



## DIPLOMARBEIT

# Einfluss von Entwurfskriterien auf die Cordier-Linie von Radialventilatoren

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger  
Institut für Energietechnik und Thermodynamik

eingereicht an der Technischen Universität Wien,  
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Martin Kalva

0827381

Wien, im April 2019

Ich habe zur Kenntnis genommen, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung **Diplomarbeit** nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin.

*Eidesstattliche Erklärung*

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, genannt habe.

Weiters erkläre ich, dass ich das Thema dieser Arbeit bisher weder im In- noch im Ausland einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

.....

# Kurzfassung

Für die Auslegung von einstufigen Strömungsarbeitsmaschinen ist es möglich das sogenannte Cordier-Diagramm zu verwenden. Dieses stellt einen empirisch gefundenen Zusammenhang zwischen der Laufzahl und der Durchmesserzahl dar. Nach der gängigen Meinung bildet die Cordier-Linie Strömungsarbeitsmaschinen mit höchstem Wirkungsgrad ab und darüber hinaus besteht ein Zusammenhang zwischen der Laufzahl und der Laufradform. Das Cordier-Diagramm enthält jedoch keine quantitative Information über die das Laufrad charakterisierenden geometrischen Verhältnisse. In jüngster Vergangenheit konnte am Institut für Energietechnik und Thermodynamik eine theoretische Begründung für den Verlauf der Cordier-Linie gefunden werden. Dabei wurde gezeigt, dass die Cordier-Linie ein Resultat der Energieumsetzung ist und der Wirkungsgrad nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Diese Diplomarbeit befasst sich mit der Untersuchung des Einflusses von verschiedenen aerodynamischen Entwurfskriterien auf die Cordier-Linie von Radialventilatoren. Dazu werden analytische Modelle für die Begrenzung der Verzögerung der Strömung im Laufrad, die Begrenzung des Radreibungsverlustes sowie die Begrenzung des Spaltverlustes aufgestellt und ins Cordier-Diagramm transformiert. Das Verzögerungskriterium wird einerseits basierend auf einem konstanten Verzögerungsverhältnis für Radialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit und andererseits basierend auf einem vom Durchmesser Verhältnis abhängigen Verzögerungsverhältnis für Radialventilatoren mit konstanter Schaufelbreite angewendet. Die Berechnungen ergeben, dass die untersuchten Kriterien Anwendungsgrenzen für Radialventilatoren im Cordier-Diagramm darstellen. Des Weiteren wird gezeigt, dass für das Verzögerungskriterium ein theoretischer Zusammenhang zwischen der Laufzahl und der relativen Schaufelbreite des Laufrades existiert. Die berechneten Laufzahlen werden anschließend mit Laufzahlen aus der Literatur verglichen.

# Abstract

For the design of single stage fans, compressors and pumps the so-called Cordier-diagram can be used. It represents an empirically found relationship between the speed number and the diameter number and it is generally accepted that this relation provides turbomachinery with high efficiency. Furthermore, a relation between the speed number and the type of the rotor exists. However, the Cordier-diagram does not contain any quantitative information about the geometrical ratios that describe the rotor. In the recent past, a theoretical justification of the Cordier-line was found at the Institute for Energy Systems and Thermodynamics. It shows that the Cordier-line is a result of energy transfer and efficiency only plays a secondary role.

This thesis investigates the influence of different aerodynamic design criteria to the Cordier-line of radial flow fans. Therefore, analytical models for the limitation of the deceleration of the flow in the rotor, the limitation of disc friction losses and the limitation of leakage losses are derived and transformed into the Cordier-diagram. The criterion of limited deceleration is applied based on a constant deceleration ratio for radial flow fans with constant meridional velocity, on the one hand, and depending on the diameter ratio for radial flow fans with constant blade width, on the other hand. The results show that the considered criteria represent application limits for radial flow fans in the Cordier-diagram. Moreover, the criterion of limited deceleration results in a theoretical relationship between the speed number and the relative blade width of the rotor. Subsequently, the calculated speed numbers are compared with speed numbers from literature.

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reinhard Willinger für seine ausgezeichnete Betreuung während der Entstehung dieser Arbeit bedanken. Er stand mir bei Fragen stets mit großem Engagement und wertvollen fachlichen Anregungen zur Seite. Außerdem möchte ich ihm für die Möglichkeit danken im Zuge dieser Arbeit ein Paper für die Conference on Modelling Fluid Flow 2018 in Budapest mitverfassen zu können.

Ein besonders großer Dank gilt meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht und mich währenddessen mit ihrer Hilfsbereitschaft jederzeit unterstützt haben. Bei ihnen und auch bei meiner Schwester möchte ich mich dafür bedanken, dass sie mich stets mit motivierenden Gedanken bereichert haben.

Außerdem möchte ich meinen Freunden und Studienkollegen danken, die mich während der Studienzeit begleitet und unterstützt haben.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Ventilatoren</b>	<b>3</b>
2.1	Allgemeines . . . . .	3
2.2	Ventilatorbauarten . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Energieumsetzung in Radialventilatoren</b>	<b>9</b>
3.1	Kinematik des Radialventilators . . . . .	9
3.2	Arbeitsumsatz im Radialventilator . . . . .	11
3.3	Verluste und Wirkungsgrade . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Dimensionslose Kennzahlen</b>	<b>21</b>
4.1	Laufzahl und Durchmesserzahl . . . . .	22
4.2	Stufenkennlinie von Radialventilatoren . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Cordier-Diagramm</b>	<b>30</b>
5.1	Ergänzende Betrachtungen und Arbeiten zum Cordier-Diagramm . . . . .	32
5.2	Theoretische Begründung der Cordier-Linie für Radialventilatoren . . . . .	37
<b>6</b>	<b>Belastungskriterium - Begrenzung der Verzögerung</b>	<b>43</b>
6.1	Radialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit . . . . .	45
6.2	Radialventilatoren mit konstanter Schaufelbreite . . . . .	52
<b>7</b>	<b>Begrenzung des Radreibungsverlustes</b>	<b>59</b>
<b>8</b>	<b>Begrenzung des Spaltverlustes</b>	<b>62</b>

<b>9 Vergleich der Berechnungsergebnisse</b>	<b>66</b>
<b>10 Schlussfolgerungen und Ausblick</b>	<b>69</b>

# Nomenklatur

## Variablen mit lateinischer Notation

Symbol	Beschreibung	Einheit
$a$	spezifische Arbeit	J/kg
$A$	Fläche	m <sup>2</sup>
$b$	Schaufelbreite	m
$c$	absolute Strömungsgeschwindigkeit	m/s
$c_M$	Drehmomentenbeiwert	-
$d$	Durchmesser	m
$d_s$	spezifischer Durchmesser	-
$D$	zulässiges Verzögerungsverhältnis	-
$g$	Erdbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$h$	spezifische Enthalpie	J/kg
$\Delta h$	spezifische Enthalpiedifferenz	J/kg
$\Delta H$	spezifische Totalenthalpiedifferenz	J/kg
$k$	Anzahl der physikalischen Größen	-
$L$	axiale Laufradlänge	m
$m$	Anzahl der Basiseinheiten	-
$\dot{m}$	Massenstrom	kg/s
$M$	Drehmoment	Nm
$n$	Drehzahl	1/s
$p$	Druck	Pa
$P$	Leistung	W
$q$	spezifische Wärmemenge	J/kg
$r$	Radius	m
$R$	Reaktionsgrad	-
$Re$	Reynolds-Zahl	-
$s$	spezifische Entropie	J/(kgK)

$s_{Sp}$	Spaltweite	m
$T$	Temperatur	K
$u$	spezifische innere Energie	J/kg
$u$	Umfangsgeschwindigkeit	m/s
$v$	spezifisches Volumen	m <sup>3</sup> /kg
$\dot{V}$	Volumenstrom	m <sup>3</sup> /s
$w$	relative Strömungsgeschwindigkeit	m/s
$z$	Höhe	m

### Variablen mit griechischer Notation

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\alpha$	absoluter Strömungswinkel	°
$\beta$	relativer Strömungswinkel	°
$\delta$	Durchmesserzahl	-
$\eta_i$	innerer Wirkungsgrad	-
$\eta_u$	Umfangswirkungsgrad	-
$\kappa$	Längenverhältnis	-
$\lambda$	Arbeitszahl	-
$\nu$	kinematische Viskosität	m <sup>2</sup> /s
$\nu$	Nabenverhältnis	-
$\pi$	dimensionsloses Produkt	-
$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Laufzahl	-
$\varphi$	Durchflusszahl	-
$\psi$	Druckzahl	-
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
$\omega_s$	spezifische Drehzahl	-

### Tiefgestellte Zeichen

Symbol	Beschreibung
$a$	außen, adiabatisch
$C$	Cordier, Coriolis
$i$	innen, Anzahl dimensionsloser Produkte und Längenverhältnisse
$ir$	irreversibel

$k$	kinematisch
$m$	Meridiankomponente
$R$	Radreibung
$s$	isentropie Zustandsgröße, spezifisch
$Sp$	Spalt
$t$	totale Zustandsgröße
$u$	Umfangskomponente
$z$	zentrifugal
0	Saugraumeintritt
1	Schaufelkanaleintritt
2	Schaufelkanalausritt
3	Austritt Leiteinrichtung
*	neuer Laufradaußendurchmesser

### Hochgestellte Zeichen

Symbol	Beschreibung
'	Leiteinrichtung
"	Laufrad
+	Komplementärwinkel

### Abkürzungen

Symbol	Beschreibung
L	Länge
M	Masse
T	Zeit

# Kapitel 1

## Einleitung

Im Strömungsmaschinenbau ist die Verwendung von dimensionslosen Kennzahlen üblich, wobei der Laufzahl und der Durchmesserzahl eine besondere Bedeutung zukommt. Diese werden aus den Größen, welche die Maschine charakterisieren und den Größen, die ihren Betriebspunkt beschreiben, gebildet. Werden die beiden Kennzahlen für einstufige Strömungsarbeitsmaschinen (Ventilatoren, Verdichter und Pumpen) bei höchstem Wirkungsgrad ermittelt, ergibt sich nach den Erkenntnissen von *Cordier* [8] bei der Eintragung in ein doppelt-logarithmisches Diagramm ein gering streuender Zusammenhang. Dieser ist als Cordier-Linie bekannt und wurde in der Strömungsmaschinenliteratur oft publiziert. Radiale Laufräder liegen dabei im Bereich relativ kleiner Laufzahlen und axiale Laufräder im Bereich relativ hoher Laufzahlen. Das Cordier-Diagramm kann für Auslegungszwecke verwendet werden, wobei generell davon ausgegangen wird, dass die Cordier-Linie ausschließlich Strömungsarbeitsmaschinen mit hohem Wirkungsgrad abbildet.

Da das Cordier-Diagramm auf empirischen Betrachtungen beruht, besteht gesteigertes Interesse am theoretischen Hintergrund des Zusammenhanges zwischen Laufzahl und Durchmesserzahl. Dazu bietet die Literatur recht wenige Arbeiten. *Willinger* gelang es mittels Stufenkennlinien eine theoretische Begründung des Verlaufes der Cordier-Linie für Radial- und Axialventilatoren [33] sowie für Trommelläufer- und Querstromventilatoren [34] zu zeigen. Dabei wurde festgestellt, dass sich der Verlauf der Cordier-Linie aus der Energieumsetzung der Ventilatoren ergibt. Im Gegensatz zu den empirischen Ergebnissen *Cordiers* deckten die auf theoretischem Weg ermittelten Cordier-Linien für Radial- und Axialventilatoren jeweils den gesamten betrachteten Laufzahlbereich ab. Es stellte sich daher die Frage, ob es für den unterschiedlichen Anwendungsbereich von Radial- und Axialventilatoren im Cordier-Diagramm einen theoretisch begründbaren Hintergrund gibt. *Willinger* und *Köhler* [35] zeigten in einer weiterführenden Arbeit durch die Anwendung von Belastungskriterien für Axialventilatoren den Einfluss des Nabenverhältnisses entlang der Cordier-Linie. Dabei konnten Anwendungsgrenzen für Axialventilatoren abhängig vom Nabenverhältnis ermittelt werden.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es aufbauend auf den Ergebnissen aus [33] den Einfluss von verschiedenen Entwurfskriterien für Radialventilatoren auf die Cordier-Linie zu untersuchen. Dazu werden ein Belastungskriterium, welches die Verzögerung der Relativgeschwindigkeit im Laufrad  $w_2/w_1$  begrenzt, und zudem die Begrenzung des Radreibungs- und des Spaltverlustes als weitere Entwurfskriterien herangezogen. Durch die Transformation der Kriterien ins Cordier-Diagramm wird der Versuch gemacht Anwendungsgrenzen für Radialventilatoren zu finden und einen möglichen Einfluss der dimensionslosen Verhältnisse, welche die Geometrie des Radialventilators beschreiben (relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$ , Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$ ), zu untersuchen.

# Kapitel 2

## Ventilatoren

### 2.1 Allgemeines

Ventilatoren sind Strömungsmaschinen, die zur Förderung von Luft oder anderen gasförmigen Medien für geringe Druckverhältnisse eingesetzt werden. Sie sind neben Verdichtern und Pumpen ebenfalls Arbeitsmaschinen. Über eine Welle wird mechanische Energie zugeführt und diese über das Laufrad zunächst in kinetische Energie des Fluids und anschließend in potentielle Energie umgesetzt, wobei die Strömung verzögert wird. Die Abgrenzung gegenüber Verdichtern erfolgt nach der Höhe des Druckverhältnisses zwischen Laufradeintritt und -austritt bzw. nach der Höhe der spezifischen Förderarbeit. Dabei finden die folgenden Normen Anwendung:

- DIN EN ISO 5801 [12], EUROVENT 1/1 [17]: spezifische Förderarbeit  $\leq 25$  kJ/kg  
bzw.  $p_{t2}/p_{t1} \leq 1,3$
- VDI 2044 [31]:  $p_{t2}/p_{t1} \leq 1,3$

Bei der Förderung von Luft mit einer mittleren Dichte von  $1,2$  kg/m<sup>3</sup> entspricht die in [12] und [17] angegebene maximale spezifische Förderarbeit einer maximalen Druckdifferenz von  $0,3$  bar. Für einen Umgebungsdruck von  $1$  bar bedeutet dies wiederum ein Druckverhältnis von  $p_{t2}/p_{t1} \leq 1,3$ . Im Gegensatz zu den angegebenen aktuellen Normen wird in der Literatur noch teilweise der Begriff des Gebläses verwendet. Dabei gibt *Bohl* [4] für Ventilatoren einen Druckbereich von  $p_{t2}/p_{t1} < 1,3$ , für Gebläse  $p_{t2}/p_{t1} = 1,3$  bis  $3$  und für Verdichter  $p_{t2}/p_{t1} > 3$  an.

Anwendung finden Ventilatoren unter anderem in Klima- und Lüftungsanlagen, in verfahrenstechnischen Anlagen oder für Kühlzwecke, wie zum Beispiel für Elektromotoren oder Generatoren [4], [24].

## 2.2 Ventilatorbauarten

In diesem Abschnitt werden in Anlehnung an *Bohl* [3], [4], *Carolus* [6], *Eck* [15], *Kind* und *Tobin* [22] sowie [34] Radialventilatoren und die weiteren Ventilatorbauformen kurz beschrieben, da im Verlauf dieser Arbeit auch auf diese Bezug genommen wird.

Je nach der Art der Strömungsführung im Laufrad bzw. der damit einhergehenden Laufradform lässt sich zwischen folgenden Ventilatorbauarten unterscheiden.

### Radialventilatoren

Bei Radialventilatoren tritt die Strömung axial in das Laufrad ein, wird im Eintrittsbereich umgelenkt und verläuft in den Schaufelkanälen radial (Abb. 2.1). Sie können ein- oder mehrstufig und ein- oder mehrflutig ausgeführt werden. Radialventilatoren werden für kleinere Volumenströme und größere Druckdifferenzen eingesetzt. Die Druckerhöhung im Laufrad erfolgt durch die auf das Fluid wirkende Zentrifugalkraft und durch eine Verzögerung der Strömung. Bei einstufigen Radialventilatoren werden als Leiteinrichtung meistens Spiralgehäuse verwendet und in seltenen Fällen auch beschauelte Leiträder [15], wie sie bei Verdichtern Anwendung finden.

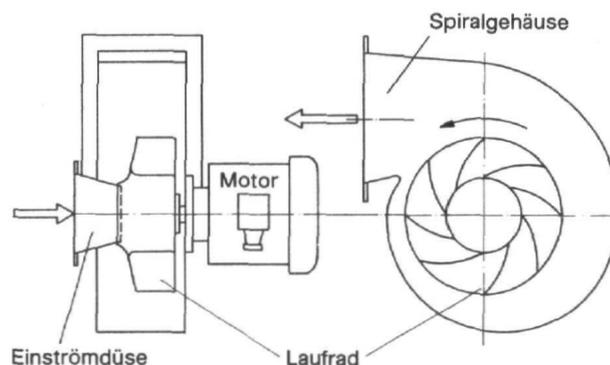


Abbildung 2.1: Radialventilator [3]

Üblicherweise wird das Laufrad, welches sich aus den Schaufeln und den Deckscheiben zusammensetzt, und das Spiralgehäuse in Blechbauweise hergestellt. Die Schaufeln weisen somit eine konstante Stärke auf, sind häufig einfach gekrümmt und können rückwärtsgekrümmt, radial endend oder vorwärtsgekrümmt ausgeführt werden, wobei die rückwärtsgekrümmte Beschauelung überwiegt. Abbildung 2.2 zeigt die möglichen Beschauelungsformen in der radialen Ebene. Bei Radialventilatoren werden einfache Schaufelkonturen verwendet, wie zum Beispiel Kreisbogenschaukeln, logarithmisch konturierte oder ebene Schaufeln. Das Spiralgehäuse dient dazu das aus dem Laufrad austretende Fluid zu sammeln und einen Teil der kinetischen Energie zusätzlich in potentielle Energie umzusetzen. Es wird von einer Sammel- und Diffusorwirkung gesprochen [6]. Im Allgemeinen kommen

Spiralgehäuse mit Rechteckquerschnitt zum Einsatz. Durch die einfache Bauweise von Radialventilatoren können die Herstellungskosten im Gegensatz zu Axialventilatoren, welche mit profilierten Beschäufelungen ausgeführt werden, gering gehalten werden. Der Radialventilator wird dadurch üblicherweise zur bevorzugten Wahl.

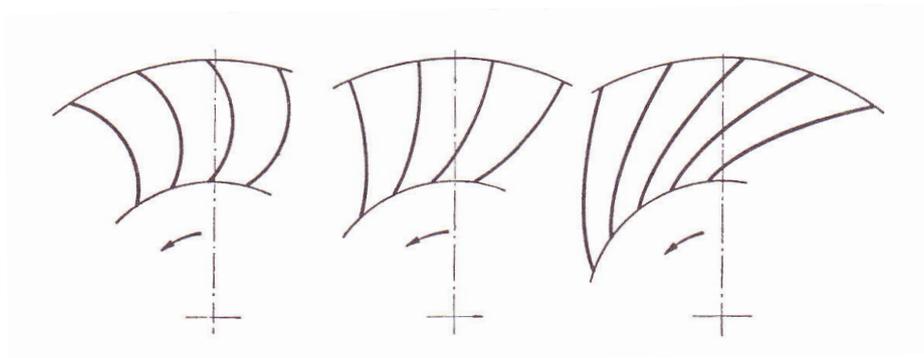


Abbildung 2.2: Vorwärtsgekrümmte, radial endende und rückwärtsgekrümmte Beschäufelung [15]

Vor dem Laufrad kann eine feststehende Einströmdüse angebracht sein, um in weiterer Folge eine verlustfreie Strömungsumlenkung von der axialen in die radiale Richtung zu ermöglichen. Dabei werden die Kontur der Einströmdüse, der vorderen Deckscheibe und damit der resultierende Spalt aufeinander abgestimmt, sodass eine Ablösung an der vorderen Deckscheibe möglichst vermieden wird. Die kreisförmige Eintrittsfläche in den Saugraum des Laufrades und die zylindrische Mantelfläche am Schaufelkanaleintritt bzw. die Schaufelbreite können so gestaltet sein, dass die Strömungsgeschwindigkeit konstant bleibt, verzögert oder beschleunigt wird.

### Diagonalventilatoren

Die Laufräder von Diagonalventilatoren weisen Merkmale von Axial- und Radialventilatoren auf. Die Zuströmung zum Laufrad erfolgt axial, innerhalb der Schaufelkanäle hat die Strömungsgeschwindigkeit eine axiale sowie radiale Komponente und die Abströmung kann je nach Gestaltung des Gehäuses axial (Abb. 2.3a) oder radial (Abb. 2.3b) gerichtet sein. Die geförderten Volumenströme und Druckerhöhungen liegen im Bereich zwischen Axial- und Radialventilatoren. Sie werden aufgrund der aufwendigen Konstruktion und Fertigung jedoch eher selten gebaut, obwohl sie günstige Betriebseigenschaften aufweisen wie zum Beispiel eine im Vergleich zu Axialventilatoren geringere Geräuschentwicklung [3].

### Axialventilatoren

Axialventilatoren werden in achsparalleler Richtung durchströmt. Das Laufrad besteht aus einer Nabe mit profilierten Schaufeln und wird im Allgemeinen von einem rohrförmigen Gehäuse umgeben (siehe Abb. 2.4). Der Axialventilator kann entweder alleine aus einem

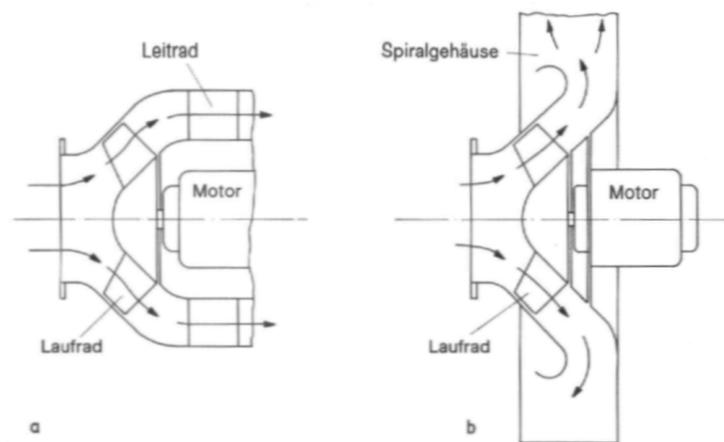


Abbildung 2.3: Diagonalventilator [3]

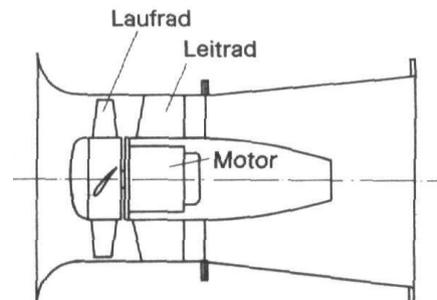


Abbildung 2.4: Axialventilator [3]

Laufrad bestehen oder aus einem Laufrad und einem Leitrad, das hinter diesem angeordnet ist. Zusätzlich kann nach dem Leitrad ein Diffusor angebracht sein. Axialventilatoren werden für größere Volumenströme und kleinere Druckerhöhungen eingesetzt und werden ein- oder mehrstufig ausgeführt. Im Gegensatz zu der Beschauelung von Radialventilatoren, können hier die Schaufeln verstellbar ausgeführt werden, wodurch ein gutes Teillastverhalten ermöglicht wird.

### Trommelläuferventilatoren

Trommelläuferventilatoren sind Radialventilatoren mit vorwärtsgekrümmten Schaufeln (Kreisbogenschaufeln aus Blech) und werden nach der Originalkonstruktion von *Sirocco* auch als Sirocco-Ventilatoren bezeichnet (Abb. 2.5). Ihre Hauptmerkmale sind große Durchmesserhältnisse, welche oft im Bereich von  $d_1/d_2 \approx 0,8$  liegen, eine zum Laufradaustrittsdurchmesser relativ große Schaufelbreite mit Maximalwerten bis  $b/d_2 \approx 0,5$  sowie eine hohe Anzahl an Schaufeln (35 oder mehr). Dadurch entsteht ein trommelartiges Laufrad, welches aufgrund der großen Schaufelbreite relativ hohe Volumenströme fördert. Im Gegensatz zu den klassischen Radialventilatoren wird die Strömung im Laufrad nicht verzögert. Infolge

der reinen Umlenkung sowie dem großen Durchmesser Verhältnis erfolgt im Laufrad nahezu keine Drucksteigerung und der Reaktionsgrad ist dementsprechend klein. Um die hohe kinetische Energie am Laufradaustritt in potentielle Energie umzusetzen, muss daher ein Spiralgehäuse verwendet werden.

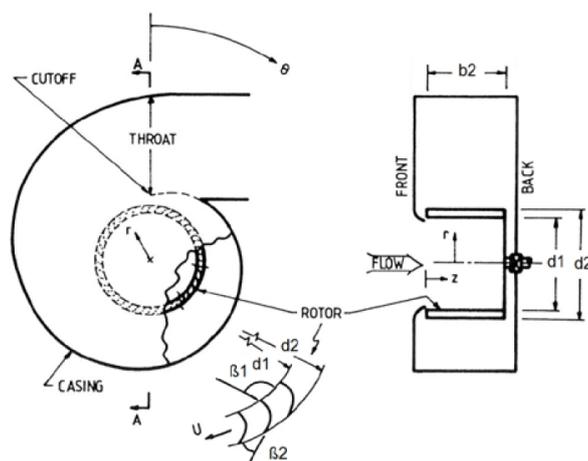


Abbildung 2.5: Trommelläuferventilator, adaptiert aus [22]

### Querstromventilatoren

Querstromventilatoren besitzen ebenfalls trommelartige Laufräder, die aus vielen vorwärtsgekrümmten Schaufeln bestehen und ein hohes Verhältnis von innerem zu äußerem Laufraddurchmesser von  $d_i/d_a \approx 0,8$  aufweisen. Im Gegensatz zu den anderen beschriebenen Ventilatorbauarten wird hier das Laufrad zwei Mal durchströmt (siehe Abb. 2.6). Nach dem Einlaufkanal tritt die Strömung radial in die Schaufelkanäle ein, durchströmt diese sowie den Innenbereich des Laufrades und verlässt das Laufrad über die weiteren Schaufelkanäle radial nach außen. Wie auch beim Trommelläuferventilator erfolgt hier so gut wie keine Drucksteigerung und der nachfolgende Diffusor zur Umsetzung der kinetischen Energie in potentielle Energie ist unverzichtbar. Die Strömung muss allerdings nicht von der axialen in die radiale Richtung umgelenkt werden und wird dadurch mit steigender axialer Laufradlänge nicht verzögert. Das Laufrad weist daher eine auf den Laufradaußendurchmesser bezogene hohe axiale Länge mit Maximalwerten von  $L/d_a \approx 4$  auf und es können hohe Volumenströme gefördert werden.

