr geholfen meinen Weg zu gehen.

Ein großer Dank gilt auch meinem Freund Matthias, der stets ein offenes Ohr für mich hatte und der immer für mich da war.

Außerdem möchte ich mich ganz herzlich bei meiner Studienkollegin und Freundin Hele- ne bedanken, die nicht nur das Korrekturlesen dieser Arbeit übernommen hat, sondern die mir auch in schwierigen Zeiten während meines Studiums beigestanden ist.

Ich möchte mich auch bei all jenen Studienkollegen bedanken, die mich während meiner Studienzeit begleitet haben und mir gute Freunde geworden sind.

Nicht zuletzt möchte ich einen Dank an meine langjährigen Freunde aussprechen, die mich in den letzten Jahren immer unterstützt haben.

22. Oktober 2014

# Ehrenerklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die Diplomarbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken als solche kenntlich gemacht habe.

Die Diplomarbeit habe ich bisher keinem anderen Prüfungsamt in gleicher oder vergleichbarer Form vorgelegt. Sie wurde bisher auch nicht veröffentlicht.

Wien, 22. Oktober 2014

---

# Kurzfassung

Diese Diplomarbeit behandelt die Hypothese der Environmental Kuznets Curve. Diese besagt, dass in einer Wirtschaft, mit ansteigendem Wirtschaftswachstum, die Umweltverschmutzung eine invertierte U-Kurve zeigt. Zuerst werden jene Faktoren betrachtet, welche diesen Verlauf der Verschmutzung beeinflussen. Dabei handelt es sich um Einkommenselastizitäten der Nachfrage nach ökologischer Qualität, technologische Effekte, internationaler Handel und Regulierungsmethoden. Es wird außerdem ein empirisches Modell beschrieben, welches den Zusammenhang von Verschmutzung und steigendem Einkommen betrachtet. Danach werden Kritikpunkte an der EKC Hypothese genannt.

Um einen besseren Einblick in die Vielzahl der Modelle, die sich mit diesem Thema beschäftigen, zu bekommen, wird eine Einteilung in statische und dynamische Modelle vorgenommen. Dafür werden zuerst die Unterschiede dieser Gruppierungen gezeigt, um in Folge näher auf die verschiedenen Modelle einzugehen. Es wird ein Beispiel für ein statisches Modell gegeben, welches unter der Annahme, dass eine Veränderung im Bestand an natürlichen Ressourcen weniger Auswirkungen auf die Produktion hat, betrachtet wird. Danach werden zwei dynamische Modelle diskutiert, wobei sich das eine mit der Aufteilung von Ressourcen beschäftigt und das andere mit den Auswirkungen der Einführung von Steuern in einer Wirtschaft.

Als letztes Modell wird ein neoklassisches Wachstumsmodell mit unbestimmten Gleichgewichten vorgestellt. Darin werden die Bedingungen für das Auftreten von unbestimmten Gleichgewichten abgeleitet. Diese Eigenschaft der Unbestimmtheit von Gleichgewichten führt zum Auftreten einer EKC. Die grafische Darstellung der Ergebnisse erfolgt mit Hilfe von Phasendiagrammen.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, einen Überblick über die verschiedenen Modelle, welche die EKC betrachten, zu erlangen. Dabei sollen die Auswirkungen der ökonomischen Instrumente diskutiert werden, die in diesen Modellen verwendet werden.

# Abstract

This master thesis presents different models of the Environmental Kuznets Curve (EKC). The EKC hypothesis claims that in an economy with growing income the environmental degradation can be presented by an inverted U-shaped curve. The first part of this thesis illustrates the main factors, which influence the path of the pollution most. These factors are the income elasticity of environmental quality demand, technological effects, international trade, and regulation methods. The thesis further provides an explanation of an empirical model which observes the relationship between pollution and growing income. In addition, existing critiques of the EKC hypothesis are discussed.

To get a better insight into the variety of models which concentrate on the topic the thesis gives a classification of the different types of models. One can differentiate between static and dynamic models. At first, the main differences are pointed out. Afterwards, the example of a static model, which follows the condition of resources not having stock feedback effects in production, is given. Later, two dynamic models are presented. The first one discusses the income allocation between consumption and abatement, while the other model considers the effect of different kinds of taxes.

The last model presented is a neoclassical growth model with local indeterminacy of the equilibrium. The thesis points out under which conditions indeterminacy exists. These conditions lead to the presence of the EKC. The results are displayed grafically by the use of phase diagrams.

The main target of this thesis is to get an overview of the various models which discuss the EKC. It is necessary to be aware of the effects economic instruments have in these models.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Danksagung</b>	<b>i</b>
<b>Ehrenerklärung</b>	<b>ii</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Überblick und Kritik</b>	<b>4</b>
2.1 Form der EKC . . . . .	4
2.2 Empirische Auswertungen . . . . .	9
2.2.1 Modell . . . . .	10
2.2.2 Indikatoren . . . . .	12
2.3 Kritik . . . . .	13
<b>3 Ökonomische Modelle der EKC</b>	<b>15</b>
3.1 Statisches Modell der Nutzenmaximierung . . . . .	17
3.2 Dynamisches Modell mit verschiedenen Technologien . . . . .	19
<b>4 Ein statisches Modell mit makroökonomischer Produktionsfunktion</b>	<b>25</b>
4.1 Modell . . . . .	25
4.2 Bedingungen für das Auftreten einer EKC . . . . .	27
<b>5 Dynamische Modelle</b>	<b>31</b>
5.1 Modell mit optimaler Ressourcenaufteilung . . . . .	31
5.2 Modell mit Steuern . . . . .	37
5.2.1 Dezentrales Modell . . . . .	37
5.2.2 Sozialer Planer . . . . .	38

<b>6</b>	<b>Neoklassisches Wachstumsmodell mit unbestimmten Gleichgewichten</b>	<b>43</b>
6.1	Modell . . . . .	45
6.1.1	Firmen . . . . .	45
6.1.2	Haushalte . . . . .	46
6.1.3	Regierung . . . . .	48
6.1.4	Gleichgewicht . . . . .	48
6.2	Übergangsdynamiken . . . . .	49
6.3	Grafische Darstellung . . . . .	57
6.4	Intuitive Erklärung zum Unbestimmtheits-Ergebnis . . . . .	60
6.5	Unbestimmtheit und Verschmutzungsdynamiken . . . . .	62
6.6	Keine Bekämpfungsmaßnahmen . . . . .	65
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>68</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>71</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>73</b>
<b>A</b>	<b>Anhang zu Kapitel 3</b>	<b>75</b>
A.1	Modell von Andreoni and Levinson (2001) . . . . .	75
A.1.1	Berechnung des optimalen Konsums und der Bekämpfungsmaßnahmen . . . . .	75
A.2	Modell von Tahvonen and Salo (2001) . . . . .	77
A.2.1	Berechnung der Bedingungen (3.2.7)-(3.2.11) für das Wettbewerbsgleichgewicht . . . . .	77
<b>B</b>	<b>Anhang zu Kapitel 4</b>	<b>78</b>
B.1	Modell von Lopez (1994) . . . . .	78
B.1.1	Berechnung der Bedingung erster Ordnung . . . . .	78
B.1.2	Umformung der Bedingung (4.2.3) . . . . .	78
B.1.3	Berechnung der Spezifikation für $R$ in (4.2.5) . . . . .	79
<b>C</b>	<b>Anhang zu Kapitel 5</b>	<b>80</b>
C.1	Modell von Selden and Song (1995) . . . . .	80
C.1.1	Berechnung der Bedingungen erster Ordnung . . . . .	80
C.2	Modell von Egli and Steger (2007) . . . . .	81
C.2.1	Berechnung von $P(t)$ . . . . .	81



<b>D Anhang zu Kapitel 6</b>	<b>83</b>
D.1 Berechnung der Bedingungen erster Ordnung . . . . .	83
D.2 Berechnung der Einträge von $\Gamma$ . . . . .	84

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Problematik der Umweltverschmutzung hat besonders in den letzten Jahrzehnten einen sehr hohen Stellenwert im Bewusstsein der Gesellschaft erlangt. Sie scheint immer weiter zu steigen und wird als großes Problem überall auf der Welt wahrgenommen. Die Priorität einer gesunden Umwelt steigt zusehens. So hat der Faktor Umwelt gesellschaftspolitisch aber auch wirtschaftlich an Wichtigkeit zugenommen. Er geht natürlich auch einher mit der Frage nach einer optimalen Verwendung von Ressourcen. Ökonomen haben begonnen die Entwicklung der Umweltverschmutzung zu beobachten und sind dabei auf ein sehr interessantes Phänomen gestoßen.

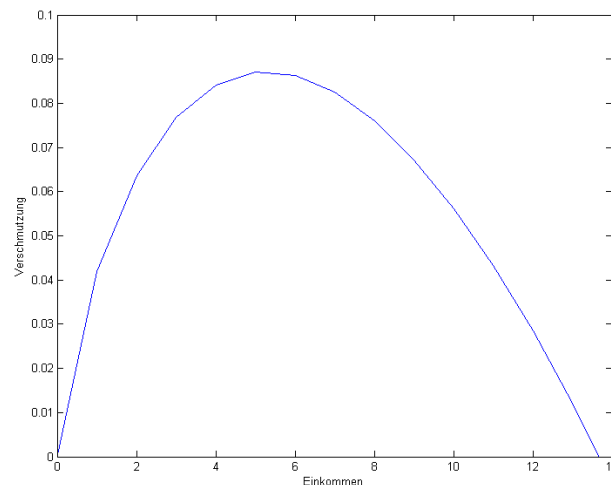


Abbildung 1.1: Environmental Kuznets Curve (Quelle: eigene Darstellung nach Egli and Steger (2007), S.24, Fig. 1)

Die Abbildung 1.1 zeigt, dass der Grad der Umweltverschmutzung in engem Zusammenhang mit dem Einkommensniveau steht. Darin ist auf der x-Achse das Einkommen eingezeichnet und auf der y-Achse die Verschmutzung. Durch steigendes Einkommen beginnt auch die Umweltverschmutzung zu steigen, dies geschieht bis zu einem gewissen Punkt, von dem an das Einkommen weiter wächst, der Grad der Verschmutzung aber abnimmt. Diese invertierte U-Kurve wird als Environmental Kuznets Curve (EKC) bezeichnet und ist auf den Ökonomen Simon Smith Kuznets zurückzuführen, der in den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts in seiner Arbeit einen invertierten U-Zusammenhang zwischen pro Kopf Einkommen und Einkommensungleichheit erkannt hat. In den 90er Jahren wurde festgestellt, dass sich diese Hypothese auch auf den Grad der Umweltverschmutzung anwenden lässt, daraus entstand die Environmental Kuznets Curve. Darin wird statt dem Verlauf der Einkommensungleichheit jener der Verschmutzung, bei ansteigendem pro Kopf Einkommen, beobachtet.

Auf diese Theorie folgten in jüngster Vergangenheit viele Arbeiten, die sich mit dem speziellen Zusammenspiel von Umwelt und Wirtschaft beschäftigen.

Besonders der Punkt, an dem der Grad der Verschmutzung trotz steigendem pro Kopf Einkommen zu sinken beginnt, wird in der Literatur besonders oft bearbeitet.

In dieser Diplomarbeit sollen verschiedene Modelle erläutert werden, die sich speziell mit dem Thema der EKC beschäftigen.

In Kapitel zwei möchte ich einen Überblick über die verschiedenen Faktoren, welche für die Form der EKC nach Dinda (2004) verantwortlich sind, geben. Des Weiteren werden auch empirische Auswertungen von Kijima et al. (2010) und Dinda (2004) erläutert. Die von Kaika and Zervas (2013) erarbeiteten Kritikpunkte an den vorhandenen Modellen und ihren Annahmen werden am Ende des zweiten Kapitels genannt.

Das dritte Kapitel richtet sich nach dem Paper von Kijima et al. (2010) und beschäftigt sich mit ökonomischen Modellen der EKC. Darin werden die verschiedenen Modellarten und Herangehensweisen erläutert. Als Beispiel für ein statisches Modell wird jenes von Andreoni and Levinson (2001) angegeben. Darin wird die Notwendigkeit von steigenden Skalenerträgen der Bekämpfungsmaßnahmen diskutiert. Als zweites Beispiel wird ein dynamisches Modell von Tahvonen and Salo (2001) erläutert. Die Autoren fügen in ihrem Modell zusätzlich technisches Wissen über die Gewinnung von fossilen und erneuerbaren Brennstoffen ein. Sie behandeln in ihrem Modell, wieweit die Beziehung nicht erneuerbarer Brennstoffe und dem GDP von technischem Fortschritt abhängig ist.

Im vierten Kapitel wird ein statisches Modell von Lopez (1994) behandelt. Dabei handelt es sich um ein neoklassisches Wachstumsmodell, welches ohne Nutzenfunktion aus-

kommt. Es wird erläutert unter welchen Bedingungen in diesem Modell eine EKC auftritt.

Das fünfte Kapitel beinhaltet zwei dynamische Modelle. Das erste ist ein Modell von Selden and Song (1995), darin nehmen die Autoren in ihrem Paper als Grundlage das dynamische Wachstumsmodell von Forster (1973). Damit geben sie Einblicke in das Zusammenspiel von Verschmutzung, Bekämpfungsmaßnahmen und Entwicklung in einer Wirtschaft. Als zweites Modell wird jenes von Egli and Steger (2007) vorgestellt. Darin wird eine Erweiterung des Modells von Andreoni and Levinson (2001) betrachtet. Die Autoren fügen Steuern auf Konsum und Umwelt ein und betrachten anhand eines Beispiels den Verlauf von Verschmutzung über die Zeit, sowie die Beziehung von Verschmutzung und Output der Wirtschaft.

Kapitel sechs diskutiert ein von Fernández et al. (2012) entwickeltes neoklassisches Wachstumsmodell mit einer einzigen ökologischen Externalität in der Nutzenfunktion. Die Autoren betrachten darin speziell die Eigenschaft der Unbestimmtheit des Gleichgewichtes und deren Zusammenhang mit dem Auftreten einer EKC.

# Kapitel 2

## Überblick und Kritik

Die folgenden Ausführungen in Kapitel zwei stammen aus den Arbeiten von Dinda (2004), Kijima et al. (2010), Agras and D.Chapman (1999) und Kaika and Zervas (2013). Die intuitive Erklärung für die Hypothese der EKC scheint sehr einleuchtend. Wenn davon ausgegangen wird, dass mit Wirtschaftswachstum auch die Industrialisierung ansteigt und damit natürlich auch die Verschmutzung der Umwelt, liegt das Hauptaugenmerk auf der Verbesserung der finanziellen Situation jedes Einzelnen. Somit kann der rasche Anstieg dieser Kurve gut erklärt werden. Wenn der Anstieg des pro Kopf Einkommens aber anhält, gibt es einen Punkt, an dem die Umwelt immer mehr geschätzt wird. Der Zustand der Umwelt fängt an eine größere Rolle zu spielen, woraufhin die Menschen beginnen mehr Wert darauf zu legen, in welcher ökologischen Umgebung sie leben. Es wird daher mehr in den Faktor Umwelt investiert, da die Menschen nun auch in der Lage sind ihren finanziellen Teil am Erhalt und an der Verbesserung der Umwelt beizutragen. In Folge dessen beginnt der Grad der Verschmutzung auch wieder zu sinken. Würde sich diese These in jedem Land unabhängig von dessen wirtschaftlichem Zustand umsetzen lassen, wäre Wachstum die Lösung der stark steigenden ökologischen Verschmutzung der Welt.

### 2.1 Form der EKC

Dinda (2004) erläutert, dass die EKC Hypothese einen dynamischen Prozess der Veränderung zusammenfasst. Mit wachsendem Einkommen einer Wirtschaft über die Zeit, steigt

der Verschmutzungsgrad als erstes bis ein Maximum erreicht ist und dann (ab einem bestimmten Grad) wieder zu sinken beginnt. Wenn von der Annahme ausgegangen wird, dass alle Länder einer EKC folgen, befinden sich diese höchstwahrscheinlich an verschiedenen Stellen dieser Kurve.

Es gibt mehrere Faktoren, die für die Form der EKC verantwortlich sind. Sie werden im Folgenden von Dinda (2004) genauer beschrieben.

- **Einkommenselastizitäten der Nachfrage nach ökologischer Qualität**

Wenn das Einkommen der Bevölkerung steigt, gibt es einen Punkt an dem diese beginnen ihre Umwelt zu schätzen und zu schützen. Das zeigt sich zum Beispiel darin, dass sie beginnen Umweltschutzorganisationen zu unterstützen oder Produkte kaufen, die die Umwelt weniger belasten. Bei wohlhabenden Menschen hat eine gesunde Umgebung einen höheren Stellenwert, als bei Menschen mit geringeren finanziellen Mitteln.

Diese Einkommenselastizität wird in der Literatur als Hauptgrund für den Rückgang von ökologischer Verschmutzung genannt. Menschen mit mehr finanziellen Möglichkeiten legen nicht nur mehr Wert darauf, ökologisch wertvollere Produkte zu kaufen, sondern beeinflussen damit auch den Produktionssektor mehr in die Herstellung dieser Waren zu investieren.

- **Skalierung, technologischer Effekt und Kompositionseffekt**

Dinda (2004) geht davon aus, dass Wirtschaftswachstum die Umwelt in drei Faktoren beeinflusst, durch Skalierungseffekte, technologische Effekte und Kompositionseffekte.

Durch mehr Output werden mehr Ressourcen notwendig, womit auch mehr Abfall und Emissionen entstehen, die für die Umweltverschmutzung mitverantwortlich sind.

Durch den Kompositionseffekt können aber auch wieder positive Auswirkungen des Wirtschaftswachstums auf den Zustand der Umwelt beobachtet werden, durch höheres Einkommen beginnen sich nämlich auch die Produktionsarten zu ändern. Dies führt wiederum zu einer nachhaltigeren Produktionsweise, die der Umwelt weniger Schaden zufügt.

Eine Veränderung in der Produktion führt auch zu einer Änderung der verwendeten Ressourcen und wird technologischer Effekt genannt. Da mit steigendem Einkommen auch mehr in Forschung und Entwicklung investiert wird, ist dies der

Versuch Alternativen zu stark verschmutzenden Produktionstechnologien zu finden.

Das heißt, dass der negative Effekt, der durch den Skalierungseffekt entsteht, durch die positiven Auswirkungen von Kompositionseffekt und technologischem Effekt wieder ausgeglichen wird.

- **Internationaler Handel**

Internationaler Handel wird laut Dinda (2004) immer noch als der Hauptgrund für das Auftreten der EKC genannt. Es gibt natürlich auch hier negative und positive Auswirkungen auf die Verschmutzung der Umwelt. Zuerst sei eine negative genannt: Durch steigenden Handel wird auch die Produktion erhöht, das führt zu einer steigenden Rate der Umweltverschmutzung. Die positive Auswirkung ergibt sich durch die Tatsache, dass durch Wirtschaftswachstum und dem daraus folgenden technischen Fortschritt auch die Umwelt wieder mehr geschützt wird. Da aber die Verschmutzung durch mehr Handel in einem Land abnimmt, beginnt sie in einem anderen Land zu steigen. Dieser Kompositionseffekt ist auf die folgenden zwei Hypothesen zurückzuführen, die 'Displacement Hypothesis' und die 'Pollution Haven Hypothesis'.

Allgemein unterscheiden sich die Hypothesen nicht. Beide haben die Aussage, dass verschmutzungsintensive Produktion in Länder verlegt wird, die nicht so starke Regulierungen haben. Diese scheinen oft weniger entwickelte Länder zu sein. Daher werden arme Länder eher als Exporteure von verschmutzungsintensiver Ware verwendet, die die reicheren Länder importieren. Somit entsteht eine EKC nicht durch den Abbau von Umweltverschmutzung, sondern durch die Verlagerung der umweltbelastenden Industrie in ärmere Länder. Beide Hypothesen gehen davon aus, dass die Länder, in welche die verschmutzende Industrie verlagert wurde, langfristig keine Chancen haben ihre eigene Umweltverschmutzung zu verringern. Dies geschieht, da es für diese Länder keine Möglichkeiten gibt, ihre verschmutzende Industrie wo anders anzusiedeln.

Es werden außerdem noch andere Gründe - beispielsweise ausländische Direktinvestitionen - für die EKC genannt, die sich durch internationalen Handel ergeben. Entwicklungsländer versuchen attraktiv für reichere Industrieländer zu werden, indem sie ihre ökologischen Standards unter ihrem Effizienzlevel halten.

Im 'Race to bottom' Szenario wird davon ausgegangen, dass durch hohe Umweltstandards in entwickelten Ländern die verschmutzende Industrie höhere Kosten

tragen muss. Damit werden viele Unternehmen angeregt, ihre Produktionsstätten in andere Länder umzusiedeln, woraufhin die reicheren Länder Einbußen an Kapital machen, wodurch sie gezwungen werden die Regulierungsmaßnahmen zu schwächen und die EKC in diesem Land wieder zu steigen beginnt.

Wenn in arme Länder mehr investiert wird, beginnen diese auch ihre Umwelt mehr zu schätzen und so ihre ökologische Situation zu verbessern. Bei einer freien und globalen Wirtschaft geraten besonders zwei Entwicklungen in einen Konflikt. Zum Einen die immer größer werdende Akzeptanz für eine marktorientierte Wirtschaft und zum Anderen der Umweltschutz.

Die Rolle des Preises darf natürlich auch nicht vernachlässigt werden. Hat eine Wirtschaft einen bestimmten Entwicklungsgrad erreicht, wird mehr Wert auf die Effizienz beim Gebrauch von natürlichen Ressourcen gelegt. Der Preis für Ressourcen steigt und so wird auch in eher ärmeren Ländern die Industrie für weniger ressourcenintensive Zwecke entwickelt. Somit kann die EKC nicht nur durch politische Eingriffe erklärt werden, sondern auch durch Marktsignale.

Es sollten auch die Wirtschaftsagenten nicht außer Acht gelassen werden. Als diese werden zum Beispiel die Bürger eines Landes oder andere Entscheidungsträger gesehen. Diese können mit ihrem Verhalten einen großen Druck auf die Wirtschaft in ihrem Land ausüben. Wenn zum Beispiel Banken sehr umweltschädlichen Industrien keine Kredite mehr gewähren, stehen diese unter Zugzwang ihre Produktionsart umweltschonender zu gestalten, um weiterhin am Markt bestehen zu können. Es kann natürlich auch jeder einzelne Konsument mit seinem Kaufverhalten die Produzenten beeinflussen.

Als letzter wichtiger Faktor beim internationalen Handel sei der Informationszugang genannt. Entscheidungsträger können nur mit ausreichend guten und genauen Informationen über den Produktionsprozess und den Einsatz von natürlichen Ressourcen passende politische Entscheidungen treffen, um so die EKC zum Sinken zu bewegen.

- **Regulierung**

Durch Regulierungsmaßnahmen kann auch eine Verringerung der Umweltverschmutzung bewirkt werden, was wiederum zur Folge hat, dass die EKC sinkt. Bei diesen Maßnahmen unterscheidet Dinda (2004) zwischen drei Arten. Als erstes gibt es die **formale Regulierung**, wo durch steigendes Wirtschaftswachstum der Umweltschutz angeregt wird. Entwicklungsländer ändern ihre Politiken von 'command-



and-control' zu marktorientierten Vorgehensweisen. Entscheidungsträger informieren sich über den bereits verursachten Schaden, den momentanen Zustand der Umwelt und über die größten Verursacher der Verschmutzung. Durch die Umsetzung von spezifischen Regulierungsmaßnahmen kann gezielt der Verschmutzungsgrad gesenkt werden.

Die zweite Art der Regulierung wird **informelle Regulierung** genannt. Diese tritt auf, wenn ein Land nicht in der Lage ist durch formale Regulierung gezielt die Verschmutzung einzudämmen. In diesem Fall wird eine Regulierung durch die Gesellschaft ausgelöst. Diese findet dann meist lokal statt und kann durch ihren Erfolg schnell zu einer Form von formaler Regulierung führen.

Im Zusammenhang mit Regulierung wird von Dinda (2004) auch noch das Thema der **Eigentumsrechte** genannt. In der Vergangenheit wurde erkannt, dass privates Eigentum dessen Eigentümer eher dazu bringt einer umweltschonenderen Form der Produktion nachzugehen. Sie haben meist auch den Wunsch etwas an die folgenden Generationen weiterzugeben, deswegen versuchen sie besser mit vorhandenen Ressourcen umzugehen. Es wird daher der Ansatz gegeben, dass die EKC Theorie eine Art eines Eigentumsrecht Modells ist, das mit Allgemeinbesitz beginnt und mit privatem Eigentum endet.

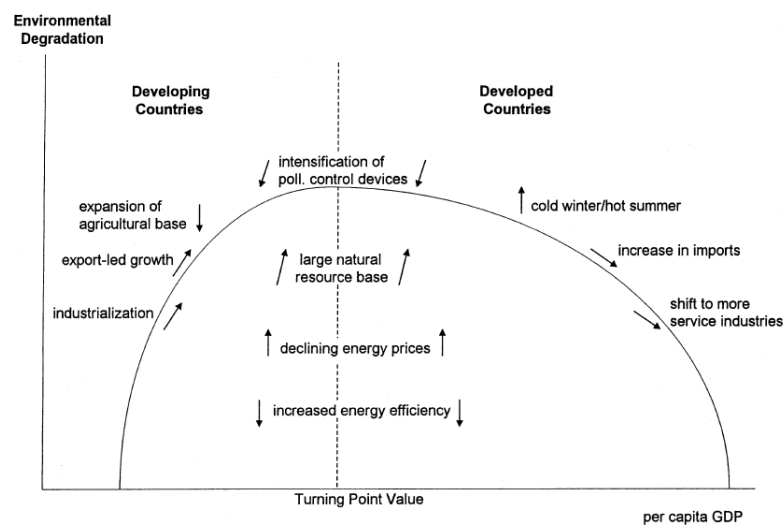


Abbildung 2.1: Dynamiken der EKC (Quelle: Agras and D.Chapman (1999), S.2750, Fig. 2)

Agras and D.Chapman (1999) präsentieren in ihrer Arbeit eine Grafik (siehe Abbildung 2.1), worin sie die Hauptpunkte darstellen, welche Einfluss auf die EKC haben. In dieser Abbildung ist die EKC eingezeichnet mit dem GDP pro Kopf auf der x-Achse

und der ökologischen Verschlechterung auf der y-Achse. Der Wendepunkt ist mit einer strichlierten senkrechten Linie eingezeichnet. Links von dieser befinden sich die Entwicklungsländer, diese können eine steigende EKC beobachten, welche durch Industrialisierung und einer exportorientierten Politik in die Höhe getrieben wird. Die Faktoren, Steigerung von politischer Kontrolle bezüglich Umweltverschmutzung und Ausbau der landwirtschaftlichen Grundfläche, haben auf dieser Seite der EKC einen abschwächenden Einfluss. Auf der rechten Seite des Wendepunkts befinden sich die entwickelten Länder, die einen Rückgang der Umweltverschmutzung bei steigendem GDP beobachten können. Der ökologische Zustand ist in diesen Ländern positiv abhängig von einem Anstieg an Importen und einer Verlagerung zu mehr dienstleistungsorientierten Industrien. Diese Faktoren sind dafür mitverantwortlich, dass die EKC weiter sinkt. Wobei wiederum kalte Winter oder sehr heiße Sommer diesen Fall abschwächen können. Dies hat den Grund, dass dabei mehr Energie gebraucht wird, was zu einer stärkeren Ausbeutung der natürlichen Ressourcen führt. Agras and D.Chapman (1999) geben einen Anstieg der Energiepreise und ein großes Vorhandensein an natürlichen Ressourcen als Gründe an, die die ökologische Qualität überall negativ beeinflussen. Eine gesteigerte Energieeffizienz ist laut ihnen eine Möglichkeit Umweltverschmutzung einzudämmen beziehungsweise zu reduzieren.

