

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
VIENNA  
UNIVERSITY OF  
TECHNOLOGY

**Institut für Stahlbau**

Vorstand: o. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Günter Ramberger  
Karlsplatz 13 / E213, A-1040 Wien

Diplomarbeit zum Thema  
Master's Thesis

## **SPEICHENRADKONSTRUKTIONEN**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs  
unter der Leitung von

o. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Günter Ramberger

Dipl.-Ing. Andreas Hruska

E213, Institut für Stahlbau

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Stefan Reitgruber

96 25 886

Hafenstrasse 60, 3500 Krems/D.

Wien, im März 2003

---

## Kurzfassung

Trotz ihrer vielfältigen Anwendung und ihrer großen Bedeutung in weiten Teilen des Stadienbaus ist die Speichenradkonstruktion als Tragwerksform bzw. als genutztes Tragprinzip für weit gespannte Konstruktionen weitgehend unbekannt. Diese Arbeit versucht diese Lücke zu schließen, indem sie einerseits einen Überblick über die Konstruktionsformen des Gesamtsystems als auch seiner Elemente liefert, andererseits das prinzipielle Tragverhalten herausarbeitet. In einem zweiten Schritt wird aus den gewonnenen Erkenntnissen eine Optimierungsrechnung für ein Speichenraddach angestellt.

Das Speichenrad ist eine Konstruktion aus den drei Bestandteilen Innenelement, radiale Speichen, und Außenelement, wobei Innen- und Außenelement in sich geschlossen sind, und zu meist die Form eines (Kreis-) Rings aufweisen. Bei den Speichen erweist sich das Seil, bzw. der Seilbinder, als günstigstes Bauelement, sowie die Vorspannung als essentieller Bestandteil der Konstruktion. Für das Gesamtsystem tritt eine Fülle von Ausformungen zu Tage, wobei die wesentlichen Unterscheidungsmerkmale die Lagerung, sowie die Ausführung des Innenelements als Knotenpunkt oder Ring darstellen.

Unter rotationssymmetrischen äußeren Lasten normal zur Speichenradebene erfahren die Ringe nur eine konstante Normalkraft, sowie die Speichen konstante Horizontalkräfte, wobei diese die Umlenkkräfte der Ringe aufnehmen und miteinander kurzschließen. So gibt das System keinerlei Horizontalkräfte nach außen ab. Asymmetrische Lastzustände sind für die Speichenradkonstruktionen problematisch, da sie Biegemomente und große Verformungen hervorrufen weswegen das Abweichen von der kreisrunden Geometrie ungünstig ist.

Bei einer Optimierungsrechnung bezüglich des Konstruktionsgewichts für eine gegebene Dachfläche tritt eine logisch sinnvolle Trennung in ein System mit und ohne Druckring zu Tage, sowie eine weitere Unterscheidung, ob ein stabilitätsgefährdeter Druckstab zur Spreizung der Speiche ausgeführt wird oder nicht. Das System ohne Druckring und mit Druckstab hat ein eindeutiges Optimum der Seilneigungswinkel. Für das andere System verringert sich das Gewicht bei zunehmender Spreizung fortlaufend. Auch verringert es sich bei steigender Speichenzahl aufgrund der leichter werdenden Dachunterkonstruktion immer mehr.

Für das System mit Druckring stellt sich die Form des Stabilitätsversagens von ebendiesem als schwerwiegendes Problem heraus. Das System aus Innenring und Speichen wirkt wie eine Federung und steift den Außenring aus. Die Analogie zum Ring unter Außendruck ist daher eine Unterschätzung.

## **Abstract**

In spite of its multifarious applications and its importance in big parts of the construction of stadiums the spoke-wheel-construction, as a possible kind of a constructive structure respectively as a used principle for wide spanned constructions, is almost unknown. This work tries to close that gap by giving an overview over the different kinds of the entire system such as of its elements, and by singling out the way the elements work. In a second step an optimisation of a spoke-wheel-roof is calculated, using the knowledge gained before.

The spoke-wheel is a construction of three elements, the inner element, the radial spokes, and the exterior element. Thereby the inner and the exterior element have to be self-contained. For normal, these elements are circular rings. It gets proved, that the cables, respectively constructions built of cables, are the best variants of the spokes and that pre-stressing is an essential part for that constructions. For the entire system a large variety of possible forms come up. Thereby the main distinguishing feature is the location of the support, such as the design of the inner element as a central node or a ring.

Loaded with rotationally symmetrical vertical loads the rings experience constant axial forces just as the spokes face constant horizontal forces. Thereby the spokes bypass the forces which are needed to redirect the forces of the ring. In that way the system does not have to admit any horizontal forces. Asymmetrical charge states are inauspicious for spoke-wheel-constructions, because they provoke bending moments and big deformations. Because of that leaving the circular geometry is unfavourable.

Calculating an optimisation for the total weight of a construction with a given area to cover, it comes up that a distinction between systems with and without an exterior ring under pressure is reasonable, just as a further one taking the element for the geometric spreading into account or not. Only for the system without the exterior ring and with the element for spreading the spokes, a determined optimum can be found. For the other system the weight gets less and lesser by amplifying the geometric spreading. In general the weight also gets consecutively less with a higher number of spokes, mainly because of the lighter substructure of the roof.

Considering the system with the exterior ring under pressure the question how it loses stability emphasises as a profound problem. The system of the inner ring and the spokes works like an elastic foundation and stabilises the exterior ring. Because of that the analogy to the ring under uniform external pressure leads to an undervaluation of the system.

## Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel 1: Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Allgemeines	1
1.2 Zielsetzung dieser Arbeit	2
<b>Kapitel 2: Definition des Begriffs „Speichenradkonstruktion“</b>	<b>3</b>
2.1 Annäherung an eine Begriffsdefinition	3
2.2 Maßgebliche Eigenschaften einer Speichenradkonstruktion	4
2.3 Definition des bautechnischen Begriffs der Speichenradkonstruktion	4
2.3.1 Begriffsbestimmungen und Erläuterungen	4
2.4 Systemgrenzen der Speichenradkonstruktion	5
<b>Kapitel 3: Erscheinungsformen der Speichenradkonstruktionen</b>	<b>6</b>
3.1 Allgemeines	6
3.1.1 Das Speichenrad	6
3.2 Die Evolution der Speichenradkonstruktionen	9
3.2.1 Der Übergang zum Dach im Bauwesen	9
3.2.2 Das Speichenraddach mit zentraler Unterstützung	11
3.2.3 Lagerung des Speichenrads am äußeren Element	12
3.2.4 Auflösung der Achse zu einem Ring	14
3.2.5 Auflösung des Druckrings	16
3.2.6 Entfall des Druckrings in der Konstruktionsebene	16
3.3 Alternative Ausführungen	17
3.3.1 Konstruktionen mit auf Druck beanspruchten Speichen	17
3.3.2 Sonderformen	19
<b>Kapitel 4: Die Bedeutung des Stahlbaus für Speichenradkonstruktionen</b>	<b>22</b>
4.1 Fundamentale Überlegungen	22
4.2 Architektonische Gründe für den Werkstoff Stahl	23
4.3 Bereiche ohne Stahl bei den Speichenradkonstruktionen	24
4.4 Für den Stahl relevante Entwicklungen bei den Speichenradkonstruktionen	24
4.4.1 Exkurs: Glas als tragendes Bauelement	25
<b>Kapitel 5: Prinzipielles Tragverhalten und daraus abgeleitete Konstruktionsprinzipien</b>	<b>26</b>
5.1 Das Tragverhalten	26
5.1.1 Das Tragverhalten in vertikaler Richtung	26
5.1.2 Das Tragverhalten in horizontaler Richtung	28
5.1.3 Weiterführende Betrachtungen des Systems	31
5.2 Die aus dem Tragverhalten ableitbaren Konstruktionsprinzipien	34
5.3 Vorspannung im System	36
5.4 Seile als Speichenelement	38

<b>Kapitel 6: Die Elemente der Speichenradkonstruktion</b>	<b>41</b>
6.1 Das innere Element	41
6.1.1 Das innere Element als Knotenpunkt	42
6.1.2 Das innere Element als Ring	43
6.2 Das äußere Element	45
6.3 Die Speichenelemente	47
6.3.1 Der einfache Querschnitt	47
6.3.2 Fachwerke	48
6.3.3 Seile	52
<b>Kapitel 7: Die sekundäre Tragstruktur</b>	<b>57</b>
7.1 Aufgaben der sekundären Tragstruktur	57
7.2 Ausführungsmöglichkeiten der sekundären Tragstruktur	58
7.2.1 Sonderfall: Konstruktion ohne sekundäre Tragstruktur	58
7.2.2 Der ebene Einfeldträger	58
7.2.3 Der bogenförmige Einfeldträger	58
7.2.4 Der unterspannte Einfeldträger	59
7.2.5 Weitere Trägerformen	59
7.2.6 Andere Formen der sekundären Tragstruktur	59
<b>Kapitel 8: Parameterstudien</b>	<b>61</b>
8.1 Das behandelte Modell	61
8.2 Lastfall 1: Linear veränderliche Streckenlast	62
8.3 Lastfall 2: Kostante Streckenlast	68
8.4 Überlagerung der Lastfälle	71
<b>Kapitel 9: Betrachtungen für ein erweitertes Parameterfeld</b>	<b>72</b>
9.1 Modellaufbau, Vorgehen und Erwartungen	72
9.1.1 Einfließende Parameter	72
9.1.2 Grundlagen	74
9.2 Die untersuchten Systeme	77
9.2.1 Das Speichenrad ohne Berücksichtigung des Druckrings	77
9.2.2 Das Speichenrad unter Berücksichtigung des Druckrings	79
<b>Kapitel 10: Optimierungsrechnung an einem konkreten System</b>	<b>86</b>
10.1 Funktionsschema der Berechnung	86
10.1.1 Bemessung der sekundären Tragstruktur	87
10.1.2 Formfindung der Speiche	88
10.1.3 Bemessung und Gewichtsermittlung des Daches	88
10.2 Eingangswerte, Details der Berechnung	90
10.3 Betrachtung eines konkreten Systems	91
10.3.1 Als Ausgangspunkt gewähltes Berechnungsbeispiel	91
10.3.2 Ergebnisauswertung	92
10.4 Erweiterte Systembetrachtungen	95
10.4.1 Vergleich der unterschiedlichen Speichenanzahlen	95
10.4.2 Das globale Systemminimum	100

10.5 Einordnung des Ergebnisses	102
<b>Kapitel 11: Die antimetrische Belastung</b>	<b>103</b>
<b>Kapitel 12: Entwicklungen ausgehend von der Kreisform</b>	<b>106</b>
12.1 Ursachen für die Abweichung von der Kreisform	106
12.2 Bedeutung der Veränderung für das Tragverhalten	106
12.3 Mögliche Formen	108
12.3.1 Die ovale Form	108
12.3.2 Krümmungsknicke am Innenring	109
12.3.3 Krümmungsknicke am Innen- und Außenring	110
12.3.4 Die Variation der Dachbreite	111
<b>Kapitel 13: Das Öffnen des Rings</b>	<b>113</b>
<b>Kapitel 14: Stand der Technik und zukünftige Entwicklungsmöglichkeiten</b>	<b>115</b>
14.1 Stand der Technik	115
14.2 Die mögliche Weiterentwicklung	116
14.2.1 Die Anforderungen der Zukunft	116
14.2.2 Weiterentwicklung der Technik	117
14.2.3 Weiterentwicklung der Form	117
<b>Kapitel 15: Realisierte Beispiele der Speichenradkonstruktionen</b>	<b>116</b>
15.1 Die Überdachung der Stierkampfarena von Zaragoza	119
15.1.1 Gründe für eine Speichenradkonstruktion	120
15.1.2 Aufbau der Konstruktion und Einordnung in die Schematik	120
15.1.3 Besonderheiten der Montage	122
15.2 Das Gottlieb-Daimler-Stadion in Stuttgart	123
15.2.1 Gründe für eine Speichenradkonstruktion	123
15.2.2 Aufbau der Konstruktion und Einordnung in die Schematik	124
15.2.3 Besonderheiten der Montage	126
15.3 Das Forumdach des SONY-Centers in Berlin	127
15.3.1 Gründe für eine Speichenradkonstruktion	127
15.3.2 Aufbau der Konstruktion und Einordnung in die Schematik	128
15.3.3 Ausführung	128
15.3.4 Montage	129
<b>Kapitel 16: Zusammenfassung</b>	<b>134</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>137</b>
<b>Anhang A: Ergebnistabellen der Parameterstudie</b>	<b>A-1</b>
A.1 Speichenkraft in Abhängigkeit vom Winkel	A-1
A.2 Speichenkraft in Abhängigkeit von der Spreizungshöhe	A-2

A.3 Gegenüberstellung der Kräfte in Speiche und Ring bei flächiger Last	A-3
A.4 Horizontale Speichenkräfte unter konstanter Streckenlast	A-3
A.5 Ringkraft bei konstanter Streckenlast und variierender Speichenanzahl	A-3

**Anhang B: Datenblätter der Optimierungsrechnung** **B-1**

B.1 Vergleichsrechnung der Knicklast eines Speichenrades nach /9/ bzw. R-Stab	B-1
B.2 Berechnungsmasken am Beispiel des Gewichtsminimums für 36 Speichen	B-8
B.3 Ergebnisdatenblätter der Gewichtsoptimierung	B-11

## **Kapitel 1: Einleitung**

### **1.1) Allgemeines**

Mit der Weiterentwicklung der technischen Möglichkeiten in Planung und Realisierung steigt auch das Verlangen der Bauherrn nach entsprechend anspruchsvollen Projekten. Im Zuge dieser Entwicklungen ist auch das Aufkommen der Speichenradkonstruktionen zu sehen, deren Anzahl in den letzten Jahren stetig gestiegen ist. Vor allem im Bereich der weit gespannten Dächer findet man solche Objekte. Konkret kann hier der Stadienbau angeführt werden, in dem die Dächer dieses Konstruktionsprinzips bei rundum geschlossenen Konstruktionen eine zumindest ebenbürtige Variante zu den mit Seilen rückverankerten Tragwerken darstellen. Obwohl die Realisierung dieser Konstruktionen gerade bei Aufsehen erregenden Bauten erfolgt, hat das System fast unbemerkt sein Marktsegment belegt und ist außerhalb der mit Hoch- und Leichtbau beschäftigten Personengruppe nur den wenigsten Leuten ein Begriff. Aus diesem Grund, und aufgrund seiner erst jungen Vergangenheit, gibt es auch kaum bis keine Untersuchungen bzw. Literatur zu diesem Thema. Mit Ausnahme einiger weniger Artikel in Fachzeitschriften, oder der beiläufigen Behandlung als Anwendungsgebiet von Seilen, sind die Speichenradkonstruktionen eigentlich nur aufgrund ihres oft anspruchsvollen Aussehens in Büchern über Design und Gestaltung bzw. in den Biografien ihrer Architekten zu finden. Die technischen Aspekte bleiben bei letzteren Werken allerdings auf der Strecke.

Speichenradkonstruktionen sind bisher, aufgrund der wenig häufigen Ausführung solcher Bauten, immer Sonderkonstruktionen gewesen. Jeder Bau musste als komplett eigenständiges, für sich stehendes Unikat, sozusagen „aus dem Nichts“, geplant, ausgeführt, und abgeschlossen werden. Gewonnenes Wissen konnte so bestenfalls als persönliche Erfahrung des Planers von diesem weiter genutzt werden.

Somit kam es bisher noch zu keiner Systematisierung der Speichenradkonstruktionen und seiner Elemente, zu keinem Zusammentragen der Grundlagen unter Ausrichtung auf diese spezielle Nutzung, und zu keiner prinzipiellen Untersuchung des Verhaltens solcher Konstruktionen.



## **1.2) Zielsetzung dieser Arbeit**

Ziel dieser Arbeit ist es, dieses Fehlen einer Systematisierung der Speichenradkonstruktionen, zumindest ansatzweise, zu ändern. So werden in ihrem Rahmen drei Punkte genauer betrachtet:

- Entwicklung der Konstruktionsformen von Speichenradkonstruktionen und ihrer Einzelelemente
- Grundlagen des Tragsystems, sowie vertiefende Untersuchungen des Verhaltens durch Variation der für die Konstruktion wesentlichen Parameter
- Grenzen und Entwicklungsmöglichkeiten des Tragsystems

Ausgehend von einer allgemein gehaltenen Definition einer Speichenradkonstruktion werden systematisch die Grundlagen erarbeitet bzw. zusammengetragen.

Für den kreisrunden Bau wird das (Trag-) System des Speichenrads allgemein vorgestellt und seine möglichen Ausformungen, in einer logischen Abfolge aufgereiht, dargestellt. Nach einer Übersicht über die einzelnen Komponenten einer solchen Konstruktion, sowie der Erläuterung der Vor- und Nachteile der jeweiligen Ausformung für die Gesamtkonstruktion, werden die Grundlagen für die Planung und Berechnung vorgestellt. Hierbei wird das wesentliche Augenmerk auf die (rotations-) symmetrischen Lasten gelegt, unter denen die Speichenradkonstruktion ihre entscheidenden Vorteile hervorbringt. Parameterstudien zeigen dann den Einfluss der einzelnen Parameter auf die Kraftverhältnisse und führen zu einer Optimierungsrechnung bezüglich des Konstruktionsgesamtgewichts. Anschließend werden die Möglichkeiten sowie die aufkommenden Probleme bei einem Abgehen von der kreisrunden Form erläutert. Des Weiteren wird der aktuelle Stands der Technik dargestellt, sowie ein Blick in die Zukunft gewagt. Zum Abschluss werden ausgewählte Beispiele dieser Konstruktionsform, zur Illustration des Themas, sowie zur Demonstration der Anwendungs- und Ausführungsmöglichkeiten, vorgestellt.

## **Kapitel 2: Definition des Begriffs „Speichenradkonstruktionen“**

Trotz der hohen Anschaulichkeit des Wortes ist der Begriff „Speichenradkonstruktionen“, wie bereits erwähnt, vielen unbekannt. Selbst unter den Personengruppen mit bautechnischer Ausbildung herrscht in weiten Teilen keine, oder zumindest keine genaue Vorstellung davon, wofür diese Bezeichnung steht, und was unter diesem Schlagwort subsumiert ist.

### **2.1) Annäherung an eine Begriffsdefinition**

Der Brockhaus /5/, der dieses Wort nicht kennt, sagt über dessen Bestandteile folgendes:

**Speiche:** *“ Die radial angeordneten Verbindungsglieder eines Rades zwischen Nabe und Felge. “*

**Rad:** *“ Ein Rollkörper, dessen äußere runde Begrenzung (R.-Kranz, Felge) über Speichen (Speichen-R.) oder durch eine Scheibe (Scheiben-R.) mit der Nabe verbunden ist; durch diese ist das R. fest oder drehbar an der Achse befestigt. “*

Es ist offensichtlich, dass diese Definitionen das Speichenrad als Element des Maschinenbaus sehen, und zwar in der Anwendung, wie sie von Fahr- und Motorrad bekannt ist, und von der sich der Begriff auch ableitet.

Für das Bauwesen sind diese Definitionen nur sehr begrenzt bis gar nicht nutzbar. Einzig die Begriffsbestimmung der Speiche als radial angeordnetes Verbindungsglied kann als solche übernommen werden. Weicht man von der Nomenklatur des Maschinenbaus ab und bezeichnet man Nabe und Felge als Innen- und Außenring kann auch dieser Teil übernommen werden. Die Definition des Rades kann keinerlei Eingang in die bautechnische Bedeutung der Speichenradkonstruktion finden, da sie alleinig auf seine Funktion als rollendes Element mit Lastabtrag in der Radebene abzielt, während gerade dieser Aspekt im Zusammenhang mit dem Bau und auch dieser Diplomarbeit nutzlos ist.

Im Bauwesen werden Speichenradkonstruktionen so gut wie ausschließlich für Dachkonstruktionen mittlerer und großer Spannweite genutzt. Ohne vorerst einmal auf mögliche andere Nutzungsmöglichkeiten einzugehen, soll nun folgend eine Festlegung des Begriffes über Aufbau und Eigenschaften der Konstruktion erfolgen.

## **2.2) Maßgebliche Eigenschaften einer Speichenradkonstruktion**

Die folgenden Punkte haben alle Speichenradkonstruktionen miteinander gemein:

- Die in der Radebene entstehenden Kräfte schließen sich kurz.
- Aus Belastungen normal auf die Radebene werden nur Reaktionen normal auf die Radebene weitergegeben.

Begrifflich lassen sich diese Eigenschaften unter dem Schlagwort des „Ringschlusses“ zusammenfassen.

## **2.3) Definition des bautechnischen Begriffs der Speichenradkonstruktion**

Folgend soll nun eine sehr allgemeine, pragmatische Definition des Begriffs gegeben werden:

**„Eine Speichenradkonstruktion ist eine Konstruktion bei der zwei ineinander liegende, jeweils in sich geschlossene Elemente, mittels radial angeordneter Speichen miteinander verbunden sind, zum Zweck der Ausbildung eines in sich geschlossenen (Kräfte-) Systems.“**

### **2.3.1) Begriffsbestimmungen und Erläuterungen**

Das grundsätzliche Problem der Definition der Speichenradkonstruktion im bautechnischen Sinne ist die große Breite der Ausformungen die unter diesem Namen behandelt werden müssen. Somit kann die oben angeführte Definition nur als kleinster gemeinsamer Nenner betrachtet werden. Ohne den in den weiteren Kapiteln folgenden Ausführungen und Systematisierungen vorzugreifen, müssen für die oben gegebene Definition nun noch ein paar Begriffsbestimmungen und allgemeine Aussagen getroffen werden.

Ausgehend vom Aufbau des Rades, mit Nabe, Speichen und Felge, kann man sagen, dass auch Speichenradkonstruktionen diese drei Teile besitzen; ein inneres Element, die Speichen, und ein äußeres Element. Hierbei kann das innere Element ein Knotenpunkt für die Speichen (also eine Achse) sein, oder sich auch aufgelöst darstellen. Wesentlich ist, dass es sich um ein

in sich geschlossenes Element handelt. Dies ist auch die maßgebliche Eigenschaft des äußeren Elementes.

Obwohl die praktische Ausformung fast immer ein Ring ist, wird dieses Wort mit voller Absicht nicht verwendet, da damit eine (kreis-) runde Ausführung assoziiert wird, die aber, a priori, nicht die zwingende Bedingung oder das eigentliche Wesen des Elements ist.

#### **2.4) Systemgrenzen der Speichenradkonstruktionen**

Die Definition von 2.3 (und die sich daher ableitbaren Punkte unter 2.2) geben die Grenzen vor.

Es handelt sich bei einer Konstruktion um keine Speichenradkonstruktion, wenn

- nicht alle Elemente (inneres Element, Speichen äußeres Element) existieren, oder
- die Elemente nicht mehr in sich geschlossen sind, es also keinen Ringschluss mehr gibt.

Als konkretes Beispiel für den ersten Punkt seien Seilnetzdächer genannt, die meist über einen umlaufenden Druckring und oft auch über radial angeordnete Seile als Dachunterkonstruktion verfügen, aber prinzipiell mittels eines anderen Tragverhaltens funktionieren.

Des Weiteren muss auch gesagt werden, dass die Definition aufgrund von Überlegungen der Sinnhaftigkeit, eine Konstruktion dieser Gruppe zuzuordnen, im Laufe dieser Arbeit noch gewisse Einschränkungen erfährt.

## **Kapitel 3: Die Erscheinungsformen der Speichenradkonstruktionen**

### **3.1) Allgemeines**

Die folgend dargestellte Entwicklung ist nicht als chronologische Auflistung der Entwicklungsschritte zu verstehen, sondern vielmehr als logischer Ablauf der Ausbildungsformen und des Tragkonzepts, ausgehend vom Speichenrad bis hin zu den komplett aufgelösten Formen, die an der Grenze dieses Tragprinzips stehen.

Kapitel 3.3 zeigt Sonderformen, wobei sowohl parallele Ausbildungen als auch Systeme, die nicht aus dieser Entwicklung stammen aber trotzdem zu den Speichenradkonstruktionen gezählt werden müssen, behandelt werden.

#### **3.1.1) Das Speichenrad**

Auch wenn das Speichenrad des Maschinenbaus nicht Thema dieser Diplomarbeit ist, so soll es trotzdem etwas eingehender betrachtet werden. Grund dafür ist, dass es in einfachster Form, Aufbau, Eigenschaften und Tragverhaltens der Speichenradkonstruktionen widerspiegelt, weswegen es ja auch zum Namensgeber dieses Konstruktionstyps geworden ist.



Abb.3.1: Rad eines alten Pferdewagens;  
aus /20/



Abb.3.2: Räder eines modernen Rennfah-  
rades; aus /19/

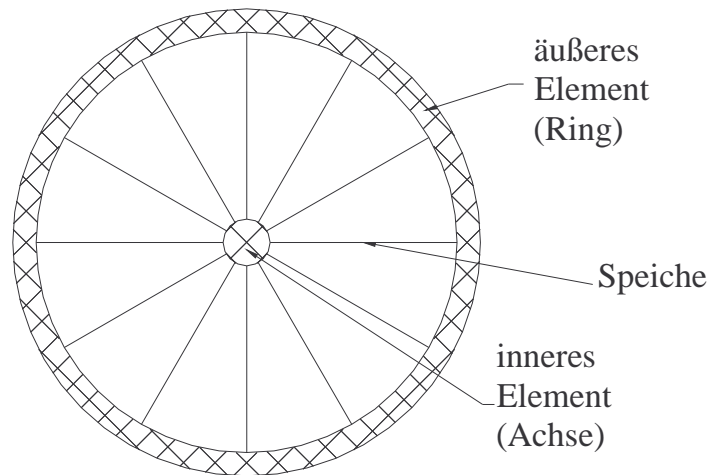


Abb.3.3: Prinzipskizze des Speichenrades

*Aufbau:*

Das Element besteht aus den drei in der Definition geforderten Elementen, einem inneren Element (der Achse) im Mittelpunkt und einem äußeren, um diesen Mittelpunkt angeordneten Kreisring. Verbunden werden Achse und Ring durch die radial angeordneten Speichen.

*Kraftfluss:*

Es zeigen sich an den beiden Bildern (Abb.3.1 und Abb.3.2) eindeutig die beiden möglichen Philosophien bei dem Entwurf eines Speichenrades. Während Achse und Kreisring in beiden Fällen so leicht wie möglich, aber so steif wie notwendig ausgebildet sind, gibt es bei den Speichen zwei unterschiedliche Möglichkeiten:

- Einerseits, sie so stark auszubilden, dass die auftretenden (Druck-) Kräfte bewältigt werden können, und der Außenring für den runden Lauf und eine gewisse Lastverteilung zuständig ist (Abb.3.1).
- b) Andererseits, sie sehr leicht, auf die maximal auftretende Zugkraft zu dimensionieren, wobei man sie dann soweit vorspannt, dass kein Druck entstehen kann (Abb.3.2). Logische Folge dieses permanenten Zuges ist, dass der Außenring permanent unter Druck steht. Es ist auch offensichtlich, dass hierbei die Funktion dieses Druckringes als lastverteilendes Element eine wesentlich bedeutsamere ist.

Der Vollständigkeit halber muss gesagt werden, dass die Belastung eines Rades eine komplett andere ist, als man sie bei den Speichenradkonstruktionen des Bauwesens vorfindet, dennoch finden sich die beiden oben angeführten Möglichkeiten auch dort immer wieder. Wie später auch nochmals angesprochen wird, wird das Rad, neben der eventuellen Vorspannung der

Speichen, hauptsächlich durch ein **Einzellast in der Radebene** belastet (für das Fahrrad der Aufstandsdruck zwischen Reifen und Untergrund). Aus der Ebene heraus wirken nur die so genannten Seitenführungskräfte. Anders ist dies bei den Speichenradkonstruktionen des Bauwesens. Ausnahmen, wie die in 3.2.1, ausgenommen, wirkt die maßgebliche Last **normal zur Konstruktionsebene** des Rades, und die Kräfte in seiner Ebene sind eher gering. Das Tragverhalten gegenüber den Seitenführungskräften ist hier dann also das maßgebliche Tragprinzip für den Abtrag der äußeren Lasten, und macht die Zusammengehörigkeit der beiden Systeme aus.

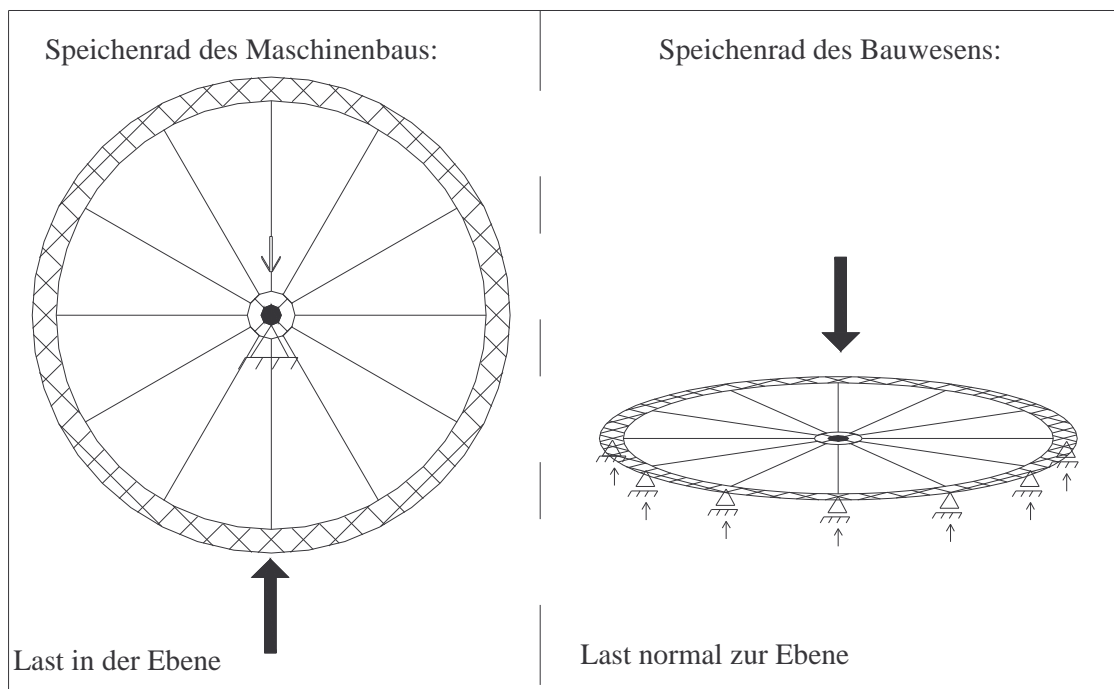


Abb.3.4: Tragverhalten des Speichenrads des Maschinenbaus und der Bauwesens

## **3.2) Die Entwicklung der Speichenradkonstruktionen**

### **3.2.1) Der Übergang zum Dach im Bauwesen**

Der erste Schritt weg vom Element des Maschinenbaus hin zur Baukonstruktion erfolgt durch die Änderung der Nutzung vom rollenden Element hin zu einer ruhenden Konstruktion.

Als Beispiel für eine Konstruktion kann das Wiener Riesenrad betrachtet werden. Hier tritt gegenüber der Funktion als sich abrollendes Rad die Funktion als sich statisch tragende bewegliche Gesamtkonstruktion hervor. Als Änderung gegenüber dem Rad aus Abb.2.2 ist lediglich die Dimension zu nennen sowie die Tatsache, dass hier das Eigengewicht die maßgebliche Belastung ist. Es überwiegen jedoch noch die Gemeinsamkeiten. Die Last liegt auch hier in der Tragwerksebene, der Aufbau ist mit starker Achse, steifem Außenring und schlanken Speichen identisch. An diesem Beispiel ist es offensichtlich, dass die tragende Funktion nur über die auf Zug belasteten Speichen erreicht wird, und der Druckring die Lasten entsprechend zu verteilen und zu übertragen hat. Auch ist es klar, dass die Speichen ständig unter Zug stehen müssen. Wäre dem nicht so würde sich das Gleichgewicht bei einer Belastung aus der Systemebene erst bei einer großen Verformung gegeben. (2. Gleichgewichtslage bei erfolgter Aktivierung der Speichen)



Abb.3.5: Wiener Riesenrad, aus /23/

Der nächste Schritt, im Sinne des Tragkonzeptes und der Form ist, bei unverändertem Aufbau, das Speichenrad anstatt in der vertikalen in der horizontalen Ebene zu betrachten. Dies bringt mit sich, dass die ständigen Lasten sowie eine Mehrzahl der veränderlichen Lasten



aus der Ebene wirken. Dennoch kann das System seine maßgebliche Last noch in der Systemebene haben.

Als Beispiel kann hierfür der bereits abgetragene Kühlturm des Kernkraftwerkes in Schmehausen angeführt werden. Hierbei wird zwischen einem obenliegenden Speichenrad, das an einem im Zentrum des Turms gelegenen Pylonen aufgehängt ist, und dem Untergrund, eine leichte hyperbolische Außenhaut aufgespannt. Zusätzlich wurden hier zwei weitere Speichenräder zur Stabilisierung der Form eingefügt. Der Aufbau der Speichenräder ist vom Prinzip identisch zu den bisher betrachteten.

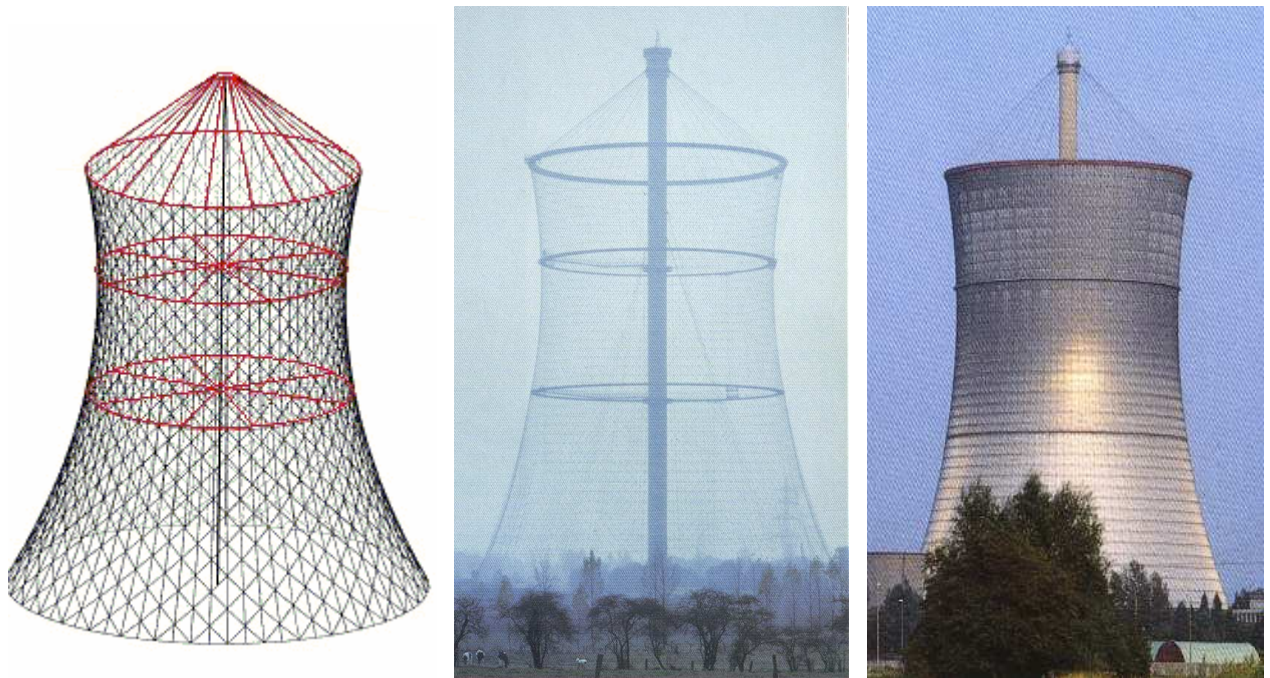


Abb.3.6.: Kühlturm, Systemskizze - Skelett - fertiges Bauwerk

Mit seinem geringen Eigengewicht, keiner relevanten Angriffsfläche für vertikale äußere Lasten einerseits, und einer großen Windangriffsfläche andererseits, bewirken die maßgeblichen Lastfälle auch hier eine Last in der Ebene des jeweiligen Speichenrades. Spätestens hier wird die unbedingte Notwendigkeit der ständigen Zugkräfte in allen Seilen evident, da sowohl die Richtung als auch die Größe der Last für keinen Zeitpunkt exakt vorgegeben ist. Es muss die Tragfähigkeit im Rahmen der Bemessungslasten zu jedem Zeitpunkt in jede Richtung erfüllt sein. Auch hier hätte ein Ausfall mehrerer Elemente einen Verlust der räumlichen Stabilität und damit unkontrollierbare Verschiebungen zur Folge, die zu Beschädigungen bis hin zum Versagen der Struktur führen würden.

Es muss der Vollständigkeit halber hier eingeräumt werden, dass Konstruktionen wie diese eher ein Randgebiet in der Anwendung von Speichenradkonstruktionen sind.

### 3.2.2) Das Speichenraddach mit zentraler Unterstützung

Diese Konstruktion weist bereits alle maßgeblichen Kennzeichen für die „typischen“ Speichenradkonstruktionen auf. Wie im vorherigen Stadium liegt die Konstruktion in der horizontalen Ebene. Allerdings wird hier nun ein Dach getragen. Dies bringt zwei wesentliche Änderungen mit sich:

- Die maßgeblichen Belastungen greifen normal zur Systemebene an.  
Neben dem Eigengewicht und den Ausbaulasten sind hier auch die veränderlichen Lasten (allen voran Schneelast sowie Windlast auf die Dachfläche) vertikal angreifend.
- Die Speichen müssen die Dachlasten abtragen.  
Zusätzlich zu der Funktion als Zugglied im statischen Gesamtsystem werden die Lasten lokal in die Speichen, welche ja die Dachfläche aufspannen, oder sie zumindest tragen, eingebracht und weitergeleitet.

Bei geringer werdendem Verhältnis von Eigengewicht zu (windsog-) belasteter Dachfläche steigt die Wahrscheinlichkeit, dass es bei gewissen Lastfallkombinationen zu einem Abheben des Daches kommen könnte. Hier sei nur das Phänomen prinzipiell aufgezeigt. Die konkreten Möglichkeiten dieser Versagensmöglichkeit entgegenzuwirken werden später besprochen. In folgender Zeichnung ist nur exemplarisch eine davon dargestellt.

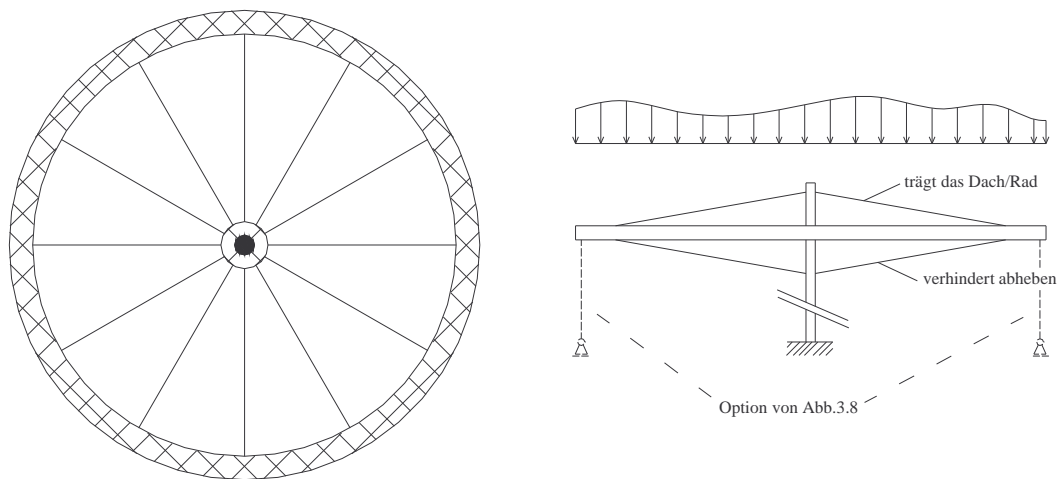


Abb.3.7: Systemskizze: Speichenraddach mit zentraler Unterstützung



Abb.3.8: Dach des deutschen Pavillons bei der EXPO 1992

Zu dem Pavillon muss angemerkt werden, dass hier eine andere Variante zur Sicherstellung der räumlichen Stabilität genutzt wurde. Zur Sicherung der Lage des Außenrings wurde er nicht zur Achse zurückgehängt, sondern direkt mittels Seilen zum Untergrund abgespannt.

### **3.2.3) Lagerung des Speichenrades am äußeren Element**

Dies ist der bedeutendste Schritt in der Evolution der Speichenradkonstruktionen. Die zuvor tragende Achse im Mittelpunkt verliert ihre Funktion des Lastabtrags. Sie „hängt“ nunmehr in den Speichen, die sie halten und deren Widerlager sie ist. Der Mittelpunkt wird somit zu einem reinen Umlenkpunkt der Kräfte und ist der Knotenpunkt der Speichen untereinander.

Der Ursprung, und die große Bedeutung, dieses Entwicklungsschritts liegt in seinem enormen Nutzen in der Anwendung. Gerade bei der Überdachung von großen Objekten sind normalerweise starke raumabgrenzende Elemente, seien es Außenwände oder Pfeiler, ohnedies vorhanden, während man im Objektinneren möglichst große, freie Flächen wünscht. Dies wird durch den somit möglichen Verzicht auf die zentrale Stütze möglich.

Für die Funktionsweise der Konstruktion ist diese Systemänderung nicht so gravierend. Unter der Voraussetzung einer statisch bestimmten Lagerung (siehe Abb.3.9), dreht sich allein die Richtung des Kraftflusses um. Die Bündelung der Kräfte zum Zentrum wird zu einem Lastabtrag von innen nach außen.

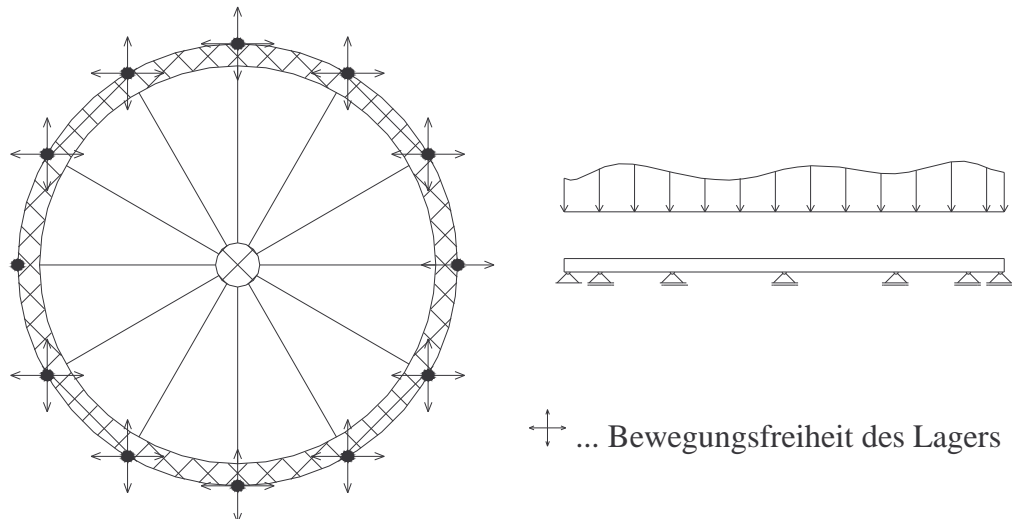


Abb.3.9: Systemskizze: Lagerung am Außenrand

Die Elemente des Speichenrades ändern sich wenig. Dies nur insofern, als dass die Achse nunmehr nur noch ihr Eigengewicht, allfällige äußere Lasten, sowie die systembedingten Kräfte als Knotenpunkt tragen muss. Die systembedingten Kräfte beinhalten hierbei zumeist die beträchtliche Vorspannung in den Speichen. Die allfälligen äußeren Lasten gewinnen bei manchen Konstruktionsvarianten an Bedeutung, und zwar dann, wenn Installationen daran befestigt sind. Besondere Wichtigkeit erlangt dies, wenn diese zur „Beschwerung“ der Dachkonstruktion genutzt wird, sodass es zu keiner resultierenden Soglast kommen kann.

Im Allgemeinen kann aber gesagt werden, dass die Achse kleiner und leichter ausgeführt werden kann, da die bisher maßgebende Funktion des Lastabtrages aus dem Gesamtsystem weggefallen ist.

Die Funktion, und somit auch die Ausbildung der Speichen, ändert sich nicht.

Der äußere Ring erfährt auch keine zwingende Änderung. Wieder unter der Voraussetzung einer statisch bestimmten Lagerung bleibt seine maßgebliche Funktion, die des Druckelements, mittels dessen sich die Horizontalkräfte kurzschließen. Der Lastabtrag in die Unterkonstruktion fordert keine wesentlichen Änderungen in seiner Ausformung, sofern die Lagerung in entsprechend engen Abständen erfolgt, und somit keine Bündelung der Kräfte und ein daraus resultierende konzentrierte Lasteinleitung stattfindet. Dies ist normalerweise, sowohl bei einer unterstützenden Wand, als auch bei Stützen gegeben.

Auch wenn das Konstruktionsprinzip keine Änderung der Ausführung erzwingt, so gibt es doch aus baupraktischen Gründen ein breites Feld an möglichen Ausbildungsvarianten. Wie schon weiter oben angesprochen, wird der Außenring oft auf darunter mitlaufende Wände gestellt. Der, ebenfalls schon angesprochene, günstigere Lastabtrag erleichtert es, die erforder-

derliche Steifigkeit des Druckrings durch gedrungene Querschnitte zu erreichen. Konkret wird in diesem Fall oft ein Stahlbetonring ausgeführt. Bei Neubauten lässt sich dieser sogar direkt in den Bau integrieren, womit die Notwendigkeit von Lagern entfällt. (Diese Aussage über die Integration und den damit verbundenen Entfall der Lager gilt natürlich auch für eine Ausführung in Stahl.) Hierbei muss jedoch angemerkt werden, dass in diesem Fall die Lagerung des Ringes genauer betrachtet werden muss. Bei kleiner werdendem Verhältnis von der Steifigkeit des Ringes zur Steifigkeit der Unterkonstruktion geht die oben formulierte Forderung nach einer statisch bestimmten Lagerung verloren. Dies endet im Extremfall darin, dass der Druckring nicht mehr aktiviert wird, sondern die Horizontalkräfte in die Unterkonstruktion abgeleitet werden. In diesem Fall gehen die wesentlichen Punkte, die, wie unter 2.2 beschrieben, ein wesentlicher Bestandteil einer Speichenradkonstruktion sind, verloren, und das Objekt kann somit nicht mehr als eine solche bezeichnet werden. Eine weitere Gefahr ist, dass die Unterkonstruktion die Horizontalkräfte nicht abtragen kann, und sich die Zwängungen in Verschiebungen manifestieren, die über das Verformungsvermögen der Unterkonstruktion hinausgehen. Es kommt dabei dann zu einer Rissbildung, oder ganz allgemein gesprochen Schädigung der Konstruktion, die soweit geht, bis ein Versagen eintritt oder sich der Druckring auf diesem Weg selbst ausbildet.