Trommelläufer- sowie Querstromventilatoren haben eine relativ kleine Baugröße und sind sehr geräuscharm, jedoch ist ihr Wirkungsgrad im Vergleich zu Radialventilatoren geringer.

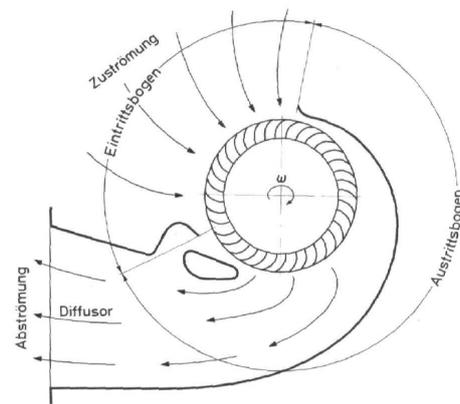


Abbildung 2.6: Querstromventilator [3]

# Kapitel 3

## Energieumsetzung in Radialventilatoren

In diesem Kapitel wird auf die in Radialventilatoren stattfindende Energieumsetzung näher eingegangen, da die in dieser Arbeit aufgestellten analytischen Modelle darauf beruhen.

Die Energieumsetzung in Strömungsmaschinen wird in der Literatur nach unterschiedlichen Theorien behandelt. Der Grund dafür liegt im Ursprung der Theorien wie *Franzl* [18] beschrieb. Einerseits hat sich aus dem Gas- und Dampfturbinenbau die Theorie der thermischen Turbomaschinen und aus dem Kreiselpumpenbau die Theorie der hydraulischen Maschinen entwickelt. Ein grobes Unterscheidungsmerkmal ist dabei das jeweils verwendete Fluid. Im Zuge dieser Arbeit wurde festgestellt, dass die Ventilatorenliteratur, wie zum Beispiel *Eck* [15] oder *Carolus* [6], die Energieumsetzung aus der Sicht der hydraulischen Maschinen behandelt. Ventilatoren fördern gasförmige Fluide, jedoch wird für die geringen Druckverhältnisse das Fluid meist als inkompressibel betrachtet. Dies ist wahrscheinlich der Grund für diese Zuordnung. Hier wird die Theorie aus der Sicht der thermischen Turbomaschinen nach *Traupel* [30] herangezogen.

### 3.1 Kinematik des Radialventilators

In Radialventilatoren liegen grundsätzlich komplexe räumliche Geschwindigkeitsfelder vor, vor allem im Saugraum und am Laufradaustritt. Für eine erste eindimensionale analytische Berechnung im Auslegungsprozess werden daher für die Strömungsgeschwindigkeiten Mittelwerte herangezogen. Die Geschwindigkeiten und Zustandsgrößen werden dabei in zwei Kontrollflächen angegeben. Kontrollfläche 1 befindet sich vor dem Eintritt in die Schaufelkanäle und Kontrollfläche 2 nach dem Laufradaustritt. Die absolute Strömungsgeschwindigkeit  $\vec{c}$  setzt sich vektoriell aus der Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades  $\vec{u}$  und der relativen

Strömungsgeschwindigkeit gegenüber dem Laufrad  $\vec{w}$

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (3.1)$$

zusammen. Abbildung 3.1 zeigt schematisch das Laufrad eines Radialventilators im Meridianschnitt und ein Geschwindigkeitsdreieck in der radialen Ebene für den Laufradeintritt und -austritt bei rückwärtsgekrümmter Beschau felung. Die absoluten Strömungswinkel werden mit  $\alpha$  und die relativen Strömungswinkel mit  $\beta$  gekennzeichnet. Die Winkel werden hier von der positiven Umfangsrichtung aus gezählt. Die Komplementärwinkel der relativen Strömungswinkel werden mit  $\beta^+$  bezeichnet. Zusätzlich sind die Meridiankomponenten  $c_m$  und die Umfangskomponenten  $c_u$  der Absolutgeschwindigkeiten eingezeichnet. Wie eingangs erwähnt, kann die Geometrie des Schaufelkanals mit der relativen Schaufelbreite  $b_2/d_2$  und dem Durchmesser verhältnis  $d_1/d_2$  beschrieben werden. Bei Axialventilatoren hingegen wird dafür nur das Nabenverhältnis  $\nu = d_1/d_2$  verwendet.

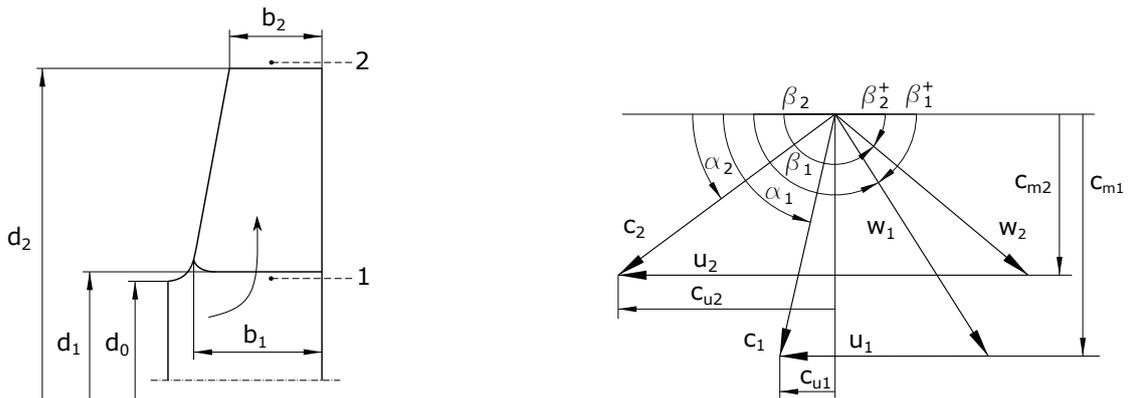


Abbildung 3.1: Laufrad und Geschwindigkeitsdreieck

Die Strömungsverhältnisse in den Schaufelkanälen eines radialen Laufrades können nach *Pfleiderer* [26] folgendermaßen erklärt werden. Bei der Annahme einer reibungsfreien Strömung kommt es in einem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierenden Schaufelgitter, bei dem die Schaufelkanäle am Eintritt und Austritt geschlossen sind, zur Ausbildung eines Relativwirbels. Dieser dreht mit der Winkelgeschwindigkeit  $-\omega$ . Die Überlagerung des Relativwirbels mit einer Strömung durch den ruhenden offenen Schaufelkanal ergibt die resultierende Relativgeschwindigkeitsverteilung (siehe Abb. 3.2). Es kommt daher auf einer Schaufelseite zu einer höheren und auf der anderen Schaufelseite zu einer geringeren Relativgeschwindigkeit, die mit einem niedrigeren bzw. höheren statischen Druck einhergeht. Somit bilden sich eine Saug- und eine Druckseite aus.

Aufgrund des Relativwirbels kommt es am Laufradaustritt zu einer Verminderung der Umfangskomponente  $c_{u2}$ . Diese bewirkt eine Vergrößerung des relativen Strömungswinkels  $\beta_2$

im Vergleich zur Abströmung aus einem Laufrad mit unendlicher Schaufelzahl. Der tatsächliche Abströmwinkel ist somit etwas größer als der Schaufelwinkel.

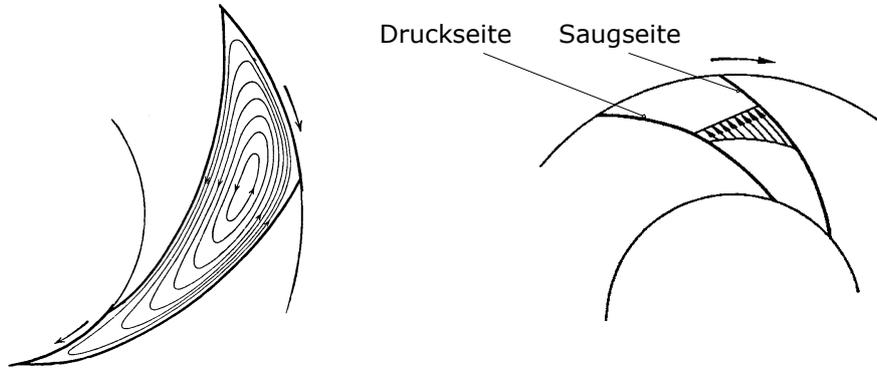


Abbildung 3.2: Relativer Kanalwirbel und resultierende Verteilung der Relativgeschwindigkeit, adaptiert aus [26]

## 3.2 Arbeitsumsatz im Radialventilator

Der Arbeitsumsatz in einer thermischen Turbomaschine zwischen Ein- und Austritt lässt sich mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik beschreiben, welcher für stationär durchströmte offene Systeme

$$a + q = (u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + \left( \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) \quad (3.2)$$

lautet. Am betrachteten System wird die Arbeit  $a$  verrichtet und die Wärmemenge  $q$  übertragen, jeweils pro Einheit der Masse. Darüber hinaus enthält der Energiesatz die Änderung der inneren Energie, die Verschiebungsarbeit zwischen Ein- und Austritt, die Änderung der kinetischen Energie sowie die Änderung der potentiellen Energie. Für gasförmige Medien kann die Änderung der potentiellen Energie vernachlässigt werden und da nur in Ausnahmefällen Wärme über die Systemgrenze transportiert wird, kann  $q$  gleich Null gesetzt werden. Unter Berücksichtigung der Definition für die statische Enthalpie und die Totalenthalpie

$$h = u + pv \quad (3.3)$$

$$h_t = h + \frac{c^2}{2} \quad (3.4)$$

ergibt sich aus Gl. (3.2) für die spezifische Arbeit der Maschine

$$a = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = h_{2t} - h_{1t} = \Delta H. \quad (3.5)$$

Für eine adiabat arbeitende Turbomaschine ist daher die vom durchströmenden Fluid pro Masseneinheit abgegebene oder aufgenommene Arbeit gleich der Differenz der spezifischen Totalenthalpien am Ein- und Austritt. Bei Annahme einer adiabaten Strömung, der von außen keine Arbeit zugeführt wird, ist in Gl. (3.5)  $a$  gleich Null. Wird zusätzlich die statische Enthalpiedifferenz durch die kalorische Zustandsgleichung substituiert und ein inkompressibles Fluid vorausgesetzt, erhält man die oft verwendete Bernoulligleichung

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2}, \quad (3.6)$$

hier ohne Berücksichtigung der potentiellen Energie.

Im Weiteren wird in dieser Arbeit von einem einstufigen einflutigen Radialventilator mit Leiteinrichtung ausgegangen. Bei Betrachtung der Laufradströmung von einem mit dem rotierenden Laufrad fest verbundenen Koordinatensystem wird vom Laufrad selbst keine Arbeit geleistet und daher folgt für den Energiesatz (Gl. 3.5), dass  $a$  gleich Null ist. Ferner müssen aufgrund der relativkinematischen Betrachtungsweise die Zentrifugal- und Corioliskraft berücksichtigt werden und es folgt mit der relativen Strömungsgeschwindigkeit gegenüber dem Laufrad daher

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} + a_z + a_C = h_2 + \frac{w_2^2}{2}. \quad (3.7)$$

Für die spezifische Arbeit der Zentrifugalkraft zwischen zwei Punkten entlang eines Stromfadens gilt

$$a_z = \int_{r_1}^{r_2} r\omega^2 dr = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}, \quad (3.8)$$

wobei  $u = r\omega$  ist. Da die Coriolisbeschleunigung normal zur Relativgeschwindigkeit  $w$  ist und die Richtung der Relativgeschwindigkeit gleich jener des Wegelements entlang des Stromfadens ist, wird die Arbeit der Corioliskraft  $a_C$  entlang dieses Wegelements gleich Null. Der Energiesatz des Stromfadens bzw. der Gesamtströmung durch die Schaufelkanäle im rotierenden Koordinatensystem lautet somit

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}. \quad (3.9)$$

Wird die Energiegleichung des Laufrades umgeformt, ergibt sich die statische Enthalpieerhöhung im Laufrad  $\Delta h'' = h_2 - h_1$  zu

$$\Delta h'' = \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2) = \frac{w_1^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2 \right] + \frac{u_2^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{u_1}{u_2} \right)^2 \right]. \quad (3.10)$$

Der erste Term  $\frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2)$  stellt die Enthalpieerhöhung durch die in den Schaufelkanälen stattfindende Verzögerung der Relativgeschwindigkeit dar. Die Enthalpieerhöhung durch die auf das Fluid wirkende Zentrifugalkraft beschreibt der zweite Term  $\frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2)$ . Dieser wird bei Axialventilatoren zu Null, da die Enthalpiesteigerung ausschließlich durch die Verzögerung der Strömung erfolgt. Vor allem bei Radialventilatoren mit kleineren Durchmesser-Verhältnissen  $d_1/d_2$  erfolgt die Enthalpiesteigerung aufgrund der notwendigen Beschränkung der Verzögerung hauptsächlich durch die Zunahme der Umfangsgeschwindigkeit.

Wird mit dem Index 3 die Kontrollfläche nach der Leiteinrichtung bezeichnet, ergibt sich aus der Energiebilanz, Gl. (3.5) mit  $a$  gleich Null, die statische Enthalpieerhöhung in der Leiteinrichtung  $\Delta h' = h_3 - h_2$  zu

$$\Delta h' = \frac{1}{2} (c_2^2 - c_3^2). \quad (3.11)$$

Die gesamte statische Enthalpiesteigerung des Radialventilators ist daher

$$\Delta h = \Delta h'' + \Delta h' = \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2 + c_2^2 - c_3^2). \quad (3.12)$$

Die auf das Fluid übertragene spezifische Umfangsarbeit der Schaufeln beträgt nach Gl. (3.5)

$$a_u = \left( h_3 + \frac{c_3^2}{2} \right) - \left( h_1 + \frac{c_1^2}{2} \right) = \Delta h + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2} = \Delta H \quad (3.13)$$

und entspricht der spezifischen Totalenthalpiedifferenz zwischen Laufradeintritt und Austritt der Leiteinrichtung. Abbildung 3.3 zeigt den Zustandsverlauf in der Ventilatorstufe im  $h$ - $s$ -Diagramm. Unter Berücksichtigung von Gl. (3.12) lässt sich die spezifische Umfangsarbeit auch mit den Geschwindigkeitsdifferenzen als

$$a_u = \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2 + c_2^2 - c_1^2) \quad (3.14)$$

darstellen. Für die Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradeintritt und -austritt nach Abb. 3.1 gelten die trigonometrischen Beziehungen



einer Impulsänderung des Fluids, wobei die Änderung in Umfangsrichtung ein Moment um die Drehachse des Laufrades zur Folge hat. Das von den Laufradschaufeln auf das Fluid übertragene Moment beträgt

$$M = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}), \quad (3.19)$$

wobei  $\dot{m}$  der vom Ventilator gesamt geförderte Massenstrom ist. Die Leistung, die das mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierende Laufrad dem Fluid zuführt, ergibt sich zu

$$P_u = M\omega = \dot{m}\omega (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}). \quad (3.20)$$

Dieser Leistung entspricht auch das Produkt aus Massenstrom und spezifischer Umfangsarbeit. Bei Berücksichtigung des Zusammenhanges zwischen Umfangs- und Winkelgeschwindigkeit  $u = r\omega$  erhält man daher die spezifische Umfangsarbeit auch mit

$$a_u = \frac{P_u}{\dot{m}} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}. \quad (3.21)$$

Für die bisher hergeleiteten thermodynamischen Beziehungen wurden bis auf die Voraussetzung einer stationären Strömung keine weiteren Einschränkungen hinsichtlich der Eigenschaften des Fluids getroffen. Sie gelten daher neben dem Sonderfall des reibungsfreien und inkompressiblen Fluids für reibungsbehaftete und kompressible Fluide. Die Gibbs'sche Gleichung

$$dh = vdp + Tds \quad (3.22)$$

stellt den Zusammenhang zwischen verschiedenen Zustandsgrößen dar. Der letzte Term setzt sich aus der von außen zugeführten Wärmemenge  $dq_a$  und der Dissipationsarbeit der Reibungskräfte  $da_{ir}$ , die irreversibel in Wärme umgewandelt wird,

$$Tds = dq_a + da_{ir} \quad (3.23)$$

zusammen. Unter der Annahme des adiabaten Ventilators ist  $dq_a$  gleich Null und bei Betrachtung einer reibungsfreien Strömung ist  $da_{ir}$  ebenfalls Null. Es folgt daher für den gesamten Ausdruck  $Tds = 0$ . Für diese isentrope Zustandsänderung zwischen Laufradeintritt und -austritt ergibt sich aus Gl. (3.22) daher

$$h_{2s} - h_1 = \int_{p_1}^{p_2} vdp. \quad (3.24)$$

Dieser Ausdruck stellt die reversible spezifische Gasarbeit dar. Aufgrund der geringen Druckerhöhung in Ventilatoren kann näherungsweise die Dichteänderung des Fluids ver-

nachlässigt und  $\rho_1 = \rho_2 = \rho = konst.$  angenommen werden. Für die isentrope Enthalpiedifferenz ergibt sich bei Berücksichtigung des Zusammenhanges zwischen spezifischem Volumen und Dichte  $v = 1/\rho$  somit

$$h_{2s} - h_1 = \frac{p_2 - p_1}{\rho}. \quad (3.25)$$

Für die isentrope Totalenthalpiedifferenz zwischen Laufradeintritt und -austritt erhält man folglich mit  $\Delta h_s'' = h_{2s} - h_1$  den Zusammenhang

$$\Delta H_s'' = \Delta h_s'' + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}. \quad (3.26)$$

Mit der isentropen Enthalpiedifferenz der Leiteinrichtung  $\Delta h_s' = h_{3s} - h_2$  und der gesamten isentropen Enthalpiedifferenz  $\Delta h_s = \Delta h_s'' + \Delta h_s'$  ergibt sich die isentrope Totalenthalpiedifferenz der Ventilatorstufe zu

$$\Delta H_s = \Delta h_s + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}. \quad (3.27)$$

### 3.3 Verluste und Wirkungsgrade

Die Energieumsetzung in Ventilatoren wird aufgrund der auftretenden Verluste beeinträchtigt, welche durch unterschiedliche Wirkungsgrade berücksichtigt werden. Abhängig von der Strömungsmaschinenliteratur unterscheidet sich die Gliederung der Verluste und daher sind auch die entsprechend definierten Wirkungsgrade verschieden. In Anlehnung an *Willinger* [32] wird wie folgt unterteilt:

- Innere Verluste
  - Beschaukelungsverluste
  - Zusatzverluste
    - \* Spaltverluste
    - \* Radreibungsverluste
- Äußere Verluste
  - Leckagen nach außen
  - Mechanische Verluste

## Innere Verluste

Unter inneren Verlusten werden jene verstanden, die den Zustandsverlauf des Fluids ändern. Diese erhöhen den Wärmeinhalt des Fluids und werden in Beschauelungs- und Zusatzverluste unterteilt. Die Beschauelungsverluste berücksichtigen die Strömungsverluste in den Schaufelkanälen des Laufrades und der Leiteinrichtung durch Reibung, Ablösezonen, Wirbelbildung sowie Sekundärströmungen. Bei Radialventilatoren sind im Gegensatz zu Axialventilatoren die auftretenden Verluste physikalisch und quantitativ nicht so genau bekannt [15]. Um einen hohen Wirkungsgrad zu erreichen, spielen sie jedoch für die Gestaltung des Laufrades eine wesentliche Rolle. Die in dieser Arbeit betrachteten Entwurfskriterien berücksichtigen die inneren Verluste.

### Beschauelungsverluste

In der reibungsbehafteten Strömung kommt es im Laufrad durch die Viskosität des Fluids auf der Saug- und Druckseite der Schaufeln sowie auf den Deckscheiben zur Grenzschichtbildung. Aufgrund der Haftbedingung nimmt die Strömungsgeschwindigkeit innerhalb der Grenzschicht stetig ab bis sie auf der Oberfläche die Geschwindigkeit Null erreicht. Ist der Druckanstieg in der Strömung und damit auch in der Grenzschicht zu hoch, kommt es zur Ablösung der Grenzschicht. Dabei entstehen Ablösegebiete mit Wirbeln, welche den Strömungsquerschnitt verringern. Folglich nimmt der Wirkungsgrad deutlich ab. An der Saugseite der Beschauelung bildet sich eine viel dickere Grenzschicht aus als auf der Druckseite, wodurch die Ablösegefahr saugseitig deutlich größer ist als druckseitig [15]. In Strömungsrichtung nimmt dabei die Grenzschichtdicke an der Saugseite bis zum Schaufelaustritt stetig zu. Abbildung 3.4 zeigt diese Grenzschichtentwicklung anhand von Druckmessungen in einem Radialpumpenlaufrad, wobei Linien konstanten Totaldrucks eingezeichnet sind. Die durchgezogenen Linien stellen die gemessenen Druckwerte und die unterbrochenen theoretische Druckwerte dar.

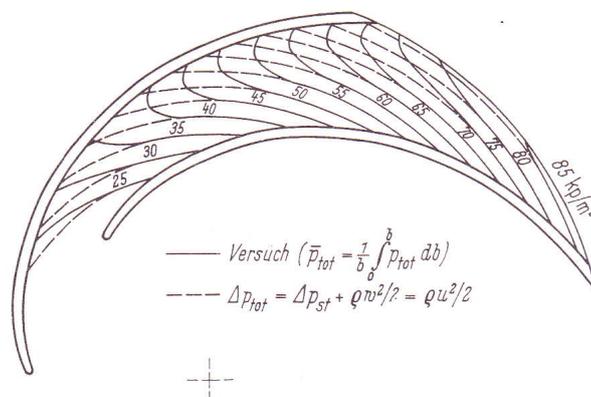


Abbildung 3.4: Grenzschichtentwicklung im Schaufelkanal [15]

Die Umlenkung der Strömung von der axialen in die radiale Richtung vor dem Eintritt in die Schaufelkanäle kann an der vorderen Deckscheibe eine starke Verzögerung und auch ein Ablösen der lokalen dickeren Grenzschicht zur Folge haben [26]. Fraglich ist welchen weiteren Einfluss diese Grenzschicht auf die Strömung innerhalb der Schaufelkanäle hat und wie sich die Grenzschichten entlang der vorderen und hinteren Deckscheibe in den Schaufelkanälen generell entwickeln bzw. ob von diesen auch eine Gefahr der Ablösung ausgeht.

Zu den Zusatzverlusten werden Spalt- und Radreibungsverluste gezählt (siehe Abb. 3.5).

### ***Spaltverluste***

Zwischen der feststehenden Einströmdüse bzw. dem Gehäuse und dem rotierenden Laufrad wird ein Spalt gebildet, durch den ein Teil des Massenstroms vom Laufradaustritt innerhalb des Gehäuses wieder zurück in den Saugraum strömt. Ursache dafür ist die am Spalt anliegende Druckdifferenz. Der Spaltmassenstrom  $\dot{m}_{Sp}$  wird vom Druck, der im Gehäuse am Spalt wirkt, auf den Eintrittsdruck  $p_1$  bei konstanter Enthalpie gedrosselt und erhöht die Enthalpie des angesaugten Fluids im Laufradeintritt um  $\Delta a_{Sp}$ . Dieser zirkulierende Leckagemassenstrom vermindert somit den vom Radialventilator geförderten Massenstrom.

### ***Radreibungsverluste***

Auf die beiden Deckscheiben wirkt durch das Fluid, welches das Laufrad im Gehäuse umgibt, ein Reibungsmoment. Das Fluid haftet jeweils an der stillstehenden Gehäusewand und auf den rotierenden Deckscheiben. Aufgrund des Geschwindigkeitsunterschiedes wirken in der Fluidschicht dazwischen Schubspannungen. Diese sind von der dynamischen Viskosität des Fluids, der Geschwindigkeit der Deckscheibe am betrachteten Radius und dem orthogonalen Abstand der Deckscheibe zur Wand abhängig [5]. Die Schubspannungen verursachen auf die Deckscheiben wirkende Reibungskräfte bzw. um die Drehachse ein Reibungsmoment.

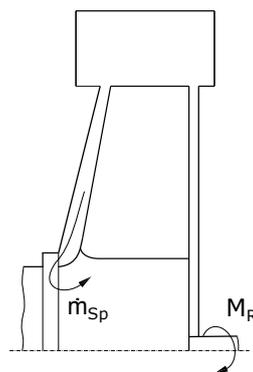


Abbildung 3.5: Spaltmassenstrom und Radreibungsmoment, adaptiert aus [6]

Abbildung 3.6 zeigt ein  $h$ - $s$ -Diagramm des Zustandsverlaufes mit Berücksichtigung der Zusatzverluste. Erkennbar ist, dass aufgrund der Enthalpieerhöhungen durch die Spalt- und

Radreibungsverluste die Kompression im Laufrad erst von Punkt  $1_i$  beginnt. Für die innere Arbeit des Radialventilators gilt

$$a_i = a_u + \Delta a_{sp} + \Delta a_R. \quad (3.28)$$

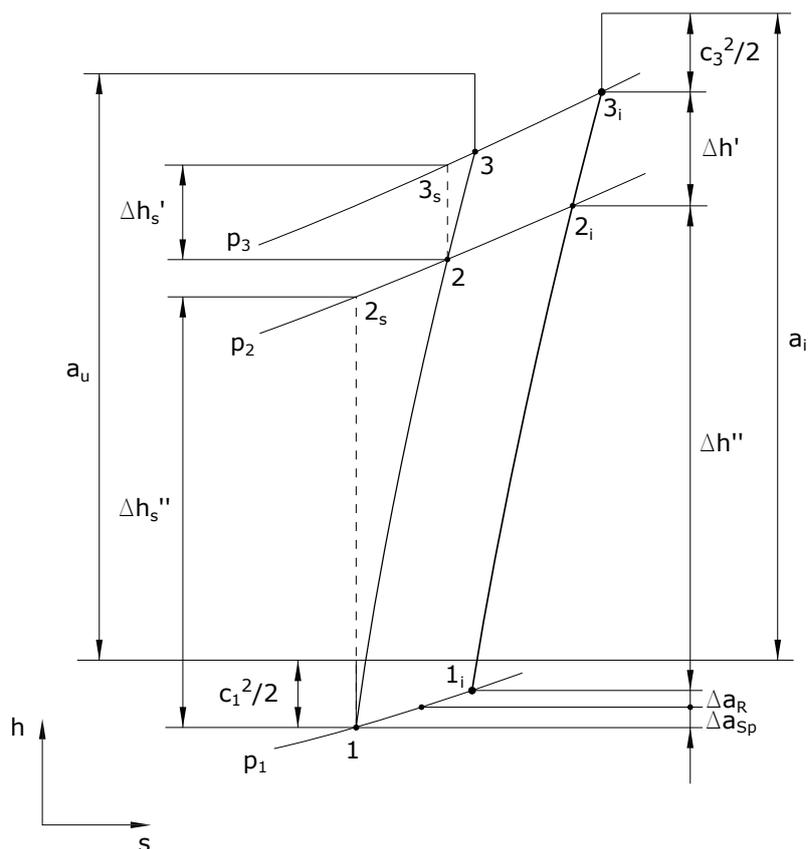


Abbildung 3.6:  $h$ - $s$ -Diagramm bei Berücksichtigung von Spalt- und Radreibungsverlusten

### Äußere Verluste

Äußere Verluste ändern den Zustandsverlauf des Fluids nicht. Zu ihnen zählen Leckageverluste des Fluids am Durchtritt der Welle und mechanische Verluste, die in Form von Reibung in Lagern oder Getrieben auftreten.