Es sind also einige sehr komplexe Faktoren, die den Verlauf der EKC beeinflussen. Der Einfluss ist bei den mitwirkenden Komponenten unterschiedlich, doch sollte der Zusammenhang dieser verschiedenen Aspekte nicht unbeachtet bleiben.

## **2.2 Empirische Auswertungen**

Dieses Unterkapitel beschreibt die von Dinda (2004) und Kijima et al. (2010) erläuterten empirischen Auswertungen bezüglich der EKC Hypothese. Nachdem es viele Theorien zur EKC gibt, wurden diese in der Vergangenheit auch versucht empirisch zu erklären. Dabei wurde das Vorkommen der EKC in vielen Studien bewiesen. Die dabei verwendeten Daten waren meistens Querschnittsdaten.

## 2.2.1 Modell

Das genannte Modell ist von Dinda (2004) in reduzierter Form angegeben, um die Beziehung zwischen Verschmutzungsgrad, ökologischem Druck und Einkommen zu beurteilen.

$$\gamma_{it} = \alpha_i + \beta_1 x_{it} + \beta_2 x_{it}^2 + \beta_3 x_{it}^3 + \beta_4 z_{it}^4 + \epsilon_{it}$$

Hier sind  $\gamma$  die ökologischen Indikatoren. Diese Indikatoren beschreiben die Qualität von Wasser, Luft und anderen umweltrelevanten Merkmalen.  $x$  ist das Einkommen und  $z$  stellt eine andere Variable dar, die Einfluss auf die ökologische Verschlechterung hat. Diese Variable  $z$  kann zum Beispiel für den Energiekonsum stehen oder für den vorhandenen Handel, da diese Faktoren auch großen Einfluss auf den ökologischen Zustand der Umwelt haben.  $i$  ist ein Land und  $t$  ein Zeitpunkt,  $\alpha$  ist konstant,  $\beta_k$  sind die Koeffizienten der  $k$  erklärenden Variablen und  $\epsilon$  ist ein Fehlerterm. Das angegebene Modell liefert verschiedene Informationen über die Beziehung zwischen Umwelt- und Wirtschaftswachstum.

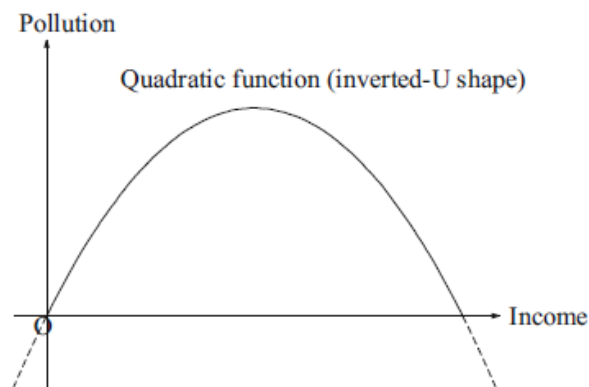


Abbildung 2.2: invertierte U-geformte Kurve (Quelle: Kijima et al. (2010), S.1190, Fig.1)

1. Wenn  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  dann gibt es keinen Zusammenhang zwischen Einkommen  $x$  und Umwelt  $\gamma$ .
2. Wenn  $\beta_1 > 0$  und  $\beta_2 = \beta_3 = 0$  dann gibt es eine monotone wachsende Beziehung zwischen Einkommen und Umwelt.

3. Wenn  $\beta_1 < 0$  und  $\beta_2 = \beta_3 = 0$  dann gibt es eine monotone fallende Beziehung zwischen Einkommen und Umwelt.
4. Wenn  $\beta_1 > 0$ ,  $\beta_2 < 0$  und  $\beta_3 = 0$  dann gibt es eine invertierte U-geformte Beziehung  $\Rightarrow$  eine EKC entsteht, wie es in Abbildung 2.2 erkennbar ist.
5. Wenn  $\beta_1 > 0$ ,  $\beta_2 < 0$  und  $\beta_3 > 0$  dann gibt es eine kubische polynomiale N-geformte Beziehung wie es in Abbildung 2.3 erkennbar ist.

Nur in einem Fall tritt die EKC auf, aus Aussage (4) ergibt sich ein Wendepunkt bei  $x^* = -\frac{\beta_1}{2\beta_2}$ . Um diese Ergebnisse zu veranschaulichen, wurden die Grafiken aus dem Paper von Kijima et al. (2010) verwendet.

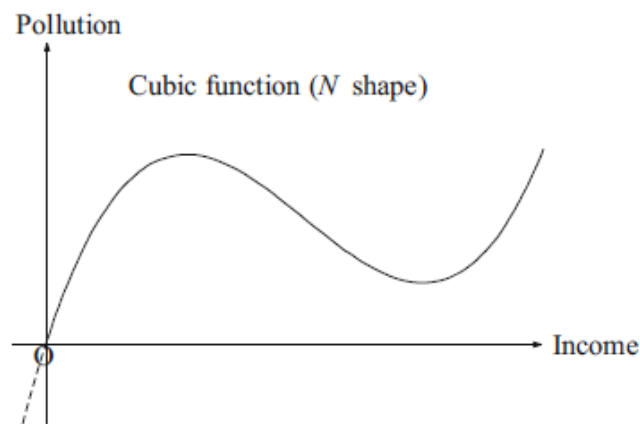


Abbildung 2.3: N-geformte Kurve (Quelle: Kijima et al. (2010), S.1190, Fig.1)

Kijima et al. (2010) erläutern in ihrer Arbeit auch Modelle in reduzierter Form und merken an, dass diese oft nicht ausreichend sind, da diese zum Beispiel eher Korrelationen widerspiegeln als den Kausalmechanismus. In Wirklichkeit hat ökologische Qualität natürlich auch einen sogenannten Feedbackeffekt auf das Einkommenswachstum. Daher scheinen, ihrer Meinung nach, Modelle in reduzierter Form für empirische Untersuchungen nicht optimal geeignet zu sein. Sie geben außerdem noch zu bedenken, dass diese Modellart von spezifischen Funktionsformen ausgeht, um so die Beziehung zwischen Umwelt und Einkommen zu schätzen. In der oben angegebenen Form handelt es sich um eine kubische Funktion, es werden laut Kijima et al. (2010) auch oft quadratische Funktionen angenommen. Diese Wahl hat durchaus große Auswirkungen, da sie die Anzahl der Wendepunkte in der empirischen EKC beeinflusst. So ist es zum Beispiel auch möglich, dass

eine quadratische Funktion zu einer Umweltverschmutzung führt, die zu Null tendiert oder sogar in den negativen Bereich reicht, wie in Abbildung 2.2 erkennbar ist. Bei einer kubischen Funktion kann es wiederum sein, dass die ökologische Verschmutzung bei steigendem Einkommen ins (negative) positive Unendliche tendiert. Kijima et al. (2010) weist daher auf Pearson (1994) hin, der in seiner Arbeit dahingehend argumentiert, dass es ratsam wäre, komplexere Techniken für das Anpassen der Kurven zu entwickeln, um diesen unerwünschten Nebenerscheinungen zu entgehen.

### 2.2.2 Indikatoren

Für die ökologischen Indikatoren  $\gamma$  im vorher genannten Modell wurden von Dinda (2004) folgende Kategorien beziehungsweise deren Ergebnisse bezüglich der EKC Hypothese abgeleitet. Da der Zustand der Umwelt von vielen verschiedene Indikatoren beeinflusst wird, wurden diese, für ein besseres Verständnis, in drei Hauptgruppen aufgeteilt.

- **Luftqualitätsindikatoren:** Im Allgemeinen konnte kein EKC Zusammenhang von Luftverschmutzungsfaktoren, die einen direkten geringen Einfluss auf die Gesundheit haben und Einkommen erkannt werden. Studien zeigen eher auf, dass globale Verschmutzer, wie der CO<sub>2</sub>-Ausstoß eher monoton steigen/fallen mit steigendem/fallendem Einkommen.
- **Wasserqualitätsindikatoren:** Für diese Indikatoren gibt es laut Dinda (2004) eher gemischte Ergebnisse, da auch hier wieder Untergruppen bei den Indikatoren geschaffen werden mussten. Es gibt zwar einige Indikatoren, für die eine EKC bei empirischen Tests ermittelt wurde was Form und Maximum der Kurve betrifft. Diese stehen aber oft im Konflikt miteinander. Außerdem wurde von einigen Autoren der Hinweis auf eine Kurve in N-Form entdeckt.
- **Andere ökologische Indikatoren:** Beispiele für diese Indikatoren sind das Müllaufkommen, der Zugang zu sicherem Trinkwasser oder auch das Verkehrsvolumen. Die meisten dieser anderen Indikatoren zeigen in Tests keine EKC. In allen Studien wurde aber gezeigt, dass ökologische Probleme direkten Einfluss auf die Gesundheit der Menschen haben. Dieser Einfluss scheint sich bei steigendem Einkommen zu verbessern. Können aber ökologische Probleme externalisiert werden, sinkt die Kurve auch bei ansteigendem Einkommen nicht.

## 2.3 Kritik

Bei einem doch sehr sensiblen Thema wie diesem, gibt es natürlich auch genügend Kritikpunkte.

Kaika and Zervas (2013) beschreiben, dass bei der Annahme eines normalverteilten Einkommens Kritik laut wird. In Wirklichkeit gibt es viel mehr Menschen mit einem Einkommen unter dem mittleren Einkommen. Daraus folgt, dass der Wendepunkt, ab welchem die Verschmutzung wieder abnimmt, nicht realistisch ist, da das zu erreichende Einkommen für die Bevölkerung nicht stimmt. Die Verteilung des weltweiten Einkommens scheint eine komplizierte Sache zu sein, die Literatur ist sich aber weitgehend einig, dass es nicht normalverteilt ist. Daher ist es eher zweifelhaft, ob es ein guter Ansatz ist weiterhin bei den EKC Studien von einem normalverteilten Einkommen auszugehen. So hat nachweislich die Mehrheit der Menschen ein Einkommen weit unter dem durchschnittlichen Wert. Eine Lösung würde sich anbieten, wenn nicht der Mittelwert sondern der Median des Einkommens bei empirischen Berechnungen verwendet werden würde.

Kritiker stellen die Frage, ob die Wachstumsgeschichte der entwickelten Länder auch genauso in den Entwicklungsländern stattfindet. Es darf nicht vergessen werden, dass sich viele Entwicklungsländer momentan dort befinden, wo sich zum Beispiel das Vereinigte Königreich vor 150 Jahren befand. Das heißt diese Länder stehen an einer ganz anderen Stelle auf der EKC als entwickelte Länder. Steigt bei ihnen die Verschmutzung noch enorm an, beginnt sie in den westlichen Ländern gerade zu sinken. Es scheint aber nichts dafür zu sprechen, dass Entwicklungsländer die gleiche Wachstumsgeschichte durchlaufen. Dies wird zum Teil von Dinda (2004) auch darauf zurückgeführt, dass sich so genannte Weltmächte schon entwickelt haben und mit deren Existenz Entwicklungsländer andere Möglichkeiten haben ihre Wirtschaft ähnlich zu entwickeln. Auch hier muss die Theorie der 'Pollution Haven Hypothesis' genannt werden, da durch die Verlagerung der umweltschädlichen Produktionsstätten, die reicheren Länder ihre Verschmutzung im eigenen Land zwar in den Griff bekommen, das Problem aber nur verlagern. Die ärmeren Länder sind aber nicht in der Lage auch diese Art der Verlagerung durchzuführen, um so ihre Umwelt zu schützen. Es gibt daher keine Garantie, dass die heutigen Entwicklungsländer ihre wirtschaftliche Situation ähnlich den heute entwickelten Ländern anpassen können.

Ein weiterer Kritikpunkt ist die des öfteren vernachlässigte Konsumseite bei vielen EKC Studien. Da meistens nur die Produktionsseite betrachtet wird, fällt der große Einfluss

der Konsumseite leider weg. Es sollte nämlich nicht unterschätzt werden, dass auch die Nachfrage nach einem bestimmten Gut Auswirkungen auf dessen Produktion hat. Daher sollten bei EKC Studien auch die Einkommenselastizitäten der Nachfrage nach verschmutzungsintensiven Gütern nicht außer Acht gelassen werden. Denn auch wenn in einem reichen Land versucht wird die Umweltverschmutzung in den Griff zu bekommen, geht dieser ökologische Effekt verloren, wenn die Nachfrage nach ressourcenintensiven und umweltschädlichen Produkten weiterhin steigt. Um sinnvolle Schlussfolgerungen aus den EKC Studien ziehen zu können, muss daher unbedingt auch der Konsum berücksichtigt werden.

Es wird des Weiteren oft kritisiert, dass gerade bei empirischen Arbeiten die Qualität und Art der verwendeten Daten nicht ausreichend ist, um qualitativ wertvolle Aussagen zu treffen. Als Beispiel nennen Kaika and Zervas (2013) die Art und Weise der verschiedenen Methoden der CO<sub>2</sub> Messung. Außerdem ist oft nicht ein ausreichender Umfang an Daten von genügend vielen Ländern vorhanden. Daher verwenden die Autoren oft Paneldaten, diese erlauben eine größere Auswahl von Ländern, unter der Annahme von Homogenität. Wird für diese Auswahl dann ein EKC Muster entdeckt, muss das aber nicht heißen, dass dieses für alle Länder darin gilt. Daher wird auf jeden Fall geraten, nur einzelne Länder zu betrachten und für diese die längsten vorhandenen Zeitreihen zu verwenden.

Dinda (2004) erklärt, dass mit der EKC Theorie natürlich auch die Frage aufkommt, wie weit damit die Zukunft geplant und beeinflusst werden kann. Dafür ist eine vorhersehbare Zukunft notwendig, diese kann aber nur durch die zukünftige Beziehung zwischen Einkommen und Umwelt errechnet werden. Diese Vorhersagen werden sich aber nur dann als wahr herausstellen, wenn die momentane Wechselseitigkeit auch in Zukunft ihre Gültigkeit nicht verliert. Viele Faktoren, wie zum Beispiel weitere Globalisierung, oder andere Einflüsse auf Umweltstandards und Regulierungsmaßnahmen könnten das Weiterbestehen der EKC Theorie verhindern.

Die Kritiker der EKC Hypothese stellen nicht den Zusammenhang von Wirtschaftswachstum und Umweltverschmutzung in Frage, sondern machen darauf aufmerksam, dass diese Beziehung von vielen Faktoren abhängig ist und auf keinen Fall für verschiedene Länder verallgemeinert werden sollte. Sie weisen daraufhin, dass auch die Art der Verschmutzung und die wirtschaftliche Lage des Landes Auswirkungen auf die EKC Resultate haben. Es ist außerdem zu bedenken, dass bezüglich der verfügbaren Daten eine Verbesserung auf jeden Fall notwendig und wünschenswert ist.

# Kapitel 3

## Ökonomische Modelle der EKC

In den nächsten zwei Unterkapiteln werden zwei von Kijima et al. (2010) genannten theoretischen Modelle erläutert, welche eine EKC Beziehung zwischen ökologischer Qualität und Einkommen erklären.

Die EKC Beziehung ist laut deBruyn and Heintz (2002) gewöhnlich durch die folgenden fünf Faktoren beschrieben:

- Verhaltensänderungen und Präferenzen
- Institutionelle Veränderungen
- Technische und organisatorische Veränderungen
- Strukturelle Veränderungen
- Internationale Umverteilungen

Theoretische Modelle beschäftigen sich meistens mit den ersten drei Faktoren. Pearson (1994) kategorisiert die Faktoren, die die Qualität der Umwelt beeinflussen in zwei Gruppen, in Nachfrage und Angebot. Auf der Angebotsseite sind dies:

- Bevölkerungsgröße und wirtschaftliche Aktivität
- Strukturen von Produktion und Konsum



- Gebrauch von neuen oder anderen Kraftstoffen und Materialien
- Externe Einflüsse

Für die Nachfrageseite sind es folgende Faktoren:

- Preis der ökologischen Qualität
- Präferenzen
- Information und deren Beschaffung

Nach dieser Klassifizierung liegt bei Modellen mit Nutzenfunktion der Fokus auf der Nachfrageseite nach ökologischer Qualität. Modelle, die ihr Augenmerk auf die institutionellen und technologischen Veränderungen legen, achten eher auf die Angebotsseite. Alle theoretischen Modelle gehen von einem durch die Verschmutzung verursachten Trade-off aus. So beeinflusst der Grad der Verschmutzung deren Bekämpfungsmaßnahmen und diese haben wiederum Auswirkungen auf den Konsum. Andererseits sinkt die Nutzenfunktion eines repräsentativen Agenten mit dem Grad der Verschmutzung.

Kijima et al. (2010) erläutern, dass in den meisten statischen Modellen eine Nutzenfunktion eines repräsentativen Agenten oder eine soziale Wohlfahrtsfunktion betrachtet wird und diese im Optimum maximiert werden soll. Diese Arbeiten werden in zwei Gruppen eingeteilt, in jene mit Produktionsfunktionen und jene nur mit Nutzenfunktionen. Bei Modellen wo es keine Produktionsfunktionen gibt, liegt der Fokus auf den Eigenschaften der Nutzenfunktion. Wobei wiederum bei Arbeiten mit Produktionsfunktionen der Effekt des technologischem Fortschritts beobachtet wird.

Im Vergleich dazu werden in vielen dynamischen Modellen die Dynamiken der Verschmutzung untersucht. Bei Brock and Taylor (2010) wird zum Beispiel das Green-Solow Modell verwendet. Dabei handelt es sich um ein makroökonomisches dynamisches Modell, wo die gesamte Produktion auf den Konsum und die Bekämpfungsmaßnahmen aufgeteilt ist. Sie zeigen numerisch, dass die Beziehung von Verschmutzung und pro Kopf Einkommen zuerst ansteigt und dann zu fallen beginnt.

Bei den folgenden Modellen wird besonders der Trade-off zwischen Nutzen und Schaden durch Verschmutzung betrachtet und die Bedingungen für das Auftreten einer invertierten U-Form in jedem Modell veranschaulicht.

### 3.1 Statisches Modell der Nutzenmaximierung

Für Modelle, die nur Nutzenfunktionen besitzen, geben Kijima et al. (2010) als Beispiel das Modell von Andreoni and Levinson (2001) an.

Dabei handelt es sich um ein statisches Modell, das sich mit der komplexen Beziehung von Einkommen und Verschmutzung beschäftigt. Andreoni and Levinson (2001) zeigen, dass das Auftreten der EKC auch nachweisbar ist, ohne dem Vorhandensein von vorgegebenen wirtschaftlichen Wachstumsmustern, mehrfachen Gleichgewichten, politischen Institutionen, irreversibler Verschmutzung oder Externalitäten. Die EKC kann stattdessen direkt vom technischen Zusammenhang des Konsums des gewünschten Gutes und der Bekämpfungsmaßnahmen der dabei entstehenden unerwünschten Nebenprodukte abgeleitet werden. Das Hauptmerkmal ihres Modells sind steigende Erträge zur Verminderung von Verschmutzung. Je mehr durchschnittliche Verschmutzung vor den Bekämpfungsmaßnahmen existiert, umso weniger kostenintensiv ist es eine Einheit der Verschmutzung zu vermindern.

Die Autoren gehen in ihrem Modell davon aus, dass es nur eine Person in der Wirtschaft gibt. Dies hat den Vorteil, dass es eine einfachere Handhabung zulässt und dass es keine Externalitäten gibt, sodass jede Lösung als Pareto effizient interpretiert werden kann. Sie nehmen an, dass der Nutzen  $U$  des repräsentativen Agenten vom Konsum  $C$  eines Gutes und von der Verschmutzung  $P$  abhängt. Die Präferenzen können dann als  $U = U(C, P)$  geschrieben werden. Dabei ist  $U_C > 0$ ,  $U_P < 0$ , sowie quasikonkav in  $C$  und  $-P$ . Sie nehmen außerdem an, dass die Verschmutzung ein Nebenprodukt des Konsums ist und der repräsentative Agent mit Ressourcen entweder diese verhindern oder vermindern kann. Diese Ressourcen werden auch "ökologischer Aufwand" genannt und als  $E$  beschrieben. Demnach ist die Verschmutzung eine positive Funktion des Konsums und eine negative Funktion des ökologischen Aufwands,  $P = P(C, E)$ . Für diese Funktion gilt  $P_C > 0$ ,  $P_E < 0$ . Eine limitierte Menge  $M$  an Ressourcen kann entweder für  $C$  oder  $E$  verwendet werden. Der Einfachheit halber wurde von Andreoni and Levinson (2001) angenommen, dass die relativen Kosten für den Konsum und den ökologischen Aufwand auf 1 normiert sind. Für diese muss außerdem  $C + E = M$  gelten. Die Nutzenfunktion des repräsentativen Agenten ist durch

$$U = C - zP \tag{3.1.1}$$

gegeben. Der marginale negative Nutzen  $z$  wird dabei durch Verschmutzung verursacht. Der Nutzen ist somit additiv und linear in  $C$  und  $P$ . Für die weiteren Betrachtungen wird  $z = 1$  angenommen. Die Verschmutzung wird durch folgende Gleichung bestimmt:

$$P = C - C^\alpha E^\beta \quad \alpha, \beta > 0. \quad (3.1.2)$$

Die erste Komponente der Verschmutzung ist der Gesamtkonsum vor Bekämpfungsmaßnahmen und ist direkt proportional zum Konsum. Der zweite Term  $C^\alpha E^\beta$  steht für die Minderungsmaßnahmen. Diese Gleichung zeigt, dass Konsum eins zu eins Verschmutzung verursacht, außer wenn Ressourcen für den ökologischen Aufwand aufgebracht werden. Das Substituieren von Gleichung (3.1.2) in (3.1.1) führt dazu, dass der Agent die Minderungsmaßnahmen  $C^\alpha E^\beta$ , unter Kontrolle von  $C$  und  $E$ , maximiert mit der Nebenbedingung  $C + E = M$ . Durch lösen des Maximierungsproblems, siehe Appendix A.1.1, ergeben sich für den optimalen Konsum und die optimalen Bekämpfungsmaßnahmen:

$$C^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} M, \quad (3.1.3)$$

$$E^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} M. \quad (3.1.4)$$

Das Substituieren der Gleichungen (3.1.3) und (3.1.4) in  $P$  und das Differenzieren nach  $M$  führt zu

$$\frac{\partial P^*}{\partial M} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} - (\alpha + \beta) \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right)^\beta M^{\alpha + \beta - 1}. \quad (3.1.5)$$

Diese Beziehung zeigt, dass wenn  $\alpha + \beta > 1$ , der Verschmutzungsgrad  $P^*$  eine invertierte U-Funktion bezüglich des Einkommens  $M$  aufweist.

Wenn davon ausgegangen wird, dass  $\alpha + \beta \neq 1$  ist die zweite Ableitung der Gleichung (3.1.5)

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial M^2} = -(\alpha + \beta - 1)(\alpha + \beta) \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right)^\beta M^{\alpha + \beta - 2}. \quad (3.1.6)$$

Wenn  $\alpha + \beta < 1$  ist, so dass die Bekämpfungsmaßnahmen abnehmende Skalenerträge aufweisen, ist  $P^*$  konvex. Bei steigenden Skalenerträgen  $\alpha + \beta > 1$  ist die Funktion konkav. Diese Beziehung ist in der Abbildung 3.1 erkennbar. Das heißt, wenn der Minderungseffekt die steigenden Skalenerträge erfüllt, tritt eine EKC Beziehung auf, ohne vorhandenen Produktionsfunktionen.

Die intuitive Erklärung dafür ist, dass im Fall von niedrigem Einkommen, auch gleichzeitig der Konsum gering ist. Dabei haben die Bekämpfungsmaßnahmen nur wenig Auswirkungen auf die ökologische Qualität. Daraus ergibt sich, dass der repräsentative Agent

des Weiteren nicht mehr Geld in die Verbesserung der Umwelt zu investieren bereit ist, was wiederum zur Folge hat, dass der Verschmutzungsgrad in Bezug auf das Einkommen steigt. Die Konsequenz daraus ist ein steigender negativer Nutzen für den repräsentativen Agenten, verursacht durch die ansteigende Umweltverschmutzung. Da die Auswirkungen der Minderungsmaßnahmen auf den Wert des Nutzens, durch den steigenden Ertrag, größer sind, wird der Agent im optimalen Fall mehr Ressourcen für die Bekämpfungsmaßnahmen aufbringen. Dies führt zu einem Sinken der Verschmutzung mit ansteigendem Einkommen. Diese Beobachtungen bezüglich der Beziehung von Verschmutzung und Einkommen führen zum Auftreten der EKC.