#### **3.2.4) Auflösung der Achse zu einem Ring**

Mit dem Ende der Funktion der Achse als Auflager im Mittelpunkt endet auch die Notwendigkeit, im Zentrum einen Knotenpunkt auszubilden. Der Vorteil einer Auflösung zu einem Ring (es wäre auch eine Scheibe möglich) liegt darin, dass damit die sehr enge räumliche Begrenzung wegfällt. Ein großes Problem in allen bisherigen Ausbildungen ist die konstruktive Ausbildung dieses ideellen Punktes.

Somit war und ist die Ausbildung eines kleinen Innenrings zu allererst eine aus praktische Gesichtspunkten heraus entstandene Variante. Als Widerlager der Speichen wirken auf diesen Ring, neben dem Eigengewicht und den allfälligen äußeren Lasten vor allem die (Vorspann-) Kräfte der Speichen. Somit kann man diesen Ring, als Gegenpart zu dem umschließenden Druckring außen, als inneren Zugring bezeichnen. Als solchen kann er sehr leicht ausgebildet werden.

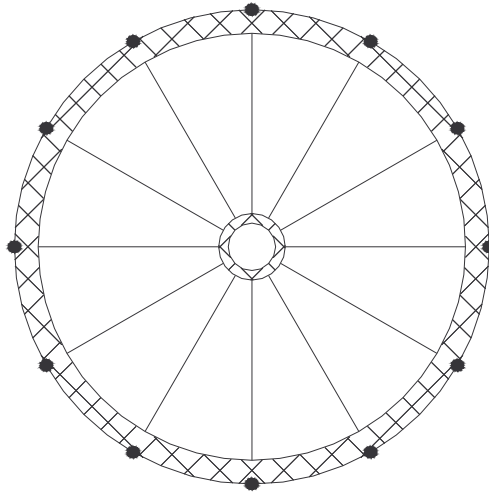


Abb.3.10: Systemskizze: Kleiner Innenring

Die logische Weiterentwicklung ist, die Größe des Innenrings zu variieren. Dies bringt für das System an sich keine Veränderung mit sich, sondern ist eine Möglichkeit sich an andere Randbedingungen anzupassen. Diese sind meist im Feld der Gestaltung, als auch der Nutzung zu suchen.

Vor allem im Stadienbau findet diese Variante, mit beträchtlichen Durchmessern des Innenrings, breite Anwendung. Die übliche Variante ist hierbei, einen überdachten Tribünenbereich rund um einen Freiluftbereich über den Sportanlagen selbst anzuordnen. Diese Bauweise für Stadien mit rundumlaufendem Dach hat sich, neben den diversen Systemen mit Seilen rückverankerten Dächern, als wesentliche Konstruktionsart durchgesetzt.

Eine oft genutzte weitere Variante ist, von diesem Innenring eine weitere Konstruktion in den inneren Freiraum zu führen, um dort eine meist mobile, extrem leichte Überdachung vorzusehen. Als Beispiel dafür kann die Überdachung der Stierkampfarena von Zaragoza angeführt werden.

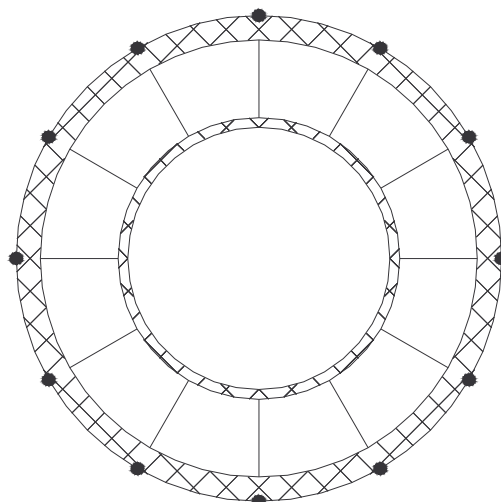


Abb.3.11: Systemskizze: Großer Innenring

### 3.2.5) Auflösung des Druckrings

Als nächsten Schritt in der Entwicklung der Speichenradkonstruktionen kann die „Auflösung“ des Druckrings bezeichnet werden. Das bedeutet, dass der Ring zwar noch immer existiert, aber nicht mehr als ein einzelnes massives Element ausgeführt wird. Mögliche Ausformungen sind eine Spreizung (in der Ringebene), wie zum Beispiel bei dem Fußballstadion in Stuttgart, oder die Ausführung als Fachwerk, wie bei der Dachkonstruktion des SONY-Centers in Berlin. (Beide Bauwerke werden in Kapitel 15 noch genauer behandelt).

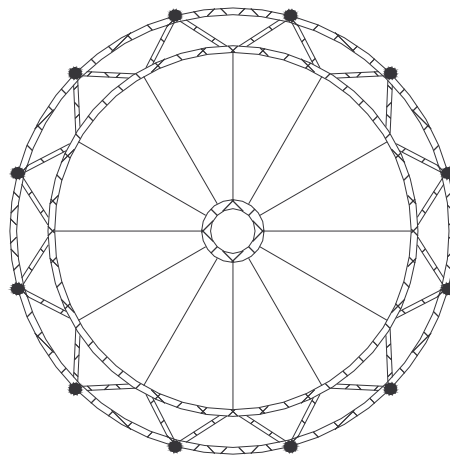


Abb.3.12: Systemskizze: Aufgelöster Außenring

Dem „Nachteil“ der größeren benötigten Bauhöhe bzw. des größeren in Anspruch genommenen Volumens (beides ist oft bedeutungslos, oder wird sogar aus gestalterischen Gründen begrüßt), stehen enorme Vorteile gegenüber. Es kann bei geringerem Gewicht die notwendige Steifigkeit des Rings erreicht werden. Vor allem bei Konstruktionen sehr großer Spannweite (und entsprechend großen Kräften) ermöglicht erst dieser Schritt eine ökonomische Lösung. Die Auflösung des Einzelelements erlaubt eine leichtere Anpassung des Gesamtquerschnittes an die unterschiedlichen Belastungen. Dies wird bei einem Abweichen von der rotationssymmetrischen Form, oder bei stark einseitigen Belastungen wichtig. Ganz allgemein gesagt wird die Konstruktion flexibler.

### 3.2.6) Entfall des Druckrings in der Konstruktionsebene

Dieses ist der letzte Schritt in der Auflösung der Konstruktion und gleichzeitig auch die Grenze des Tragprinzips. Hierbei werden die Speichen nicht mehr direkt an einem Außenring be-

festigt, sondern an ihm nur mehr umgelenkt. Die Speichen werden dann aus der Konstruktionsebene hinausgeführt und im Untergrund verankert.

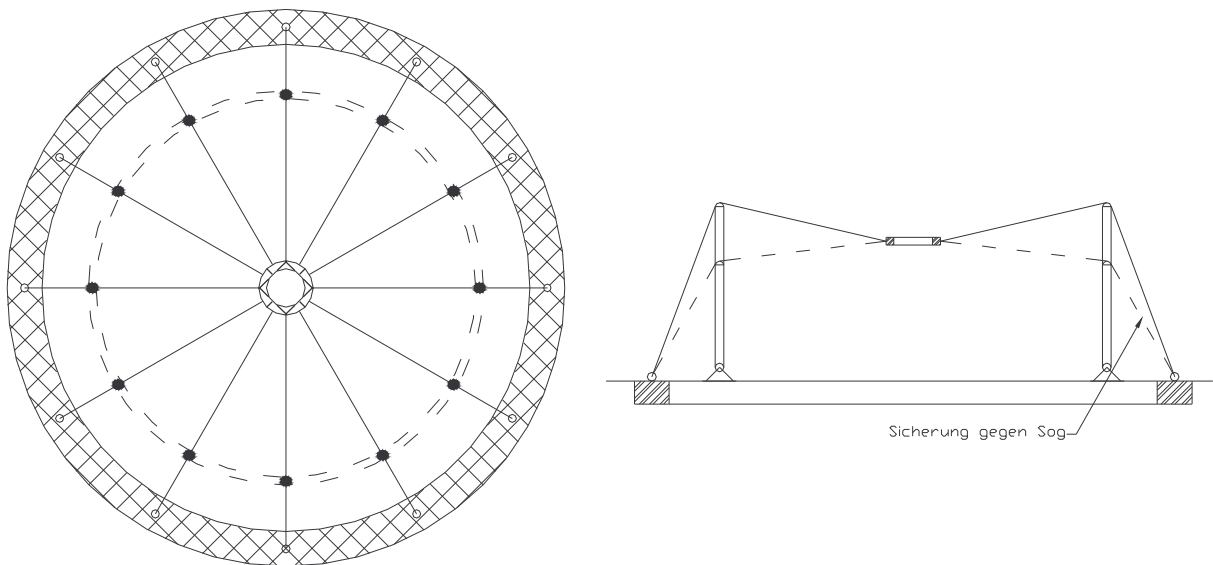


Abb.3.13: Systemskizze: Druckring außerhalb der Ebene

Die Frage ob es sich hierbei überhaupt noch um eine Speichenradkonstruktion handelt, kann nicht mehr für alle Ausführungsmöglichkeiten gleich beantwortet werden. Bezugnehmend auf die Definition müssen zwei wesentliche Punkte erfüllt sein. Erstens dürfen keine Horizontalkräfte in die Unterkonstruktion eingeleitet werden, dies ist bei entsprechender Lagerung bei den Umlenkpunkten gegeben, und zweitens muss ein äußerer Druckring zum Kurzschluss der Horizontalkräfte existieren. Dieser Punkt ist nur manchmal erfüllt.

So gibt es dafür, neben der theoretischen Möglichkeit, auch Beispiele. Vor allem kleinere Bauwerke wurden realisiert, die einen umlaufenden Fundamentring für die Verankerung der Speichen besitzen, und somit einen Ringschluss realisieren. Auch ist dieser Kurzschluss der Horizontalkräfte bei durchgehenden Fundamentplatten, die über den Gebäuderand bis zur Speichenverankerung laufen, gegeben, wobei sich hier wieder die Frage stellt, inwieweit die Forderung nach einem in sich geschlossenen äußeren Element erfüllt ist. Im Gegensatz dazu sind die weitaus häufigeren Konstruktionen zu sehen, bei denen die Seile mittels Einzelfundament, Pfahlgründung, etc. in den Untergrund eingebunden sind. Dies sind eindeutig keine Speichenradkonstruktionen, da der reale Kraftabtrag ein komplett anderer ist, nämlich über ein Gegengewicht, bzw. über Reibung.



### **3.3) Alternative Ausbildungen**

In der bisherigen Darstellung wurde nur der bei weitem häufigste Fall, nämlich jener der auf Zug beanspruchten Speichensysteme, behandelt. Es existieren jedoch auch andere Ausformungen und Systeme.

#### **3.3.1) Konstruktionen mit auf Druck beanspruchten Speichen**

Diese Variante kann prinzipiell in allen Ausformungen, die unter Kapitel 3.1 angeführt wurden, ausgeführt werden. Für seine Besprechung wird von dem Aufbau mit gelagerter Außenring und Innenring ausgegangen.

Die vorab besprochenen Systeme hatten alles eines gemeinsam. Die Speichen waren aufgrund der eventuellen Vorspannung der Speichen oder des Innenrings, sowie der Geometrie, auf Zug belastet. Aufgrund der Geometrie insofern, als dass der Innenring in der Systemebene des Außenrings angeordnet ist, und so eine, aus jedweder Last resultierende, Verschiebung immer eine Dehnung mit sich bringt.

Bei einem Abgehen von dieser geometrischen Anordnung kann somit eine Verschiebung des Innenrings hin zur Ebene des Außenrings auftreten. (Diese Aussage gilt für die am Außenring gelagerten Konstruktionen, kann aber in umgekehrter Form auch für die im Zentrum gelagerte Ausbildung gemacht werden.) Dies bringt dann Druckkräfte mit sich.

Diese Systeme treten vor allem bei Objekten mit einer nach oben zusammenlaufenden, zylindrischen Dachform auf. Theoretisch können auch flache Kuppeln dazugezählt werden; beides natürlich nur bei einer entsprechenden Ausformung von Speichen.

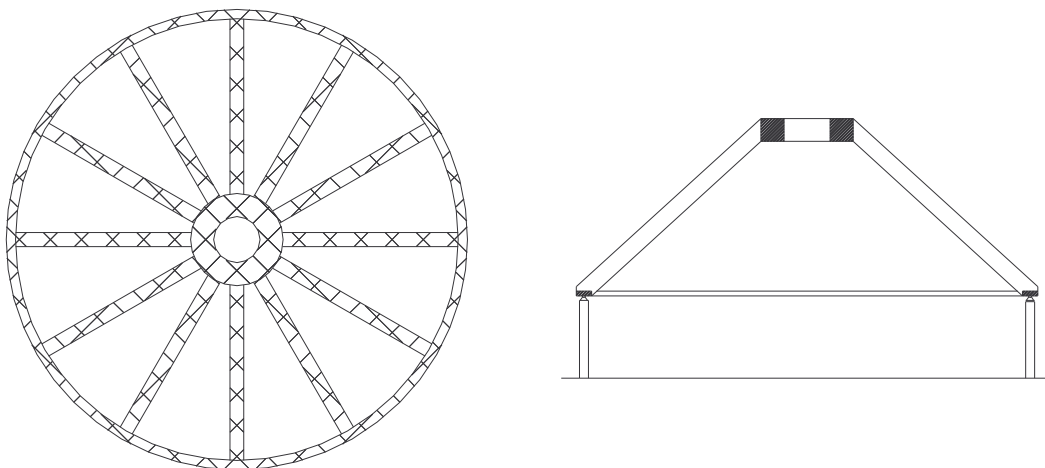


Abb.3.14: Systemskizze einer Dachkonstruktion mit Speichen unter Druck

Der umgekehrte Fall, eines nach unten kegelförmigen Daches, welches unter dem Lastfall Windsog Druckkräfte in den Speichen entwickelt, ist rein akademisch. In der Realität wird das durch eine entsprechend schwere Dachausbildung verhindert.

Die aus dem Druck in den Speichen resultierenden Nachteile, und damit der Grund warum dieses System selten zur Anwendung kommt (und sich eher zwangsläufig ergibt), sind klar. Der Druck in den Speichen verbietet aufgrund der Möglichkeit des Stabilitätsversagens eine schlanke Ausbildung derselben. Sowohl die Leichtigkeit als auch die Möglichkeit der großen Spannweiten gehen somit verloren. Einzig der Vorteil des Kurzschlusses der Horizontalkräfte kann genutzt werden. Dieser kann entweder durch einen, hier nun auf Zug belasteten, Außenring realisiert werden, oder es kann auch, bei entsprechender Befestigung, die Dachunterkonstruktion sowie die Dachhaut herangezogen werden. Hier findet sich dann aber der Übergang weg von den Speichenradkonstruktionen hin zu Netzkonstruktionen, wobei die Grenze sicherlich eine fließende ist. In der Realität werden auch oft Unterspannungen ausgeführt. Dann ist das Objekt aber, aufgrund des fehlenden Außenelements, eindeutig nicht mehr als Speichenradkonstruktion zu sehen.

### **3.3.2) Sonderformen**

#### **3.3.2.1) *“Cable-Domes“ von David Geiger***

David Geiger entwickelte zu Beginn der achtziger Jahre diese neue Konstruktion die er „Cable-Domes“ nannte, um bei Stadienüberdachungen eine konkurrenzfähige Alternative zu den üblichen mit Spannseilen rückverankerten Systemen anbieten zu können.

Diese Ausbildung von Speichenradkonstruktionen entspringt nicht im eigentlichen Sinne der Entwicklung die unter Kapitel 3.1 dargestellt worden ist, sondern ist eine Zusammenführung des „Tensegrity-Systems“ mit dem baupraktischen Wunsch nach weitgespannten Dachtragwerken.

Tensegrity-Systeme sind in sich geschlossene Systeme, die keinerlei Rückverankerungen brauchen. Dabei wird durch eine geschickte Anordnung von Zug- und Druckelementen ein räumlich stabiles System geschaffen, wobei sich die einzelnen Druckelemente nicht berühren, und auch kein Druckring notwendig ist.

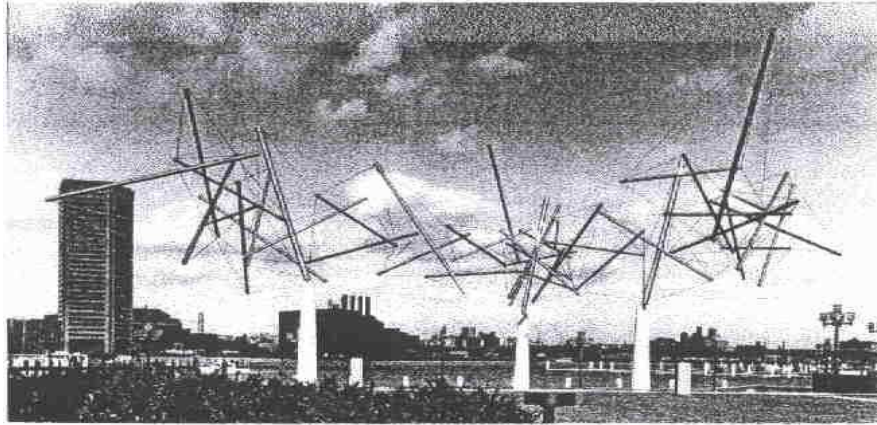


Abb.3.15: Tensegrity-System aus /12/

Geiger adaptierte dieses System für seine Zwecke und führte einen Druckring zur Verankerung der Zugkräfte der Seile ein. Ansonsten behält er das System der nur durch Zugelemente im Raum gehaltenen, einzelnen Druckelemente bei. Dabei schafft er aus diesen Elementen auch einen Innenring.

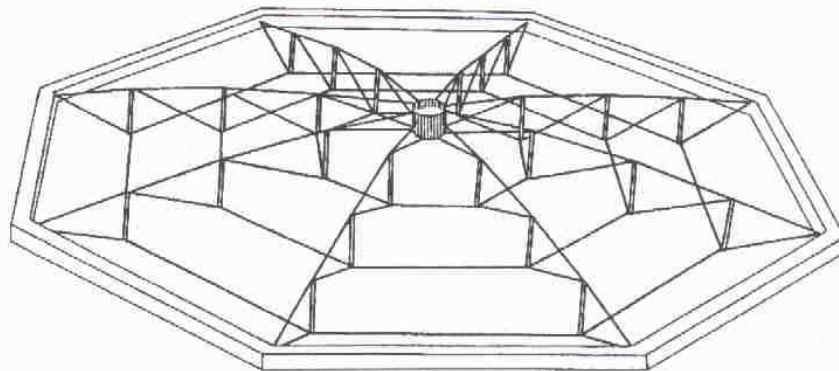


Abb. 3.16: „Cable-Dome“, Prinzipskizze des Dachtragwerks, aus /12/

Die großen Vorteile dieses Systems liegen darin, dass die Konstruktion schon ohne Dachhaut (üblicherweise eine Membran) standfest ist, dass sie sehr flache Konstruktionen erlaubt, und dass weder das Gewicht noch die Kosten bei Steigerung der Spannweite überproportional steigen.

Der folgend dargestellte Montageablauf einer solchen Konstruktion in Schnitt zeigt gut den Aufbau und die Funktionsweise eines solchen „Cable-Dome“:

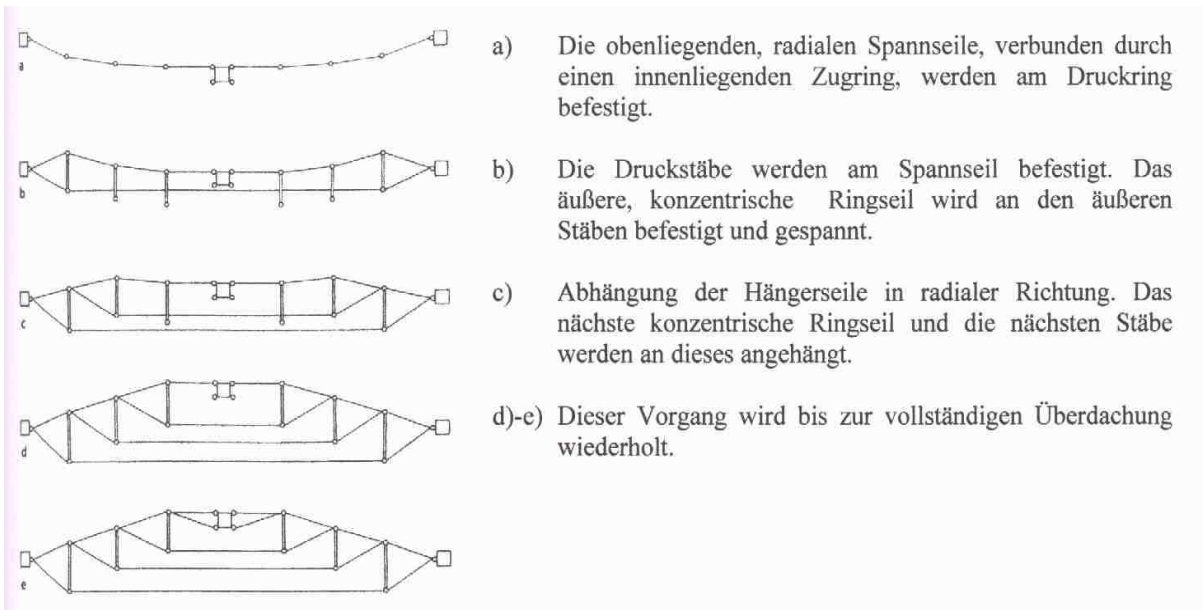


Abb.3.17: Montageablauf eines "Cable-Dome" aus /8/

Als maximale Größe, die noch wirtschaftlich überspannt werden kann, werden 250 m angegeben.

## Kapitel 4: Die Bedeutung des Stahlbaus für Speichenradkonstruktionen

Der Stahlbau hat die zentrale Stellung im Bau von Speichenradkonstruktionen inne. Neben der Tatsache, dass aufgrund von fundamentalen Überlegungen, nämlich denen, dass für zugbeanspruchte Systeme Stahl der günstigste klassische Baustoff ist, schon prinzipiell alles für eine Tragwerksausbildung in Stahl spricht, gehen fast sämtliche Entwicklungen innerhalb der Architektur ebenfalls in eine Richtung, die die Verwendung von Stahl unterstützt.

Des Weiteren unterstützen die weiterentwickelten Statikprogramme, durch die Bereitstellung von FEM-Modulen sowie der Integration von Anwendungen zur Berechnung von Seilen, zur Einbeziehung von Vorspannung, die Berechnung großer und statisch hochgradig unbestimmter Systeme.

### 4.1) Fundamentale Überlegungen

Wenn man das Anwendungsgebiet von Speichenradkonstruktionen betrachtet, so sieht man, dass es fast ausschließlich Überdachungen mit großen Spannweiten umfasst.

Bei Konstruktionen der entsprechenden Größe, ist bei Entwurf und Planung immer das Eigengewicht von entscheidender Bedeutung. Zumeist ist die Minimierung von eben diesem ein zentrales Anliegen.

Der erste Schritt in diese Richtung ist die Wahl eines möglichst effizienten Werkstoffes, nämlich einen mit einem möglichst günstigen Verhältnis von Eigengewicht zu Belastbarkeit. Dies ist, Sonderwerkstoffe ausgenommen, **Stahl**.

Der zweite Schritt geht in Richtung der Wahl eines statisch günstigen Systems. Aus den allseits bekannten Gründen können Elemente, die nur auf Zug belastet sind, am besten ausgelastet werden. Neben den schon günstigen Zugstangen aus Baustahl, bietet sich in diesem Bereich mit den hochfesten Stahlseilen ein noch effizienteres Bauelement an. Somit spricht auch in diesen Belangen alles für den Werkstoff **Stahl**.

## **4.2) Architektonische Gründe für den Werkstoff Stahl**

Gerade große Bauwerke, werden immer auch durch die Entwürfe und Planungen der Architekten bestimmt. Neben den oben angeführten Gründen für den Werkstoff Stahl, sind somit die aktuellen Strömungen in der Architektur ein wesentlicher Faktor, welche Materialien in welchem Umfang verwendet werden, und inwieweit sie präsentiert oder versteckt werden.

Wie sich an den diversen Projekten in den letzten Jahren zeigt, ist der Drang zu möglichst leichten Konstruktionen ungebrochen. Auch der Trend zu klaren Strukturen, zu offen gezeigten Details, sowie zu großen transparenten Außenflächen ist weiterhin festzustellen. Dem gegenüber zeigt sich aber in jüngster Vergangenheit eine Vorliebe für geometrische Formen, die Entwürfe mit einem leicht nachvollziehbaren Kraftfluss wieder verdrängen.

Zusätzlich ist es bei dem Bau von Sportstätten zu einer Entwicklung weg von den separat überdachten einzelnen Tribünen, hin zu einer rundum umschlossenen Veranstaltungsfläche gekommen. Grund dafür sind die Vorgaben der Sportverbände (z.B.: 50.000 überdachte Sitzplätze für Stadien der Champions-League), als auch die Anlehnung an die Idee der Arenen.

Dies alles findet sich auch in den Speichenradkonstruktionen wieder. Den oben genannten Gründen ist es zuzuschreiben, dass zuletzt bereits ein beträchtlicher Anteil der neu geplanten Stadiendächer Speichenradkonstruktionen sind. Die Umschließung des Anlagenzentrums bietet einen Ringschluss im Dach an. Das oben angesprochene Abflauen des Wunsches nach einem klar nachvollziehbaren Kraftfluss hat ebenfalls eine Verschiebung der Präferenzen weg von den mit Seilen rückverspannten Dachkonstruktionen zur Folge. Somit ist der Trend hin zu Speichenradkonstruktionen begründbar.

Dass klare Strukturen und ansprechend ausgeführte Details ebenfalls eine Domäne des Stahlbaus sind, muss nicht weiter ausgeführt werden. Die Leichtigkeit der Konstruktion, vor allem durch den verstärkten Einsatz von Seilen, wurde bereits weiter oben erläutert. Somit liegt der Stahlbau auch architektonisch in der Strömung der Zeit. Ganz in diesem Sinne sind heutzutage auch oft die Unterkonstruktionen aus Stahl ausgeführt, wobei dieser dann auch als Element und Material präsentiert wird. Beispiele können hierzu viele gebracht werden, wobei im Rahmen dieser Arbeit das später angesprochenen Stadion von Stuttgart (siehe Kapitel 15) aber auch das Volksparkstadion in Hamburg oder der Center Court in Halle (beide Kapitel 12) hier hinzugerechnet werden können. Es muss hier aber einschränkend gesagt werden, dass sich diese letzte Aussage nur auf (separate) Dachunterkonstruktionen bezieht, nicht aber auf die Tribünenkörper und deren Unterkonstruktion umlegen lässt. Hier ist der Betonbau (meist als Fertigteilbau) günstiger, und oft wird das Dach dann auf die Tribüne aufgelegt.

### **4.3) Bereiche ohne Stahl bei den Speichenradkonstruktionen**

Natürlich sind nicht alle Elemente der Speichenraddächer aus Stahl. Wie schon in Kapitel 3.1. erläutert, besteht bei am Außenring gelagerten Konstruktionen die ebenfalls wirtschaftliche Möglichkeit diesen in anderen Werkstoffen, dabei ist vor allem der Stahlbeton zu nennen, auszuführen.

Wenn von dem Planungsziel eines möglichst leichten Daches abgegangen wird, werden im Tragwerk auch anderer Materialien verwendet. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn man den Lastfall Sog durch eine gezielte Wahl eines höheren Eigengewichts ausschließen will.

Im Bereich der Dachhaut setzen sich immer mehr lichtdurchlässige Materialien. Als heutige Ausführungsvarianten sind einerseits die transluzenten Foliendächer zu nennen, andererseits auch die größer werdende Möglichkeit auch Glas in den Überkopfbereichen einzusetzen. Es muss hier aber angemerkt werden, dass diese Entwicklung die Speichenradkonstruktionen generell fördert, da ein entsprechender Lichtzutritt im Zuschauerbereich als angenehm empfunden wird.

### **4.4) Für den Stahl relevante Entwicklungen bei den Speichenradkonstruktionen**

Über die zukünftige Entwicklung lassen sich natürlich nur Annahmen treffen, und auch werden diese im Kapitel 14 abgesprochen. Bezüglich der Rolle des Stahlbaus lässt sich aber ganz allgemein folgendes festhalten:

Es ist zu erwarten, dass sich vorerst die momentanen Trends fortsetzen. Mit steigenden architektonischen Ansprüchen an die Objekte werden die lichtdurchlässigen Dachhautelemente weiter zunehmen.

Auch wird das Glas den Stahl, im Rahmen des technisch Machbaren, teilweise ersetzen (siehe 4.4.1). Dies ist ein Trend der momentan in Hochbau vor sich geht.

Im Sinne eines leichteren Bauens, könnte auch das Stahlseil als momentan tragfähigstes Zug-element eventuell Konkurrenz bekommen. So laufen zurzeit, vor allem im Bereich der Vorspanntechnik des Betonbaus, Untersuchungen, inwieweit Kohlefaserkabel im Bauwesen zum Einsatz kommen können. Über den Verlauf dieser Entwicklung, und ihre Auswirkungen für den Stahlbau im Allgemeinen, und den Speichenradbau im Besonderen, lassen sich derzeit aber noch keine Aussagen treffen.

#### 4.4.1) Exkurs: Glas als tragendes Bauelement

Als Untermauerung für die zuvor gemachte Aussage können, neben einem allgemeinen Verweis auf die nicht mehr so seltenen Glas-Schwerter, als konkrete Beispiele Bauelemente des Apple Flagship Store in Los Angeles und des Tower Place in London angeführt werden. Bei Ersterem wurde eine Treppe sowie eine kleine Brücke (fast) komplett aus Glas ausgeführt.



Abb.4.1 Stiege aus Glas; aus /4/



Abb.4.2: Brücke aus Glas; aus /4/

Beim Tower Place in London wurden, für die Abstützung der Glasfassade, 4m lange Glas-Nadeln eingesetzt, die, zwar durch ein inneres Stahlseil vorgespannt, alleinig sämtliche Druck- und Soglasten von der Fassade auf die dahinter liegenden Stahlstützen übertragen.



Abb.4.3: Glasnadeln im Tower Place; zur Verfügung gestellt von Waagner-Biro SGT



## Kapitel 5: Das prinzipielle Tragverhalten und daraus abgeleitete Konstruktionsprinzipien

### 5.1 Das Tragverhalten

#### 5.1.1) Das Tragverhalten in vertikaler Richtung

Für die Betrachtung des Tragverhaltens wird eine am Außenring gelagerte Konstruktion untersucht. Um die Darstellung der wesentlichen Eckpunkte der Überlegungen zu erleichtern, werden folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

- Das System ist statisch bestimmt gelagert.
- Inneres und äußeres Element sind komplett biege- und dehnsteif ( $EJ = \infty$ ,  $EA = \infty$ ).
- Die Last ist auf allen Speichen des Systems gleich.

Ausgang der Überlegungen stellt das komplett ebene Speichenrad dar.

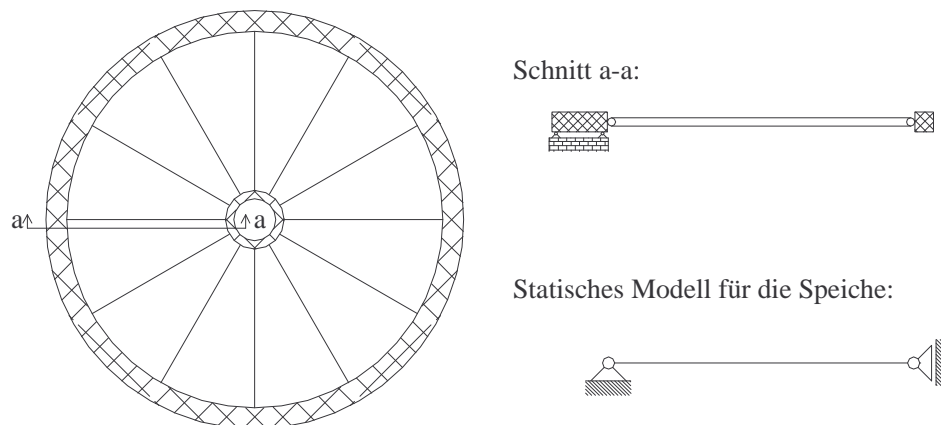


Abb.5.1: Systemskizze eines ebenen Speichenrads und einer einzelnen Speiche

Dieses System ist aber nicht stabil, wie der Versuch einer Bestimmung der Auflagerkräfte sofort zeigt.

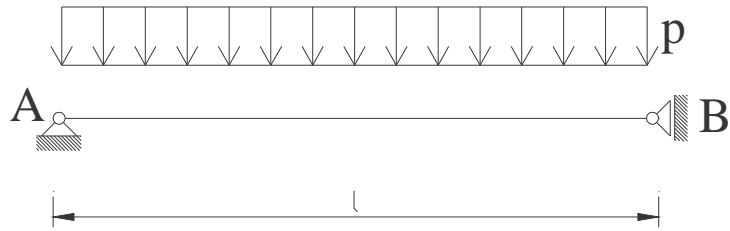


Abb.5.2: Allgemein definiertes System unter einer vertikaler Gleichlast

Es lässt sich die Bestimmungsgleichung

$$\Sigma M_A = 0 \quad (1)$$

nicht lösen. Erst ein System mit einer Auslenkung des Punktes B, sei es durch eine entsprechende geometrische Anordnung oder durch eine Verformung der Systems der Abb.5.2, ermöglicht das Gleichgewicht.

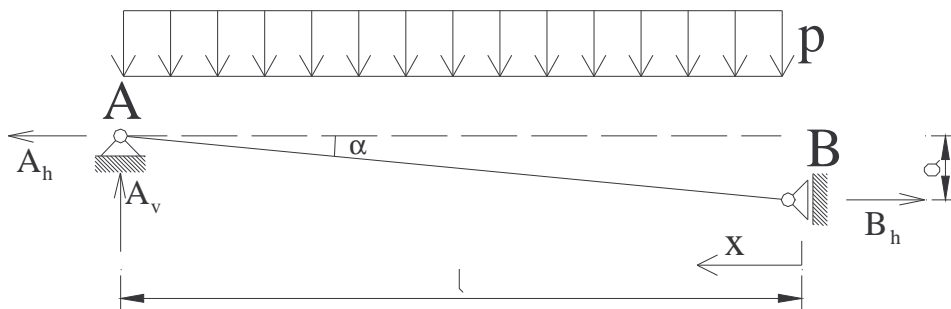


Abb.5.3: System mit Auslenkung

Die Anwendung der obigen Gleichgewichtsbedingung auf dieses System hat eine Lösung. Somit ergeben sich die Auflagerreaktionen zu:

$$A_h = B_h = \frac{1}{a} * \frac{p * l^2}{2} \quad (2)$$

$$A_v = p * l \quad (3)$$

Betrachtet man das komplett ebene System unter Anbetracht dieser Formel noch einmal, so zeigt sich, dass, wenn man  $a$  gegen Null gehen lässt, die Auflagerkraft  $A_h$  dabei gegen Unendlich geht.

Die Schnittgrößen ergeben sich zu:

$$N(x) = \frac{1}{a} * \frac{p * l^2}{2} * \cos \alpha + p * x * \sin \alpha \quad (4)$$

$$Q(x) = \frac{1}{a} * \frac{p * l^2}{2} * \sin \alpha - p * x * \cos \alpha \quad (5)$$

$$M(x) = \frac{1}{a} * \frac{p * l^2}{2} * x * \tan \alpha - \frac{p * x^2}{2} \quad (6)$$

Aus diesen Werten lassen sich folgende für die Speichenradkonstruktion wichtige Aussagen ableiten:

- Die Horizontalkraft, die auf den Innenring wirkt, steigt mit geringer werdender Auslenkung mit dem Faktor  $\frac{1}{a}$  an.
- Bei einer Umkehrung der Kraftrichtung von  $p$  kehrt sich auch die Richtung der Auflagerkraft um und somit wird die Normalkraft in der Speiche zu einer Druckkraft.

Die mit der zweiten Aussage verbundenen Konsequenzen werden unter 5.1.3 besprochen.

### **5.1.2) Das Tragverhalten in horizontaler Richtung**

Betrachtet man nun die Speichenradkonstruktion als Gesamtsystem, mit dem Wissen um die Auflagerreaktionen der einzelnen Speiche, so ist zwar der Abtrag der vertikalen Kräfte prinzipiell geklärt, die Frage nach der Ableitung der horizontalen Kräfte aber noch offen. Auch ist die Richtigkeit des oben gewählten statischen Systems noch zu zeigen.

Da das System rotationssymmetrisch ist, muss nur ein Teilstück betrachtet werden. Definiert man den gesamten Umlenkwinkel am Knoten als „ $2\beta$ “, lässt sich das System wie folgt beschreiben:

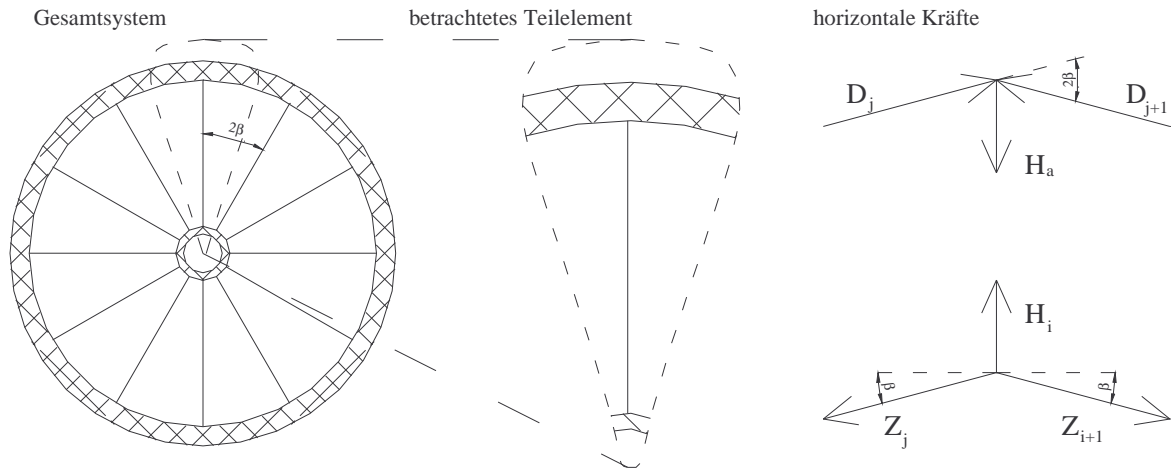


Abb.5.4: Herleitung des zu betrachtenden Teilelements und Kraftsystems

Als erstes lässt sich der Winkel  $\beta$  aus geometrischen Überlegungen gewinnen. So ist der Winkel alleinig von der Anzahl der Speichen, folgend mit  $n$  bezeichnet, abhängig und ergibt sich zu:

$$\beta = \frac{360^\circ}{2n} \quad (7)$$

Über die Notwendigkeit des Kräftegleichgewichts am Knoten ergibt sich:

$$\vec{H}_i = \vec{Z}_i + \vec{Z}_{i+1} \quad (8)$$

$$\vec{H}_a = \vec{D}_i + \vec{D}_{i+1} \quad (9)$$

Berücksichtigt man die Symmetrie des Systems kommt man zu

$$|\vec{Z}_i| = |\vec{Z}_{i+1}| = |\vec{Z}| \quad (10)$$

$$|\vec{D}_i| = |\vec{D}_{i+1}| = |\vec{D}| \quad (11)$$

Setzt man nun für  $H_i$  und  $H_a$ ,  $B_h$  und  $A_h$ , und berücksichtigt des Weiteren, dass aus den Betrachtungen in 5.1 hervorgeht, dass die horizontale Kraft in der Speiche konstant ist, kann man schreiben:

$$B_h = A_h = H \quad (12)$$

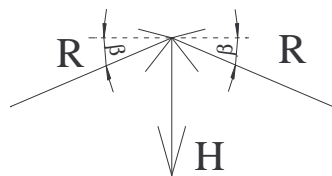
und weiter

$$2|\vec{Z}| = |\vec{H}| = 2|\vec{D}| \quad (13)$$

$$|\vec{Z}| = |\vec{D}| = |\vec{R}| \quad (14)$$

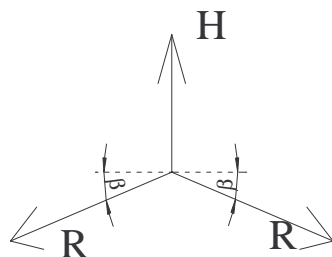
Es lässt sich also eine einzige Kraftgröße  $R$  für beide Ringe angeben, die über das gesamte Ringelement konstant ist, nur dass sie im Außenring als Druckkraft und im Innenring als Zugkraft auftritt.

Nun bleibt nur noch, den Zusammenhang zwischen  $R$  und der  $H$  herzustellen. Betrachtet man nun das Kraftmodell der Abb.5.4 nochmals, so ergibt er sich wie folgt:



Über das Herstellen des Gleichgewichts am Knoten in Richtung der Achse erhält man:

$$2R * \sin \beta = H \quad (15)$$



Somit ergibt sich dann die Kraft  $R$  zu:

$$R = \frac{H}{2 * \sin \beta} \quad (16)$$

Abb.5.5: Kraftsystem einer Speiche

Die horizontale Kraft wird im Ring weitergeleitet, wobei sie durch die Kraft jeder Speiche entsprechend umgelenkt wird. Dies geschieht sowohl im inneren als auch im äußeren Ring. So schließt sich die jeweilige Kraft im Element selbst kurz, während die benötigten Umlenkkräfte (die horizontale Kraftkomponente der Speiche) der beiden Ringe im Gleichgewicht zueinander stehen.

Somit sind beide der am Anfang dieses Abschnitts in den Raum gestellten Fragen gelöst. Der Kraftverlauf der horizontalen Kräfte ist geklärt, und die Richtigkeit des für den vertikalen Kraftabtrag vorausgesetzten ist durch die Symmetrie des betrachteten Objekt und der Last offensichtlich.

### **5.1.3) Weiterführende Betrachtungen des Systems**

#### 5.1.3.1) Drucklast im System

Die Auswirkungen auf das System, die sich im Falle von Druckkräften in den Speichen ergeben, werden im Einzelnen erst im nächsten Absatz beschrieben, da sie erst bei realen Biege- und Dehnsteifigkeiten tragend werden. Auch sei hier auf die Ausführung von Kapitel 3.2.1 verwiesen.

Hier sei hier im Speziellen auf die Tatsache, dass in diesem Fall der Innenring auch einer Drucklast ausgesetzt wird, hingewiesen.

#### 5.1.3.2) Erweiterung der Systembetrachtung

##### *a) Bedeutung für die Speichen*

Gibt man die zweite der Forderungen auf, die unter 5.1.1 gestellt worden sind (unendlich Steifigkeit aller Elemente), so lassen sich noch weitere Aussagen gewinnen. Lässt man die Annahme von komplett dehnsteifen Speichen wegfallen, welche für die realen Systeme ohnehin nie anwendbar ist, so kann man feststellen:

- Jede vertikale Last bringt zwingend eine Verschiebung des nicht vertikal gehaltenen Knotenpunktes. Bis auf den Fall, dass sich sämtliche vertikal nach unten gerichteten Kräfte mit den abhebenden Kräften genau aufheben, stellt sich immer eine Auslenkung des Systems ein.

Dieser Punkt lässt sich auch noch mit einem anderen zwingend verbinden. Und zwar mit dem, dass jede Änderung der vertikalen Last eine Änderung der Verschiebung mit sich bringt. Diese Tatsachen lassen ein paar wichtige neue Aussagen zu.

- Es ist möglich ein ebenes System zu bauen, nur stellt sich schon unter Eigengewicht eine Grundform mit einer Auslenkung ein.
- Nur unter dem (nie stabil vorhandenem) Fall, dass sich sämtliche vertikal nach unten gerichteten Kräfte mit den abhebenden Kräften genau aufheben, stellt sich keine Auslenkung des Systems ein.

- Im Fall, dass die abhebenden Kräfte überwiegen, kommt es zu einer Auslenkung in die entgegen gesetzte Richtung.

Lässt man nun auch noch die Annahme der unbegrenzten Biegesteifigkeit fallen ergibt, sich des Weiteren:

- Im Falle einer bereits vorgesehenen geringen Neigung kann es bei Soglasten zu einem Durchschlagen des Systems kommen.
- Es sind sämtliche Stabilitätsprobleme, allen voran das Schlaff werden bzw. Ausknicken der Speiche zu berücksichtigen. Dies ist in Hinblick auf die, aufgrund der Spannweiten, fast zwingenden großen Schlankheiten ein enormes Problem.

*b) Bedeutung für den Außen- und Innenring*

Für den Außenring haben diese Überlegungen keine entscheidende Bedeutung. Aufgrund seiner Grundfunktion als Druckelement, ist eine eventuelle Lastumkehr und eine somit auftretende Zugkraft (für den Fall, dass die Speiche Druck übertragen kann), kein problematischer Zustand. Bei dem häufig sehr ungleichen Verhältnis der Steifigkeiten von Speiche und Ring kann in diesen Fällen sogar die Annahme der unbegrenzten Dehnsteifigkeiten für das Element beibehalten werden.

Die Bedeutung dieser Erweiterungen für den Innenring variiert sehr in Abhängigkeit von seiner Ausführung. Bei einer sehr massiven, steifen Ringkonstruktion sind sie gering, sodass man auch hier die begrenzte Dehnsteifigkeit vernachlässigen kann. Allerdings gibt es auch das andere Extrem einer sehr weichen Konstruktion, bei der sogar eine zu große Reduktion der Zugkraft vermieden werden muss.