### Wirkungsgrade

Die verschiedenen Wirkungsgrade gelten nach [30] für eine Stufe der Turbomaschine, welche sich aus Lauf- und Leitrad zusammensetzt, und folglich auch für einstufige Maschinen.

Der Umfangswirkungsgrad oder aerodynamische Schaufelungswirkungsgrad bezieht die isentrope Totalenthalpiedifferenz  $\Delta H_s$  nach Gl. (3.27) auf die Umfangsarbeit  $a_u$  der Ventilatorstufe

$$\eta_u = \frac{\Delta H_s}{a_u} = \frac{\Delta h_s'' + \Delta h_s' + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{a_u}. \quad (3.29)$$

Dieser ist daher ein sogenannter Total-zu-Total-Wirkungsgrad und berücksichtigt die Beschaukelungsverluste im Laufrad und der Leiteinrichtung. Der innere Wirkungsgrad

$$\eta_i = \frac{\Delta H_s}{a_i} = \frac{\Delta h_s'' + \Delta h_s' + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}}{a_i} \quad (3.30)$$

stellt das Verhältnis von isentroper Totalenthalpiedifferenz  $\Delta H_s$  zur inneren Arbeit  $a_i$  dar und erfasst somit zusätzlich die auftretenden Spalt- und Radreibungsverluste. Bei Berechnung der Leistung, die an der Welle des Ventilators für eine geforderte Drucksteigerung aufgebracht werden muss, ist außerdem noch ein mechanischer Wirkungsgrad zu berücksichtigen.

# Kapitel 4

## Dimensionslose Kennzahlen

Für die Auslegung, den Vergleich und die Beschreibung des Betriebsverhaltens von Ventilatoren werden dimensionslose Kennzahlen verwendet. Einige Kennzahlen verbinden die Betriebsdaten des Ventilators mit Größen, welche die Maschine selbst charakterisieren. Vorteilhaft ist dabei die Unabhängigkeit der Kennzahlen von der jeweiligen Drehzahl und der Baugröße, die durch den Laufraddurchmesser repräsentiert wird. Als Folge der verschiedenen Theorien der Strömungsmaschinen werden die Kennzahlen in der Literatur unterschiedlich definiert. Daher werden in diesem Kapitel die in dieser Arbeit verwendeten Kennzahlen in Anlehnung an [30] und [32] beschrieben sowie die Laufzahl und Durchmesserzahl hergeleitet. Die folgenden Kennzahlen gelten für die Ventilatorstufe. Bei Radialventilatoren ist es üblich den Laufradaußendurchmesser als Bezugsdurchmesser zu wählen.

### Durchflusszahl $\varphi$

Als Vergleichsbasis für den vom Ventilator geförderten Volumenstrom dient die Durchflusszahl

$$\varphi = \frac{c_{m2}}{u_2}. \quad (4.1)$$

Diese stellt das Verhältnis der Meridiangeschwindigkeit am Laufradaustritt zur Umfangsgeschwindigkeit des Laufradaußendurchmessers dar.

### Arbeitszahl $\lambda$

Die Enthalpieerhöhung des Ventilators wird durch die Arbeitszahl

$$\lambda = \frac{a_u}{u_2^2/2} = \frac{\Delta H}{u_2^2/2} \quad (4.2)$$

beschrieben, welche die spezifische Umfangsarbeit auf die spezifische kinetische Energie der maximalen Laufradumfangsgeschwindigkeit bezieht.

### Druckzahl $\psi$

Die Druckzahl

$$\psi = \frac{\Delta H_s}{u_2^2/2} = \frac{\Delta p_t}{\rho u_2^2/2} \quad (4.3)$$

kennzeichnet die Druckerhöhung des Ventilators.

### Kinematischer Reaktionsgrad $R_k$

Der kinematische Reaktionsgrad der Ventilatorstufe

$$R_k = \frac{\Delta h''}{\Delta h' + \Delta h''} \quad (4.4)$$

kennzeichnet die Aufteilung des Arbeitsumsatzes auf das Laufrad und die Leiteinrichtung. Da es sich bei der Enthalpieerhöhung in der Leiteinrichtung durch Verzögerung um einen relativ verlustreichen Vorgang handelt, strebt man für einen hohen Wirkungsgrad üblicherweise einen hohen Reaktionsgrad an [15]. Außerdem kann angesichts der einfachen Bauweise der Spiralgehäuse von einer sehr niedrigen Enthalpiesteigerung in diesen ausgegangen werden, sofern eine Enthalpiesteigerung generell möglich ist. Dies resultiert ohnehin in einem hohen Reaktionsgrad.

### Isentroper Reaktionsgrad $R_s$

Der Druckumsatz im Laufrad und der Leiteinrichtung wird durch den isentropen Reaktionsgrad

$$R_s = \frac{\Delta h_s''}{\Delta h_s' + \Delta h_s''} \quad (4.5)$$

beschrieben, der entsprechend dem kinematischen Reaktionsgrad ebenfalls hoch ist.

## 4.1 Laufzahl und Durchmesserzahl

Der Betriebspunkt des Ventilators wird durch den geförderten Volumenstrom  $\dot{V}$  und die spezifische isentrope Totalenthalpiedifferenz  $\Delta H_s$  festgelegt. Ein gegebener Betriebspunkt lässt sich, sofern keine Einschränkung der Drehzahl oder des Laufradaußendurchmessers getroffen wird, mit verschiedenen Laufradformen realisieren. Diese unterscheiden sich jedoch in ihren Abmessungen deutlich voneinander. Für die Auslegung sind aufgrund des jeweiligen Anwendungsfalls die Laufradgröße oder die Drehzahl oft vorgegebene Parameter. Es reichten daher in der Vergangenheit die seit Langem verwendete Durchflusszahl und Druckzahl nicht aus und es waren Kennzahlen für die Laufradgröße und Drehzahl notwendig. Folglich wurde die spezifische Drehzahl eingeführt [15]. *Mulsow* [25] erwähnt, dass diese

von *C. Pfleiderer* stammt und für die Klassifizierung der Laufräder von Kreiselpumpen und Wasserturbinen definiert wurde. Die spezifische Drehzahl ist jedoch dimensionsbehaftet und wird bis heute im Bereich der hydraulischen Maschinen verwendet. *Keller* [21] führte im Jahr 1934 erstmalig die dimensionslose Laufzahl  $\sigma$  unter dem Begriff der Schnellläufigkeit ein. Er leitete diese mittels Ähnlichkeitsmechanischer Betrachtungen her und gab auch einen Umrechnungsfaktor zwischen Laufzahl und spezifischer Drehzahl an. Eine der Durchmesserzahl  $\delta$  proportionale Kennzahl ist bereits in einer Arbeit von *Baashuus* [1] aus dem Jahr 1905 enthalten.

### Herleitung mittels Dimensionsanalyse

Die Methode der Dimensionsanalyse stellt einen möglichen Weg für die Herleitung von dimensionslosen Kennzahlen dar. Als Grundlage wird hier Literatur von *Spurk* [29] herangezogen.

Der Ventilator wird durch den Laufradaußendurchmesser  $d_2$  und die Drehzahl  $n$  gekennzeichnet. Wird die Dimensionsanalyse auf die den Betriebspunkt und den Ventilator beschreibenden physikalischen Größen angewendet, ist es möglich die Laufzahl und die Durchmesserzahl herzuleiten. Neben der Betrachtung des inkompressiblen Fluids wird dabei von hohen Reynolds-Zahlen ausgegangen. Nach dem  $\Pi$ -Theorem ist die Anzahl von dimensionslosen Produkten  $\pi_i$ , die hergeleitet werden können, von der Anzahl der physikalischen Größen  $k$  sowie der gewählten Basisgrößen  $m$  abhängig und beträgt  $k - m$ . Tabelle 4.1 zeigt die Exponenten der Einheiten der physikalischen Größen ( $k = 4$ ), wobei als Basisgrößensystem das sogenannte [LMT]-System aus den Basisgrößen Länge (L), Masse (M) und Zeit (T) verwendet wird.

	$\dot{V}$	$\Delta H_s$	$d_2$	$n$
L	3	2	1	0
M	0	0	0	0
T	-1	-2	0	-1

Tabelle 4.1: Dimensionsmatrix

Dadurch, dass die Einheiten der physikalischen Größen die Masse nicht beinhalten, verbleiben zwei Basisgrößen ( $m = 2$ ) und es können daher zwei dimensionslose Produkte  $\pi_1$  und  $\pi_2$  gewonnen werden. Der Zusammenhang zwischen den physikalischen Größen kann über eine implizite Funktion

$$F(\dot{V}, \Delta H_s, d_2, n) = 0 \quad (4.6)$$

dargestellt werden. Mittels Dimensionsanalyse kann somit der Zusammenhang zwischen den

vier dimensionsbehafteten Größen auf einen Zusammenhang zwischen zwei dimensionslosen Produkten reduziert werden. Gleichung (4.6) ist demnach äquivalent zu

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0. \quad (4.7)$$

Um die beiden Produkte zu berechnen wird eine Art Eliminationsverfahren angewandt. Dabei werden die physikalischen Größen entsprechend multipliziert, dividiert und mit Potenzen belegt, sodass alle Einträge der Dimensionsmatrix zu Null werden. Die beiden dimensionslosen Produkte sind

$$\pi_1 = n \frac{\dot{V}^{1/2}}{\Delta H_s^{3/4}} \sim \sigma \quad (4.8)$$

und

$$\pi_2 = d_2 \frac{\Delta H_s^{1/4}}{\dot{V}^{1/2}} \sim \delta, \quad (4.9)$$

wobei  $\pi_1$  proportional der Laufzahl und  $\pi_2$  proportional der Durchmesserzahl ist. Die in der deutschsprachigen Literatur gebräuchliche Form der Laufzahl und der Durchmesserzahl ist

$$\sigma = n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(2\Delta H_s)^{3/4}} 2\sqrt{\pi} \quad (4.10)$$

und

$$\delta = d_2 \frac{(2\Delta H_s)^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}}} \frac{\sqrt{\pi}}{2}. \quad (4.11)$$

Die beiden voneinander unabhängigen Kennzahlen können somit statt dem Wertepaar aus Durchflusszahl und Druckzahl für die Charakterisierung einstufiger Strömungsmaschinen herangezogen werden. Des Weiteren bildeten sie die Grundlage für die Erstellung des Cordier-Diagramms (siehe Kap. 5). Die Laufzahl stellt eine spezifische Drehzahl dar und die Durchmesserzahl entspricht einem spezifischen Durchmesser. Die in den Gln. (4.10) und (4.11) auftretenden Konstanten sind mit der Methode der Dimensionsanalyse nicht möglich zu bestimmen. Eine weitere Möglichkeit Laufzahl und Durchmesserzahl herzuleiten ist anhand einer sogenannten äquivalenten Düse, wobei auf diesem Weg die Konstanten ebenfalls bestimmt werden können, siehe unter anderem [15].

In der englischsprachigen Literatur, wie zum Beispiel in *Balje* [2] oder *Dixon* und *Hall* [14], sind anstatt der Laufzahl und der Durchmesserzahl die sogenannte spezifische Drehzahl (specific speed)  $\omega_s$  und der sogenannte spezifische Durchmesser (specific diameter)  $d_s$  gebräuchlich. Diese beiden Kennzahlen sind ebenfalls dimensionslos. Wird in der durchgeführten Dimensionsanalyse die Drehzahl  $n$  durch die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ersetzt,

erhält man entsprechend Gl. (4.8) die spezifische Drehzahl

$$\omega_s = \omega \frac{\sqrt{\dot{V}}}{\Delta H_s^{3/4}}. \quad (4.12)$$

Das dimensionslose Produkt  $\pi_2$  nach Gl. (4.9) entspricht dem spezifischen Durchmesser

$$d_s = d_2 \frac{\Delta H_s^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}}}. \quad (4.13)$$

Der Vergleich der Gln. (4.10) und (4.12) sowie (4.11) und (4.13) ergibt die Beziehung zwischen spezifischer Drehzahl und Laufzahl

$$\omega_s = 2^{3/4} \sqrt{\pi} \sigma \approx 2,98\sigma \quad (4.14)$$

sowie jene zwischen spezifischem Durchmesser und Durchmesserzahl

$$d_s = \frac{2^{3/4}}{\sqrt{\pi}} \delta \approx 0,95\delta. \quad (4.15)$$

### **Cordier-Durchflusszahl und Cordier-Druckzahl**

Die Kombination der beiden dimensionslosen Produkte  $\pi_1$  und  $\pi_2$  gemäß den Gln. (4.8) sowie (4.9) einerseits zu

$$\frac{1}{\pi_1 \pi_2^3} = \frac{\dot{V}}{d_2^3 n} \sim \varphi_C \quad (4.16)$$

und andererseits

$$\frac{1}{\pi_1^2 \pi_2^2} = \frac{\Delta H_s}{d_2^2 n^2} \sim \psi_C \quad (4.17)$$

ergibt zwei andere dimensionslose Produkte, die proportional einer Durchflusszahl und einer Druckzahl sind. Beide Kennzahlen  $\varphi_C$  und  $\psi_C$  wurden bereits schon in der Form

$$\varphi_C = \frac{4\dot{V}}{d_2^2 \pi u_2} \quad (4.18)$$

sowie

$$\psi_C = \frac{\Delta H_s}{u_2^2/2} \quad (4.19)$$

von *Cordier* [8] verwendet und sind heute in der Strömungsmaschinenliteratur weiterhin gebräuchlich. Daher wird in dieser Arbeit  $\varphi_C$  als Cordier-Durchflusszahl und  $\psi_C$  als

Cordier-Druckzahl bezeichnet. Die Cordier-Durchflusszahl bezieht die fiktive Strömungsgeschwindigkeit, die sich aus der Division des Volumenstroms durch die Kreisfläche des Laufradaußendurchmessers ergibt, auf die maximale Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades. Die Cordier-Druckzahl stellt, wie auch die Druckzahl, das Verhältnis von spezifischer isentroper Totalenthalpiedifferenz zur spezifischen kinetischen Energie der maximalen Laufradumfangsgeschwindigkeit dar.

Für die Betrachtungen in den weiteren Kapiteln ist es notwendig einen Zusammenhang zwischen Cordier-Durchflusszahl, Cordier-Druckzahl und Laufzahl bzw. Durchmesserzahl herzuleiten. Aus den Gln. (4.18) und (4.19) folgen unter Beachtung des Zusammenhanges  $u_2 = d_2\pi n$  sowie Eliminierung von  $d_2$  bzw.  $n$  und Kombination mit den Gln. (4.10) und (4.11) folgende Beziehungen für die Laufzahl

$$\sigma = \frac{\varphi_C^{1/2}}{\psi_C^{3/4}} \quad (4.20)$$

und die Durchmesserzahl

$$\delta = \frac{\psi_C^{1/4}}{\varphi_C^{1/2}}. \quad (4.21)$$

Die Werte der jeweiligen Kennzahlen zweier Ventilatorstufen sind gleich, wenn die Stufen geometrische Ähnlichkeit aufweisen und ähnliche Betriebszustände vorliegen, insbesondere wenn ihre Geschwindigkeitsdreiecke geometrisch ähnlich sind.

## 4.2 Stufenkennlinie von Radialventilatoren

Die Stufenkennlinie beschreibt das Betriebsverhalten von Radialventilatoren und beinhaltet daher neben dem Auslegungspunkt auch alle anderen realisierbaren Betriebspunkte. Sie lässt sich aus der Geometrie der Geschwindigkeitsdreiecke sowie der Arbeitszahl herleiten und stellt die Eulersche Impulsmomentengleichung in dimensionsloser Form dar. Aus Abb. 3.1 folgen die trigonometrischen Beziehungen

$$c_{u1} = \frac{c_{m1}}{\tan \alpha_1} \quad (4.22)$$

sowie

$$\tan \beta_2^+ = \frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}}. \quad (4.23)$$

Unter Berücksichtigung von  $\beta_2^+ = 180^\circ - \beta_2$  und Umformung erhält man

$$c_{u2} = u_2 + \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2}. \quad (4.24)$$

Kombination der Gln. (4.2), (3.18) sowie (4.22) und (4.24) liefert

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}}{u_2^2} = 1 + \frac{c_{m2}}{u_2} \cot \beta_2 - \frac{u_1 c_{m1}}{u_2^2} \cot \alpha_1. \quad (4.25)$$

Erweiterung des letzten Terms mit  $c_{m2}$  sowie Beachtung der Gl. (4.1) und des Zusammenhangs  $u = d\pi n$  ergibt schließlich die Gleichung der Stufenkennlinie

$$\lambda = 2 \left[ 1 - \varphi \left( \frac{c_{m1} d_1}{c_{m2} d_2} \cot \alpha_1 - \cot \beta_2 \right) \right]. \quad (4.26)$$

Diese stellt einen drehzahlunabhängigen Zusammenhang zwischen der Arbeitszahl und der Durchflusszahl dar, wobei sich für konstante Strömungswinkel  $\alpha_1$  und  $\beta_2$  die Geradengleichung ergibt. Aufgrund ihrer Herleitung aus den Geschwindigkeitsdreiecken gilt die Stufenkennlinie in dieser Darstellung für inkompressible Strömungen und konstante Reynoldszahlen. Der Einfluss der Mach-Zahl wird demnach nicht berücksichtigt. Abbildung 4.1 zeigt qualitativ die Stufenkennlinie für rückwärtsgekrümmte Beschau felung ( $\beta_2 > 90^\circ$ ), wobei die Arbeitszahl mit steigender Durchflusszahl abnimmt. Durch Kombination der Gln. (4.2), (4.3) und (3.29) wird die Beziehung

$$\psi = \frac{\Delta H_s}{u_2^2/2} = \eta_u \frac{a_u}{u_2^2/2} = \eta_u \lambda \quad (4.27)$$

zwischen der Druckzahl, der Arbeitszahl und dem Umfangswirkungsgrad erhalten. Der Verlauf der Druckzahl ist ebenfalls in Abb. 4.1 eingezeichnet. Im Allgemeinen ist der Auslegungspunkt des Radialventilators der Betriebspunkt beim Wirkungsgradmaximum. Wird der Ventilator im Teillast- oder Überlastbereich betrieben, kommt es zur Fehlanströmung der Beschau felung. Dabei ändert sich die Richtung der Relativgeschwindigkeit  $w_1$  und somit auch der Strömungswinkel  $\beta_1$ . Bei Teillast wird dieser größer, bei Überlast hingegen kleiner und es treten in beiden Fällen Stoßverluste auf. Der Umfangswirkungsgrad nimmt daher beiderseits des Auslegungspunktes ab.

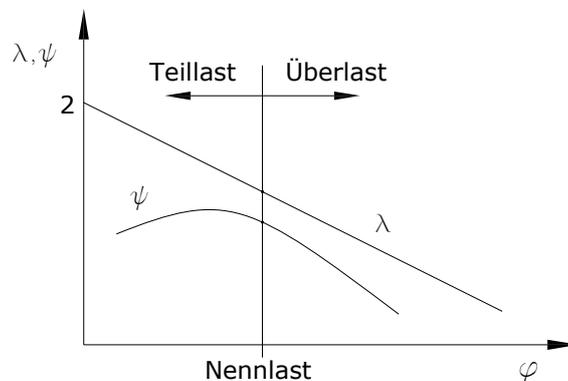


Abbildung 4.1: Stufenkennlinie eines Radialventilators

Die Stufenkennlinien zweier Ventilatoren sind die gleichen, wenn die Laufräder geometrisch ähnlich und ihre Geschwindigkeitsdreiecke über den gesamten Betriebsbereich ebenfalls geometrisch ähnlich sind. Ändern sich die Schaufelwinkel des Ventilators und folglich auch die Strömungswinkel oder die Laufradform und somit die Längenverhältnisse wie das Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$  bzw. die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$ , führt dies demnach auf eine andere Stufenkennlinie. Abbildung 4.2 zeigt Stufenkennlinien nach Gl. (4.26) für drallfreie Zuströmung ( $\alpha_1 = 90^\circ$ ) und unterschiedliche Abströmwinkel. Im Gegensatz zur rückwärtsgekrümmten Beschauflung steigt bei vorwärtsgekrümmter ( $\beta_2 < 90^\circ$ ) die Arbeitszahl mit zunehmender Durchflusszahl. Die radiale Abströmung ist durch eine konstante Arbeitszahl von  $\lambda = 2$  gekennzeichnet.

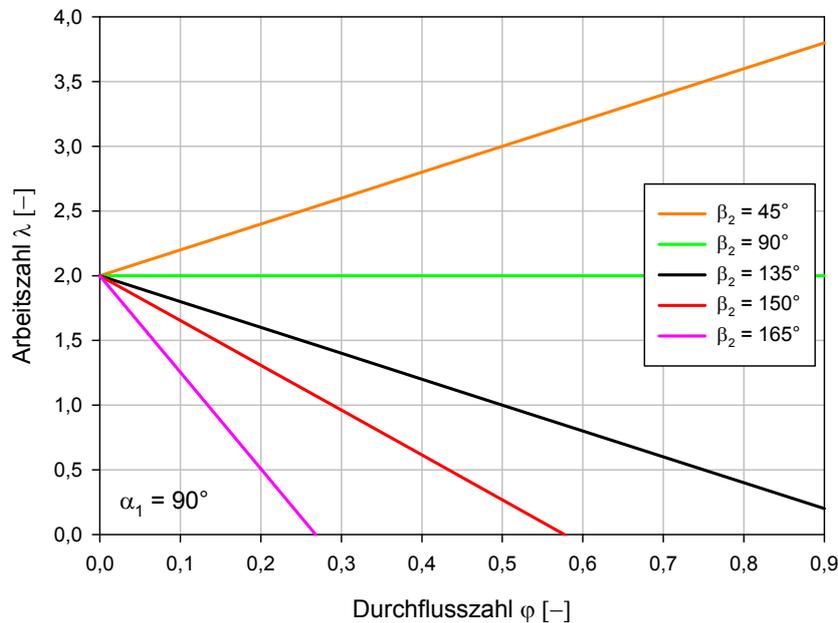


Abbildung 4.2: Stufenkennlinie für verschiedene Abströmwinkel  $\beta_2$

Um den Einfluss der relativen Schaufelbreite  $b_2/d_2$  auf den Zusammenhang zwischen Arbeitszahl und Cordier-Durchflusszahl darzustellen, wird auf eine in den Abschn. 5.2 und 6.1 verwendete Beziehung zwischen Durchflusszahl und Cordier-Durchflusszahl vorweg eingegangen. Mit dem vom Radialventilator geförderten Volumenstrom

$$\dot{V} = d_2 \pi b_2 c_{m2} \quad (4.28)$$

sowie Kombination der Gln. (4.1) und (4.18) folgt

$$\varphi_C = 4 \frac{b_2}{d_2} \varphi. \quad (4.29)$$

Wird Gl. (4.29) in Gl. (4.26) eingesetzt, erhält man eine modifizierte Stufenkennlinie

$$\lambda = 2 \left[ 1 - \frac{\varphi_C}{4 \frac{b_2}{d_2}} \left( \frac{c_{m1}}{c_{m2}} \frac{d_1}{d_2} \cot \alpha_1 - \cot \beta_2 \right) \right]. \quad (4.30)$$

In Abb. 4.3 ist die Auswertung der Gl. (4.30) für unterschiedliche relative Schaufelbreiten dargestellt. Dabei wurde rückwärtsgekrümmte Beschau felung ( $\beta_2 = 150^\circ$ ) und wieder drallfreie Zu strömung angenommen. Wie ersichtlich ist, wird die Kennlinie bei abnehmen der relativer Schaufelbreite steiler. Bei konstanter Arbeitszahl nimmt daher die Cordier-Durchflusszahl mit steigendem  $b_2/d_2$ -Verhältnis zu.