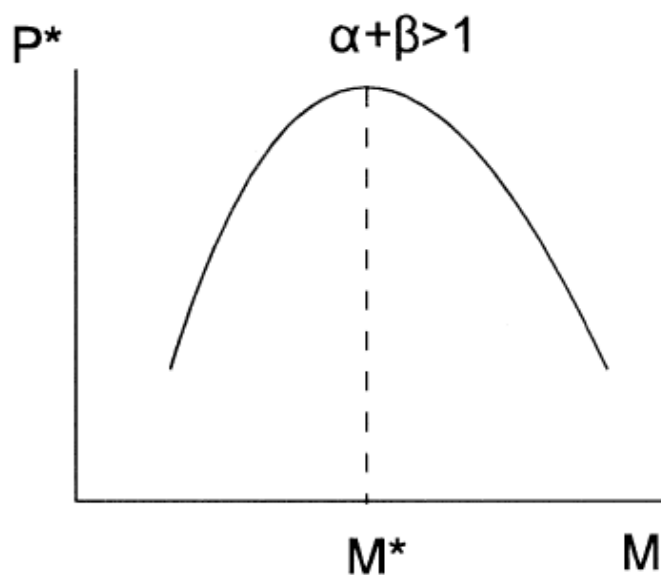


Abbildung 3.1: Optimaler Verschmutzungs-Einkommens Pfad (Quelle: Andreoni and Levinson (2001), S.273, Fig. 1)

### 3.2 Dynamisches Modell mit verschiedenen Technologien

Im folgenden Abschnitt soll beobachtet werden, wie eine Veränderung bei den Produktionstechnologien das pro Kopf Einkommen und den Zustand der Umwelt beeinflusst. Als Beispiel dafür nennt Kijima et al. (2010) die Arbeit von Tahvonen and Salo (2001). Diese beschäftigt sich besonders mit der Art der verwendeten Technologie. Speziell gehen

die Autoren von Firmen aus, die technisches Wissen über Energieressourcen besitzen. Sie betrachten wie die Wahl einer alternativen Energieressource die Umwelt beeinflusst. Ihre Annahme ist, dass es zwei Energieressourcen gibt um einen Kapitalstock  $k$  zu produzieren. Dabei handelt es sich um den Gebrauch von fossilen Brennstoffen  $q$  und den Gebrauch von erneuerbaren Energieressourcen  $s$ , die miteinander die Energie  $e = q + s$  ergeben.  $n_1$  bezeichnet das technologische Wissen, das für die Gewinnung der Rohstoffe verantwortlich ist. Dadurch kann angenommen werden, dass die Veränderungsrate  $\dot{n}_1 = q$  ist. Die Variable  $n_2$  bezieht sich auf das technische Wissen im Zusammenhang mit der Höhe des Kapitals  $k$ . Die Autoren gehen davon aus, dass dieses technische Wissen in linearer Beziehung zum Kapital steht. Damit können sie die Bedingung  $n_2 = k$  stellen. Als  $P(k, n_2, q + s)$  wird die Produktionsfunktion geschrieben, worin alle Inputs eine positive Grenzproduktivität haben. Die Einheitskosten für die Gewinnung der Energieressourcen sind  $C(x, n_1, n_2)$ . Diese Funktion ist von beiden Arten des technischen Wissen abhängig und von den verbleibenden Reserven  $x$ . Die Kosten für den Gebrauch von erneuerbaren Energieressourcen werden mit  $F(s, n_2)$  bezeichnet und sind von dem technischen Wissen abhängig, das mit dem Kapital in Verbindung gestellt wird. Die Nutzenfunktion  $U$  sei nur vom Konsum  $c$  abhängig. Die Nutzenfunktion ist eine strikt konkave Funktion. Das Problem für den sozialen Planer ist gegeben durch:

$$\max_{c, q, s} \int_0^{\infty} e^{-\delta t} U(c) dt$$

$$\text{s.t.} \tag{3.2.1}$$

$$\dot{k} = P(k, n_2, s + q) - c - qC(x, n_1, n_2) - F(s, n_2), \tag{3.2.2}$$

$$\dot{x} = -q, \tag{3.2.3}$$

$$\dot{n}_1 = q, \tag{3.2.4}$$

$$n_2 = k. \tag{3.2.5}$$

Darin wird über den Konsum  $c$  und den Gebrauch der zwei unterschiedlichen Ressourcen maximiert. Das Kapital  $k$  entsteht durch den Ertrag der Produktion und dem Abzug der Kosten für den Konsum und für den Gebrauch von fossilen und erneuerbaren Brennstoffen.

Die Anfangsbedingungen sind dabei  $k(0) = k_0$ ,  $x(0) = x_0 > 0$ ,  $n_1(0) = 0$  und  $\delta$  beschreibt die Diskontrate. Es wird angenommen, dass  $C_{n_1} \leq 0$ ,  $C_{n_2} \leq 0$  und  $F_{n_2} \leq 0$ . Dies sind jeweils die Ableitungen der Funktionen  $C$  und  $F$  nach  $n_1$  beziehungsweise  $n_2$ .

Das bedeutet, dass die Kostenfunktion bezüglich des technologischen Wissens fallend ist. Die gleiche Folgerung gilt für die Kostenfunktion, die den Gebrauch von erneuerbaren Ressourcen und das technologische Wissen  $n_2$  beinhaltet,  $F_{n_2} \leq 0$ . Die Gleichungen (3.2.4) und (3.2.5) werden als Nebenbedingungen angenommen, das bedeutet, dass dies Externalitäten sind, die in der Optimierung nicht berücksichtigt werden.

Die Hamiltonfunktion für dieses Problem lautet:

$$H = U(c) + \lambda\{P(k, n_2, s + q) - c - qC(x, n_1, n_2) - F(s, n_2)\} - \varphi q. \quad (3.2.6)$$

$\lambda$  und  $\varphi$  beschreiben darin die Schattenpreise und stehen hier für den Outputpreis und die Miete der Ressource. Für das Wettbewerbsgleichgewicht unter der Annahme, dass  $q, s > 0$  müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

$$U' - \lambda = 0, \quad (3.2.7)$$

$$P_e - F_s = 0 \quad (3.2.8)$$

$$\lambda[P_e - C(x, n_1, n_2)] - \varphi = 0, \quad (3.2.9)$$

$$\dot{\lambda} = \lambda(\delta - P_k), \quad (3.2.10)$$

$$\dot{\varphi} = q\lambda C_x + \delta\varphi, \quad (3.2.11)$$

sowie (3.2.2)-(3.2.5). Dabei bezeichnen die tiefgestellten Variablen die Ableitungen der Funktionen nach diesen. Die Berechnung dieser Bedingungen sind im Appendix (A.2.1) zu finden. Die zweite Bedingung erster Ordnung (3.2.8) entsteht, wenn die Hamiltonfunktion nach  $s$  abgeleitet wird. Da die Produktionsfunktion  $P$  aber von der Gesamtenergie  $e = q + s$  abhängig ist, wird die Funktion nach  $e$  abgeleitet.

Die Autoren geben außerdem ein Beispiel, worin sie die Effekte der technischen Veränderungen auf die gewöhnliche Produktion vernachlässigen beziehungsweise vereinfachen. Dafür verwenden sie die folgenden Funktionen:

$$U = [c^{1-a} - 1]/(1 - a), \quad (3.2.12)$$

$$P = k^\alpha (q + s)^{1-\alpha}, \quad (3.2.13)$$

$$F = s^\sigma (\mu + k^{1-\sigma}), \quad (3.2.14)$$

$$C = c_0/x + c_1x + c_2/(c_3 + k). \quad (3.2.15)$$

Die Nutzenfunktion  $U$  ist, wie bereits erläutert, nur vom Konsum  $c$  abhängig und beinhaltet außerdem die Konstante  $a$ , für die  $0 < a < 1$  gelten muss. Die Produktionsfunk-

tion  $P$  ist vom vorhandenen Kapitalstock  $k$  und vom Gebrauch der Energieressourcen abhängig, durch die Nebenbedingung (3.2.5) wurde die Variable  $n_2$  eliminiert. In dieser Funktion ist außerdem die Konstante  $\alpha$  vorhanden, für die  $0 < \alpha < 1$  gelten muss. Nur unter dieser Bedingung existiert ein positiver Exponent. In der Kostenfunktion für den Gebrauch von erneuerbaren Ressourcen  $F$  bedeutet  $\mu > 0$ , dass ein Teil der Kosten unabhängig von der technischen Veränderung ist. Diese Funktion beinhaltet auch eine Konstante  $\sigma$ , für die  $\sigma > 1$  gelten muss, außerdem muss  $\mu \geq 0$  sein. In der Kostenfunktion für die Gewinnung  $C$  steht  $c_0/x$  für den Abbaueffekt,  $c_1x$  für den Abfall an Kosten durch den Lerneffekt beim Abbau und  $c_2/(c_3 + k)$  für die technische Veränderung im Zusammenhang mit dem Kapitalstock. Bei  $c_i, i = 1, 2, 3$  handelt es sich um Konstanten, die auch größer als Null sein müssen. Die ausgewählten Funktionen von Tahvonen and Salo (2001) werden in die Gleichgewichtsbedingungen (3.2.7)-(3.2.11) eingesetzt, dadurch ergeben sich folgende Gleichgewichtsbedingungen:

$$\begin{aligned}
c^{-a} - \lambda &= 0, \\
(1 - \alpha) \left( \frac{k}{q + s} \right)^\alpha \sigma \left( \frac{k}{s} \right)^{1-\sigma} - \sigma \mu s^{\sigma-1} &= 0, \\
\lambda \left\{ (1 - \alpha) \left( \frac{k}{q + s} \right)^\alpha - \frac{c_0}{x} - c_1x - \frac{c_2}{c_3 + k} \right\} - \varphi &= 0 \text{ oder } q = 0, \\
\dot{\lambda} &= \lambda \left\{ \delta - \alpha \left( \frac{k}{q + s} \right)^{(\alpha-1)} \right\}, \\
\dot{\varphi} &= -\lambda q \frac{c_0}{x^2} + \delta \varphi.
\end{aligned}$$

Außerdem gilt  $\dot{x} = -q$ ,  $x(0) = x_0$ ,  $k(0) = k_0$  und durch Einsetzen der speziellen Funktion hat  $\dot{k}$  aus (3.2.2) folgende Gestalt:

$$\dot{k} = k^\alpha (q + s)^{(1-\alpha)} - s^\sigma [\mu + k^{1-\sigma}] - q \left[ \frac{c_0}{x} + c_1x + \frac{c_2}{(c_3 + k)} \right] - c \quad (3.2.16)$$

Im Fall ohne technischen Fortschritt müssten auch die gewählten Funktionen (3.2.12)-(3.2.15) angepasst werden. So würde in der Produktionsfunktion  $P$  aus (3.2.13) der Term  $k^\alpha$  wegfallen, welcher dem technischen Wissen im Zusammenhang mit dem Kapital zugewiesen wird. In der Kostenfunktion für den Gebrauch von erneuerbaren Ressourcen  $F$  wäre bei keinem technischen Wissen der Teil  $k^{1-\sigma}$  auch Null. Bei der Kostenfunktion für die Gewinnung müsste ohne technische Veränderung der letzte Term wegfallen, der die technische Veränderung im Zusammenhang mit dem Kapitalstock beschreibt.

Mit diesem Modell ist es möglich zu erklären, warum am Anfang des wirtschaftlichen Fortschritts fossile Brennstoffe für die Produktion verwendet wurden. Dies hatte den Grund, dass zu diesem Zeitpunkt der Preis für diese Brennstoffe geringer war, als jener für erneuerbare Energieressourcen. Die Firmen beginnen, mit ansteigendem GDP, ihr technisches Wissen für die Verwendung von umweltschonenden Ressourcen einzusetzen. Dies führt wiederum zu einem Sinken der Preise dieser Ressourcen. Außerdem wird die Gewinnung der fossilen Brennstoffe über die Zeit immer schwieriger, da sie im Unterschied zu erneuerbaren Energieressourcen endend sind.

Durch die Parametrisierung ihres Modells zeigen die Autoren in Abbildung 3.2 unter der Annahme von technischem Fortschritt, dass die Verwendung von fossilen Brennstoffen über die Zeit eine invertierte U-Kurve aufweist. Das heißt, die Verwendung dieser Art von Energieressourcen nimmt stark zu, um nach einem erreichten Maximum wieder abzusinken. Der Gebrauch von erneuerbaren Brennstoffen steigt wiederum monoton an. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass der Preis für den Gebrauch von erneuerbaren Ressourcen durch technische Veränderungen fällt.

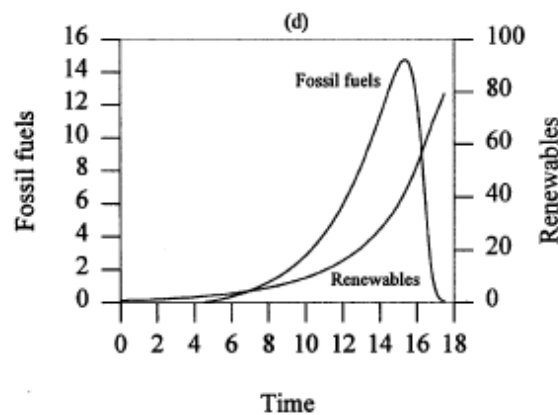


Abbildung 3.2: Gebrauch fossiler Brennstoffe und erneuerbarer Ressourcen über die Zeit (Quelle: Tahvonen and Salo (2001), S.1393, Fig. 2(d))

Die Autoren plotten, unter der Annahme, dass es keinen technischen Fortschritt gibt, in der linken Grafik in Abbildung 3.3 den Gebrauch von fossilen Brennstoffen  $q$  in Bezug auf das pro Kopf GDP. Dabei ist eine invertierte U-Struktur im Gebrauch von fossilen Brennstoffen erkennbar. In dieser Abbildung (3.3) wird auf der x-Achse das GDP aufgetragen und auf der y-Achse die Verwendung an Energie und fossilen Brennstoffen. Beide Kurven zeigen, dass sie mit steigendem GDP auch zu Beginn ansteigen und ab einem gewissen Punkt wieder zu sinken beginnen. Die Autoren kommen außerdem zu



dem Ergebnis, dass die Verwendung von nicht erneuerbaren Energieträgern unabhängig von der Annahme der technischen Veränderung ist. Dies wird in der rechten Grafik in Abbildung 3.3 gezeigt, da auch bei technischer Veränderung im Modell der Gebrauch von fossilen Brennstoffen bezüglich dem GDP eine invertierte U-Kurve aufweist.

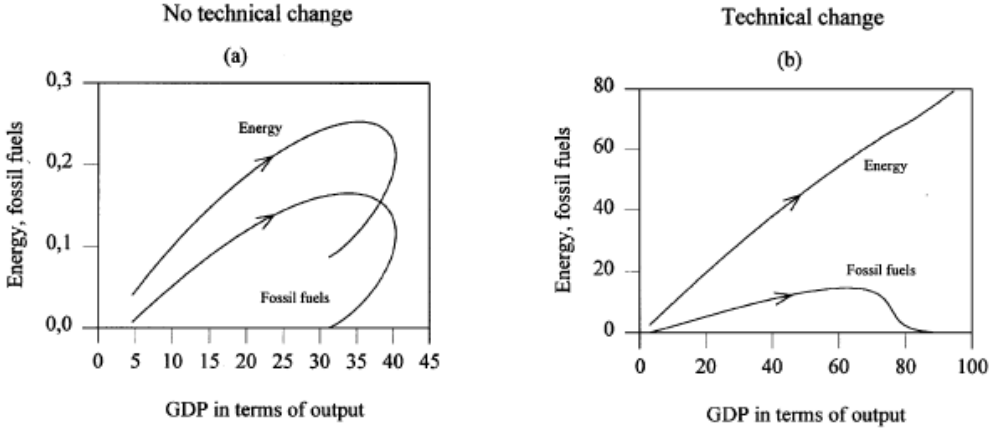


Abbildung 3.3: Beziehung zwischen Verwendung fossiler Brennstoffe und dem GDP (Quelle: Tahvonen and Salo (2001), S.1395, Fig. 3(a), (b))

# Kapitel 4

## Ein statisches Modell mit makroökonomischer Produktionsfunktion

In diesem Kapitel wird das Modell von Lopez (1994) behandelt, dieses betrachtet die EKC Beziehung aus einem theoretischen Blickwinkel. Es wird dafür ein neoklassisches Modell verwendet. Dieses hat die Standardannahmen, dass es eine Produktionsfunktion  $f$  gibt, die von den Faktoren Kapital  $K$ , Arbeit  $L$  und einem Technologieindex  $t$  abhängig ist. Es wird der Fall betrachtet, dass die Veränderung im Bestand an natürlichen Ressourcen weniger Auswirkungen auf die Produktion hat. Ein Beispiel dafür ist die Luftqualität, diese hat auch bei Verschlechterung keinen ernstzunehmenden Einfluss auf die industrielle Produktion.

### 4.1 Modell

Es wird angenommen, dass die Wirtschaft aus zwei Sektoren besteht. Dies führt zur folgenden Produktionsfunktionen:

$$f^i = f^i(K_i, L_i; t) \quad i = 1, 2. \quad (4.1.1)$$

Darin gibt  $i$  die Industrie an. Die Funktionen  $f^i(\cdot)$  werden als steigend und linear homogen in  $K_i$  und  $L_i$  angenommen. Diese Produktionsfunktionen sind außerdem unabhängig von einem ökologischen Faktor. Um die Umwelt als einen Faktor der Produktion zu betrachten, wird die Gleichung (4.1.1) erweitert. Dies geschieht, indem der totale Industrieoutput  $y_i$  auch eine Funktion des ökologischen Faktors darstellt. Dieser Output wird dann als

$$y_i = G^i[f^i(K_i, L_i; t), x_i; \tau], \quad i = 1, 2 \quad (4.1.2)$$

angeschrieben. Der ökologische Faktor  $x_i$  wird dabei von der Industrie  $i$  verwendet und  $\tau$  ist ein Index der Technologie. Die Funktion  $G^i(\cdot)$  ist steigend und konkav in  $f^i$  und  $x_i$ . Hier wird angenommen, dass  $x_i$  Emissionen bei der Produktion darstellen. Es wird außerdem angenommen, dass  $G^i[\cdot]$  linear homogen in  $f^i$  ist und vom Grad der Luftverschmutzung  $x_i$  abhängig ist. Dies impliziert, dass diese Produktionsfunktion durch konstante Skalenerträge in  $K_i$ ,  $L_i$  und  $x_i$  charakterisiert ist. Es wird angenommen, dass die Grenzrate der Substitution zwischen Kapital und Arbeit unabhängig vom Grad der Verschmutzung ist.

Von der Annahme ausgehend, dass die Ausstattungen an Arbeit und Kapital festgelegt, aber zwischen den Sektoren mobil sind, kann eine Ertragsfunktion definiert werden, die abhängig vom Grad der Verschmutzung ist. Sie wird durch

$$R[p; f(K, L, t), x, \tau] = \max_{K_i, x_i, L_i} \left\{ \sum_i p_i G^i[f^i(K_i, L_i; t), x_i; \tau] \right\} \quad (4.1.3)$$

bestimmt, wobei gelten muss:  $\sum K_i = K$ ,  $\sum L_i = L$ , und  $\sum x_i = x$  (= totaler Grad der Luftverschmutzung). Der Outputpreisvektor  $p$  ist festgelegt und es wird von einer kleinen offenen Wirtschaft ausgegangen. Durch die Annahme der konstanten Skalenerträge ist auch die Funktion  $R(\cdot)$  linear homogen in  $K$ ,  $L$  und  $x$ . Der ökologische Faktor  $x$  hat auch einen direkten Einfluss auf die soziale Wohlfahrtsfunktion  $\mu$ , welche außerdem abhängig von der Ertragsfunktion  $R$  und vom Outputpreisvektor  $p$  ist, also

$$\mu = \mu[R[p; f(K, L, t), x, \tau], x, p]. \quad (4.1.4)$$

Diese Wohlfahrtsfunktion ist steigend und konkav in  $R$  bzw. fallend und konkav in  $x$ . Die Maximierung dieser Wohlfahrtsfunktion bezüglich  $x$  führt zu einem optimalen Level der Luftverschmutzung unter der Annahme, dass die Luftqualitätsexternalität komplett

internalisiert ist. Die Bedingung erster Ordnung dieses Problems ist

$$R_3(\cdot) = -\frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad (4.1.5)$$

wo  $\mu_1$  und  $\mu_2$  für den Grenznutzen des Konsumgutes und der Verschmutzung stehen, sowie  $R_3 \equiv \frac{\partial R}{\partial x}$ . Die Ableitung der Ertragsfunktion nach der Luftverschmutzung ist, laut der Bedingung erster Ordnung (4.1.5), das negative Verhältnis des Grenznutzens des Konsumgutes zum Grenznutzen der Verschmutzung. Im Folgenden stehen  $R_i$  und  $\mu_i$  für die partiellen Ableitungen bezüglich der  $i$ -ten Variable. Die Herleitung der Bedingung erster Ordnung ist dem Appendix B.1.1 zu entnehmen.

## 4.2 Bedingungen für das Auftreten einer EKC

Es werden in dieser Arbeit die Auswirkungen der Annahme von homothetischen Präferenzen und nicht-homothetischen Präferenzen diskutiert. Präferenzen drücken die Vorlieben und Wünsche von Konsumenten bezüglich ihrer Konsumgüter aus. Diese Präferenzen können auch in Form einer Nutzenfunktion dargestellt werden. Diese Präferenzen werden mit Hilfe von sogenannten Präferenzrelationen beschrieben. Homothetische Präferenzen bedeuten, dass bei steigendem Einkommen das Konsumverhältnis der Güter konstant bleibt. Lopez (1994) gibt zu bedenken, dass es durchaus möglich ist, dass mit steigender Verschmutzung und steigendem Einkommen, die Umwelt ein Luxusgut wird. Das heißt wenn die Nachfrage danach im Verhältnis zum Einkommen rascher ansteigt. Deswegen scheint die Annahme homothetischer Präferenzen nicht sinnvoll und wird im Folgenden nicht angenommen.

Nun soll betrachtet werden unter welchen Bedingungen ein EKC Muster der Produktionsfunktion  $f$  in Zusammenhang mit dem ökologischen Faktor  $x$  auftritt. Durch totales Differenzieren von Gleichung (4.1.5) nach  $x$  und  $f$  gelangt man zu

$$(R_{33}\mu_1 + R_3^2\mu_{11} + R_3\mu_{12})dx + (R_{32}\mu_1 + R_2R_3\mu_{11} + R_2\mu_{21})df = 0. \quad (4.2.1)$$

Beim totalen Differenzieren wird die Gleichung (B.1.1) nach  $x$  und  $f$  abgeleitet und dann in jene Terme aufgeteilt die zu  $dx$  und  $df$  gehören. Wird nun die Gleichung (4.2.1) nach

$dx/df$  umgeformt, gelangt man zu:

$$-\frac{(R_{32}\mu_1 + R_2R_3\mu_{11} + R_2\mu_{21})}{(R_{33}\mu_1 + R_3^2\mu_{11} + R_3\mu_{12})} = \frac{dx}{df}. \quad (4.2.2)$$

Aus der Bedingung zweiter Ordnung der Maximierung von (4.1.4) folgt, dass der Nenner in Gleichung (4.2.2) negativ ist. Das heißt, dass der Effekt der Produktion  $f$  auf die Verschmutzung  $x$  davon abhängt, ob  $(R_{32}\mu_1 + R_2R_3\mu_{11} + R_2\mu_{21})$  positiv (negativ) ist. Dementsprechend wird die Verschmutzung in  $f$  steigen (fallen). Da angenommen wird, dass es eine Trennbarkeit der Präferenzen zwischen  $x$  und  $R$  gibt, gilt  $\mu_{21} = 0$ . Damit gelangt man zu der Bedingung für einen Anstieg der Verschmutzung in der Produktion:

$$\frac{R_{32}}{R_2}\mu_1 + R_3\mu_{11} > 0. \quad (4.2.3)$$

Durch Umformung dieser Bedingung, siehe Appendix B.1.2, erhält man

$$f\frac{R_{32}}{R_2} > -\frac{\mu_{11}}{\mu_1}R\frac{R_3f}{R}. \quad (4.2.4)$$

Der relative Anstiegskoeffizienten wird als  $-\frac{R\mu_{11}}{\mu_1} = a$  definiert, dieser ist der Koeffizient der relativen Risikoaversion im Zusammenhang mit Ungewissheit. Dieser Koeffizient wird auch Frisch Koeffizient genannt. Es wird außerdem der Anteil  $\frac{R_3f}{R} = s_f$  aller nicht-ökologischen Faktoren im nationalen Einkommen definiert. Daraus ergibt sich

$$\frac{dx}{df} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad \text{wenn} \quad f\frac{R_{32}}{R_2} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{1}{s_f} a. \quad (4.2.5)$$

Die zweite Ungleichung entsteht, wenn in Gleichung (4.2.4) der Term  $\frac{R_3f}{R}$  von der rechten auf die linke Seite gebracht wird. Es wird  $a = a(f)$  definiert, das bedeutet, dass dieser Koeffizient eine Funktion von  $f$  ist, sobald der optimale Wert von  $x$  verwendet wird. Um die Schlussfolgerungen aus der Bedingung (4.2.5) besser zu verstehen, gibt Lopez (1994) folgende CES Funktion für die Ertragsfunktion  $R$  an:

$$R = A(\rho, \tau)[\gamma_2 f^\rho + \gamma_3 x^\rho]^{1/\rho}. \quad (4.2.6)$$

$A(\cdot)$  ist darin eine linear homogene Funktion von  $\rho$  und steigend in  $\tau$ , des Weiteren sind  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  und  $\rho$  Koeffizienten. Aus der Bedingung (4.2.5) ergibt sich für diese Spezifikation, dass

$$\frac{dx}{df} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad \text{wenn} \quad 1 - \rho \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} a(f). \quad (4.2.7)$$

Die linke Seite in der zweiten Ungleichung kann in Verbindung mit der Substitutionselastizität  $\sigma$  zwischen der Verschmutzung und nicht-verschmutzenden Inputs gebracht werden. Die Berechnung dieser Spezifikation ist dem Appendix B.1.3 zu entnehmen. Für diese CES Spezifizierung ist klar, dass  $\rho = (\sigma - 1)/\sigma$  und damit verändert sich die Bedingung (4.2.7) in

$$\frac{dx}{df} \begin{cases} > \\ < \end{cases} 0 \quad \text{wenn} \quad \frac{1}{\sigma} \begin{cases} > \\ < \end{cases} a(f). \quad (4.2.8)$$

Dies passiert, wenn man  $(\sigma - 1)/\sigma$  statt  $\rho$  einsetzt. Der Effekt von Expansion auf die Verschmutzung ist von der Substitutionselastizität  $\sigma$  zwischen der Verschmutzung und nicht-verschmutzenden Inputs abhängig. Je kleiner die technischen Substitutionsmöglichkeiten zwischen verschmutzenden und nicht-verschmutzenden Inputs sind und je kleiner der Grad der relativen Risikoaversion ist, umso eher steigt die Verschmutzung mit dem Wachstum an. Das heißt, wenn es immer weniger Möglichkeiten gibt, auf weniger verschmutzende Inputs umzusteigen, wird mit steigendem Wirtschaftswachstum die Umweltverschmutzung ansteigen. Das bedeutet, dass wenn diese Substitutionselastizität immer Null wäre, würde die Verschmutzung immer weiter ansteigen.

Eine höhere Substitutionselastizität in der Produktion zwischen konventionellen Inputs und der Verschmutzung führt dazu, dass es für Firmen billiger ist, die Verschmutzung zu reduzieren, wenn sie diese durch konventionellere Inputs ersetzt. Das heißt, dass nur ein kleiner Preisanstieg der Verschmutzung ausreichend ist um die Firmen anzuregen, die Verschmutzung in einem großen Ausmaß zu reduzieren. Je geringer die Substitutionselastizität  $\sigma$  ist, umso größer müsste der Preisanstieg sein um die selben Auswirkungen zu erreichen.

Der Einfluss von  $f$  auf  $a(f)$  ist besonders wichtig wenn es darum geht, wie das Wirtschaftswachstum die Verschmutzung beeinflusst.