Ein für die Realität brauchbares Modell ist somit das folgende, wobei die Federsteifigkeit  $c$  von der Konstruktion des Innenring abhängt:

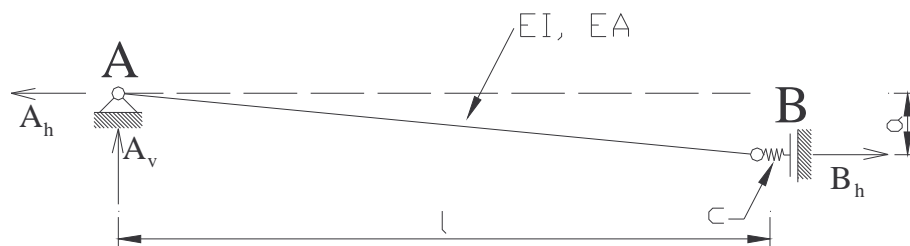


Abb.5.6: System mit Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit des Innenrings

Als Beispiel kann hier der aus Seilen bestehende Innenring des Gottlieb-Daimler-Stadions genannt werden.

Eine weitere Überlegung, die für die Ringe angestellt werden muss, ist jener, inwieweit diese durch ein Biegemoment beansprucht werden. Wie man in Abbildung 5.6 sieht, spannen die Ringkräfte ein, von der Anzahl der Speichen abhängiges, Vieleck auf. Hält sich die Geometrie des Rings genau an die polygonale Stützlinienform, treten nur Normalkräfte auf. Somit ist die Kreisform nur dann ein wirklich reiner Druckring, wenn unendlich viel Speichen vorhanden wären (bzw. wenn keine Speichen ausgebildet sind und die Dachhaut kontinuierlich die Kräfte in den Ring leiten würde). So aber kommt es zu einer Exzentrizität zwischen der Systemachse und der Kraft.

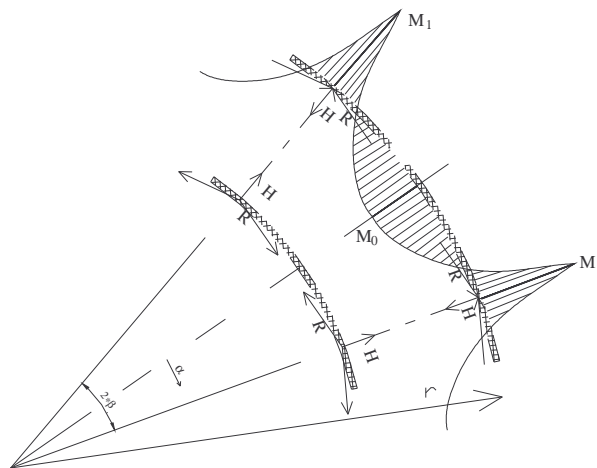


Abb.5.8: Überlagerung des Kräfte-Modells mit der realen Geometrie und daraus folgendes Momentenbild

Bezeichnet man den Radius mit  $r$ , den fortlaufenden Winkel mit „ $\alpha$ “ bzw. den Umlenkwinkel weiterhin mit „ $2\beta$ “ so ergibt sich das Moment zu:

$$M(\alpha) = \frac{H * r}{2} * \left( \frac{\cos \alpha}{\sin(2\beta)} - \frac{1}{2\beta} \right) \quad (17)$$

wobei die maximalen Momente folgende sind:

$$M_0 = \frac{H * r}{2} * \left( \frac{1}{\sin(2\beta)} - \frac{1}{2\beta} \right) \quad (18)$$

$$M_1 = \frac{H * r}{2} * \left( \frac{1}{2\beta} - \frac{1}{\tan(2\beta)} \right) \quad (19)$$

Es ist offensichtlich, dass das Moment mit kleinerem Umlenkwinkel, also mit größerer Speichenanzahl, abnimmt.



Noch ein weiteres Funktionsprinzip von Speichenrädern muss hier aufgeführt werden. Und zwar jenes, dass die Speichen den Ring auch aussteifen, und somit stabiler machen. Die diesbezüglichen Zusammenhänge werden noch in Kapitel 8 genauer diskutiert, hier sei nur die geometrische Tatsache festgehalten, dass eine größere Speichenanzahl das maximale Biegemoment, aus dem Abstand zwischen Bogenscheitel und Bogensehne, verkleinert.

## **5.2) Die aus dem Tragverhalten ableitbaren Konstruktionsprinzipien**

Wie aus den vorherigen Betrachtungen hervorgeht, gibt es zwei wesentliche Problemstellungen auf die man bei Speichenradkonstruktionen trifft:

- Sehr flache Neigungswinkel der Speichen verursachen sehr hohe Normalkräfte im System.
- Eine Lastumkehr, also eine Druckbeanspruchung der Speichen ist problematisch.

Beide Probleme lassen sich konstruktiv lösen. So legt man die Neigung der Speichen über die maximalen Kräfte, die auftreten dürfen, fest. Dies bringt natürlich eine gewisse Konstruktionshöhe mit sich, was aber zumeist keine wesentlichen Probleme mit sich bringt, da bei z.B.: Stadiendächern die Bauhöhe an diese Notwendigkeiten angepasst werden kann. Die Lösung des zweiten Punktes kann auf drei Weisen erfolgen.

- Die erste Lösungsmöglichkeit ist, dass man ein schweres Dach ausführt, also das Dach eine solche ständigen Last (Eigengewicht + Ausbaulasten) hat, es nie zu einem resultierenden abhebenden Kräften kommen kann.
- Die zweite Lösungsmöglichkeit stellt den Grund der oft ausgeführten Spreizung des Systems dar. Die Grundidee davon ist, die Speiche aus zwei Elementen mit entgegengesetzter Neigung zu bauen, womit immer ein Element auf Zug beansprucht ist, während das andere Element, welches folglich Druck erfährt, nicht tragen muss und ausfallen kann. (Siehe Abb.5.9)
- Eher der Vollständigkeit halber muss auch eine dritte Möglichkeit angeführt werden und zwar die, dass die Speichen extra so ausgeführt werden, dass im Falle von Druckkräften kein Stabilitätsversagen auftritt. Dies ist aber wohl nur dann praktikabel, wenn sich die Konstruktion ohnehin schon im Grenzbereich dazu bewegt, dass die Stabilität ohnehin gewährleistet wäre. Dies ist in dem Bereich, in dem Speichenradkonstruktion-

nen eingesetzt werden, aber kaum zu erwarten. Diese Konstruktionen wurden unter 3.3.1 bereits behandelt.

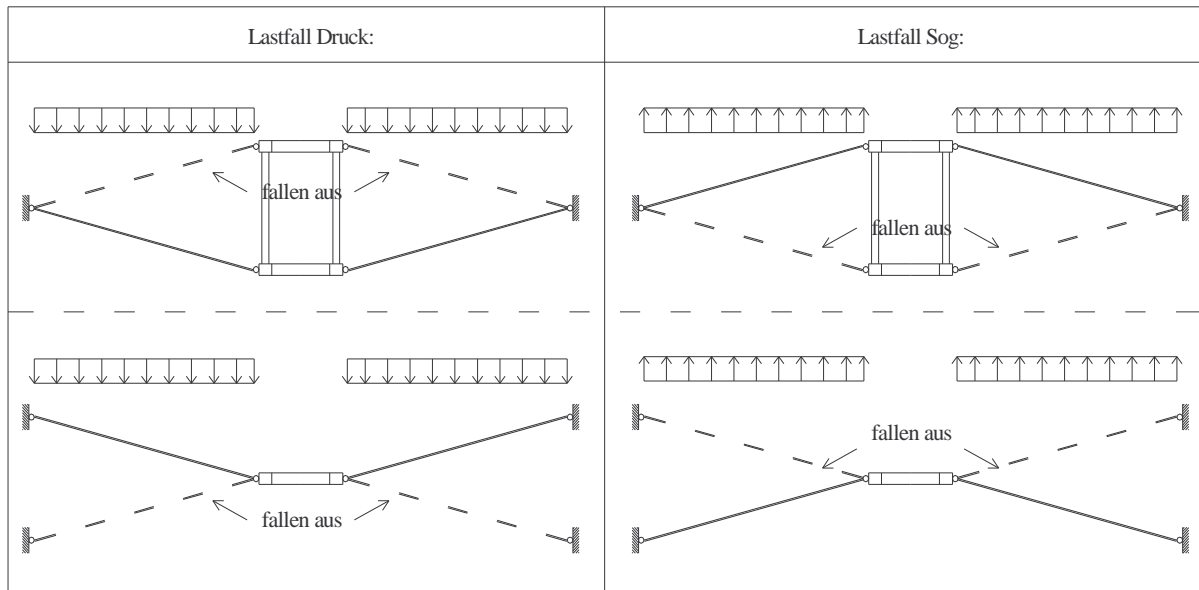


Abb.5.9: Spreizung der Speichen

Diese Ausführung nach dem zweiten aufgeführten Punkt bringt natürlich eine weitere Vergrößerung der Konstruktionshöhe, wird aber trotzdem der ersten Variante zumeist vorgezogen. Hierbei kann nun zwischen einer Spreizung nach innen (Abb.5.9 oben) und einer Spreizung nach außen (Abb.5.9 unten) unterschieden werden. Bezüglich der Tragfunktion und der Kraftgrößen unterscheiden sich die beiden Möglichkeiten nicht. Die Berechnung der Kräfte erfolgt dann ganz genau so, wie in 5.1 beschrieben.

Betrachtet man das gespreizte System genauer, und zwar unter der Annahme, dass das Druckelement nicht ausfällt, lassen sich ein paar, für das endgültige Tragverhalten von Speichenradkonstruktionen wichtige, Überlegungen anstellen.

So zeigt sich, dass für eine Tragfähigkeit einer solchen Speiche der Innenring gar nicht mehr notwendig ist, eine Tatsache deren Auswirkungen unter 6.2 (Fachwerke als Speichen) noch genauer untersucht wird. Belastet man das System wieder mit einer vertikalen Last, so ist Schnittkraftverlauf natürlich von der Art der Last und dem Ort der Einleitung der Kräfte abhängig.

Diesen Überlegungen liegt natürlich auch zugrunde, dass es nur zu einer Vertikalverformung  $v$  kommt, bzw. die Horizontalverformung so gering ist, dass der Innenring nicht durch die Dehnung in einem berücksichtigenswerten Ausmaß aktiviert wird.

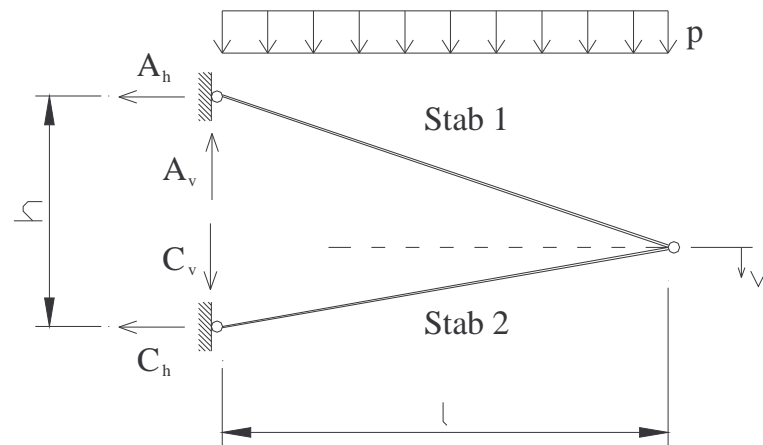


Abb.5.10: Gespreizte Speiche unter vertikaler Last

Auch sind diese Berechnungen für die Überlagerung von Lastfällen notwendig. (Es tritt ja ganz allgemein nur dann ein Ausfall eines Elements auf, wenn die resultierende Kraft der Lastfallkombination die Belastbarkeit auf Druck überschreitet.)

Ein für die Realität bedeutsamer Fall ist die Überlagerung der Lastfälle der äußeren Last mit einem Lastzustand „Vorspannung“, der im nächsten Abschnitt behandelt wird.

Mit Hilfe der Vorspannung werden Zugkräfte in beide Teile der Speiche eingebracht und so die in den anderen Lastfällen auftretenden Druckkräfte in dem einen oder anderen Element um dieses Maß abgebaut. So ist es bei entsprechender Vorspannung möglich, immer Zugkräfte in beiden Teilen zu haben, oder auch die maximale Druckkraft auf ein gewünschtes Maß zu reduzieren. Auf der anderen Seite bringt dies natürlich eine Steigerung der maximalen Zugkräfte im anderen Element.

### 5.3) Vorspannung im System

Oft wird das System vorgespannt. Dies dient vor allem der Erhöhung der Formstabilität. Für Seile ist die Vorspannung unerlässlich (siehe 5.4), aber auch für sämtliche andere Ausführungsvarianten ist eine Vorspannung vorteilhaft. Grund dafür ist, dass dadurch bei dem Übergang von resultierender Drucklast zu resultierender Soglast mit Hilfe der Vorspannung vermieden wird.

Eine Vorspannung kann, egal über welches Element sie erzeugt wird, als eine, vorab im System vorhandene, Kraft gedeutet werden, die keine Auflagerreaktionen erzeugt. Betrachtet man nun ein nach außen gespreiztes System unter Vorspannung, stellt es sich wie folgt dar:

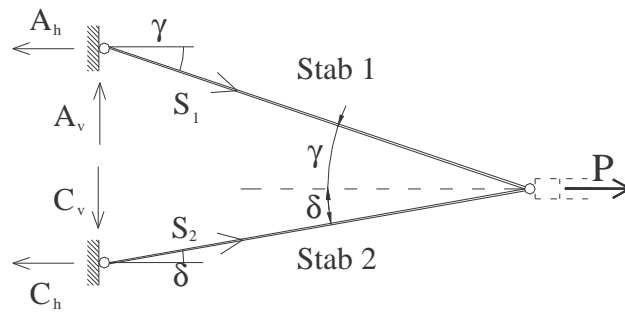


Abb.5.11: Gespreizte Speiche unter Vorspannung

Es lassen sich die Stabkräfte über das Gleichgewicht am Knoten ermitteln. Definiert man mit  $\gamma$  und  $\delta$  die Winkel der beiden Stäbe zur Horizontalen, ergeben sich die Kräfte zu (Werte in den Klammern für  $\gamma=\delta$ ):

Stabkraft 1: 
$$S_1 = P * \frac{1}{\cot \delta * \sin \gamma + \cos \gamma} \quad \left( S_1 = \frac{P}{2} * \frac{1}{\cos \delta} \right) \quad (20)$$

Stabkraft 2: 
$$S_2 = P * \frac{1}{\cot \gamma * \sin \delta + \cos \delta} \quad \left( S_2 = \frac{P}{2} * \frac{1}{\cos \delta} \right) \quad (21)$$

Horizontale Auflagerkräfte: 
$$A_h = P * \frac{1}{\cot \delta * \tan \gamma + 1} \quad \left( A_h = \frac{P}{2} \right) \quad (22)$$

$$C_h = P * \frac{1}{\cot \gamma * \tan \delta + 1} \quad \left( C_h = \frac{P}{2} \right) \quad (23)$$

Vertikale Auflagerkräfte: 
$$A_v = P * \frac{1}{\cot \delta + \cot \gamma} \quad \left( A_v = \frac{P}{2} * \tan \delta \right) \quad (24)$$

$$C_v = P * \frac{1}{\cot \gamma + \cot \delta} \quad \left( C_v = \frac{P}{2} * \tan \delta \right) \quad (25)$$

Auch hier ist die starke Abhängigkeit der Stabkräfte vom Neigungswinkel zu sehen. Die Möglichkeit zweier unterschiedlicher Winkel kann im Rahmen der Tragwerksplanung gut genutzt werden. So kann man über deren richtige Wahl zum Beispiel erreichen, dass die absoluten Maximalkräfte in beiden Stäben gleich groß sind, und somit beide Bauteile die gleiche Dimensionierung haben können. Diese Aussage erfährt in Kapitel 8 (8.4) noch Einschränkungen.

Weiters sollte hier der Tatsache besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden, dass die vertikalen Auflagerkräfte in jedem Fall gleich groß sind. Dies ist ein zentraler Punkt bei der Vorspannung gespreizter Speichen. Auf der gespreizten Seite entstehen immer Druckkräfte mit der Richtung normal auf die Speichenachse. Diese beiden Kräfte stehen immer im Gleichgewicht zueinander. Es kommt also zu keiner zusätzlichen Lastabgabe aus dem System heraus. Das zwischen den gespreizten Punkten gelegene Element muss aber auf diese zusätzliche Kraft ausgelegt werden. In derselben Form gibt es am anderen Ende des Systems Zugkräfte, die hier aber nicht auffallen, da sie im selben Punkt am Innring angreifen.

Diese Tatsachen werden im Laufe des Kapitels 6 nochmals genauer betrachtet.

#### **5.4) Seile als Speichenelement**

Alle bisher gemachten Aussagen gelten prinzipiell auch für Seile. Allerdings müssen hierbei noch weitere Überlegungen angestellt werden.

Die allgemein bekannten Eigenschaften von Seilen sind ihre hohe Zugfestigkeit, und die Tatsache, dass sie keine, praktisch nutzbare, Biegesteifigkeit besitzen. Damit verbunden ist auch, dass immer nur Zugkräfte im Seil auftreten können, und sich somit immer eine Form einstellt, bei der dies gewährleistet ist.

Die Vorteile der Seile, und damit der Grund ihrer häufigen Anwendung, sind ihr hohe Zugfestigkeit, und die damit zusammenhängende Möglichkeit des Einsatzes von schlanken Elementen. Als Nachteil (im Vergleich zu anderen Stahlelementen) sind die verhältnismäßig großen Dehnungen zu nennen, welche sich aus dem geringen Querschnitt verbunden mit einem geringeren E-Modul und der hohen Last ergeben.

	E-Modul [kN/cm <sup>2</sup> ]	f <sub>u,k</sub> [kN/cm <sup>2</sup> ]
Stahl S355	21.000	51
Seile	14.000-17.000	145-177

Abb.5.12: E-Modul und Zugfestigkeit von Baustahl und üblicher Bereich dieser Werte von Seilen (Werte der Seile aus /10/)

Aus der Literatur, z.B.: aus [12], ist die Seilgleichung bekannt. Ohne auf sie genauer eingehen zu wollen lässt sich über Seil folgendes festhalten:

- Der Zustand des Seiles ist, neben den systemkonstanten Werten  $E, A$  und  $l$ , des Weiteren von 3 Komponenten abhängig, nämlich Horizontalkraft ( $H$ ), der äußeren Last bzw. allgemeiner der sich aus der Last ergebenden Querkraft ( $g$  bzw.  $Q$ ), und der Ausgangsseillänge ( $s_o$ ).
- Der Zusammenhang zwischen diesen Komponenten ist nicht linear.
- Dies gilt auch für die im Bauwesen meist mögliche Vereinfachung durch die Annahme eines Durchhangs in Form einer Parabel (was bis zu einem Verhältnis des Durchhangs  $f$  gleich einem Zehntel der Spannweite  $\left(\frac{f}{l} < \frac{1}{10}\right)$  Ergebnisse mit ausreichender Genauigkeit liefert).

Diese Umstände machen eine Berechnung von Seilen natürlich schwierig. Für einen einfacheren Umgang wurde von ERNST ein Modell entwickelt, um ein Seil wie einen Stab zu behandeln. Das Ergebnis ist die Einführung eines ideellen E-Moduls. Dieser E-Modul nach ERNST kann wie folgt angegeben werden:

$$E_i = \frac{E_p}{1 + \frac{(\gamma * l)^2}{12 * \sigma^3} * E_p} \quad \gamma = \frac{g}{A} \quad (26)$$

- mit:
- $E_p$  ... Verkehrsmodul; E-Modul, der sich während des Reckens bei den mehrmaligen Laststufenwechseln zwischen Spannung unter Maximallast und Spannung unter ständiger Last einstellt
  - $g$  ... Metergewicht des Seils
  - $A$  ... Metallischer Querschnitt des Seils
  - $\sigma$  ... Spannung im Seil im Lastfall Eigengewicht + Vorspannung

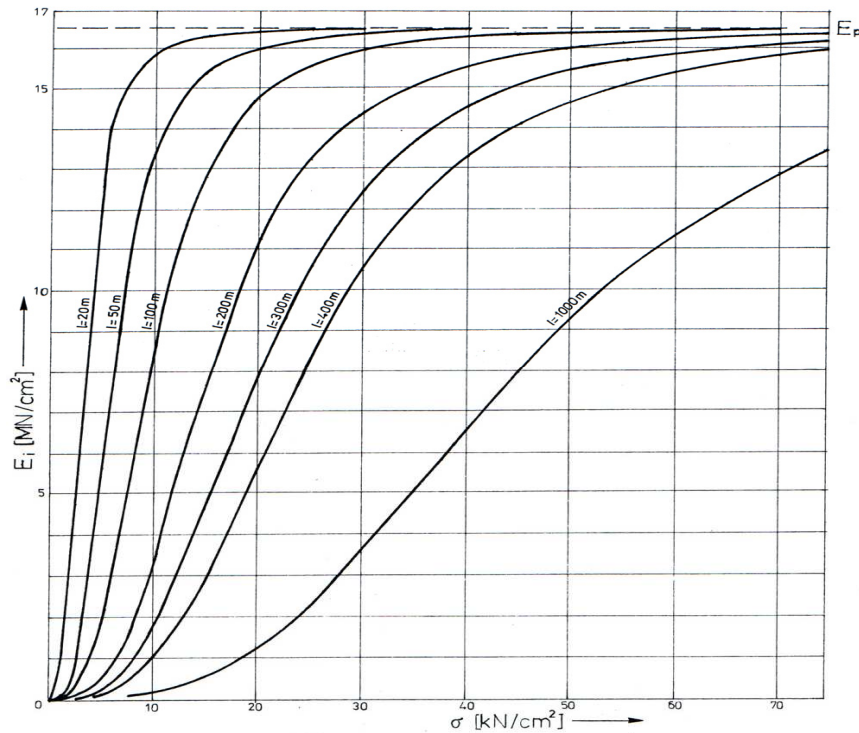


Abb.5.13: Grafische Darstellung des ideellen E-Moduls in Abhängigkeit von der Spannung, ausgewertet für verschiedene Seillängen; aus /10/

Die Formel bzw. Grafik zeigt die prinzipielle Problematik bei der Nutzung von Seilen, nämlich die starke Abhängigkeit der Steifigkeit vom Spannungszustand. Dieser ideale E-Modul macht es möglich mit einem konstanten Wert arbeiten zu können, basierend auf der Annahme das die Lastfallkombination „*Eigengewicht + Vorspannung*“ den dominanten Lastanteil stellt, und die Abweichung der resultierenden Schnittgröße somit eine geringe Änderung des ideellen E-Moduls bewirkt. Die Grafik zeigt auch, dass bei entsprechend kurzen Seilen, der Einfluss des so genannten geometrischen, weil von der Länge, usw. abhängigen, Anteils auch rasch schwindet.

Für die Speichenradkonstruktionen kann als Schlussfolgerung festgehalten werden, dass Seile vorgespannt werden müssen, dann aber aufgrund ihrer geringen Länge schnell einen, für das System vernünftig nutzbaren, E-Modul aufweisen. Dies ist daher so wichtig da es einerseits bei zu weichen Elementen zu unzulässig großen Verformungen kommen würde, andererseits für eine Aktivierung von Seilelementen, die nicht bereits eine entsprechende Spannung und somit „Steifigkeit“ besitzen, eine, für andere Bauteile nicht mögliche, große Verschiebung notwendig wäre.

Dies ist der Grund, warum bei Speichenradkonstruktionen mit Seilen die Vorspannung eine besonders zentrale Stellung einnimmt. Sie bringt die notwendige Grundsteifigkeit für die Seilelemente.

## Kapitel 6: Die Elemente der Speichenradkonstruktionen

Folgend sollen die möglichen Ausformungen der drei grundlegenden Bestandteile genauer betrachtet werden.

Für alle Elemente ist der geometrische Aufbau der Gesamtkonstruktion von Bedeutung. Die Möglichkeiten der Spreizung (nach innen, nach außen, oder ohne) wurden bereits in Kapitel 5 erläutert. Hier werden nur die Ausformungen betrachtet.

Allen Überlegungen ist das am Außenring gelagerte Dach zugrunde gelegt.

### 6.1) Das innere Element

Die Variationsmöglichkeiten des inneren Elements sind eher gering. Wie bereits in Kapitel 3 beschrieben, besteht prinzipiell die Möglichkeit im Zentrum der Konstruktion einen Knotenpunkt anzuordnen, wie auch diesen Punkt zu einem Ring aufzulösen. Die Unterscheidung, ob die Konstruktion nach innen gespreizt ist oder nicht, schlägt sich insofern nieder, als sich im ersten Fall das innere Element in zwei übereinanderliegende Elemente auflöst, welche durch einen Druckstab auseinandergehalten werden. Der umgekehrte Fall einer Spreizung nach außen und eines Zugstabs ist zwar denkbar und möglich, wird aber normalerweise nie ausgeführt, da daraus eine unnötige Vergrößerung der Bauhöhe resultiert.

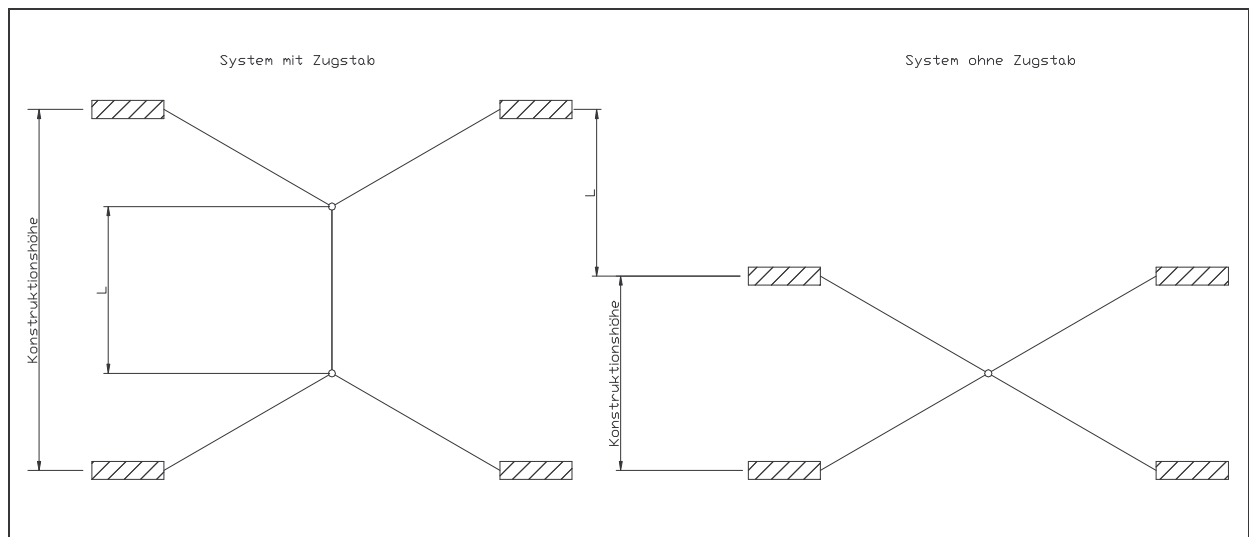


Abb.6.1: Vergleich eines nach außen gespreizten Systems mit Zügelement mit einem System ohne Zügelement

Alleinig ein, für eine einfachere Montage notwendiger, Abstand innerhalb des inneren Elements ist üblich.



### 6.1.1) Das innere Element als Knotenpunkt.

Die konstruktive Ausführung des im Modell einfach als ein Punkt dargestellten Knotens bringt in der Realität oft Probleme mit sich. Neben der Frage der prinzipiellen Anordnung der Anschlüsse, ist sowohl die Fertigung oft schwierig, als auch der begrenzte Platz bei der Montage oft ein Problem darstellt. Eine gute Vorstellung davon kann man aus den folgenden Bildern erlangen.

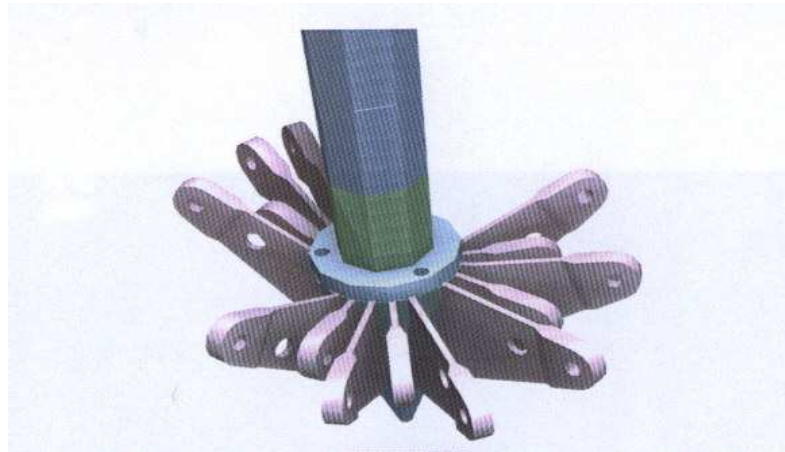


Abb.6.2: Rendering und Werkstück des Knotens vom Forumdach des Sony Centers; aus /13/

Trotz dieser Probleme wird auch diese Form des inneren Elements oft gewählt. Der wohl wesentlichste Vorteil liegt in den Möglichkeiten während der Montage. So kann bei gespreizten Konstruktionen die Vorspannung sämtlicher Speichen in einem Arbeitsschritt erfolgen, indem man im komplett zusammengebauten System eine entsprechende Relativverschiebung zwischen den Verankerungsebenen erzeugt. Eine genauere Erklärung erfolgt bei den Beispielen

SONY-Center und Arena Zaragoza. Daneben können auch gestalterische Gründe sowie die Tatsache, dass kein sonst auftretender Innenraum überdacht werden muss, in die Entscheidungsfindung eingehen. Den beiden letzten Punkten kommt aber eine ungleich geringere Bedeutung zu.

Eine Möglichkeit die Platzprobleme etwas zu entschärfen besteht darin, das Anchlusselement etwas zu vergrößern und es als Platte auszuführen, wie im nächsten Bild gezeigt. Dies ist auch schon der Übergang zu der Ausbildung des inneren Elements als Ring.



Abb.6.3: Innerer Knotenpunkt der Überdachung der Arena von Zaragoza aus /7/

### 6.1.2) Das innere Element als Ring

Wie auch schon in Kapitel 3 angesprochen, gibt es zwei Ursachen, das innere Element als Ring auszuführen. Die erste ist, Probleme in der Ausführung und Montage des Elements zu umgehen, die zweite, bewusst einen Freiraum in der Mitte der Speichenradkonstruktion zu schaffen.

Die wesentlichen variablen Eigenschaften, und somit die Grundlage der Entscheidung welche Variante im einzelnen Fall zur Ausführung kommt, sind das Gewicht, die Steifigkeit, sowie die notwendigen Abmessungen des Elements.

Bei kleinen Ringdurchmessern und einem hohen benötigten Eigengewicht, kann sogar eine Ausführung als massiver Stahlbetonring in Betracht gezogen werden. Normalerweise wird aber die Erhöhung des Gewichts durch eine Ausbaulast bevorzugt. Bei einem nicht so hohen benötigten Eigengewicht kann ein Stahlquerschnitt gewählt werden. Auch eine Ausbildung als Fachwerk ist möglich. Im Falle einer Spreizung wird dieses zu einem räumlichen Fachwerk erweitert, wobei die Stäbe zwischen den Ebenen die Druckkräfte übertragen müssen.

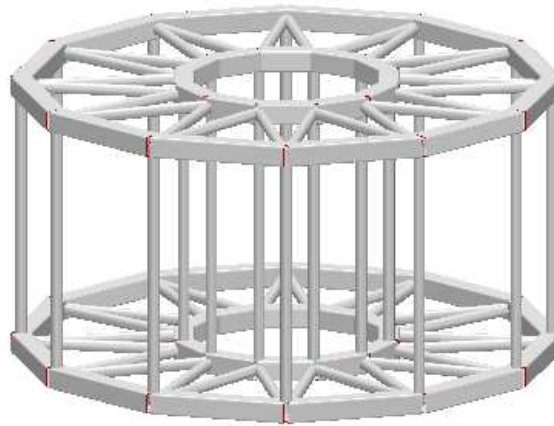


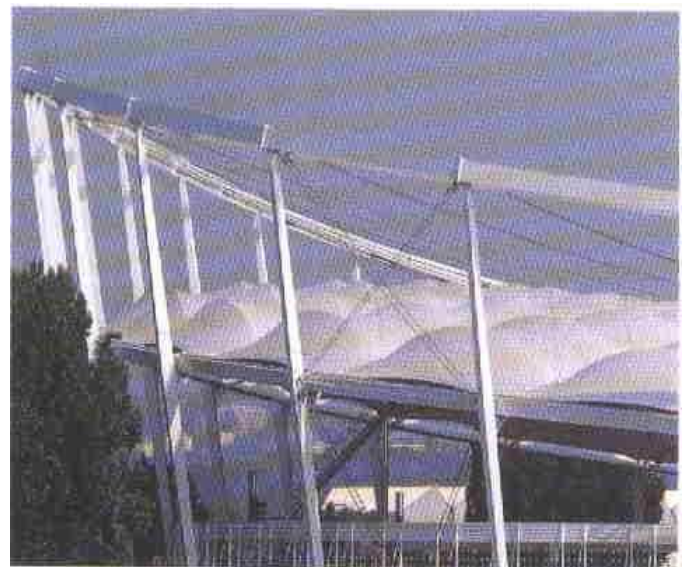
Abb.6.4: Mögliches Beispiel eines Innenrings als räumliches Fachwerk/Rahmenwerk

Wiederum der Idee einer möglichst leichten Konstruktion folgend, ist man oft bestrebt den Innenring immer leichter auszuführen. Dies führt in letzter Konsequenz zu einem rein auf Zug beanspruchten Ring aus Seilen. Bei diesen ist zu beachten, dass, a priori, keine Formstabilität existiert. Jede Änderung der Last hat zwingend eine Verformung zur Folge. Es ist offensichtlich, dass dieses System nur funktionieren kann, wenn es ständig unter Zug gehalten wird. Auch wird eine gewisse Formstabilität zumeist nur dadurch erreicht, dass die, durch die ausgeführte Geometrie und die eingebrachten Vorspannkraften, gewählte „Grundform“ durch sämtliche andere Lasten nur gering beeinflusst wird, die Vorspannkraften also sämtliche sich einstellen könnenden Kraftverhältnisse dominiert.

Ein Beispiel für so eine Art der Konstruktion ist das, schon mehrmals erwähnte, Gottlieb-Daimler-Stadion (da sind die Kraftverhältnisse aber komplizierter, siehe Kapitel 13 und 15)



Innenring und Obergurt des Außenrings



Außenring der Schmalseite des Stadions

Abb.6.5: Ansichten des Stadionsdaches des Gottfried-Daimler-Stadions in Stuttgart; aus /7/

## **6.2) Das äußere Element**

Das äußere Element ist faktisch immer ein geschlossener Ring, wenn auch nicht immer ein Kreisring. Der Außenring ist in der Mehrzahl aller Fälle permanent unter Druckbeanspruchung. Der Fall eines zugbeanspruchten Außenrings wurde bereits unter 3.2 behandelt. Für die konstruktive Ausbildung gilt Ähnliches wie für die Innenringe.

Wie schon in 3.1.4 angesprochen, ist eine Ausbildung in Stahlbeton oft vorteilhaft. Die Grenzen einer sinnvollen Ausführung in Stahlbeton sind:

- Wenn das Eigengewicht des Ringes zu groß wird.  $\Leftrightarrow$  Wenn die äußere Last zu groß wird.
- Wenn Druck nicht mehr die (alleinig) maßgebende Belastung ist, sondern auch Biegemomente bewältigt werden müssen.

Ersteres ist vor allem von der Größe der Konstruktion abhängig, zweiteres beim Abweichen von der kreisrunden Form, oder bei stark asymmetrischen Lasten.

Es ist sowohl ein Einzelquerschnitt, als auch eine fachwerkartige Realisierung möglich. Abhängig von der Gesamtkonstruktion kann die Spreizung auch beim Außenring auftreten. Dieser muss dann auch entsprechend räumlich ausgebildet werden, also durch ein räumliches Fachwerk, oder durch eine Trennung der beiden Ringe mittels Druckelementen. Eine bereits angesprochene Variante ist, den Außenring in die Unterkonstruktion zu integrieren, den Ring also nicht auf die darunter liegenden Wände oder Stützen aufzusetzen, sondern in einem Stück auszuführen. Bei einer gespreizten Ausführung wäre dies durch eine entsprechende Verstärkung der Wände in den Bereichen der Ringe realisierbar. Die dazwischen liegenden Elemente müssen dann aber auch auf die zusätzliche Druckkraft ausgelegt werden.

Im der Abb.6.5 kann man auch den Außenring des Gottfried-Daimler-Stadions sehen (bzw. links den zweiteiligen oberen Ring der Stadionbreitseite). Die Teilung dieses Ringes hat andere Gründe und wird in der Besprechung dieses Bauwerks (Kapitel 15) genauer erläutert.

### 6.3) Die Speichenelemente

Bei diesen Elementen gibt es eine Fülle von Möglichkeiten. Es sind fast alle erdenklichen Formen und Varianten realisierbar. Es wird deshalb in diesem Abschnitt nur eine grobe Unterteilung vorgenommen. Angeführt werden die prinzipiellen Möglichkeiten, wobei im Speziellen auf übliche Ausformungen eingegangen wird, und bei unüblichen Formen, ihre seltene Verwendung zu begründen versucht wird. Genauere Aussagen bzw. eine Bewertung werden anhand einer ausgesuchten Konstruktionsweise später gemacht. Hier sei in diesem Zusammenhang nur auf die entsprechenden Passagen in Kapitel 7 und 8 verwiesen. Mit Ausnahme der Fachwerke wird immer eine gelenkige Anbindung der Speichen an das äußere und innere Element vorausgesetzt.

Hier muss auch das Problem der Ausbildung einer Gelenkskette angesprochen werden, welches sich quer durch die verschiedenen Ausbildungsformen der Speichen zieht. Bei vielen der folgenden Varianten zeigt sich das statische Modell des Gesamtsystems im Schnitt, wie folgt: (Es wurde, als Beispiel, die Speichenform des Einzelträgers, siehe 6.3.1.1, gewählt).

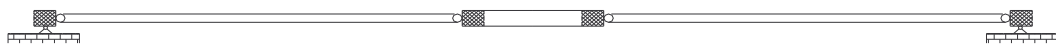


Abb.6.6 :Systemschnitt durch ein Speichenrad

Vom gelagerten Außenring gehen gelenkig angehängte Speichen zum Innenring, an dem sie wiederum gelenkig angeschlossen sind. Wie in Kapitel 5 behandelt ist so eine komplett ebene Konstruktion nicht möglich. Betrachtet man nun das System mit geneigten Speichen so wird es offensichtlich, dass das System eine Gelenkskette ist.

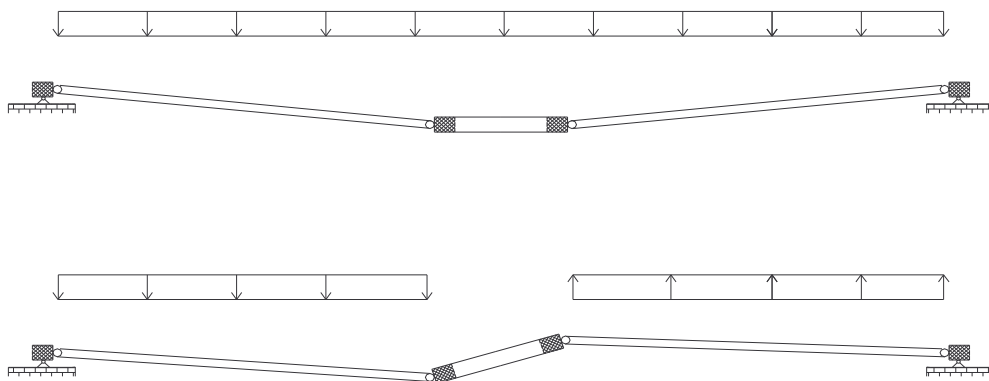


Abb.6.7 :Systemskizze der Verschiebungen bei unterschiedlicher Last

Es muss hierzu angemerkt werden, dass die Größe der Verschiebungen zufolge der Kinematik vom einzelnen System abhängen, und dass natürlich auch eine Vorspannung, welche bei der Mehrzahl von weichen, also sehr verformungsfähigen, Konstruktionen gegeben ist, wieder zu einer Stabilisierung führt. Prinzipiell ist dieser kinematischen Freiheitsgrad bei solchen Anordnungen aber zu berücksichtigen bzw. sind entsprechende Vorkehrungen zu dessen Vermeidung zu treffen.

### 6.3.1) Einfache Querschnitte

#### 6.3.1.1 ) *Der Einzelquerschnitt*

Der Träger als Speiche hat kaum eine praktische Bedeutung. Als Zugelement ist er unnötig schwer, weshalb bei solchen Elementen nur Seile oder Zugstangen verwendet werden. Als Last aufnehmender Biegeträger weist er, für die im Speichenradbau üblichen Spannweiten, nicht die notwendige Biegesteifigkeit und Festigkeit auf bzw. ist er nur für entsprechend kleine Objekte verwendbar. Für große Spannweiten wird der Querschnitt zu schwer und unwirtschaftlich. Wie im vorherigen Absatz angesprochen, ist hier das Problem der sich bildenden Gelenkkette zu berücksichtigen

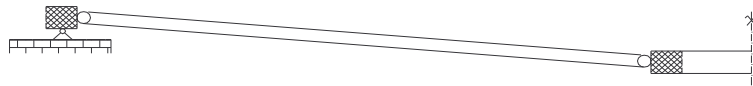


Abb.6.6: Speiche als Einzelquerschnitt

#### 6.3.1.2) *Der unterspannte Einzelquerschnitt*

Bei diesem Element sind schon größere Spannweiten möglich. Prinzipiell ist aber auch hier das Problem der notwendigen Biegesteifigkeit, hier zwischen den unterstützten Punkten, anzuführen. Bei großen Spannweiten benötigt die Unterspannung dann auch eine entsprechende Konstruktionshöhe. Zusätzlich ist die Vorspannung eine zusätzliche Last, die einen Teil der Querschnittskapazität benötigt. Dies kann zu einer entsprechenden Anfälligkeit bezüglich allfälliger Soglasten führen, oder aber eine erhöhte ständige Vertikallast benötigen, die bei weit gespannten Konstruktionen ja unerwünscht ist und die maximale Drucklast (für deren Abtrag die Unterspannung benötigt wird) vergrößert. Somit hat auch dieses System Grenzen

die unter denen des üblichen Anwendungsgebiets von Speichenradkonstruktionen liegen. Auch hier stellt sich die Problematik der Ausbildung einer Gelenkkette.

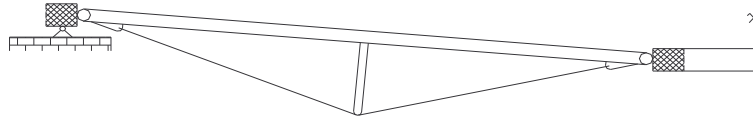


Abb.6.7: Speiche als unterspannter Einzelquerschnitt

## 6.3.2) Fachwerke

### 6.3.2.1) Fachwerke mit konstanter Bauhöhe

Dies ist eine nutzbare Ausführung der Speichen. Es soll hier nicht weiter auf das Tragverhalten von Fachwerken eingegangen werden. So kann ganz allgemein festgehalten werden, dass die Fachwerke aufgrund ihrer Steifigkeit sämtliche Lasten mit geringen Verformungen aufnehmen können. Dies gilt vor allem für die lokale Tragfunktion als lastabtragendes Bauteil des Dachaufbaues. (Im globalen System dient die Speiche nur ja als Zuelement.) Das Problem bei der Verwendung liegt bei der Anbindung an die anderen Elemente. Konkret stellt sich die Frage, wie die Lagerung aussehen kann, und wie sich das auf das Tragverhalten der Speichenradkonstruktion auswirkt.

a) Fachwerk beidseitig biegesteif gelagert:

Sowohl das innere Element als auch der Außenring müssen entsprechend biegesteif ausgeführt werden.

Hierbei handelt es sich aber um keine Speichenradkonstruktion mehr. Bei einem noch zusätzlich biegesteifen Anschluss an die Unterkonstruktion funktioniert das System wie eine rundum eingespannte Platte. Am besten kann man sich das Tragverhalten so vorstellen, wie bei einer auf radial angeordneten Unterzügen angebrachten Ebene, wobei die Unterzüge in den Wänden eingebunden sind. Die angreifenden Kräfte werden in den Fachwerken gebündelt und über Biegung nach außen abgetragen. Eine besondere Bedeutung kommt dem Anschluss an die Unterkonstruktion zu, der auch auf das große Moment ausgelegt werden muss. Bei einem gelenkigen Anschluss verhält sich das System wie ein auf die Unterkonstruktion geleg-

ter Deckel. In beiden Fällen geht das Tragverhalten als Speichenradkonstruktion komplett verloren.

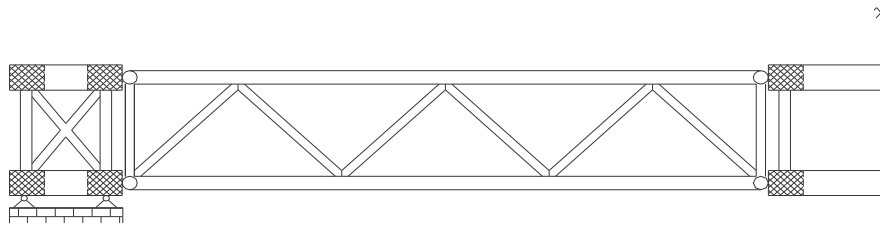


Abb.6.8: Speiche als Fachwerkträger mit konstanter Höhe; mit biegesteifem Anschluss zur Unterkonstruktion

b) Fachwerk außen biegesteif und innen gelenkig gelagert

Die Realisierung ist in dieser Form aufgrund der geometrischen Gegebenheiten nur schwer vorstellbar und auch nicht sinnvoll. Das Tragverhalten würde sich wie jenes darstellen, welches in 6.3.2.2a besprochen wird.

c) Fachwerk außen gelenkig und innen biegesteif gelagert

Auch hier erscheint eine solche Ausführung, die gelenkige Anbindung des Fachwerks mit seiner Konstruktionshöhe an das angrenzende Element, als nicht sinnvoll. Das Tragverhalten würde sich wie jenes darstellen, welches in 6.3.2.2b besprochen wird.

d) Außen und innen gelenkig gelagert

Selbiges gilt aus dem zuvor genannten Grund auch für diesen Fall. Das Tragverhalten würde sich wie jenes darstellen, welches in 6.3.2.3 besprochen wird.