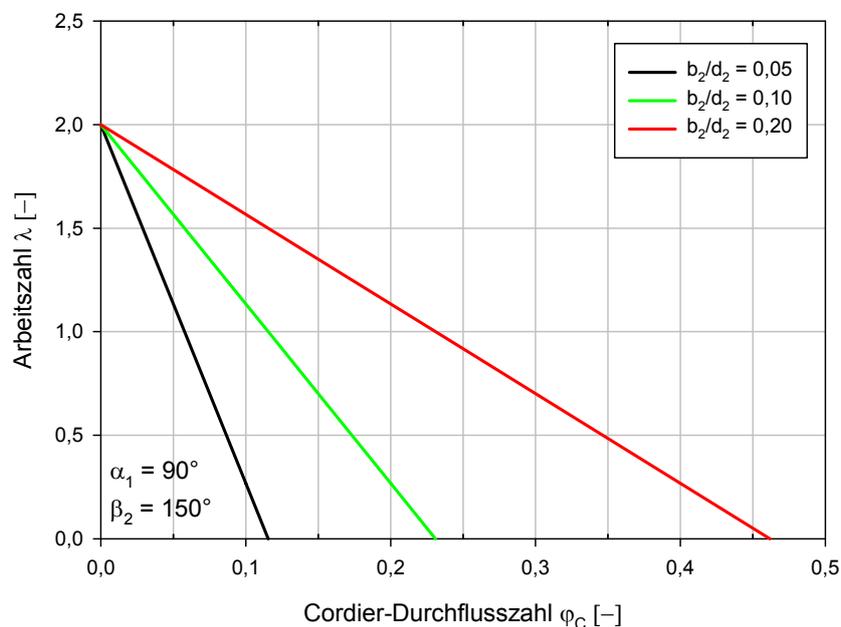


Abbildung 4.3: Modifizierte Stufenkennlinie für verschiedene  $b_2/d_2$ -Verhältnisse

# Kapitel 5

## Cordier-Diagramm

Im Jahr 1953 machte *Otto Cordier* [8] den Versuch durch Zuordnung von dimensionslosen Werten für Drehzahl und Laufraddurchmesser einen Überblick über unterschiedliche einstufige Strömungsmaschinen zu erhalten. Dazu berechnete er die Laufzahlen und Durchmesserzahlen entsprechend den Gln. (4.10) und (4.11) für die Betriebspunkte mit maximalem Wirkungsgrad von insgesamt 120 Strömungsarbeitsmaschinen, darunter Ventilatoren, Verdichter und Pumpen. Er fand heraus, dass sich die Ergebnisse in einem doppelt-logarithmischen Diagramm einer Kurve  $\sigma = f(\delta)$  annähern und sich die verschiedenen Laufradformen in jeweils unterschiedlichen Bereichen befinden (siehe Abb. 5.1). Dabei liegen Laufräder radialer Bauart ungefähr im Bereich  $\sigma < 0,6$  und jene axialer Bauart etwa im Bereich  $\sigma > 0,6$ . Auffällig ist, dass die  $\sigma/\delta$ -Wertepaare von Radialmaschinen eng beieinander liegen und sich der Gerade  $\psi_C \approx 1$  annähern, während jene von Axialmaschinen stärker streuen. Zusätzlich wurden für Axialmaschinen Linien konstanten Wirkungsgrades eingetragen. Das Diagramm gibt jedoch keine Auskunft über die genaue Gestaltung der verschiedenen Laufräder. Folglich enthält es keine Daten über das Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$  oder die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  bei Radialmaschinen bzw. das Nabenverhältnis  $\nu = d_1/d_2$  bei Axialmaschinen. Es enthält auch keine Information über die jeweilige Schaufelform, ob die Schaufeln einfach oder doppelt gekrümmt sind oder über Schaufelwinkel. Des Weiteren wird die Strömung als inkompressibel angenommen und daher der Einfluss der Mach-Zahl nicht berücksichtigt.

In [21] wird für axiale Laufräder ein Laufzahlbereich von etwa  $\sigma = 0,7$  bis 5 angegeben und auch erwähnt, dass entsprechend der Laufzahl, analog zu der damals schon in Verwendung befindlichen spezifischen Drehzahl für Pumpen und Turbinen, zwischen Langsam- und Schnellläufern sowie dazwischen liegenden Laufradformen unterschieden werden kann.

Der Zusammenhang zwischen Laufzahl und Durchmesserzahl wird in der Literatur entweder als Linie dargestellt, wie Abb. 5.2 zeigt, oder samt Streubereich als Band. Zusätzlich wurden hier die Meridianschnitte unterschiedlicher Laufradformen eingezeichnet. Radialmaschinen haben typischerweise kleine Laufzahlen und hohe Durchmesserzahlen, Axialmaschinen hin-

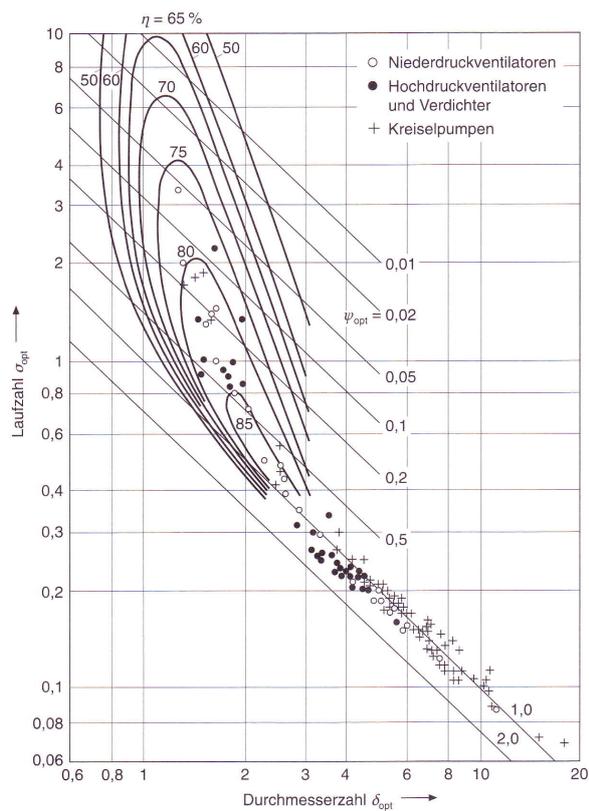


Abbildung 5.1: Abbild des originalen Cordier-Diagramms [4]

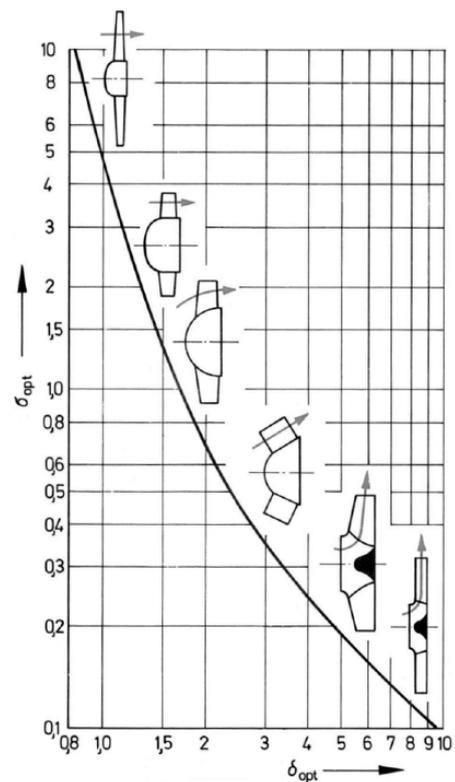


Abbildung 5.2: Cordier-Diagramm [3]

gegen große Laufzahlen und kleine Durchmesserzahlen. Diagonalmaschinen liegen im Laufzahlbereich dazwischen. Teilweise wird zusätzlich zur Cordier-Linie für Arbeitsmaschinen auch eine für Kraftmaschinen eingezeichnet, wie zum Beispiel in [4].

### Übliche Anwendung des Cordier-Diagramms

Ausgehend von der in der Strömungsmaschinenliteratur weit verbreiteten Ansicht, dass die Cordier-Linie Strömungsarbeitsmaschinen mit maximalem Wirkungsgrad abbildet, kann diese für erste Auslegungsberechnungen auf zwei Arten verwendet werden. In beiden Fällen ist der Betriebspunkt, d.h. der Volumenstrom und die spezifische isentrope Totalenthalpiedifferenz, gegeben. Einerseits kann bei gegebener Drehzahl der erforderliche Laufradaußendurchmesser bestimmt werden. Dies ist dann notwendig, wenn das Laufrad und der Motor die gleiche Drehzahl haben. Andererseits ist es möglich bei gegebenem Laufradaußendurchmesser die für den Betriebspunkt notwendige Drehzahl zu ermitteln. Dies ist bei Laufrädern der Fall, die über einen Riementrieb oder ein Getriebe mit dem Motor verbunden sind.

In [8] wurde ein weiteres  $\sigma$ - $\delta$ -Diagramm veröffentlicht, in dem die Wirkungsgradlinien verschiedener freilaufender Propeller eingetragen wurden (a und b in Abb. 5.3). Ihr Anwen-

dungsbereich setzt den der ummantelten Axialmaschinen in Richtung höherer Laufzahlen und kleinerer Durchmesserzahlen fort.

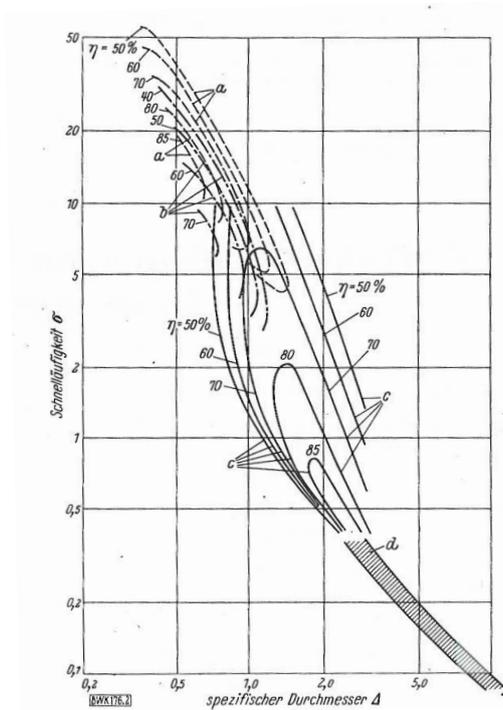


Abbildung 5.3: Cordier-Diagramm mit Propellern [8]

## 5.1 Ergänzende Betrachtungen und Arbeiten zum Cordier-Diagramm

Nach [26] ist es möglich das axiale Laufrad aus dem radialen zu entwickeln. Wird vom Radialrad I in Abb. 5.4 ausgegangen, kann die Cordier-Druckzahl als Näherung konstant betrachtet werden,  $\psi_C \approx 1$ . Aus Gl. (4.19) folgt dann die Ähnlichkeitsbeziehung

$$u_2 \sim d_2 n \sim \sqrt{\Delta H_s}. \quad (5.1)$$

Wird  $\Delta H_s$  als konstant angenommen, ist auch  $u_2$  konstant. Der Laufradaustrittsdurchmesser  $d_2$  und die Drehzahl  $n$  verhalten sich daher umgekehrt proportional zueinander. Mit steigender Drehzahl wandert demnach die äußere Schaufelkante nach innen und der Laufradaustrittsdurchmesser verkleinert sich zu  $d_{2*}$ . Bei weiterer Reduzierung des Laufradaußendurchmessers muss die innere Schaufelkante in den Saugraum weichen und die Schaufel doppelt gekrümmt werden. Dadurch entsteht die strichlierte Laufradform bzw. Laufrad II. Wird die Drehzahl weiter gesteigert, muss die äußere Schaufelkante schräg gestellt werden.

Dabei wird der Mittelwert des Außendurchmessers kleiner und es entsteht das Diagonalrad III. Das Axialrad IV erhält man bei weiterer Schrägstellung der äußeren Schaufelkante, wobei diese nun nahezu radial verläuft. Beim Übergang zu den Laufradformen III und IV ist die Cordier-Druckzahl jedoch nicht mehr konstant. Im Bereich der Diagonal- und Axialräder nimmt diese ab, wie in Abb. 5.9 in Abschn. 5.2 ersichtlich ist. Die hintere Deckscheibe bzw. die Schaufelhöhe des radialen Laufrades wird durch die Drehung zur Nabe bzw. Schaufelbreite des axialen Laufrades, während die vordere Deckscheibe zur Gehäusewand wird. Die Schaufelbreite des Radialrades kann daher als Schaufelhöhe des Axialrades aufgefasst werden.

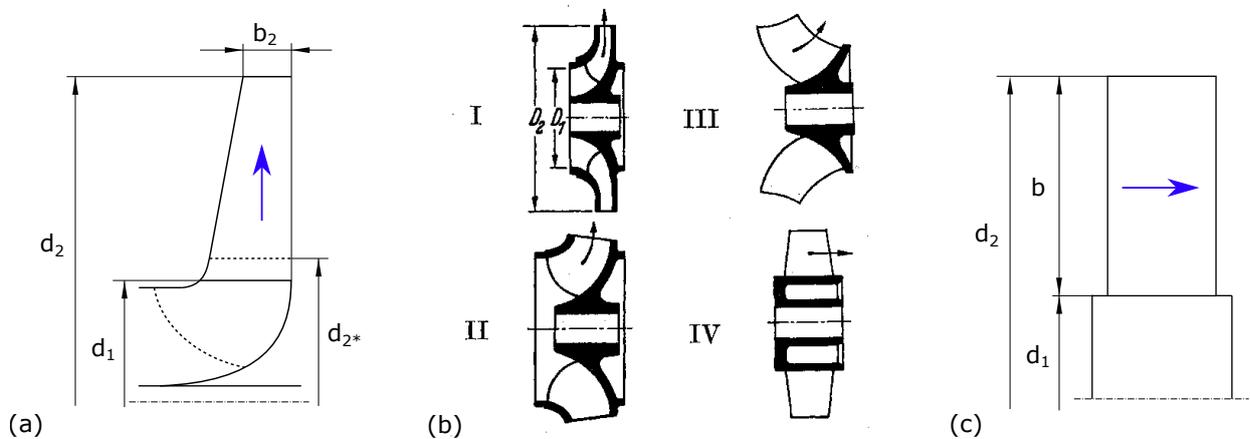


Abbildung 5.4: Entwicklung des axialen aus dem radialen Laufrad, (a), (b) adaptiert aus [26]

Es kann davon ausgegangen werden, dass sich entlang der Cordier-Linie die Geometrie der Laufradformen kontinuierlich ändert (siehe Abb. 5.2). Das Breitenverhältnis  $b_2/d_2$  und das Nabenverhältnis  $\nu$  setzen jeweils das Maß des Schaufelkanals normal zur Strömungsrichtung ins Verhältnis zum Laufradaußendurchmesser. Bei radialen Laufrädern dürfte das Breitenverhältnis  $b_2/d_2$  und das Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$  mit steigender Laufzahl zunehmen. Dies entspricht der zuvor beschriebenen Entwicklung bis zur strichlierten Laufradform. Nach dem Übergang über das Diagonalrad dürfte mit weiter steigender Laufzahl das Nabenverhältnis des Axialrades abnehmen. Die Schaufel wird somit höher und die Schaufelbreite nimmt ab. Wird die Schaufelhöhe des Axialrades mit  $b$  bezeichnet, ergibt sich der Zusammenhang

$$\nu = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_2 - 2b}{d_2} = 1 - 2\frac{b}{d_2}. \quad (5.2)$$

Über den gesamten betrachteten Laufzahlbereich nimmt daher mit steigender Laufzahl die Schaufelbreite des Radialrades, die bei höheren Laufzahlen zur Schaufelhöhe des Axialrades

wird, stetig zu. Die Schaufelhöhe des Radialrades hingegen, die bei höheren Laufzahlen zur Schaufelbreite wird, nimmt stetig ab.

In [25] wird darauf hingewiesen, dass im Cordier-Diagramm jeder Ventilator statt eines Bestpunktes eine Kennlinie besitzt. Es wurden dazu Kennlinienabschnitte von zwei Radialventilatoren und einem Axialventilator in der Umgebung des Bestpunktes in der  $\sigma$ - $\delta$ -Ebene dargestellt. Diese passten sich dem Verlauf des Cordier-Bandes im betrachteten Bereich gut an.

Das Cordier-Diagramm kann aus Sicht der Dimensionsanalyse nach [29] wie folgt beschrieben werden. Wird der Zusammenhang zwischen Laufzahl und Durchmesserzahl laut Gl. (4.7) um den inneren Wirkungsgrad  $\eta_i$ , die Reynolds-Zahl  $Re$  und die dimensionslosen Längenverhältnisse  $\kappa_i$  erweitert, wird dieser auch auf Maschinen mit unterschiedlichen Wirkungsgraden und verschiedenen Reynolds-Zahlen sowie auf nicht geometrisch ähnliche Lauf radformen ausgedehnt. Als dimensionslose Längenverhältnisse können zum Beispiel die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  oder das Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$  gewählt werden. Der Zusammenhang

$$F(\sigma, \delta, \eta_i, Re, \kappa_i) = 0 \quad (5.3)$$

gilt demnach allgemein für Strömungsmaschinen unterschiedlicher Bauart, somit für Axial- und Radialmaschinen. Speziellere Formen dieser Beziehung erhält man, wenn bestimmte Randbedingungen aufgestellt werden. Durch Beschränkung auf eine Bauart wird die Anzahl der Längenverhältnisse  $\kappa_i$  verringert. Eine weitere Reduktion der Längenverhältnisse kann durch Beschränkung auf eine Baureihe erfolgen und wenn die Maschinen innerhalb dieser Baureihe geometrische Ähnlichkeit aufweisen, entfällt die Abhängigkeit der Längenverhältnisse vollständig. Dies ist auch der Fall, wenn nur eine Maschine betrachtet wird. Wird bei ausreichend hoher Reynolds-Zahl ihre Abhängigkeit vernachlässigt, erhält man aus Gl. (5.3) den eindeutigen Zusammenhang  $\sigma = f(\delta)$ . Abbildung 5.5 zeigt eine in der  $\sigma$ - $\delta$ -Ebene dargestellte Kennlinie einer einstufigen Pumpe mit dem inneren Wirkungsgrad als Kurvenparameter  $\eta_i = f(\sigma)$ .

Da das Cordier-Diagramm jedoch verschiedene Maschinentypen abbildet, müssen die Laufzahl und die Durchmesserzahl als unabhängig voneinander betrachtet werden. Das heißt der allgemeine Fall nach Gl. (5.3) kommt zur Anwendung. Die gute Näherung der Auslegungspunkte der verschiedenen Maschinentypen an die Funktion  $\sigma = f(\delta)$  im Cordier-Diagramm lässt sich dadurch erklären, dass die Betriebspunkte mit maximalem Wirkungsgrad herangezogen wurden. Dieser ist zwar für die unterschiedlichen Bauarten nicht genau der selbe, aber die Werte sind in etwa gleich. Des Weiteren finden sich auf der Cordier-Linie abschnittsweise die gleichen Lauf radformen, wie zuvor erwähnt. Folglich reduzieren sich die Längenverhältnisse in den jeweiligen Bereichen. Die Streuungen ergeben sich, weil die Wirkungsgrade eben nicht gleich, die Längenverhältnisse nicht konstant, da die Maschinen nicht geometrisch ähnlich sind, und die Reynolds-Zahlen ebenfalls nicht konstant sind.

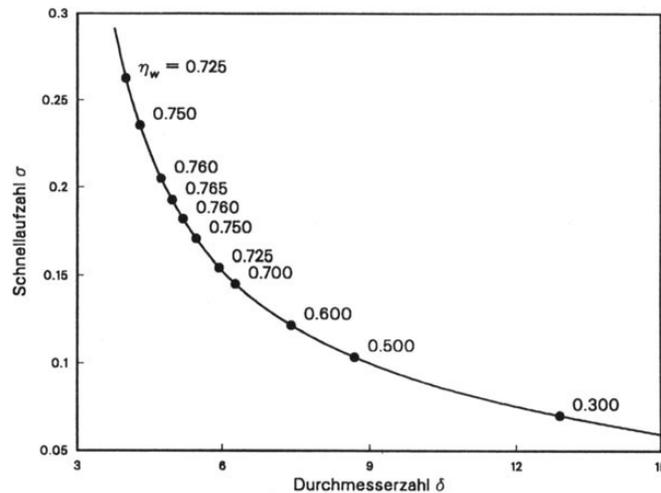

 Abbildung 5.5: Pumpenkennlinie in der  $\sigma$ - $\delta$ -Ebene [29]

Abbildung 5.6 zeigt ein Cordier-Diagramm aus [15], das neben ausgeführten Axial- und Radialventilatoren auch Trommelläufer- und Querstromventilatoren enthält. Es ist deutlich zu erkennen, dass diese beiden Ventilatorarten außerhalb des Cordier-Bandes liegen.

Durch *Grabow* [19] wurde das Cordier-Diagramm auf Seitenkanal- und Verdrängermaschinen (Abb. 5.7) erweitert, indem modifizierte Kennzahlen auf eine Vielzahl ausgeführter Maschinen angewendet wurden. Im Vergleich zu Radialmaschinen erweitern beide Maschinentypen das Diagramm hin zu kleineren Laufzahlen und größeren Durchmesserzahlen. Dabei liegen Seitenkanalmaschinen im Laufzahlbereich von  $\sigma \approx 5 \cdot 10^{-2}$  bis  $10^{-1}$ . Beim Übergang zwischen Radialmaschinen und diesen ist eine Unstetigkeit zu erkennen, die aufgrund des veränderten Wirkprinzips entsteht. Seitenkanalmaschinen weisen eine sogenannte innere Mehrstufigkeit auf, welche zu höheren Enthalpiedifferenzen führt und somit zu niedrigeren Laufzahlen und höheren Durchmesserzahlen. Sowohl bei Seitenkanal- als auch bei Verdrängermaschinen ist, abgesehen von der ebenfalls auftretenden Streuung, eine eindeutige Tendenz der  $\sigma/\delta$ -Wertepaare zu erkennen. Letztere liegen je nach gefördertem Volumenstrom und erzeugter Enthalpiedifferenz im Laufzahlbereich von  $\sigma \approx 10^{-7}$  bis  $10^{-1}$  und nähern sich einer Geraden mit Steigung minus drei an. Im Bereich der Strömungsmaschinen bedeuten hohe Durchmesserzahlen sehr schmale und lange Radiallaufräder, bei welchen die Verluste deutlich zunehmen. Daher sind in diesen Bereichen Seitenkanal- und Verdrängermaschinen geeigneter als Strömungsmaschinen.

Ein Cordier-Diagramm aus [14], das auf den Ergebnissen von [8] und Erweiterungen von *Csanady* [9] aus dem Jahr 1964 beruht, ist in Abb. 5.8 dargestellt. Zusätzlich wurden die spezifischen Drehzahlbereiche eingezeichnet, in welchen die unterschiedlichen Bauarten von Verdichtern, Ventilatoren und Pumpen mit hohem Wirkungsgrad ausgelegt werden können. Dabei wird die obere Anwendungsgrenze für Radialventilatoren mit einer spezifischen Drehzahl von  $\omega_s \approx 1,9$  angegeben. Dies entspricht nach Gl. (4.14) einer Laufzahl von  $\sigma \approx 0,64$ . Der abgebildete Bereich von etwa  $\omega_s = 0,2$  bis 30 entspricht einem Laufzahlbereich von

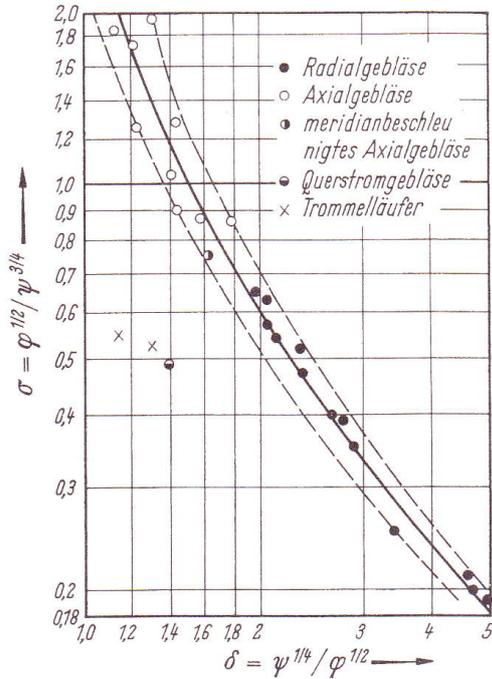


Abbildung 5.6: Cordier-Diagramm mit Trommelläufer- und Querstromventilatoren [15]

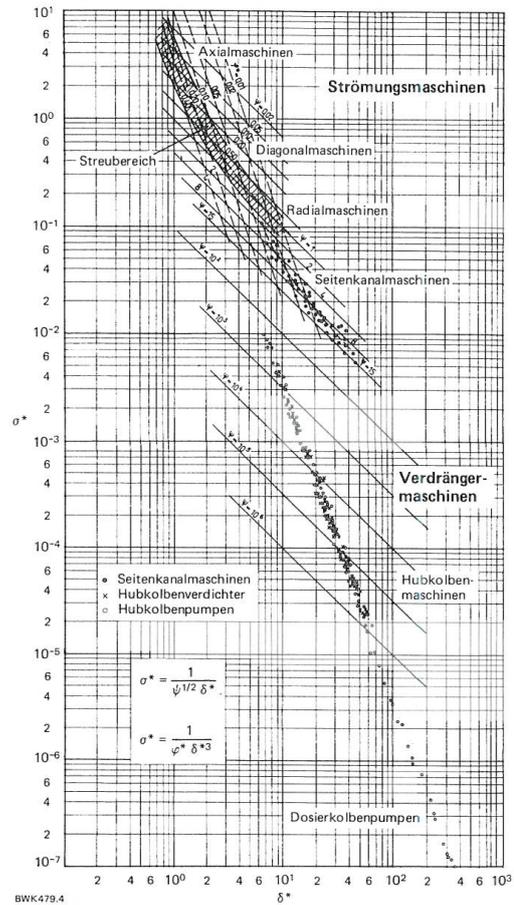


Abbildung 5.7: Erweitertes Cordier-Diagramm für Seitenkanal- und Verdränger-maschinen [19]

$\sigma = 0,07$  bis  $10,07$ . Erkennbar ist, dass im Gegensatz zu Abb. 5.2 die hier dargestellte Cordier-Linie eine S-Form aufweist.

In [2] wurden ebenfalls  $\omega_s$ - $d_s$ -Diagramme für verschiedene einstufige Strömungsmaschinen (Verdichter, Pumpen, Turbinen) und Seitenkanalmaschinen veröffentlicht. Diese enthalten Linien konstanten Wirkungsgrades, welche basierend auf Verlustkorrelationen für inkompressibles und zum Teil auch kompressibles Fluid berechnet wurden. Dabei wurden axiale, diagonale und radiale Laufräder beachtet.

Casey et al. [7] greifen die zuvor genannte S-förmige Cordier-Linie auf und stellen basierend auf den Daten von Diagonalventilatoren und -pumpen eine Gleichung zur Beschreibung der Cordier-Linie auf. Des Weiteren geben sie Gleichungen für die Cordier-Linie aus der Literatur an, welche auf empirischen Daten beruhen dürften.

Anhand von Betrachtungen der Energieumsetzung in Ventilatoren leiten *Epple* et al. [16] auf theoretischem Weg Cordier-Linien her. Dabei werden vorwiegend Radialventilatoren und daneben auch Axialventilatoren berücksichtigt.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird der Laufzahlbereich von 0,1 bis 10 betrachtet.