In Abbildung 4.1 wird auf der x-Achse die Produktion  $f$  angegeben und auf der y-Achse der Koeffizient der relativen Risikoaversion  $a$ . Der eingezeichnete Graph  $a(f)$  zeigt die Beziehung zwischen  $a$  und  $f$ . Außerdem ist auf der y-Achse  $1/\sigma$  eingezeichnet. Im Bereich über der  $1/\sigma$ -Linie gilt  $a > 1/\sigma$ , das heißt die Verschmutzung  $x$  fällt in  $f$ . In dem Gebiet unter der  $1/\sigma$ -Linie gilt  $a < 1/\sigma$ , dies bedeutet wiederum, dass  $x$  in  $f$  ansteigt. Der Punkt  $f^*$  bezeichnet die Stelle, wo  $1/\sigma = a$  gilt. Hier ist  $x$  nicht von  $f$  beeinflusst, das heißt,  $dx/df = 0$ .

Anhand des unteren Graphen in der Abbildung 4.1 kann die Beziehung zwischen  $x$  und  $f$  genauer betrachtet werden. Man kann erkennen, dass bei steigender Produktion  $f$  auch der ökologische Faktor  $x$  bis zu dem Punkt  $f^*$  ansteigt. Ab diesem beginnt  $x$  mit weiter steigendem  $f$  wieder zu sinken. Die typische Form der EKC ist hier somit erkennbar.

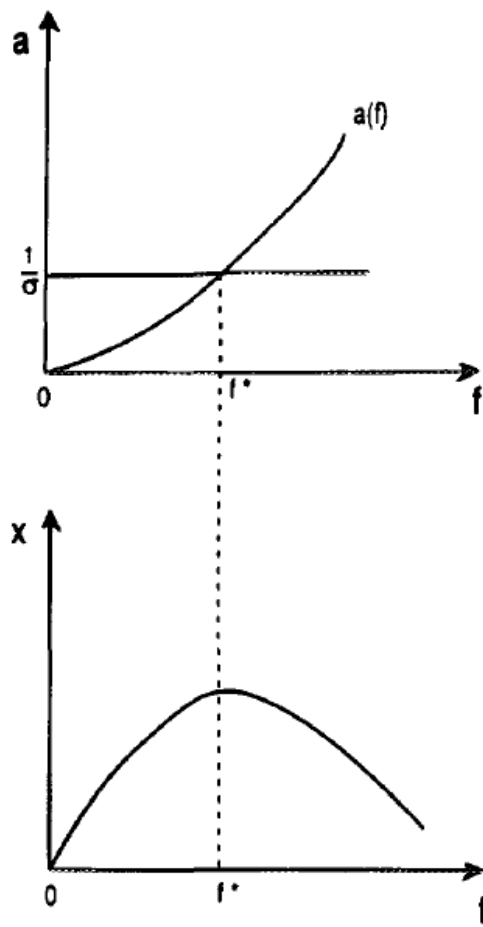


Abbildung 4.1: Zusammenhang von  $a$  und  $f$ , sowie von  $x$  und  $f$  (Quelle: Lopez (1994), S.172, Fig. 1)

# Kapitel 5

## Dynamische Modelle

In diesem Kapitel werden zwei dynamische Modelle vorgestellt. Das erste Modell beschäftigt sich mit der Aufteilung von Ressourcen, darin wird das Einkommen auf den Konsum und die Bekämpfungsmaßnahmen gegen Umweltverschmutzung aufgeteilt. Das zweite Modell legt seine Aufmerksamkeit auf die Auswirkungen durch die Einführung von Steuern in einer Wirtschaft. Durch ein Optimierungsproblem des sozialen Planers können daraufhin die optimalen Steuern unter der Maximierung von Konsum und Bekämpfungsmaßnahmen dargestellt werden.

### 5.1 Modell mit optimaler Ressourcenaufteilung

Im ersten Modell von Selden and Song (1995) wird von einem Problem der Einkommensallokation zwischen Konsum und Bekämpfungsmaßnahmen gegen Umweltverschmutzung in kontinuierlicher Zeit ausgegangen. Sie nehmen dafür als Ausgangspunkt das Wachstumsmodell von Forster (1973). In diesem Modell ist der Nutzen des repräsentativen Agenten additiv trennbar bezüglich dem Konsum  $C$  und der Verschmutzung  $P$ . Er steigt an im Konsum  $C$  mit einer fallenden Rate bzw. fällt in der Verschmutzung  $P$  mit einer ansteigenden negativen Rate. Daher kann die Nutzenfunktion als  $U_1(C) + U_2(P)$  dargestellt werden. Die Verschmutzung ist wiederum additiv trennbar bezüglich des Kapitalstocks  $K$  und der Kosten der Bekämpfungsmaßnahmen  $E$  und kann als  $P(E, K)$  dargestellt werden. Für diese Funktion gilt  $\partial P / \partial K > 0$ ,  $\partial P / \partial E < 0$ ,  $\partial^2 P / \partial K^2 \geq 0$  und  $\partial^2 P / \partial E^2 > 0$ .  $\dot{K}$  soll die folgende Differentialgleichung, wo  $\dot{K}$  für die Ableitung nach der



Zeit  $\frac{dK}{dt}$  steht, erfüllen:

$$\dot{K} = \phi(K) - \delta K - C - E, \quad E \geq 0. \quad (5.1.1)$$

In dieser Gleichung ist  $\phi$  eine Produktionsfunktion,  $\phi(K)$  ist konkav und steigend in  $K$ ,  $C$  ist das Ausmaß des Konsums und  $\delta$  ist die Abschreibungsrate. Das soziale Planer Problem wählt die Trajektorien für  $K$ ,  $C$ ,  $E$  und implizit  $P$  so, dass

$$\int_0^{\infty} \exp(-\rho t) U(C, P(K, E)) dt \quad (5.1.2)$$

maximiert wird unter der Nebenbedingung (5.1.1).  $\rho$  bezeichnet dabei die Diskontrate. Es wird angenommen, dass das Integral existiert. Im optimalen Pfad müssen die folgenden Beziehungen gleichzeitig gelten. Die Berechnungen dieser Gleichungen werden in Appendix C.1.1 durchgeführt.

$$U'_1(C) = \psi \quad (5.1.3)$$

$$U'_2(P) \frac{\partial P}{\partial E} + q_2 = \psi \quad (5.1.4)$$

$$\dot{\psi} = \left( \rho + \delta - \frac{\partial P / \partial K}{\partial P / \partial E} - \phi'(K) \right) \psi \quad (5.1.5)$$

Darin kann  $\psi$  als Schattenpreis des Kapitals interpretiert werden und  $q_2 (\geq 0)$  ist Null, wenn die Bekämpfungsmaßnahmen  $E > 0$  sind. Bei inneren Lösungen werden der Grenzgewinn des Konsums und der Grenzgewinn der Bekämpfungsmaßnahmen gleich  $\psi$  gesetzt. Die Veränderungsrate von  $\psi$  aus Gleichung (5.1.5) beinhaltet folgende Komponenten

- die Zeitpräferenzrate  $\rho$ ,
- die Abschreibungsrate  $\delta$ ,
- den Quotient der Ableitung der Verschmutzung bezüglich des Kapitals  $\partial P / \partial K$  und der Ableitung der Verschmutzung nach den Bekämpfungsmaßnahmen  $\partial P / \partial E$
- und die Grenzproduktivität des Kapitals  $\phi'(K)$ .

Durch das Gleichsetzen der Gleichungen (5.1.3) und (5.1.4) gelangt man zu der Bedingung

$$U_1'(C) - U_2'(P(K, E)) \frac{\partial P(K, E)}{\partial E} - q_2 = 0. \quad (5.1.6)$$

Im Folgenden sind  $\dot{P}$ ,  $\dot{C}$ ,  $\dot{K}$  und  $\dot{E}$  die Ableitungen nach der Zeit  $\frac{dP}{dt}$ ,  $\frac{dC}{dt}$ ,  $\frac{dK}{dt}$  und  $\frac{dE}{dt}$ . Es wird außerdem von Selden and Song (1995)  $E(C, K)$  als das Level von  $E$  definiert, welches die Gleichung (5.1.6) bei gegebenen  $C$  und  $K$  löst. Wenn  $\dot{C} = \dot{K} = 0$  angenommen wird, gelangt man zu den Steady State Lösungen, die als  $K^\infty$ ,  $C^\infty$ ,  $E^\infty$  und  $P^\infty$  angeschrieben werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass am Beginn der Entwicklung der Konsum und die Verschmutzung eher gering sind. Die Autoren erläutern die Möglichkeit einer initialen Randlösung bei  $E = 0$ , wo  $E$  erst dann zu steigen beginnt, wenn genug Konsum und Verschmutzung entstanden sind, die es notwendig machen in Bekämpfungsmaßnahmen  $E$  zu investieren. Das bedeutet, dass so lange  $U_1' > U_2'(\frac{\partial P}{\partial E})$  bei  $(C, K, E) = 0$  gilt, eine nicht leere Menge an Punkten im  $(K, C)$ -Raum existiert, sodass die Bekämpfungsmaßnahmen  $E(K, C) = 0$ . Der Locus an Punkten an der Grenze dieser Menge kann implizit als Kombinationen von  $K$  und  $C$  definiert werden, die die Gleichung

$$U_1'(C) - U_2'(P(K, 0)) \frac{\partial P(K, 0)}{\partial E} = 0 \quad (5.1.7)$$

lösen. Das heißt mit dieser Kombination von Kapital und Konsum, die diese Gleichung erfüllt, ist es nicht notwendig in Bekämpfungsmaßnahmen zu investieren. Um weitere Aussagen treffen zu können, wird diese Gleichung (5.1.7) nach  $C$  und  $K$  differenziert und umgeformt. Daraus ergibt sich folgende Ungleichung

$$\frac{dC}{dK} = \frac{[U_2''(\frac{\partial P}{\partial E})(\frac{\partial P}{\partial K})]}{U_1''} < 0. \quad (5.1.8)$$

Die Abbildung 5.1 wird gegeben, um die Erläuterungen besser darzustellen. Darin wird ein Phasendiagramm gezeigt, in welchem auf der x-Achse das Kapital  $K$  eingezeichnet ist und auf der y-Achse der Konsum  $C$ . Es wurden außerdem die Funktionen  $\dot{C} = 0$  und  $\dot{K} = 0$  in diesem  $(K, C)$ -Raum abgebildet. In ihrem Schnittpunkt befinden sich der Steady State des Kapitals  $K^\infty$  und des Konsums  $C^\infty$ .

Selden and Song (1995) definieren einen Kapitalstock  $\tilde{K}$ . Dieser Kapitalstock soll die Grenze der Null-Bekämpfung beschreiben, worin der Ast des Sattelpunktgleichgewichtes geschnitten wird. Dieser wird in der Abbildung durch eine strichlierte Kurve gekennzeichnet. Das heißt bis zu diesem Kapitalstock  $\tilde{K}$  sind keine Bekämpfungsmaßnahmen

vorhanden. Aus der Gleichung (5.1.8) kann also geschlossen werden, dass der Bereich, wo keine Bekämpfungsmaßnahmen vorhanden sind, wo also  $E(C, K) = 0$  gilt, links unter der abwärts geneigten Kurve, welche durch  $\tilde{E}(C, K)$  gekennzeichnet ist, befindet.

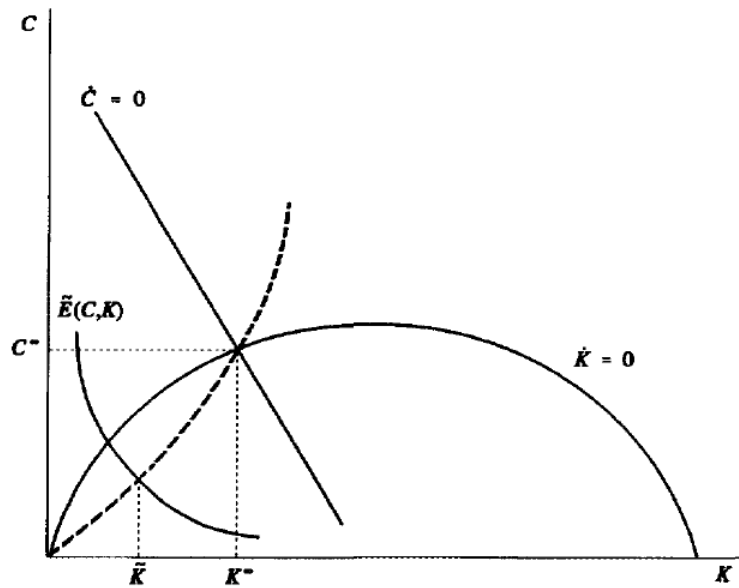


Abbildung 5.1: Phasendiagramm mit Null-Bekämpfung (Quelle: Selden and Song (1995), S.164, Fig. 1)

Solange für diesen Kapitalstock  $K_0 \leq \tilde{K} \leq K^\infty$  gilt, wobei  $K^\infty$  für den Steady State steht, ist  $E(t) = 0$ . Als  $K_0$  wird der Kapitalstock zu Beginn bezeichnet. Das heißt, solange der Kapitalstock zum Zeitpunkt  $t$  unter der Grenze des Kapitalstocks für Null-Bekämpfung liegt  $\tilde{K}$ ,  $K(t) \leq \tilde{K}$  gibt es keine Bekämpfungsmaßnahmen. Sobald aber  $\tilde{K} \leq K(t) \leq K^\infty$  gilt, führt die Zeitableitung von (5.1.6) zu

$$\dot{E} = \frac{[U_1'' \dot{C} - U_2'' (\frac{\partial P}{\partial E}) (\frac{\partial P}{\partial K}) \dot{K}]}{U_2'' (\frac{\partial P}{\partial E})^2 + U_2' (\frac{\partial^2 P}{\partial E^2})} > 0. \quad (5.1.9)$$

Diese Gleichung entsteht, wenn die Gleichung (5.1.6) nach der Zeit abgeleitet wird und  $q_2 = 0$  gilt. Das heißt, der erste Term, der nur von  $C$  abhängig ist, kann nur danach abgeleitet werden. Der zweite Term wird mit Hilfe der Produktregel nach  $K$  und  $E$  abgeleitet. Danach wird  $\dot{E}$  herausgehoben und auf eine Seite gebracht.

Nach Forsters Ergebnissen sind  $\dot{C}, \dot{K} > 0$  für  $K(t) < K^\infty$ , daher ist auch in Gleichung (5.1.9)  $\dot{E} > 0$ . Bei genauerer Betrachtung dieser Gleichung ist zu erkennen, dass die Dauer der Null-Bekämpfungsphase für eine gegebene Verschmutzung  $P$  durch mehrere Faktoren beeinflusst wird.

Die Grenzeffizienz der Bekämpfung  $(\partial P/\partial E)$  und der Wachstumseffekt auf die Verschmutzung  $((\partial P/\partial K)\dot{K})$  spielen eine große Rolle in der Entwicklung der Bekämpfungsmaßnahmen.

Um den Fokus mehr auf die Dynamiken der Verschmutzung zu legen, wird die Zeitableitung von  $P(t)$  betrachtet, diese ergibt

$$\dot{P} = \frac{\partial P}{\partial K}\dot{K} + \frac{\partial P}{\partial E}\dot{E}. \quad (5.1.10)$$

Wenn nun  $K_0 \leq \tilde{K} \leq K^\infty$  gilt, sodass  $\dot{E} = 0$ , steigt die Verschmutzung unbekämpft am Anfang, sodass  $\dot{P} = \frac{\partial P}{\partial K}\dot{K} > 0$  ist. Im Gegenteil dazu wird bei  $\tilde{K} \leq K(t) \leq K^\infty$  aus Gleichung (5.1.10)

$$\dot{P} = \frac{[(\frac{\partial P}{\partial E})U_1''\dot{C} + U_2'(\frac{\partial^2 P}{\partial E^2})(\frac{\partial P}{\partial K})\dot{K}]}{U_2''(\frac{\partial P}{\partial E})^2 + U_2'(\frac{\partial^2 P}{\partial E^2})}. \quad (5.1.11)$$

Dieser Ausdruck entsteht, wenn für  $\dot{E}$  die Gleichung (5.1.9) in die Gleichung (5.1.10) eingesetzt wird. Der Nenner darin ist eindeutig negativ, die zwei Terme im Zähler haben unterschiedliche Vorzeichen. Solange aber der erste Term, der positiv ist, den zweiten Term, der wiederum negativ ist, dominiert, ergibt sich  $\dot{P} < 0$ . Dies führt zur Möglichkeit, dass in diesem Modell eine invertierte U-Kurve für die Verschmutzung auftritt. Es kann beobachtet werden, dass  $\dot{P}$  und  $\dot{E}$  von den selben Faktoren beeinflusst werden.

Es wird zum Beispiel betrachtet, was es bedeutet, wenn  $\partial P/\partial E = 0$  auftritt. Dabei ändert sich die Veränderungsrate aus Gleichung (5.1.11) zu

$$\dot{P} = (\partial P/\partial K)\dot{K}.$$

Es gibt dabei keine Bekämpfungsmaßnahmen  $\dot{E} = 0$ . Die Veränderungsrate der Verschmutzung ist dann vom Wachstumseffekt des Kapitals auf die Verschmutzung abhängig. Die Geschwindigkeit des Wachstums von  $K$  spielt auch eine wichtige Rolle.

Die untere Grafik in Abbildung 5.2 stellt eine invertierte U-Kurve dar, darin wurde die Verschmutzung  $P(t)$  gegen die Produktion  $\phi(K)$  gezeichnet. Wie zuvor erläutert, beginnt die Verschmutzung zu sinken, sobald  $K(t)$  den Wert  $\tilde{K}$  überschritten hat. In der oberen Grafik in Abbildung 5.2 wurde  $E(t)$  gegen  $\phi(K)$  dargestellt, wobei eine J-Kurve der Bekämpfungsmaßnahmen erkennbar ist. Wie oben erklärt, tritt diese auf, sobald  $K(t) > \tilde{K}$  ist. Das heißt eine EKC der Verschmutzung in Zusammenhang mit ansteigendem Kapital kann beobachtet werden.

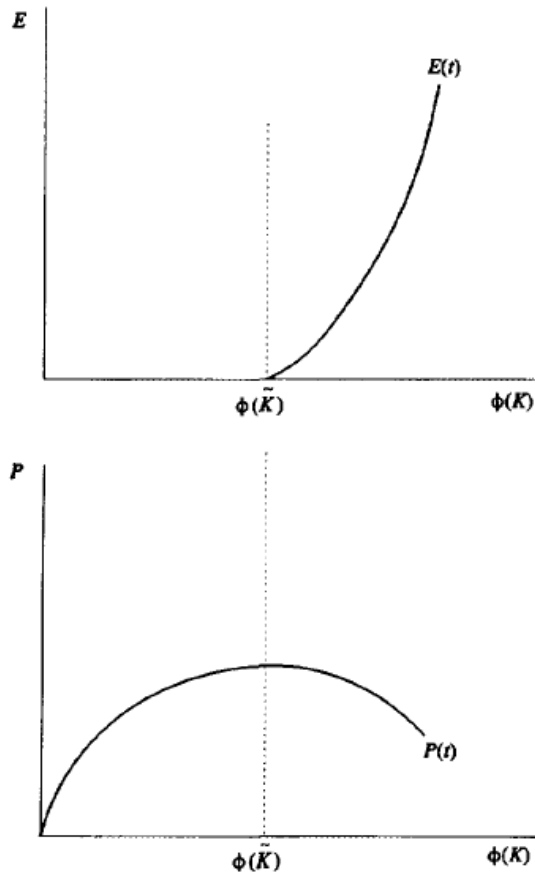


Abbildung 5.2: Optimale Bekämpfungsmaßnahmen und Verschmutzungs-Trajektorien  
 (Quelle: Selden and Song (1995), S.166, Fig. 2)

## 5.2 Modell mit Steuern

Als zweites dynamisches Modell wird jenes von Egli and Steger (2007) diskutiert, dieses betrachtet die Einführung von Steuern. Dabei handelt es sich um eine Erweiterung des zuvor genannten Modells von Andreoni and Levinson (2001) aus dem Unterkapitel (3.1). Es wird darin nun die beste Investmentpolitik in Bezug auf Steuern erforscht.

### 5.2.1 Dezentrales Modell

In dem Modell wird davon ausgegangen, dass es eine Anzahl von identen Haushalten gibt, angeordnet im Intervall  $[0, 1]$ . Es wird die Verschmutzung  $P_i$  für den  $i$ -ten Haushalt, die eine Funktion von Konsum  $C_i$  und Bekämpfungsaufwand  $E_i$  ist, angenommen. Die Verschmutzung ist die Differenz zwischen der Bruttoverschmutzung  $G(C_i, \bar{C})$  und den Bekämpfungsmaßnahmen  $B(C_i, E_i, \bar{E})$ . In diesen Funktionen stehen  $\bar{C}$  und  $\bar{E}$  für die wirtschaftsweiten Durchschnittswerte. Daraus ergibt sich für die Verschmutzung  $P_i$  folgende Funktion:

$$P_i(C_i, \bar{C}, E_i, \bar{E}) = G(C_i, \bar{C}) - \min \{B(C_i, E_i, \bar{E}), G(C_i, \bar{C})\} \quad (5.2.1)$$

Diese Gleichung beschreibt die Verschmutzung des  $i$ -ten Haushaltes, die sich aus der Differenz der Bruttoverschmutzung  $G$  und dem Minimum der Bekämpfungsmaßnahmen  $B$ , sowie der Bruttoverschmutzung  $G$  ergibt. Die Bruttoverschmutzung ist darin vom Konsum des  $i$ -ten Haushaltes und vom durchschnittlichen Konsum abhängig. Diese Gleichung beschreibt, dass Verschmutzung durch Konsum erzeugt wird. Durch diese Gleichung kann die Verschmutzung nicht negativ werden.

Die externen Effekte sind dabei  $\bar{C}$  und  $\bar{E}$  zugeordnet. Es gibt zwei Arten von Externalitäten. Einerseits den verschmutzenden Konsum, dieser wird nur teilweise vom repräsentativen Haushalt in Betracht gezogen, daher handelt es sich hierbei um einen negativen Effekt. Die zweite Art ist die ökologische Bemühung zur Verminderung von Verschmutzung, diese beeinflusst die gesamte Gesellschaft und wird daher als positive Externalität betrachtet. Als  $r$  wird der Mietpreis für das Kapital  $K$  angenommen, welches der repräsentative Haushalt besitzt. Die Steuern auf Konsum und Umwelt werden mit  $\tau_C$  und  $\tau_E$  bezeichnet. Die Brutto-Ausgaben werden daher durch  $(1 + \tau_C)C_i + (1 + \tau_E)E_i$  beschrieben. Die Steuererträge  $T$  werden in einer Pauschale wieder verteilt, dies geschieht

entsprechend der Regel für ein ausgeglichenes Budget  $T = \tau_C C + \tau_E E$ . Jeder Haushalt versucht in diesem Modell seinen Nutzen  $U$  zu maximieren. Das dynamische Problem wird durch

$$\begin{aligned} & \max_{[C_i, \bar{E}_i]} \int_0^\infty e^{-\rho t} U(C_i, P_i) dt \\ \text{s.t.} = & \begin{cases} P_i(C_i, \bar{C}, E_i, \bar{E}) = G(C_i, \bar{C}) - \min \{B(C_i, E_i, \bar{E}), G(C_i, \bar{C})\}, \\ \dot{K} = rK - (1 + \tau_C)C_i - (1 + \tau_E)E_i + T, \\ K(0) = K_0 \end{cases} \end{aligned}$$

beschrieben, darin steht  $\rho$  für die Zeitpräferenzrate und  $t$  für den Zeitindex.  $\dot{K}$  ist die Ableitung von  $K$  nach der Zeit  $\frac{dK}{dt}$  und steht für die Veränderungsrate des Kapitals, mit einem Anfangsbestand  $K_0$ . Die Hamiltonfunktion für dieses Problem lautet:

$$H = U[C_i, P_i(C_i, \bar{C}, E_i, \bar{E})] + \lambda[rK - (1 + \tau_C)C_i - (1 + \tau_E)E_i + T].$$

Mit  $\lambda$  als Schattenpreis von  $K$ . Die Bedingungen erster Ordnung sind gegeben durch:

$$\frac{\partial H}{\partial C_i} = (U_C + U_P P_C) - \lambda(1 + \tau_C) \Rightarrow \frac{U_C + U_P P_C}{1 + \tau_C} = \lambda, \quad (5.2.2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial E_i} = (U_P P_E) - \lambda(1 + \tau_E) \Rightarrow \frac{U_P P_E}{1 + \tau_E} = \lambda, \quad (5.2.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = \lambda r = \rho \lambda - \dot{\lambda} \Rightarrow \dot{\lambda} = -\lambda(r - \rho), \quad (5.2.4)$$

wo  $U_x$  und  $P_x$  die partiellen Ableitungen von  $U$  und  $P$  bezüglich  $x \in \{C, E\}$  bezeichnen. Aus Gründen der leichteren Interpretation nehmen Egli and Steger (2007) an, dass  $\tau_C = \tau_E = 0$ . Aus Gleichung (5.2.2) erkennt man dann, dass entlang des optimalen Wachstumspfads der Grenznutzen des Konsums gleich  $\lambda$  sein muss. Ähnlich sieht man durch Gleichung (5.2.3), dass der Grenznutzen des ökologischen Aufwands auch gleich  $\lambda$  sein muss. Die dritte Gleichung (5.2.4) der Bedingungen erster Ordnung zeigt, dass  $\lambda$  verschwindet, sobald  $r - \rho > 0$  wird.