### 6.3.2.2) Fachwerke mit linear veränderlicher Bauhöhe

Jede der beiden nachfolgenden Varianten hat seine Berechtigung. Es stellt sich aber wiederum die Frage inwieweit es sich dann noch um eine Speichenradkonstruktion handelt.

Eine Einspannung an den Seiten mit der geringeren Querschnittshöhe ist nicht sinnvoll, bzw. auch schwer umsetzbar, und wird deshalb nicht behandelt. Für eine, ebenfalls nicht sinnvolle, beidseitig gelenkige Lagerung, sei auf 6.3.2.3 verwiesen.



### 6.3.2.2.a) Nach außen abnehmender Querschnitt

Ähnlich wie in 6.3.2.1 muss auch hier gesagt werden, dass es sich bei dieser Konstruktion nicht mehr um eine Speichenradkonstruktion im eigentlichen Sinne handelt. Der primäre Lastabtrag erfolgt auch hier über Biegung, ähnlich einer umfangsgelagerten Platte. Als Unterschied ist zu erkennen, dass keine Momente in den Außenring eingeleitet werden, was vorteilhaft ist. Außerdem vergrößert die nach außen geringer werdende Konstruktionshöhe das nutzbare Raumvolumen am Rand bzw. verringert die Gesamthöhe des Bauwerks. Dafür sind größere Verformungen zu erwarten.

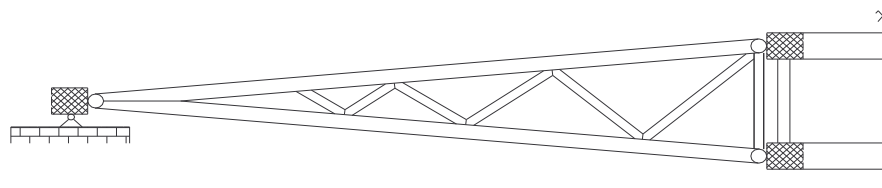


Abb.6.9: Speiche als Fachwerk mit nach außen abnehmender Querschnittshöhe

### 6.3.2.2.b) Nach außen zunehmender Querschnitt

Auch hier kann man, abgesehen von der unter 6.3.2.2.c angeführten Variante, nicht von einer Speichenradkonstruktion sprechen. So ist der primäre Lastabtrag der einzelnen Speichen der eines Kragträgers. Je nach der Ausbildung des Anschlusses des Außenrings an die Unterkonstruktion gehen die Einspannmomente entweder in die Unterkonstruktion, oder der Außenring wird auf Biegung und Torsion beansprucht. Der Innenring ist primär funktionslos, und wird nur sekundär durch die Verschiebungen der inneren Enden der Speichen aktiviert.

Im Falle eines sehr steifen Innenrings kann dieser soweit Kräfte an sich ziehen, dass man dann doch von einer Speichenradkonstruktion sprechen könnte, mit einem auf Zug belasteten Innenring, einem Außenring unter Druck, und Speichen welche als Zuelemente dienen.

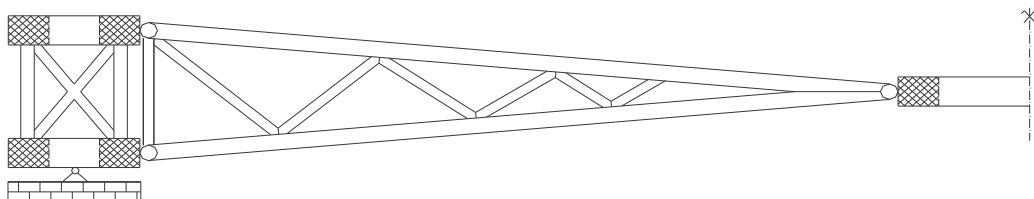


Abb.6.10: Speiche als Fachwerk mit nach außen zunehmender Querschnittshöhe

### 6.3.2.2.c) Nach außen zunehmender Querschnitt bei vorgespanntem Innenring

Im vorhergehenden Absatz wurde beschrieben, wie durch Aktivierung des Innenrings ein Tragverhalten als Speichenradkonstruktion eintritt. Dieser Effekt kann durch das Einbringen einer Vorspannung in den Innenring verstärkt werden. Dies bringt einen Zug in die Gurte des Fachwerkes. Damit wird der Druck in einem Gurt reduziert, der bei einem Lastabtrag über Biegung, im bisherigen System als Kragträger, aufgetreten ist. Dies erlaubt dann eine entsprechend schlankere Dimensionierung des Bauteils. Führt man diese Überlegung konsequent weiter, so kann man soweit vorspannen, dass kein Druck mehr in den Gurten auftreten kann. Dann benötigt man die Gurte bzw. das Fachwerk nur mehr als Zuelemente, und die Ausbildung als Fachwerk verliert ihre Bedeutung.

### 6.3.2.3) Fachwerke mit nichtlinearer Bauhöhe

Unter diesen Punkt fallen alle nur erdenklichen Formen. Die praktische Anwendung liegt vor allem darin, sich an jedwede systemspezifische Sonderbelastung anzupassen.

Hier soll nur ein mögliches Beispiel für den Fall der Anpassung an die Dachlast besprochen werden.

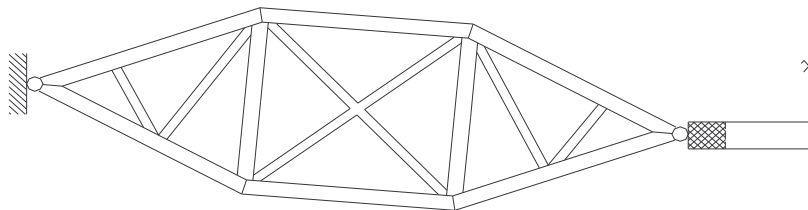


Abb.6.11: Beispiel für ein Fachwerk mit nichtlinearer Bauhöhe

Dieses System vereint einige Vorteile in sich. Die Bauhöhe ist an den lokalen Lastabtrag als Einfeldträger angepasst, somit ist es ein relativ effizientes Element, gleichzeitig ist die Bauhöhe gering gehalten (im Vergleich zu einer Spreizung zu der einen oder anderen Seite). Aufgrund der beidseitig gelenkigen ist die globale Funktion als Speiche auch gesichert.

Durch die beidseitige Lagerung mit einem Gelenk kann auch hier die weiter oben unter dem Schlagwort „Gelenkskette“ diskutierte Problematik auftreten. Bei entsprechend steifer Ausführung aller Elemente ist dies aber kein Problem, da die räumliche Anordnung der Elemente den Übergang in diese zweite Lage verhindert.

### 6.3.3) Seile

#### 6.3.3.1 )Die Speiche aus einem Einzelseil

Dies wäre die einfachste Möglichkeit eine Speiche auszubilden; als ein einziges Zuelement.

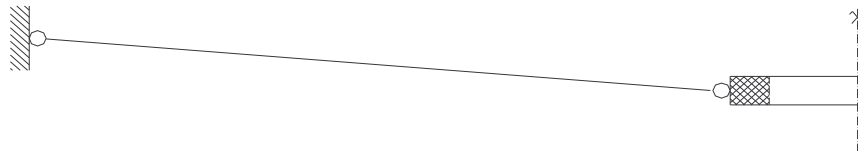


Abb.6.12: System mit einem Einzelseil als Speiche

Das System mit einem Einzelseil prinzipiell tragfähig. Allerdings werden Seile normalerweise in leichten Konstruktionen verwendet. Das bedeutet, dass faktisch immer das Problem der Lastumkehr auftritt, es also zu resultierenden abhebenden Kräften aufgrund des Lastfalls Windsog kommt. Damit kommt es in diesem Fall zu einem Durchgang durch die horizontale Lage. Hierzu kommt noch, dass Seile zumeist bei großen Spannweiten verwendet werden, und somit die notwendige Verschiebung, bis zu dem für den Kraftabtrag notwendigen Winkel, eine große wäre. Bei den bei Windlast dynamischen Lasten hätte das zwangsläufig beträchtliche Schwingungserscheinungen zur Folge. Aufgrund der in Kapitel 5.4 erläuterten Zusammenhänge kommt es, bei der Verkürzung der Länge bei dem Durchgang durch den horizontal ebenen Zustand, zu einer Entlastung, welche das Element weicher werden lässt (bis hin zu einem kompletten Form- und Stabilitätsverlust bei einem totalen Abbau der Zugspannung). Hinzu kommt, dass auch hier, analog zum System des Einzelträgers, das Gesamtsystem wieder eine Gelenkskette ausbildet, eine Tatsache die wegen der Seileigenschaften umso unangenehmer ist.

Diese Erscheinungen dürfen in einem Tragwerk natürlich auf keinen Fall auftreten, und so ist es bei den Seilelementen umso wichtiger, die Formstabilität zu gewährleisten. Wie ebenfalls in Kapitel 5 dargestellt kann, kann dies einerseits dadurch erreicht werden, dass es durch entsprechende ständige Lasten in keiner Lastfallkombination zu einem Durchschlagen kommen kann, oder andererseits dadurch, dass es durch den Systemaufbau nicht dazu kommt.

Diese Möglichkeit ist der Grundgedanke, der den weiteren Seilvarianten der Speichenausbildung zugrunde liegt.

### 6.3.3.2) Die Speiche aus zwei Einzelseilen

Diese Lösung ist eine sehr praktikable, und deshalb auch weit verbreitet. Es kann, analog zu den bisherigen Betrachtungen, zwischen nach außen und nach innen gespreizter Bauweise unterscheiden werden. Zusätzlich sind auch sämtliche Zwischenformen möglich. Sie haben den Vorteil einer geringeren maximalen Konstruktionshöhe.

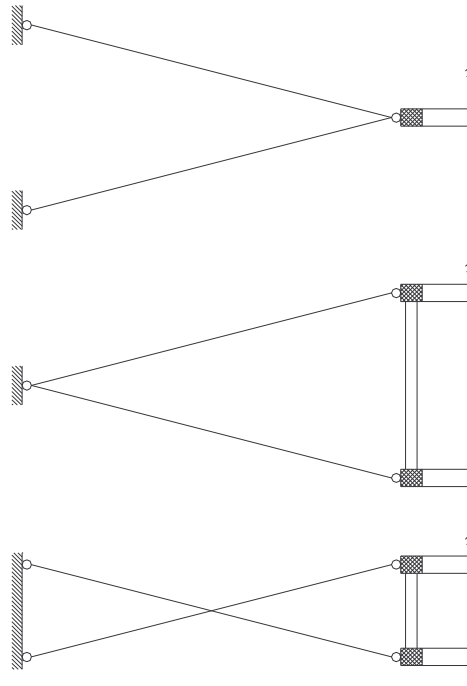


Abb.6.13: Anordnungen der Einzelseile

Bei diesen Systemen sind prinzipiell beide Krafrichtungen gleichberechtigt. Ohne Vorspannung würde immer ein Seil ausfallen, während das andere auf Zug den Innenring hält. In der praktischen Ausführung werden die Seile aber vorgespannt, sodass im Normalfall beide Seile „tragen“. Dies erhöht die Formstabilität, und verhindert unangenehme Zwischenzustände bei der Lastumkehr. Ein Beispiel ist die Arena in Zaragoza (siehe Kapitel 13).

Dies System ist dann optimal, wenn die Seile (im Wesentlichen) nur durch die Vorspannung und andere Kräfte, die von den Ringen in die Speichen eingeleitet werden, belastet sind, aber nicht selbst eine verteilte äußere Last aufnehmen müssen. Je mehr dies der Fall wird, desto vorteilhafter ist der folgend behandelte Seilbinder.

### 6.3.3.3) Die Speiche als Seilbinder

Dies ist wohl die am weitesten verbreitete Form der Speiche, zumindest bei den Dachkonstruktionen neueren Datums. Ihr zusätzlicher Vorteil liegt darin, dass die Dachhaut durch die Elemente zwischen Spann- und Tragseil gut in die Tragkonstruktion integriert werden kann. Auch hier ist eine Vielzahl an Formen denkbar. Es werden folgend wiederum nur die prinzipiellen Möglichkeiten dargestellt.

#### 6.3.3.3.a) Seilbinder mit Druckelementen

Hierbei ist das Tragseil unter dem Spannseil. Ähnlich den Fachwerken sind auch hier eine Spreizung nach außen oder nach innen möglich, sowie eine bauchige Ausführung. Sie alle haben gemeinsam, dass die Spreizung durch, zwischen das Trag- und das Spannseil einbrachte Druckelemente, produziert und aufrechterhalten wird.

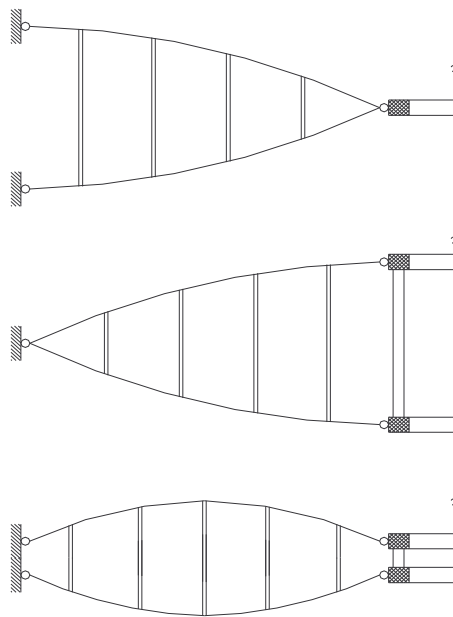


Abb.6.14 Ausführungsmöglichkeiten von Seilbindern mit Druckelementen

Bei der dritten Variante ist zu beachten, dass die in Abb. 6.15 dargestellte Sonderform, wieder das unter 6.3 angesprochene Problem der Anfälligkeit bezüglich einer Lastumkehr hat (Schlagwort „Gelenkskette“).

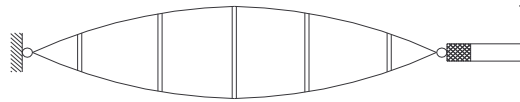


Abb.6.15: Sonderform der bauchigen Ausführung

#### 6.3.3.3.b) Seilbinder mit Druck- und Zugelementen

Hierbei überschneiden sich Trag- und Spannseil. Das hat zur Folge, dass in dem Bereich, in dem das Tragseil unter dem Spannseil ist, Druckelemente benötigt werden, und in den anderen Bereichen Zugelemente.

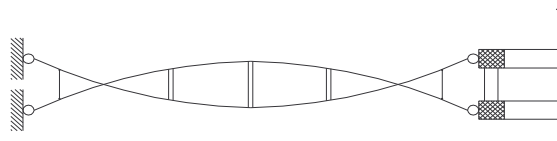


Abb.6.16: Ausführungsmöglichkeit von einem Seilbinder mit Druck- und Zugelementen

#### 6.3.3.3.c) Seilbinder mit Zugelementen – reine Seilbinder

Hierbei liegt das Tragseil über dem Spannseil. Sämtliche dazwischen liegende Elemente werden auf Zug beansprucht. Dies ermöglicht den Einsatz von Seilen auch für diese Bauteile. Im Falle dieser Ausführung spricht man von reinen Seilbindern.

Die Ausführungsmöglichkeiten sind von der Form ähnlich jenen der Seilbinder aus zwei Einzelseilen.

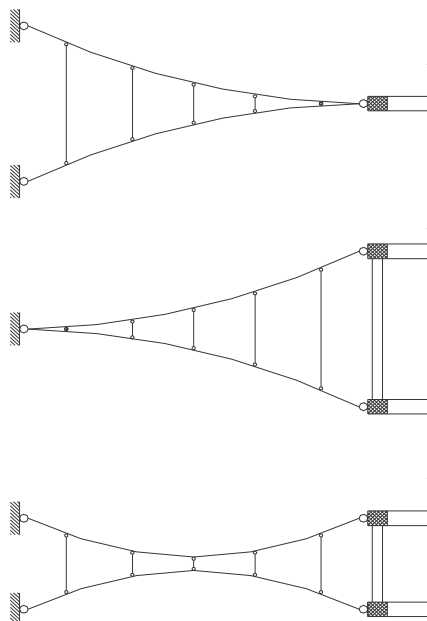


Abb.6.17: Ausführungsmöglichkeiten von Seilbindern mit Zugelementen

Bei stark optimierten Konstruktionen wird die Vorspannung so gewählt, dass bei einem gewählten Lastniveau (zumeist ständig Last plus hohem Anteil der veränderlichen Lasten) ein Seil ausfällt, und die Konstruktion ab dann nur von dem verbleibenden Seil getragen wird. Das bringt den Vorteil einer geringeren notwendigen Vorspannkraft mit sich, was in weiterer Folge eine kleinere Dimensionierung der Elemente erlaubt. Als Beispiel kann auch hier das Gottlieb-Daimler-Stadion in Stuttgart genannt werden, ein Erschlaffen des Tragseils zugelassen wird. (Die exakten Daten sind Kapitel 14.2 entnehmbar.)

Bei der Ausführung als reiner Seilbinder ist die Sonderform mit einem gemeinsamen Knotenpunkt von Trag- und Spannseil eine stabile Variante. Sie ist die bezüglich der Konstruktionshöhe optimierte Lösung.

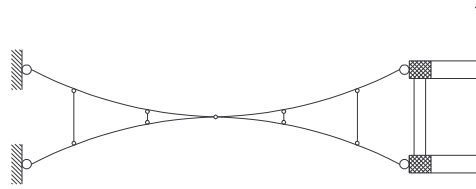


Abb.6.18: Sonderform des reinen Seilbinders mit mittigem Knotenpunkt

## Kapitel 7: Die sekundäre Tragstruktur

Wie aus Kapitel 9 klar ersichtlich ist, ist der maßgebende Faktor für das Gesamtgewicht die sekundäre Tragstruktur. Daher soll diese in diesem Kapitel noch genauer betrachtet werden.

### 7.1) Aufgabe der sekundären Tragstruktur

Die Aufgabe der sekundären Tragstruktur ist es, die Dachhaut zu tragen und die auf sie wirkenden Lasten aufzunehmen und zu den Speichen zu übertragen. Die Wahl eines entsprechenden Systems muss sich somit an den Anforderungen der Dachhaut orientieren, sowie an den zu bewältigenden Kräften.

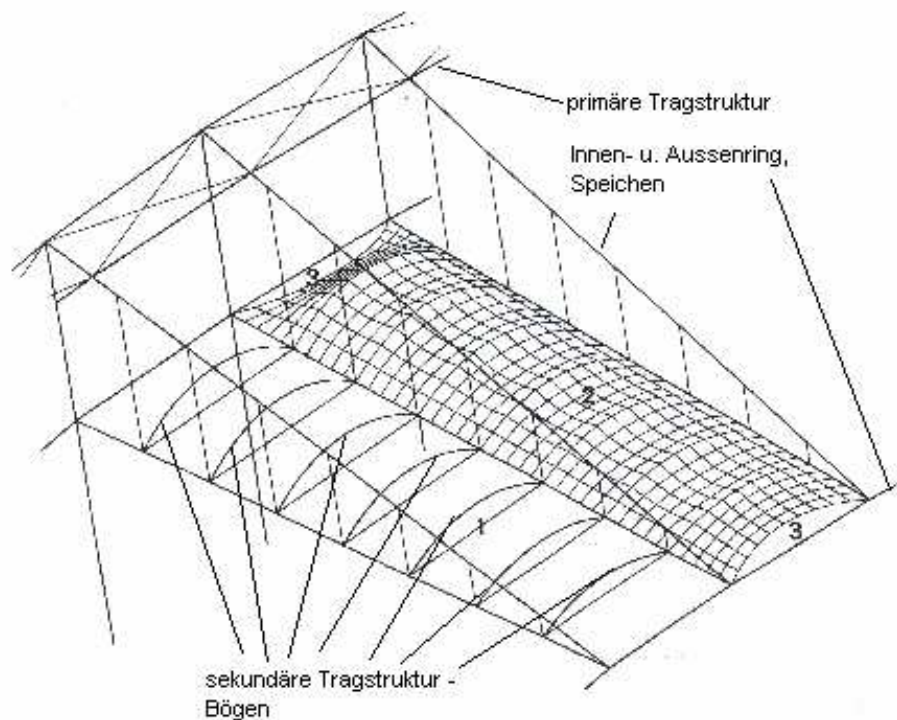


Abb.7.1 Definition des sekundären Tragwerks, am Beispiel des Gottlieb-Daimler-Stadions;  
aus /8/

Insbesondere sind hier die Anforderungen von Membranen anzuführen. Damit bei einer dynamischen Beanspruchung keine Erscheinungen wie Schlagen oder Flattern auftreten, müssen die Flächen eine negative Gauss'sche Krümmung aufweisen. Dies wird durch die entsprechende Form und Anordnung der sekundären Tragstruktur erreicht.



## **7.2) Ausführungsmöglichkeiten der sekundären Tragstruktur**

### **7.2.1) Sonderfall: Konstruktion ohne sekundäre Tragstruktur**

Dies wird möglich, wenn die Dachhaut tragfähig genug ist um alle Lasten selbst bis zu den Speichen zu tragen. Real geht dies nur bei kleinen Spannweiten bzw. sehr geringen Lasten. Als Beispiel kann hier die Überdachung der Arena von Zaragoza angeführt werden. Sie weist nur eine eben gespannte Membran zwischen den Speichen auf. Dies ist dadurch möglich, dass die Konstruktion für ihre Größe mit 2x16 Stück eine große Speichenanzahl aufweist. Überdies sind weder nennenswerte Schneelasten, noch, aufgrund der Tatsache, dass das Dach nicht unterströmt werden kann, starke Windsogkräfte zu erwarten.

Eine weitere Möglichkeit sind Luftkissenelemente. Sie sind in sich stabil und benötigen keinerlei Vorspannung. Als Nachteil ist hier aber anzuführen, dass für den Erhalt des Überdrucks im Kissen permanent eine Pumpe laufen muss.

### **7.2.2) Der ebene Einfeldträger**

Der Einfeldträger stellt eine taugliche, aber nicht sehr günstige Möglichkeit dar. Die maßgebliche Belastung ist das Biegemoment. Mit zunehmender Spannweite nimmt sein Gewicht somit schnell zu. Bei Membranüberdachungen hat er noch den zusätzlichen Nachteil, dass er die oben angesprochene Formgebung nicht automatisch ermöglicht. Bei der üblichen Anordnung der sekundären Tragstruktur normal zum Gefälle des Daches stellt bei einer ebenen Ausführung auch die Entwässerung ein Problem dar.

### **7.2.3) Der bogenförmige Einfeldträger**

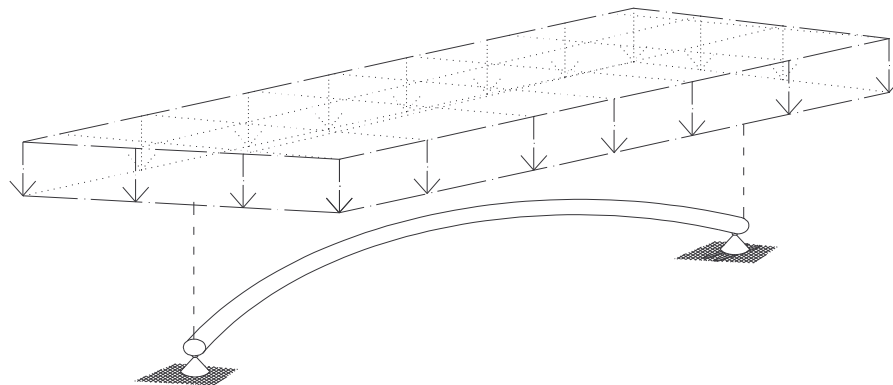


Abb.7.3: Statisches System und Last

Der Bogen ist, als reiner Einfeldträger, vom statischen System her identisch mit dem ebenen Einfeldträger. Der Vorteil liegt hier aber bereits in der möglichen Formgebung für die Dachmembran.

#### 7.2.4) Der unterspannte bogenförmige Einfeldträger

Dies ist eine häufig verwendete Variante. Die maßgebliche Beanspruchung ist hier Druckkraft im Bogen. Mittels der Unterspannung wird die aus dem Bogen kommende, horizontale Komponente der Druckkraft kurzgeschlossen. Prinzipiell stellt sich das Problem des Kippens aus der Bogenebene, es kann hier aber eine Halterung durch die Membran in Rechnung gestellt werden. Dies ist zum Beispiel beim Gottlieb-Daimler-Stadion angewendet worden, wodurch trotz einer Spannweite von bis zu 20 m sehr schlanke Querschnitte (219,1x4,5mm) ausgeführt werden konnten.

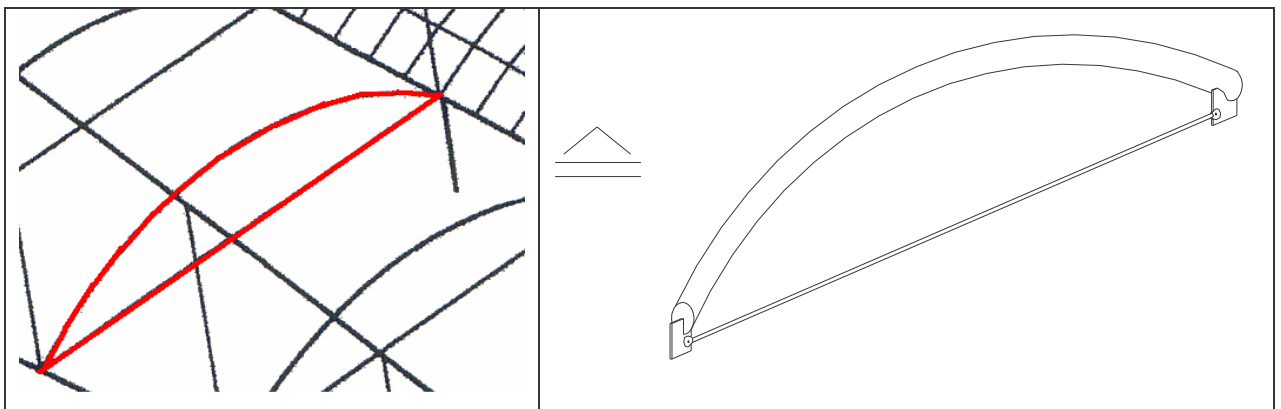


Abb.7.4: Unterspanntes Bogenelement; Beispiel aus Gottlieb-Daimler-Stadion; aus /8/

#### 7.2.5) Weitere Trägerformen

Des Weiteren ist noch eine Vielzahl verschiedener Unterkonstruktionsformen möglich. Ausgehend von der Idee der Unterspannung wäre über bauchige Elemente bis hin zu Seilbindern alles denkbar.

#### 7.2.6) Andere Formen der sekundären Tragstruktur

Vor allem bei den angesprochenen Membrandächern gibt es noch weitere Varianten. Es wird hierbei die einfache Möglichkeit genutzt, die bereits angesprochene Form so zu erzeugen, dass man einen Punkt aus der Ebene herauszieht, also einen Hochpunkt in der Fläche schafft. Dies kann durch Luftstützen unterhalb der Membran geschehen, oder aber auch durch das

Halten dieses Hochpunktes von oberhalb der Membran. Ein Beispiel hierfür ist das Dach des Rothenbaum-Stadions in Hamburg.

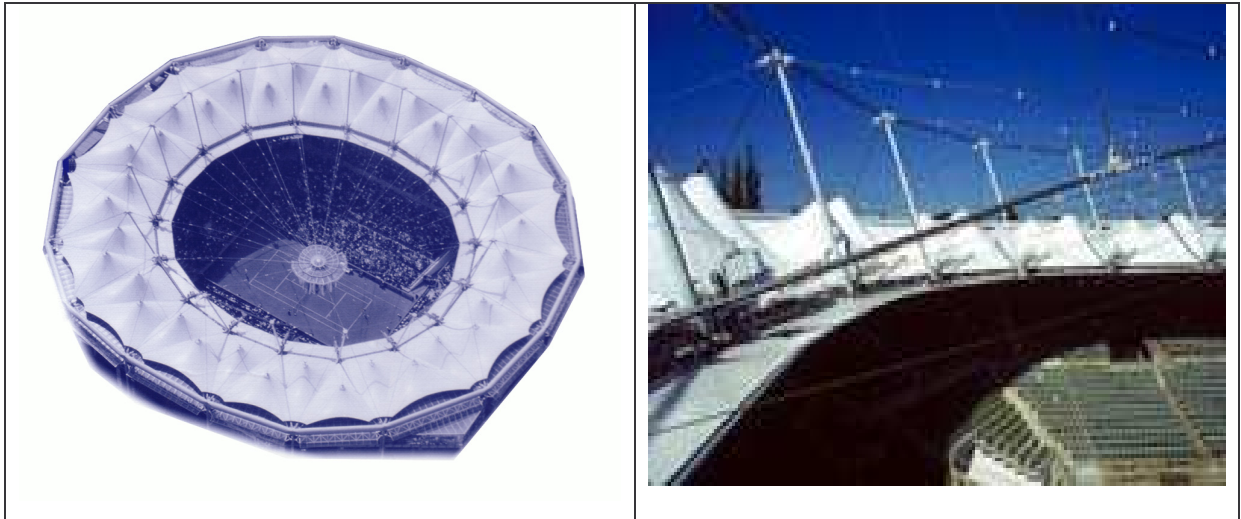


Abb.10.7. Dach des Rothenbaum-Stadions, aus /10/ bzw. /17/

## Kapitel 8: Parameterstudien

### 8.1) Das behandelte Modell

In diesem Abschnitt sollen, ausgehend von den hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten, welche in Kapitel 5 erarbeitet worden sind, weitere Überlegungen angestellt werden.

Neben der bereits betrachteten Gleichlast auf die Speiche, was ihrem Eigengewicht entspricht, soll nun auch eine linear veränderliche Last einfließen, welche die Dachhaut sowie sämtliche darauf wirkenden, flächigen Lasten beschreibt. Das nun in Folge behandelte System stellt sich wie folgt dar.

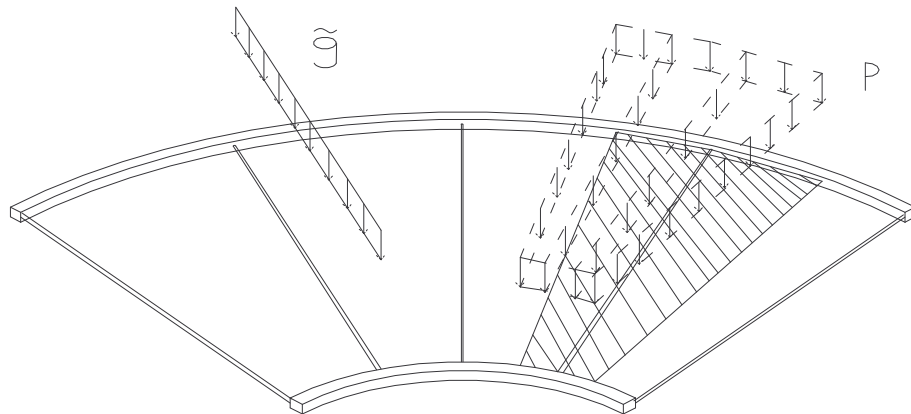


Abb.8.1: Skizze des Lastangriffs von Eigengewicht  $\tilde{g}$  (links) und flächigen Lasten  $p$  (rechts)

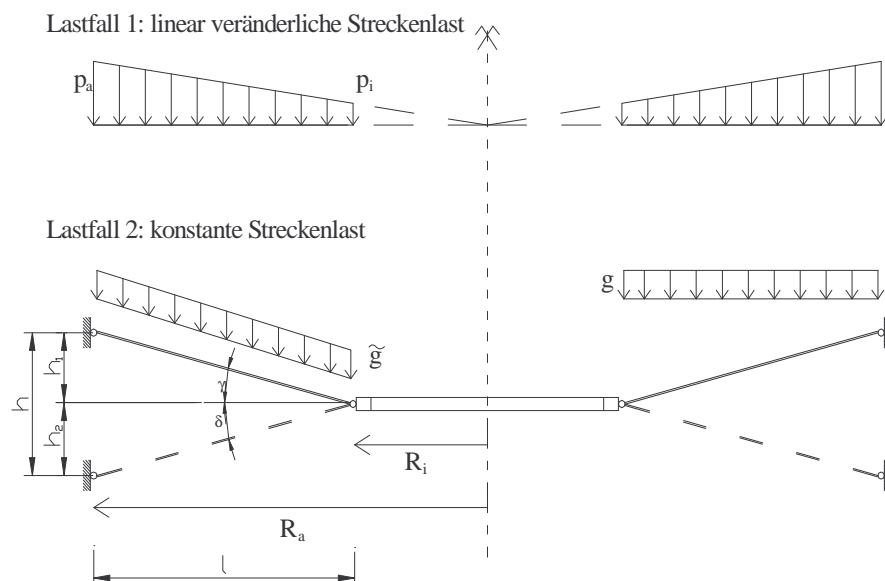


Abb.8.2: Umlegung der Lasten auf die einzelne Speiche

Geneigte, vertikal wirkende Steckenlasten (wie  $\tilde{g}$  links unten in der obigen Zeichnung) können in ein äquivalente horizontale Steckenlast (wie  $g$  auf der rechten Speiche dargestellt) umgerechnet werden, und dann gemäß Kapitel 5 behandelt werden.

Wie bisher wird eine kreisrunde Form des Daches angenommen. Dabei sind die Speichen in regelmäßigen Abständen radial angeordnet, die Fläche innerhalb des Innenrings ist offen. Es wird angenommen, dass der auf Druck beanspruchte Stab ausfällt (bzw. in Falle eines schweren Daches kein unterer Stab existiert). Für den ersten Fall ist er insofern nur eine Absicherung, dass es nicht zu der unter 6.3 beschriebenen Gelenkskette kommen kann. Sind die Neigungswinkel des oberen und der unteren Stabes bezüglich der Horizontalen identisch, gilt alles für den Lastfall Sog in gleicher Weise. Ansonsten muss in den folgenden Formeln für den Lastfall Sog  $\gamma$  durch  $\delta$  und  $h_1$  durch  $h_2$  ersetzt werden.

Die neuen Bezeichnungen bedeuten:

- $R_i, R_a$  .... Innenradius und Außenradius der Speichenradkonstruktion
- $p_i, p_a$  .... linear veränderliche, vertikale Streckenlast auf die Speiche
- $h$  .... Spreizung der Speiche, setzte sich aus  $h_1$  und  $h_2$  zusammen

Des Weiteren werden folgende Variablen und Zusammenhänge definiert:

$k$  .... Verhältnis von Innen- zu Außenradius

$$k = \frac{R_i}{R_a} \quad (27)$$

$$p_i = k * p_a \quad (28)$$

$$l = R_a - R_i = R_a (1 - k) \quad (29)$$

$n$  .... Anzahl der Speichen

$v$  .... Vertikale Flächenlast auf die Dachhaut

## **8.2) Lastfall 1: Linear veränderliche Streckenlast**

Mit  $n$  und  $v$  lässt sich  $p_a$  näherungsweise so definieren:

$$p_a = \frac{2 * R_a * \pi}{n} * v \quad (30)$$

Hierbei handelt es sich um keine exakte Bestimmung der aus einer auf ein Kreissegment wirkenden Flächenlast resultierenden Streckenlast. Die gewählte Formel errechnet die Streckenlast unter der Annahme, dass die Kräfte entlang des Bogenradius in die Speiche abgetragen werden. Dies entspricht natürlich nicht dem realen Kräfteverlauf, der ja einen Kraftabtrag auf kürzestem Weg, also normal zur Speiche, wäre. Der Nachweis, dass dieser Fehler vernachlässigbar ist wird in Abb.8.5, anhand der bis dorthin eingeführten Beispiele und Variablen, erbracht. Hier sein nur vorab gesagt, dass sich die Formel mit steigendem  $n$  schnell an die exakte Lösung annähert und bei den im Bauwesen üblichen Speichenzahlen nicht mehr relevant ist.

Der Zusammenhang zwischen  $p_i$  und  $p_a$  ergibt sich aus der Überlegung, dass der Kreisumfang affin zum Radius steigt.

Da die Last symmetrisch ist, kann die Betrachtung wieder auf ein Systemsegment eingeschränkt werden. Bildet man das Gleichgewicht um den Auflagerpunkt des Außenrings, lässt sich unter Berücksichtigung der Formeln für Fläche und Schwerpunkt des Trapezes, sowie der obigen Ausdrücke und der geometrischen Tatsache, dass

$$h_1 = \tan \gamma * l \quad (31)$$

ist, die (Horizontal-) Kraft  $H$ , jene Horizontalkraft die zwischen Speiche und Innenring übertragen wird, in folgender Weise anschreiben:

$$H = p_a * \frac{R_a * (1 - k) * (1 + 2 * k)}{6 * \tan \gamma} \quad (32)$$

Abgesehen von der äußeren Last ist die Horizontalkraft somit von den geometrischen Abmessungen der Einzugsfläche (bestimmt durch  $R_a$ ,  $R_i$  und  $n$ ) sowie der Spreizung (mittels  $h_1$  über  $\gamma$ ) abhängig.

Setzt man noch in für  $p_a$  nach (30) in (32) ein, so sieht man, dass  $H$  linear von  $n$  aber nicht linear von den anderen Parametern abhängt.

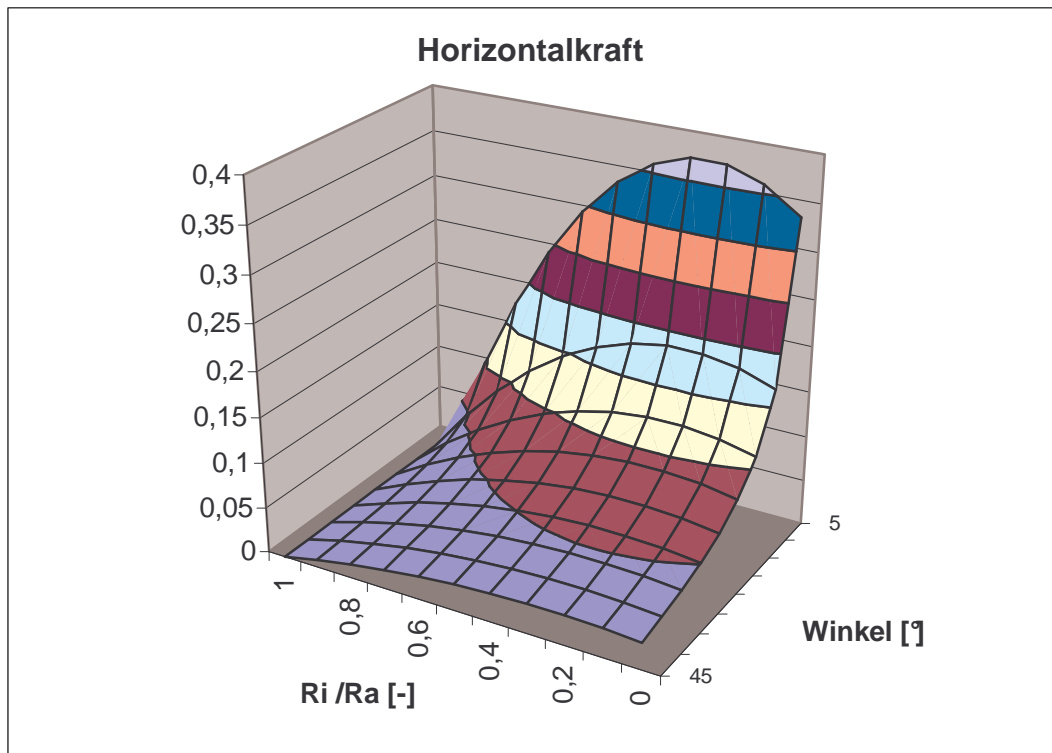
Der Einfluss wird bei folgender Betrachtung gut sichtbar. Es wird der Außenradius gleich „1“ gewählt, ebenso die äußere Flächenlast. (Diese Berechnung ohne Einheiten ermöglicht eine schnelle Kraftermittlung für jedwedem System durch reine Multiplikation mit den konkreten

Werten. Für die hier angestellten Vergleiche sind die Zahlenwerte als reine Vergleichsgrößen zu sehen).

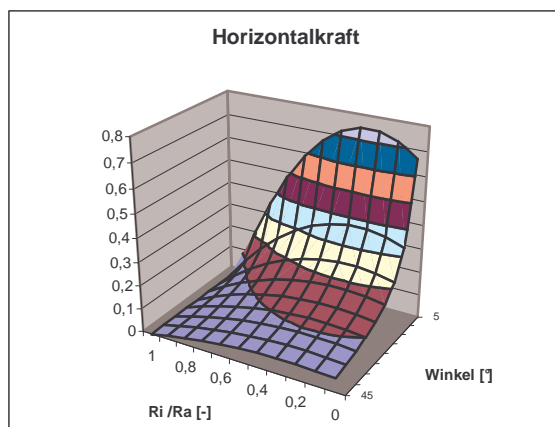
Dann wird das Verhältnis  $k$  von „0“ bis „1“ variiert (Schrittweite „0,1“) und der Winkel  $\gamma$  von  $5^\circ$  bis  $45^\circ$  (Schnittweite  $5^\circ$ ). Es wird die Berechnung für  $n=36$ , sowie für  $n=18$  und  $n=54$  ausgeführt.

Diese Einschränkungen erscheinen insofern sinnvoll, als hier die baupraktisch relevanten Werte abgedeckt werden und als auch ein genügend großes Spektrum abgedeckt wird, sodass man die prinzipiellen Zusammenhänge und Abhängigkeiten sieht.

$n = 36$ :



$n=18$ :



$n=54$ :

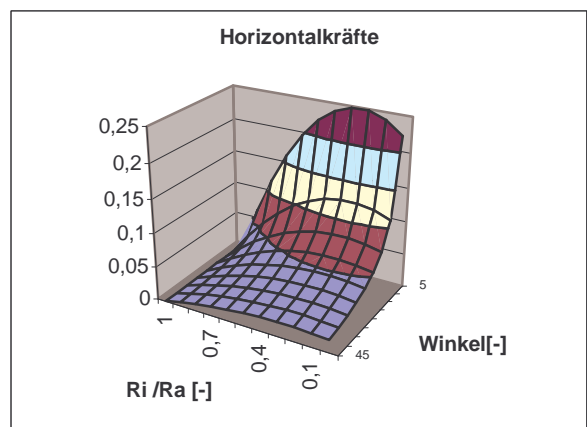


Abb.8.3: Vergleich der Horizontalkräfte bei unterschiedlicher Speichenzahl in Abhängigkeit von Speichenneigungswinkel und Verhältnis des Innen- zum Außenradius

Betrachtet man diese drei Flächen, die sich nur durch  $n$  unterscheiden, so bestätigt sich die vorherige Vermutung. Die Anzahl der Speichen ändert nichts an der Form der Fläche, lediglich die Kraftgröße ist indirekt proportional. Des Weiteren zeigt sich auch hier die, schon aus der Formel ablesbare, dominant starke Abhängigkeit vom Neigungswinkel der Speiche. Würde man einen Winkel von  $1^\circ$  auch noch einbeziehen, was aus Gründen der Übersichtlichkeit hier in der Grafik nicht geschehen ist, so würde sich der Maximalwert für  $n=18$  von ca. 0,75 auf ca. 3,75 erhöhen. Die exakten Zahlen, auf denen diese Grafiken beruhen, sind im Anhang A.1 zu finden.