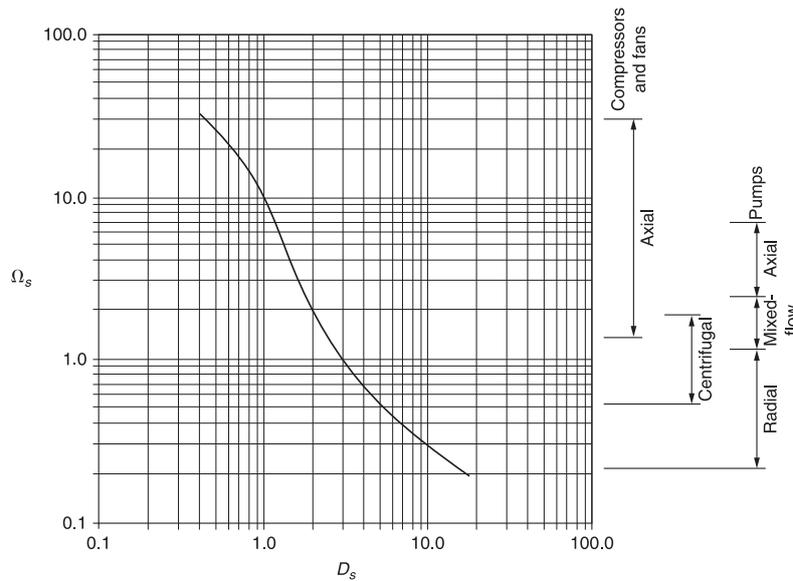


Abbildung 5.8: S-förmiges Cordier-Diagramm [14]

## 5.2 Theoretische Begründung der Cordier-Linie für Radialventilatoren

In diesem Abschnitt wird auf die Herleitung der theoretischen Cordier-Linie für Radialventilatoren aus [33] näher eingegangen, da die Ergebnisse als Grundlage für die weiteren Betrachtungen dieser Arbeit herangezogen werden.

Zunächst wird ein Zusammenhang zwischen Laufzahl, Durchmesserzahl und Cordier-Durchflusszahl bzw. Cordier-Druckzahl durch Kombination der Gln. (4.20) und (4.21) hergestellt. Man erhält die beiden Beziehungen

$$\sigma = \frac{1}{\varphi_C \delta^3} \quad (5.4)$$

sowie

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{\psi_C} \delta}. \quad (5.5)$$

Abbildung 5.9 zeigt ein Abbild der Cordier-Kurve aus Abb. 5.2 sowie eine grafische Darstellung der Gln. (5.4) und (5.5). In doppelt-logarithmischer Darstellung ergibt die erste Gleichung für konstante Werte der Cordier-Durchflusszahl Geraden mit Steigung minus drei und die zweite Gleichung liefert für konstante Werte der Cordier-Druckzahl Geraden mit Steigung minus eins. Während die Gerade  $\varphi_C \approx 1$  die Cordier-Linie im Bereich der Radialventilatoren approximiert, wird diese im Bereich der Axialventilatoren durch die Gerade  $\varphi_C \approx 0,2$  angenähert. Wie bereits in Abb. 4.3 in Abschn. 4.2 gezeigt, nimmt bei konstanter Arbeitszahl die Cordier-Durchflusszahl mit steigendem  $b_2/d_2$ -Verhältnis zu. Dies geht ebenfalls aus einem Vergleich der Abbildungen 5.2 und 5.9 hervor.

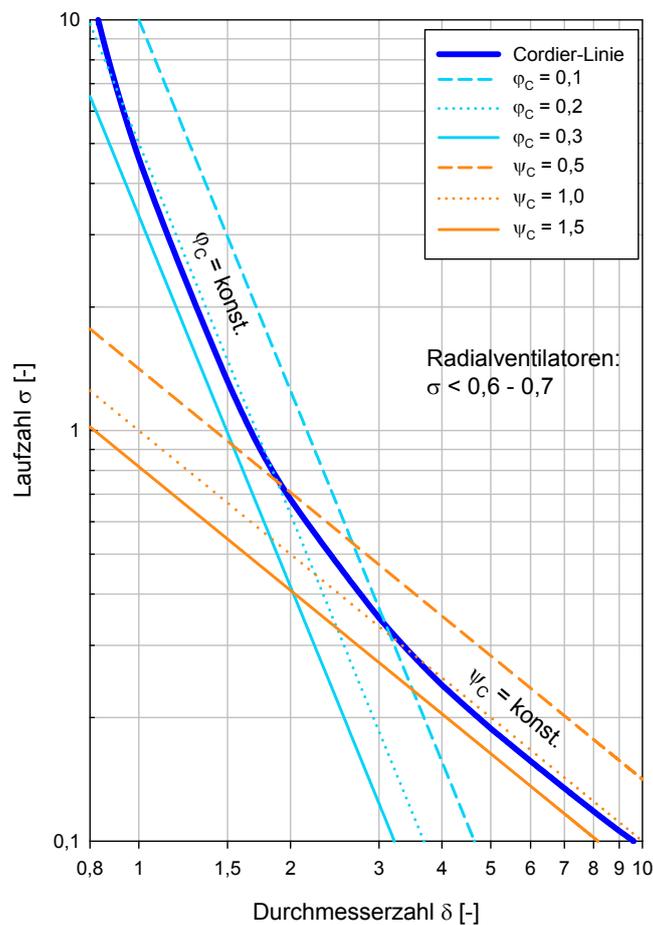


Abbildung 5.9: Cordier-Diagramm mit Geraden  $\varphi_C = konst.$  und  $\psi_C = konst.$ , nach [33]

Um einen theoretischen Zusammenhang zwischen Laufzahl und Durchmesserzahl im Cordier-Diagramm zu erhalten, ist es notwendig eine Beziehung zwischen Cordier-Durchflusszahl und Cordier-Druckzahl zu gewinnen, da die Gln. (5.4) und (5.5) voneinander unabhängig sind. Dies konnte über die Stufenkennlinie erreicht werden. Für die weitere Vorgehensweise ist es daher notwendig neben dem Zusammenhang zwischen Durchmesserzahl und Cordier-Durchflusszahl nach Gl. (4.29) auch einen Zusammenhang zwischen Arbeitszahl

und Cordier-Druckzahl herzustellen. Die Cordier-Druckzahl nach Gl. (4.19) entspricht der Druckzahl nach Gl. (4.3) und die Berücksichtigung von Gl. (4.27) ergibt

$$\psi_C = \psi = \eta_u \lambda. \quad (5.6)$$

Im Allgemeinen besitzen unterschiedliche Laufradformen ihre Betriebspunkte mit maximalem Wirkungsgrad bei verschiedenen Durchflusszahlen. Wird davon ausgegangen, dass die Cordier-Linie diese Bestpunkte abbildet, kann die Cordier-Linie in der  $\varphi$ - $\lambda$ -Ebene als Einhüllende der verschiedenen  $\varphi$ - $\psi$ -Kennlinien, welche die Wirkungsgradmaxima verbindet, betrachtet werden. Bei der Annahme drallfreier Zuströmung ( $\alpha_1 = 90^\circ$ ), eines konstanten Strömungswinkels  $\beta_2$  sowie eines konstanten Umfangswirkungsgrades nimmt diese Einhüllende die Form einer Geraden an. Dabei bleibt das Verhältnis zwischen ihr und der  $\varphi$ - $\lambda$ -Kennlinie konstant, wie Gl. (5.6) zeigt. In der  $\sigma$ - $\delta$ -Ebene erfasst die Cordier-Linie in entsprechender Weise die Wirkungsgradmaxima der in diese Ebene transformierten Stufenkennlinien der einzelnen Laufradformen (siehe Abb. 5.5). Die Kombination der Gln. (4.26), (4.29), (5.6), (5.4) und (5.5) führt auf die quadratische Gleichung

$$\sigma^2 - \frac{\left(\frac{c_{m1}}{c_{m2}} \frac{d_1}{d_2} \cot \alpha_1 - \cot \beta_2\right)}{4 \frac{b_2}{d_2} \delta^3} \sigma - \frac{1}{2 \eta_u \delta^2} = 0. \quad (5.7)$$

Diese stellt die Laufzahl als Funktion der Durchmesserzahl, des relativen Strömungswinkels am Laufradaustritt, der relativen Schaufelbreite, des Meridiangeschwindigkeits- sowie des Durchmesserhältnisses, des absoluten Strömungswinkels am Laufradeintritt und des Umfangswirkungsgrades dar,  $\sigma = f\left(\delta, \beta_2, \frac{b_2}{d_2}, \frac{c_{m1}}{c_{m2}}, \frac{d_1}{d_2}, \alpha_1, \eta_u\right)$ . Gleichung (5.7) kann mit

$$\sigma_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (5.8)$$

gelöst werden, wobei die Abkürzungen

$$p = -\frac{\frac{c_{m1}}{c_{m2}} \frac{d_1}{d_2} \cot \alpha_1 - \cot \beta_2}{4 \frac{b_2}{d_2} \delta^3} \quad (5.9)$$

und

$$q = -\frac{1}{2 \eta_u \delta^2} \quad (5.10)$$

sind. Da das Cordier-Diagramm Laufzahlen  $\sigma > 0$  enthält, ist nur das positive Vorzeichen in Gl. (5.8) relevant. Aufgrund der Voraussetzung drallfreier Zuströmung haben das Verhältnis der Meridiangeschwindigkeiten und das Durchmesserhältnis für die weiteren Betrachtungen keinen Einfluss und für die Laufzahl folgt  $\sigma = f\left(\delta, \beta_2, \frac{b_2}{d_2}, \eta_u\right)$ . In Abb. 5.10

ist die Auswertung der Gln. (5.8) bis (5.10) für verschiedene Abströmwinkel dargestellt. Dabei ist ein Umfangswirkungsgrad von  $\eta_u = 0,8$  sowie eine relative Schaufelbreite von  $b_2/d_2 = 0,1$  angenommen. Erkennbar ist, dass die berechnete Cordier-Linie für rückwärtsgekrümmte Beschauflung mit der experimentellen Cordier-Linie nicht nur im Laufzahlbereich der Radialventilatoren, sondern auch im Bereich der Diagonal- und Axialventilatoren sehr gut übereinstimmt. Bei radial endender Beschauflung ist die berechnete Cordier-Linie eine Gerade mit Steigung minus eins. Im Fall der vorwärtsgekrümmten Beschauflung weicht die berechnete Kurve mit zunehmender Laufzahl immer stärker von der Cordier-Linie ab. Für kleine Laufzahlen nähern sich die Ergebnisse der experimentellen Cordier-Linie an.

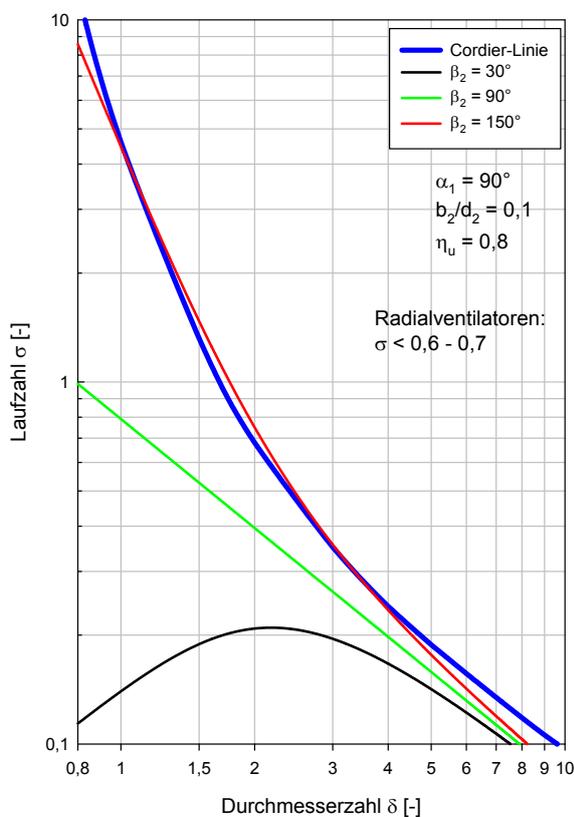


Abbildung 5.10: Theoretische Cordier-Linien für verschiedene relative Strömungswinkel  $\beta_2$ , nach [33]

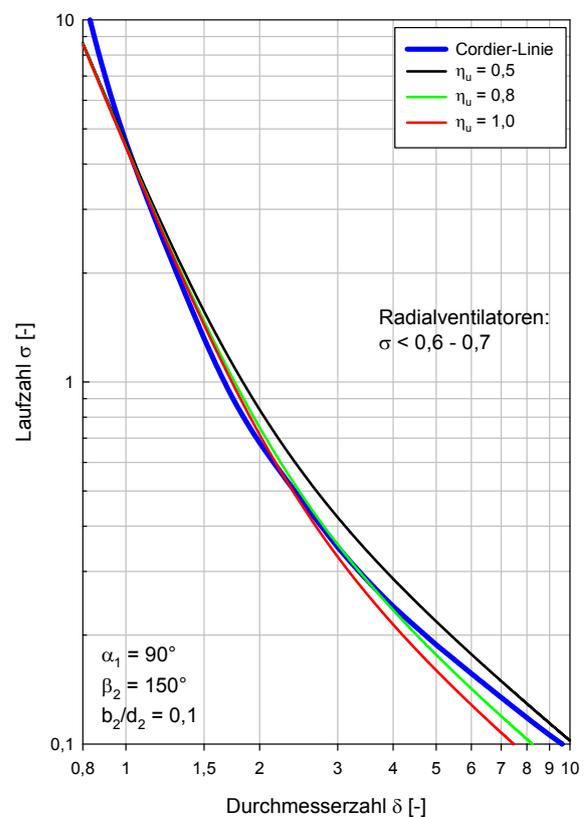


Abbildung 5.11: Theoretische Cordier-Linien für verschiedene Umfangswirkungsgrade  $\eta_u$ , nach [33]

Aufgrund der bei Radialventilatoren überwiegenden rückwärtsgekrümmten Beschauflung werden für die weitere Auswertung der Gln. (5.8) bis (5.10) und für die Anwendung der verschiedenen Entwurfskriterien in den folgenden Kapiteln Laufräder mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln betrachtet. Abbildung 5.11 zeigt die theoretischen Cordier-Linien für verschiedene Umfangswirkungsgrade und eine relative Schaufelbreite von  $b_2/d_2 = 0,1$ . Die experimentelle Cordier-Linie wird durch die theoretischen Cordier-Linien im gesamten betrach-

teten Laufzahlbereich sehr gut wiedergegeben und es ist ersichtlich, dass der Umfangswirkungsgrad nur einen sehr geringen Einfluss auf den Verlauf der berechneten Cordier-Linien hat. Das gängige Argument, dass die Cordier-Linie ausschließlich Strömungsarbeitsmaschinen maximalen Wirkungsgrades enthält, wird daher entkräftet.

Für Radialventilatoren, bei welchen die kreisförmige Eintrittsfläche in den Saugraum gleich der zylindrischen Mantelfläche am Schaufelkanaleintritt ist,  $A_0 = A_1$ , beträgt für den theoretischen Wert von  $d_1/d_2 = 1$  die maximale relative Schaufelbreite  $b_2/d_2 = 0,25$  (siehe Gl. 6.5 sowie 6.22 in den Abschn. 6.1 und 6.2). In Abb. 5.12 sind die theoretischen Cordier-Linien für unterschiedliche relative Schaufelbreiten und einen Umfangswirkungsgrad von  $\eta_u = 0,8$  dargestellt. Wie ersichtlich ist, approximieren die theoretischen Cordier-Linien wieder die experimentelle Cordier-Linie gut. Darüber hinaus ist ein gewisser Einfluss des Breitenverhältnisses  $b_2/d_2$  erkennbar, der jedoch im Laufzahlbereich der Radialventilatoren sehr gering ist. Im Bereich von Axialventilatoren hingegen wird die Abweichung größer, ähnlich den stärker streuenden Betriebspunkten der Axialmaschinen in Abb. 5.1.

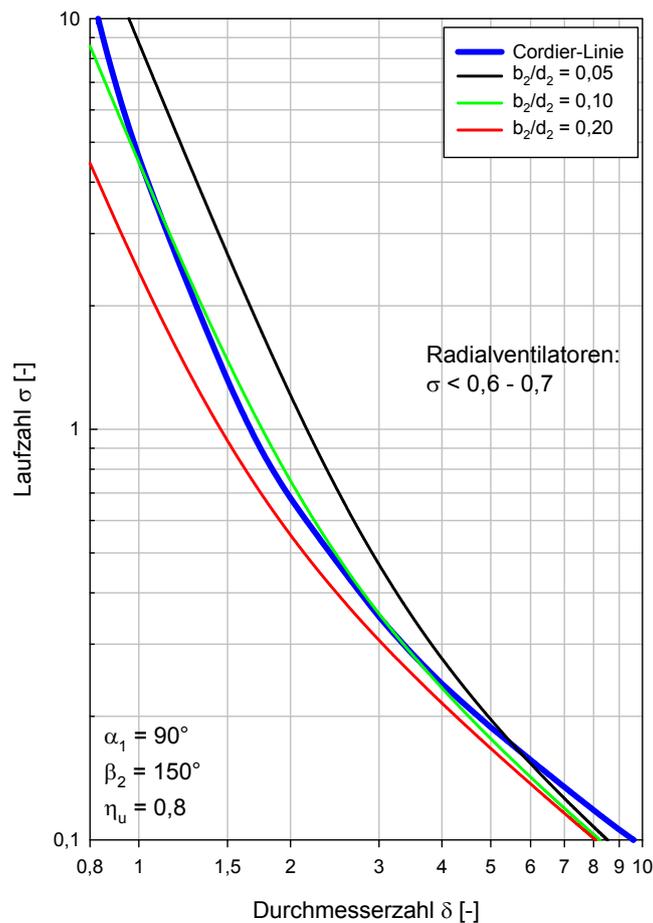


Abbildung 5.12: Theoretische Cordier-Linien für verschiedene relative Schaufelbreiten  $b_2/d_2$ , nach [33]

Wird beachtet, dass die Cordier-Linie im Bereich der Radialventilatoren durch die Gerade  $\psi_C \approx 1$  angenähert wird, kann  $\psi_C = 1$  angenommen werden. Laut Gl. (5.6) ist dann die Arbeitszahl  $\lambda$  konstant, wenn der Umfangswirkungsgrad  $\eta_u$  entlang der Cordier-Linie ebenfalls als konstant betrachtet wird. Daher ist die Durchflusszahl  $\varphi$  nach Gl. (4.26) auch konstant. Mit zunehmender Laufzahl steigt laut Gl. (4.20) die Cordier-Durchflusszahl  $\varphi_C$  und es folgt nach Gl. (4.29), dass die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  zunimmt. Der meridionale Schaufelkanal wird somit breiter, wie auch in Abb. 5.2 zu sehen ist.

In [33] ist die theoretische Cordier-Linie von Axialventilatoren für verschiedene Nabenverhältnisse sowie unterschiedliche Umfangswirkungsgrade dargestellt. Dabei ist ebenfalls eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Cordier-Linien und der experimentellen Cordier-Linie im gesamten betrachteten Laufzahlbereich zu erkennen. Der Einfluss des Nabenverhältnisses und des Umfangswirkungsgrades auf den Verlauf ist ebenso gering. Wie eingangs erwähnt, wurde somit gezeigt, dass der Verlauf der Cordier-Linie hauptsächlich aus der Energieumsetzung bzw. der Kinematik des Ventilators resultiert. Die Annäherung der berechneten Cordier-Linie für Radialventilatoren mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln sowie der berechneten Cordier-Linie für Axialventilatoren an die experimentell gefundene Cordier-Linie im gesamten betrachteten Laufzahlbereich folgt aus der Ähnlichkeit der Kinematik der Geschwindigkeitsdreiecke der beiden Ventilortypen. Die transformierten Stufenkennlinien enthalten jeweils als einzigen dimensionslosen Geometrieparameter die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  bei Radialventilatoren bzw. das Nabenverhältnis  $\nu$  bei Axialventilatoren, die jedoch beide nur einen geringen Einfluss auf den Verlauf ausüben.

Die hier beschriebene Vorgehensweise wurde auch für Trommelläufer- und Querstromventilatoren [34] angewandt. Die theoretischen Cordier-Linien nähern sich den  $\sigma/\delta$ -Wertepaaren von ausgeführten Trommelläufer- und Querstromventilatoren gut an. Die Abweichung ihrer Lage von Radialventilatoren mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln ist einerseits durch die vorwärtsgekrümmte Beschaukelung beider Ventilortypen zu begründen. Der Verlauf der berechneten Cordier-Linie ist daher jenem von Radialventilatoren mit vorwärtsgekrümmter Beschaukelung ähnlich. Andererseits ist ihre Lage auf das große Verhältnis der axialen Laufradlänge zum Laufradaußendurchmesser zurückzuführen. Wie Abb. 5.6 zeigt, befinden sich beide Ventilortypen im oberen Laufzahlbereich von Radialventilatoren mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln, jedoch bei kleineren Durchmesserzahlen. Dadurch ergeben sich ihr Einsatzbereich für die Förderung relativ großer Volumenströme bei nahezu keiner Enthalpiesteigerung und die geringen Laufradaußendurchmesser.

# Kapitel 6

## Belastungskriterium - Begrenzung der Verzögerung

Im vorhergehenden Kapitel wurde gezeigt, dass die theoretischen Cordier-Linien von Radialventilatoren mit rückwärtsgekrümmter Beschau felung nicht nur die experimentelle Cordier-Linie im Bereich der Radialventilatoren annähern, sondern auch den Bereich von Diagonal- und Axialventilatoren approximieren. Es wurde jedoch nur die Energieumsetzung in der Stufe und keine aerodynamischen Belastungskriterien oder andere Entwurfskriterien berücksichtigt, auf welche in diesem sowie in den weiteren Kapiteln eingegangen wird.

Im Gegensatz zu Radialventilatoren und -verdichtern gibt es für die Auslegung von Axialventilatoren und -verdichtern bewährte aerodynamische Belastungskriterien, wie zum Beispiel das Kriterium nach *de Haller* oder den Diffusionsfaktor nach *Lieblein*. *De Haller* [11] stellte bei Gitterversuchen fest, dass es für die verwendeten Tragflügelprofile nicht möglich ist ein Verzögerungsverhältnis von  $w_2/w_1 = 0,75$  zu unterschreiten. *Lieblein* et al. [23] stellten durch Grenzschichtbetrachtungen an Tragflügelprofilen ein theoretisch begründetes Kriterium auf, welches die Verzögerung der Relativgeschwindigkeit sowie die Belastung von Druck- und Saugseite der Profile enthält und zur Abschätzung der Pumpgrenze verwendet werden kann. In [35] wurden unter anderem diese Kriterien zur Untersuchung der Anwendungsgrenzen für Axialventilatoren herangezogen. Dabei ergab sich, dass bei Erfüllung der Kriterien das Nabenverhältnis mit steigender Laufzahl abnimmt. Die diversen Belastungskriterien von Axialmaschinen können in ihrer Form jedoch nicht für Radialventilatoren angewendet werden, da die Enthalpiesteigerung in Axialmaschinen alleinig durch die Verzögerung der Relativgeschwindigkeit erzielt wird.

Für die folgenden Betrachtungen wird angenommen, dass die Enthalpieerhöhung im Laufrad des Radialventilators sowohl durch Zunahme der Umfangsgeschwindigkeit als auch durch Verzögerung der relativen Strömungsgeschwindigkeit erfolgt. Aufgrund des sich stetig erweiternden Querschnittes der Schaufelkanäle wird die Relativgeschwindigkeit zwischen Schaufelkanaleintritt und -austritt von  $w_1$  auf  $w_2$  verringert. Für eine hohe Enthalpiesteigerung

wäre eine große Verzögerung wünschenswert (siehe Gl. 3.10). Wird die Strömung jedoch zu stark verzögert, kommt es zur Grenzschichtablösung. Beim Entwurf des Laufrades ist daher dieser Verzögerung die größte Aufmerksamkeit zuzuwenden [15]. Somit muss die Verzögerung der relativen Strömungsgeschwindigkeit begrenzt werden.

In der Ventilatorenliteratur werden für Radialventilatoren keine bestimmten Werte für eine zulässige Verzögerung der Relativgeschwindigkeit angegeben. In [15] wird vermutet, dass als Grenzwert der Verzögerung ungefähr die entsprechenden Verzögerungen bei Axialrädern von  $w_2/w_1 \approx 0,6$  bis  $0,7$  dienen können. Jedoch wird ein vom Durchmesser Verhältnis abhängiges Kriterium angegeben (siehe Abschn. 6.2).

*Dick* et al. [13] führten Versuche mit zwei Radialventilatoren durch. Ein Radialventilator hatte gerade Schaufeln, eine in Strömungsrichtung abnehmende Schaufelbreite  $b_1 > b_2$  und ein Durchmesser Verhältnis von  $d_1/d_2 = 0,45$ . Diese Konstruktion führte auf ein Verzögerungsverhältnis von  $w_2/w_1 = 0,55$ , bei welchem sich große Ablösegebiete bildeten. Der weitere Radialventilator hatte rückwärtsgekrümmte Schaufeln, eine konstante Schaufelbreite  $b_1 = b_2$  und ein Durchmesser Verhältnis von  $d_1/d_2 = 0,7$ . Dieser war für ein Verzögerungsverhältnis von  $w_2/w_1 = 0,9$  ausgelegt und es trat keine signifikante Strömungsablösung ein.

*Rodgers* [27], [28] untersuchte anhand eines Radialverdichters mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln, wovon ein Teil der Eintrittskanten in Umfangsrichtung gebogen waren (Inducer), welche Parameter als Ursache für Ablösungserscheinungen aussagekräftig sind. Während die Mach-Zahl, der relative Strömungswinkel am Laufradeintritt und der absolute Strömungswinkel am Laufradaustritt an den Betriebspunkten bei Beginn der Ablösung stärker variierten, änderte sich das Verzögerungsverhältnis nur in einem geringen Bereich. Ablösungserscheinungen traten stets bei durchschnittlichen Verzögerungsverhältnissen von  $w_2/w_1 = 0,63$  ein. Es wurden zwölf weitere Radialverdichter mit rückwärtsgekrümmter Beschaukelung, ebenfalls mit Inducer, getestet, wobei bei den meisten Verdichtern Strömungsablösung bei durchschnittlichen Verzögerungen von  $w_2/w_1 \approx 0,67$  eingetreten ist. Anzumerken ist jedoch, dass Radialventilatoren im Allgemeinen keine gebogenen Eintrittskanten besitzen.