## 5.2.2 Sozialer Planer

In einem zentralen Modell des sozialen Planers entscheidet der soziale Planer die beste Steuerpolitik, um den totalen Nutzen zu maximieren. Dabei werden außerdem die externen Effekte berücksichtigt. Da die Haushalte als identisch betrachtet werden, hat das

Optimierungsproblem des sozialen Planers die Form

$$\max_{\{C, \bar{C}, E, \bar{E}\}} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C, P) dt$$

$$\text{s.t.} = \begin{cases} P(C, \bar{C}, E, \bar{E}) = G(C, \bar{C}) - \min \{B(C, E, \bar{E}), G(C, \bar{C})\}, \\ \dot{K} = F(K) - \delta K - C - E, \\ K(0) = K_0. \end{cases}$$

Die Outputfunktion wird darin als  $F(K)$  geschrieben. Die Hamiltonfunktion des sozialen Planers hat die Form:

$$H = U[C, P(C, \bar{C}, E, \bar{E})] + \lambda[F(K) - \delta K - C - E].$$

Die Bedingungen erster Ordnung für dieses Optimierungsproblem sind durch folgende Gleichungen gegeben:

$$\frac{\partial H}{\partial C} = (U_C + U_P(P_C + P_{\bar{C}}) - \lambda = 0 \Rightarrow (U_C + U_P(P_C + P_{\bar{C}}) = \lambda, \quad (5.2.5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial E} = (U_P(P_E + P_{\bar{E}}) - \lambda = 0 \Rightarrow (U_P(P_E + P_{\bar{E}}) = \lambda, \quad (5.2.6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = \lambda(F_K - \delta) = \rho\lambda - \dot{\lambda} \Rightarrow \dot{\lambda} = -\lambda(F_K - \rho - \delta). \quad (5.2.7)$$

Beim Vergleich dieser Bedingungen erster Ordnung mit denen des Optimierungsproblems unter Annahme eines repräsentativen Haushaltes fällt auf, dass im sozialen Planer die externen Effekte verbunden mit  $\bar{C}$  und  $\bar{E}$  auch berücksichtigt werden. Durch Gleichsetzung und Umformung der Gleichungen (5.2.2) und (5.2.5), sowie (5.2.3) und (5.2.6) gelangt man zu den optimalen Steuern:

$$\tau_C^* = -\frac{U_P P_{\bar{C}}}{U_C + U_P(P_C + P_{\bar{C}})} > 0 \quad (5.2.8)$$

$$\tau_E^* = -\frac{P_{\bar{E}}}{P_E + P_{\bar{E}}} < 0. \quad (5.2.9)$$

Aus Gleichung (5.2.8) sieht man, dass die optimale Konsumsteuer  $\tau_C^*$  der Quotient des externen Grenzkonsumeffekts auf den Nutzen  $U_P P_{\bar{C}} > 0$  und des gesamten Konsumeffekts auf den Nutzen  $U_C + U_P(P_C + P_{\bar{C}}) > 0$  ist. Gleichermaßen ist aus Gleichung (5.2.9) erkennbar ist, dass die optimale Umweltsteuer  $\tau_E^*$  wiederum der Quotient des externen Grenzeffekts des ökologischen Aufwands auf die Umwelt  $P_{\bar{E}} < 0$  und des gesamten



Grenzeffekts des ökologischen Aufwands auf die Umwelt  $P_E + P_{\bar{E}} < 0$  ist. Übernimmt man diese Ergebnisse nun auf die Entscheidungen des repräsentativen Haushalts, sieht man, dass bei einem konstanten  $\lambda$  in Gleichung (5.2.2) die linke Seite kleiner wird. Dies erfordert, dass der Grenznutzen des Konsums steigt, was wiederum eine Reduktion von  $C$  ergibt.

Um die Ergebnisse in diesem Modell besser darzustellen, geben Egli and Steger (2007) eine parametrisierte Version ihres Modells als Beispiel an. Dabei verwenden sie für die momentane Nutzenfunktion  $U(C, P)$ , die Bruttoverschmutzung  $G(C, \bar{C})$  und die Bekämpfungsmaßnahmen  $B(C, E, \bar{E})$  folgende Funktionen:

$$U(C, P) = \log(C - zP), \quad z > 0, C \geq zP, \quad (5.2.10)$$

$$G(C, \bar{C}) = C^{1-\omega} \bar{C}^\omega, \quad 0 < \omega < 1, \quad (5.2.11)$$

$$B(C, E, \bar{E}) = C^\alpha E^\beta \bar{E}^\eta, \quad 0 < \alpha, \beta, \eta < 1. \quad (5.2.12)$$

$z$  steht darin für den Wunsch nach einer sauberen Umwelt. Ein geringer Wert von  $z$  bedeutet, dass eine gegebene Menge von Verschmutzung weniger negativen Nutzen ergibt und die Individuen daher mehr konsumieren und weniger in die Bekämpfungsmaßnahmen  $E$  investieren. Nachdem  $C = \bar{C}$  und  $E = \bar{E}$  angenommen werden, ergibt sich daraus für die Verschmutzung  $P = C - C^\alpha E^{\beta+\eta}$ . Dafür müssen in Gleichung (5.2.1) die Funktionen (5.2.11) und (5.2.12) eingesetzt werden. Unter der Annahme, dass  $z = 1$  und durch das Einsetzen der Funktion (5.2.12) in die Nutzenfunktion, ergibt sich für die Nutzenfunktion  $U[C, P(C, E)] = \log(C^\alpha E^{\beta+\eta})$ . Diese Formulierung hat den großen Vorteil, dass  $C$  und  $E$  im Nutzen additiv trennbar auftreten, was eine analytische Lösung des sozialen Planer Problems erlaubt. Das Augenmerk soll auf der Lösung mit  $z = 1$  liegen. Da es sich um ein erweitertes AK-Modell handelt, gilt:

$$K = K_0 \exp((A - \delta - \rho)t), \quad (5.2.13)$$

$$\lambda = \frac{\alpha + \beta + \eta}{K_0 \rho} \exp(-(A - \delta - \rho)t). \quad (5.2.14)$$

Aus den Gleichungen (5.2.5), (5.2.6), (5.2.10)-(5.2.12) und (5.2.14) ergibt sich im Appendix C.2.1 folgender Verschmutzungspfad über die Zeit:

$$P(t) = \frac{K_0 e^{(A-\delta-\rho)t} \alpha \rho}{\alpha + \beta + \eta} - \left( \frac{K_0 e^{(A-\delta-\rho)t} \alpha \rho}{\alpha + \beta + \eta} \right)^\alpha \left( \frac{K_0 e^{(A-\delta-\rho)t} (\beta + \eta) \rho}{\alpha + \beta + \eta} \right)^{\beta+\eta}. \quad (5.2.15)$$

Die Verschmutzungs-Einkommens Beziehung kann außerdem als

$$P(Y) = cY - (cY)^\alpha (hY)^{\beta+\eta} \quad (5.2.16)$$

geschrieben werden. Darin steht  $c = \frac{C}{Y}$  für die Konsumrate und  $h = \frac{E}{Y}$  für die Rate des ökologischen Aufwands.

Um diese Ergebnisse besser zu veranschaulichen, wurden diese auch grafisch dargestellt. Für die Wahl der Werte der Abschreibungsrate  $\delta$  und der Zeitpräferenzrate  $\rho$  halten sich Egli and Steger (2007) an andere Autoren, die sich mit diesem Thema beschäftigt haben. Daher wird  $\delta = 0.06$  und  $\rho = 0.04$  gewählt. Mit diesen Werten wird  $A$  so gewählt, dass die netto Zinsrate  $(A - \delta)$  6% ergibt und die Wachstumsrate des pro Kopf Einkommens  $(A - \delta - \rho)$  2% hat. Dadurch gilt  $A = 0.12$ . Die Autoren gehen außerdem von steigenden Skalenerträgen aus, das heißt  $\alpha + \beta + \eta > 1$ . Diese Annahme übernehmen sie von Andreoni and Levinson (2001), deren Modell in (3.1.2) erläutert wurde. Diese Bedingung ist besonders wichtig für das Auftreten der EKC. Diese drei Parameter stehen im Zusammenhang mit der Bekämpfungstechnologie und ihnen werden die Werte  $\alpha = 0.6$ ,  $\beta = 0.45$  und  $\eta = 0.05$  zugewiesen. Mit dieser Parametrisierung ergeben sich die folgenden Grafiken für  $P(Y)$  und  $P(t)$ .

In der Abbildung 5.3 ist auf der x-Achse das Einkommen  $Y$  eingezeichnet und auf der y-Achse die Beziehung zwischen Verschmutzung und Einkommen  $P(Y)$ . Man sieht, dass die Verschmutzung zu Beginn mit dem Einkommen ansteigt, nach einer gewissen Zeit aber zu sinken beginnt und letztendlich Null wird. Es ist also die Form der EKC zu erkennen. Obwohl die Verschmutzung nicht mit einer konstanten Rate steigt, zeigt der Verschmutzungspfad ein gleichgewichtiges Wachstumsphänomen. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Verschmutzung von zwei endogenen Variablen  $C$  und  $E$  abhängig ist und diese wiederum mit einer konstanten Rate wachsen.

In Abbildung 5.4 ist auf der x-Achse die Zeit  $t$  aufgetragen und auf der y-Achse der Verschmutzungspfad  $P(t)$ . Als Anfangswert für das Kapital wurde für diese Abbildung  $K_0 = 5$  gewählt. Die Zeitspanne beträgt dabei fast 160 Jahre bis die Verschmutzung auf Null sinkt.

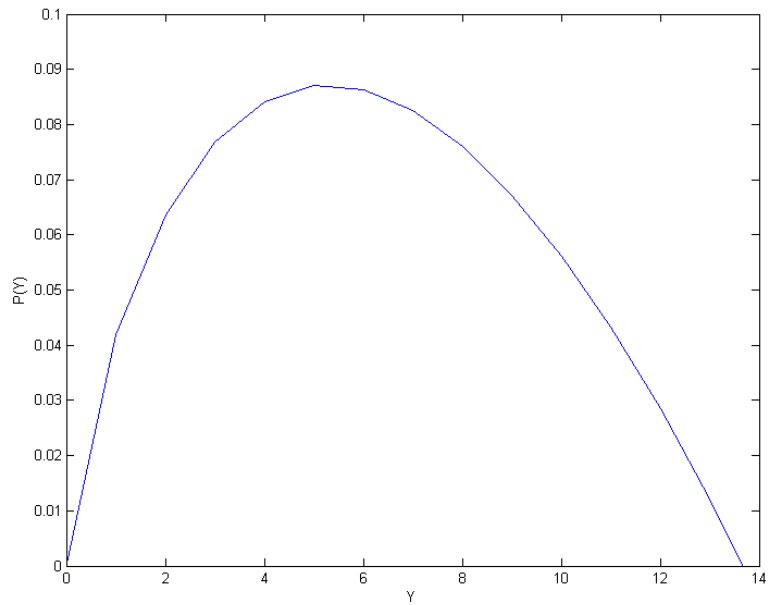


Abbildung 5.3:  $P(Y)$  mit steigenden Skalenerträgen im Bekämpfungsaufwand (Quelle: eigene Darstellung nach Egli and Steger (2007), S.24, Fig. 1)

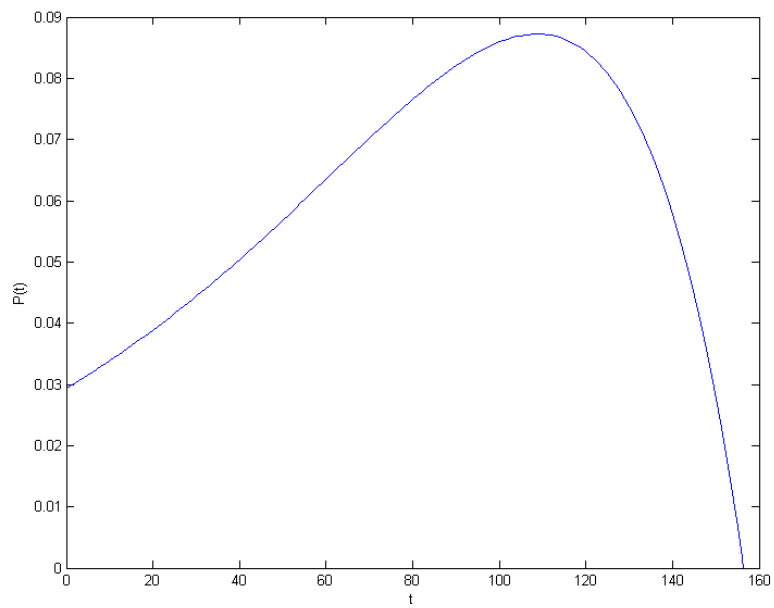


Abbildung 5.4:  $P(t)$  mit steigenden Skalenerträgen im Bekämpfungsaufwand (Quelle: eigene Darstellung nach Egli and Steger (2007), S.24, Fig. 1)

# Kapitel 6

## Neoklassisches Wachstumsmodell mit unbestimmten Gleichgewichten

Der Artikel von Fernández et al. (2012) erläutert die Möglichkeit, dass die Existenz einer EKC in einem neoklassischen Wachstumsmodell das Resultat einer lokalen Unbestimmtheit von Gleichgewichten ist. Lokale Unbestimmtheit bedeutet, dass mehrere Pfade zu einem gegebenen Steady State konvergieren. Dies heißt wiederum, dass die Anfangswahl der Agenten für eine bestimmte Kontrollvariable den Gleichgewichtspfad für die Wirtschaft, ohne Berücksichtigung der ökonomischen Grundlagen, des Anfangszustands und der implementierten Politik, bestimmt. Die Autoren betrachten diese lokale Unbestimmtheit aber nicht nur im theoretischen Sinn, sondern auch als eine empirische Möglichkeit. Dafür wird ein allgemeines Gleichgewichtsmodell formuliert, welches lokale Unbestimmtheit der Gleichgewichte aufweisen kann und worin die EKC entlang des Übergangs zum Steady State in dieser Wirtschaft auftritt.

Es wird ein neoklassisches Wachstumsmodell mit einer einzigen ökologischen Externalität in der Nutzenfunktion der Haushalte verwendet. Außerdem wird angenommen, dass die Firmen durch den Nutzen von Kapital die Umwelt verschmutzen, dadurch sind diese gezwungen eine ökologische Steuer an die Regierung zu zahlen. Die Einnahmen aus diesen Steuern, gemeinsam mit jenen aus den Einkommenssteuern, werden verwendet um Pauschalbeträge an die Haushalte zu zahlen und um Bekämpfungsmaßnahmen gegen die Umweltverschmutzung zu finanzieren. Fernández et al. (2012) beziehen sich bei diesen Bekämpfungsmaßnahmen auf das Kyoto Protokoll, wo eine Liste von Rahmenbedingungen zur Verminderung von Umweltverschmutzung erstellt wurde. Darin stehen zum Beispiel Messwerte welche es zu erreichen gibt oder bestimmte Politiken, die eine Ver-

schmutzung zukünftig senken würden. Das Modell ist in der Lage das Muster der Daten von Schweden, Deutschland und Dänemark wiederzugeben. Dazu zählen auch die Eigenschaften, wie die Existenz eines Wendepunktes, sowie einer invertierten U-Beziehung zwischen Verschmutzung und Einkommen.

Es werden außerdem Bedingungen für Präferenzen und Verschmutzungstechnologien charakterisiert, wo ein Gleichgewicht die Eigenschaft der Unbestimmtheit erfüllt. Es wird erläutert, dass es lokale Unbestimmtheit ermöglicht, eine Erklärung zu finden, warum verschiedene Länder, trotz gleicher Präferenzen, Technologien, Anfangskapitalstock und ökologischen Steuern einen doch sehr unterschiedlichen Verschmutzungspfad aufweisen. In diesem Modell scheint der Grund dafür die Anfangsentscheidung der Agenten bezüglich des Arbeitsangebots zu sein, dieses variiert in jedem Land sehr stark.

Fernández et al. (2012) geben dafür als genaue Erklärung: Wenn die Agenten unter Unbestimmtheit des Gleichgewichts, das heißt, dass mehrere Pfade zu einem Steady State führen, härter arbeiten, trotz niedrigen Lohns, steigen die Einnahmen durch die Einkommenssteuer, was wiederum zu einem höheren Level der öffentlichen Bekämpfungsmaßnahmen führt, infolgedessen sinkt der Grad der Verschmutzung unter seinen Steady State Wert. Das passiert, obwohl die Steuerrate konstant bleibt. In diesem Fall zeigt der Verschmutzungspfad eine invertierte U-Struktur. Die Verschmutzung fällt anfänglich unter den langfristigen Wert, daraufhin wird sie einige Perioden lang mit einer stetig abnehmenden Geschwindigkeit ansteigen, bis sie schließlich anfängt in Richtung ihres Steady State Niveaus zu fallen.

Für das Auftreten von Unbestimmtheit ist es notwendig, dass keine Trennbarkeit von Konsum und Verschmutzung in der Nutzenfunktion auftritt, außerdem muss das private ökologische Anliegen groß genug sein. In dem Modell von Fernández et al. (2012) ergibt sich das Unbestimmtheits-Ergebnis für plausible empirische Levels aus der relativen Risikokaversion und den konstanten Skalenerträge in der Produktionsfunktion.

## 6.1 Modell

Die Umweltverschmutzung  $P_t$  wird als Nebenprodukt des von den Firmen verwendeten Kapitalstocks  $k_t$  angenommen. Diese Verschmutzung kann durch Minderungsmaßnahmen  $z_t$  der Regierung reduziert werden. Das heißt, für die Verschmutzung gilt:

$$P_t = \frac{k_t^{\chi_1}}{z_t^{\chi_2}}, \quad \chi_1, \chi_2 > 0. \quad (6.1.1)$$

Diese Beziehung bedeutet, wenn das Kapital  $k_t$  steigt, beginnt auch die Verschmutzung  $P_t$  anzusteigen. Hingegen sinkt durch einen Anstieg der Bekämpfungsmaßnahmen  $z_t$  die Umweltverschmutzung  $P_t$ . Bei  $\chi_1$  und  $\chi_2$  handelt es sich um die Verschmutzungselastizitäten bezüglich des Kapitals und der Bekämpfungsmaßnahmen.

### 6.1.1 Firmen

Die Autoren gehen von einem Kontinuum von identischen Firmen aus, die in einem vollständigen Wettbewerbsmarkt agieren. Der Einfachheit halber wird die Anzahl dieser Firmen auf eins normiert. Die aggregierte Produktion weist außerdem konstante Skalenerträge auf.

$$y_t = Ak_t^\alpha n_t^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1) \quad (6.1.2)$$

In dieser Produktionsfunktion steht  $A$  für das Technologielevel,  $k_t$  und  $n_t$  werden als die Nachfrage für die Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit angenommen, wobei  $y_t$  der aggregierte Output ist. Die Firmen leihen sich Kapital von den Haushalten mit einer Zinsrate  $r_t$  und zahlen einen Lohn  $w_t$ , sowie konstante Verschmutzungssteuern  $\tau_p$  auf die Höhe des Kapitalstocks. Dies hat den Grund, dass die Verschmutzung durch den Gebrauch des Kapitals verursacht wird. Die Profitfunktion einer Periode wird als  $\pi_t = y_t - w_t n_t - r_t k_t - \tau_p k_t$  angenommen. Diese besteht aus dem Output  $y_t$  abzüglich der Kosten für Arbeit, dem verzinsten und versteuerten Kapital. Bei der Profitmaximierung bezüglich der Faktoren Kapital und Arbeit wird die Profitfunktion nach diesen abgeleitet. Daraus ergeben sich die folgenden Bedingungen für die Faktoren unter Annahme

eines perfekten Wettbewerbsmarktes:

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial k_t} = \alpha \frac{y_t}{k_t} - \tau_p - r_t = 0 \Rightarrow r_t = \alpha \frac{y_t}{k_t} - \tau_p, \quad (6.1.3)$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial n_t} = (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t} - w_t = 0 \Rightarrow w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t}. \quad (6.1.4)$$

Die Bedingung (6.1.3) zeigt, dass die Nachfrage nach Kapital der Firmen garantiert, dass die Grenzproduktivität des Kapitals ohne Steuern gleich der Zinsrate ist. Die Gleichung (6.1.4) zeigt wiederum, dass die Nachfrage nach der Arbeit der Firmen so gestaltet ist, dass der reale Lohn gleich der Grenzproduktivität der Arbeit ist.

## 6.1.2 Haushalte

Die Haushalte in dieser Wirtschaft werden als ein Kontinuum von identen Haushalten angenommen. Diese haben alle dieselben Präferenzen, welche durch privaten Konsum, Verschmutzung und Freizeit definiert werden. Die dazugehörige Nutzenfunktion wird von Fernández et al. (2012) folgendermaßen angenommen:

$$U(c_t, P_t, n_t) = \frac{(c_t P_t^{-\eta})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \gamma n_t, \quad \gamma, \sigma > 0. \quad (6.1.5)$$

Darin steht  $c_t$  für den Konsum,  $P_t$  beschreibt die aggregierte Verschmutzung und  $n_t$  das Angebot an Arbeitskräften. Bei  $\sigma$  handelt es sich um die Inverse der intertemporalen Elastizität der Substitution von Konsum. Die Gewichtung der Verschmutzung in der Nutzenfunktion wird durch  $\eta$  ausgedrückt und  $\gamma$  definiert den negativen Grenznutzen der Arbeit. Die Autoren gehen davon aus, dass jeder Konsument Einkommen durch Arbeit und Kapital erhält, welches für Konsum, Sparmaßnahmen und Steuerzahlungen verwendet wird. Steuern  $\tau \in (0, 1)$  auf die zwei Einkommensquellen werden zu einer konstanten Rate eingehoben. Die Konsumenten beziehen außerdem Pauschalbeträge  $T_t$  von der Regierung. Durch diese Annahmen und aus gegebenem  $k_0$  ergibt sich folgendes Optimierungsproblem für den Konsumenten

$$\max_{[c_t, n_t]} \int_0^\infty \exp(-\rho t) U(c_t, P_t, n_t) dt, \quad (6.1.6)$$

unter der Nebenbedingung

$$c_t + \dot{k}_t + \delta k_t = (1 - \tau)w_t n_t + r_t k_t + T_t. \quad (6.1.7)$$

$\rho$  ist dabei die Zeitpräferenz und der Haushalt nimmt den Verschmutzungsgrad als gegeben an.  $\dot{k}$  steht darin für die Ableitung nach der Zeit  $\frac{dk}{dt}$ . Haushalte maximieren über ihr Level an Konsum  $c_t$  und ihr Arbeitskräfteangebot  $n_t$  zum Zeitpunkt  $t$ . Die Hamiltonfunktion für dieses Problem lautet:

$$H = U(c_t, P_t, n_t) + \lambda_t(\dot{k}_t). \quad (6.1.8)$$

$\dot{k}_t$  entsteht durch umformen von Gleichung (6.1.7). Nach den Berechnungen in Appendix D.1 ergeben sich für die Bedingungen erster Ordnung folgende Gleichungen:

$$c_t^{-\sigma} P_t^{-\eta(1-\sigma)} = \lambda_t, \quad (6.1.9)$$

$$\gamma = \lambda_t(1 - \tau)w_t, \quad (6.1.10)$$

$$-\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = (1 - \tau)r_t - (\delta + \rho), \quad (6.1.11)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \lambda_t k_t = 0. \quad (6.1.12)$$

Bei  $\lambda_t$  handelt es sich um den Multiplikator, der mit der Budgetbeschränkung des Konsumenten assoziiert wird. Wird nun die Gleichung (6.1.9) für  $\lambda$ , sowie (6.1.1) für die ökologische Verschmutzung  $P_t$  in die Bedingung erster Ordnung (6.1.10) eingesetzt, erhält man die Gleichung für den negativen Nutzen der Arbeit  $\gamma$ . Diese ist gegeben durch die Gleichheit der Grenzsstitutionsrate zwischen Konsum und Freizeit und der Lohnrate abzüglich Besteuerung.

$$\gamma = c_t^{-\sigma} k_t^{-\chi_1 \eta(1-\sigma)} z_t^{\chi_2 \eta(1-\sigma)} (1 - \tau)w_t \quad (6.1.13)$$

Durch das Einsetzen von Gleichung (6.1.9) für  $\lambda$ , sowie (6.1.1) für die Verschmutzung  $P_t$  in die Bedingung erster Ordnung (6.1.11) und das Differenzieren nach der Zeit  $t$  ergibt sich folgende Eulergleichung:

$$\sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} + \eta(1 - \sigma) \left[ \chi_1 \frac{\dot{k}_t}{k_t} - \chi_2 \frac{\dot{z}_t}{z_t} \right] = (1 - \tau)r_t - (\delta + \rho). \quad (6.1.14)$$



Die Veränderungsrate des Konsums addiert mit der Veränderungsrate des Kapitals abzüglich der Veränderungsrate der Bekämpfungsmaßnahmen muss gleich der Zinsrate abzüglich der Besteuerung und abzüglich der Abschreibungsrate und der Zeitpräferenzrate sein.

### 6.1.3 Regierung

Die Regierung beschließt eine Einkommenssteuerrate  $\tau$  und eine Umweltsteuer  $\tau_p$ . Die daraus entstehenden Erträge verwendet sie für Bekämpfungsmaßnahmen  $z_t$  und Zahlungen  $T_t$  an die Konsumenten. Für ein ausgeglichenes Budget muss das Regierungsbudget die folgende Bedingung erfüllen:

$$g_t = \tau(w_t n_t + r_t k_t) + \tau_p k_t. \quad (6.1.15)$$

Dabei ist

$$g_t = T_t + z_t, \quad (6.1.16)$$

$$z_t = \phi g_t, \quad \phi \in [0, 1]. \quad (6.1.17)$$

Das Regierungsbudget  $g_t$  besteht aus der versteuerten Summe der Lohnrate  $w_t$  multipliziert mit der Nachfrage nach Arbeit  $n_t$  und dem verzinste Kapital  $r_t k_t$ , sowie zusätzlich aus dem Kapital, das mit einer konstanten Verschmutzungssteuer versteuert wird  $\tau_p k_t$ . Wie in Gleichung (6.1.16) erkennbar ist, teilt sich das Regierungsbudget  $g_t$  auf die Pauschalbeträge der Regierung  $T_t$  und die Bekämpfungsmaßnahmen  $z_t$  auf. In Gleichung (6.1.17) steht  $\phi$  für die Rate, die bestimmt, wie viel die Regierung von ihrem Budget in die Bekämpfungsmaßnahmen gegen die Umweltverschmutzung investiert.

### 6.1.4 Gleichgewicht

Bei gegebener Einkommensteuer  $\tau$ , Umweltsteuer  $\tau_p$  und gegebenem Anfangswert des Kapitals  $k_0$  ist das Wettbewerbsgleichgewicht eine Menge von Trajektorien  $\{c_t, n_t, k_t, P_t, T_t, z_t, w_t, r_t\}$ , sodass

- gegebene Pfade für  $\{w_t, r_t, P_t\}$ , die Pfade für  $\{c_t, n_t, k_t\}$  das Haushaltsproblem

[(6.1.7), (6.1.9), (6.1.12) – (6.1.14)] lösen,

- gegebene Pfade für  $\{w_t, r_t\}$ , die Pfade für  $\{n_t, k_t\}$  das Firmenproblem [(6.1.3) und (6.1.4)] lösen,
- die Budgetbedingungen der Regierung [(6.1.15) – (6.1.17)] in jeder Periode gelten und
- alle Märkte geräumt sind.

Die aggregierte Bedingung der Ressourcen lässt sich dann als

$$Ak_t^\alpha n_t^{(1-\alpha)} = c_t + \dot{k}_t + \delta k_t + z_t \quad (6.1.18)$$

darstellen.  $z_t$  hat darin die Form:

$$z_t = \phi g_t = \phi[\tau Ak_t^\alpha n_t^{(1-\alpha)} + \tau_p(1 - \tau)k_t]. \quad (6.1.19)$$

Zu Gleichung (6.1.19) gelangt man, wenn die Gleichungen (6.1.3) und (6.1.4) in die Budgetbedingung (6.1.15) eingesetzt werden und dieser Ausdruck zuletzt für  $g_t$  in Gleichung (6.1.17) verwendet wird.