Die auf den ersten Blick überraschende Tatsache, dass bei einem konstanten Winkel mit abnehmendem Radiusverhältnis (also mit kleiner werdendem Innenring) sich die Steigerung der Horizontalkraft kontinuierlich verringert und schließlich sogar fällt, ergibt sich aus der Wahl der Eingangsparameter. Durch die Wahl des Winkels steigt mit fallendem Radienverhältnis die Spreizung konstant, während die Vergrößerung der belasteten Dachfläche geringer wird. So lässt sich das Maximum, also das ungünstigste Verhältnis von Innen- zu Außenradius für diese Belastungsart bestimmen. Es liegt bei:

$$k = 0,25$$

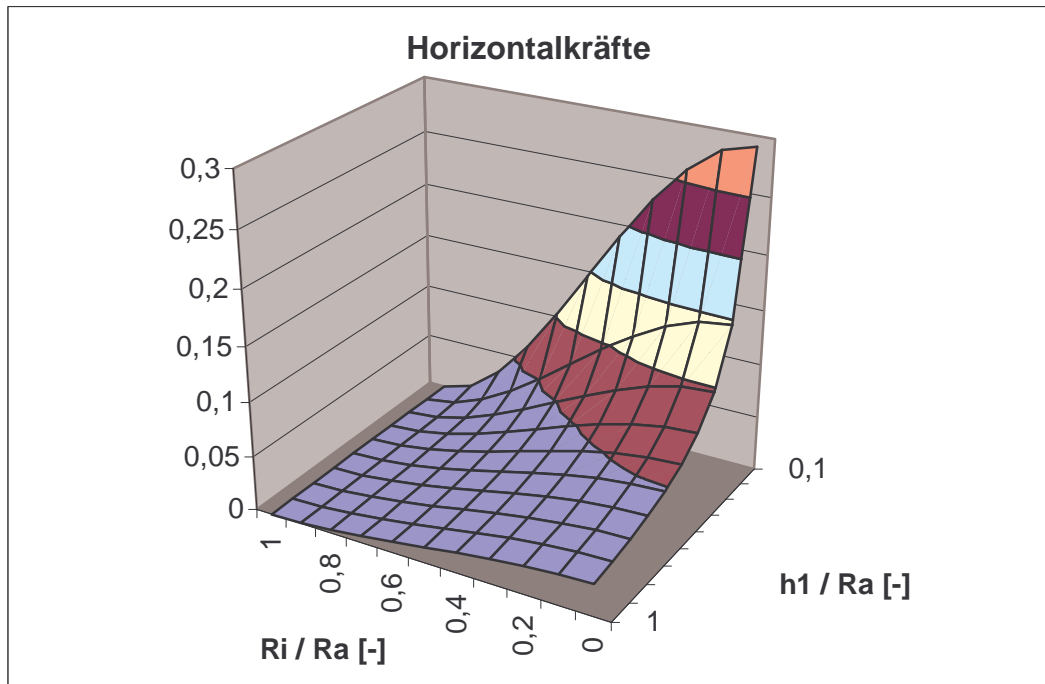
Will man diesen Effekt ausschließen und den für die Praxis üblicheren Fall betrachten, nämlich dass das Radienverhältnis variiert, die Spreizung aber in Form einer konkreten Länge vorliegt, erhält man  $H$  zu:

$$H = p_a * \frac{R_a^2 * (1-k)^2 * (1+2*k)}{6 * h_1} \quad (33)$$

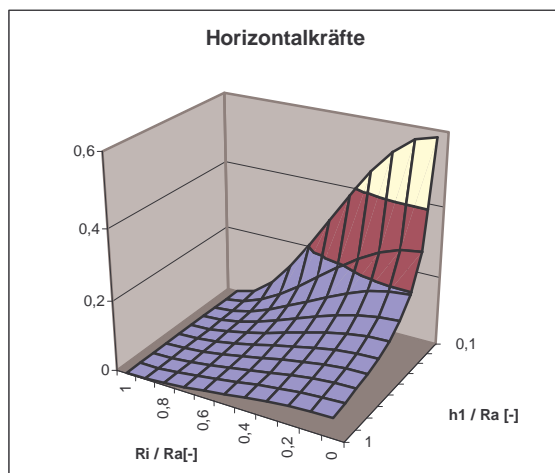
Für eine gut vergleichbare Darstellung werden wieder dieselben Annahmen wie zuvor getroffen. Anstatt des Winkels müssen nun Grenzen für  $h_1$  bestimmt werden. Es soll hier nun  $h_1$  in Verhältnis zu  $R_a$  gesetzt werden und zwischen „1“ und „0,1“ (mit Schrittweite 0,1) variieren. Die Zahlenwerte zu den folgenden Grafiken sind in Anhang A.2 angegeben.



n = 36:



n = 18:



n = 54:

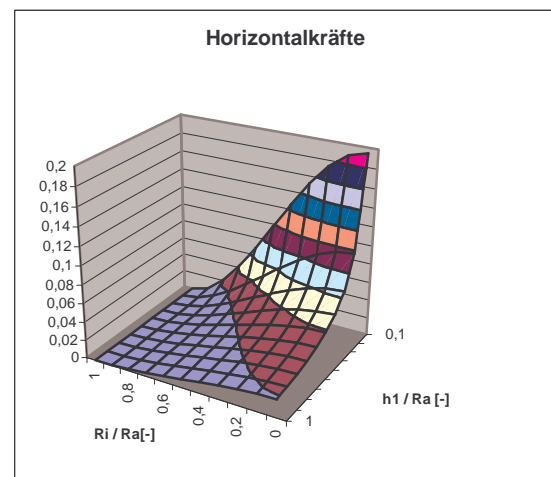


Abb.8.4: Vergleich der Horizontalkräfte bei unterschiedlicher Speichenzahl in Abhängigkeit von der Spreizung der Speichen und dem Verhältnis des Innen- zum Außenradius

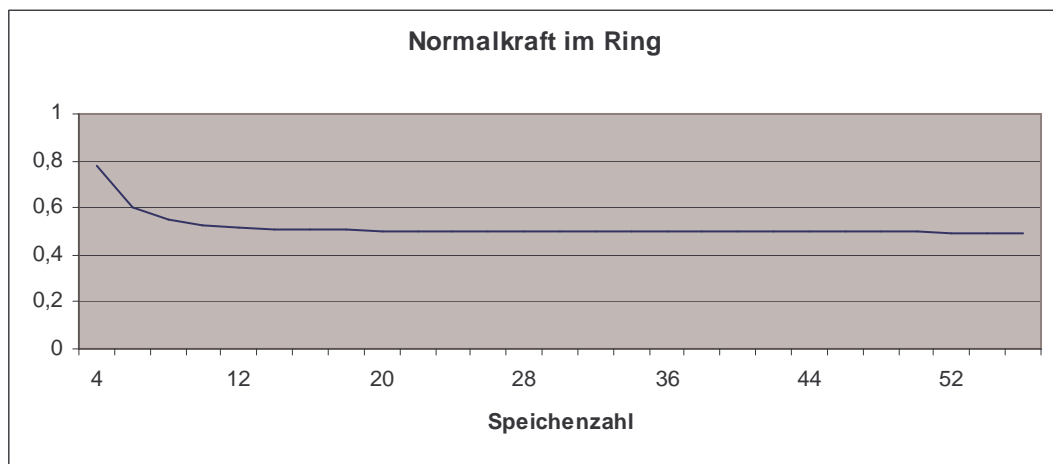
Wie zuvor lässt sich auch hier feststellen, dass die Anzahl der Speichen nichts an den Zusammenhängen ändert, sondern wiederum die Kraftgröße lediglich indirekt proportional beeinflusst. Des Weiteren zeigen sich hier nun die erwarteten Bilder. Die Kraft steigt mit größer werdender Dachfläche bis zum Maximum bei einem komplett geschlossenen Dach, und sie steigt noch viel stärker mit abnehmender Spreizung. Der Vergleich des dargestellten Maximalwertes für  $n=36$  mit „0,582“ bei  $\frac{h_1}{R_a} = 0,1$  und „1,164“ bei  $\frac{h_1}{R_a} = 0,05$  verdeutlicht dies noch mehr. Der letztere Wert scheint wiederum nicht in der Grafik auf.

Der eindeutige Nachteil in dieser Darstellung ist, dass der Neigungswinkel nicht direkt herausgelesen werden kann.

Bei den Horizontalkräften im Ring liegt der Sachverhalt anders als bei jenen der Speichen, da die Anzahl der Speichen dort auch den Umlenkwinkel der Kraft am Knotenpunkt mit dem inneren bzw. äußeren Element bestimmt. Der Zusammenhang wurde bereits in Kapitel 5 in (16) angegeben.

Hier muss die Brauchbarkeit der in (28) bzw. (30) getroffenen Annahmen für die Berechnung der Streckenlast betrachtet werden. Der Fehler ist umso größer, je größer der Winkel des Kreissegments ist. Würde man mit dem exakten Modell rechnen, müsste sich, unabhängig von der Anzahl der Speichen, immer dieselbe Ringkraft ergeben. Eine Tatsache, die sich auch damit plausibel begründen lässt, dass die Kraft im Ring ja nur von der gesamten belasteten Fläche des Dachs, sowie von der Speichenneigung abhängen kann, wie die Überlegungen aus Kapitel 5 gezeigt haben.

Hält man nun das Verhältnis der Radien und die Spreizung fest, so ergibt sich die Normalkraft im Ring, bei der vereinfachten Berechnung von  $p_a$ , wie folgt: (Darstellung für:  $k=0,4$ ;  $\gamma=20^\circ$ ;  $R_a$  und  $v$  wie bisher)



Speichenzahl	10	14	18	22	26	30	32	34	38	54	100000
Umlenkwinkel	36	25,7	20	16,4	13,8	12	11,3	10,6	9,5	6,7	0,0036
Horizontalkraft	0,31	0,22	0,17	0,14	0,12	0,10	0,10	0,09	0,09	0,06	0,00
Ringkraft	0,52865	0,51155	0,50473	0,50133	0,49939	0,49818	0,49771	0,49737	0,49678	0,49566	0,49455

Abb.8.5: Normalkräfte im Ring in Abhängigkeit von der Speichenanzahl

Hier zeigt sich, dass im Bereich der realen Speichenzahlen, weniger als 30 Speichen werden normalerweise nicht ausgeführt, der Wert kaum mehr variiert. Wie in der tabellarischen Auf-

stellung zu sehen ist, liegt die Abweichung ab einer Speichenanzahl von 26 bei unter einem Prozent.

Betrachtet man den Zusammenhang zwischen der Ringkraft und dem Verhältnis der Radien, stellt er sich folgendermaßen: (Darstellung für  $n=36$ ,  $\gamma=20^\circ$ ,  $R_a$  und  $\nu$  wie bisher; Werte in Anhang A.3 ersichtlich)

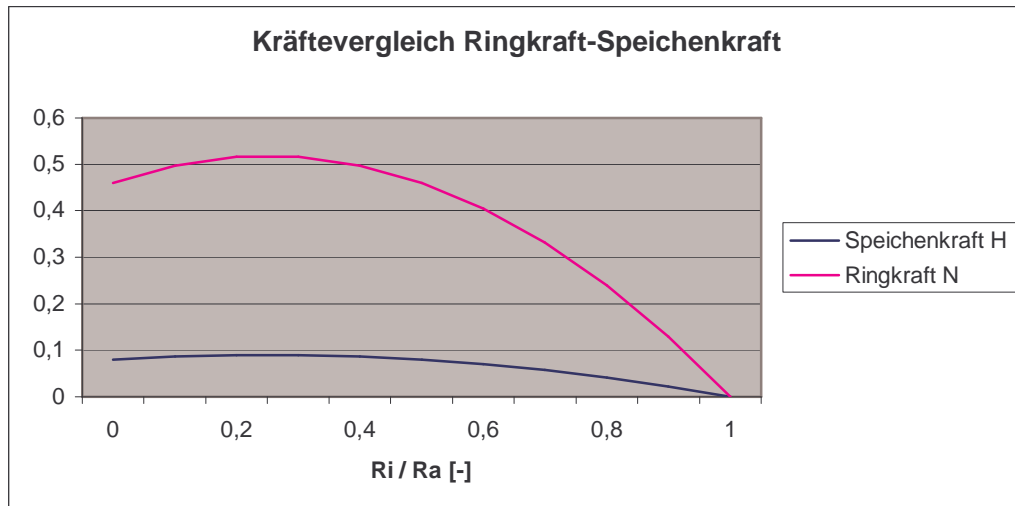


Abb.8.6: Kraft im Ring und in der Speiche in Abhängigkeit von Verhältnis vom Innen- zu Außenradius;

Es zeigt sich, dass hier ein direkter Zusammenhang zwischen den Kräften, mit dem Proportionalitätsfaktor  $\frac{1}{2 * \sin \beta}$  (konstant für  $n = \text{konstant}$ ), besteht. Damit ergibt sich auch hier die maximale Belastung bei  $k=0,25$  für die hier betrachtete trapezförmige Last.

Nun soll noch, Bezug nehmend auf die Formel (18) und (19), die Biegemomente im Ring, kann festgestellt werden, dass das bei den üblichen Speichenzahlen sehr gering ist bzw., dass durch eine Änderung der Anzahl der Speichen in diesem Bereich sich das Moment nur geringfügig verändern lässt.

### **8.3) Lastfall 2: Konstante Streckenlast**

Das Tragverhalten und die auftretenden Kräfte wurden prinzipiell bereits in Kapitel 5 erarbeitet. Hier sollen, für eine bessere Verarbeit- und Verwendbarkeit, die Formeln in die entsprechende Form gebracht werden, und damit ein Vergleich zu den vorherigen Überlegungen angestellt werden.

Für die grafische Darstellung wird, wie bisher, der Außenradius gleich „1“ gewählt, genauso die Streckenlast  $g$ , das Verhältnis  $k$  wird von „0“ bis „1“ variiert (Schrittweite „0,1“) und der

Winkel  $\gamma$  von  $5^\circ$  bis  $45^\circ$  (Schnittweite  $5^\circ$ ) bzw. wird  $h_1$  wiederum in ein Verhältnis zu  $R_a$  gesetzt und zwischen „1“ und „0,1“ (mit Schrittweite 0,1) variiert. Einen Einfluss von  $n$  gibt es für die Horizontalkraft der Speiche nicht.

Die Formel (2) für die horizontale Kraft in den Speichen stellt sich wie folgt dar:

$$H \text{ in Abhängigkeit vom Speichenwinkel: } H = g * \frac{R_a * (1 - k)}{2 * \tan \gamma} \quad (34)$$

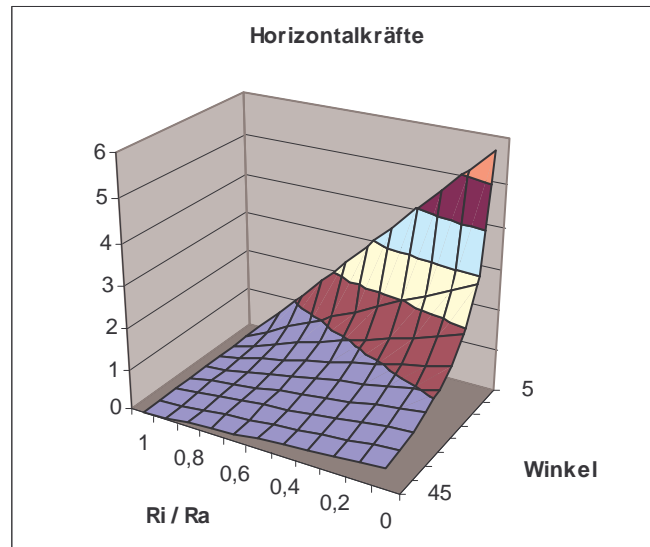


Abb.8.8: Vergleich der Horizontalkräfte in Abhängigkeit von Speichenneigungswinkel und Verhältnis des Innen- zum Außenradius

$$H \text{ in Abhängigkeit der Spreizung: } H = g * \frac{R_a^2 * (1 - k)^2}{2 * h_1} \quad (35)$$

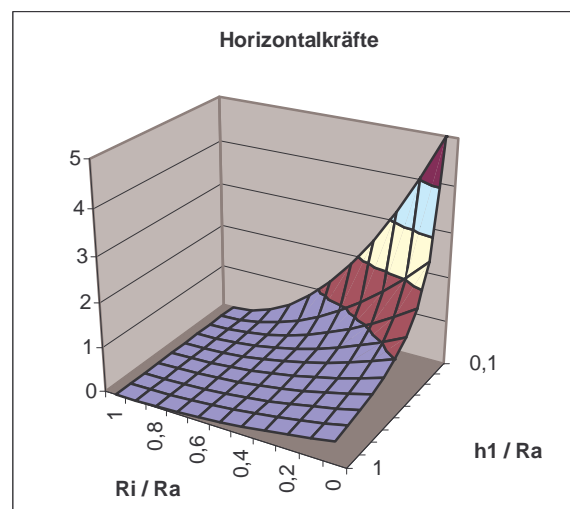


Abb.8.9: Vergleich der Horizontalkräfte in Abhängigkeit von der Spreizung der Speichen und dem Verhältnis des Innen- zum Außenradius

Die Zahlenwerte finden sich in Anhang A.4.

Vor allem in der Abb.8.8 zeigt sich der Unterschied in der Horizontallast bezüglich ihres Ursprungs. Bei der konstanten Streckenlast steigt die Horizontalkraft nur linear mit dem fallenden Verhältnis der Radien, während ein kleiner werden des Winkels, wie schon aus der Formel ablesbar) einen wesentlich stärkeren Anstieg mit sich bringt. Die zweite Formel ist wohl wieder besser nutzbar für die Praxis, die grafische Auswertung ist aber nicht sehr aussagekräftig. Lediglich das starke Ansteigen der Horizontalkraft mit sinkender Spreizung lässt sich wiederum eindeutig herauslesen.

Für die Ringkraft ist, ganz im Gegenteil zu den Betrachtungen bei der Flächenlast, hier jetzt die Anzahl  $n$  der Speichen nicht bedeutungslos. Dies wird bei der folgenden Darstellung deutlich: (Darstellung für  $\gamma = 20^\circ$ ;  $R_a = 1$ ;  $g = 1$ ; Werte in A.5)

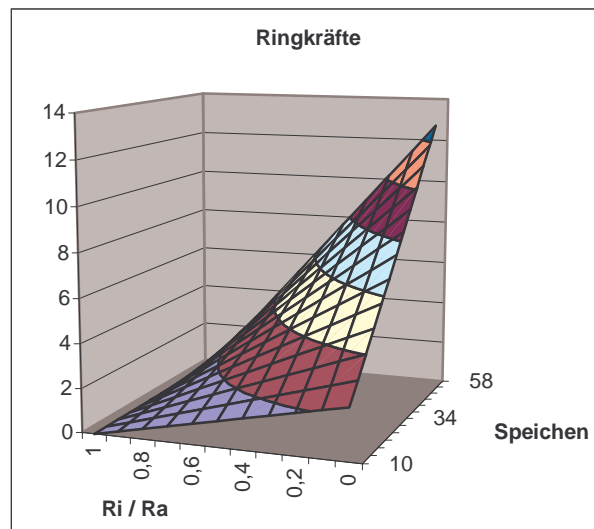


Abb.8.10: Ringkraft in Abhängigkeit von der Speichenanzahl und der Verhältnis des Innen- zum Außenradius

Es zeigt sich der erwartete, lineare Zusammenhang zwischen Kraft und Verhältnis der Radien (also Speichenlänge) einerseits und Kraft und Speichenanzahl andererseits.

Auch hier soll noch der Zusammenhang von Biegemoment im Ring mit dem Radienverhältnis und der Speichenanzahl betrachtet werden (Darstellung für:  $\gamma = 20^\circ$ ,  $R_a = 1$ ,  $\nu = 1$ ; Werte in Anhang A.5).

Im Vergleich zum Lastfall 1 zeigt sich hier eine wesentlich stärkere Änderung des Moments zufolge der Abweichung von der Stützlinie mit der Anzahl der Speichen. Dies ist mit der gleichzeitig steigenden Ringkraft zu erklären. Es zeigt sich aber auch hier die Tatsache, dass eine höhere Anzahl der Speichen das Moment verringert.

## **8.4) Überlagerung der Lastfälle**

Wie stark sich die eine oder andere Eigenschaft eines Lastfalles im Tragverhalten des endgültigen Systems wieder findet, ist natürlich von dem Verhältnis der Kraftgrößen abhängig. Weitere interessante Aussagen aus den Berechnungen sind:

- Das mit  $k=0,25$  für den Lastfall 1 berechnete, ungünstigste Verhältnis des Innen- zum Außenradius verschiebt sich durch das Hinzukommen des Lastfalls 2 in Richtung  $k=0$ .
- Die Optimierung des Systems in Richtung möglichst geringer Kräfte ist nicht mehr eindeutig möglich. Während für den Ring eine möglichst geringe Speichenanzahl von Vorteil ist, ist für die Speichen selbst eine hohe Stückzahl (aufgrund der damit kleiner werdenden zugehörigen Fläche) besser.

Bei welcher Zahl das Optimum liegt, lässt sich nicht sagen. Selbst bei einem konkreten System ist dies mehr eine Sache des Ermessens, als dass sie durch Berechnungen festlegbar wäre. Bei den üblichen, leichten Konstruktionen mit großen Spannweiten wird dieser Effekt aber nicht in die Wahl der Speichenanzahl Eingang finden müssen. Zusätzlich ist noch die steigende Biegebeanspruchung der Ringe bei geringerer Speichenzahl als ein weiteres Argument für mehr Speichen zu bedenken.

Die zweiten Aussagen beziehen sich nur auf die primäre Tragstruktur (Ringe und Speichen), ohne Berücksichtigung der sekundären Tragstruktur (Dachunterkonstruktion). Wie in Kapitel 10 zu sehen, werden die Aussagen bezüglich ihrer praktischen Nutzbarkeit dadurch relativiert.

## **Kapitel 9: Betrachtungen für ein erweitertes Parameterfeld**

Ausgehend von den Überlegungen in 8.1 soll nun, anhand einer umfangreicheren Parameterliste einerseits und der Einbeziehung von bemessungstechnisch relevanten Größen andererseits, eine wirkliche Eingrenzung des Bereichs von günstigen, also für die Realität tauglichen Konstruktionsformen und Abmessungen, betrachtet werden.

Vorab kann festgehalten werden, dass zwei verschiedene Systemausformungen auf diese Weise untersucht werden. Und zwar wird die Speichenradkonstruktion einmal mit und einmal ohne Berücksichtigung des Druckrings betrachtet. Die Sinnhaftigkeit dieser Trennung und die realen Randbedingungen die zu dieser Überlegung führen, werden in 9.2 angeführt und begründet.

### **9.1) Modellaufbau, Vorgehensweise, und Erwartungen**

In diesem Abschnitt soll eine Ausweitung des Parameterfeldes vollzogen und plausibel gemacht werden. Des Weiteren wird das Umfeld, in welchem sich die Erstellung der Berechnungsmasken einfügt, dargelegt.

#### **9.1.1) Einfließende Parameter**

Bei einer Betrachtung und Berechnung der Gesamtstruktur können folgende Parameter einfließen, mit denen alle wesentlichen Bereiche der Aufgaben- bzw. Problemstellung abgedeckt sind.

##### **Lasten**

Eigengewicht:

Innenring	$g_i$	[kN]
Außenring	$g_a$	[kN]
Speichen	$g$	[kN]
Unterkonstruktion der Dachhaut	$g_s$	[kN]
Dachhaut	$g_d$	[kN/m <sup>2</sup> ]

Äußere Lasten:

Schnee	$p_s$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Nutzlast	$p_n$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Windsog	$p_{ws}$	[kN/m <sup>2</sup> ]
Winddruck	$p_{wd}$	[kN/m <sup>2</sup> ]

Vorspannung der Speichen	$V$	[kN]
--------------------------	-----	------

**Geometrische Werte**

Abmessungen

Speichenanzahl	$n$	[stk]
Radien(-verhältnis)	$R_i, R_a$	[m]
Spreizung	$h_1, h_2$	[m]
Trägeranzahl der Unterkonstruktion (=> Feldweite)	$a$	[stk]
Anzahl der Zugelemente zwischen oberem und unterem Speichenelement (= Hängeranzahl	$b$	[stk]

Laststellung	(siehe 9.2.2)
--------------	---------------

**Materialien**

Stahlgüte	$f_y, f_u$	[kN/m <sup>2</sup> ]
ggf. Seilwerte und –Eigenschaften	$f_{y(s)}, f_{u(s)}$	[kN/m <sup>2</sup> ]
E-Modul, Seilmodul	$E_p, E_i$	[kN/m <sup>2</sup> ]

Die Lasten ergeben sich aus der Konstruktion (Eigengewichte) bzw. aus den Lastannahmen (äußere Lasten). Ihre Dimension bezieht sich auf die Art, wie sie in den folgenden Berechnungen Eingang finden. Die Vorspannung wird entsprechend der Erfordernisse der Speichen gewählt. Die Variablen für die Speichenanzahl, die Radien und die Spreizung sind bereits bekannt. Die Feldweite ist der Längenabstand zwischen den Trägern der sekundären Tragstruktur, der Hängerabstand der Längenabstand zwischen Verbindungselementen zwischen oberen und unteren Element der Speiche (für den Fall der Speichenausführung als Seilbinder). In der Mehrzahl aller Fälle sind die Werte für  $a$  und  $b$  gleich groß. (Die sekundäre Tragstruktur ist in den Knotenpunkten von Hänger und Seil befestigt.)



Die Laststellung ist unter 9.2.2 ersichtlich. Die Definition der Materialwerte ist allgemein bekannt, die konkreten Werte können entsprechenden Tabellenwerken entnommen werden.

## 9.1.2) Grundlagen

### 9.1.2.1) Allgemeines

Mit der Erweiterung auf die obigen Parameter werden zwei Sachen ermöglicht. Es wird erstens eine differenziertere Betrachtung des Systems und damit eine leichtere Einarbeitbarkeit von Rahmenbedingungen eines konkreten Projekts, und zweitens das Einbringen der Vorspannung, möglich. Dies ist mit weit reichenden Änderungen im System und seinem Tragverhalten verbunden, wie in Kapitel 5 und 6 dargestellt wurde. Um in einem überschaubaren Bereich zu bleiben, der gleichzeitig aber die praktische Brauchbarkeit der Überlegungen nicht wesentlich einschränkt, kann das Gebiet wieder eingegrenzt werden. Die weiteren Betrachtungen haben folgende Einschränkungen:

- Es handelt sich um gespreizte Konstruktionen.
- Die Systeme werden vorgespannt.
- Die Speichen bestehen aus zwei schlanken (Zug-)Elementen.
- Das Biegemoment im Innenring wird vernachlässigt.

Nicht abgedeckt werden somit die Speichenelemente die eine nennenswerte Drucklast ertragen können (für diese Systeme sind die folgenden Überlegungen leicht adaptierbar), sowie die Systeme, bei denen das Druckelement ausfällt (womit dabei ein Wechsel zu den in Kapitel 8 behandelten Speichen passiert).

### 9.1.2.2) Grundsätzliche Systemeigenschaften

- Entsprechend der obigen Einschränkung werden die Speichen nur durch Zugkräfte beansprucht. Des Weiteren wird auch das innere Element nur auf Zug, und das äußere Element nur auf Druck belastet.
- Die Zunahme der Speichenkraft infolge der über die Speiche eingeleiteten äußeren Lasten wird berücksichtigt. Mit der Festlegung auf gespreizte Konstruktionen ergeben sich drei mögliche Laststellungen:
  - ∅ Die Last wird in den Untergurt eingetragen.
  - ∅ Die Last wird in den Obergurt eingetragen.

- ∅ Die Last wird immer in das Element eingetragen, welches durch die entsprechende Last auf Zug belastet wird. (Dies entspricht einem mittels Zugelementen zwischen den Speichenelementebenen angebrachtem Dach.)

### 9.1.2.3) Grundsätzliche Vorgehensweise bei der Berechnung

Mittels der äußeren Lasten, der Vorspannung und der Geometrie werden die Schnittgrößen berechnet und danach eine Dimensionierung der Bauteile vorgenommen.

Hierbei werden zuerst die Schnittgrößen aus der äußeren Last ermittelt und dann die Vorspannung so festgelegt, dass unter den Bemessungslasten in keinem Speichenelement Druck auftritt. (Die Vorspannung ergibt sich als der größere Wert der beiden Lastfallkombinationen die einen maximalen Druck bzw. einen maximalen Sog für die Speichenelemente erzeugen.) Mit den endgültigen Schnittgrößen wird dann eine Dimensionierung vorgenommen, die dann in einen neuen Berechnungsdurchgang einfließt. Dies geschieht solange, bis eine Dimensionierung tragfähig und wirtschaftlich ist. Unter 10.1 werden explizite Struktogramme angegeben.

### 9.1.2.4) Die Druckstrebe

Die nachfolgenden Untersuchungen unterscheiden noch die Fälle des Systems mit bzw. ohne Druckstreben. Als Druckstrebe wird hierbei ein schlankes und somit stabilitätsgefährdetes Element bezeichnet welches die Druckkräfte, die sich aus der Spreizung ergeben, kurzschließt.

Dessen Vernachlässigung ist für das angenommene Beispiel der vorhandenen Außenwände relevant. Der obigen Argumentation für den Druckring folgend, nämlich dass hierbei, falls überhaupt, bestenfalls eine nicht ins Gewicht fallende, zusätzliche Bewehrung erforderlich ist, muss somit auch dieses Element dann für diesen Fall ausgeschlossen werden.

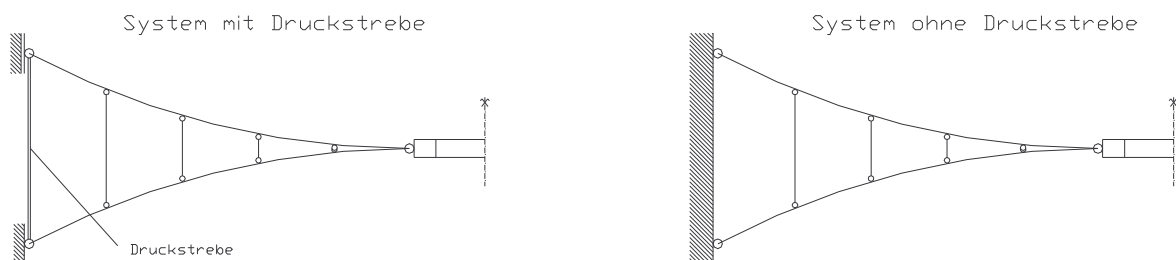


Abb.9.1: Speiche mit und ohne Druckstrebe

#### 9.1.2.5) Ziel

Ziel ist eine Gewichtsoptimierung bei gegebener zu überdachender Fläche. Durch eine wiederholte Berechnung mit variiertem Geometrie, und der daraus resultierenden Dimensionierungen, soll ein Bereich eines Minimums an Gewicht eingegrenzt werden.

#### 9.1.2.6) Erwartung

Es wird erwartet, dass sich abhängig vom Verhältnis „maximale Druckbelastung“ - „maximale Sogbelastung“ ein ideales Verhältnis der Höhen „ $h_1$ “-, „ $h_2$ “ ergeben wird. Des Weiteren ist ein, wenn auch nicht so klares, Optimum für die bestimmte Speichenanzahl zu erwarten, welche sich aus der globalen Gewichtszunahme einerseits und der Belastungsabnahme pro Speiche andererseits ergeben sollte. Auch sollte sich klären, inwieweit es ein berücksichtigungswertes Optimum der Spreizungshöhe gibt, oder, was nach den Erkenntnissen von Kapitel 8 möglich wäre, ob die Vorteile der Horizontalkraftabnahme im technisch interessanten Bereich ( $<45^\circ$ ) immer die Gewichtszunahme, durch längere Speichen und längere Druckstäbe für die Spreizung, übertreffen.

## 9.2) Die untersuchten Systeme

### 9.2.1) Das Speichenrad ohne Berücksichtigung des Druckrings

In diesem Abschnitt wird eine Dimensionierung nur für die Speichen und den Innenring vorgenommen. Im Hintergrund dieses Modells steht die Ausführungsvariante, dass eine äußere Umgrenzung gegeben ist. Als plakatives Beispiel könnte man sich die Situation vorstellen, dass rund um die zu überdachende Fläche massive Wände vorhanden sind. Damit fällt zumindest die Problematik eines Stabilitätsversagens weg. Die Ringkräfte sind ohnedies vom Innenring bekannt, die Abdeckung dieser, z.B. durch zusätzliche Bewehrungsstahleinlagen, stellt kein Problem mehr dar, und kann auch in den Gewichts- und damit Wirtschaftlichkeitsüberlegungen vernachlässigt werden

#### 9.2.1.1) Das betrachtete System und damit zusammenhängende, einschränkende Vereinfachungen

Die freien Parameter werden folgend noch weiter eingeschränkt. Im Gegensatz zu den Einschränkungen von 8.1 werden hier nicht vom System substanzielle Abstriche gemacht, sondern es wird hier nur eine Systemvereinfachung zugunsten einer übersichtlichen Bearbeitung vorgenommen. Eine Adaption an andere Randbedingungen ist möglich, ohne das prinzipielle Schema zu ändern.

Es wird, wie bisher, die Symmetrie des Systems genutzt. Auch wird ohne weiteren Nachweis angenommen, dass sich System 1 und System 2 identisch verhalten, und identische Schnittgrößen, etc. aufweisen. Es wird daher folgend nur System 1 betrachtet und berechnet.

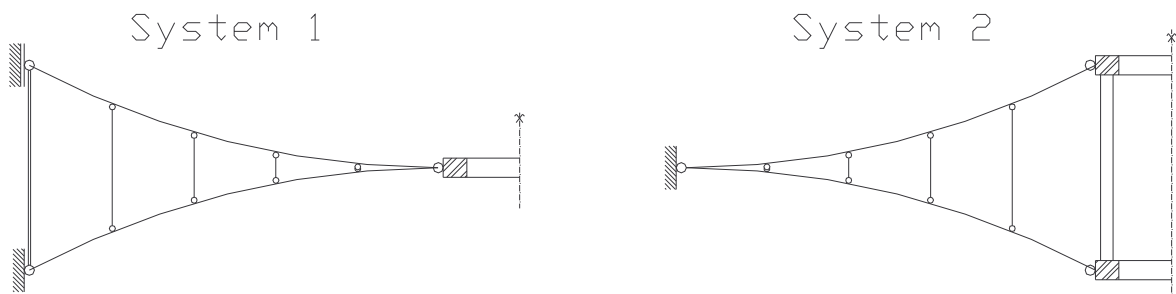


Abb.9.1: Betrachtetes System; ohne Berücksichtigung des Druckrings

Die Berechnung erfolgt für einen Seilbinder. Es werden folgende Voraussetzungen und Randbedingungen festgesetzt:

- Die sekundäre Tragstruktur ist für die Speichenbemessung vorab bekannt.\*)

Das Eigengewicht der sekundären Tragstruktur wird als äußere, ständige Last in die Berechnung aufgenommen. Sie wird verschmiert als eine linear veränderliche Last (analog zu den äußeren Lasten auf die Dachfläche) in die Berechnung aufgenommen.

- Die Geometrie der Speiche ist vorab bekannt \*)

Die Sollform ist gleich der Seillinie unter der ständigen äußeren Last der sekundären Tragstruktur des Daches sowie seiner Vorspannung.

- Alle Lasten wirken nur vertikal.

Die auftretenden horizontalen Komponenten der Windkräfte werden nicht berücksichtigt. Bei den geringen üblichen Dachneigungen (und dem geringen Hebelarm dieser Kräfte im Vergleich zu jenen der Vertikalkräfte) ist eine Vernachlässigung dieser Komponenten möglich.

Diese Lastannahme würde einer horizontalen Lage der Dachhaut entsprechen.

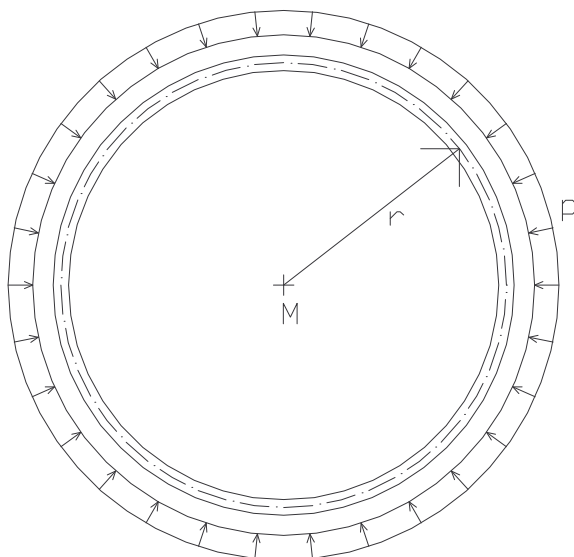
\*) Die entsprechenden Werte werden in die Maske des Bemessungsprogramms manuell eingegeben. Zur Ermittlung der Werte sind separate Masken erstellt worden. Näheres ist aus den Struktogrammen in 10.1 sowie in den Masken selbst (Anhang B.2) ersichtlich.

## 9.2.2) Das Speichenrad unter Berücksichtigung des Druckrings

Bei dem Speichenrad mit Druckring handelt es sich um die am häufigsten ausgeführten Speichenradkonstruktionen. Der Druckring ist bezüglich der horizontalen Lagerung statisch bestimmt.

### 9.2.2.1) Erste Abschätzung der Knicklast

Die Schwierigkeit dieses kompletten Systems liegt in der Bemessung des Druckrings bezüglich seines Stabilitätsversagen. Das Problem ist in Frage des Knickverhaltens. Als ein auf der sicheren Seite liegendes Stabilitätskriterium kann der Kreisring unter konstantem Außendruck herangezogen werden. /9/ gibt dazu Folgendes an:



Knicklast:

$$p_{ki} = \gamma_{ki} * \frac{EI}{r^3} \quad (36)$$

normalentreue Last:  $\gamma_{ki} = 3,00$

poltreue Last:  $\gamma_{ki} = 4,50$

Abb.8.2: Kreisring unter konstantem Aussendruck

Hierbei kommt es immer zu einem Versagen mit vier Halbwellen.

Die Belastung des Speichenrads in Form von den hier behandelten Vertikallasten aus Speichen und inneren Knotenpunkt stellt für das obige Modell eine poltreue Belastung dar.

Als Erstes ist zu zeigen, dass es zulässig ist, die von den Speichen kommenden Einzellasten zu einer Gleichlast zu verschmieren.

E.D.Albano und P.Seide haben in ihren Artikel /1/ und /2/ das Verhalten von Kreisringen unter normalentreuen, und als Erweiterung, unter zentrumsgerichteten Einzellasten in der Ringebene behandelt, wobei die Lasten alle dieselbe Größe und einen konstanten Abstand voneinander

ander haben. Dies könnte man auch als Außenring mit gleichmäßig verteilten Speichen, und unter einer konstanten Flächenlast deuten. Das Ergebnis dieser Berechnungen war, dass sich diese Ringe bereits ab einer Lastzahl von fünf Kräften (also fünf Speichen) sehr ähnlich einem Ring unter konstantem Aussendruck verhalten. Bei den zentrumsgerichteten Kräften liegt der Knicklastparameter für die Lastsumme der fünf Kräfte nur um 3,7 Prozent über dem theoretischen Wert für gleichförmigen Außendruck (für normalentreue Last sind es 1,2 Prozent). Mit steigender Kräfteanzahl verkleinert sich diese Abweichung monoton und liegt bei zwölf (bzw. acht) Einzellasten unter 0,1 Prozent.

Es erscheint daher plausibel, den Ring unter konstantem Außendruck nach /9/ für die Berechnung heranzuziehen.

### 9.2.2.2) Eine genauere Berechnung der Knicklast

Wie Berechnungen schnell zeigen, wirkt eine Speichenkonstruktion innerhalb des Rings aussteifend. Die Speichen wirken wie Federn, die den Innenring halten. (Kontrollrechnung in Form eines Vergleichs einer Handrechnung nach /9/ und einer Knicklastberechnung nach R-Stab siehe B.1)

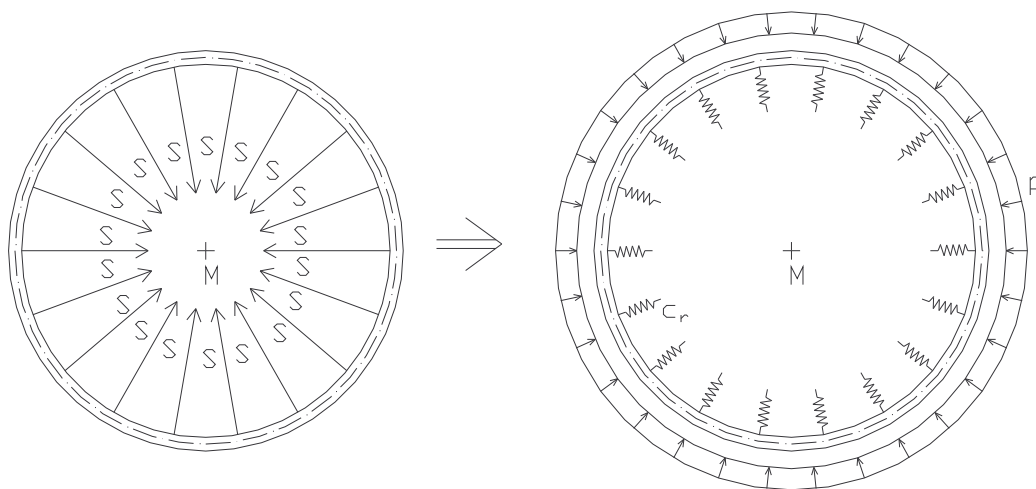


Abb.9.3:Speichenrad und Berechnungsmodell

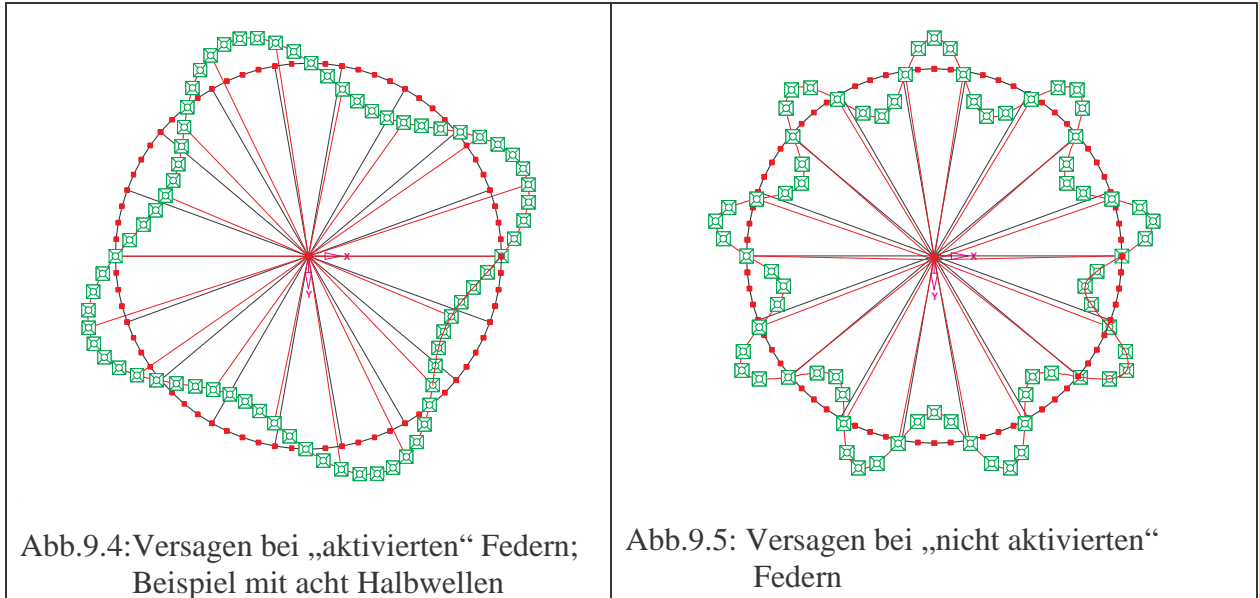
Für den Fall des elastisch gelagerten Rings gibt /9/ ebenfalls Formeln zur Berechnung der Knicklast an. Bei einer Speichenradkonstruktion ist die Anordnung der Federn aber eine diskrete, somit gibt es für das Speichenrad zwei Versagensfälle die untersucht werden müssen:

- Es tritt ein globales Versagen des elastisch gelagerten Rings ein.

Die Federn werden hierbei „aktiviert“, die Zahl der Halbwellen ist geringer als die Zahl der Kreissegmente zwischen den Speichen. (Abb.9.4)

- Es tritt ein Knicken zwischen den Speichenangriffspunkten ein.

Die Federn werden „nicht aktiviert“. Die Anzahl der Halbwellen ist gleich der Zahl der Kreissegmente. (Sinuswellen zwischen den Speichenangriffspunkten; Abb.9.5)



Es lässt sich vorab nicht sagen welche der beiden Versagensformen auftritt, sondern das gibt erst die Berechnung. Welcher Fall eintritt hängt vom Verhältnis der Feder- zur Rinsteifigkeit ab. Es müssen daher die Kicklasten berechnet werden. Maßgeblich ist die kleinere.

9.2.2.2) Versagen als elastisch gelagerter Ring

Für die Berechnung des Systems als kontinuierlich gefederten Ring sind die Formeln aus /9/ in Abb.9.7 gegeben (Beispiele siehe im Anhang B.1). Bei einer Speichenradkonstruktion handelt es sich um ein System mit nur radial-elastischer Federung und poltreuer Belastung. Als Eingangswert fehlt nur noch die Bettungsziffer  $c_r$ .

Die Ermittlung kann folgendermaßen durchgeführt werden. Aus Gründen der Verträglichkeit muss der zentrale Knotenpunkt im Raum unverschieblich bleiben. Betrachtet man nun eine Speiche, so zeigt sich das System folgendermaßen:

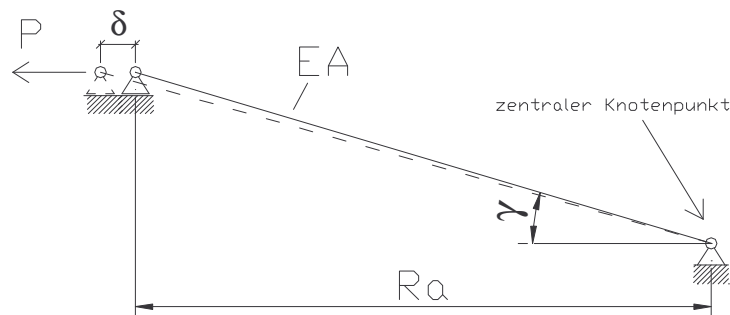
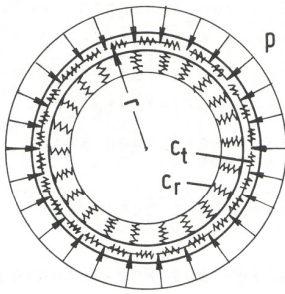


Abb.9.6: Modell zur Ermittlung der Federsteifigkeit  $c$



### Elastisch gelagerte Kreisringe unter konstanter Radiallast



$EJ$  : Biegesteifigkeit ;  
 $c_r$  : radial - elastische ,  
 $c_t$  : tangential - elastische  
 Bettungsziffer

Knicklast :  $p_{Ki} = \gamma_{Ki} \cdot \frac{EJ}{r^3}$  ;  $D_{Ki} = p_{Ki} \cdot r$

Parameter :  $\delta_r = \frac{c_r \cdot r^4}{EJ}$  ;  $\delta_t = \frac{c_t \cdot r^4}{EJ}$

Knickgleichungen in Abhängigkeit von der Lastart :

- |                    |   |                                      |
|--------------------|---|--------------------------------------|
| ① Poltreue :       | $\gamma_{Ki} = \frac{(n^2 - 1)^2}{(n^2 - 2)} + \frac{\delta_r \cdot n^2 + \delta_t}{n^2 (n^2 - 2)}$ | freier Ring :<br>$\gamma_{Ki} = 4,5$ |
| ② Richtungstreue : | $\gamma_{Ki} = n^2 + \frac{\delta_r \cdot n^2 + \delta_t}{(n^2 - 1)^2}$                             | $\gamma_{Ki} = 4$                    |
| ③ Normaltreue :    | $\gamma_{Ki} = (n^2 - 1) + \frac{\delta_r \cdot n^2 + \delta_t}{n^2 (n^2 - 1)}$                     | $\gamma_{Ki} = 3$                    |

Maßgebend ist jene Halbwellenzahl  $n \geq 2$ , die den kleinsten Knickwert liefert. - Getrennt für radial- und tangential-elastische Bettung kann dem folgenden Diagramm der Knickwert  $\gamma_{Ki}$  direkt entnommen werden.