Für die nachfolgenden Untersuchungen werden zwei verschiedene Grenzfälle der Laufradausführung unterschieden. Einerseits werden Laufräder mit konstanter Meridiangeschwindigkeit  $c_m = konst.$  und andererseits Laufräder mit konstanter Schaufelbreite  $b = konst.$  betrachtet.

## 6.1 Radialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit

Radialventilatoren, bei welchen die Meridiangeschwindigkeit konstant ist,  $c_{m1} = c_{m2} = c_m$ , werden mit konischen vorderen Deckscheiben entworfen, sodass die Schaufelbreite am Laufradeintritt größer ist als jene am Laufradaustritt ( $b_1 > b_2$ ), siehe Abb. 6.1. Da hier konstanter Volumenstrom vorausgesetzt wird, ist die Mantelfläche, durch welche die Strömung radial in die Schaufelkanäle eintritt, gleich der Austrittsfläche ( $A_1 = A_2$ ). Die Verzögerung der Relativgeschwindigkeit erfolgt aufgrund der diffusorartigen Schaufelkanäle, die sich durch die kontinuierliche Querschnittserweiterung in der radialen Ebene sowie durch die konische Ausführung der vorderen Deckscheibe ergeben. Im Gegensatz zu Radialventilatoren mit konstanter Schaufelbreite spielt hier das Durchmesserverhältnis  $d_1/d_2$  eine untergeordnete Rolle.

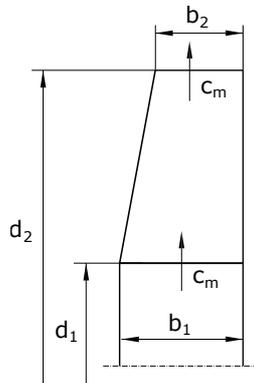


Abbildung 6.1: Laufrad bei konstanter Meridiangeschwindigkeit

In Abb. 6.2 sind für diesen Laufradtyp Geschwindigkeitsdreiecke für unterschiedliche Verzögerungsverhältnisse dargestellt, wobei für die folgenden Berechnungen wieder drallfreie Zuströmung ( $\alpha_1 = 90^\circ$ ) angenommen wird. Wie ersichtlich ist, entspricht eine Verzögerung der relativen Strömungsgeschwindigkeit einer Umlenkung der Relativgeschwindigkeit von  $\beta_1$  auf  $\beta_2$ . Würde keine Verzögerung erfolgen ( $w_1 = w_2$ ), wären die relativen Strömungswinkel am Laufradeintritt und -austritt gleich,  $\beta_1 = \beta_2$  (a). Mit geringer werdendem Abströmwinkel  $\beta_2$  wird eine Abnahme der Relativgeschwindigkeit  $w_2$  erreicht,  $\beta_1 > \beta_2$  (b), und der kleinste mögliche Wert  $w_2 = c_1$  ergibt sich bei  $\beta_2 = 90^\circ$  (c).

Hier wird das zulässige Verzögerungsverhältnis mit

$$D = \frac{w_2}{w_1} \geq 0,7 \quad (6.1)$$

angenommen. Basierend auf der Geometrie der Geschwindigkeitsdreiecke entsprechend Abb. 6.2 (b), kann ein Zusammenhang zwischen dem Verhältnis der Relativgeschwindigkeiten

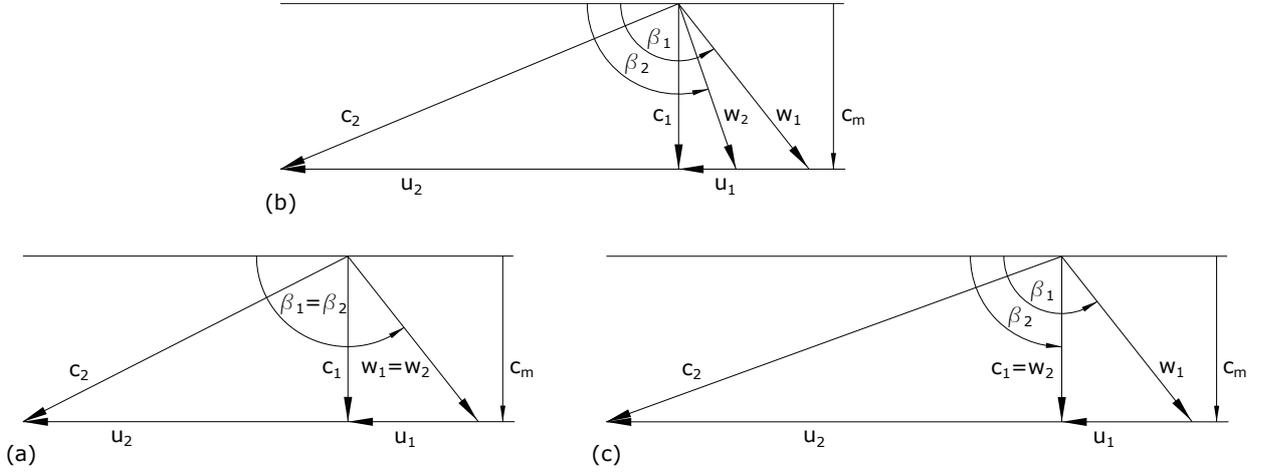


Abbildung 6.2: Geschwindigkeitsdreiecke bei konstanter Meridiangeschwindigkeit und unterschiedlichen Verzögerungen

$w_2/w_1$ , der Durchflusszahl sowie der Arbeitszahl hergeleitet werden. Die Kombination der Gln. (4.2) und (3.18) liefert unter Beachtung von  $c_{u1} = 0$

$$\lambda = \frac{2c_{u2}}{u_2}. \quad (6.2)$$

Ausgehend von den Gln. (3.15) ergibt sich mit den Gln. (3.17), (4.1) und (6.2) bei Beachtung der Zusammenhänge  $c_2^2 = c_{u2}^2 + c_m^2$  und  $u = d\pi n$  die Beziehung

$$\begin{aligned} D = \frac{w_2}{w_1} &= \sqrt{\frac{c_{u2}^2 + c_m^2 + u_2^2 - 2u_2c_{u2}}{c_m^2 + u_1^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{c_{u2}}{u_2}\right)^2 + \left(\frac{c_m}{u_2}\right)^2 + 1 - \frac{2c_{u2}}{u_2}}{\left(\frac{c_m}{u_2}\right)^2 + \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\varphi^2 + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)^2}{\varphi^2 + \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2}}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Des Weiteren wird wieder angenommen, dass bei der Strömungsumlenkung im Saugraum die absolute Strömungsgeschwindigkeit ebenfalls konstant bleibt,  $c_0 = c_{m1} = c_m$ . Zusätzlich wird vorausgesetzt, dass  $d_0 = d_1$  ist und die Kontinuitätsgleichung lautet somit

$$\dot{V} = \frac{d_1^2 \pi}{4} c_m = d_2 \pi b_2 c_m. \quad (6.4)$$

Aus dieser erhält man für Radialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit daher die Beziehung

$$\frac{d_1}{d_2} = 2\sqrt{\frac{b_2}{d_2}} \quad (6.5)$$

zwischen dem Durchmesser Verhältnis und der relativen Schaufelbreite. Unter den getroffenen Annahmen sind demnach diese beiden Verhältnisse nicht unabhängig voneinander, sondern stellen eine nicht lineare Funktion dar. Die Umformung von Gl. (6.3) führt auf die Gleichung

$$\frac{\varphi^2 (1 - D^2)}{\left(D \frac{d_1}{d_2}\right)^2} + \frac{(\lambda - 2)^2}{\left(2D \frac{d_1}{d_2}\right)^2} = 1, \quad (6.6)$$

aus welcher unter Beachtung von Gl. (6.5)

$$\frac{\varphi^2 (1 - D^2)}{(2D)^2 \frac{b_2}{d_2}} + \frac{(\lambda - 2)^2}{(4D)^2 \frac{b_2}{d_2}} = 1 \quad (6.7)$$

folgt. Es ist erkennbar, dass die Funktion nach Gl. (6.3) für konstante Verzögerungs- und Durchmesser Verhältnisse bzw. relative Schaufelbreiten in der  $\varphi$ - $\lambda$ -Ebene Ellipsen mit dem Mittelpunkt ( $\varphi = 0/\lambda = 2$ ) und den Halbachsen  $a_E = 2D\sqrt{\frac{b_2/d_2}{1-D^2}}$  sowie  $b_E = 4D\sqrt{b_2/d_2}$  ergibt. Diese sind jedoch nur für  $4b_2/d_2 \geq \varphi^2 [(1/D^2) - 1]$  definiert. In Abb. 6.3 ist die Auswertung der Gl. (6.7) für das gewählte Verzögerungsverhältnis von  $D = 0,7$  und verschiedene Schaufelbreitenverhältnisse dargestellt. Die Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses und konstanter relativer Schaufelbreite begrenzen den zulässigen Auslegungsbereich in Richtung höherer Arbeitszahlen, ähnlich der Pumpgrenze. Unterhalb der Funktionen, d.h. bei kleineren Arbeitszahlen, wird das Verzögerungsverhältnis eingehalten,  $D > 0,7$ , und oberhalb der Funktionen wird das Verzögerungsverhältnis unterschritten,  $D < 0,7$ . Wird Gl. (4.29) beachtet, folgt aus Gl. (6.7) die Beziehung

$$\frac{\varphi_C^2 (1 - D^2)}{D^2 \left(4 \frac{b_2}{d_2}\right)^3} + \frac{(\lambda - 2)^2}{(4D)^2 \frac{b_2}{d_2}} = 1, \quad (6.8)$$

welche die Ellipsen in der  $\varphi_C$ - $\lambda$ -Ebene darstellt. Abbildung 6.4 zeigt die Ergebnisse von Gl. (6.8) für die verschiedenen relativen Schaufelbreiten zusammen mit Stufenkennlinien der gleichen relativen Schaufelbreiten und einem Abströmwinkel von  $\beta_2 = 150^\circ$ . Wie ersichtlich ist, schneiden die Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses und konstanter relativer Schaufelbreite die Stufenkennlinien. Der Auslegungsbereich, in dem das Verzögerungsverhältnis eingehalten wird, erstreckt sich vom jeweiligen Schnittpunkt in Richtung kleinerer

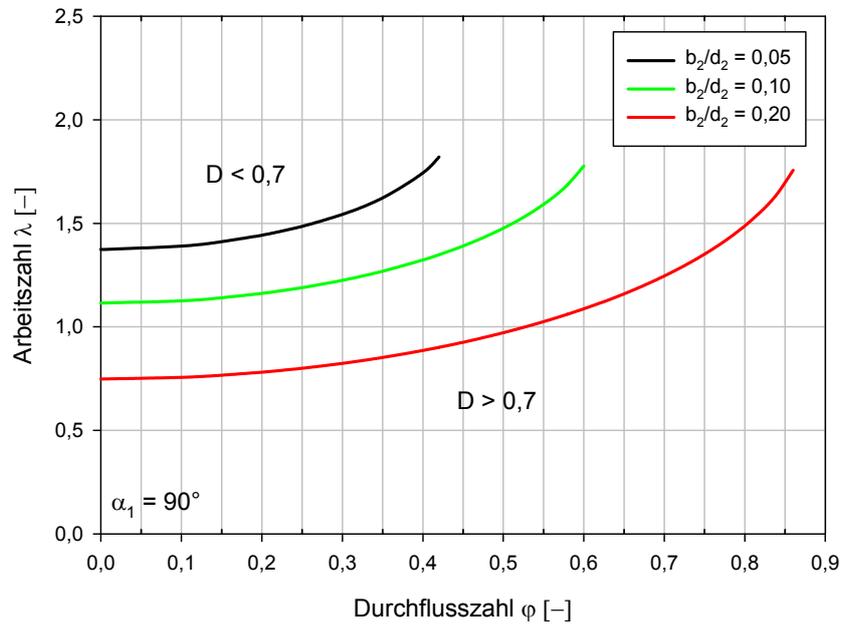


Abbildung 6.3: Funktionen mit konstantem Verzögerungsverhältnis  $D = 0,7$  in der  $\varphi$ - $\lambda$ -Ebene

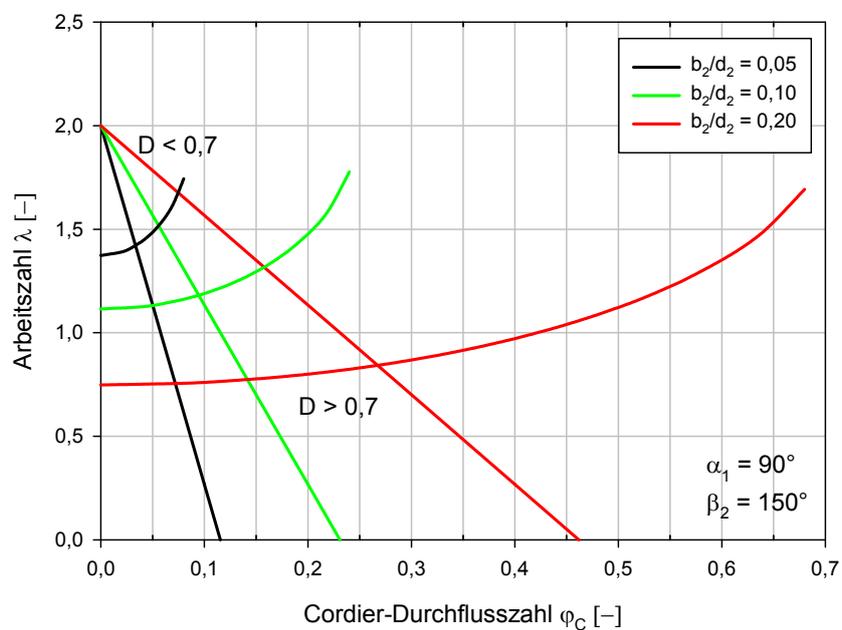


Abbildung 6.4: Funktionen mit konstantem Verzögerungsverhältnis  $D = 0,7$  in der  $\varphi_C$ - $\lambda$ -Ebene

Arbeitszahlen. Wird das Verzögerungsverhältnis von  $D = 0,7$  ausgenutzt, liegt der Auslegungspunkt bei größeren Arbeitszahlen und der Radialventilator kann daher eine höhere Enthalpiedifferenz umsetzen. Je kleiner die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  bzw. das Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$  ist, desto höher ist die Arbeitszahl und kleiner die Durchflusszahl, die den zulässigen Auslegungsbereich begrenzen.

Werden die Gln. (4.29) und (5.6) in Gl. (6.3) eingesetzt und in weiterer Folge die Gln. (5.4) sowie (5.5) ebenfalls berücksichtigt, erhält man nach einigen Umformungen die biquadratische Gleichung

$$\sigma^4 + \frac{\eta_u (D^2 - 1) + \left(4\frac{b_2}{d_2}\right)^2 \delta^4}{\eta_u \left(4\frac{b_2}{d_2}\right)^2 \left[\left(D\frac{d_1}{d_2}\right)^2 - 1\right] \delta^6} \sigma^2 - \frac{1}{4\eta_u^2 \left[\left(D\frac{d_1}{d_2}\right)^2 - 1\right] \delta^4} = 0 \quad (6.9)$$

für die Laufzahl in Abhängigkeit der Durchmesserzahl, des Verzögerungsverhältnisses, des Durchmesser Verhältnisses, der relativen Schaufelbreite und des Umfangswirkungsgrades. Die Kombination der Gln. (6.5) und (6.9) ergibt schließlich

$$\sigma^4 + \frac{\eta_u (D^2 - 1) + \left(4\frac{b_2}{d_2}\right)^2 \delta^4}{\eta_u \left(4\frac{b_2}{d_2}\right)^2 \left(4D^2\frac{b_2}{d_2} - 1\right) \delta^6} \sigma^2 - \frac{1}{4\eta_u^2 \left(4D^2\frac{b_2}{d_2} - 1\right) \delta^4} = 0 \quad (6.10)$$

für die Laufzahl als Funktion der Durchmesserzahl, des Verzögerungsverhältnisses, der relativen Schaufelbreite und des Umfangswirkungsgrades,  $\sigma = f\left(\delta, D, \frac{b_2}{d_2}, \eta_u\right)$ . Die Lösungen von Gl. (6.10) sind

$$\sigma_{1,2}^2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (6.11)$$

mit den Abkürzungen

$$p = \frac{\eta_u (D^2 - 1) + \left(4\frac{b_2}{d_2}\right)^2 \delta^4}{\eta_u \left(4\frac{b_2}{d_2}\right)^2 \left(4D^2\frac{b_2}{d_2} - 1\right) \delta^6} \quad (6.12)$$

sowie

$$q = -\frac{1}{4\eta_u^2 \left(4D^2\frac{b_2}{d_2} - 1\right) \delta^4}. \quad (6.13)$$

Abbildung 6.5 zeigt die Ergebnisse der Gln. (6.11) bis (6.13) für das gewählte Verzögerungsverhältnis von  $D = 0,7$  und verschiedene relative Schaufelbreiten sowie einen Umfangswirkungsgrad von  $\eta_u = 0,8$ . Die theoretischen Cordier-Linien nach den Gln. (5.8) bis (5.10) für die gleichen  $b_2/d_2$ -Verhältnisse sind ebenfalls dargestellt.

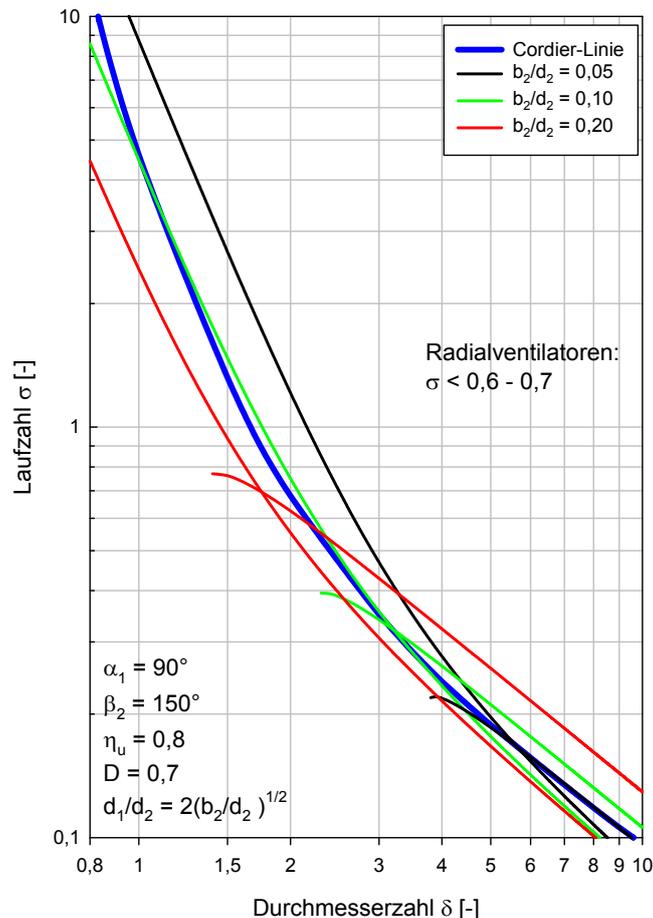


Abbildung 6.5: Cordier-Diagramm mit Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses  $D = 0,7$

Wie ersichtlich ist, existieren Schnittpunkte der Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses  $D = 0,7$  und konstanter relativer Schaufelbreite mit der experimentellen und den theoretischen Cordier-Linien. Dabei repräsentieren die Schnittpunkte mit den entsprechenden theoretischen Cordier-Linien Radialventilatoren, bei welchen die relative Strömungsgeschwindigkeit um  $D = 0,7$  verzögert wird und die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2 = 0,05$ ,  $0,1$  bzw.  $0,2$  beträgt. Jedem Schnittpunkt oder vielmehr jedem Punkt auf der experimentellen Cordier-Linie im Bereich der Radialventilatoren, d.h. jeder Laufzahl bzw. Durchmesserzahl, ist daher ein Laufrad mit einem bestimmten  $b_2/d_2$ -Verhältnis bei einem konstanten Verzögerungsverhältnis, hier von  $D = 0,7$ , zugeordnet. Es ist zu erkennen, dass bei Erfüllung dieses Verzögerungskriteriums die relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  mit steigender Laufzahl stetig zunimmt, d.h. der Meridiankanal des Laufrades wird breiter. Dieses quantitative Ergebnis entspricht der in Abb. 5.2 dargestellten qualitativen Laufradentwicklung.

Die obere Grenze der relativen Schaufelbreite stellt dabei aufgrund der Geometrie der theoretische Wert von  $b_2/d_2 = 0,25$  dar. Dieses maximale Breitenverhältnis kann als unabhängi-

ges geometrisches Kriterium gesehen werden, welches in Kombination mit anderen Kriterien, wie hier dem Belastungskriterium, den Anwendungsbereich von Radialventilatoren hin zu höheren Laufzahlen limitiert.

Erkennbar ist, dass die in den Abbildungen 6.3 und 6.4 dargestellten Ellipsen in logarithmischer Darstellung verzerrt abgebildet werden. Ihre Schnittpunkte mit den verschiedenen Stufenkennlinien entsprechen in Abb. 6.5 den Schnittpunkten der Funktionen gemäß den Gln. (6.11) bis (6.13) mit den zugehörigen theoretischen Cordier-Linien. Oberhalb der Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses und konstanter relativer Schaufelbreite, d.h. hin zu höheren Laufzahlen, ist das Verzögerungskriterium  $D > 0,7$  zur Vermeidung der Strömungsablösung erfüllt. Der zulässige Auslegungsbereich erstreckt sich daher vom theoretischen geometrischen Limit von  $b_2/d_2 = 0,25$  bis zum Schnittpunkt des jeweiligen  $b_2/d_2$ -Verhältnisses. Um das Verzögerungsverhältnis von  $D = 0,7$  auszunützen, sollte jedoch der Radialventilator mit bestimmter relativer Schaufelbreite am entsprechenden Schnittpunkt gewählt werden.

Die Scheitel der Ellipsen auf der Geraden  $\lambda = 2$ , welche der Stufenkennlinie für radiale Abströmung entspricht, liegen in logarithmischer Darstellung nach Gl. (5.6) bei einem Umfangswirkungsgrad von  $\eta_u = 0,8$  auf der Geraden  $\psi_C = 1,6$ . Die Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses nähern sich bei abnehmender Laufzahl Geraden mit Steigung minus eins an.

Eine relative Schaufelbreite von  $b_2/d_2 = 0,2$  entspricht nach Gl. (6.5) einem Durchmesser Verhältnis von  $d_1/d_2 = 0,9$ , das für die praktische Umsetzung einen sehr hohen Wert darstellt. Wie Abb. 6.5 zeigt, liegt der Schnittpunkt der Funktion für eine relative Schaufelbreite von  $b_2/d_2 = 0,2$  und der entsprechenden theoretischen Cordier-Linie bei einer Laufzahl von  $\sigma \approx 0,7$ . Diese Laufzahl begrenzt somit den Anwendungsbereich von Radialventilatoren in Richtung höherer Laufzahlen.

Wäre ein kleineres Verzögerungsverhältnis zugelassen, werden die Schnittpunkte zu kleineren Laufzahlen verschoben. In Abb. 6.6 sind die Ergebnisse der Gln. (6.11) bis (6.13) für ein Verzögerungsverhältnis von  $D = 0,6$  dargestellt.

Da die Cordier-Linie im Allgemeinen Ventilatoren in ihren Auslegungspunkten erfasst, stellen die beschriebenen Schnittpunkte daher Auslegungsgrenzwerte dar. Bei gegebenem Betriebspunkt des Radialventilators ( $\dot{V}$ ,  $\Delta H_s$ ) kann somit bei gegebener Drehzahl  $n$  die Laufzahl  $\sigma$  oder bei gegebenem Laufradaußendurchmesser  $d_2$  die Durchmesserzahl  $\delta$  berechnet und die zugehörige relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  im Cordier-Diagramm abgelesen werden. Anschließend kann im ersten Fall in gewohnter Weise aus der ebenfalls abgelesenen Durchmesserzahl der Laufradaußendurchmesser und im zweiten Fall aus der abgelesenen Laufzahl die Drehzahl ermittelt werden. Mit dem Laufradaußendurchmesser ist es möglich die absolute Laufradaustrittsbreite  $b_2$  zu berechnen.

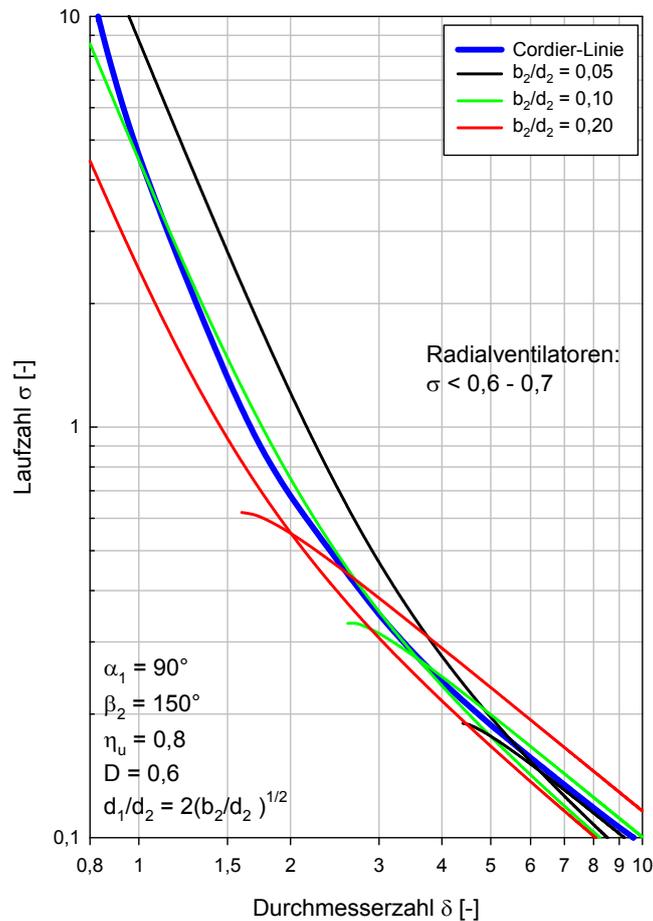


Abbildung 6.6: Cordier-Diagramm mit Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses  $D = 0,6$

## 6.2 Radialventilatoren mit konstanter Schaufelbreite

Bei Radialventilatoren mit parallel ausgeführter vorderer und hinterer Deckscheibe,  $b_1 = b_2 = b$ , ist die Schaufelkanaleintrittsfläche kleiner als die -austrittsfläche ( $A_1 < A_2$ ) und daher die Meridiangeschwindigkeit am Laufradeintritt größer als am Laufradaustritt ( $c_{m1} > c_{m2}$ ), siehe Abb. 6.7. Die Verzögerung der relativen Strömungsgeschwindigkeit erfolgt ausschließlich aufgrund der kontinuierlichen Querschnittserweiterung der Schaufelkanäle in der radialen Ebene. Somit hat das Durchmesser Verhältnis einen größeren Einfluss auf die Verzögerung.