## 6.2 Übergangsdynamiken

Um das Verhalten von diesem Modell besser zu erkennen, berechnen Fernández et al. (2012) die Steady State Lösungen. Der Steady State Vektor  $(c_{ss}, k_{ss}, z_{ss}, n_{ss}, \lambda_{ss}, P_{ss})$  erfüllt die Gleichungen für das Wettbewerbsgleichgewicht, so dass wenn das System dieses jemals erreicht, für immer bei diesem Punkt bleibt ( $\dot{c} = \dot{k} = \dot{z} = \dot{\lambda} = 0$ ). Die Steady States haben folgende Gestalt:

$$\left(\frac{k}{n}\right)_{ss} = \left[\frac{(1 - \tau)A\alpha}{\delta + \rho + \tau_p(1 - \tau)}\right]^{\frac{1}{(1-\alpha)}}. \quad (6.2.1)$$

Zu diesem Steady State gelangt man, indem in die Gleichung (6.1.2) die Gleichung (6.1.3) eingesetzt wird und  $r_t$  in der Gleichung (6.1.11) verwendet wird. Diese wird schließlich

Null gesetzt und nach  $(k/n)$  umgeformt.

$$\left(\frac{c}{k}\right)_{ss} = (1 - \phi\tau) \frac{\delta + \rho + \tau_p(1 - \tau)}{\alpha(1 - \tau)} - [\delta + \phi\tau_p(1 - \tau)] \quad (6.2.2)$$

Diese Gleichung entsteht, wenn Gleichung (6.1.19) für  $z_t$  in (6.1.18) eingesetzt wird, sowie wenn angenommen wird, dass  $\dot{k} = 0$ . Unter Verwendung der Gleichung (6.2.1) ergibt sich dieser Steady State durch Umformen nach  $(c/k)$ . Die weiteren Steady States ergeben sich im Modell von Fernández et al. (2012) wie folgt:

$$\left(\frac{z}{k}\right)_{ss} = \phi \left[ \tau A \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha-1} + \tau_p(1 - \tau) \right], \quad (6.2.3)$$

$$(k)_{ss} = \left[ \frac{(1 - \tau)A(1 - \alpha)}{\gamma} \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha} \left(\frac{c}{k}\right)_{ss}^{-\sigma} \left(\frac{z}{k}\right)_{ss}^{\chi_2\eta(1-\sigma)} \right]^{1/(\sigma + (\chi_1 - \chi_2)\eta(1-\sigma))}. \quad (6.2.4)$$

Um den Steady State aus (6.2.3) zu erhalten, muss die Gleichung (6.1.19) nach  $(z/k)$  umgeformt werden und für  $(k/n)$  wird der Steady State  $\left(\frac{k}{n}\right)_{ss}$  eingesetzt. Die Gleichung (6.2.4) erhält man, indem man  $y_t$  aus der Gleichung (6.1.2) in (6.1.4) einsetzt, danach wird  $w_t$  in die Gleichung (6.1.13) eingesetzt und  $k$  herausgehoben.

Um die lokalen Dynamiken des Systems zu untersuchen, betrachten wir im Folgenden den Zustandsraum  $(k_t, \lambda_t)$ . Auch die Kontrollvariablen werden als Funktion dieses Zustands/Kozustandsraums ausgedrückt.

$$n_t = n(k_t, \lambda_t) = \left[ \frac{(1 - \alpha)(1 - \tau)A}{\gamma} \lambda_t \right]^{1/\alpha} k_t \quad (6.2.5)$$

$$c_t = c(k_t, \lambda_t) = \lambda^{-1/\sigma} k_t^{-(\chi_1 - \chi_2)\eta(1-\sigma)/\sigma} \left[ \phi\tau A \left( \frac{\gamma}{(1 - \alpha)(1 - \tau)A\lambda_t} \right)^{(\alpha-1)/\alpha} + \phi\tau_p(1 - \tau) \right]^{\chi_2\eta(1-\sigma)/\sigma} \quad (6.2.6)$$

Die Funktion (6.2.5) entsteht, wenn Gleichung (6.1.2) für  $y_t$  in Gleichung (6.1.4) eingesetzt,  $w_t$  in der Gleichung (6.1.10) verwendet und diese schließlich nach  $n_t$  umgeformt wird. Wenn  $n_t$  aus Gleichung (6.2.5) in Gleichung (6.1.19) eingesetzt und danach  $z_t$  daraus in (6.1.1) verwendet wird, kann man schlussendlich  $P_t$  aus dieser Gleichung in (6.1.9) einsetzen und nach  $c_t$  umformen und gelangt so zu der Funktion (6.2.6). Durch das Einsetzen von  $z_t$  aus Gleichung (6.1.19) in (6.1.18) und durch Umformen nach  $\dot{k}_t$

erhält man:

$$\dot{k}_t = (1 - \phi\tau)Ak_t^\alpha[n(k_t, \lambda_t)]^{1-\alpha} - (\delta + \phi\tau_p(1 - \tau))k_t - c(k_t, \lambda_t). \quad (6.2.7)$$

Darin sind  $n(k_t, \lambda_t)$  und  $c(k_t, \lambda_t)$  aus den Gleichungen (6.2.5) und (6.2.6). Die Dynamiken für  $\lambda_t$  erhält man, wenn man  $y_t$  aus Gleichung (6.1.2) in (6.1.3) einsetzt und  $r_t$  in (6.1.11) anwendet. Wenn die Gleichung schließlich nach  $\dot{\lambda}_t$  umgeformt wird, entsteht

$$\dot{\lambda}_t = -\lambda_t[(1 - \tau)\alpha Ak_t^{\alpha-1}(n(k_t, \lambda_t))^{1-\alpha} - (\delta + \rho + \tau_p(1 - \tau))]. \quad (6.2.8)$$

Auch hier stammt  $n(k_t, \lambda_t)$  aus Gleichung (6.2.5). Nun werden die Dynamiken der Wirtschaft durch ein Phasendiagramm im  $(\lambda, k)$ -Raum gezeigt. Dafür wird zuerst  $n_t$  aus Gleichung (6.2.5) in der Beziehung (6.2.8) substituiert, wodurch man zu

$$\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = -[(1 - \tau)\alpha A\Psi\lambda^{(1-\alpha)/\alpha} - (\delta + \rho + \tau_p(1 - \tau))] \quad (6.2.9)$$

gelangt. Darin steht

$$\Psi = \left( \frac{(1 - \alpha)(1 - \tau)A}{\gamma} \right)^{(1-\alpha)/\alpha}.$$

Mit der Annahme  $\dot{\lambda}_t = 0$  erhält man folgenden Steady State Wert für  $\lambda$ :

$$\lambda_{ss} = \left[ \frac{\delta + \rho + \tau_p(1 - \tau)}{(1 - \tau)\alpha A\Psi} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}. \quad (6.2.10)$$

Dieser Wert teilt den  $(\lambda, k)$ -Raum in zwei Regionen. Auf der linken Seite des Steady States  $\lambda_{ss}$  ist der erste Term in der Klammer von Gleichung (6.2.9), also die Grenzproduktivität des Kapitals ohne Steuern, kleiner als sein Steady State Wert, also gilt  $\dot{\lambda}_t > 0$ . Auf der rechten Seite von  $\lambda_{ss}$  drehen sich alle Vorzeichen um, woraus  $\dot{\lambda}_t < 0$  entsteht. In beiden Fällen konvergiert die Wirtschaft zum Steady State  $\lambda_{ss}$ . Durch das Substituieren von Gleichung (6.2.5) und Gleichung (6.2.6) in (6.2.7) und das Umformen nach  $\dot{k}_t/k_t$  ergibt sich:

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \left[ (1 - \phi\tau)A\Psi\lambda_t^{(1-\alpha)/\alpha} - (\delta + \phi\tau_p(1 - \tau)) \right] - \lambda_t^{-1/\sigma} k_t^{-\zeta/\sigma} \left[ \phi\tau A\Psi\lambda_t^{(1-\alpha)/\alpha} + \phi\tau_p(1 - \tau) \right]^{\chi_{2\eta}(1-\sigma)/\sigma} \quad (6.2.11)$$

Darin ist  $\varsigma = \sigma + (\chi_1 - \chi_2)\eta(1 - \sigma)$ . Durch die Annahme in dieser Gleichung, dass  $\dot{k}_t = 0$ , erhält man folgende Funktion  $k = f(\lambda)$ :

$$k_t = \left[ \frac{\lambda_t^{-1/\sigma} [\phi_\tau A \Psi \lambda_t^{(1-\alpha)/\alpha} + \phi_{\tau_p}(1 - \tau)]^{\chi_2 \eta(1-\sigma)/\sigma}}{(1 - \phi_\tau) A \Psi \lambda_t^{(1-\alpha)/\alpha} - (\delta + \phi_{\tau_p}(1 - \tau))} \right]^{\sigma/\varsigma}. \quad (6.2.12)$$

Diese Funktion teilt den  $(\lambda, k)$ -Raum in zwei Regionen. Das Vorzeichen des Exponenten von  $k_t$  ist abhängig vom Wert von  $\varsigma$ . Diese Funktion ist eine ansteigende Kure wenn  $\varsigma < 0$  und fallend wenn  $\varsigma > 0$  ist. Aus der Gleichung (6.2.12) kann eine Bedingung für  $\lambda_t$  abgeleitet werden, unter welcher garantiert ist, dass  $k_t > 0$ . Dafür wird der Nenner so umgeformt, dass ein Minimumwert  $\lambda_{Min}$  berechnet werden kann. Dieser hat die Form

$$\lambda_{Min} = \left[ \frac{\delta + \phi_{\tau_p}(1 - \tau)}{(1 - \phi_\tau) A \Psi} \right]^{\alpha/(1-\alpha)} < \lambda_{ss}.$$

Bezüglich der Übergangsdynamiken des Kapitalstocks  $k_t$  aus Gleichung (6.2.11) können folgende Schlussfolgerungen gemacht werden:

1.  $\varsigma < 0$ : Für einen gegebenen Kapitalstock  $k_t$  ist das Level für  $\lambda_t$ , welches zu  $\dot{k}_t = 0$  führt, gegeben durch die Gleichung (6.2.12). Wenn nun  $k_t$  das Level übersteigt, welches  $\dot{k}_t = 0$  ergibt, kann beobachtet werden, dass das Kapital fällt, also  $\dot{k}_t/k_t < 0$ . Das Gegenteil passiert, wenn  $k_t$  kleiner als dieses Level ist, infolgedessen gilt  $\dot{k}_t/k_t > 0$ .

In der Abbildung 6.1 ist das Phasendiagramm für diesen Fall abgebildet. Darin ist ersichtlich, dass der  $(\lambda, k)$ -Raum in vier Regionen geteilt ist. Auf der x-Achse ist der Kozustand  $\lambda_t$  und auf der y-Achse der Zustand  $k_t$  eingezeichnet. Außerdem ist auf der x-Achse  $\lambda_{Min}$  eingetragen, welches garantiert, dass  $k_t > 0$ . Es ist zu erkennen, dass das System stabil ist, da alle Trajektorien zum Steady State führen. Für eine gegebene Anfangsbedingung des Kapitals und eine Anfangswahl für  $\lambda$  führt die Wirtschaft zu einem Fixpunkt und somit existiert ein Kontinuum von gleichgewichtigen Pfaden.  $\varsigma < 0$  wird daher als Bedingung für das Auftreten von Unbestimmtheit verwendet. In der Grafik sind zwei Beispiele für Konvergenzpfade gezeigt, diese sind abhängig von der Anfangsbedingung  $(\lambda_0, k_0)$  in Bezug auf den Steady State.

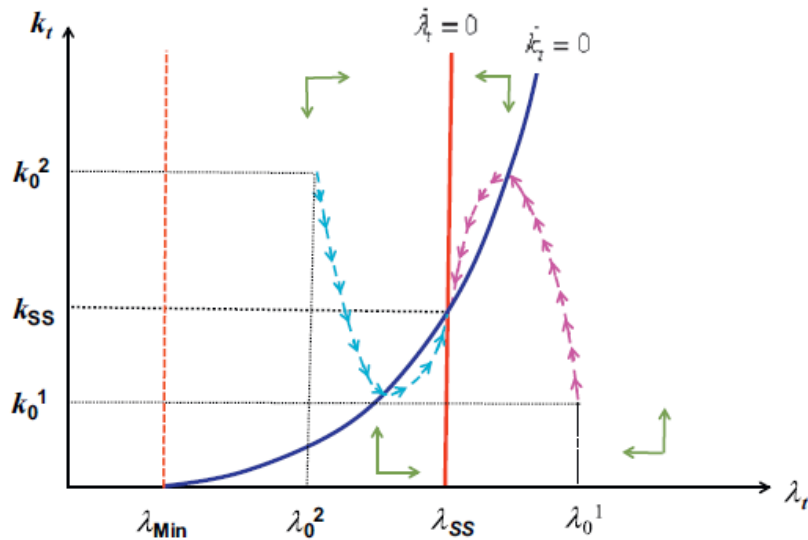


Abbildung 6.1:  $\zeta < 0$ : Phasendiagramm im Unbestimmtheits-Fall (Quelle: Fernández et al. (2012), S.1706, Fig. 2a)

In Abbildung 6.1 werden zwei Trajektorien eingezeichnet. Bei  $(\lambda_0^2, k_0^2)$  handelt es sich um eine Anfangswahl vom Kapital, welches über dem Steady State liegt. Die dazugehörige Trajektorie ist in der Abbildung hellblau eingezeichnet und führt auch zum Steady State. Als zweite Anfangswahl ist  $(\lambda_0^1, k_0^1)$  eingezeichnet, der von dort beginnende Konvergenzpfad (pink) führt auch zum Steady State. Bei diesem Anfangswert liegt der Kapitalstock unter dem Steady State. Sobald die Wirtschaft eine Trajektorie, wie die in der Grafik pink eingezeichnete, entwickelt, wird die Verschmutzungs-Einkommens Beziehung eine EKC Form zeigen. Als Grund dafür wird die Tatsache gesehen, dass der Kapitalstock am Konvergenzpfad ein überschwingendes Verhalten hat, das ist eine rückwärts gebogene Trajektorie, die dazu führt, dass der Verschmutzungspfad einen Wendepunkt hat. Diese Eigenschaft ist wichtig für das Auftreten der EKC.

2.  $\zeta > 0$ : Für ein gegebenes  $k_t$  ist das Level für  $\lambda_t$ , welches zu  $\dot{k}_t = 0$  führt, gegeben durch die Gleichung (6.2.12). Wenn nun  $k_t$  das Level übersteigt, welches  $\dot{k}_t = 0$  ergibt, kann beobachtet werden, dass das Kapital ansteigt, also  $\dot{k}_t/k_t > 0$ . Das Gegenteil passiert, wenn  $k_t$  kleiner als dieses Level ist, infolgedessen gilt  $\dot{k}_t/k_t < 0$ .

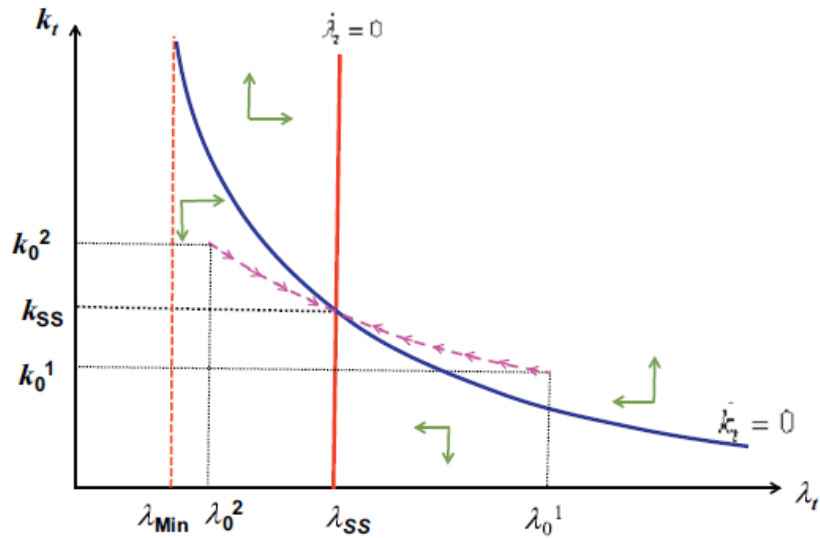


Abbildung 6.2:  $\varsigma > 0$ : Phasendiagramm im Bestimmtheits-Fall (Quelle: Fernández et al. (2012), S.1706, Fig. 2b)

Das Phasendiagramm zu diesem Fall ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Auch hier ist auf der x-Achse  $\lambda_t$  und auf der y-Achse  $k_t$  eingezeichnet. In diesem Fall kann ein typischer Sattelpunkt beobachtet werden, das heißt, eine eindeutige stabile Mannigfaltigkeit existiert. Diese charakterisiert die einzige mögliche Wahl für  $\lambda_0$  bei einem Anfangskapitalstock. Diese Trajektorie konvergiert zum optimalen Steady State und erfüllt die Transversalitätsbedingung dieses Problems. In der Grafik ist erkennbar, dass die Kapitaltrajektorie monoton ansteigt oder fällt, abhängig von ihrer Anfangsposition im Bezug auf den Steady State. Daraus ergibt sich, dass der Verschmutzungspfad keinen Wendepunkt besitzt und dadurch gibt es keine Möglichkeit für das Auftreten einer EKC.

Im Folgenden können die analytischen Bedingungen für das Auftreten von Unbestimmtheit berechnet werden. Dies geschieht durch lineare Approximation des dynamischen Systems (6.2.7) und (6.2.8) in  $(k_t, \lambda_t)$  um den Steady State.

$$\begin{bmatrix} \dot{k}_t \\ \dot{\lambda}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_t - k_{ss} \\ \lambda_t - \lambda_{ss} \end{bmatrix} \quad (6.2.13)$$

Nach den Berechnungen in Appendix D.2 ergibt sich für die Elemente der Matrix  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mu_1 & \Omega \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \quad (6.2.14)$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{k_{ss}}{\lambda_{ss}} \left[ \frac{(1-\alpha)(1-\tau\phi)}{\alpha} A \left( \frac{k}{n} \right)_{ss}^{\alpha-1} + \frac{1}{\sigma} \left( \frac{c}{k} \right)_{ss} \left( 1 - \chi_2 \eta (1-\sigma) \phi \tau A \frac{(1-\alpha) (k/n)_{ss}^{\alpha-1}}{\alpha (z/k)_{ss}} \right) \right], \\ \mu_1 &= \frac{\varsigma}{\sigma} \left( \frac{c}{k} \right)_{ss}, \\ \mu_2 &= -\frac{(1-\alpha)[\delta + \rho + \tau_p(1-\tau)]}{\alpha} < 0. \end{aligned}$$

Es wird  $\Omega > 0$ , wenn empirisch plausible Werte für die inverse intertemporale Elastizität der Substitution von Konsum  $\sigma$  eingesetzt werden. Dabei wird Bezug auf empirische Hinweise genommen, welche auf  $\sigma > 1$  schließen lassen. Nachdem eine der zwei Variablen in diesem System festgelegt ist, hat im Fall, dass der Steady State ein Sattelpunkt ist, das System ein eindeutiges, lokal bestimmtes Gleichgewicht. Diese Eigenschaft tritt dann auf, wenn die zwei charakteristischen Wurzeln der Matrix  $\Gamma$  unterschiedliche Vorzeichen haben.

Eine Unbestimmtheit der Gleichgewichte tritt aber nur dann auf, wenn die zwei Wurzeln von  $\Gamma$  negative Realteile haben. Da  $\mu_2$  schon negativ ist, muss  $\mu_1$  auch negativ sein, dies ist aber nur dann der Fall, wenn  $\varsigma < 0$ . Das heißt bei der Dreiecksmatrix  $\Gamma$ , wo  $\mu_1$  und  $\mu_2$  die Eigenwerte sind, muss für  $\mu_1$  gelten

$$\varsigma = \sigma + (\chi_1 - \chi_2)\eta(1-\sigma) < 0. \quad (6.2.15)$$

Nur dann kann Unbestimmtheit auftreten, wie vorher auch in Zusammenhang mit den Phasendiagrammen erklärt wurde. Bei Unbestimmtheit ist das Kontinuum der Trajektorien, die in Richtung des Steady States zeigen, gekennzeichnet durch die Anfangswahl der Arbeit  $n_0$ :

**Proposition 1.** *Wenn gilt  $\varsigma < 0$ , beginnend bei einem Anfangskapitalstock  $k_0$ , hat die Wirtschaft ein Kontinuum an Gleichgewichten, welches durch  $n_0$  indiziert wird. (Fernández et al. (2012), S. 1707, Proposition 1)*

*Beweis.* Die Matrix  $\Gamma$  ist eine Dreiecksmatrix und unter der Annahme  $\varsigma < 0$  sind beide



Eigenwerte  $\mu_1$  und  $\mu_2$  negativ. Damit entsteht folgende lokale Lösung:

$$\lambda_t = \lambda_{ss} + e^{\mu_2 t}(\lambda_0 - \lambda_{ss}), \quad (6.2.16)$$

$$k_t = k_{ss} + e^{\mu_2 t}(k_0 - k_{ss}) + \frac{\Omega}{\mu_2 - \mu_1}(e^{\mu_2 t} - e^{\mu_1 t})(\lambda_0 - \lambda_{ss}). \quad (6.2.17)$$

Und aus Gleichung (6.2.5) folgt für  $t = 0$ :

$$\lambda_0 = \frac{\gamma}{(1 - \alpha)(1 - \tau)A} \left( \frac{n_0}{k_0} \right)^\alpha. \quad (6.2.18)$$

Ein Anfangswert der Arbeit bestimmt den Pfad des Kapitalstocks und den Pfad des Grenznutzen des Konsums. Aus den Gleichungen (6.2.5), (6.2.6), (6.1.19), (6.1.2) und (6.1.1) bestimmt ein Anfangswert der Arbeit auch die Pfade von Arbeit, Konsum, Bekämpfungsmaßnahmen, Output und Verschmutzung.  $\square$

Unbestimmtheit kann nur dann unter der Bedingung (6.2.15) und der Annahme, dass  $\sigma > 1$ , auftreten, wenn Folgendes gilt:

$$(\chi_1 - \chi_2)\eta > \sigma/(\sigma - 1) > 1. \quad (6.2.19)$$

Diese Ungleichung entsteht, wenn in die Bedingung für Unbestimmtheit (6.2.15) der Term  $(\chi_1 - \chi_2)\eta(1 - \sigma)$  auf die rechte Seite gebracht und schließlich  $\sigma$  auf der linken Seite durch  $(\sigma - 1)$  von der rechten Seite dividiert wird. Werden nun linke und rechte Seite und somit das Ungleichungszeichen umgedreht, erhält man den ersten Teil der Ungleichung (6.2.19). Mit der Annahme, dass  $\sigma > 1$ , ist auch  $\sigma/(\sigma - 1) > 1$  und damit ist der zweite Teil der Ungleichung erklärt.

Bei genauerer Betrachtung dieser Ungleichung (6.2.19) ist erkennbar, dass für deren Gültigkeit das Gewicht der Verschmutzung  $\eta$  in der Nutzenfunktion hoch sein muss. Sollte dies nicht der Fall sein, muss die Verschmutzungselastizität  $\chi_1$  bezüglich des Kapitals relativ groß gegenüber der Verschmutzungselastizität  $\chi_2$  bezüglich der Bekämpfungsmaßnahmen sein. Das heißt, das ökologische Anliegen muss groß genug sein.

Daraus kann die Schlussfolgerung gezogen werden, dass die Eigenschaft der Unbestimmtheit in einer Wirtschaft für jeden Wert des Einkommens und der Verschmutzungsteuerrate vorhanden sein kann. Das bedeutet, dass auch öffentliche Bekämpfungsmaßnahmen und Unterstützungen der Regierung keine Auswirkung auf die Bedingung für Unbestimmtheit haben.

## 6.3 Grafische Darstellung

Eine grafische Darstellung ist durch die Angabe von Parametern der Autoren möglich. Dadurch können die analytisch berechneten Ergebnisse besser dargestellt werden. Fernández et al. (2012) geben folgende Parameterwerte an:

$$\alpha = 0.33, \chi_1 = 1.3$$

$$\chi_2 = 0.6, \tau_p = 0.04$$

$$\tau = 0.2, \sigma = 2.5$$

$$\eta = 3.5, \delta = 0.5$$

$$A = 1, \phi = 0.1$$

$$\rho = 0.2$$

Von den Autoren wurde außerdem angegeben, dass der Parameter  $\gamma$  so gewählt werden soll, dass für  $n_{ss} = 0.3$  gilt. Wird dies bei der Berechnung des kanonischen Systems berücksichtigt, erhält man den Wert  $\gamma = 13.7$ . Bei der Wahl dieser Parameter ergibt sich  $\varsigma = \sigma + (\chi_1 - \chi_2)\eta(1 - \sigma) = -1.175 < 0$  und somit tritt ein Fall von Unbestimmtheit ein.

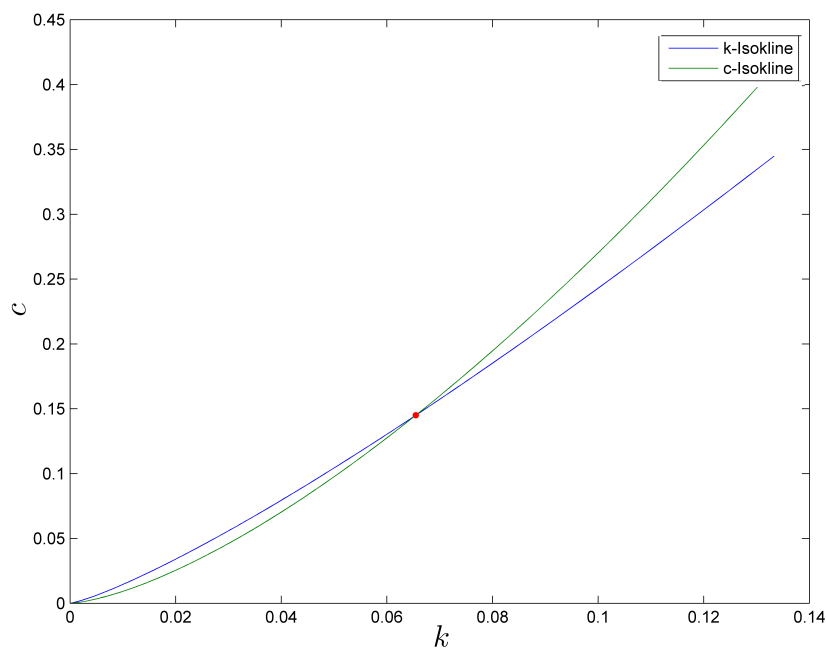


Abbildung 6.3:  $\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im  $(k,c)$ -Raum (Quelle: eigene Berechnungen, *Matlab Toolbox OCMat*)

In Abbildung 6.3 ist auf der x-Achse die Zustandsvariable  $k$  für das Kapital eingezeichnet und auf der y-Achse die Kontrollvariable  $c$  für den Konsum. Die blaue Linie beschreibt die  $k$ -Isokline und die grün eingezeichnete Kurve ist die  $c$ -Isokline, im  $(k, c)$ -Raum ist deren Schnittpunkt, also der Gleichgewichtspunkt durch den roten Punkt eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass im Fall von Unbestimmtheit die  $c$ -Isokline steiler ansteigt als die  $k$ -Isokline.