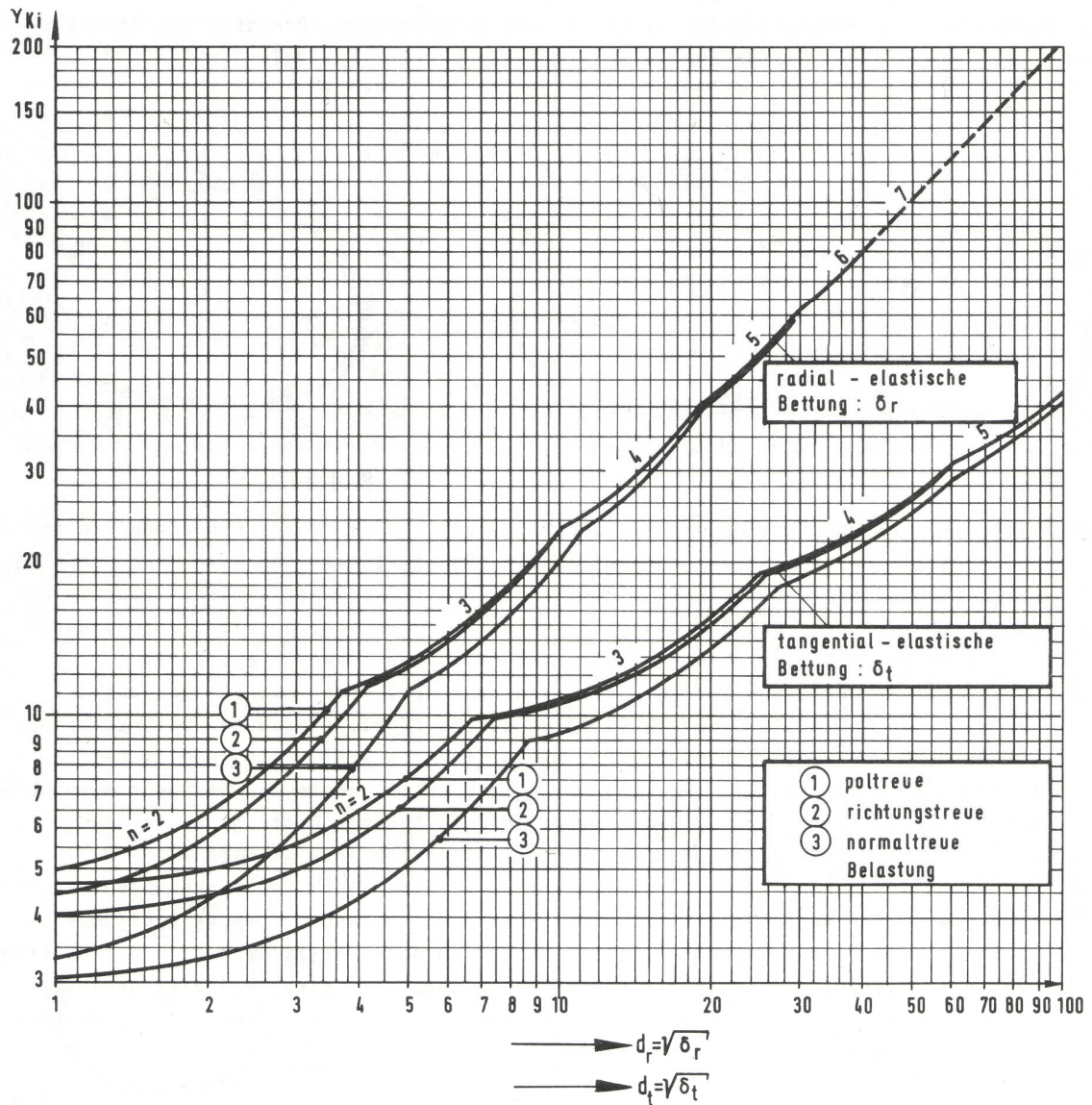


Abb.9.7: Berechnung elastisch gelagerter Ringe unter konstanter Radiallast; Auszug aus /9/

Die horizontale Federsteifigkeit  $c$  der Speiche ergibt sich als:

$$c = c(EA, R_a, \gamma) = \frac{P}{\delta} = \frac{EA}{R_a * \cos \gamma} \quad (37)$$

Darauf muss nur noch die Federsteifigkeit auf das entsprechende Kreissegment umgelegt werden:

$$c_r = \frac{c}{\frac{2R_a \pi}{n}} = \frac{n * EA}{2 * \pi * R_a^2 * \cos \gamma} \quad (38)$$

Folgend kann der Parameter  $\delta_r$  errechnet werden und mit dem  $\gamma_{ki}$  entweder auch berechnet oder direkt aus dem Diagramm herausgelesen werden. Bei der Berechnung muss mittels Variation der Halbwellen deren maßgebliche Anzahl gefunden werden. (Achtung:  $n$  in Abb.9.7 ist die halbe Zahl der Halbwellen und auch nicht zu verwechseln mit der Speichenzahl  $n$ .)

Ergibt sich eine Halbwellenzahl geringer als die Anzahl der Kreissegmente, so ist dies der maßgebliche Fall. Bei Halbwellenzahl über der Segmentanzahl ist dies Versagen nicht maßgeblich sondern das Segment knickt zwischen den Speichenpunkten (Die höhere Zahl würde ja mehr als eine Halbwellen zwischen den Speichenpunkten bedeuten.) Bei gleicher Halbwellenzahl ergibt sich derselbe Wert für beide Berechnungen.

### 9.2.2.3) Knicken zwischen den Speichenangriffspunkten

Dieser zweite Fall des Knickens nämlich der des Versagens zwischen den Knoten des Rings mit der Speiche stellt die höchst mögliche Versagensform dar. Hier sind dann, nach dem Federmodell, die Federn zu steif um nachzugeben, und fungieren als festes Lager.

Im Fall des Bogensegments erhält man die Knicklast folgendermaßen: (Definition der Variablen siehe Abb.9.8)

$$D_{ki} = \pi^2 * \frac{EI_{Ring}}{\hat{l}^2} \quad (39)$$

$$\hat{l} = \frac{2 * R_a * \pi}{n} (= 2\hat{\beta} * R_a) \quad (40)$$

Sollte der Ring als Polygon ausgeführt werden, das einzelne „Kreissegment“ also ein gerader Stab sein, wird  $\hat{l}$  durch  $l$  (also der Stablänge) ersetzt.

Formel (39) gilt nur für eine gerade Anzahl von Kreissegmenten, für eine ungerade Anzahl ist die Formel nur eine Näherung, der Fehler der gemacht wird ist aber bei mehr als neun Speichen vernachlässigbar.

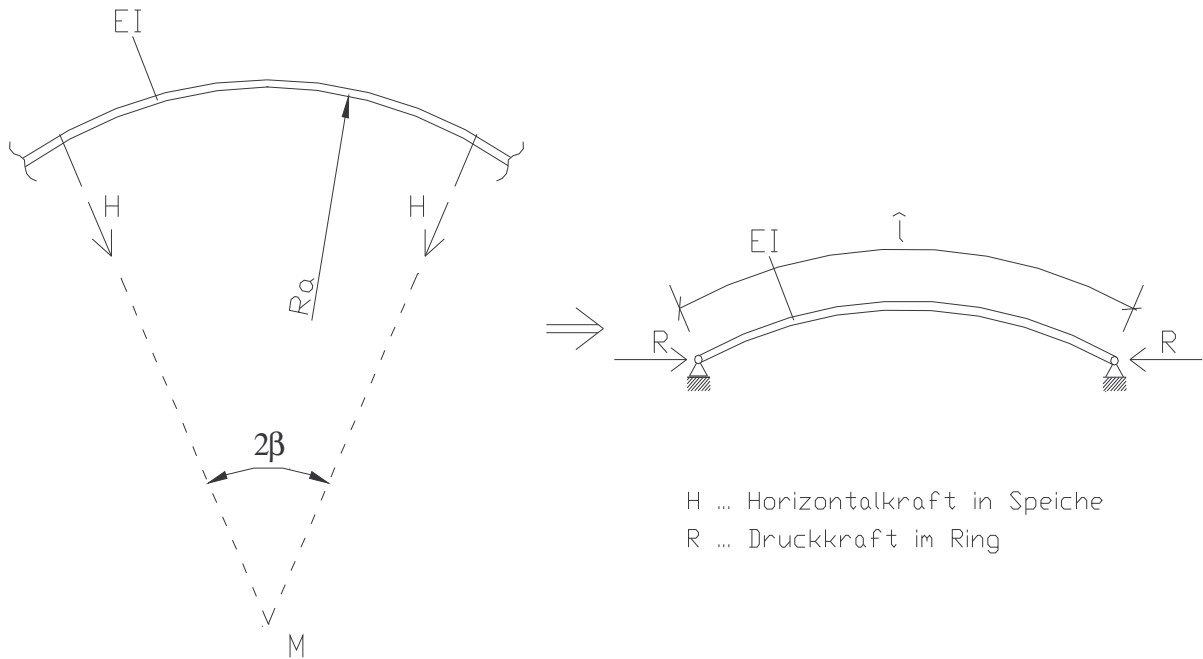


Abb.9.8: Modell zum Knicken des Kreissegments

#### 9.2.2.4) Knicken aus der Ebene

Unter der Annahme einer vertikal unverschieblichen Halterung kann ein Bogenkippen aus der Ringebene heraus nur zwischen diesen Lagerpunkten betrachtet werden.

Nach /9/ gilt: *“Bei flachen Bögen kann der Stabilitätsnachweis stellvertretend für einen geraden Druckstab (mit annähernd konstanter Druckkraft) geführt werden. Die Länge ist gleich der abgewickelten Bogenlänge.“* Dies ist bei den Konstruktionen mit den üblichen kleinen Winkeln zwischen den Speichen möglich. Hierbei ist noch festzuhalten:

- Auch für das Knicken aus der Ebene stellt die obige Lösung nur für eine gerade Feldanzahl eine exakte Lösung dar, bei den üblichen Speichenzahlen ist für eine ungerade Anzahl aber auch hier der Fehler vernachlässigbar.
- Die Vernachlässigung der Drill- sowie Wölbsteifigkeit stellt eine Lösung auf der sicheren Seite dar. Ihre Berücksichtigung bringt aber keine nennenswerte Erhöhung der Knicklast.

#### 9.2.2.5) System mit Innenring

Hat das System keinen zentralen Knotenpunkt sondern einen Innenring, welcher nicht als unendlich dehnsteif angesehen werden kann, so wird sinkt die Knicklast weiter ab. Dies daher, weil der Knotenpunkt am Innenring dann nicht mehr unverschieblich ist und durch seine

Nachgiebigkeit die effektive Federsteifigkeit der Speiche und damit die Bettungsziffer des Außenrings absenkt.

9.2.2.6) Das betrachtete System und damit zusammenhängende, einschränkende Vereinfachungen

Es gelten für das System mit Druckring sämtliche Voraussetzungen und Randbedingungen, die unter 9.2.1.1 (System ohne Druckring) getroffen wurden. Des Weiteren müssen, als Konsequenz aus den obigen Absätzen 9.2.2.2 und 9.2.2.3, noch folgende zusätzliche Aussagen getroffen werden.

Durch die Zuhilfenahme des vereinfachten Systems mit perfekter Geometrie und ideal gleichmäßiger Last ist Folgendes zu berücksichtigen:

- Es werden keinerlei Aussagen oder Rückschlüsse über das Verhalten des Rings bei asymmetrischen Lasten getroffen.
- Es können keine Aussagen über vertikale Reaktionskräfte zufolge unterbundener vertikaler Verformungen aus der Ebene gemacht werden. (Diese Kräfte werden für normal abgeschätzt. Im EC3 zum Beispiel mit  $\frac{N}{100}$ .)

## Kapitel 10: Optimierungsrechnung an einem konkreten System

### 10.1) Funktionsschema der Berechnung

Die Berechnung erfolgt in drei Schritten. Wobei der letzte Schritt die eigentliche Bemessung darstellt und die ersten beiden als additive Hilfestellung zur Wertermittlung dienen. Der prinzipielle Rechenablauf ist im folgenden Struktogramm dargestellt, wobei jedes der unterlegten Kästchen ein Berechnungsmodul darstellt, die Kästchen mit abgerundeten Ecken die Ergebnisse.

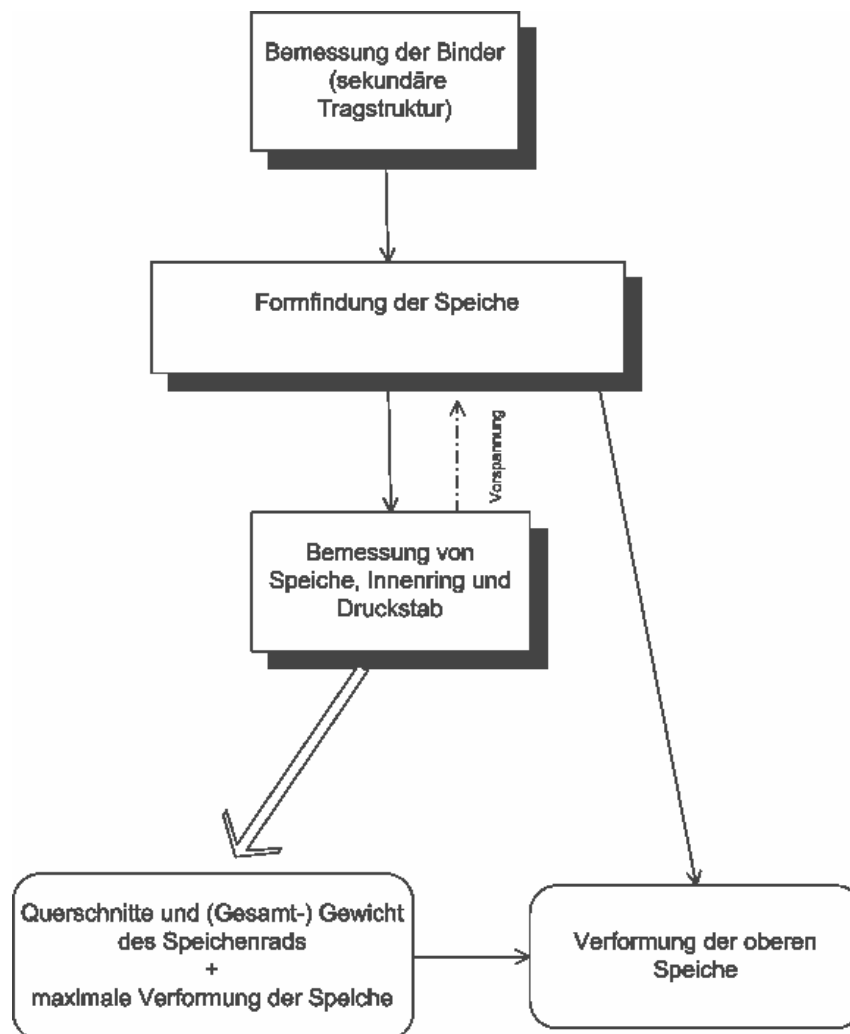


Abb.10.1: Struktogramm des Berechnungsablaufs

Folgend werden die Berechnungsabläufe der einzelnen Masken angegeben. Im Anhang B.2 sind diese Masken dargestellt, und zwar für das Gewichtsminimum der Speichenradkonstruktion ohne Berücksichtigung der Druckstrebe (siehe 10.3.2). Die Berechnungen erfolgen ausnahmslos nach den Bestimmungen des EC3, die zusätzlichen benötigten Querschnittswerte

werden den üblichen Profiltabellen des Stahlbaus bzw. für die Werte der Seile den Datenblätter der Firma Pfeifer Seil u. Hebetchnik, herangezogen. Er wurden in der Berechnung nur erhältliche Querschnitte verwendet.

Die Elemente in den folgenden Struktogrammen bedeuten:

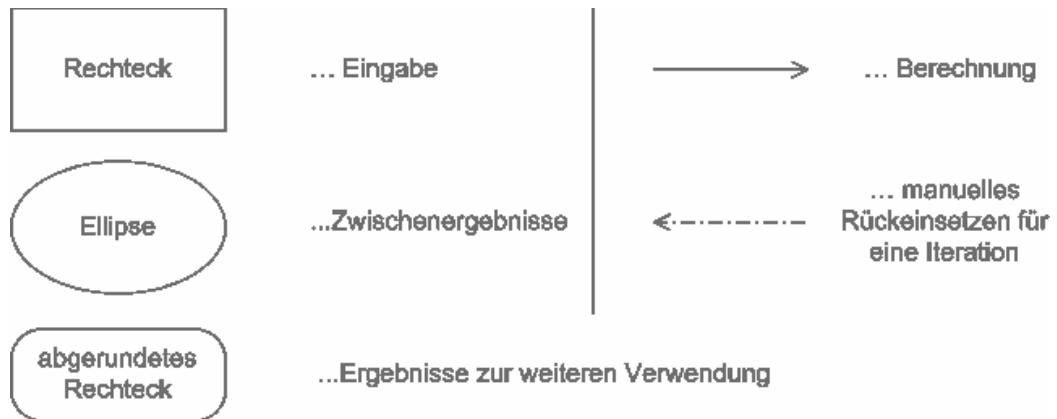


Abb.10.2.: Zeichendefinition der Struktogramme der Berechnungsmodule

### 10.1.1) Bemessung der sekundären Tragstruktur

Hierbei wird aus den geometrischen Werten der Speichenradkonstruktion und den Belastungen das Bemessungsmoment für die Unterkonstruktion der Dachhaut (die Sekundärkonstruktion in Form eingehängte Einfeldträger) ermittelt. Nach Wahl der Querschnitte (bzw. ihres Gewichts) wird das Gewicht der sekundären Tragstruktur pro Feld ausgegeben. Es besteht die Möglichkeit, eine Querschnittsabstufung zu wählen. Diese geht aber nur in das Gewicht (als Zahlenwert) ein, nicht jedoch in die, unter 9.2.1.1 und 8.1.1 definierte, Lastverteilung.

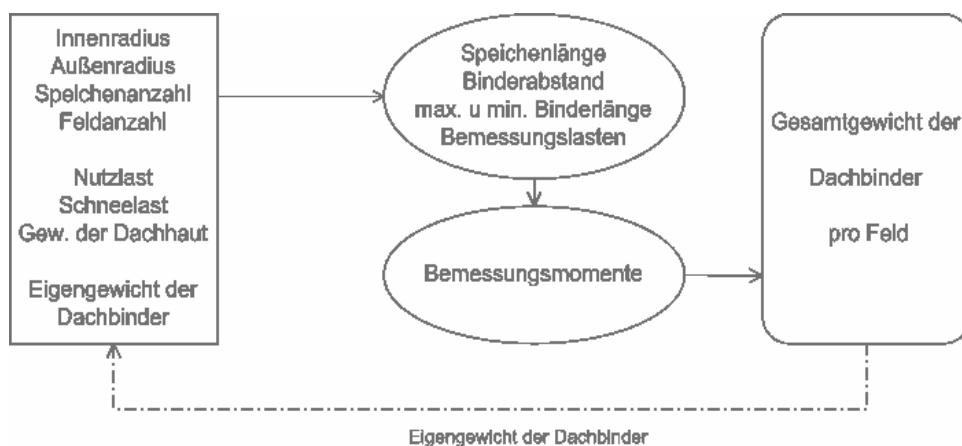


Abb.10.3: Struktogramm des Moduls der Gewichtsermittlung der sekundären Tragstruktur

### 10.1.2) Formfindung der Speiche

Hierbei wird aus den geometrischen Werten, dem Eigengewicht (sekundäre Tragstruktur und Dachhaut), sowie der Systemvorspannung, der Stich  $f$  des oberen Seils von seiner Sehne ermittelt, also der maximale Durchhang, unter der Bedingung, dass für jeden Punkt des Elements das Moment gleich Null ist.

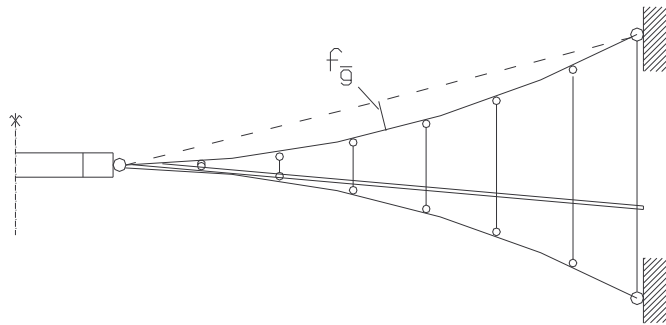


Abb.10.4: Definition des Durchhangs  $f_g$  der Grundform

Die Berechnung stellt eine auf das Erfordernis verkleinerte Nutzung der Maske für die Bemessung der Querschnitte (in 9.1.3 dargestellt) dar.

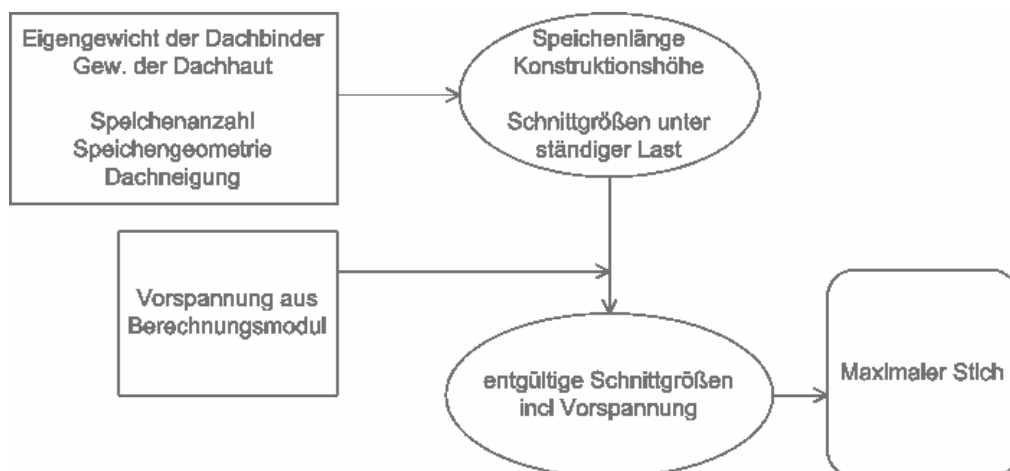


Abb.10.4: Struktogramm des Moduls zur Ermittlung der Speichengeometrie

### 10.1.3) Bemessung und Gewichtsermittlung des Daches

Hierbei werden aus den geometrischen Werten, den ständigen und veränderlichen Lasten, sowie den Materialkennwerten, die maximalen Schnittgrößen für die Lastfallkombinationen Sog und Druck ermittelt und daraus die erforderliche Vorspannung errechnet. Diese wird in der Form eingeführt, dass im maßgeblichen Endzustand das betroffene Seil (welches ohne Vorspannung einer Drucklast ausgesetzt wäre) unter den Bemessungslasten gerade schlaff ist.

Aus diesen Schnittkräften (inkl. Vorspannung) wird die erforderliche Dimensionierung der Elemente vorgeschlagen und basierend darauf vom Benutzer eine gewählt. Mit diesem Wert wird die vorherige Berechnung wiederholt.

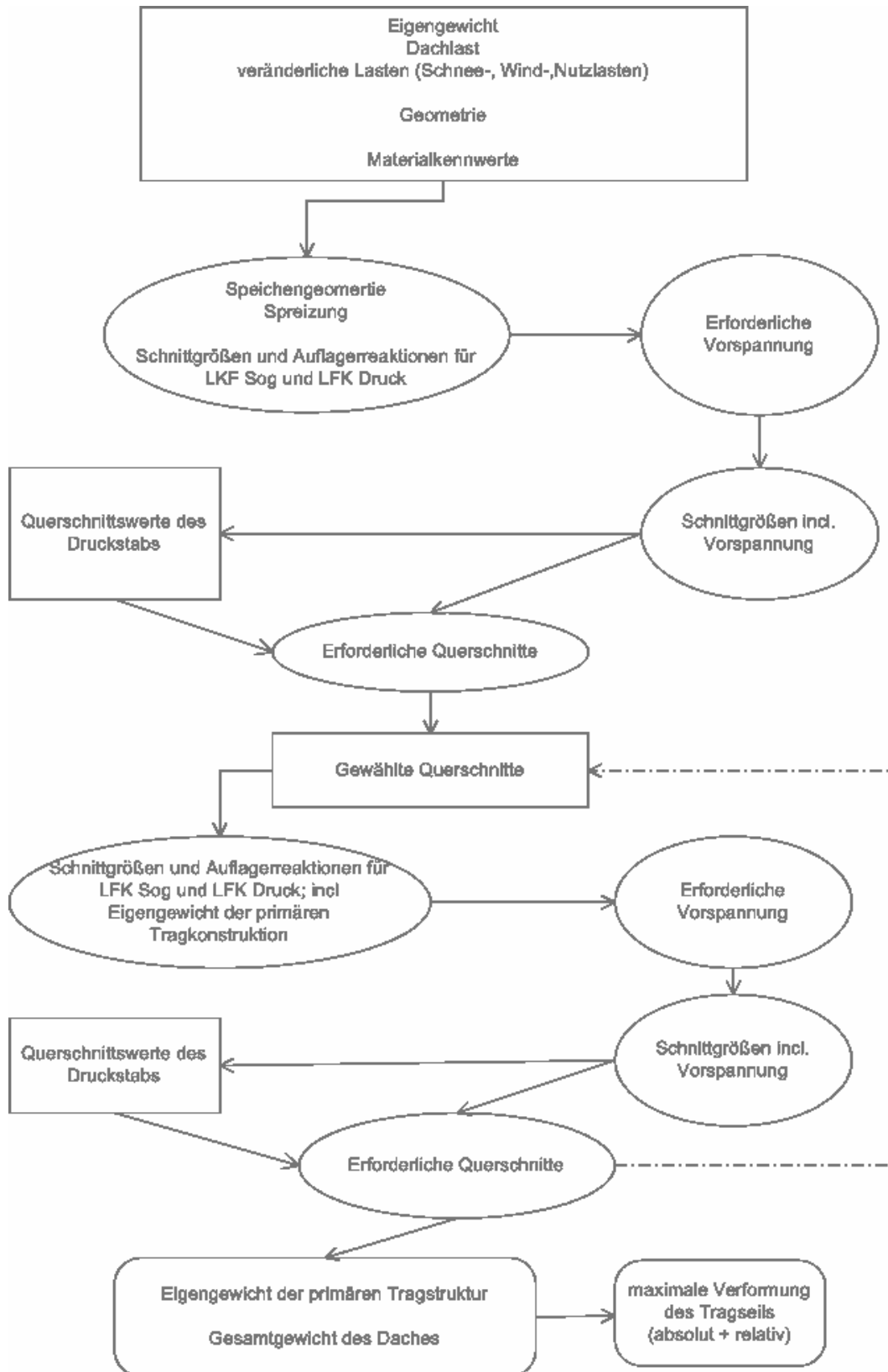


Abb.10.5: Struktogramm des Moduls der Querschnittbemessung der primären Tragstruktur sowie des Gesamtgewichts der Dachkonstruktion



## **10.2) Eingangswerte, Details der Berechnung**

Als Eingangswerte werden die Lastannahmen der Ö-Normen herangezogen. Zur Berücksichtigung allfälliger zusätzlicher Eigenlasten, welche zu diesem Zeitpunkt nicht quantifizierbar sind, etwas diverse Bleche sowie allfällige Auskreuzungen in der Dachebene, wird ein Zuschlag von 10% auf das Gewicht der sekundären Tragstruktur eingerechnet. Selbes gilt für die Hänger. Sie werden mittels eines 10-prozentigen Zuschlags auf die Seile der primären Tragstruktur in die Berechnung einbezogen.

Die Druckstreben sind auf warmgefertigte Rundrohre eingeschränkt und müssen programmintern separat bemessen werden. Mit den vom Benutzer eingegebenen Daten (Rohrradius und Wanddicke) wird automatisch mit Hilfe der ermittelten Druckkräfte ein Stabilitätsnachweis für Biegeknicken nach EC3 durchgeführt. Die Wahl eines korrekten Querschnitts obliegt dem Benutzer, das Programm übernimmt den Rohrquerschnitt automatisch in seinen Dimensionierungsvorschlag.

### 10.3) Betrachtung eines konkreten Systems

Es wird nur das System ohne Druckring betrachtet. Die Problemstellung sowie mögliche Lösungsansätze für die Behandlung des Druckrings wurden in 9.2.2 erläutert.

#### 10.3.1) Als Ausgangspunkt gewähltes Berechnungsbeispiel

Als Ausgangspunkt wurde eine kreisrunde Speichenkonstruktion mit einem Außenradius von 50m und einem Innenradius von 20m gewählt. Dies entspricht von der Größe etwa einem Stadion für ein Tennisfeld. Als Standort für die Bestimmung der äußeren Lasten wurde Wien gewählt.

Die Konstruktion besitzt 36 Speichen, welche in konstantem Abstand zueinander angebracht sind. Für die Anordnung der sekundären Tragstruktur werden sieben Einfeldträger angenommen, des Weiteren wird eine Dachneigung von  $5^\circ$  gewählt. Diese und alle weiteren Daten sind auch im exemplarischen Ausdruck im Anhang B.2 wieder zu finden.

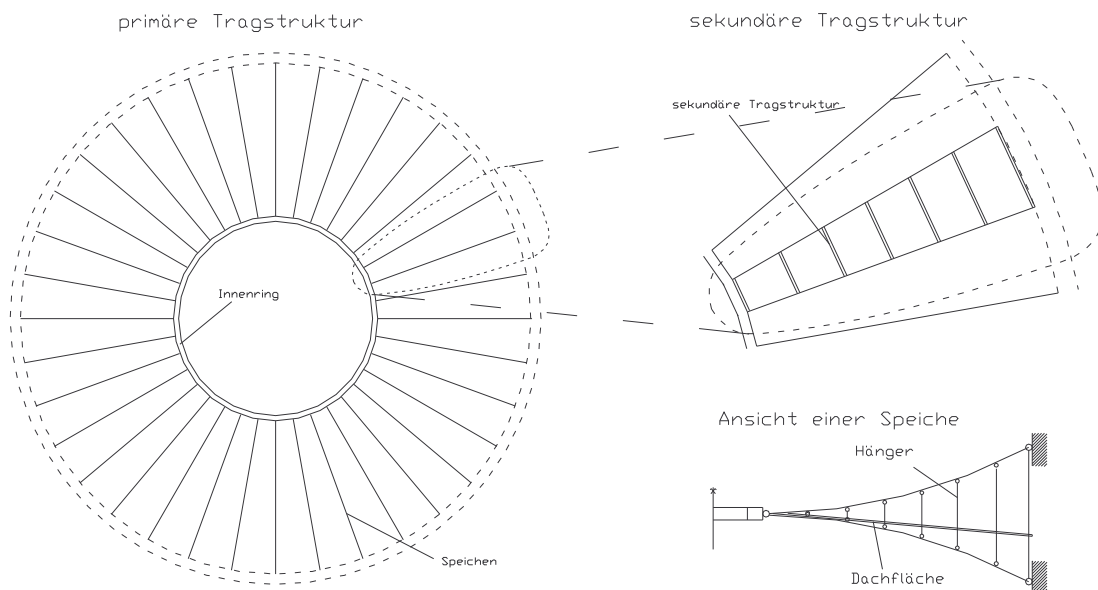


Abb.10.6: Grundriss des betrachteten Systems, Lage der sekundären Tragstruktur und Ansicht einer Speiche

## 10.3.2) Ergebnisauswertung

### 10.3.2.1) Die Ergebnisse

Es wurde das Gesamtgewicht des Daches in Abhängigkeit von der Neigung des oberen und des unteren Seils der Speichen bestimmt, sowie die Verformung für jeden dieser Zustände. Die betrachteten Neigungswinkel des oberen Seils wurden zwischen  $5^\circ$  und  $20^\circ$  ( $22,5^\circ$  für das System ohne Druckstrebe), in Schritten von  $2,5^\circ$ , variiert. Die des unteren Seiles betragen  $0,1^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $2,5^\circ$ , und dann in Schritten von  $2,5^\circ$ , bis  $15^\circ$  (bis  $20^\circ$  für das System ohne Druckstrebe). Die tabellarische Aufstellung der Ergebnisse ist im Anhang B.3 zu sehen.

Für die Auswertung wurde das Gewicht auf den Quadratmeter Dachfläche bezogen. (Im Anhang sind die Absolutwerte gegeben. Die Dachfläche des Objekts beträgt  $6597 \text{ m}^2$ .)

Der Anteil des Eigengewichts der sekundären Tragkonstruktion an allen Werten beträgt  $0,095 \text{ kN/m}^2$ . Folgend werden nur die grafischen Auswertungen dargestellt und besprochen.

Bei der Betrachtung der Diagramme ist zu beachten, dass in den beiden Abbildungen der untere Speichenwinkel gegenläufig aufgetragen ist. Dies ist für eine übersichtliche Darstellung erforderlich.

Für das System unter Berücksichtigung der Druckstreben ergibt sich folgendes Bild:

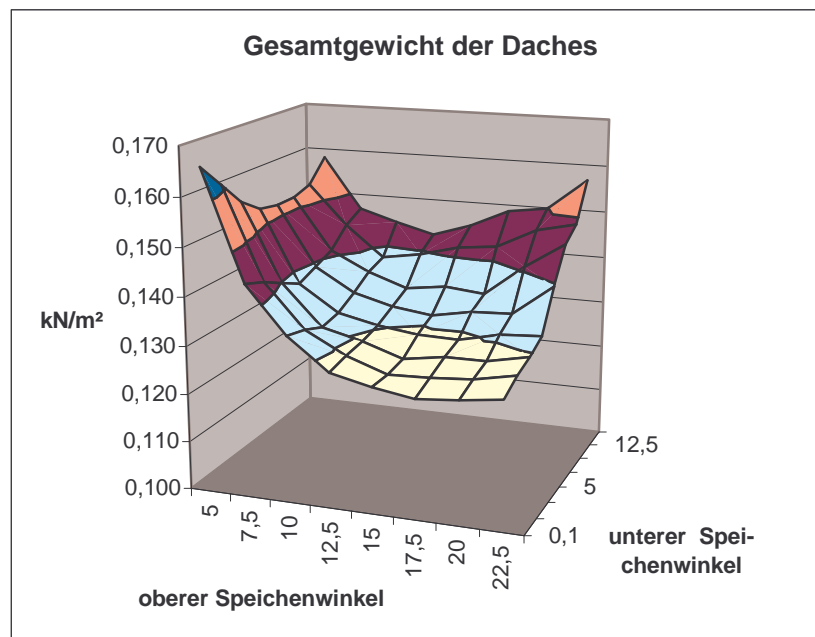


Abb.10.7: Dachgewicht des Systems mit Druckstrebe in  $\text{kN/m}^2$

Das System ohne Berücksichtigung der Druckstreben ergibt:

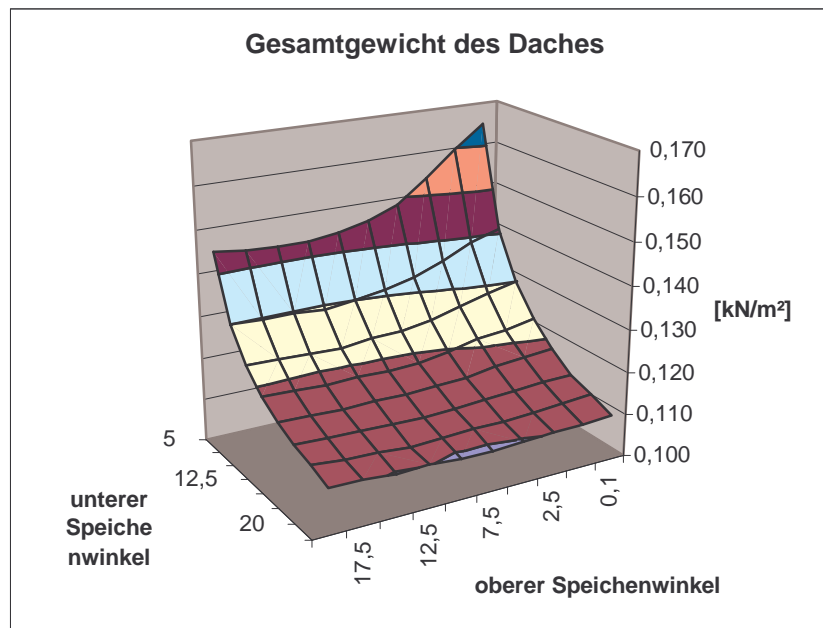


Abb.10.8: Dachgewicht des Systems ohne Druckstreben in  $\text{kN/m}^2$

Das Minimum für das System mit Druckstrebe beträgt  $0,125 \text{ kN/m}^2$  und liegt bei einem Neigungswinkel von  $17,5^\circ$  der oberen Speiche und  $0^\circ$  der unteren Speiche.

Das Minimum für das System ohne Druckstrebe liegt nicht innerhalb des dargestellten Bereiches. Weiterführende Berechnungen haben gezeigt, dass es in einem Bereich liegt, für den das gewählte Modell nicht mehr zulässig erscheint. Nach dem verwendeten Modell wird der Kraftverlauf weiter flacher. (Das Minimum der Grafik liegt bei  $0,109 \text{ kN/m}^2$  bei  $22,5^\circ$  Neigung des oberen Seils und  $7,5^\circ$  Neigung des unteren. Bei  $40^\circ$  oben und  $5^\circ$  unten ergäbe die Dimensionierung ein Gewicht von  $0,106 \text{ kN/m}^2$ . Bei den daraus resultierenden Spreizungen und geringen Seilstärken ist die Annahme eines 10-prozentigen Zuschlags für die Hänger aber nicht mehr haltbar.)

Es muss noch gesagt werden, dass sich die Unregelmäßigkeit der Oberflächen des Dachgewichts durch die Verwendung von den handelsüblichen Querschnitten ergibt. Damit variieren die Abweichungen von der mathematischen Optimallösung bei den einzelnen Werten. Er zeigt sich aber, dass es durch die Anlehnung an die realen Verhältnisse zu keinen nennenswerten Abweichungen kommt.

Unter Anbetracht der Tatsache, dass das Gewicht hier keine klare Lösung hervorbringt kann bzw. muss eine andere Bedingung für die Ermittlung eines Optimums herangezogen werden.

Hierbei liegt die Begrenzung der Verformungen als solches Kriterium nahe. Angegeben wird jeweils die Verformung bezogen auf die ermittelte Sollform, also  $f_{tot} - f_g$ .

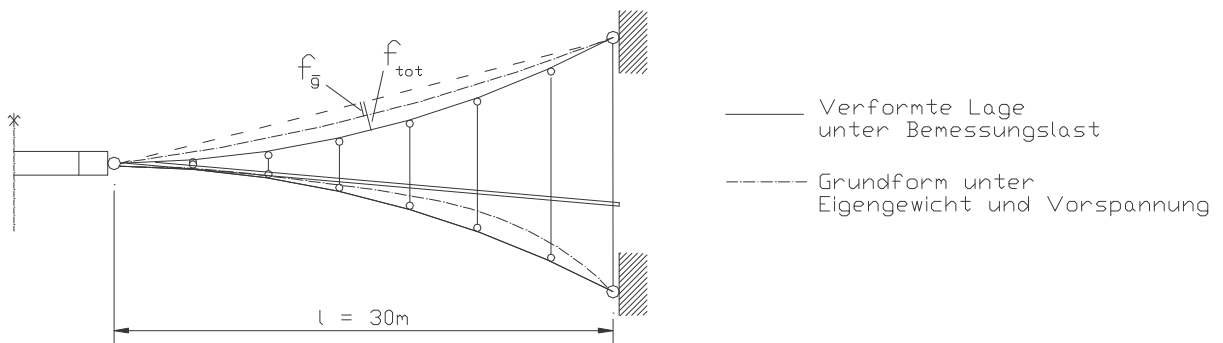


Abb.10.9: Skizze zur Definition der Verformung

Für eine bessere Vergleichbarkeit mit anderen Berechnungen wird die Verformung auf die Spannweite  $l$  bezogen.

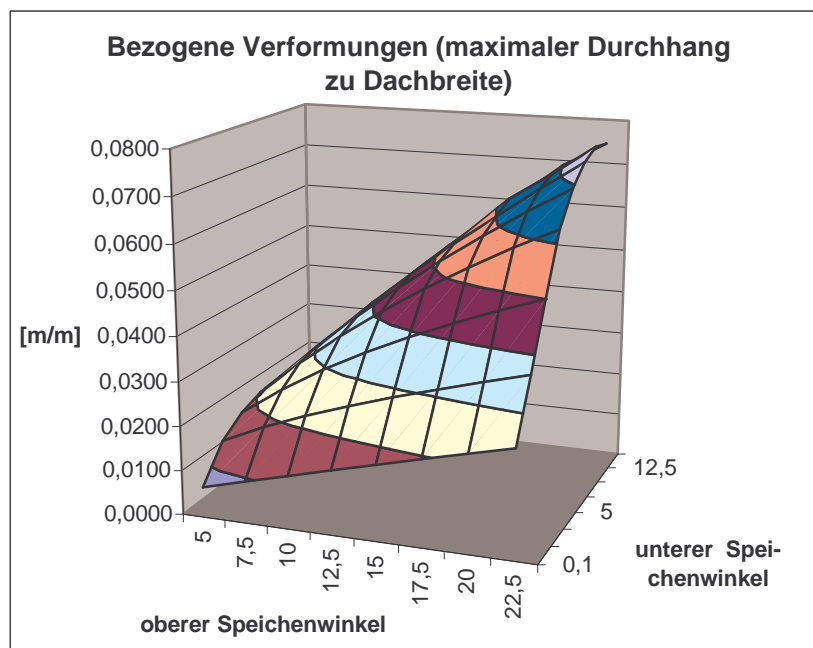


Abb.10.10: Maximale Verformungen des oberen Seils der Speiche (Durchhang relativ zur Grundform)

Wird diese Schranke bei einem Verhältnis der Verformung zur Stützweite von 0,02 ( $= \frac{l}{50}$ ) eingezeichnet, so erhält man das Minimum zu 0,113 kN bei Neigungswinkeln von  $0^\circ$  unten bzw.  $20^\circ$  oben.

Die Verformungen weisen einen linearen Zusammenhang zum oberen Speichenwinkel auf, wobei sie für den unteren Speichenwinkel von  $12,5^\circ$  maximal sind.

### 10.3.3.2) Aussagen über die Berechnungsergebnisse

Folgende Aussagen lassen sich treffen.

- Das Speichenrad verhält sich, je nach dem ob man das System mit oder ohne Druckstreben betrachtet, sehr unterschiedlich.
- Bei dem ersten System mit dem Druckelement kann ein eindeutiges, wenn auch nicht sehr markantes Minimum, welches sich als Schnittpunkt der zwei gegenläufigen Gewichtsverläufe von Speichen und Druckstab, ergibt.
  - ∅ Das Gewicht der Strebe steigt mit zunehmendem Winkel an, während die Speichen aufgrund der geringer werdenden Schnittgrößen schlanker ausgeführt werden können. Bei Winkeln über dem Minimum ist die Gewichtszunahme der Strebe, aufgrund der größeren Spreizung, dann höher als die Gewichtsreduktion der Seile. (Die Kraftabnahme im System wird mit steigendem Winkel weniger während die Speichenelemente aber länger werden.)
- Bei dem zweiten System (ohne Druckstrebe) lässt sich im baupraktisch interessanten Bereich kein absolutes Gewichtsminimum finden.
  - ∅ Es ergäbe sich der Ort des Minimums, als jener Punkt wo die Gewichtszunahme, zufolge der größeren Seillänge, die Gewichtsreduktion, zufolge kleinerer Querschnittsflächen, übersteigt. Dieser Punkt ist aber nicht im betrachteten Bereich.
  - ∅ Es lässt sich allerdings für jeden Neigungswinkel der oberen Speiche ein Optimum für das, im Lastfall Sog beanspruchte, untere Speichenelement finden, wobei dieses Optimum mit steigendem oberem Winkel immer weniger markant wird.

Im gewählten Beispiel liegt dieses Optimum des unteren Elements, bei 12,5° (für 5° oberen Neigungswinkel) und sinkt im Betrachtungsbereich auf 7,5-10°. Die Begründung dafür ist in der konstante Soglast zu finden, dessen resultierende Kraft durch die Zunahme des Eigengewichts der gesamten Speiche abgemindert wird.
  - ∅ Das Minimum für das obere Speichenelement liegt aufgrund der höheren maximalen Last bei einem größeren Winkel, und der Verlauf ist, bei festgehaltenem unterem Winkel, aufgrund der geometrischen Abhängigkeiten dort dann flacher.

## **10.4) Erweiterte Systembetrachtungen**

Folgend wird nun mittels weiterer Berechnungen desselben Systems versucht, das oben festgestellte Systemverhalten zu verifizieren und um weitere Aussagen, bezüglich der Verhaltensänderung bei variierender Speichenanzahl, zu erweitern. Hierfür werden Speichenräder mit denselben geometrischen Abmessungen, aber mit 18 bzw. 54 Speichen, herangezogen.

Danach wird der Frage nachgegangen, ob sich optimale Speichenanzahlen bezüglich der Gewichtsminimierung angeben lassen.

Alle ermittelten Zahlenwerte sind wiederum im Anhang zu finden. Im Verlauf des Textes wird deren Wiedergabe auf das für die Argumentation erforderliche Maß eingeschränkt. Zu einer besseren Beurteilbarkeit der Sachverhalte wird das Gesamtgewicht in die primäre und die sekundäre Tragstruktur aufgeschlüsselt. Die Grafiken stellen nur das Gewicht der primären Tragstruktur dar.

### **10.4.1) Vergleich der unterschiedlichen Speichenanzahlen**

Das wesentliche Ergebnis des Vergleichs der Optimierungsrechnungen der Systeme mit unterschiedlicher Speichenanzahl ist, dass sich die Systeme identisch verhalten. Der wesentliche Unterschied liegt in Gesamtgewicht, wobei dessen maßgeblicher Anteil aus der sekundären Tragstruktur resultiert.

Speichenanzahl	Gewicht der sekundären Tragstruktur
[stk]	[kN/m <sup>2</sup> ]
18	0,239
36	0,095
54	0,057

Abb.10.11: Gewicht der sekundären Tagstruktur bei jeweiliger Speichenanzahl

Wie folgend gezeigt wird treten bei der primären Tragstruktur die Minima bei denselben Winkeln auf, und auch die Verläufe sind ähnlich. Dies belegen die folgenden Grafiken.