Abbildung 6.8 zeigt für diesen Laufradtyp Geschwindigkeitsdreiecke für verschiedene Verzögerungsverhältnisse, bei welchen für die folgenden Berechnungen wieder drallfreie Zuströmung ( $\alpha_1 = 90^\circ$ ) vorausgesetzt wird. Erkennbar ist, dass die Verzögerung der relativen

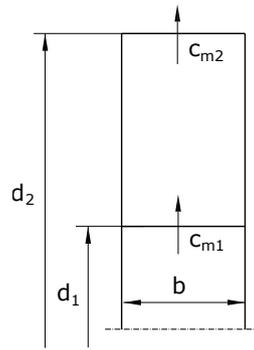


Abbildung 6.7: Laufrad mit konstanter Schaufelbreite

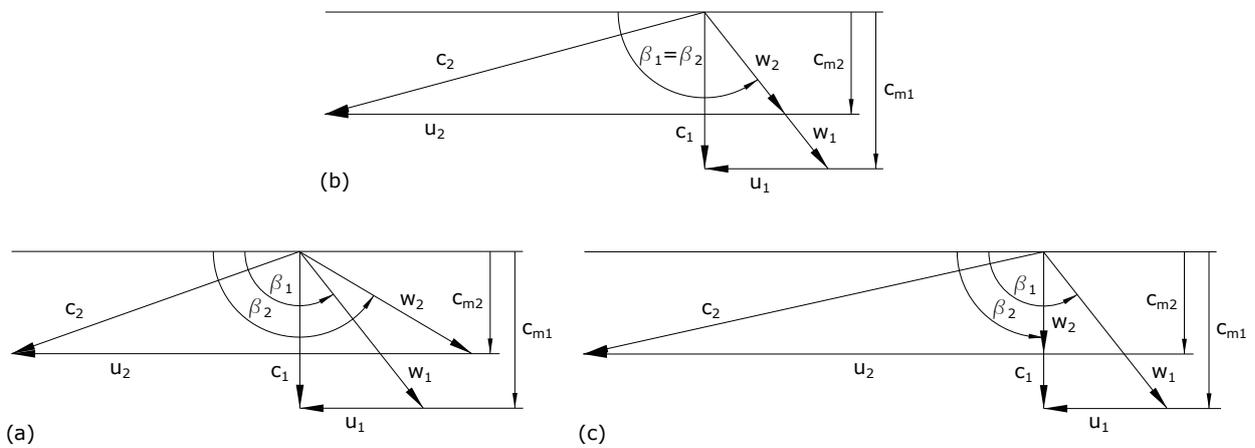


Abbildung 6.8: Geschwindigkeitsdreiecke bei konstanter Schaufelbreite und unterschiedlichen Verzögerungen

Strömungsgeschwindigkeit einerseits durch die Umlenkung der Relativgeschwindigkeit von  $\beta_1$  auf  $\beta_2$  und andererseits durch das Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$  bestimmt wird. Würde keine Verzögerung vorliegen ( $w_1 = w_2$ ), wäre der relative Strömungswinkel am Laufradaustritt größer als am -eintritt,  $\beta_1 < \beta_2$  (a). Mit abnehmendem Abströmwinkel  $\beta_2$  wird die Relativgeschwindigkeit  $w_2$  stetig verringert bis bei  $\beta_2 = 90^\circ$  ihr kleinster möglicher Wert erreicht werden würde (c). Eck [15] gibt für das zulässige Verzögerungsverhältnis das Kriterium

$$D = \frac{w_2}{w_1} \geq \frac{d_1}{d_2} \quad (6.14)$$

an, welches hier herangezogen wird. In Abb. 6.8 (b) ist dazu der kleinste zulässige Wert der Relativgeschwindigkeit  $w_2$  dargestellt, der bei Gleichheit der relativen Strömungswinkel am Laufradeintritt und -austritt ( $\beta_1 = \beta_2$ ) erreicht wird. Für dieses Verzögerungsverhältnis

ergibt sich aus der Geometrie der Geschwindigkeitsdreiecke die Beziehung

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{c_{m2}}{c_{m1}}. \quad (6.15)$$

Aus Kontinuitätsgründen

$$\dot{V} = d_1 \pi b c_{m1} = d_2 \pi b c_{m2} \quad (6.16)$$

folgt für das Verhältnis der Meridiangeschwindigkeiten der Zusammenhang

$$\frac{c_{m2}}{c_{m1}} = \frac{d_1}{d_2}, \quad (6.17)$$

mit dem sich aus Gl. (6.15) für das kleinste zulässige Verhältnis der Relativgeschwindigkeiten somit das Durchmesser Verhältnis

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{d_1}{d_2} \quad (6.18)$$

ergibt. Qualitativ kann das Verzögerungskriterium über die Länge des Schaufelkanals erklärt werden [15]. Um Ablösungen zu vermeiden, wird ähnlich zu feststehenden Diffusoren der Erweiterungswinkel des Schaufelkanals begrenzt. Bei Betrachtung des Laufrades in der radialen Ebene wird ersichtlich, dass bei kürzeren Schaufelkanälen die Querschnittserweiterung kleiner ist. In Radialventilatoren mit großen Durchmesser Verhältnissen und damit kurzen Schaufeln kann daher die relative Strömung weniger verzögert werden als in jenen mit kleinen Durchmesser Verhältnissen und somit langen Schaufeln.

Aus der Geometrie der Geschwindigkeitsdreiecke nach Abb. 6.8 (b) kann wieder ein Zusammenhang zwischen dem Verzögerungsverhältnis, der Durchflusszahl sowie der Arbeitszahl hergeleitet werden. Ausgehend von den Gln. (3.15), wobei wieder  $c_{u1} = 0$  ist, ergibt sich mit den Gln. (3.17), (6.17), (4.1) und (6.2) sowie Beachtung der Zusammenhänge  $c_2^2 = c_{u2}^2 + c_{m2}^2$  und  $u = d\pi n$  die Beziehung

$$\begin{aligned} D = \frac{w_2}{w_1} &= \sqrt{\frac{c_{u2}^2 + c_{m2}^2 + u_2^2 - 2u_2 c_{u2}}{c_{m1}^2 + u_1^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{c_{u2}}{u_2}\right)^2 + \left(\frac{c_{m2}}{u_2}\right)^2 + 1 - \frac{2c_{u2}}{u_2}}{\left(\frac{c_{m2}}{u_2}\right)^2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\varphi^2 + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)^2}{\varphi^2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2}}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Bei der Annahme von konstanter absoluter Strömungsgeschwindigkeit zwischen Saugraum- und Schaufelkanaleintritt,  $c_0 = c_{m1}$ , und gleichen Durchmessern  $d_0 = d_1$  lautet die Kontinuitätsgleichung

$$\dot{V} = \frac{d_1^2 \pi}{4} c_{m1} = d_2 \pi b c_{m2}, \quad (6.20)$$

aus welcher der Zusammenhang

$$\frac{b}{d_2} = \frac{1}{4} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \frac{c_{m1}}{c_{m2}} \quad (6.21)$$

folgt. Wird zusätzlich Gl. (6.17) beachtet, ergibt sich für Radialventilatoren mit konstanter Schaufelbreite der Zusammenhang

$$\frac{d_1}{d_2} = 4 \frac{b}{d_2}, \quad (6.22)$$

der eine lineare Abhängigkeit des Durchmesserverhältnisses von der relativen Schaufelbreite darstellt. Das kleinste zulässige Verzögerungsverhältnis entspricht daher nicht nur dem Durchmesserverhältnis, sondern ist auch proportional der relativen Schaufelbreite. Die Umformung von Gl. (6.19) unter Beachtung des kleinsten zulässigen Verzögerungsverhältnisses nach Gl. (6.14),  $D = d_1/d_2$ , führt auf die Beziehung

$$\lambda = 2 \left[ 1 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right] \quad (6.23)$$

und bei Berücksichtigung von Gl. (6.22) ergibt sich

$$\lambda = 2 \left[ 1 - \left( 4 \frac{b}{d_2} \right)^2 \right]. \quad (6.24)$$

Anhand dieser beiden Gleichungen ist erkennbar, dass Gl. (6.19) für konstante Durchmesserverhältnisse bzw. konstante relative Schaufelbreiten in der  $\varphi$ - $\lambda$ -Ebene Geraden konstanter Arbeitszahl abbildet. Abbildung 6.9 zeigt die Auswertung von Gl. (6.24) für unterschiedliche relative Schaufelbreiten. Unterhalb der Geraden, welche jeweils wieder Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses sind, wird dieses erfüllt. Oberhalb der Geraden hin zu höheren Arbeitszahlen wird das kleinste zulässige Verzögerungsverhältnis unterschritten und somit das geforderte Kriterium nicht erfüllt. Die Grenze des zulässigen Auslegungsbereichs wird demnach für kleinere relative Schaufelbreiten wieder zu höheren Arbeitszahlen verschoben.

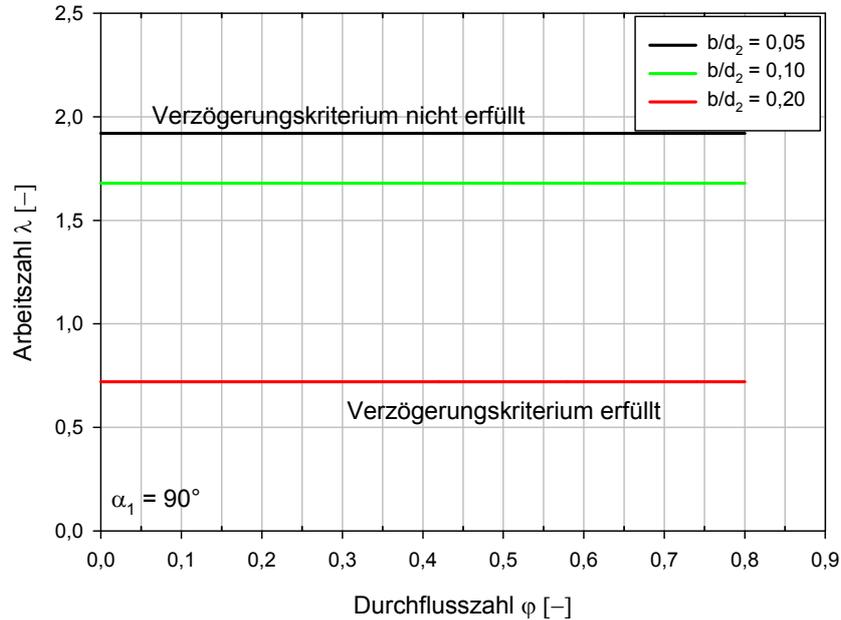


Abbildung 6.9: Funktionen mit konstantem Verzögerungsverhältnis  $D = d_1/d_2 = 4(b/d_2)$  in der  $\varphi$ - $\lambda$ -Ebene

Werden die Gln. (5.6) und (5.5) in die Gln. (6.23) bzw. (6.24) eingesetzt, liefert dies

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\eta_u \left[ 1 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right]}} \delta \quad (6.25)$$

sowie

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\eta_u \left[ 1 - \left( 4 \frac{b}{d_2} \right)^2 \right]}} \delta. \quad (6.26)$$

Die letzte Gleichung stellt die Laufzahl als Funktion der Durchmesserzahl, der relativen Schaufelbreite und des Umfangswirkungsgrades,  $\sigma = f\left(\delta, \frac{b}{d_2}, \eta_u\right)$ , dar. Abbildung 6.10 zeigt die Auswertung der Gl. (6.26) für verschiedene relative Schaufelbreiten und einen Umfangswirkungsgrad von  $\eta_u = 0,8$ . Dabei sind die theoretischen Cordier-Linien gemäß den Gln. (5.8) bis (5.10) für die gleichen  $b/d_2$ -Verhältnisse ebenfalls abgebildet. Die Ergebnisse sind auch im Cordier-Diagramm Geraden konstanter Arbeitszahl bzw. konstanter Cordier-Druckzahl, welche hier Steigung eins haben. Dies ist auch durch den Vergleich der Gln. (5.5), (5.6) und (6.26) erkennbar.

Wie ersichtlich ist, schneiden die Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses die Cordier-Linien. Den Schnittpunkten entlang der theoretischen Cordier-Linien ist dabei, wie

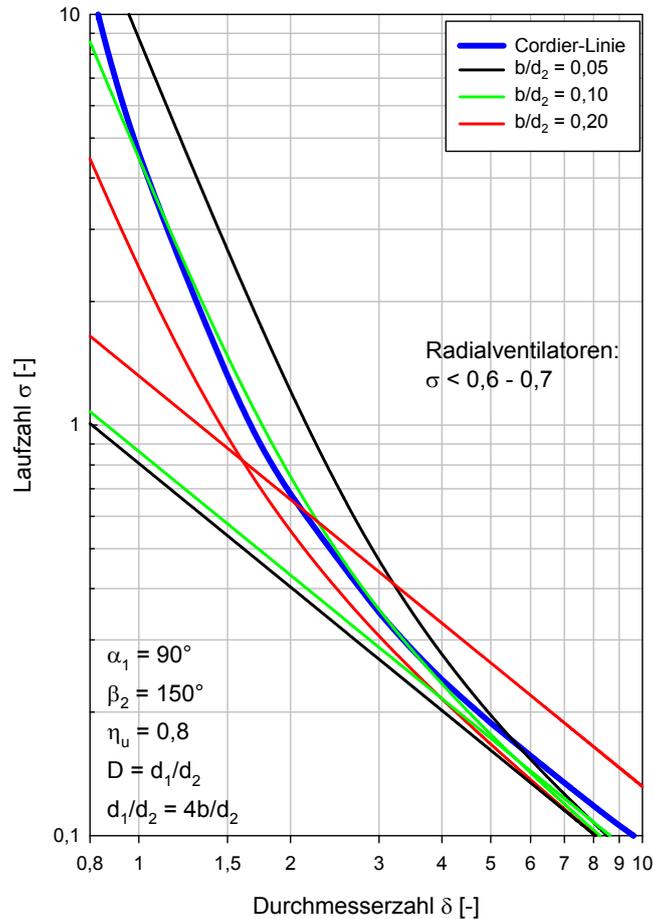


Abbildung 6.10: Cordier-Diagramm mit Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses  $D = d_1/d_2$

auch schon in Abschn. 6.1, jeweils ein Radialventilator mit dem entsprechenden  $b/d_2$ -Verhältnis und dem kleinsten zulässigen Verzögerungsverhältnis von  $D = d_1/d_2$  zugeordnet. Gemäß Abb. 6.9 wird oberhalb der Schnittpunkte, in Richtung höherer Laufzahlen, das Verzögerungskriterium erfüllt und unterhalb, in Richtung geringerer Laufzahlen, nicht erfüllt. Die Schnittpunkte stellen daher wieder Auslegungsgrenzwerte dar, wobei sich der zulässige Auslegungsbereich hin zu höheren Laufzahlen erstreckt. Der theoretisch geringste Grenzwert von  $b/d_2 = 0$  entspricht der Geraden  $\lambda = 2$  (siehe Gl. 6.24). Wird das kleinste zulässige Verzögerungsverhältnis nach Abschn. 6.1 von  $D = 0,7$  herangezogen, entspricht diesem eine relative Schaufelbreite von  $b/d_2 = 0,175$ . Wie erkennbar ist, befinden sich die Schnittpunkte kleinerer Durchmesserverhältnisse und damit größerer Verzögerungen bei relativ hohen Durchmesserzahlen. Hier stellt sich die Frage, ob zur Vermeidung der Strömungsablösung das Kriterium für kleine Durchmesserverhältnisse begrenzt werden sollte. Abbildung 6.11 zeigt weitere Ergebnisse der Gl. (6.26) für andere relative Schaufelbreiten, die in Kap. 9 für einen weiteren Vergleich mit Laufzahlen aus der Literatur herangezogen werden.

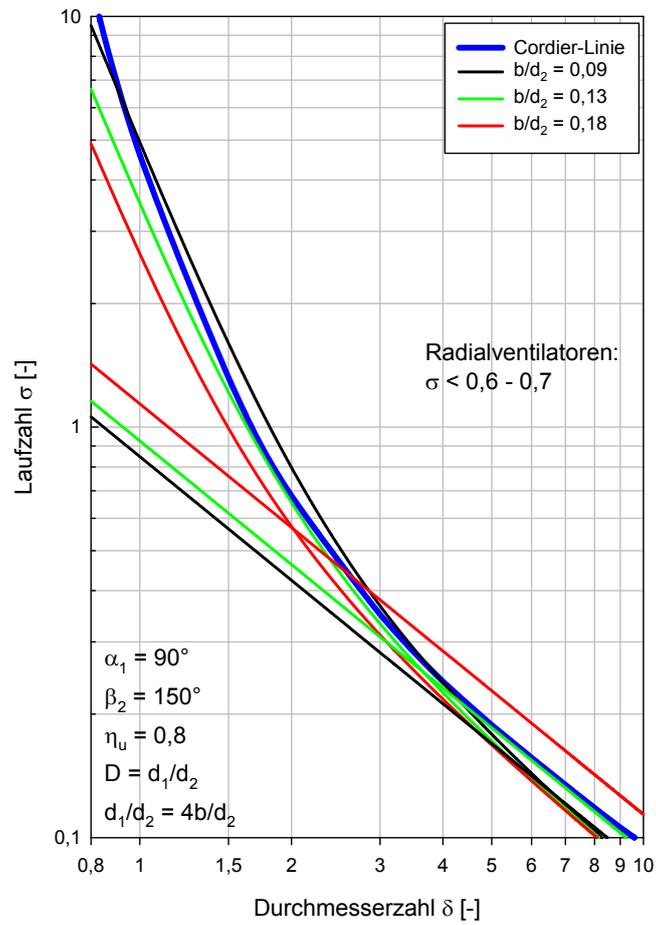


Abbildung 6.11: Cordier-Diagramm mit Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses  $D = d_1/d_2$

# Kapitel 7

## Begrenzung des Radreibungsverlustes

Die Belastungskriterien, welche im vorhergehenden Kapitel ins Cordier-Diagramm transformiert wurden, berücksichtigen ausschließlich die in den Schaufelkanälen des Radialventilators stattfindende Energieumsetzung und damit lediglich die auftretenden Beschauflungsverluste. Wie in Abschn. 3.3 gezeigt, werden diese durch den Umfangswirkungsgrad erfasst. Die Zusatzverluste, das heißt Radreibungs- und Spaltverluste, können weitere Grenzen für die Auslegung darstellen und werden in diesem sowie im darauffolgenden Kapitel als Begrenzungskriterien herangezogen.

In der Strömungsmaschinenliteratur sind verschiedene Ansätze zur Berechnung des Radreibungsverlustes vorhanden. Hier wird das Radreibungsmoment nach dem Ansatz von [5], der

$$M_R = \frac{\pi^2}{16} c_M \rho n^2 d_2^5 \quad (7.1)$$

lautet, berechnet. Als Näherung wurde in Gl. (7.1) angenommen, dass das Radreibungsmoment auf die vordere und hintere Deckscheibe jeweils von der Drehachse bis zum Laufradaustritt wirkt. Der Drehmomentenbeiwert  $c_M$  berücksichtigt den Reibungseinfluss in der Strömung und an den Gehäusewänden. Der durch die Radreibung bedingte Leistungsverlust ergibt sich mit  $\omega = 2\pi n$  zu

$$P_R = M_R \omega = \frac{\pi^3}{8} c_M \rho n^3 d_2^5. \quad (7.2)$$

Des Weiteren folgt durch Kombination der Gln. (3.21), (3.29), (4.18) und (4.19) sowie Berücksichtigung der Zusammenhänge  $\dot{m} = \rho \dot{V}$  und  $u = d\pi n$  für die Umfangsleistung

$$P_u = \dot{m} a_u = \frac{\rho \dot{V} \Delta H_s}{\eta_u} = \frac{\varphi_C \psi_C \rho n^3 d_2^5 \pi^4}{8\eta_u}. \quad (7.3)$$

Vor allem für Radialventilatoren mit kleinem Durchmesser Verhältnis bzw. hoher Durchmesserzahl spielt der Radreibungsverlust eine wesentliche Rolle. Da die Gerade  $\psi_C \approx 1$  die Cordier-Linie insbesondere im Bereich hoher Durchmesserzahlen gut annähert, wird für die weiteren Betrachtungen die Cordier-Druckzahl als  $\psi_C = 1$  angenommen. Als Kriterium wird die Radreibungsleistung als Prozentsatz der Umfangsleistung begrenzt und daher wird Gl. (7.2) auf Gl. (7.3) bezogen. Wird zusätzlich Gl. (5.4) beachtet, ergibt sich somit

$$\sigma = \frac{\frac{P_R}{P_u} \pi}{c_M \eta_u \delta^3} \quad (7.4)$$

für die Laufzahl als Funktion der Durchmesserzahl, der relativen Radreibungsleistung, des Umfangswirkungsgrades und des Drehmomentenbeiwerts,  $\sigma = f\left(\delta, \frac{P_R}{P_u}, \eta_u, c_M\right)$ . Entsprechend *Daily* und *Nece* [10] ist der Drehmomentenbeiwert von der Reynolds-Zahl sowie dem auf den Laufradaußendurchmesser bezogenen axialen Spalt zwischen Laufrad und Gehäuse abhängig, wobei die relative Spaltweite nur einen geringen Einfluss hat. Für einen typischen Reynolds-Zahlbereich von Radialventilatoren von  $Re = 10^6$  bis  $10^7$  wird hier ein Drehmomentenbeiwert von  $c_M = 0,004$  gewählt. Dabei ist die Reynolds-Zahl als  $Re = (u_2 d_2) / (2\nu)$  definiert. Abbildung 7.1 zeigt die Ergebnisse von Gl. (7.4) für die unterschiedlichen relativen Radreibungsleistungen von  $P_R/P_u = 0,01, 0,05$  sowie  $0,1$  und einen Umfangswirkungsgrad von  $\eta_u = 0,8$ . Wie erkennbar ist, sind die Funktionen konstanter Radreibungsleistung Geraden mit Steigung minus drei und somit Geraden konstanter Cordier-Durchflusszahl. Die theoretischen Cordier-Linien nach den Gln. (5.8) bis (5.10) sind ebenfalls dargestellt.

Entsprechend Gl. (4.11) ist der Laufradaußendurchmesser proportional der Durchmesserzahl. Bei variabler Drehzahl kann ein bestimmter Betriebspunkt  $(\dot{V}, \Delta H_s)$  entweder mit einem Radialventilator geringer Durchmesserzahl und damit kleinem Laufradaußendurchmesser oder hoher Durchmesserzahl und somit großem Laufradaußendurchmesser erreicht werden. Mit zunehmendem Laufradaußendurchmesser und damit größer werdenden Deck-scheibenflächen steigt jedoch auch der Radreibungsverlust. Die Schnittpunkte der Geraden mit der Cordier-Linie repräsentieren jeweils die größten zulässigen Durchmesserzahlen bei konstanten Werten des Radreibungsverlustes und stellen somit Entwurfsgrenzen dar. Wird der Radreibungsverlust auf einen bestimmten Wert begrenzt, kann daher der Radialventilator maximal die Durchmesserzahl des Schnittpunktes aufweisen. Wird der Radialventilator mit kleineren Durchmesserzahlen ausgelegt, weist dieser einen geringeren Radreibungsverlust auf und erfüllt demnach das Kriterium. Bei höheren Durchmesserzahlen hingegen ist der Radreibungsverlust größer und das Kriterium wird nicht erfüllt. Soll der Radreibungsverlust in einem bestimmten Wertebereich liegen, kann die Durchmesserzahl am entsprechenden Schnittpunkt abgelesen und der Laufradaußendurchmesser ermittelt werden. Wird generell ein höherer Radreibungsverlust toleriert, werden die Schnittpunkte zu größeren Durchmesserzahlen verschoben.

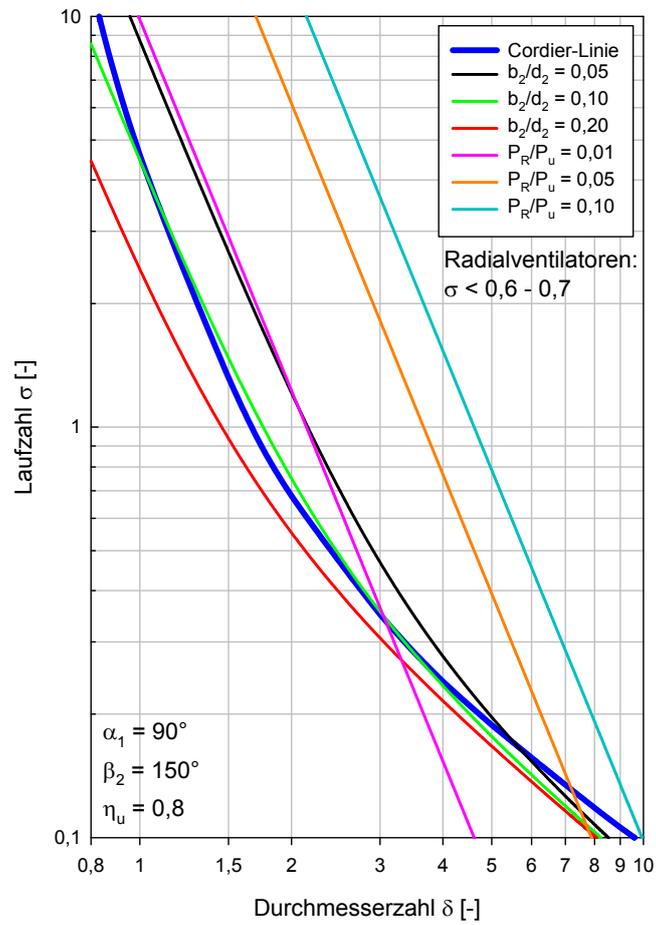


Abbildung 7.1: Cordier-Diagramm mit Funktionen konstanter relativer Radreibungsleistung  $P_R/P_u$

# Kapitel 8

## Begrenzung des Spaltverlustes

Wie bereits in Abschn. 3.3 erwähnt, strömt ein Teil des vom Radialventilator geförderten Volumenstroms durch den aus konstruktiven Gründen notwendigen Spalt zwischen Laufrad und Gehäuse wieder in den Laufradeintritt. In diesem Kapitel wird als Entwurfskriterium ein maximal zulässiger Spaltverlust herangezogen und damit der Spaltvolumenstrom begrenzt.