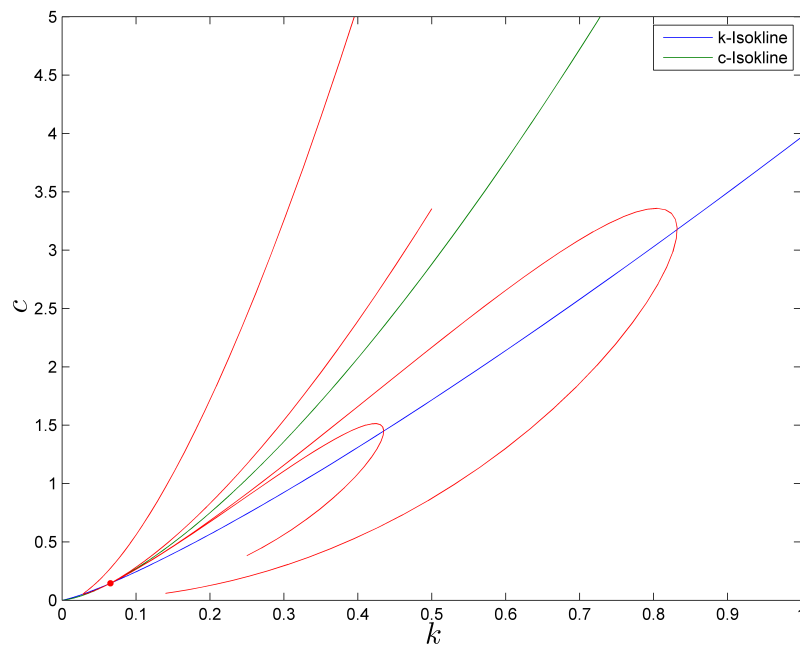


Abbildung 6.4:  $\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im  $(k,c)$ -Raum mit Konvergenzpfad (Quelle: eigene Berechnungen, *Matlab Toolbox OCMat*)

In Abbildung 6.4 wurden außerdem Konvergenzpfade in die Grafik eingefügt, worin gut erkennbar ist, dass diese zum Steady State, der auch hier mit einem roten Punkt gekennzeichnet ist, konvergieren. Um dies besser zu veranschaulichen, wurde der Bereich im Vergleich zu Abbildung 6.3 vergrößert. Auch in dieser Abbildung beschreibt die blaue Linie die  $k$ -Isokline und die grüne Linie die  $c$ -Isokline.

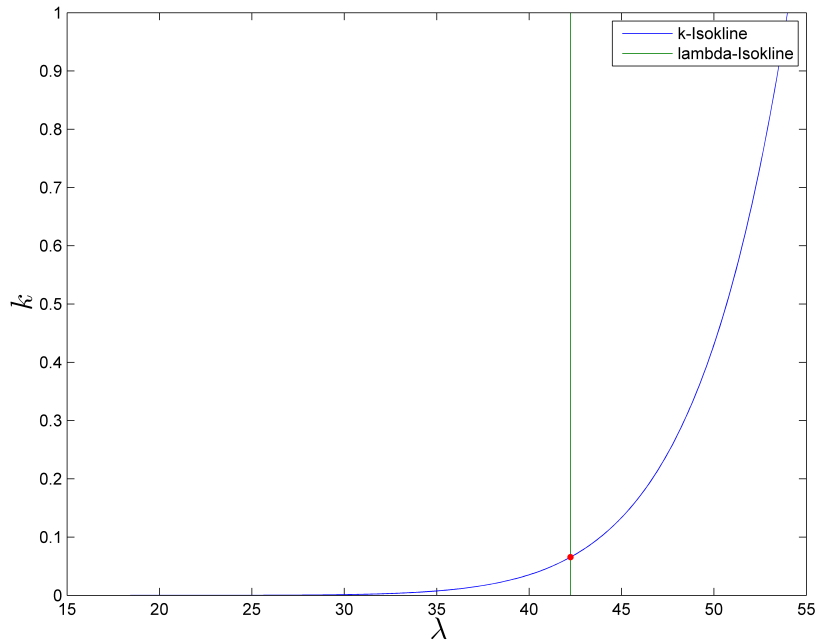


Abbildung 6.5:  $\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im  $(k, \lambda)$ -Raum (Quelle: eigene Berechnungen, *Matlab Toolbox OCMat*)

In Abbildung 6.5 wurde das Phasendiagramm wie in Abbildung 6.1 aus dem Unterkapitel (6.2) dargestellt. In dieser Abbildung ist im Unterschied zu den vorhergehenden Grafiken auf der x-Achse der Kozustand  $\lambda$  eingezeichnet. Dieser nimmt wie in Gleichung (6.2.10) erkennbar ist, einen konstanten Wert an, welcher durch die grüne Linie eingezeichnet ist. Der Steady State, also der Schnittpunkt der zwei Isoklinien, wird auch hier wieder durch einen roten Punkt markiert.

In Abbildung 6.6 wurden auch einige Konvergenzpfade (rot) in den  $(\lambda, k)$ -Raum eingefügt, die, wie man beobachten kann, alle zum Steady State konvergieren. Sie zeigen eine ähnliche Form wie die in Abbildung 6.1 eingezeichneten Konvergenzpfade. Was auch hier darauf schließen lässt, dass der Verschmutzungspfad einen Wendepunkt besitzt.

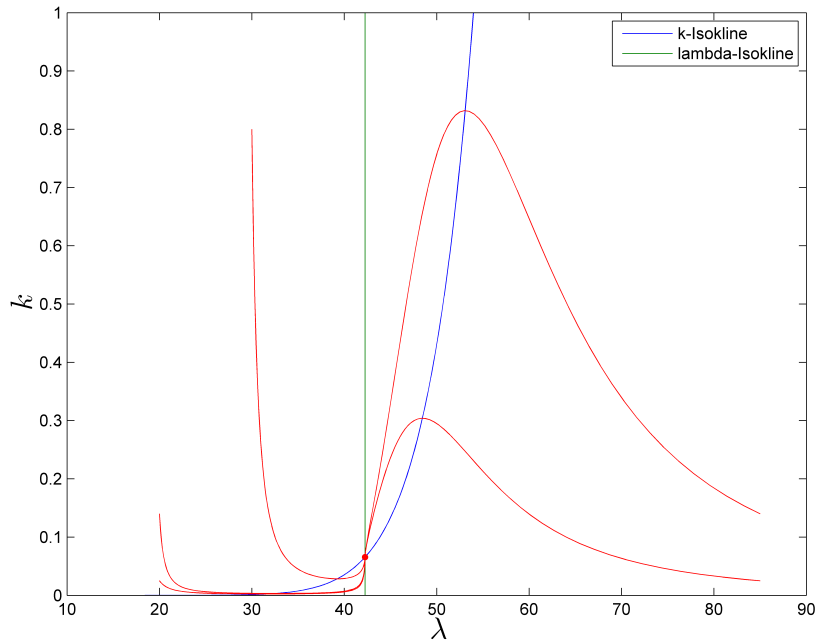


Abbildung 6.6:  $\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im  $(k, \lambda)$ -Raum mit Konvergenzpfad (Quelle: eigene Berechnungen, *Matlab Toolbox OCMat*)

## 6.4 Intuitive Erklärung zum Unbestimmtheits-Ergebnis

Fernández et al. (2012) erklären, dass der Fall von Unbestimmtheit der Gleichgewichte in einem Modell meistens in Zusammenhang mit einer fallenden Arbeitsnachfrage-Kurve oder einer steigenden Arbeitsangebots-Kurve gebracht wird. In manchen Fällen sogar mit beiden.

Um diese Tatsache intuitiv besser zu beschreiben, verwenden die Autoren die Frisch Arbeitsangebotskurve, diese leitet sich von der Frisch Arbeitsangebotselastizität ab. Diese misst die Veränderung an Arbeitsstunden, die durch eine Änderung des Lohn bei einem konstanten Grenznutzen des Konsums entsteht. Es soll damit betrachtet werden, ob sich die Frischkurve bei Unbestimmtheit nach oben oder unten bewegt, sobald sich der Grenznutzen des Konsums ändert. Dafür wird die Frischkurve in diesem Modell hergeleitet. Dies geschieht indem die Gleichung (6.1.10) nach dem Lohn  $w_t$  umgeformt wird und man so zu

$$w_t = \frac{\gamma}{\lambda_t(1 - \tau)} \quad (6.4.1)$$

gelangt. Diese Gleichung besteht aus dem Quotienten des negativen Grenznutzens der

Arbeit  $\gamma$  und dem versteuerten Grenznutzen des Konsums  $\lambda_t(1 - \tau)$ . Der Grenznutzen des Konsums kann dargestellt werden, indem die Verschmutzung  $P_t$  aus (6.1.1) in die Gleichung (6.1.9) eingesetzt wird. Daraus ergibt sich

$$\lambda_t = c_t^{-\sigma} k_t^{-\eta(1-\sigma)\chi_1} z_t^{\eta(1-\sigma)\chi_2}.$$

Unter Berücksichtigung von Unbestimmtheit, in welchem Fall, wie in Unterkapitel (6.2) erläutert wurde,  $\sigma + \eta\chi_1(1 - \sigma) - \eta\chi_2(1 - \sigma) < 0$  gelten muss, hat somit auch  $\sigma + \eta\chi_1(1 - \sigma) > \eta\chi_2(1 - \sigma)$  Gültigkeit. Damit kann aus der Gleichung abgeleitet werden, dass wenn der Konsum  $c_t$ , die Bekämpfungsmaßnahmen  $z_t$  und der Kapitalstock  $k_t$  gleichzeitig ansteigen, der Grenznutzen des Konsums  $\lambda_t$  ansteigt. Dadurch bewegt sich die Frischkurve aus Gleichung (6.4.1) mit ansteigendem  $\lambda_t$  nach unten.

Die Autoren erläutern im Unbestimmtheitsfall das Verhalten der Frischkurve um die Existenz von selbsterfüllenden Prophezeiungen zu erklären.

Dies geschieht, indem von der Annahme ausgegangen wird, dass die Wirtschaft von seinem Steady State Gleichgewicht zum Zeitpunkt  $t$  startet. Außerdem wird davon ausgegangen, dass die Agenten einen Zinssatz  $r_{t+1}$  erwarten, der über dem Steady State liegt. Mit dieser Annahme werden die Agenten mehr Kapital investieren, was zu einem Anstieg an Output, Konsum und Bekämpfungsmaßnahmen in der nächsten Periode ( $t + 1$ ) führen würde. Durch den Anstieg dieser Faktoren bewegt sich die Frischkurve, wie oben erläutert, nach unten und mindert so auch den Lohn im Gleichgewicht. Außerdem wird beschrieben, dass bei einem Anstieg des Kapitalstocks die Arbeitsnachfragekurve nach rechts rückt. Durch diese Auswirkungen werden die Agenten mehr arbeiten und steigern somit die Nachfrage nach Arbeit in der nächsten Periode ( $n_{t+1}$ ). Aufgrund der Tatsache, dass der Anstieg an Arbeit jenen des Kapitalstocks übersteigt, bringt dies einen Anstieg der Grenzproduktivität des Kapitals. Das bedeutet wiederum, dass die Zinsraten nachträglich ansteigen. Die Erwartungen über überdurchschnittlich hohe Zinsraten für die kommende Periode erzeugen in der Zukunft höhere Zinsraten und die zuvor genannten selbsterfüllenden Prophezeiungen treten ein.

## 6.5 Unbestimmtheit und Verschmutzungsdynamiken

In diesem Teil der Arbeit von Fernández et al. (2012) beschäftigen sich die Autoren mit der Tatsache, dass Zeitpfade für endogene Variablen unter Unbestimmtheit die Formen eines Wendepunktes aufweisen. Dies ergibt, dass die Verschmutzungs-Einkommens-Beziehung dazu in der Lage ist, eine EKC Form wiederzugeben. Sie weisen dabei auf das Ergebnis der Proposition 1 hin, wo bei Unbestimmtheit ein Kontinuum von Gleichgewichten existiert, das durch die Anfangswahl der Arbeit indiziert ist. Es wird die folgende Proposition erläutert, um den Verschmutzungspfad zu charakterisieren, wenn die Agenten ein Arbeitslevel über dessen Steady State wählen:

**Proposition 2.** *Im Fall von Unbestimmtheit, wenn die Wirtschaft am Anfang beim Steady State steht und die Agenten ein Arbeitslevel wählen, das sich über dessen Steady State befindet, dann gilt:*

1. *Als unmittelbarer Effekt liegen der Output und die Bekämpfungsmaßnahmen über ihrem Steady State. Das Gegenteil kann beim Grad der Verschmutzung beobachtet werden.*
2. *In den folgenden Perioden werden Kapital, Beschäftigung und Output über deren Steady State Levels liegen.*
3. *Der Kapitalstock wird einen Wendepunkt aufweisen, entlang der Konvergenz in Richtung des Steady States. (Fernández et al. (2012), S.1709, Proposition 4)*

*Beweis.* Die drei Schlussfolgerungen aus Proposition 2 können folgendermaßen bewiesen werden:

1. Durch das Einsetzen von  $k_0 = k_{ss}$  und  $n_0 > n_{ss}$  in Gleichung (6.1.2) erhält man  $y_0 > y_{ss}$  und aus Gleichung (6.1.19) ergibt sich  $z_0 > z_{ss}$ . Das Einsetzen von  $k_0 = k_{ss}$  und  $z_0 > z_{ss}$  in Gleichung (6.1.1) führt zu  $P_0 < P_{ss}$ .
2. Beim Substituieren von  $k_0 = k_{ss}$  und  $n_0 > n_{ss}$  in Gleichung (6.2.18) erhält man, dass  $\lambda_0 > \lambda_{ss}$ . Außerdem führt Gleichung (6.2.16) zu  $\lambda_t > \lambda_{ss}$  für alle  $t > 0$ . Aus (6.2.17) ergibt sich, dass  $k_t > k_{ss}$  für alle  $t > 0$ , da unter Unbestimmtheit  $\Omega > 0$  und  $\mu_1, \mu_2 < 0$  gilt. Mit Gleichung (6.2.5) erhält man  $n_t/k_t > n_{ss}/k_{ss}$  für

alle  $t > 0$ . Mit dieser Tatsache und  $k_t > k_{ss}$  für alle  $t > 0$  gilt, dass  $n_t > n_{ss}$  ist für alle  $t > 0$ . Da  $k_t > k_{ss}$  und  $n_t > n_{ss}$  nun gelten, kann aus Gleichung (6.1.2) geschlossen werden, dass  $y_t > y_{ss}$  für alle  $t > 0$  gilt. Mit  $n_t/k_t > n_{ss}/k_{ss}$  für alle  $t > 0$  ist aus der Gleichung (6.1.19) ersichtlich, dass  $z_t/k_t > z_{ss}/k_{ss}$  für alle  $t > 0$  gilt. Diese Gegebenheit zusammen mit  $k_t > k_{ss}$  für alle  $t > 0$  impliziert, dass auch  $z_t > z_{ss}$  für alle  $t > 0$  gilt.

3. Aus Gleichung (6.2.17) kann ein Wendepunkt bei einem momentanen  $t$  für den Kapitalpfad berechnet werden, so dass  $(dk_t/dt) = 0$  gilt, dieser Punkt ist dann  $t^* = \ln(\mu_1/\mu_2)/\mu_2 - \mu_1$ .

□

Diese Proposition sagt aus, dass der Kapitalstock  $k_t$  über die folgenden Perioden ansteigt, wenn die Agenten ein Arbeitslevel über dem Gleichgewichtspunkt wählen und die Wirtschaft zusätzlich auch über ihrem Steady State liegt. Dies geschieht bis der Kapitalstock den Wendepunkt  $t^*$  erreicht, von da an sinkt der Kapitalstock wieder in Richtung des Steady States.

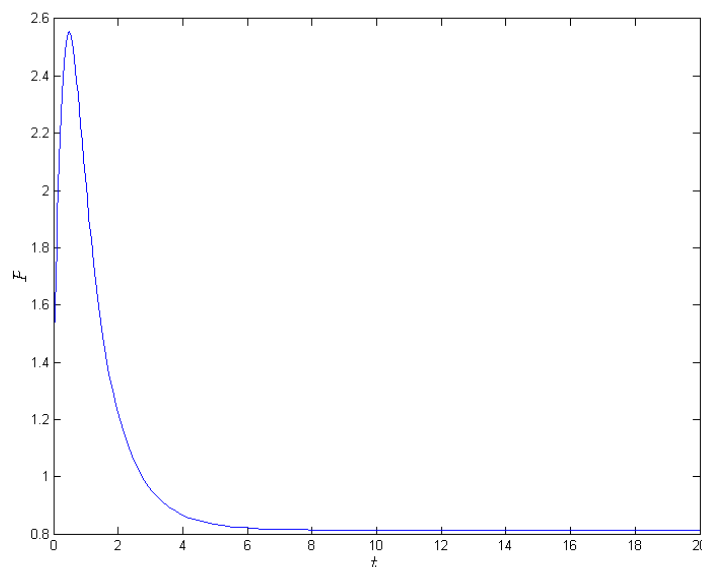


Abbildung 6.7: Verschmutzungspfad über die Zeit (Quelle: eigene Berechnungen, *Matlab Toolbox OCMat*)

Dieses Wendepunktverhalten aus Proposition 2 soll mit Hilfe einer intuitiven Erklärung



erläutert werden.

Darin wird analysiert, dass die Agenten zu Beginn bereit sind für einen Lohn zu arbeiten, der unter dem Steady State liegt. Dies führt zu einer größeren Beschäftigung, was eine Steigerung des Outputs im Gleichgewicht mit sich bringt. Da dadurch mehr Kapital vorhanden ist, können auch mehr Steuereinnahmen getätigt werden. Diese steigern die Bekämpfungsmaßnahmen, welche eine Abnahme der Verschmutzung möglich machen. Diese Entwicklung kann in Abbildung 6.7 beobachtet werden. Darin ist auf der x-Achse die Zeit  $t$  aufgetragen und auf der y-Achse die Verschmutzung  $P_t$ . Unter der Annahme, dass zu Beginn der Einfluss des Kapitals  $k_t$  größer als jener der Bekämpfungsmaßnahmen  $z_t$  der Regierung ist, entsteht ein steigender Verschmutzungspfad. Ab einem gewissen Zeitpunkt kehren sich diese Einflüsse um und der Verschmutzungspfad fängt an zu sinken.

## 6.6 Keine Bekämpfungsmaßnahmen

In einem Teil ihrer Arbeit betrachten Fernández et al. (2012) die Auswirkungen, wenn in dem Modell keine Bekämpfungsmaßnahmen  $z_t$  vorkommen. Das heißt, dass auch die Rate  $\phi$ , die angibt, wieviel die Regierung in Bekämpfungsmaßnahmen investiert, Null wird. Es kann also angenommen werden, dass  $\chi_2 = \phi = 0$  und  $\chi_1 = \chi > 0$ . Damit verändert sich die Verschmutzungsfunktion (6.1.1) zu  $P_t = k_t^\chi$  und  $z_t = 0 \forall t$ . Durch diese Annahmen verändert sich auch die Bedingung für Unbestimmtheit, in welcher der Teil, der von  $\chi_2$  abhängig ist, wegfällt und daraus  $\sigma + \chi\eta(1 - \sigma) < 0$  entsteht. Die Einträge der Matrix  $\Gamma$  nehmen nun die folgenden veränderten Werte an:

$$\begin{aligned}\Omega &= \frac{k_{ss}}{\lambda_{ss}} \left[ \frac{(1 - \alpha)(1 - \tau)}{\alpha} A \left( \frac{k}{n} \right)_{ss}^{\alpha-1} + \frac{1}{\sigma} \left( \frac{c}{k} \right)_{ss} \right], \\ \mu_1 &= [\sigma + \chi\eta(1 - \sigma)] \frac{1}{\sigma} \left( \frac{c}{k} \right)_{ss}, \\ \mu_2 &= -\frac{(1 - \alpha)[\delta + \rho + \tau_p(1 - \tau)]}{\alpha} < 0.\end{aligned}$$

Wie man erkennen kann, ändern sich dabei nicht die Vorzeichen der Einträge. Die darin vorkommenden  $(c/k)_{ss}$ ,  $(k/n)_{ss}$  und  $k_{ss}/\lambda_s$  sind die angepassten Steady States ohne Bekämpfungsmaßnahmen in der Verschmutzungsfunktion. Es wird folgende Proposition gegeben, welche den Verschmutzungspfad im Fall von Unbestimmtheit und unter der Annahme, dass es keine Bekämpfungsmaßnahmen der Regierung gibt, behandelt.

**Proposition 3.** *Im Fall von Unbestimmtheit, wenn die Wirtschaft am Anfang beim Steady State steht und die Agenten ein Arbeitslevel wählen, das sich über dessen Steady State befindet ( $n_0 > n_{ss}$ ), dann gilt:*

1.  $P_t > P_{ss} \forall t$ .
2. Die Verschmutzung weist einen Wendepunkt auf.

*Wenn der Fall eintritt, dass die Agenten ein Arbeitslevel unter dem Steady State wählen ( $n_0 < n_{ss}$ ) sind genau die entgegengesetzten Auswirkungen zu beobachten.*

*Beweis.* Die lokale Lösung ist auch hier gegeben durch die Gleichungen (6.2.16)-(6.2.18). Darin werden natürlich die veränderten Werte  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  und  $\Omega$  verwendet. Wird nun ange-

nommen, dass  $k_0 = k_{ss}$  und da  $n_0 > n_{ss}$ , erhält man aus Gleichung (6.2.18), dass auch  $\lambda_0 > \lambda_{ss}$ . Durch die Annahme bezüglich des Kapitals kann Gleichung (6.2.17) nun als

$$k_t = k_{ss} + \frac{\Omega}{\mu_2 - \mu_1} (e^{\mu_2 t} - e^{\mu_1 t}) (\lambda_0 - \lambda_{ss}), \quad \forall t > 0 \quad (6.6.1)$$

dargestellt werden. Fernández et al. (2012) nehmen nun an, dass  $|\mu_2| < |\mu_1|$  und durch die Tatsache, dass  $\Omega > 0$ , ergibt sich  $\Omega/(\mu_2 - \mu_1) > 0$  und  $e^{\mu_2 t} > e^{\mu_1 t}$ . Diese Eigenschaften und dass  $\lambda_0 > \lambda_{ss}$  führt mit Hilfe von Gleichung (6.6.1) zu dem Ergebnis, dass  $k_t > k_{ss} \quad \forall t > 0$ .

Somit gibt es auch einen Wendepunkt im Kapital wenn  $t^* = \ln(\mu_1/\mu_2)/\mu_2 - \mu_1$ , welcher schon in Proposition 2 berechnet wurde. Als Letztes beschreiben die Autoren die folgende Schlussfolgerung:

Wenn  $P_t = k_t^\chi$  und  $k_0 = k_{ss}$ , erhält man  $P_0 = P_{ss}$  und somit ist bei  $k_0 > k_{ss}$  auch  $P_0 > P_{ss} \quad \forall t > 0$ .

□

Die Hauptschlussfolgerung aus dieser Propostion ist jene, dass das Vorhandensein von Bekämpfungsmaßnahmen nicht zwingend notwendig ist, um einen Wendepunkt im Verschmutzungspfad festzustellen.

Der einzige Unterschied zu dem Fall, wenn Bekämpfungsmaßnahmen vorhanden sind, ist jener, dass zu Beginn der Effekt der Bekämpfungsmaßnahmen jenen der Verschmutzung kompensiert und sich die Verschmutzung unter ihrem Steady State bewegt. Dies geschieht in den ersten Perioden, wenn der Fall  $n_0 > n_{ss}$  eintritt.

Wenn aber Bekämpfungsmaßnahmen nicht vorhanden sind, wird sich die Verschmutzung immer über ihrem Steady State befinden. Für das Verhalten der Verschmutzung unter der Annahme von vorhandenen Bekämpfungsmaßnahmen wird von Fernández et al. (2012) die folgende intuitive Erklärung gegeben:

Am Beginn sind die Agenten dazu bereit für einen geringeren Lohn als den Steady State zu arbeiten. Dadurch ergibt sich eine höhere Beschäftigungsrate, was wiederum einen größeren Output erzeugt. Die Verschmutzung bleibt weiterhin konstant, da sie nur vom anfangs festgelegten Kapitalstock abhängig ist. Der Grenzproduktivität des Kapitals beginnt aber zu steigen, da die Firmen immer mehr Arbeit verwenden. Dies regt mehr Investitionen an und ergibt einen höheren Kapitalstock in den folgenden Perioden. Dies hat den Effekt, dass die Arbeitsnachfragekurve nach rechts wandert. Aus der Gleichung (6.2.16) ergibt sich für  $\lambda_t$ , dass sich in der nächsten Periode die Frischkurve nach unten

bewegt. Über einige Perioden steigt die Beschäftigung, dies führt auch zu einem Anstieg in Output, Kapital und Verschmutzung. Nachdem ein Wendepunkt erreicht wird, kann genau das Gegenteil beobachtet werden und alle diese Variablen beginnen zu sinken.

Zusammenfassend kann zu diesem vorgestellten Modell gesagt werden, dass beim Auftreten von Unbestimmtheit bei Gleichgewichten eine EKC auftreten kann. Es wurde von Fernández et al. (2012) ein neoklassisches Wachstumsmodell verwendet. Es wird erläutert, dass wenn das Gleichgewichtsmodell lokale Unbestimmtheit ihrer Gleichgewichte aufweist, eine EKC beobachtet werden kann. Diese tritt im Übergang zum Steady State der Wirtschaft auf. Es wurde genauer betrachtet unter welchen Bedingungen Unbestimmtheit auftreten kann. Dabei wurde festgestellt, dass eine hohe Gewichtung der Verschmutzung in der Nutzenfunktion notwendig ist.

Mit Hilfe der Frischkurve für das Arbeitsangebot wurde intuitiv erklärt, wie es zu einem Wendepunktverhalten kommen kann. Außerdem wurde diese Kurve auch für die Erklärung herangezogen, wie sich die Verschmutzung über die Zeit mit Bekämpfungsmaßnahmen entwickelt. Es wurde auch die Rolle der Anfangswahl der Arbeit betrachtet. Wird das Anfangslevel der Arbeit von den Agenten zu Beginn über dessen Steady State gewählt, werden auch die Faktoren Output und Bekämpfungsmaßnahmen über deren Steady State liegen. Es wurde auch festgestellt, dass ein Wendepunkt im Verschmutzungspfad auftritt, dass aber nicht die Periode bestimmt werden kann, in welcher dieser stattfindet.