### 10.4.1.1) Die Systeme unter Berücksichtigung der Druckstrebe

Die Gewichtsverläufe für die Variante mit Druckstrebe, bei einem festgehaltenen Winkel der unteren Speiche von  $0,1^\circ$ , stellen sich wie folgt dar:

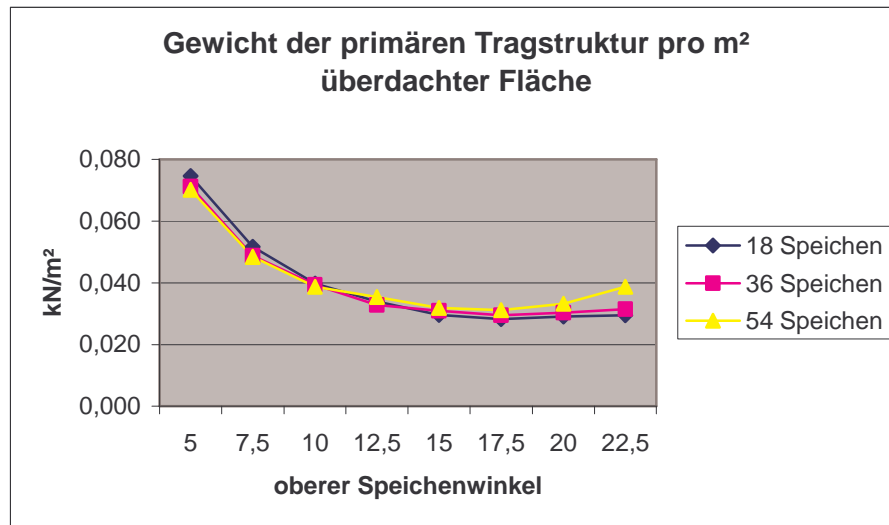


Abb.10.12: Gewicht der primären Tragstruktur in Abhängigkeit vom oberen Speichenwinkel und der Speichenanzahl

Wie zu sehen ist, stellt sich das Minimum immer bei  $17,5^\circ$  ein. Der nicht parallele Verlauf der drei Kurven lässt sich auf den mit der Spreizung stärker steigenden Gewichtsanteil des Druckstabs zurückführen. Dass bei den  $17,5^\circ$ , unabhängig von der Speichenanzahl, das globale Maximum liegt, lässt sich durch Festhalten des Winkels der oberen Speiche fest. Es zeigt sich auch das identische Verhalten der Systeme, woraus auf die komplette Ähnlichkeit geschlossen werden kann. Für die Grafiken werden die Verläufe für die Winkel des oberen Speichenelements von  $5^\circ$  und  $17,5^\circ$  dargestellt:

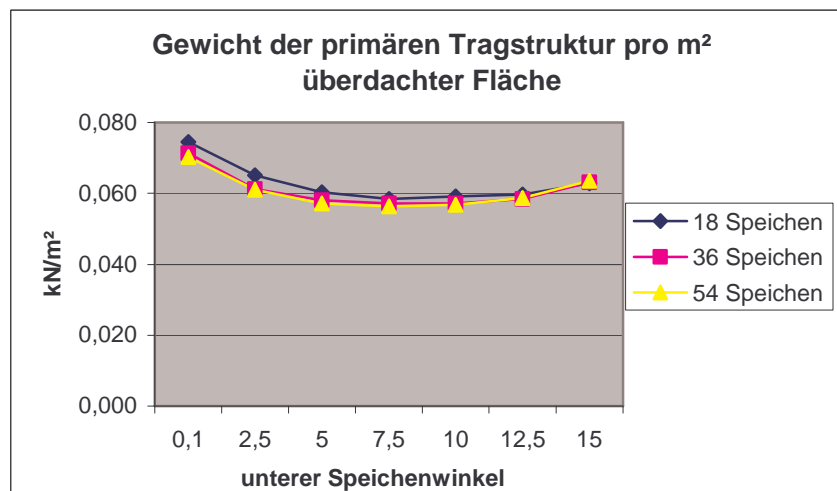


Abb.10.13: Gewicht der primären Tragstruktur in Abhängigkeit vom unteren Speichenwinkel und der Speichenanzahl; bei einem oberen Speichenwinkel von  $5^\circ$



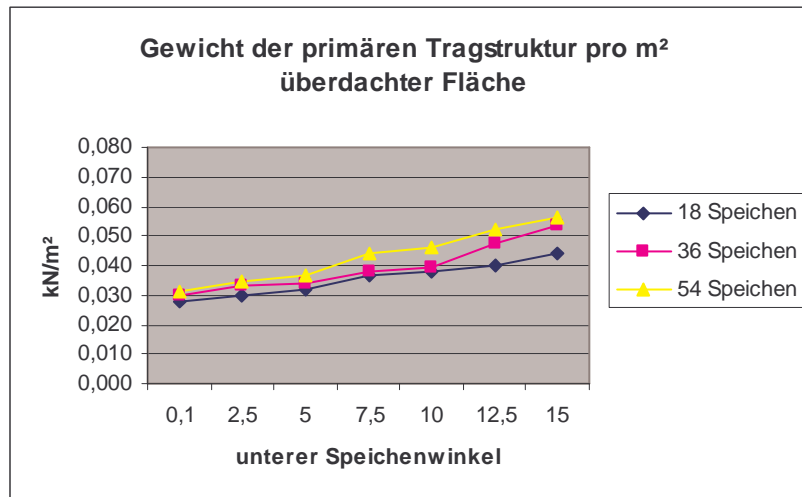


Abb.10.14: Gewicht der primären Tragstruktur in Abhängigkeit vom unteren Speichenwinkel und der Speichenanzahl; bei einem oberen Speichenwinkel von 17,5°

10.4.1.2) Die Systeme ohne Berücksichtigung der Druckstrebe

Auch in dieser Variante gilt die Aussage der Gleichheit des Verhaltens der Systeme, wie aus den folgenden Grafiken ersichtlich ist.

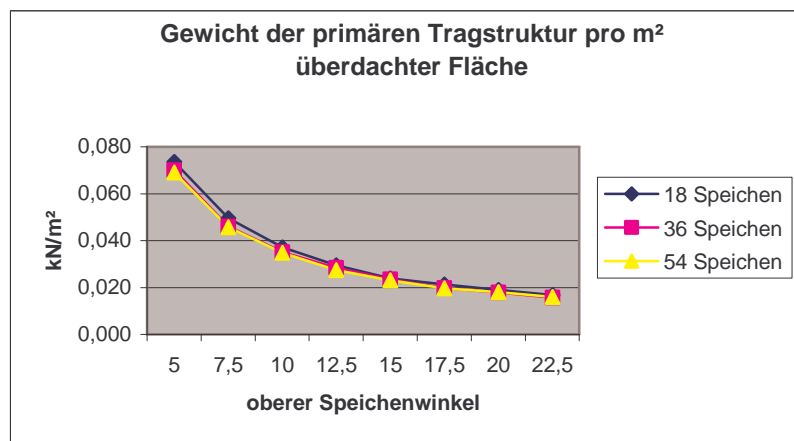


Abb.10.15: Gewicht des Daches in Abhängigkeit vom oberen Speichenwinkel und der Speichenanzahl; bei einem unteren Speichenwinkel von 0,1°

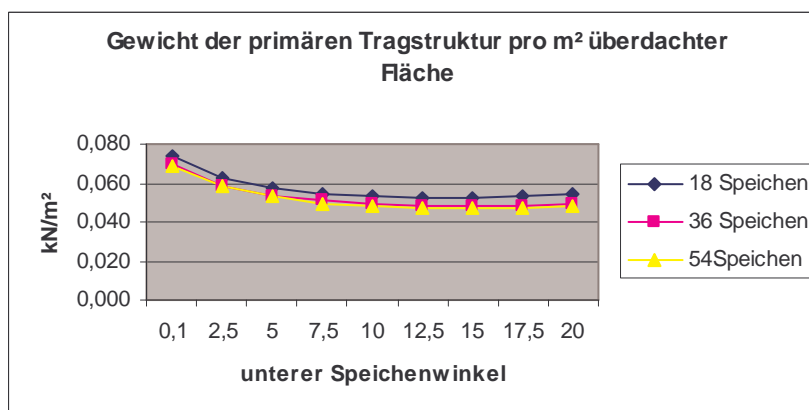


Abb.10.16: Gewicht des Daches in Abhängigkeit vom oberen Speichenwinkel und der Speichenanzahl; bei einem oberen Speichenwinkel von 5°

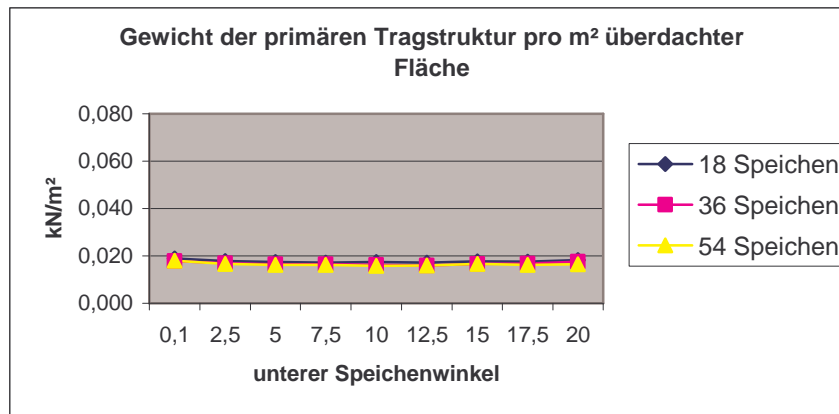
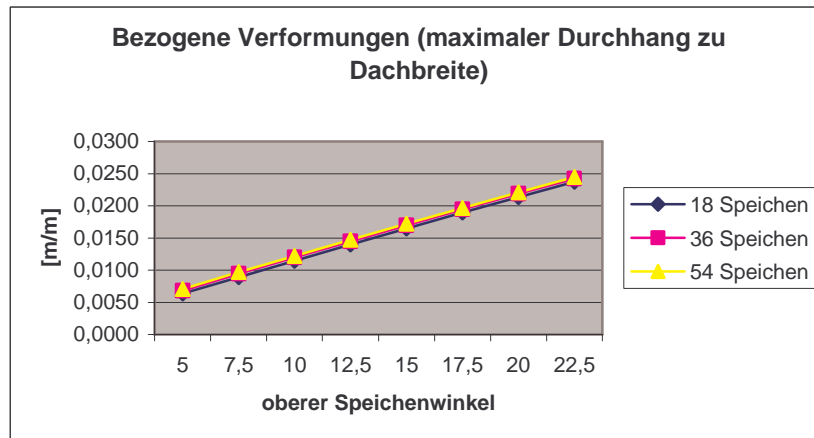


Abb.10.17: Gewicht des Daches in Abhängigkeit vom oberen Speichenwinkel und der Speichenanzahl; bei einem unteren Speichenwinkel von 20°

10.4.1.3) Verformungsverhalten

Für das Verformungsverhalten gilt gleiches wie für das Gewicht. Die Systeme verhalten sich ähnlich zu zueinander. Die Abweichungen sind hier aber wesentlich geringer, und das System mit weniger Speichen weist geringere Verformungen auf, was auf den prozentuell geringeren Lastanteil aus den veränderlichen Last zurückzuführen ist, während die ständigen Lasten (sekundäre Tragstruktur) bereits in der Sollform Eingang gefunden haben



Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
18 Speichen	0,0064	0,0089	0,0114	0,0140	0,0165	0,0189	0,0214	0,0237
36 Speichen	0,0068	0,0094	0,0120	0,0145	0,0170	0,0195	0,0219	0,0242
54 Speichen	0,0071	0,0097	0,0122	0,0147	0,0172	0,0197	0,0221	0,0245

Abb.10.18: Verformungen der oberen Speiche bezogen auf die Dachbreite; in Abh. vom oberen Speichenwinkel und der Speichenanzahl; bei einem unteren Winkel von 0,1°

Bei festem oberen Speichenwinkel und variierendem unteren Winkel ergibt sich gleiches.

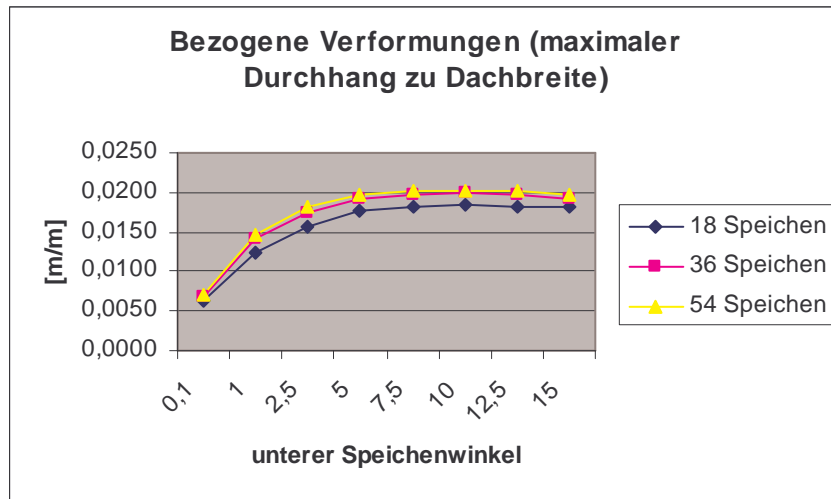


Abb.10.19: Relative Verformungen (bezogen auf die Sollform) der oberen Speiche bezogen auf die Spannweite; in Abhängigkeit vom unteren Speichenwinkel und der Speichenanzahl; bei einem oberen Speichenwinkel von  $5^\circ$

#### 10.4.1.4) Aussagen aus dem obigen Vergleich

Wie zuvor schon formuliert, ist die direkte Aussage die, dass sich die Systeme gleich verhalten, die Speichenradkonstruktion also alleine von der Geometrie beeinflusst wird. Vergleicht man die Werte der primären Tragstruktur mit denen der sekundären so sieht man, dass die sekundäre Tragstruktur die wesentliche Komponente ist

Das Minimum für das System mit Druckstrebe, liegt bei den Neigungswinkeln von  $0^\circ$  der unteren Speiche und  $17,5^\circ$  der oberen Speichen. Folgend wird versucht ein absolutes Systemminimum, in Form einer minimalen Speichenzahl bei den hier ermittelten Speichenwinkel, zu finden.

#### **10.4.2) Das globale Systemminimum**

Wie die folgende Grafik zeigt, war ein solches Minimum nicht zu finden. Es zeigt sich ein immer langsamer abfallender Verlauf, wobei hier nicht feststellen lässt es einen Endwert gibt. Es kann aber eindeutig gesagt werden, dass er nicht in einem baupraktisch relevanten Bereich liegt. Auch zeigt sich hier der dominante Einfluss der sekundären Tragstruktur im relevanten Bereich deutlich.

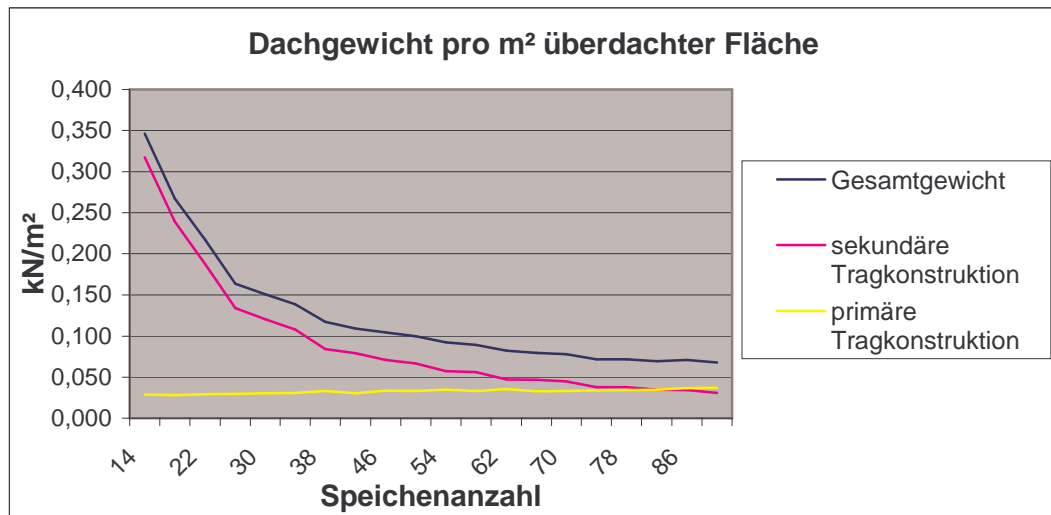


Abb.10.20: Verlauf des Dachgewichts in Abhängigkeit von der Speichenanzahl

Der unruhige Verlauf der Kurve erklärt sich aus der Verwendung von Querschnitten aus der Profiltabelle. (Für die sekundäre Tragkonstruktion wurden nur Profile der Querschnittsfamilie HE-... verwendet).

Der Endwert der Grafik liegt bei  $0,0647 \text{ kN/m}^2$ , wobei hier  $0,0306 \text{ kN/m}^2$  auf die sekundäre Tragstruktur entfallen und  $0,0341 \text{ kN/m}^2$  auf die Speichen selbst. Ab einer Speichenanzahl von etwa 80 Stück macht die primäre Tragstruktur über die Hälfte des Gewichts aus, darunter die sekundäre. Es erweist sich somit eindeutig, dass diese, im baupraktisch interessanten Bereich, den maßgeblichen Teil des Eigengewichts darstellt. Grenzt man diesen real genutzten Bereich bei 28-40 Speichen ein, so lässt sich aus diesem Diagramm ablesen, dass man sich im Bereich zwischen  $0,152\text{-}0,114 \text{ kN/m}^2$  bewegt, und damit zwar bei dem doppelten Wert dessen, was das Minimum zu sein scheint, aber doch schon in einem relativ flachen Bereich der Kurve.

Es ist offensichtlich, dass es hier von der Seite der Gewichtsoptimierung kein klares Minimum gibt. Mit dem Hintergrundwissen, dass eine hohe Speichenzahl für den Materialverbrauch günstig ist, kann und muss die Entscheidung für eine Speichenzahl anderweitig getroffen werden.

### 10.5) Einordnung des Ergebnisses

Die Ergebnisse der Gewichtsoptimierung zeigen in eindrucksvoller Weise die herausragende Stellung des Tragprinzips der Speichenradkonstruktion bezüglich des Konstruktionsgewichts. Ein Vergleich der erlangten Ergebnisse mit den Werten von bestehenden Objekten bzw. anderen Konstruktionsprinzipien zeigt erstens, dass die hier ermittelten Ergebnisse realitätsnahe sind, und zweitens die Sonderstellung dieses Tragwerksprinzips. (Werte stammen aus /8/):

Konstruktion	Gewicht [kN/m <sup>2</sup> ]
Gottlieb-Daimler-Stadion	
Varianten:	
Speichenradkonstruktion	0,13
Kragdach als Stahlfachwerk	0,7
Trägerrost aus Fachwerkträgern	0,8
Cable-Dome	0,145
Blechhängedächer	
Pavillon in Zagreb	0,18
Andere Blechhängedächer; ca.	0,25
Optimierungsergebnis dieser Diplomarbeit für 36 Speichen	0,125

Abb.10.21: Gegenüberstellung des bezogenen Dachgewichts verschiedener Konstruktionen

Es bei dem Vergleich aber zu bedenken, dass das Optimierungsergebnis dieser Diplomarbeit den Druckring nicht beinhaltet, das Gewicht somit höher anzusetzen ist. Ein anderes interessantes Detail ist, dass bei der Speichenradkonstruktion des Gottlieb-Daimler-Stadions von den 0,13 kN/m<sup>2</sup> etwa 0,08 kN/m<sup>2</sup> auf die sekundäre Tragstruktur entfallen, was auch mit den hier ermittelten Verhältnissen übereinstimmt.

## **Kapitel 11: Die antimetrische Belastung**

Diese Arbeit behandelte bisher ausschließlich den Fall der symmetrischen Belastung. Auch hier wird nun nur soweit auf die antimetrische Belastung eingegangen, als dass die komplett andere Reaktion des Systems dargestellt wird, wobei plausibel gezeigt werden soll, warum diese Belastung vom Prinzip her die ungleich Ungünstigere ist. Durch die Vorspannung sowie die, im Normalfall ausschließlich symmetrischen, ständigen Lasten, ist aber immer eine dominante symmetrische Belastung gegeben. Somit sind, vor allem für die Tragfähigkeit, die maßgeblichen Lastfallkombinationen in weiten Bereichen jene der symmetrischen Volllast.

Grundsätzlich liegt der Nachteil der antimetrischen Lasten darin, dass fast alle Vorteile des Speichenradsystems wegfallen.

Es ist von vornherein klar, dass mit dem Ende der rotationssymmetrischen Last eine Betrachtung der einzelnen Speiche bzw. des einzelnen zugehörigen Dachelements unmöglich wird. Überdenkt man die bisherigen Überlegungen unter diesem Gesichtspunkt, so zeigt sich die Problematik. Da der Last-, und damit der Kräftezustand, im angrenzenden Segment anders ist als im belasteten, kann im Seil des Segments nicht eine Horizontalkraft aufgebaut werden, die in den Knotenpunkten als Ringkräfte abgetragen wird, um sich im ganzen System dann insgesamt kurz zu schließen. Dies ist nicht möglich, da sich im nächsten Segment, aufgrund der Verletzung der Symmetrie, diese Ringkräfte nicht auch bilden. Das Resultat sind, bei steifen Systemen, Momente bzw. bei biegeweichen Systemen, große Verformungen, damit sich ein Gleichgewicht einstellt. Für die üblichen Speichenradkonstruktionen bedeutet das Biegemomente im Druckgurt und große Verformungen bei Speichen und Innenring, was beides äußerst unangenehm ist.

Besser noch als weitere Ausführungen illustriert ein Beispiel diese Sachverhalte. Folgend werden einige Schnittgrößen sowie das Verformungsbild ein und desselben Systems gezeigt, wobei es einmal mit einer symmetrischen und einmal mit einer antimetrischen Last belastet wird. Es ist klar, dass hier keine quantitativen Aussagen getroffen werden können, da kein gleiches Lastniveau definiert werden kann. Es soll hier aber auch nur qualitativ das Verhalten aufgezeigt werden. (Einzellasten von je 10 kN wurden einmal am gesamten Innenring nach unten aufgebracht, im anderen Fall wurde die Hälfte vertikal nach oben ausgerichtet.)

In den Darstellungen der Schnittgrößen und Verschiebungen wurde die untere Systemhälfte des symmetrischen Systems aus Gründen der Übersichtlichkeit ausgeblendet.

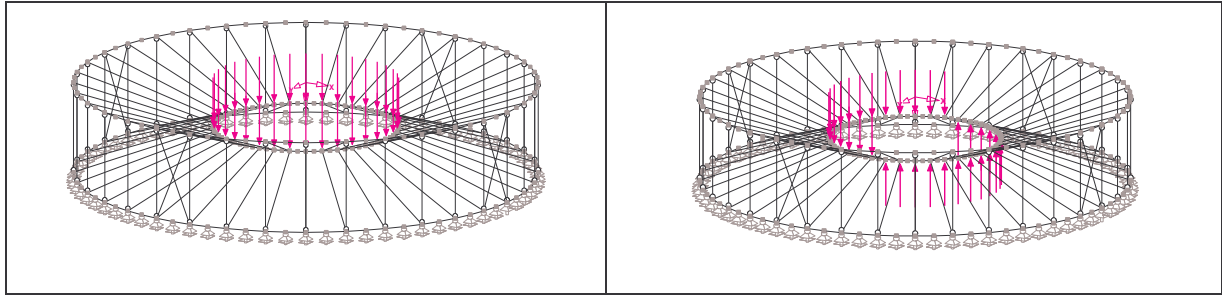


Abb.11.1: Systemansicht und Laststellung

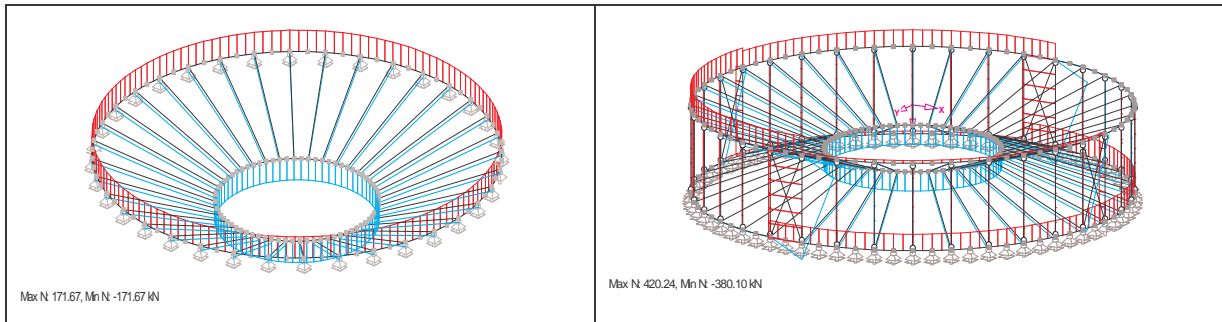


Abb.11.2: Normalkräfte

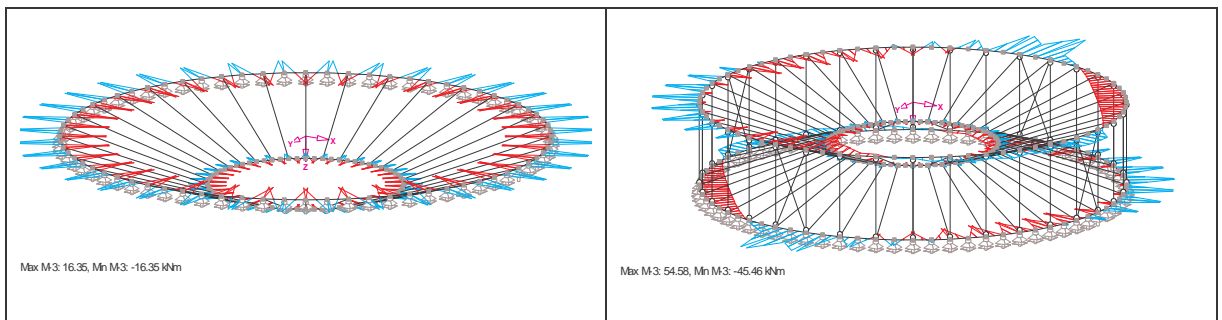


Abb.11.3: Biegemomente um die z-Achse

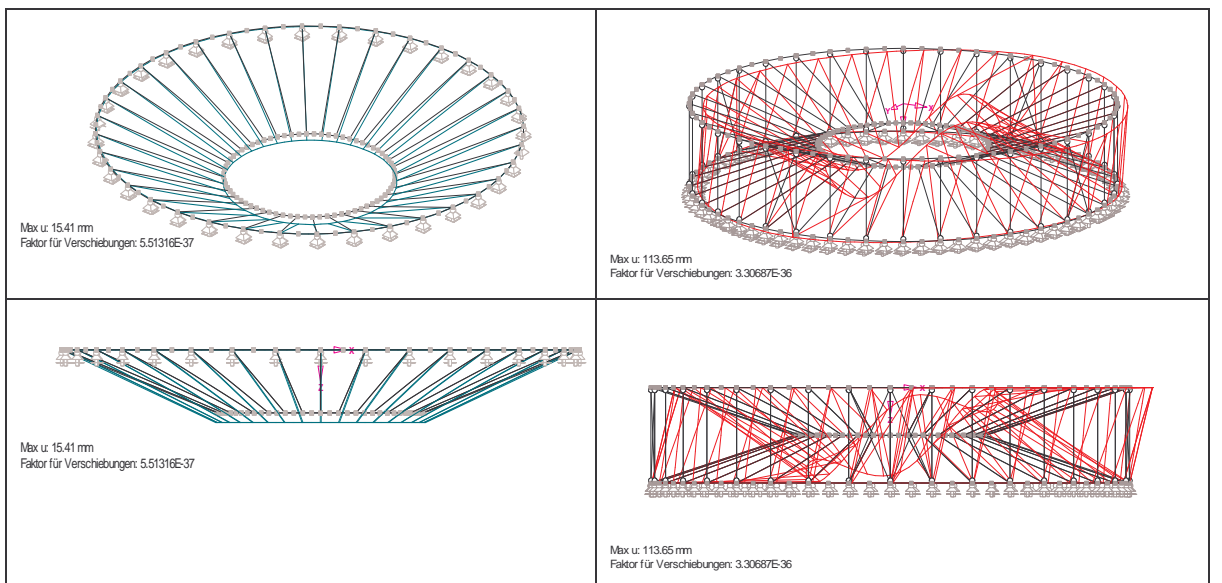


Abb.11.4: Verformungsfigur

Am markantesten sind die Unterschiede wohl bei den Verschiebungen. Einer maximalen Verschiebung von 15 mm des symmetrischen Systems steht eine von 114 mm im antimetrischen Lastfall gegenüber, also etwa das Zehnfache. Aber auch die Schnittgrößen unterscheiden sich beträchtlich. Bei den Normalkräften sind die Lastfälle nur schwer vergleichbar, der Maximalwert im antimetrischen Fall etwa 2,5 mal so groß (ließe sich durch eine größere Anzahl an Kreuzungen, damit aber mit mehr Material- und Arbeitsaufwand verringern), und während es bei symmetrischer Last nur minimale Momente (16 kNm) infolge der Geometrie gibt, muss das System unter antimetrischer Last über 54 kNm ertragen.

Diese Zahlen und die sich daraus ergebenden Verhältnisse sollen, aus zuvor genannten Gründen, nur zur Illustration des Sachverhaltes und der Größenordnungen dienen. Die Ableitung eines allgemeingültigen, exakten Verhältniswertes ist nicht sinnvoll.

Einschränkend muss gesagt werden, dass diese Berechnung auf einem für diese Belastung äußerst ungünstigen System durchgeführt wurde, und zwar auf einem Modell mit Speichen aus Seilen, ohne jedwede Systemvorspannung, wodurch die Seile erst durch entsprechende Verschiebungen Zugspannungen und somit eine Dehnsteifigkeit aufbauen mussten.

Im Bereich der Verformungen sind aber oft die Lastfallkombinationen mit den antimetrischen Lastanteilen die maßgebenden. Hier ist wieder die Tatsache wesentlich, dass durch die Vorspannung, und die somit vorhandene Aktivierung sämtlicher Seile, schnell eine Steigerung der Systemstabilität erreicht wird.

Es sollte hier aber ausschließlich aufgezeigt werden, dass ein antimetrischer Lastfall ungünstig für eine Speichenradkonstruktion ist, und deren Berücksichtigung einen wesentlichen Bestandteil bei dem Entwurf und der Berechnung einer Speichenradkonstruktion darstellt.

Die Bedeutung dieser Tatsachen steigt, wenn man nicht-rotationssymmetrische Systeme betrachtet, da dort der reine Normalkraftzustand, nur bei einzelnen Lastgrößen vorhanden ist. Während bisher nur die Laststellung ausschlaggebend war, hat man es dort somit faktisch immer mit nicht-symmetrischen Kraftverhältnissen zu tun. (Weitere Ausführungen dazu folgen in Kapitel 12.)



## **Kapitel 12: Entwicklungen ausgehend von der Kreisform**

### **12.1) Ursachen für die Abweichung von der Kreisform**

Der zu überspannende Bereich ist oft nicht kreisrund, oder hat eine Form, die eine kreisrunde Überdachung nicht sinnvoll erscheinen lässt. Als Beispiel hierfür können die Stadien für Fußball oder Leichtathletik genannt werden. In diesen Fällen ist der Bau gefordert, sich mit seiner Konstruktion an die vorgegebene Form anzupassen.

Vorweg kann gesagt werden, dass man sich mit einem Abrücken von der kreisrunden Form auch von der Vorteilhaftigkeit der Speichenradkonstruktion entfernt. Die Frage, wo die Grenze für einen sinnvollen Einsatz des Tragprinzips der Speichenräder liegt, ist nur schwer zu beantworten und muss wohl im Einzelfall entschieden werden, vor allem dann, wenn nicht die zwingenden Rahmenbedingungen die finanziellen sind, sondern andere (wie Platzangebot, zulässiges Konstruktionsgewicht, usw.).

### **12.2) Bedeutung der Veränderung für das Tragverhalten**

An die Frage, was sich durch das Abgehen von der Kreisform ändert, lässt sich am einfachsten herantreten, indem man sich vergegenwärtigt, was sich nicht ändert. Was nämlich gleich bleibt bzw. gleich bleiben muss, ist die Normalkraft in den Innen- und Außenringen.

Dies deshalb, weil eine Änderung der Kraft, um das Gleichgewicht am Knoten zu erhalten, eine Ableitung dieser Differenzkraft als Querkraft erfordern würde. Dies würde aber auch Biegemomente in der Speiche bedeuten. Genau das würde zuallererst der Idee des Ringschlusses widersprechen. Abgesehen davon, dass dies in den gelenkigen Systemen rechnerisch nicht möglich ist, würde es, bei entsprechender Verankerung der Speichen an den Ringen und Elementen, die eine Biegesteifigkeit besitzen, zu einer horizontalen Belastung um die schwache Achse kommen. (Es wird hier vorausgesetzt, dass die Konstruktion, wie üblich, so ausgerichtet ist, dass die starke Achse so liegt, damit sie die Vertikallasten abträgt.) Bei einer nennenswerten Kraftgröße ist dies bei den gängigen Spannweiten nicht möglich. Die Folge ist entweder ein Versagen des Bauteils, oder eine Verformung zu einem Gleichgewichtszustand.

Unter der Annahme einer konstanten Ringkraft zeigen sich die wesentlichen Änderungen der abweichenden Form sofort. Nimmt man weiterhin eine gleichmäßige Speichenverteilung an, so ändert sich mit der Variation der Krümmung des Rings auch der Umlenkwinkel am Knoten (Beim Kreis ist bei konstantem Speichenabstand auch der Umlenkwinkel konstant). Mit einer

konstanten Ringkraft heißt das, je nach Sichtweise bzw. nach dem potentiellen Versagensmechanismus, dass zu wenig Kraft in die Speiche mit geringerem Umlenkwinkel kommt, bzw. in Bereichen der stärkeren Krümmung eine übermäßig hohe Kraft in die Speichen eingeleitet wird.

Angewendet auf den Lastfall der Vorspannung bedeutet das dann, dass man auf der einen Seite in die Gefahr einer, für ein Aufheben der Druckkräfte aus der äußeren Last, zu geringen Zugkraft kommt, während man auf der anderen Seite die Dimensionierung bezüglich der maximalen Zugkraft (aufgrund der dort dann ständigen, hohen Grundspannung) vergrößern muss.

Auch stellt sich hier die Frage der Speichenlage erneut. Betrachtet man die kreisrunden Konstruktionen nochmals so, hat sich, sozusagen von selbst, ein auch die Kräfte betreffendes, rotationssymmetrisches System ergeben. Dies hat sich darin niedergeschlagen, dass als Teilsystem immer eine Speiche mit seinem zugehörigen Dachelement betrachtet werden konnte, und alle Teilsysteme gleich waren. Es waren, unter Gleichlast, alle Speichenkräfte gleich groß, und die Ringkraft ergab sich auch als gleich groß.

Hier stellt sich nun die Frage, was gleich sein soll. Wählt man die Winkel zwischen den Speichen gleich, so sind die Einzugsflächen, und damit die Horizontalkraft, der Speichen unterschiedlich groß, legt man die Speichen so, dass die Flächen gleich groß sind, so sind zwar die Horizontalkräfte in den Speichen gleich groß, aber man hat sonst noch immer nichts gewonnen, weil ja die Umlenkwinkel der Gurte unterschiedlich sind. Selbst so kann man somit kein System gewinnen, in dem nur Normalkräfte herrschen. Sicherlich ist es, rein mathematisch gesehen, möglich, einen Zusammenhang zwischen Umlenkwinkel und Fläche zu formulieren, sodass die Ringkraft konstant ist, und nur Normalkräfte im System herrschen. Es müssen hier aber drei Punkte einschränkend festgehalten werden.

- Die Horizontalkräfte sind dann in den verschiedenen Speichen unterschiedlich.  
Wie stark die Horizontalkraft variiert, ist von der Dachgeometrie abhängig. Die konstruktiven Probleme sind im Regelfall nur gering.
- Dieses System der reinen Normalkräfte gilt nur unter Vernachlässigung des Eigengewichts von Ring und Speichen.  
Wie groß hier der Fehler ist, der gemacht wird, ist wiederum von der Konstruktion abhängig. Er wird mit sinkendem Anteil des Eigengewichts an der Gesamtlast geringer, und ist bei den maßgebenden maximalen Bemessungslasten und den üblichen großen Dachflächen meist wohl vernachlässigbar.

- Dieses Gleichgewicht gilt nur, wenn im System keine Vorspannung eingebracht wird. Die Problematik des Zusammenhangs der Vorspannkkräfte mit den Ringkräften wurde bereits behandelt. Das parallele Verhalten der Kräfte, zufolge Vorspannkraft und zufolge äußerer Last, ist nur beim Kreisring gegeben.

Als Schlussfolgerung dieser Ausführungen lässt sich sagen, dass sich hier nun die einfließenden Komponenten bei einer Lastvariation unterschiedlich verhalten. Es ist somit nicht mehr möglich, das System ständig unter reiner Normalkraftbeanspruchung zu halten. Dies geht nur mehr für entweder eine Komponente oder für einen konkreten, festgehaltenen Zustand des Systems.

In allen anderen Zuständen kommt es zu asymmetrischen Verformungen bzw. zu Biegemomenten in den Ringen. Dies wurde bereits in Kapitel 11 behandelt. Diese Spezialfälle haben aber nur sehr begrenzte praktische Anwendbarkeit. So wäre es denkbar, für den unbelasteten Grundzustand das System auf den genannten Normalkraftzustand hin zu optimieren. Es stellt sich dann aber die, immer nur für das einzelne System beantwortbare Frage, um welche Nachteile in anderen Lastfällen man sich diese Optimierung erkauft.

Diese Überlegungen werden im Normalfall darauf hinauslaufen, eine Kompromisslösung auszuführen, die ein Minimum der Nachteile darstellt.

### **12.3) Mögliche Formen**

Vorerst wird die Betrachtung auf Systeme eingeschränkt, bei denen die Dachbreite (kürzester Abstand zwischen Druck und Zugring) zumindest annähernd konstant ist.

#### **12.3.1) Die ovale Form**

Dies ist der erste Schritt weg von der Kreisform. Hier sollte festgehalten werden, dass es sich hierbei nicht zwingend um eine elliptische Form handeln muss. Besonders hervorzuheben in diesem Zusammenhang ist die Variante einer korbbogenartigen Anordnung des Zug- und Druckrings. Dies bedeutet, dass die Zug- und Druckringabschnitte affin zueinander angeordnet sind, sodass die jeweiligen Kreise also denselben Mittelpunkt haben, und damit die Knickwinkel innen und außen über das Element exakt gleich sind (bei konstantem Winkel zwischen den Speichen). Der Vorteil dieser Anordnung ist, dass es dabei zu keinen nennenswerten Bie-

gebeanspruchungen kommt (siehe /9/). Der Grund hierfür lässt sich aus den weiter oben ange-  
stellten Überlegungen folgern. Bei dieser Form (Kreissegmente) gelten für das Segment die  
Überlegungen des Kreises, also dass bei regelmäßiger Speichenanordnung die Einzugsflächen  
des Daches konstant sind, und dass bei großen Dächern das Eigengewicht, vor allem bei  
Leichtbaukonstruktionen, den Kräftezustand nur unwesentlich beeinflusst. Somit variieren bei  
diesem geometrisch noch einfachen Aufbau nur die Speichenkräfte. Als Beispiel für eine sol-  
che Konstruktion kann das „National Stadium of Malaysia“ in Kuala Lumpur angeführt wer-  
den.

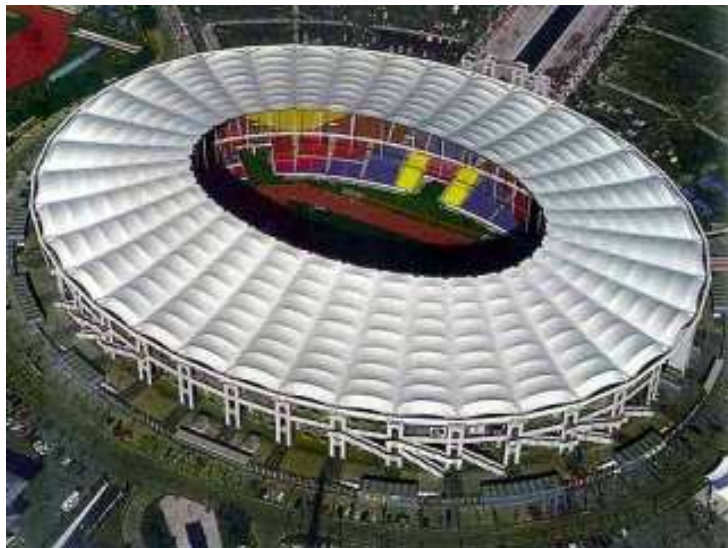


Abb.12.1: Luftbild des National Stadium of Malaysia; aus /24/

Neben diesem Sonderfall sind die verschiedensten ovalen Formen möglich, die sich, wie be-  
reits erläutert, mit einem immer weiteren Abgehen von der Kreisform auch vom optimalen  
Tragverhalten entfernen. Beispiele gibt es hierzu etliche. Im Speziellen sei auch hier auf das  
Gottlieb-Daimler-Stadion verwiesen, welche in Kapitel 15 genauer erläutert wird.

### 12.3.2) Krümmungsknicke am Innenring

Hierbei sind, Ringverläufe gemeint, bei denen im Eckbereich ein deutlicher größerer Knick-  
winkel vorhanden ist. Es ist evident, dass hierbei die Umlenkkräfte, und damit die Kraft in der  
dortigen Speiche extrem hoch sind. Die Lösung dieses Problems ist oftmals, wie auch das  
Beispiel, die Dachkonstruktion des Volkspark-Stadion in Hamburg zeigt, diese Kraft durch  
eine auf mehrere Speichen im Eckbereich des Innenrings aufzuteilen.



Abb.12.2: Visualisierung des Volkspark-Stadions in Hamburg; aus /17/

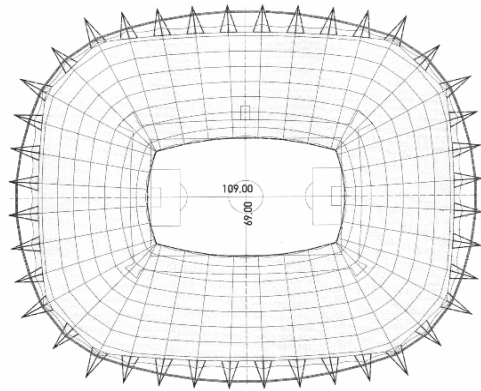


Abb.12.3: Grundriss des Volksparkstadions in Hamburg; aus /3/

Sehr schön ist hier auch die Bemühung zu sehen, den Druckring so rund wie möglich auszuführen, indem er in den flachen Bereichen noch von der Dachausenkante weggespreizt wurde, um eine gewisse Krümmung zu erhalten.

### 12.3.3) Krümmungsknicke am Innen- und Außenring

Hier setzt sich dieselbe Problemstellung wie zuvor weiter fort. Erschwerend kommt hinzu, dass sich der Druckring bezüglich zusätzlicher Momente, etc. besonders ungünstig verhält. Ein Beispiel für eine schon extreme Ausführung eines Speichenrades dieser Art ist die Überdachung des Center-Court in Halle.



Abb.10.4: Innenansicht des Center-Court in Halle; aus /26/

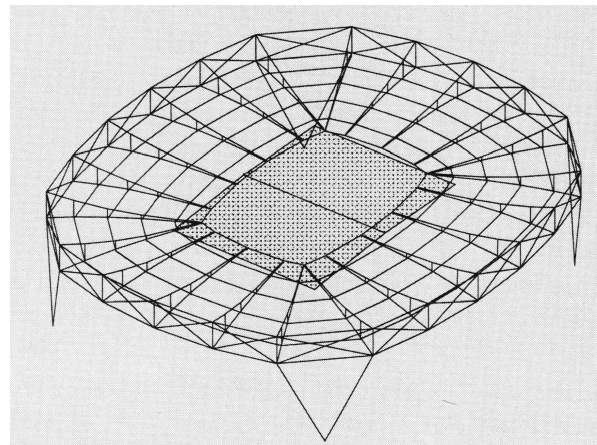


Abb.10.5: Grundriss des Center-Court in Halle; aus /3/

Hier wurde im Eckbereich von der runden auf eine fast rechteckige Form übergegangen. Festzustellen ist zuallererst, dass es sich hierbei um eine Konstruktion „kleineren“ Ausmaßes handelt. (Die Frage, inwieweit dies bei „großen“ Konstruktionen mit 200-300 m Seitenlänge noch machbar und sinnvoll ist, sei hier dahingestellt.) Auch hier ist zu sehen, dass man sich bemüht

hat, das Kräftemaximum zumindest für den Druckgurt zu mindern. So gehen von den Eckbereichen der nahezu rechteckigen Innenöffnung immer je zwei Speichen weg, was erstens eine geringe Speichenkraft bedeutet, und zweitens die Umlenkraft auf zwei Knicke des Druckgurts aufteilt.

Bei Konstruktionen dieser Ausführungsart stößt der Einsatz von Speichenrädern (derzeit) an seine Grenzen (zumindest an die Grenzen des technisch und ökonomisch Sinnvollen).

#### 12.3.4) Die Variation der Dachbreite

Auch dies ist für Speichenradkonstruktionen keine günstige Variante. Auch hier schlagen sich die unter 12.2 besprochenen Probleme nieder. Gut gezeigt hat sich dies bei Variantenstudien für den Pusan Dome in Südkorea. Bei diesem Projekt wurde in einen kreisförmigen Außenring ein elliptischer Innenring montiert.