Für die Berechnung des Spaltvolumenstroms finden sich in der Literatur ebenfalls zahlreiche Ansätze, welche jedoch oft empirisch ermittelte Konstanten beinhalten. In dieser Arbeit wird ein Ansatz ohne dem Einfluss empirischer Faktoren gewählt. Wird am Laufradeintritt ein radial durchströmter Spalt mit zylindrischer Mantelfläche oder ein axial durchströmter mit kreisringförmigem Querschnitt angenommen, kann die Querschnittsfläche des Spaltes mit  $A_{Sp} = d_1 \pi s_{Sp}$  berechnet werden, wobei dies für den zweiten Fall streng genommen nur für kleine Spaltweiten  $s_{Sp}$  gilt. Dabei wurde wieder angenommen, dass  $d_0 = d_1$  ist. Mit der im Spalt auftretenden Strömungsgeschwindigkeit  $c_{Sp}$  ergibt sich daher für den Spaltvolumenstrom

$$\dot{V}_{Sp} = c_{Sp} A_{Sp} = c_{Sp} d_1 \pi s_{Sp}. \quad (8.1)$$

Aufgrund des hohen isentropen Reaktionsgrades von Radialventilatoren, kann die Strömungsgeschwindigkeit im Spalt mit

$$c_{Sp} = \sqrt{2\Delta H_s} \quad (8.2)$$

überschlägig berechnet werden. Es wird der Anteil des Spaltvolumenstroms am gesamten geförderten Volumenstrom begrenzt und somit folgt für den relativen Spaltvolumenstrom

durch Kombination der Gln. (8.1), (8.2), (4.18) sowie (4.19) der Zusammenhang

$$\frac{\dot{V}_{Sp}}{\dot{V}} = \frac{4 \frac{s_{Sp}}{d_1} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \sqrt{\psi_C}}{\varphi_C}. \quad (8.3)$$

Die Transformation in die  $\sigma$ - $\delta$ -Ebene mit den Gln. (5.4) und (5.5) ergibt

$$\delta = \frac{1}{2 (d_1/d_2)} \sqrt{\frac{\dot{V}_{Sp}/\dot{V}}{s_{Sp}/d_1}} \quad (8.4)$$

für die Durchmesserzahl als Funktion des relativen Spaltvolumenstroms, der relativen Spaltweite und des Durchmesserverhältnisses,  $\delta = f\left(\frac{\dot{V}_{Sp}}{\dot{V}}, \frac{s_{Sp}}{d_1}, \frac{d_1}{d_2}\right)$ .

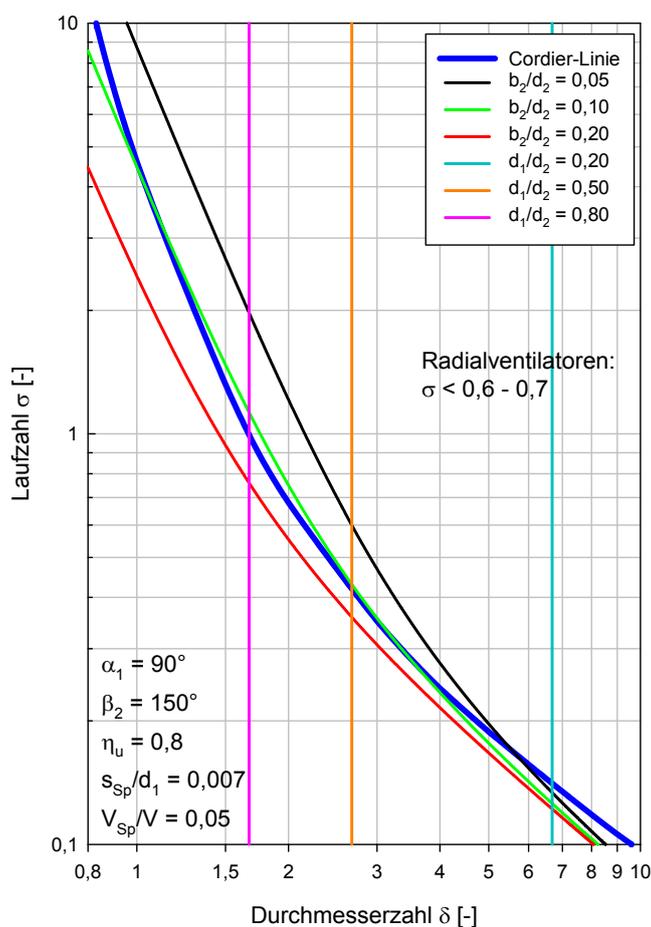


Abbildung 8.1: Cordier-Diagramm mit Funktionen konstanten relativen Spaltvolumenstroms  $\dot{V}_{Sp}/\dot{V} = 0,05$

An Gl. (8.4) ist erkennbar, dass im Gegensatz zu den anderen Entwurfskriterien bei der Begrenzung des Spaltvolumenstroms die Laufzahl keinen Einfluss hat und die Ergebnisse Geraden konstanter Durchmesserzahlen sind. In Abb. 8.1 ist die Auswertung von Gl. (8.4) für einen relativen Spaltvolumenstrom von  $\dot{V}_{Sp}/\dot{V} = 0,05$ , eine relative Spaltweite von  $s_{Sp}/d_1 = 0,007$ , welche nach [15] im mittleren Bereich liegt, und verschiedene Durchmesser-Verhältnisse dargestellt. Zusätzlich sind auch die theoretischen Cordier-Linien gemäß den Gln. (5.8) bis (5.10) abgebildet.

Die Schnittpunkte der Funktionen konstanten relativen Spaltvolumenstroms und konstanten Durchmesser-Verhältnisses mit den Cordier-Linien stellen wieder Entwurfsgrenzen dar. Für den begrenzten Spaltvolumenstrom repräsentieren dabei die Geraden die maximal zulässigen Durchmesserzahlen. Damit der geforderte Spaltverlust nicht überschritten wird, kann ein Radialventilator mit bestimmtem Durchmesser-Verhältnis folglich mit kleineren Durchmesserzahlen bis zum Schnittpunkt ausgelegt werden. Der zulässige Auslegungs-Bereich erstreckt sich vom theoretischen geometrischen Limit von  $b_2/d_2 = 0,25$  bei geringeren Durchmesserzahlen bis zum jeweiligen Schnittpunkt bei höheren Durchmesserzahlen. Ersichtlich ist, dass die Entwurfsgrenzen für Radialventilatoren mit geringem Durchmesser-Verhältnis bei höheren Durchmesserzahlen liegen und für jene mit hohem Durchmesser-Verhältnis bei kleineren Durchmesserzahlen. Diese Tendenz ist auch in Abb. 5.2 erkennbar. Wird ein größerer relativer Spaltvolumenstrom zugelassen, verschieben sich die Schnittpunkte zu höheren Durchmesserzahlen, wie Abb. 8.2 für einen Wert von  $\dot{V}_{Sp}/\dot{V} = 0,06$  zeigt.

Ausgehend von der Begrenzung des Spaltverlustes kann daher bei einem gegebenen Betriebspunkt ( $\dot{V}, \Delta H_s$ ) für einen in Frage kommenden Radialventilator die Durchmesserzahl ermittelt werden. Anschließend kann überprüft werden ob diese für das gewählte Durchmesser-Verhältnis kleiner oder gleich der maximal zulässigen Durchmesserzahl ist.

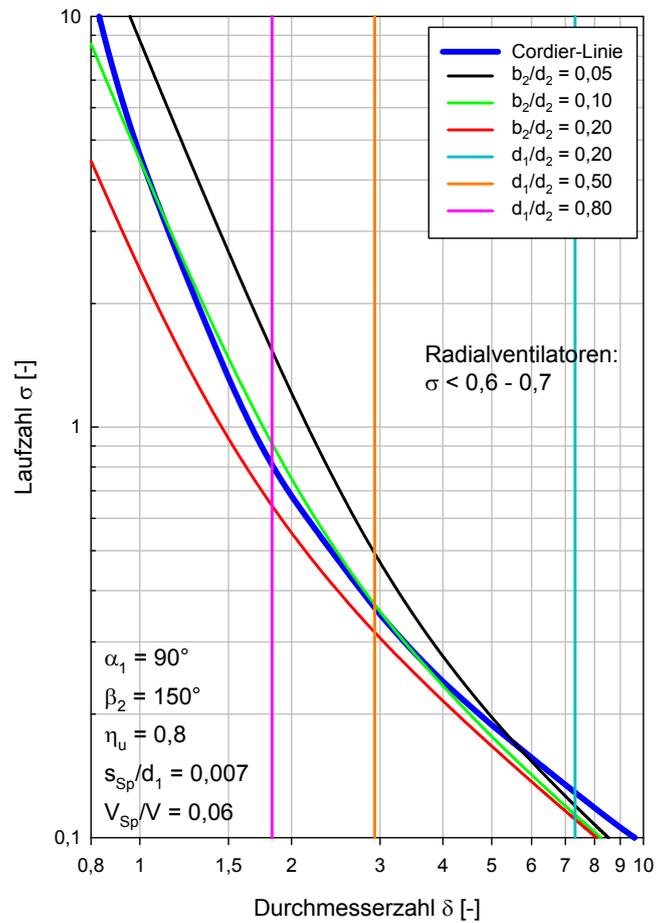


Abbildung 8.2: Cordier-Diagramm mit Funktionen konstanten relativen Spaltvolumenstroms  $\dot{V}_{Sp}/\dot{V} = 0,06$

# Kapitel 9

## Vergleich der Berechnungsergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Berechnungen aus den Kap. 6 bis 8 mit Werten aus der Literatur verglichen. Üblicherweise werden in der Strömungsmaschinenliteratur Cordier-Diagramme ohne quantitative Angaben über den Verlauf der relativen Schaufelbreite oder des Durchmesserhältnisses entlang der Cordier-Linie publiziert. Zwei Ausnahmen finden sich allerdings in *Menny* [24] und [25]. Das Cordier-Diagramm in [24] zeigt je einen Verlauf für die relative Schaufelbreite und das Durchmesserhältnis, wobei sich die Werte auf Radialventilatoren mit rückwärtsgekrümmter Beschauung beziehen. Beide Verhältnisse nehmen mit steigender Laufzahl zu. Anzumerken ist jedoch, dass keine Information über die Herkunft der Verläufe sowie über die genaue Ausführung der Radialventilatoren vorliegt. Das Cordier-Diagramm in [25] enthält die Betriebspunkte mit maximalem Wirkungsgrad von Axial- und Radialventilatoren sowie von Verdichtern. Dabei wurde für einige Laufräder das Durchmesserhältnis angegeben und die Werte zeigen, dass dieses mit steigender Laufzahl zunimmt. Auch hier werden keine näheren Details der Laufradgestaltung angegeben.

Tabelle 9.1 zeigt die berechneten Laufzahlen für die verschiedenen relativen Schaufelbreiten aufgrund des Belastungskriteriums für Radialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit entsprechend der Abbildungen 6.5 und 6.6 als auch die Ergebnisse für Radialventilatoren konstanter Schaufelbreite nach Abb. 6.10. Dabei wurden die Schnittpunkte der Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses mit den theoretischen Cordier-Linien herangezogen und die Ergebnisse mit Laufzahlen aus [24] verglichen. Wie ersichtlich ist, sind die berechneten Laufzahlen für ein zulässiges Verzögerungsverhältnis von  $D = 0,7$  sehr ähnlich den Laufzahlen aus der Literatur.

Tabelle 9.2 enthält die berechneten Laufzahlen bei Begrenzung der Verzögerung für Laufräder konstanter Schaufelbreite nach Abb. 6.11. Diese werden mit Laufzahlen von Radialventilatoren aus [25] verglichen, wobei vermutet wird, dass es sich um Radialventilatoren konstanter Schaufelbreite handeln könnte. Die angegebenen Durchmesserhältnisse wurden daher nach Gl. (6.22) umgerechnet und es ergeben sich zu  $d_1/d_2 = 0,35, 0,5$  und  $0,7$

die relativen Schaufelbreiten von  $b/d_2 = 0,09, 0,13$  und  $0,18$ . Auch hier sind die Ergebnisse sehr ähnlich den in der Literatur angegebenen Werten.

$b_2/d_2$ bzw. $b/d_2$	0,05	0,10	0,20
$D = 0,7$	0,17	0,32	0,69
$D = 0,6$	0,15	0,27	0,55
$D = d_1/d_2$	-	0,15	0,81
[24]	0,17	0,34	0,60

Tabelle 9.1: Limitierende Laufzahlen bei Begrenzung der Verzögerung, Vergleich mit [24]

$b/d_2$	0,09	0,13	0,18
$D = d_1/d_2$	0,13	0,25	0,57
[25]	0,16	0,28	0,57

Tabelle 9.2: Limitierende Laufzahlen bei Begrenzung der Verzögerung, Vergleich mit [25]

In Tab. 9.3 sind die Laufzahlen für die Begrenzung der relativen Radreibungsleistung nach Abb. 7.1 zusammengestellt. Dafür und für die Begrenzung des Spaltverlustes wurden die Schnittpunkte mit der experimentellen Cordier-Linie betrachtet. Für den Radreibungsverlust sind keine Laufzahlen in der Literatur gesichtet worden.

$P_R/P_u$	0,01	0,05	0,10
	0,34	0,13	-

Tabelle 9.3: Limitierende Laufzahlen bei Begrenzung des Radreibungsverlustes

Die berechneten Laufzahlen bei konstantem relativen Spaltvolumenstrom für die verschiedenen Durchmesserhältnisse gemäß den Abbildungen 8.1 und 8.2 sowie Laufzahlen aus [24] zeigt Tab. 9.4. Dabei ist vor allem bei einem Spaltverlust von  $\dot{V}_{Sp}/\dot{V} = 0,06$  für die Durchmesserhältnisse  $d_1/d_2 = 0,5$  und  $0,8$  ebenfalls eine Ähnlichkeit der Laufzahlen gegeben.

$d_1/d_2$	0,20	0,50	0,80
$\dot{V}_{Sp}/\dot{V} = 0,05$	0,14	0,42	1,00
$\dot{V}_{Sp}/\dot{V} = 0,06$	0,13	0,36	0,81
[24]	0,07	0,39	0,80

Tabelle 9.4: Limitierende Laufzahlen bei Begrenzung des Spaltverlustes

Für die Anwendung von Radialventilatoren wird in [6] ein Laufzahlbereich von  $\sigma = 0,1$  bis  $0,6$  angegeben. In [8] und [25] wird ebenfalls eine Laufzahl von  $\sigma \approx 0,6$  als Grenze zwischen Radial- und Axialventilatoren genannt und [24] gibt einen Bereich von  $\sigma < 0,7$  an. Die Grenzen des Anwendungsbereichs für Radialventilatoren liegen daher bei Laufzahlen von  $\sigma = 0,6$  bis  $0,7$ . Dies entspricht dem Schnittpunkt der Funktion konstanten Verzögerungsverhältnisses von  $D = 0,7$  für Radialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit und einer relativen Schaufelbreite von  $b_2/d_2 = 0,2$ . Aufgrund dessen sowie der Ähnlichkeit der berechneten Laufzahlen für die weiteren relativen Schaufelbreiten bei  $D = 0,7$  mit den Laufzahlen aus der Literatur kann daher davon ausgegangen werden, dass für Radialventilatoren mit konstanter Meridiangeschwindigkeit ein Verzögerungsverhältnis von  $D = 0,7$  eine geeignete Begrenzung für die Auslegung darstellt. Die berechnete Laufzahl für Radialventilatoren konstanter Schaufelbreite mit  $b/d_2 = 0,18$  nähert sich ebenfalls der Anwendungsgrenze an.

# Kapitel 10

## Schlussfolgerungen und Ausblick

Durch die Transformation der verschiedenen aerodynamischen Entwurfskriterien ins Cordier-Diagramm konnten limitierende Laufzahlen und damit Grenzen für die Auslegung von Radialventilatoren gefunden werden. Die dazu aufgestellten analytischen Modelle beruhen, wie auch die theoretischen Cordier-Linien, auf der Energieumsetzung in der Ventilatorstufe.

Es wurde gezeigt, dass im Cordier-Diagramm basierend auf der Begrenzung der Verzögerung der relativen Strömungsgeschwindigkeit im Laufrad sowie der Begrenzung des Spaltverlustes ein theoretischer Zusammenhang zwischen der Laufzahl bzw. der Durchmesserzahl und den dimensionslosen Geometrieparametern von Radialventilatoren existiert. Auf der Grundlage des Verzögerungskriteriums konnte ein Zusammenhang zwischen der Laufzahl und dem Breitenverhältnis  $b_2/d_2$  gefunden werden. Dabei weist jeder Radialventilator entlang der Cordier-Linie bei der kleinsten zulässigen Verzögerung der Relativgeschwindigkeit  $w_2/w_1$  eine bestimmte relative Schaufelbreite  $b_2/d_2$  auf. Bei Begrenzung des Spaltverlustes konnte ein Zusammenhang zwischen der Laufzahl und dem Durchmesser Verhältnis  $d_1/d_2$  hergeleitet werden.

Bei Begrenzung der Verzögerung repräsentieren die Schnittpunkte der Funktionen konstanten Verzögerungsverhältnisses mit den theoretischen Cordier-Linien die Laufzahlen, bei welchen der jeweilige Radialventilator mit hohem Wirkungsgrad ausgelegt werden kann. Werden die Begrenzungen des Radreibungs- und des Spaltverlustes als Entwurfskriterien herangezogen, stellen die Schnittpunkte der Funktionen konstanter relativer Radreibungsleistung bzw. jene der Funktionen konstanten relativen Spaltvolumenstroms mit der experimentellen Cordier-Linie die kleinsten zulässigen Laufzahlen bzw. die größten zulässigen Durchmesserzahlen zur Erfüllung des jeweiligen Kriteriums dar.

Des Weiteren sind die dimensionslosen Verhältnisse  $b_2/d_2$  und  $d_1/d_2$  unter den getroffenen Annahmen nicht unabhängig voneinander. Während beim Axialrad die Geometrie des Schaufelkanals mit dem Nabenverhältnis  $\nu = d_1/d_2$  beschrieben wird, kann diese beim Radialrad mit der relativen Schaufelbreite  $b_2/d_2$  beschrieben werden. Demnach kann das Breitenverhältnis  $b_2/d_2$  als charakteristischer dimensionsloser Geometrieparameter für ra-

diale Laufräder gesehen werden.

Die erstellten Cordier-Diagramme bzw. die limitierenden Laufzahlen oder korrespondierenden Durchmesserzahlen können für die Auslegung von Radialventilatoren verwendet werden. Hier wurden die Auswertungen der verschiedenen Entwurfskriterien exemplarisch jeweils für drei verschiedene relative Schaufelbreiten oder Durchmesserhältnisse durchgeführt.

Im Zuge der Arbeit wurde festgestellt, dass die Schallentstehung für die Auswahl und den Betrieb von Ventilatoren ebenfalls eine wichtige Rolle spielt. Der Schalleistungspegel hängt von Größen, wie dem Volumenstrom und der isentropen Totalenthalpiedifferenz ab und damit vom jeweiligen Betriebspunkt. Für zukünftige Arbeiten wäre es daher von Interesse mögliche Anwendungsgrenzen im Cordier-Diagramm basierend auf der Begrenzung des Schalldruckpegels zu untersuchen.

Diagonalventilatoren liegen im Cordier-Diagramm im Übergangsbereich zwischen Radial- und Axialventilatoren und freilaufende Propeller bei höheren Laufzahlen als Axialventilatoren. Demnach könnte versucht werden eine theoretische Begründung für den Verlauf der Cordier-Linie für beide Strömungsmaschinenarten zu finden sowie bei Berücksichtigung von verschiedenen Entwurfskriterien ihre Lage im Cordier-Diagramm und Grenzen für einen effizienten Betrieb zu ermitteln.

Darüber hinaus wäre es möglich den Einfluss der Kompressibilität der Fluide auf die Form der Cordier-Linie zu untersuchen, da die Laufzahl oder Durchmesserzahl diese nicht berücksichtigt. Dies wäre vor allem bei Verdichtern relevant.

Da die Strömungsmaschinenliteratur keine bewährten Belastungskriterien für die Auslegung von Radialventilatoren bietet, wäre es von Interesse Kriterien für Radialgitter empirisch zu entwickeln und den Vorgang der Strömungsablösung in diesen näher zu untersuchen.

# Literaturverzeichnis

- [1] Baashuus, N. *Klassifikation von Turbinen*. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. 49, Nr. 3, pp. 92-94, 1905.
- [2] Balje, O. E. *Turbomachines. A Guide to Design, Selection and Theory*. John, Wiley & Sons, 1981.
- [3] Bohl, W. *Ventilatoren. Berechnung, Konstruktion, Versuch, Betrieb*. Vogel Verlag, 1983.
- [4] Bohl, W. und Elmendorf, W. *Strömungsmaschinen 1. Aufbau und Wirkungsweise*. 11. Auflage, Vogel Verlag, 2013.
- [5] Bohl, W. und Elmendorf, W. *Technische Strömungslehre*. 15. Auflage, Vogel Verlag, 2014.
- [6] Carolus, T. *Ventilatoren. Aerodynamischer Entwurf, Schallvorhersage, Konstruktion*. Teubner Verlag, 2003.
- [7] Casey, M., Zwysig, C. und Robinson, C. *The Cordier Line for Mixed Flow Compressors*. ASME Paper GT2010-22549, 2010.
- [8] Cordier, O. *Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen*. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 5, Nr. 10, pp. 337-340, 1953.
- [9] Csanady, G. T. *Theory of Turbomachines*. McGraw-Hill, 1964.
- [10] Daily, J. W. und Nece, R. E. *Chamber Dimension Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks*. ASME Journal of Basic Engineering, pp. 217-230, 1960.
- [11] deHaller, P. *Das Verhalten von Tragflügelgittern in Axialverdichtern und im Windkanal*. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 5, Nr. 10, pp. 333-337, 1953.
- [12] Deutsches Institut für Normung. *DIN EN ISO 5801. Industrieventilatoren - Leistungsmessung auf genormten Prüfständen*. Beuth Verlag, 2011.

- [13] Dick, E., Heirman, P. und Annerel, S. *Optimization of the Deceleration Ratio in Impellers of Centrifugal Fans*. Proceedings of the 9th European Conference on Turbomachinery, pp. 935-944, Istanbul, 2011.
- [14] Dixon, S. L. und Hall, C. A. *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*. 6. Auflage, Elsevier Verlag, 2010.
- [15] Eck, B. *Ventilatoren. Entwurf und Betrieb der Radial-, Axial- und Querstromventilatoren*. 5. Auflage, Springer Verlag, 1972.
- [16] Epple, P., Durst, F. und Delgado, A. *A Theoretical Derivation of the Cordier Diagram for Turbomachines*. Proceedings of the IMechE, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 225, pp. 354-368, 2010.
- [17] EUROVENT/CECOMAF. *EUROVENT 1/1. Fan Terminology*. 1984.
- [18] Franzl, D. *Über die Widersprüche der Theorien zur Energieumsetzung in "Strömungsmaschinen"*. Diplomarbeit, Technische Universität Wien, 2014.
- [19] Grabow, G. *Das erweiterte "Cordier"-Diagramm für Strömungs- und Verdrängermaschinen*. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 44, Nr. 6, pp. 275-278, 1992.
- [20] Kalva, M. und Willinger, R. *Application of Aerodynamic Design Limits for Radial Flow Fans to the Cordier-Diagram*. Conference on Modelling Fluid Flow (CMFF'18), Paper Nr. 50, Budapest, 2018.
- [21] Keller, C. *Axialgebläse vom Standpunkt der Tragflügeltheorie*. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1934.
- [22] Kind, R. J. und Tobin, M. G. *Flow in a Centrifugal Fan of the Squirrel-Cage Type*. ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 112, pp. 84-90, 1990.
- [23] Lieblein, S., Schwenk, F. C. und Broderick, R. L. *Diffusion Factor for Estimating Losses and Limiting Blade Loadings in Axial-Flow-Compressor Blade Elements*. NACA RM E53D01, 1953.
- [24] Menny, K. *Strömungsmaschinen. Hydraulische und thermische Kraft- und Arbeitsmaschinen*. 5. Auflage, Teubner Verlag, 2006.
- [25] Mulsow, R. *Auswahl der Ventilator-type*. VDI, Heiz.-Lüft.-Haustechn., Bd. 10, Nr. 10, pp. 273-296, 1959.
- [26] Pfeleiderer, C. und Petermann, H. *Strömungsmaschinen*. 6. Auflage, Springer Verlag, 1991.
- [27] Rodgers, C. *Impeller Stalling as Influenced by Diffusion Limitations*. ASME Journal of Fluids Engineering, pp. 84-93, 1977.

- [28] Rodgers, C. *A Diffusion Factor Correlation for Centrifugal Impeller Stalling*. ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 100, pp. 592-601, 1978.
- [29] Spurk, J. *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*. Springer Verlag, 1992.
- [30] Traupel, W. *Thermische Turbomaschinen. Erster Band - Thermodynamisch-strömungstechnische Berechnung*. 4. Auflage, Springer Verlag, 2001.
- [31] VDI-Richtlinie. *VDI 2044. Abnahme- und Leistungsversuche an Ventilatoren*. 2002.
- [32] Willinger, R. *Thermische Turbomaschinen - Skriptum zur Vorlesung*. Technische Universität Wien, 2008.
- [33] Willinger, R. *Das CORDIER-Diagramm für Strömungsarbeitsmaschinen: Eine theoretische Begründung mittels Stufenkennlinien*. VDI-Bericht, 2112, pp. 17-28, 2012.
- [34] Willinger, R. *Theoretical Interpretation of the Cordier-Lines for Squirrel-Cage and Cross-Flow Fans*. ASME Paper GT2012-68186, 2012.
- [35] Willinger, R. und Köhler, M. *Influence of Blade Loading Criteria and Design Limits on the Cordier-Line for Axial Fans*. ASME Paper GT2014-25140, 2014.