Darüber hinaus geben die analytischen Bedingungen über Unbestimmtheit keine Aussagen über politische Instrumente. Das bedeutet, wie bereits zu Beginn dieses Kapitels erwähnt, dass eine Regierung nicht in der Lage ist, die Wirtschaft aus einer Unbestimmtheitsregion zu bewegen. Es ist also für die Regierung nicht möglich, einen Wendepunkt des Verschmutzungspfades im Fall von Unbestimmtheit zu verhindern.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung

Diese Diplomarbeit beinhaltet verschiedene Modelle, die sich mit der Hypothese der Environmental Kuznets Curve auseinandersetzen. Diese erklären unter unterschiedlichen Annahmen, wie diese invertierte U-Beziehung von Einkommen und Umweltverschmutzung zustande kommen kann. Es wurde außerdem untersucht, welche Auswirkungen verschiedene Faktor, wie Steuern oder technisches Wissen, auf die ökologische Verschmutzung in einer Wirtschaft haben.

In dieser Arbeit wird eine Aufteilung in statische und dynamische Modelle gemacht. Dafür wurde die Arbeit von Dinda (2004) herangezogen, die darin genau die Unterschiede dieser Modelle beschreibt und auch Beispiele dafür gibt. Die auftretenden Unterschiede wurden genauer in Kapitel 3 betrachtet. Um diese besser zu erklären, wurden in diesem Abschnitt ein statisches und ein dynamisches Modell vorgestellt. Bei dem statischen Modell handelt es sich um jenes von Andreoni and Levinson (2001). Dieses kommt nur mit einer Nutzenfunktion aus und zeigt, dass es auch ohne vorgegebene wirtschaftliche Wachstumsmuster möglich ist, eine EKC Beziehung zwischen Wirtschaftswachstum und Umweltverschmutzung abzuleiten. In diesem Modell wird die Verschmutzung durch den Konsum und Bekämpfungsmaßnahmen beschrieben. Besonders ist in diesem Modell die Annahme von steigenden Skalenerträgen, die das Auftreten einer EKC ermöglichen.

Im zweiten Teil dieses Kapitels wird das dynamische Wachstumsmodell von Tahvonen and Salo (2001) diskutiert. In diesem werden zwei verschiedene Arten von technischem Wissen in das Modell eingefügt. Außerdem beinhaltet es fossile und erneuerbare Energieressourcen. Der Nutzen soll in diesem Modell bezüglich des Konsums und den unterschiedlichen Brennstoffen maximiert werden. Der Gebrauch von fossilen Brennstoffen bezüglich dem GDP weist mit und ohne der Berücksichtigung von technischem Fort-

schritt eine EKC auf. Die Verwendung von erneuerbaren Energieträgern scheint wiederum über die Zeit monoton anzusteigen.

In Kapitel 4 wurde das statische Modell von Lopez (1994) genauer betrachtet. Dieses Modell enthält nur eine Produktionsfunktion, aber keine Nutzenfunktion. Es wird angenommen, dass die Umwelt ein Faktor der Produktion ist. Es wird betrachtet welche Form die Beziehung zwischen der Produktionsfunktion und dem ökologischen Faktor aufweist. Die Substitutionselastizität zwischen der Verschmutzung und nicht-verschmutzenden Inputs spielt in diesem Modell eine große Rolle. Es kann auch bei diesem Modell eine EKC des ökologischen Faktors bezüglich der steigenden Produktion beobachtet werden.

Im nächsten Kapitel dieser Diplomarbeit wurden zwei weitere dynamische Modelle diskutiert. Jenes von Selden and Song (1995) nimmt als Grundlage das Wachstumsmodell von Forster (1973). Darin besteht die Dynamik des Kapitalstocks aus einer Produktionsfunktion, abgeschriebenem Kapital, Konsum und den Bekämpfungsmaßnahmen. Es wurden die Dynamiken der Verschmutzung genauer betrachtet, wobei zum Beispiel das Auftreten von konstanten Skalenerträgen der Bekämpfungsmaßnahmen angenommen wurde. Da die Verschmutzung von den Kosten der Bekämpfungsmaßnahmen und vom Kapitalstock abhängig ist, ist es wesentlich in welcher Geschwindigkeit das Einkommen ansteigt. Im zweiten Teil des Kapitels 4 wurden die Auswirkungen von Steuern in einem dynamischen Wachstumsmodell betrachtet. Dieses Modell wurde von Egli and Steger (2007) entwickelt. Es stellt eine Erweiterung des Modells von Andreoni and Levinson (2001) aus Kapitel 3 dar. Die Autoren führen in ihrem Modell Steuern auf den Konsum und auf die Umwelt ein. Durch ein Optimierungsproblem des sozialen Planers können die optimalen Steuern unter der Maximierung von Konsum und Bekämpfungsmaßnahmen dargestellt werden. Mit Hilfe spezieller Funktionen war es möglich, den Verlauf der Verschmutzung über die Zeit, sowie in Zusammenhang mit dem Einkommen zu zeigen. Auch hier konnte unter der Annahme von steigenden Skalenerträgen der Bekämpfungsmaßnahmen ein EKC Muster festgestellt werden.

Im letzten Kapitel wurde die Arbeit von Fernández et al. (2012) beschrieben. Das darin diskutierte neoklassische Wachstumsmodell beschreibt die Möglichkeit des Auftretens einer EKC bei einem Vorhandensein von unbestimmten Gleichgewichten. Dafür wurden die Bedingungen für die Eigenschaft der Unbestimmtheit von Gleichgewichten abgeleitet. Zum einen ist die Eigenschaft der Trennbarkeit in der Nutzenfunktion auszuschließen und zum anderen ist eine hohe Gewichtung der Umwelt in dieser notwendig. Es konnte außerdem erklärt werden, dass das Auftreten von unbestimmten Gleichgewichten unabhängig von der Höhe des Einkommens und der Verschmutzungssteuerrate ist. Ein

interessantes Ergebnis ist außerdem, dass das Vorhandensein von Bekämpfungsmaßnahmen nicht notwendig ist, um einen Wendepunkt im Verlauf der Umweltverschmutzung zu beobachten. Außerdem kann im Auftreten von Unbestimmtheit der Gleichgewichte der Wendepunkt der Verschmutzung nicht verhindert werden.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass eine invertierte U-Kurve der Umweltverschmutzung bei steigendem Wirtschaftswachstum auftreten kann. Dieser Verlauf kann in statischen und dynamischen Modellen festgestellt werden. Es gibt viele Faktoren, die in diesen Modellen berücksichtigt werden können.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Environmental Kuznets Curve (Quelle: eigene Darstellung nach Egli and Steger (2007), S.24, Fig. 1) . . . . .	1
2.1	Dynamiken der EKC (Quelle: Agras and D.Chapman (1999), S.2750, Fig. 2) . . . . .	8
2.2	invertierte U-geformte Kurve (Quelle: Kijima et al. (2010), S.1190, Fig.1)	10
2.3	N-geformte Kurve (Quelle: Kijima et al. (2010), S.1190, Fig.1) . . . . .	11
3.1	Optimaler Verschmutzungs-Einkommens Pfad (Quelle: Andreoni and Levinson (2001), S.273, Fig. 1) . . . . .	19
3.2	Gebrauch fossiler Brennstoffe und erneuerbarer Ressourcen über die Zeit (Quelle: Tahvonen and Salo (2001), S.1393, Fig. 2(d)) . . . . .	23
3.3	Beziehung zwischen Verwendung fossiler Brennstoffe und dem GDP (Quelle: Tahvonen and Salo (2001), S.1395, Fig. 3(a), (b)) . . . . .	24
4.1	Zusammenhang von $a$ und $f$ , sowie von $x$ und $f$ (Quelle: Lopez (1994), S.172, Fig. 1) . . . . .	30
5.1	Phasendiagramm mit Null-Bekämpfung (Quelle: Selden and Song (1995), S.164, Fig. 1) . . . . .	34
5.2	Optimale Bekämpfungsmaßnahmen und Verschmutzungs-Trajektorien (Quelle: Selden and Song (1995), S.166, Fig. 2) . . . . .	36
5.3	$P(Y)$ mit steigenden Skalenerträgen im Bekämpfungsaufwand (Quelle: eigene Darstellung nach Egli and Steger (2007), S.24, Fig. 1) . . . . .	42
5.4	$P(t)$ mit steigenden Skalenerträgen im Bekämpfungsaufwand (Quelle: eigene Darstellung nach Egli and Steger (2007), S.24, Fig. 1) . . . . .	42
6.1	$\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im Unbestimmtheits-Fall (Quelle: Fernández et al. (2012), S.1706, Fig. 2a) . . . . .	53



6.2	$\varsigma > 0$ : Phasendiagramm im Bestimmtheits-Fall (Quelle: Fernández et al. (2012), S.1706, Fig. 2b) . . . . .	54
6.3	$\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im (k,c)-Raum (Quelle: eigene Berechnungen, <i>Matlab Toolbox OCMat</i> ) . . . . .	57
6.4	$\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im (k,c)-Raum mit Konvergenzpfad (Quelle: eigene Berechnungen, <i>Matlab Toolbox OCMat</i> ) . . . . .	58
6.5	$\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im (k, $\lambda$ )-Raum (Quelle: eigene Berechnungen, <i>Matlab Toolbox OCMat</i> ) . . . . .	59
6.6	$\varsigma < 0$ : Phasendiagramm im (k, $\lambda$ )-Raum mit Konvergenzpfad (Quelle: eigene Berechnungen, <i>Matlab Toolbox OCMat</i> ) . . . . .	60
6.7	Verschmutzungspfad über die Zeit (Quelle: eigene Berechnungen, <i>Matlab Toolbox OCMat</i> ) . . . . .	63

# Literaturverzeichnis

- Agras, J. and D.Chapman (1999). A dynamic approach to the Eenvironmental Kuznets Curve hypothesis. *Ecological Economics*, 28:267–277.
- Andreoni, J. and Levinson, A. (2001). The simple analytics of the environmental Kuznets curve. *Journal of Public Economics*, 80:269–286.
- Brock, W. A. and Taylor, M. S. (2010). The green Solow model. *Journal of Economic Growth*, 15:127–153.
- Dinda, S. (2004). Environmental Kuznets Curve Hypothesis: A Survey. *Ecological Economics*, 49:431–455.
- Egli, H. and Steger, T. M. (2007). A Dynamic Model of the Environmental Kuznets Curve: Turning Point and Public Policy. *Environmental & Resource Economics*, 36:15–34.
- Fernández, E., Pérez, R., and Ruiz, J. (2012). The environmental Kuznets curve and equilibrium indeterminacy. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 36:1700–1717.
- Forster, B. A. (1973). Optimal Capital Accumulation in a Polluted Environment. *Southern Economic Journal*, 39:544–547.
- Kaika, D. and Zervas, E. (2013). The environmental Kuznets curve (EKC) theory. Part b: Critical issue. <http://dx.doi.org/10.1013/j.enpol.2013.07.130>.
- Kijima, M., Nishide, K., and Atsuyuki, O. (2010). Economic Models for the environmental Kuznets curve: A survey. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 34:1187–1201.
- Lopez, R. (1994). The Environment as a Factor of Production: The Effects of Economic Growth and Trade Liberalization. *Journal of Environmental Economics and Management*, 27:163–184.

- Pearson, P. J. G. (1994). Energy, Externalities and Environmental Quality: Will Development Cure the Ills It Creates? *Energy Studies Review*, 6:Iss.3. Article 4.
- Selden, T. and Song, D. (1995). Neoclassical Growth, the J Curve for Abatement and the Inverted U Curve for Pollution. *Journal of Environmental Economics and Management*, 29:162–168.
- Tahvonen, O. and Salo, S. (2001). Economic growth and transitions between renewable and nonrenewable energy resources. *European Economic Review*, 45:1379–1398.

# Anhang A

## Anhang zu Kapitel 3

### A.1 Modell von Andreoni and Levinson (2001)

#### A.1.1 Berechnung des optimalen Konsums und der Bekämpfungsmaßnahmen

Im Modell von Andreoni and Levinson (2001) ergibt sich folgendes Optimierungsproblem:

$$\max_{C,E} C^\alpha E^\beta \quad (\text{A.1.1})$$

unter

$$C + E = M. \quad (\text{A.1.2})$$

Mit dem Lagrange-Ansatz kann man dieses Problem lösen, dabei sei die Lagrangefunktion

$$L(C, E, \lambda) = C^\alpha E^\beta - \lambda(C + E - M). \quad (\text{A.1.3})$$

Die partiellen Ableitungen ergeben

$$\frac{\partial L}{\partial C} = \alpha C^{\alpha-1} E^\beta - \lambda = 0, \quad (\text{A.1.4})$$

$$\frac{\partial L}{\partial E} = \beta C^\alpha E^{\beta-1} - \lambda = 0, \quad (\text{A.1.5})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -C - E + M = 0. \quad (\text{A.1.6})$$

Aus diesen drei Gleichungen erhält man

$$\alpha C^{\alpha-1} E^{\beta} = \lambda, \quad (\text{A.1.7})$$

$$\beta C^{\alpha} E^{\beta-1} = \lambda, \quad (\text{A.1.8})$$

$$C + E = M. \quad (\text{A.1.9})$$

Wird die Gleichung (A.1.7) durch (A.1.8) dividiert, ergibt sich

$$\frac{\alpha E}{\beta C} = 1. \quad (\text{A.1.10})$$

Nun wird diese Gleichung nach  $E$  umgeformt und in die Gleichung (A.1.9) eingesetzt, dies führt dann zu

$$C + \frac{\beta C}{\alpha} = M. \quad (\text{A.1.11})$$

Löst man diese Gleichung nun nach  $C$  auf, erhält man den optimalen Konsumwert  $C^*$  aus Gleichung (3.1.3). Wird nun dieser optimale Wert in die nach  $E$  umgeformte Gleichung (A.1.10) eingesetzt, ergibt sich der optimale Wert der Bekämpfungsmaßnahmen  $E^*$  aus Gleichung (3.1.4).

## A.2 Modell von Tahvonen and Salo (2001)

### A.2.1 Berechnung der Bedingungen (3.2.7)-(3.2.11) für das Wettbewerbsgleichgewicht

Die Hamiltonfunktion (3.2.6) des Optimierungsproblems von Tahvonen and Salo (2001) sei gegeben. Die Bedingungen für das Wettbewerbsgleichgewicht berechnen sich aus

$$\frac{\partial H}{\partial c} = U' - \lambda = 0, \quad (\text{A.2.1})$$

$$\frac{\partial H}{\partial s} = P_e - F_s = 0, \quad (\text{A.2.2})$$

$$\frac{\partial H}{\partial q} = \lambda[P_e - C(x, n_1, n_2)] - \varphi = 0, \quad (\text{A.2.3})$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = \lambda P_k = \delta \lambda - \dot{\lambda}, \quad (\text{A.2.4})$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\lambda q C_x = \delta \varphi - \dot{\varphi}. \quad (\text{A.2.5})$$

Wenn nun die Gleichungen (A.2.4) und (A.2.5) nach  $\dot{\lambda}$  beziehungsweise nach  $\dot{\varphi}$  umgeformt wird, erhält man die Bedingungen (3.2.10) und (3.2.11).

# Anhang B

## Anhang zu Kapitel 4

### B.1 Modell von Lopez (1994)

#### B.1.1 Berechnung der Bedingung erster Ordnung

Zu der Bedingung erster Ordnung (4.1.5) gelangt man, indem die indirekte Wohlfahrtsfunktion (4.1.4) bezüglich dem Emissionslevel  $x$  maximiert wird.

$$\frac{\partial \mu}{\partial x} = \frac{\partial \mu}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1.1})$$

Das Umformen dieser Gleichung nach  $R_3 = \frac{\partial R}{\partial x}$  ergibt die angegebene Bedingung erster Ordnung.

#### B.1.2 Umformung der Bedingung (4.2.3)

Die Bedingung (4.2.3) hat die Form  $\frac{R_{32}}{R_2} \mu_1 + R_3 \mu_{11} > 0$ , nun wird  $R_3 \mu_{11}$  auf die rechte Seite gebracht und es entsteht

$$\frac{R_{32}}{R_2} \mu_1 > -R_3 \mu_{11}. \quad (\text{B.1.2})$$

Nun wird die Gleichung mit  $f$  multipliziert und daraus folgt

$$f \frac{R_{32}}{R_2} \mu_1 > -R_3 \mu_{11} f. \quad (\text{B.1.3})$$

Durch die Division der rechten Seite mit  $\mu_1$  gelangt man zu

$$f \frac{R_{32}}{R_2} > -\frac{\mu_{11}}{\mu_1} R_3 f. \quad (\text{B.1.4})$$

Wird nun die rechte Seite mit  $\frac{R}{R}$  multipliziert, erreicht man die letzte Umformung

$$f \frac{R_{32}}{R_2} > -\frac{\mu_{11}}{\mu_1} R \frac{R_3}{R} f. \quad (\text{B.1.5})$$

### B.1.3 Berechnung der Spezifikation für $R$ in (4.2.5)

Die CES Funktion für  $R$  wird in  $f \frac{R_{32}}{R_2} \frac{1}{s_f}$  eingesetzt, wobei  $\frac{R_3 f}{R} = s_f$ .  $f$  kann dabei gekürzt werden und die partiellen Ableitungen

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{\partial R}{\partial f} = A(\rho, \tau) \left( \frac{1}{\rho} \right) [\gamma_2 f^\rho + \gamma_3 x^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1} (\rho \gamma_2 f^{\rho-1}), \\ R_3 &= \frac{\partial R}{\partial x} = A(\rho, \tau) \left( \frac{1}{\rho} \right) [\gamma_2 f^\rho + \gamma_3 x^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1} (\rho \gamma_3 x^{\rho-1}), \\ R_{32} &= \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial f} = A(\rho, \tau) \left( \frac{1}{\rho} \right) (\rho \gamma_3 x^{\rho-1}) \left( \frac{1}{\rho} - 1 \right) [\gamma_2 f^\rho + \gamma_3 x^\rho]^{\frac{1}{\rho}-2} (\rho \gamma_2 f^{\rho-1}), \end{aligned}$$

eingesetzt. Daraus ergibt sich,

$$\frac{R_{32}}{R_2} \frac{R}{R_3} = 1 - \rho$$

und somit erhält man die Ungleichung (4.2.7).



# Anhang C

## Anhang zu Kapitel 5

### C.1 Modell von Selden and Song (1995)

#### C.1.1 Berechnung der Bedingungen erster Ordnung

Das soziale Problem (5.1.2) mit der Nebenbedingung (5.1.1) ergibt die folgende Hamiltonfunktion

$$\hat{H} = U(C, P(K, E)) + \psi[\varphi(K) - \delta K - C - E] \quad (\text{C.1.1})$$

Die Bedingungen erster Ordnung sind gegeben durch:

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial C} = U'_1(C) - \psi = 0 \Rightarrow \psi = U'_1(C), \quad (\text{C.1.2})$$

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial E} = U'_2(P) \frac{\partial P}{\partial E} + q_2 - \psi = 0 \Rightarrow \psi = U'_2(P) \frac{\partial P}{\partial E} + q_2, \quad (\text{C.1.3})$$

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial K} = U'_2(P) \frac{\partial P}{\partial K} + \psi \varphi'(K) - \delta \psi = \rho \psi - \dot{\psi}. \quad (\text{C.1.4})$$

Wird die Gleichung (C.1.3) nach  $U'_2$  umgeformt, sodass  $U'_2 = \psi \frac{\partial P}{\partial E}$  entsteht. Diese Gleichung wird nun in Gleichung (C.1.4) eingesetzt, nach  $\dot{\psi}$  umgewandelt und man gelangt man zu der Gleichung (5.1.5).

## C.2 Modell von Egli and Steger (2007)

### C.2.1 Berechnung von $P(t)$

Durch die Annahme, dass  $C = \bar{C}$  und  $E = \bar{E}$ , ergibt sich für die Gleichungen (5.2.5) und (5.2.6)

$$U_C + U_P P_C = \lambda, \quad (\text{C.2.1})$$

$$U_P P_E = \lambda. \quad (\text{C.2.2})$$

Wird nun die Gleichung (5.2.10) für  $U$  und  $P = C - C^\alpha E^{\beta+\eta}$  angenommen, ergeben sich für die Ableitungen

$$\begin{aligned} U_C &= \frac{1}{C - P}, \\ U_P &= -\frac{1}{C - P}, \\ P_C &= 1 - \alpha C^{\alpha-1} E^{\beta+\eta}, \\ P_E &= -(\beta + \eta) C^\alpha E^{\beta+\eta-1}. \end{aligned}$$

Nun werden diese Ableitungen in die Gleichung (C.2.1) eingesetzt und nach  $E$  umgeformt, dabei wird außerdem  $P = C - C^\alpha E^{\beta+\eta}$  verwendet. Dann ergibt sich

$$E = \frac{\beta + \eta}{\lambda}.$$

Setzt man nun für  $\lambda$  die Gleichung (5.2.14) ein, erhält man

$$E = \frac{K_0 e^{(A-\delta-\rho)t} (\beta + \eta) \rho}{\alpha + \beta + \eta}.$$

Für  $C$  werden die entsprechenden Ableitungen in die Gleichung (C.2.2) eingesetzt und nach  $C$  umgeformt, auch hier wird wieder  $P = C - C^\alpha E^{\beta+\eta}$  verwendet. Für  $C$  erhält man dann:

$$C = \frac{\alpha}{\lambda}.$$

Wird auch hier für  $\lambda$  die Gleichung (5.2.14) verwendet, ergibt sich

$$C = \frac{K_0 e^{(A-\delta-\rho)t} \alpha \rho}{\alpha + \beta + \eta}.$$

Jetzt werden die Ergebnisse für  $C$  und  $E$  in  $P = C - C^\alpha E^{\beta+\eta}$  eingesetzt und die Gleichung (5.2.15) entsteht.

# Anhang D

## Anhang zu Kapitel 6

### D.1 Berechnung der Bedingungen erster Ordnung

Sei  $\hat{H}$  die Hamiltonfunktion zum gegebenen Optimierungssystem

$$\hat{H} = U(c_t, P_t, n_t) + \lambda_t[(1 - \tau)(w_t n_t + r_t k_t) + T_t - c_t - \delta k_t]. \quad (\text{D.1.1})$$

Die Bedingungen erster Ordnung sind gegeben durch:

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial c_t} = c_t^{-\sigma} \sigma P_t^{-\eta(1-\sigma)} - \lambda_t = 0 \Rightarrow \lambda_t = c_t^{-\sigma} \sigma P_t^{-\eta(1-\sigma)}, \quad (\text{D.1.2})$$

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial n_t} = -\gamma + \lambda_t(1 - \tau)w_t = 0 \Rightarrow \gamma = \lambda_t(1 - \tau)w_t, \quad (\text{D.1.3})$$

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial k_t} = \lambda_t((1 - \tau)r_t - \delta) = \rho \lambda_t - \dot{\lambda}_t. \quad (\text{D.1.4})$$

Durch das Dividieren der Gleichung (D.1.4) durch  $\lambda_t$  erhält man  $(1 - \tau)r_t - \delta = \rho - \frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t}$ , wird diese Gleichung nun nach  $-\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t}$  umgeformt, gelangt man zur dritten Bedingung erster Ordnung (6.1.11).

## D.2 Berechnung der Einträge von $\Gamma$

Die Dynamiken des Systems (6.2.7) und (6.2.8) in  $(k_t, \lambda_t)$  um den Steady State kann durch die lineare Approximation (6.2.9) charakterisiert werden:

$$\Gamma_{11} = (1 - \phi\tau)A \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha} \frac{\partial n_t}{\partial k_t} \Big|_{ss} - (\delta + \phi\tau_p(1 - \tau)) - \frac{\partial c_t}{\partial k_t} \Big|_{ss}, \quad (\text{D.2.1})$$

$$\Gamma_{12} = (1 - \phi\tau)A \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha} (1 - \alpha) \frac{\partial n_t}{\partial k_t} \Big|_{ss} - \frac{\partial c_t}{\partial \lambda_t} \Big|_{ss}, \quad (\text{D.2.2})$$

$$\lambda_{21} = 0, \quad (\text{D.2.3})$$

$$\lambda_{22} = -\lambda_{ss}(1 - \tau)\alpha A k_{ss}^{\alpha-1} (1 - \alpha) n_{ss}^{-\alpha} \frac{\partial n_t}{\partial \lambda_t} \Big|_{ss}. \quad (\text{D.2.4})$$

Darin stehen  $\frac{\partial n_t}{\partial k_t}$ ,  $\frac{\partial c_t}{\partial k_t}$ ,  $\frac{\partial n_t}{\partial \lambda_t}$ ,  $\frac{\partial c_t}{\partial \lambda_t}$  und  $\frac{\partial n_t}{\partial \lambda_t}$  für die partiellen Ableitungen. In den Gleichungen (D.2.1) und (D.2.2) wurde die Gleichung (6.2.7) nach  $k_t$  beziehungsweise nach  $\lambda_t$  abgeleitet. Dasselbe ist in den Gleichungen (D.2.3) und (D.2.4) mit Gleichung (6.2.8) geschehen. Aus den Gleichungen (6.2.5) und (6.2.6), sowie unter Verwendung von (6.2.1)-(6.2.3) ergeben sich die partiellen Ableitungen wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_t}{\partial k_t} \Big|_{ss} &= \left(\frac{n}{k}\right)_{ss}, \\ \frac{\partial n_t}{\partial \lambda_t} \Big|_{ss} &= \frac{1}{\alpha} \left(\frac{n}{\lambda}\right)_{ss}, \\ \frac{\partial c_t}{\partial k_t} \Big|_{ss} &= \frac{(\chi_2 - \chi_1)\eta(1 - \sigma)}{\sigma} \left(\frac{c}{k}\right)_{ss}, \\ \frac{\partial c_t}{\partial \lambda_t} \Big|_{ss} &= -\frac{1}{\sigma} \left(\frac{c}{\lambda}\right)_{ss} \left(1 - \chi_2\eta(1 - \sigma)\phi\tau A \frac{1 - \alpha}{\alpha} \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha-1} \left(\frac{z}{k}\right)_{ss}^{-1}\right). \end{aligned}$$

Werden nun diese partiellen Ableitung und die folgende Gleichung

$$\left(\frac{c}{k}\right)_{ss} = (1 - \phi\tau)A \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha-1} - (\delta + \phi\tau_p(1 - \tau)),$$

in die Gleichungen (D.2.1), (D.2.2) und (D.2.4) eingesetzt und vereinfacht, gelangt man zu folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= \frac{\sigma(\chi_1 - \chi_2)\eta(1 - \sigma)}{\sigma} \left(\frac{c}{k}\right)_{ss} = \mu_1, \\ \Gamma_{12} &= \left(\frac{k}{\lambda}\right)_{ss} \left[ \frac{(1 - \phi\tau)A(1 - \alpha)}{\alpha} \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha-1} + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{c}{k}\right)_{ss} \left(1 - \chi_2\eta(1 - \sigma)\phi\tau A \frac{1 - \alpha}{\alpha} \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha-1} \left(\frac{z}{k}\right)_{ss}^{-1} \right) \right] \\ &= \Omega, \\ \Gamma_{22} &= -(1 - \tau)\alpha A \left(\frac{k}{n}\right)_{ss}^{\alpha-1} (1 - \alpha) = -(1 - \alpha) \frac{\delta + \rho + \tau_p(1 - \tau)}{\alpha} = \mu_2. \end{aligned}$$