Abb.12.6:Luftbild des Pusan Dome; aus /22/

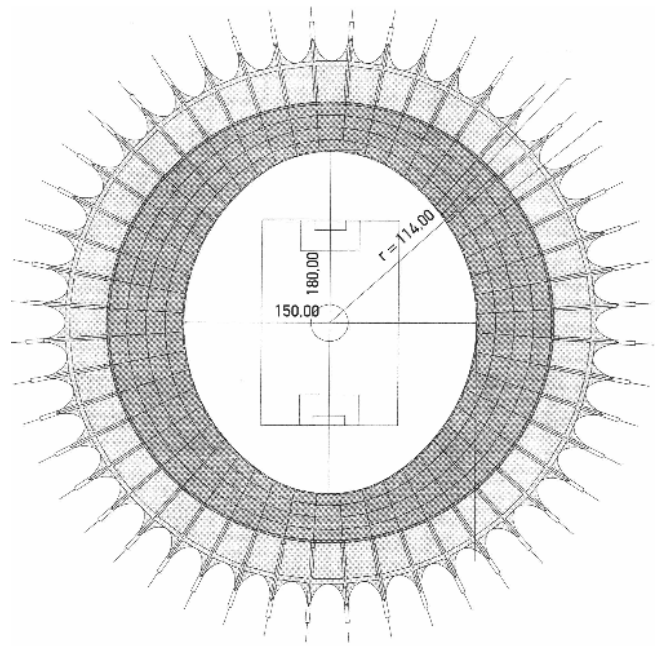


Abb.12.8: Grundriss und Schnitt des Pusan Dome; aus /3/

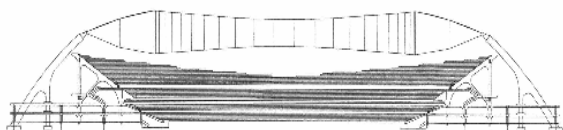


Abb.12.7: Schnitt des Pusan Dome; aus /3/

Nachfolgend wird eine Grafik wiedergegeben, die den Gewichtungsfaktor in Abhängigkeit von der Innegeometrie zeigt. Der Faktor ist 1,00 für einen Durchmesser des äußeren Kreisrings von 240 m und des inneren von 140 m. Bereits bei einer Abweichung der Innenringhalbachsen von 20 m zueinander verdreifacht sich das Stahlgewicht, bei Halbachsen von 200 m und 140 m versechsfacht es sich sogar. Was an der Grafik ebenfalls auffällt, ist, dass bei größer werdender Öffnung (also bei kleinerer Dachfläche) trotzdem die erforderliche Seilmasse zu-

nimmt. Ausgeführt wurde schließlich eine Variante mit Halbachsenlängen von 150 m und 180 m.

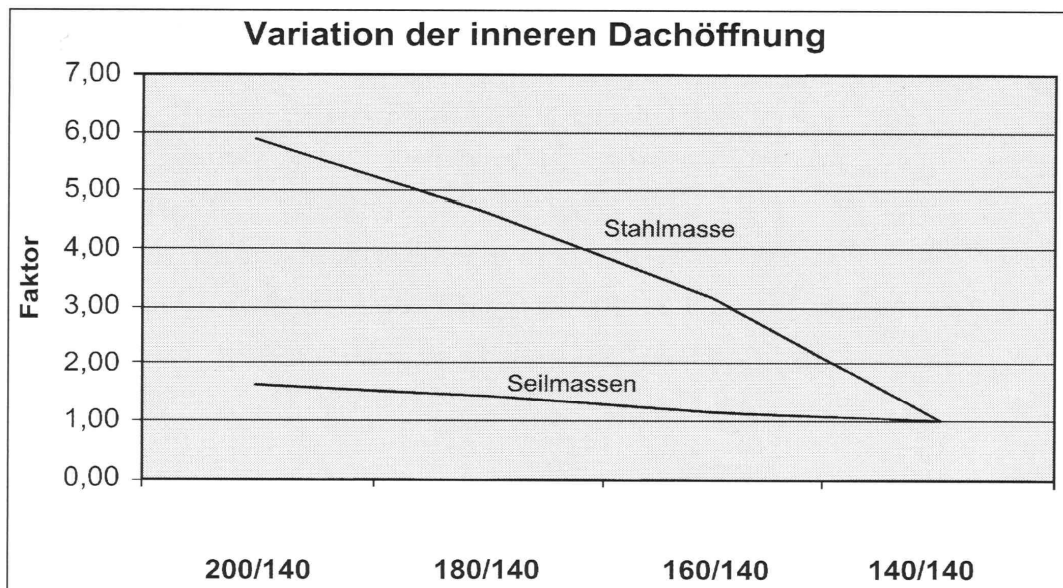


Abb.12.9: Materialverbrauch in Abhängigkeit von der Geometrie des Innenrings; aus /3/

Zu dem überproportionalen Materialverbrauch kommt noch hinzu, dass diese Konstruktion selbst dann nur deshalb tragfähig war, weil in den Stahlbetonstützen beträchtliche Tragreserven vorhanden waren, die einen Abtrag der Biegemomentbeanspruchung erzeugenden Kraftkomponenten ermöglichten. Dies ist in der Tabelle noch gar nicht berücksichtigt.

Es zeigt sich an diesem Beispiel eindrucksvoll, wie stark sich nicht-affine Grundrisse von Zug- und Druckring auswirken.

## Kapitel 13: Das Öffnen des Rings

Es wird den folgenden Aussagen eine Lagerung am Außengurt zugrunde gelegt.

Ausgehend von sämtlichen bisherigen Überlegungen und Berechnungen kann festgestellt werden, dass das Prinzip der Speichenradkonstruktion mit dem Öffnen eines oder beider Rings nicht mehr existent ist. Die Aufgabe des Ringschlusses bedeutet das Ende des gesamten Tragprinzips.

Schon die Überlegungen für das Erstellen eines de facto gleichwertigen Modells ohne Ringschluss stellen ein Problem dar. Die nahe liegendste Möglichkeit wären extrem biegesteife Ringe, die sämtliche Horizontalkräfte über Biegung abführen und das verbliebene System so "kurzschließen". Dies ist aber eine rein rechnerische Variante, da die erforderlichen Steifigkeiten eigentlich nicht erreicht werden können. Bei realistischen Querschnitten stellt sich ein Gleichgewicht erst bei Verformungen ein, die wiederum keinerlei Zusammenhang mit einem realen System besitzen. Eine dritte Variante ist, die Ringkräfte stückweise aufzubauen und so eine gewisse Ringkraft zu erhalten (mit dem Maximum gegenüber der geöffneten Stelle), dafür müssten die Speichen aber Querkräfte und somit Momente ertragen. Dies wurde bereits in 10.2 diskutiert und als nicht nutzbare Variante erkannt. (Eine theoretische vierte Variante, nämlich die Binder links und rechts der Öffnung so auszubilden, dass sie der Ringkraft widerstehen und sie ableiten, und man somit Ringschlusskräfte ohne den kompletten Ring erhält, scheidet somit als noch unrealistischere Möglichkeit aus.)

Es bleibt somit nur, ein anderes Modell zu finden, welches ohne die Ringkräfte stabil ist. Die Konsequenz sind die folgenden Aussagen: Der Innenring verliert jedwede statische Bedeutung, der Aufbau bzw. der Übertrag von Horizontalkräften in den Ring wird unmöglich. Für den Außenring gilt dasselbe. Einzig eine eventuelle Vertikalkraftableitung hin zum nächsten Auflager bleibt dem äußeren Element. Die Speiche wird vom Zugelement, was sie bisher immer war, zu einem Biegeträger, welcher die äußeren Kräfte hin zu ihrer Verankerung überträgt. In diesem Sinne hat der Außengurt dann auch noch die Aufgabe, der Torsion, die sich aus dem Biegemoment der Speiche ergibt, zu widerstehen. Im Falle einer Einspannung der Speiche in eine Stütze kann aber auch der Außengurt ersatzlos entfallen.

Die einzige Funktion, die den verbleibenden Ringelementen, so sie ausgeführt werden, verbleibt, ist die einer Lastverteilung. Es sind aber auch damit keine entscheidenden Vorteile zu lukrieren, da die abgeleiteten Lasten an ihrem neuen Angriffspunkt erst wieder eine Zusatzlast darstellen. Insofern lässt sich, wenn auch leicht überspitzt, sagen, dass eine Speichenradkon-



struktion, so der Ring geöffnet wird, eigentlich wie ein jedes auskragendes Dach funktioniert, mit dem einzigen Unterschied, dass die runde Form eine kreissegmentförmige Einzugsfläche des Kragarms (bzw. nach bisheriger Nomenklatur, der Speiche) bedingt.

## **Kapitel 14: Stand der Technik und zukünftige Entwicklungsmöglichkeiten**

### **14.1) Stand der Technik**

Die Speichenradkonstruktion stellt an sich eine bereits sehr spezialisierte und optimierte Konstruktionsform dar. Insofern ist bereits ein großer Weg in seiner Entwicklung zurückgelegt und die Weiterentwicklung, zumindest in der Nutzung des Tragprinzips und des Systemaufbaus, schon eher abgeschlossen.

Es wurde der Kreis als ideale Form gefunden und auch die Möglichkeit, mit Hilfe der Vorspannung eine ständige Lastzuordnung im Sinne der klar definierten Druck- und Zugelemente zu gewährleisten, ist als Optimum erkannt. Die Konsequenz dessen sind die extrem leichten Konstruktionen nach der Bauart des Dachs des Gottlieb-Daimler-Stadions in Stuttgart, welches man als momentanen „state of the art“ bezeichnen könnte. Sämtliche Zugelemente sind Seile; Die Speichen wurden als Seilbinder ausgebildet, der Innenring als Seilbündel. Der Druckring wurde als möglichst leichtes Fachwerk realisiert, und die sekundäre Tragstruktur, bestehend aus Rohrbögen und einer Dachhaut aus einer Membran, trägt das ihre zu einer Gewichtsminimierung bei.

Es muss hier dazugesagt werden, dass natürlich die Weiterentwicklung der Berechnungsmethoden und vor allem der Berechnungsprogramme verbesserte Möglichkeiten mit sich gebracht haben. solche Systeme entsprechend detailliert und exakt zu berechnen. Eine räumliche Berechnung eines großen Systems nach Theorie zweiter oder dritter Ordnung vereinfacht sich für den Planer dadurch deutlich.

## **14.2) Die mögliche Weiterentwicklung**

### **14.2.1) Die Anforderungen der Zukunft**

Die Anforderungen, die an die zukünftigen Speichenradkonstruktionen gestellt werden, sind relativ einfach abzuschätzen. Sieht man sich die Entwicklung des letzten Jahrzehnts an, so lassen sie sich wohl in den folgenden drei Punkten subsumieren.

- **Freiere Formen**

Wie die Konstruktionen des Kapitels 12 zeigen, wird immer mehr versucht sich an die Nutzung anzupassen. Dass dies sinnvoll, und für die Konkurrenzfähigkeit von Vorteil ist, versteht sich. Die konstruktiven Probleme, die dies nach sich zieht sind ebenfalls zuvor aufgezeigt worden

- **Erhöhte Funktionalität**

Auch dies kommt aus der Vorgabe, sich möglichst an die Nutzerwünsche anzupassen. Als Beispiel kann hier für Stadien der Wunsch nach Freiluftatmosphäre einerseits und Witterungsschutz in Bedarfsfall andererseits, angeführt werden. Die Antwort auf diese Forderung sind momentan die mobilen Folien-dächer wie z.B.: von Zaragoza. Zukünftig sind aber auch Elemente mit variabler Beschattung denkbar, die es zwar schon gibt, die aber bei solchen Dachflächen (momentan) zu teuer sind.

- **Größere Spannweiten**

Dies ist wohl die sicherste Vorhersage. Einhergehend mit dem technischen Fortschritt und der wachsenden Erfahrung mit Speichenradkonstruktionen werden größere Spannweiten möglich und auch realisiert werden.

Den Weg dahin, mit immer leichteren Konstruktionen und immer raffinierteren und ausgereizteren Konstruktionen, ist bereits beschritten.

### **14.2.2) Weiterentwicklung der Technik**

Entgegen dieser großen Erwartungen an die Weiterentwicklung, ist aber doch eine gewisse Skepsis geboten. In Anbetracht der Aussagen unter 14.1 ist für die Zukunft eher mit einer Optimierung des bestehenden Systems zu rechnen, also einer Ausreizung des bestehenden Wissens, als mit einer Weiterentwicklung des (Trag-) Prinzips selbst.

Diese Optimierung kann einerseits durch eine weitere Verbesserung der Einzelelemente geschehen, andererseits durch eine gezieltere Konstruktionswahl.

Unter Ersterem könnte man sich noch leichtere Dachhäute vorstellen, oder auch die Nutzung von Luftkissen, welche (fast) keine Vorspannung für ihre Stabilität benötigen und somit eine schlankere Unterkonstruktion erlauben. Solche Elemente finden momentan im Hochbau im Bereich von weit gespannten Atrienüberdachungen, etc. Eingang.

Unter Zweiterem sind zum Beispiel weitere Untersuchungen wie jene im Kapitel 9 vorstellbar, die zu Anwendungsschranken, Ausführungsregeln und allgemeinen Berechnungsformeln (z.B.: für Kreise mit Innenring) führen.

Des Weiteren sind die Entwicklungen im Bereich der Materialien abzuwarten, die eventuell wesentliche Änderungen der Randbedingungen mit sich bringen könnten. Hier sei an die unter 4.4 angeführten, möglichen Veränderungen erinnert. Während der vermehrte Einsatz von Glas nur zusätzliches Gewicht für die Speichenradkonstruktionen mit sich bringt, würde die ange dachte Verwendung von Kohlefaserkabeln aufgrund deren Materialeigenschaften prinzipielle Änderungen in der Konstruktionsausbildung bringen.

### **14.2.3) Weiterentwicklung der Form**

Vor allem hier erscheinen die Möglichkeiten sehr begrenzt. Wie in den Kapitel 12 und 13 dargestellt, bringt das Abweichen von der runden, oder spätestens von der ovalen Form beträchtliche Probleme mit sich, sodass das System hier schnell an seine wirtschaftlichen und dann an seine technischen Grenzen stößt. Es soll hier nicht bezweifelt werden, dass noch weitere Formabweichungen als die dargestellten möglich sind. Es stellt sich viel eher die Frage inwiefern diese noch sinnvoll sind, bzw. ab einem gewissen Punkt, auch die Frage, ob es sich dann noch um eine Speichenradkonstruktion handelt.

Wo hier die Grenze gezogen wird, ist wohl Ansichtssache. Bei einer strengen Auslegung der Idee des Speichenrades könnte man bereits den Pusan-Dome ausschließen, da er die Biege-

steifigkeit seiner Unterkonstruktion zum Kraftabtrag benötigt. Beschränkt man sich darauf, was nach der Definition dieser Arbeit aus Kapitel 2 kaum bis gar nicht mehr zulässig ist, dass nämlich lediglich das Prinzip des Ringschlusses und der Umformung von Vertikalkräften auf horizontale Speichenkräfte eindeutig vorhanden ist (aber nicht das maßgebende oder gar einzige sein muss), dann steht eine weite Palette von Anwendungen noch offen. Dann könnte man jedes beliebig geformte, nur mit flach geführten Speichen zusammengehängte System aus zwei geschlossenen Elementen als eine Speichenradkonstruktion bezeichnen, nur dass hier dann mit Sicherheit nicht die Normalkräfte in den Ringen, sondern immer der Abtrag der Horizontalkräfte bzw. die Bewältigung der Biegemomente die maßgebenden Dimensionierungskriterien wären.

## **Kapitel 15: Realisierte Beispiele der Speichenradkonstruktionen**

An Schluss der Arbeit sollen ein paar ausgewählte realisierte Projekte vorgestellt werden. Es wird gezeigt, wie sie sich in die eingeführten Systematiken einfügen, bzw. wo ihre Abweichungen liegen, und was diese bewirken. Auch werden die Funktionsmechanismen der Speichenradkonstruktionen an den konkreten Fällen nochmals aufgezeigt, und ihr Niederschlag in dem Objekt betrachtet.

Es wird sich zeigen, dass die Einteilung, wie sie in Kapitel 3 getroffen wurden, wirklich nur Evolutionsschritte der Formgebung sind, und die dort definierten Strukturmöglichkeiten sich nicht identisch in der einen oder anderen Gesamtkonstruktion wiederfinden, sondern sich das Objekt oft als eine Kombination der einzelnen Formen bzw. Fasen darstellt.

Bei den nun folgenden Beispielen handelt es sich um die Überdachung der Stierkampfarena von Zaragoza, sowie dem Gottlieb-Daimler-Stadion in Stuttgart, Diese beiden Objekte werden eher kurz behandelt, mit einem speziellen Augenmerk auf die Funktionsweise als Speichenradkonstruktion. Ausführlicher wird, als drittes Beispiel, das Forumdach des SONY-Centers in Berlin behandelt, welches, als eines der neuesten aufsehenerregenden Objekte noch nicht so oft und ausführlich in der Literatur behandelt wurde.

### **15.1) Die Überdachung der Stierkampfarena von Zaragoza**

Bei diesem Projekt sollte für die, aus dem 18-ten Jahrhundert stammende Stierkampfarena eine Überdachung, vor allem als Sonnenschutz, geschaffen werden.

Die zu überdachende, kreisrunde Fläche hat einen Durchmesser von 88m, wobei nur der äußere Teil ständig überdacht wird, während der innere Ring mit 36m Durchmesser eine bewegliche Dachhaut bekommen sollte. Des Weiteren sollte sich das Bauelement zurückhaltend in die malerische Situation in der Altstadt von Zaragoza einfügen. Bei der gewählten Ausführung ergibt sich das in einfachster Form, indem man es von außerhalb der Arena nicht bzw. nur von einem erhöhten Standpunkt aus, sieht.



Abb.15.1: Komplettansicht der Stierkampfarena; aus /7/

### 15.1.1) Gründe für eine Speichenradkonstruktion

Ein wesentlicher Grund für die Wahl einer Speichenradkonstruktion war, wie bei vielen Überdachungen solcher Objekte, der, dass die neuen Baukörper nur eine minimale Beeinflussung der Unterkonstruktion mit sich bringen sollen. Dies ist durch Konstruktionen dieser Bauart und Ausführung am ehesten möglich. So werden keine Horizontalkräfte in die Unterkonstruktion abgegeben, und das Eigengewicht ist ebenfalls minimiert.

### 15.1.2) Aufbau der Konstruktion und Einordnung in die Schematik

Der Druckring besteht aus einem Stahlkasten (von 500 mm x 800 mm Größe). Von diesem gehen 2x16 Speichen, bestehend aus je einem Trag- und einem Spannseil, aus, welche an einem Innenring, welcher sich aus zwei Ringseilen und 16 Druckelementen zusammensetzt, befestigt sind. Von diesem Innenring gehen dann nochmals 16 Speichen mit gleichem Aufbau zu einem zentralen Punkt über der Mitte der Arena.

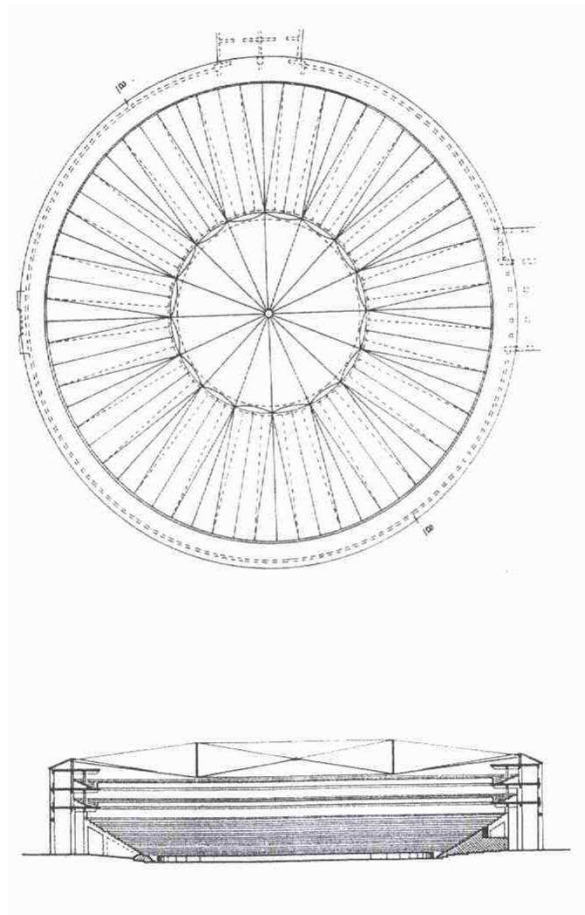


Abb.15.2:Grundriss und Schnitt; aus /8/



Abb.15.3: Teil des Innenring für das äußere Speichenrad, Druckstützen sowie Tragseile für äußeres und inneres Speichenrad; aus /7/



Abb.15.4: Inneres Speichenrad(mit mobiler Dachhaut); aus /7/

In der aufgestellten Systematik des Kapitels 3 gibt es nun zwei Einordnungsmöglichkeiten. Die Erste ist, die Konstruktion als eine mit großem Innenring zu betrachten, mit Speichen aus zwei Einzelseilen, die nach innen gespreizt sind. Damit wäre dann die mobile Überdachung eine separate Speichenradkonstruktion, die ein Element mit dem äußeren System gemeinsam nutzt. Die zweite Möglichkeit die besteht ist, es als Konstruktion mit einem punktförmigen



innerem Element und zu betrachten. Dann wären die Speichen Seilbinder mit einem Druckelement, und der Innenring aus Seilen würde vernachlässigt.

In der Realität sind beide Zuordnungen richtig, und das System trägt je nach Lastsituation einmal auf die eine und einmal auf die andere Weise. Wenn es im inneren Ring resultierende Zugkräfte gibt, er also seine Funktion als Innenring des äußeren Speichenrads erfüllt, dann ist das erste Modell zutreffend, und das innere Speichenrad bewirkt nur eine Abminderung der Zugkraft. Im Fall eines totalen Abbaus der Zugkräfte fällt der Seilring aus, und es handelt sich dann tatsächlich um das zweite beschriebene System. Wo diese Grenze liegt, ist durch die Festlegungen des Planers abhängig, und wird durch das Zusammenspiel der Seillängen und des gewählten Vorspannzustands definiert.

### 15.1.3) Besonderheiten in der Montage

Ohne auf die Montage als Ganzes eingehen zu wollen, soll anhand dieses Beispiels, die schon einmal angesprochene Tatsache gezeigt werden, dass durch die Ausführung eines zentralen Punktes als Innenelement, eine entscheidende Vereinfachung bei der Montage erreicht werden kann.

Wie im Schnitt zu sehen, ist die Seilführung, für das innere Speichenrad, nach außen gespreizt, was bedeutet, dass die Seile Richtung Zentrum zusammenlaufen. Nun wurde hier die Seillänge so gewählt, dass im nicht vorgespannten Zustand der gemeinsame Schnittpunkt der Tragseile über dem der Spannseile liegt. Durch eine entsprechende Ausführung des inneren Elements und einer Presse wurden dann die Schnittpunkte der beiden Seilebenen zueinander verschoben. Dies bewirkte eine Spannung aller Seile auf einmal. Nach Erreichen der gewünschten Vorspannung, wurde die relative Lage zueinander dann fixiert, und die gesamte Dachkonstruktion war in einem Arbeitsschritt, mit nur einer Presse vorgespannt.

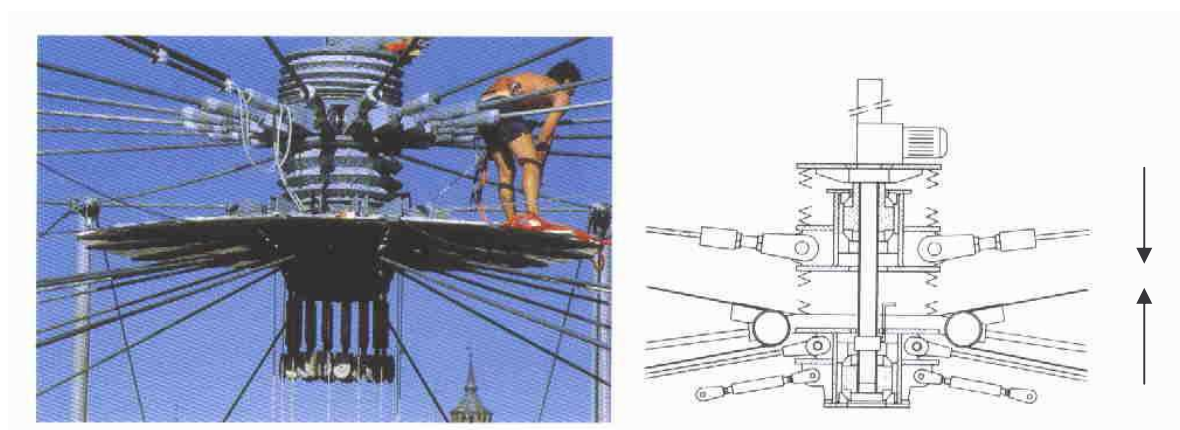


Abb.15.5: Bild und Systemschnitt des zentralen Punktes bei der Vorspannung; aus /7/

## **15.2) Das Gottlieb-Daimler-Stadion in Stuttgart**

Auch beim Dach des Gottlieb-Daimler-Stadion in Stuttgart, einem multi-funktionellen Sportstadion, musste für die neuen Nutzungsanforderungen ein Dach über der bestehenden Tribünenkonstruktion gebaut werden. Der Grundriss der Anlage ist eine, einer Ellipse ähnlichen Form mit Hauptachsenlängen von 220 bzw. 280 m. Die erforderliche Dachbreite war mit 58m sehr groß. Als weitere Randbedingungen waren eine kurze zur Verfügung stehende Bauzeit sowie eine variable Dachhöhe vorgegeben. Letztere resultierte aus dem Wunsch über der Haupttribüne und der Gegentribüne noch einen 2. Rang aufsetzen zu können und brachte die auch im Dachniveau nicht ebene Form mit sich.



Abb.15.6: Komplettansicht des Gottlieb-Daimler-Stadions, aus /7/

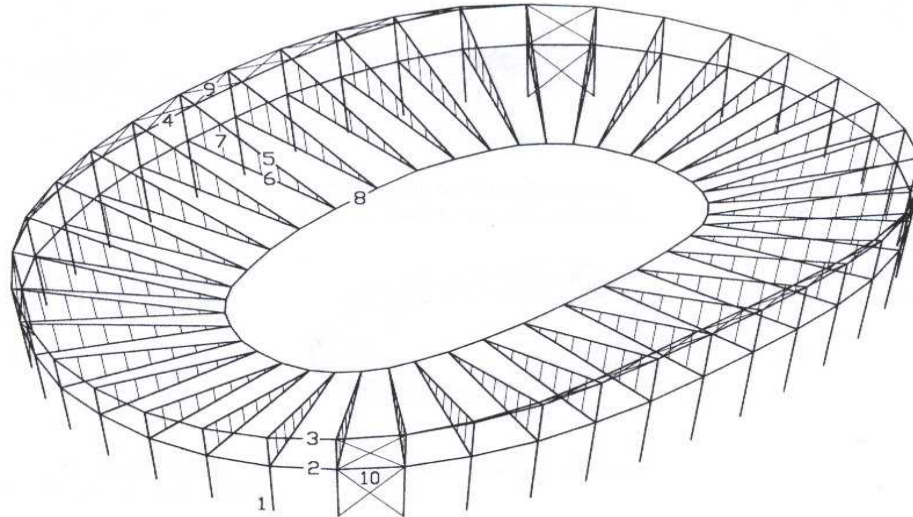
### **15.2.1) Gründe für eine Speichenradkonstruktion**

Die Entscheidung für eine Stahlkonstruktion und in weiterer Folge für eine Speichenkonstruktion lag auch hier vor allem in seinem geringen Gewicht, und der Tatsache, dass so wenige Kräfte wie nur irgend möglich weitergegeben werden sollten.

Das Gewicht war insofern von großer Bedeutung, weil die Tribünen nicht zusätzlich belastet werden konnten, und des Weiteren auch die Fundamentierung aufgrund eines Grundwasserspiegels von nur 3 m unter Niveau und der kurzen Bauzeit so einfach und klein wie möglich gehalten werden musste. Zusätzlich war auch ein nur wenige Meter breiter Streifen außerhalb der bestehenden Anlage Platz. So ist die Gewichtsreduktion der zentrale Punkt der Planung gewesen und begegnet einem in faktisch jedem Detail als Optimierungsziel immer wieder.

### 15.2.2) Aufbau der Konstruktion und Einordnung in die Schematik

Die Konstruktion besteht aus 40 nach außen gespreizten Seilbindern, die sich zwischen dem aus acht Seilen zusammengesetzten Innenring und dem zweiteiligen Hohlprofil des Außenrings spannen, welcher sich in den Bereichen mit geringerer Krümmung noch verzweigt.



- |  |   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Stützen<br/>Stahlhohlkasten 550/550 - 1100 mm, l = 28 - 49m</li> <li>2. Unterer Druckring<br/>Stahlhohlkasten 900/900 mm, l = 20 m x 40 St.</li> <li>3. Oberer Druckring<br/>Stahlhohlkasten 1200/1200 mm, l = 21 m x 40 St.</li> <li>4. Verzweigung Oberer Druckring<br/>Stahlhohlkasten 900/900 mm, l = 21 m</li> <li>5. Tragseil<br/>Ø 99 mm (71 mm)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>6. Spannseil<br/>Ø 74 mm (61 mm)</li> <li>7. Hängerseil<br/>Ø 22 mm</li> <li>8. Ringseile<br/>2 x 4 Ø 79 mm</li> <li>9. Auskreuzung oberer Druckring<br/>Ø 22 mm</li> <li>10. Windverband<br/>Ø 22 mm</li> </ul> |
|--|---|

Abb.15.7: Gesamttragwerk mit Ausweisung der einzelnen Bauteile; aus /8/

Auch kann die Entwicklung, quer durch die in Kapitel 3 behandelten Stufen, gezeigt werden:

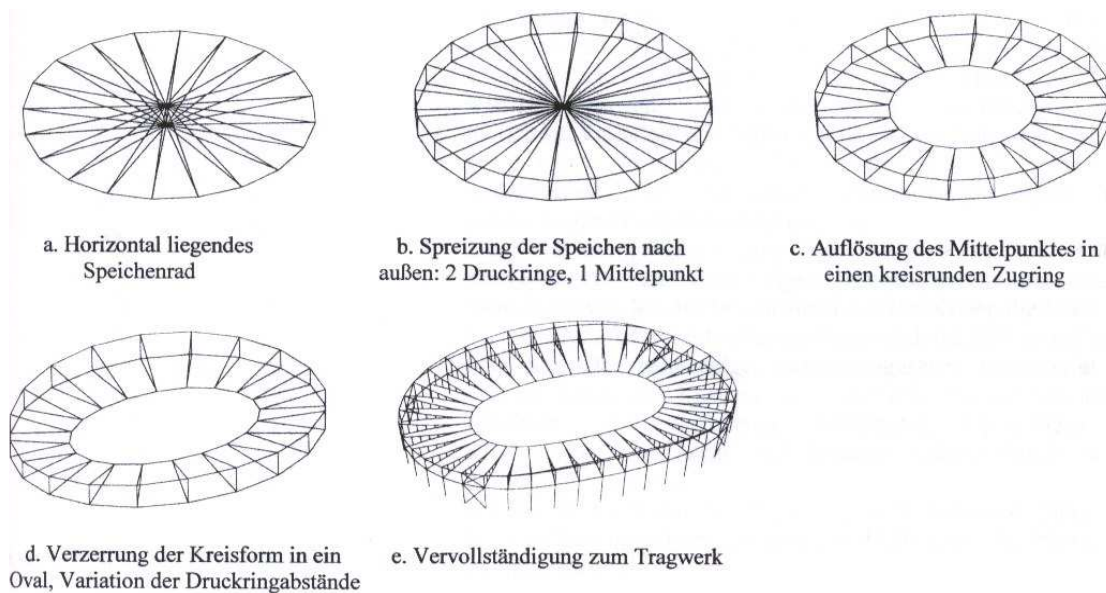


Abb.15.8: Herleitung des Tragsystems, aus /3/ bzw. /8/

Das System kann nur mit einer entsprechenden Vorspannung funktionieren, da sonst ja keine entsprechende Steifigkeit, vor allem im Innenring, gegeben wäre. Hier zeigt sich auch die wesentliche Problematik beim Abweichen von der Kreisform. Die Kraft in den Speichen hängt in bereits besprochener Weise vom Umlenkwinkel des Rings ab. Die Geometrie wird durch je zwei gegenüberliegende Kreisabschnitte gebildet, und zwar mit den Radien von 104m in den Kurvenbereichen, und 248 m in den „geraden“ Bereichen. Um eine entsprechende Vorspannung in diesen schwächer gekrümmten Abschnitten zu erreichen, musste im Innenring eine Vorspannung von 23.000 kN erzeugt werden, einer enormen Kraft, für die der Ring dimensioniert werden musste, und die, aufgrund des größeren Umlenkwinkels in den Kurvenbereichen eine gut 2,4 mal höhere Kraft in den dortigen Speichen hervorbrachte. Des Weiteren musste der Außenring in den schwach gekrümmten Bereichen in der Speichenebene verzweigt werden, um eine solche Biegesteifigkeit zu erreichen, die einen sicheren Abtrag der Zugkräfte der Speichen gewährleistet. Trotz der hohen Vorspannkraft reicht diese nicht aus, um einen ständigen Zug in allen Speichen garantieren zu können. Im Sinne einer möglichst wirtschaftlichen und leichten Lösung wurde das Vorspannniveau so „niedrig“ gewählt, dass bei 70% der Schneelast einzelne Spannseile bzw. bei 80% der Bemessungswindlast einzelne Tragseile schlaff werden können. Die maximale Vertikalverformung des Ringseilknoten wurde dabei mit 1.200 mm festgelegt (Daten stammen aus /4/).

Als Sekundärtragwerk wurden Rohrbögen eingesetzt, über welche eine transluzente Membran als Dachhaut gespannt wurde. Durch die gekrümmte Form der Rohre wurden die Membranen vorgespannt und ihnen die notwendige Form gegeben sodass keine Probleme wie Schlagen oder Flattern auftreten können. Damit aus dem Bogen keine ständigen, nennenswerten Horizontalkräfte auf die Speichen wirken, wurden diese noch unterspannt.

Die Dachkonstruktion liegt auf den unteren Speichenelementen auf, ist aber auch über die, die Seilbinder verbindenden, Hänger unmittelbar an das obere Seil des Speichenelements gekoppelt. Die Dachbinder sind mittels eigens entworfener Klemmschuhe mit dem Innenring verbunden.

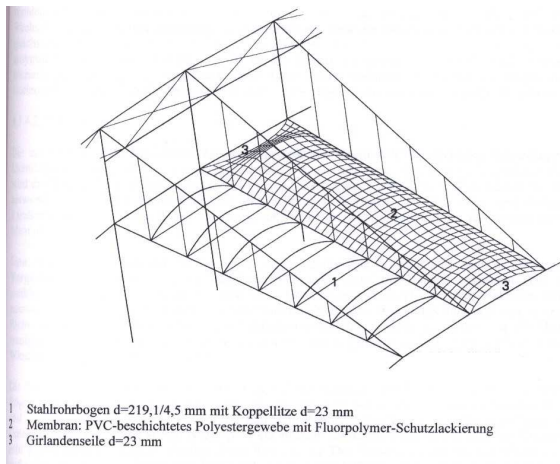


Abb.15.9: Systemskizze der sekundären Tragstruktur; aus /8/

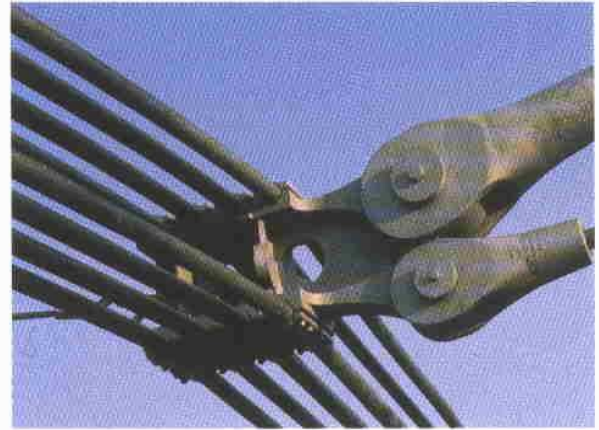


Abb.15.10: Anschluss Speiche – Innenring; aus /7/

### 15.2.3) Besonderheiten in der Montage

Das gesamte Seiltragwerk wurde im Stadion fertig aufgelegt, und dann mittels Pressen gehoben und vorgespannt, wobei je eine an jedem der zukünftigen Knotenpunkten mit dem Außenring gebraucht wurde. Es waren somit 80 Pressen notwendig, die, zentral gesteuert, die Konstruktion synchron spannten. Der gesamte Pressenweg betrug ca. 15 m, die Arbeiten an dem Vorgang nahmen drei Wochen in Anspruch.

### **15.3) Das Forumdach des SONY-Centers in Berlin**

Diese Speichenradkonstruktion bildet die spektakuläre Überdachung des zentralen Platzes des aus sieben Gebäuden bestehenden Komplexes des SONY-Centers. Das SONY-Center ist eines der großen Bauvorhaben, welche in den letzten Jahren in Berlin realisiert worden sind. Im Sinne einer räumlichen Zusammenführung der verschiedenen Lebensbereiche wurden in dieser Anlage Büros, Wohnräume, Geschäfte, Restaurants und Entertainment-Einrichtungen nebeneinander angeordnet. Das freie Zentrum sollte, nach Wunsch des Architekten, ein lichtdurchfluteter Platz der Begegnung und der kulturellen Veranstaltungen werden.



Abb.15.11: Luftbild der gesamten Anlage des SONY-Centers; aus /25/

#### **15.3.1) Gründe für eine Speichenradkonstruktion**

Die Gründe dafür, hier eine Speichenradkonstruktion auszuführen, liegen hauptsächlich im Wunsch eines gestalterischen Akzentes für diesen zentralen Platz. Durch seine elliptische Form bietet sich die Ausführung eines Rings an. Auch sprechen die Vorteile von Speichenradkonstruktionen, namentlich die Möglichkeit einer leichten Konstruktion, als auch der Kurzschluss der inneren horizontalen Kräfte, für eine Realisierung einer solchen.

Es wäre hier aber auch eine andere Dachkonstruktion möglich, da bei diesem Neubau keine so zwingenden Randbedingungen vorhanden waren, wie auch die Tatsache, dass das Tragwerk nicht bezüglich der Vorzüge einer Speichenradkonstruktion optimiert wurde. Wie die Zahlen im folgenden Absatz belegen, ist durch die große Dachhöhe eine beträchtliche Winddruckkraft auf das Objekt zu erwarten. Auch bringt der großflächige Einsatz von Glas ein erhöhtes Eigengewicht.

### 15.3.2) Aufbau der Konstruktion und Einordnung in die Systematik

Die folgenden Bilder zeigen sehr schön die Geometrie und Struktur des Daches.

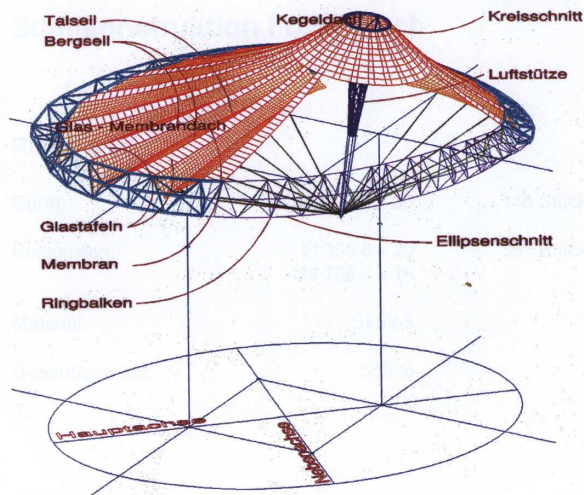


Abb.15.12: Geometrie und Elemente des Daches; aus /14/

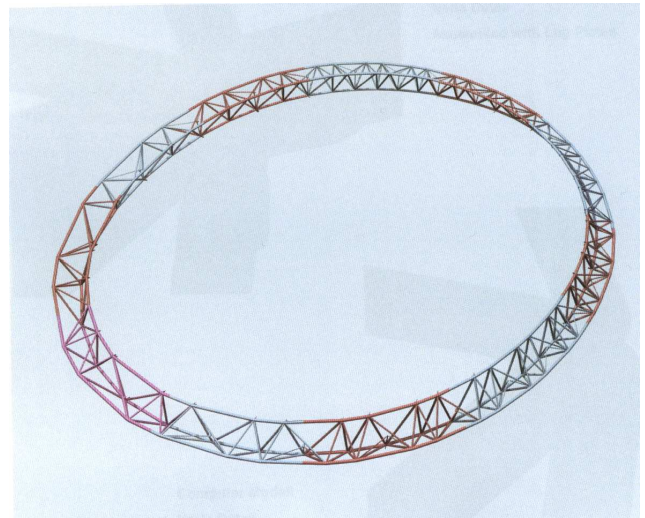


Abb.15.13: Rendering des Außenrings; aus /14/

Das Dach überspannt eine Ellipse mit einer Hauptachsenlänge von 102 m und einer Nebenachsenlänge von 77 m. Der höchste Punkt des Daches überragt den Außenring um 26 m. Die

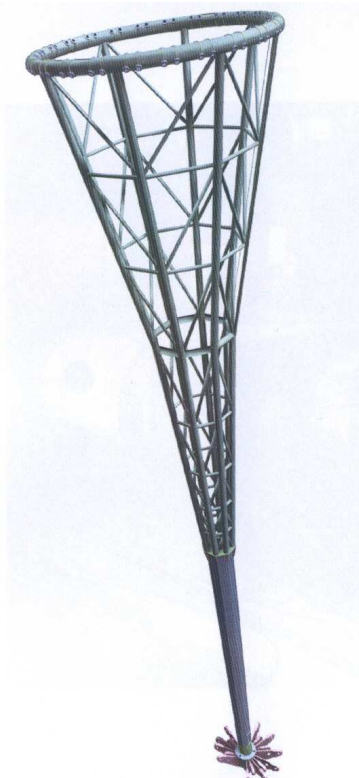


Abb.15.14: Rendering des zentralen Mastes; aus /14/

Konstruktion wiegt 920 to, wobei 600 to auf den Stahl und 150 to auf die Seile entfallen, der Rest auf die 3.500 m<sup>2</sup> Glasfläche sowie die 5.250 m<sup>2</sup> Gewebbahnen. Die Gurte des Rings sind Rohre mit einem Durchmesser  $d=208$  mm und einer Wanddicke  $t=30$  mm, die Diagonalen weisen Werte  $d=355,6$  mm und  $t=20$  mm bis  $d=168,3$  mm und  $t=16$  mm auf. Es wurden Seile mit bis zu  $d=60$  mm verwendet.

Bereits hier sind einige der Besonderheiten des Daches zu sehen. So liegt die zentrale Mastkonstruktion, also die Achse in der Nomenklatur des Speichenrades, nicht im Zentrum, sondern ist entlang der größeren Hauptachse verschoben. Des Weiteren liegt die Achse noch schräg im Raum. Auch zu sehen ist die Faltung und die dadurch erreichte Vorspannung der Gewebbahnen. Im Zentrum sind die als Talseile bezeichneten tiefer liegenden Seile durch einen Seilring verbunden, welcher dann erst auf die eigentliche Achse zurückgehängt ist (siehe Montagefotos der Membran). Eine weitere

Besonderheit ist die zentrale Achse selbst. Besitzt sie bei der tiefer liegenden Seilverankerung noch einen Knotenpunkt, so öffnet sie sich in ihrem Verlauf, bis sie oben bei der oberen Verankerung einen Ring als Abschluss hat.

Trotz all dieser Besonderheiten ist auch hier eine Einordnung bzw. eine Zuordnung der Teile zu den angeführten Evolutionsschritten möglich. In Anlehnung an Kapitel 3 könnte man die Konstruktion unter 3.2.5 (also als ein am Außenring gelagertes Speichenrad mit aufgelöstem Druckring) einordnen, wobei aber der Knotenpunkt, der in der gezeigten Evolutionsgeschichte bereits viel früher vorkommt bzw. verschwindet. Auch hier ist somit zu sehen, dass alle nur erdenklichen Variationen der Formen und Anordnungen möglich sind.

### 15.3.3) Ausführung

Auch die Planung und Ausführung brachte Problemstellungen mit sich. Im Speziellen müssen hier die Rohranschlüsse im Allgemeinen, sowie Knoten mit den Seilanschlüssen im Besonderen genannt werden. Die Lösung war nur durch leistungsfähige 3-D Programme (Entwurf), die NC-Rohrschneidemaschinen (Zuschnitt) sowie einen großen Arbeitsaufwand (Schweißarbeiten) zu realisieren. Die folgenden Bilder demonstrieren dies:

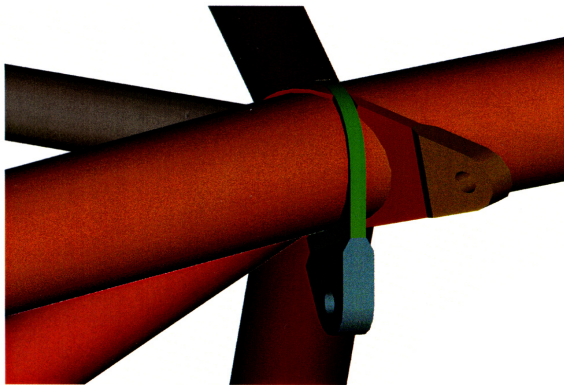


Abb.15.15: Computermodell eines Knotens mit Anschlussblechen; aus /14/



Abb.15.16: Computermodell eines Knotens mit Anschlussblechen; aus /14/

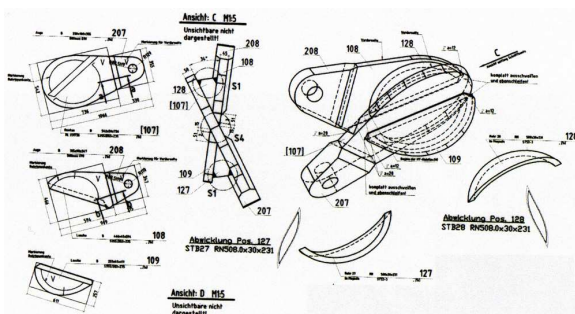


Abb.15.17: Teil des Werkstattplans eines Anschlussbleches; aus /14/



Abb.15.18: Ausführung eines Anschlussbleches; aus /14/



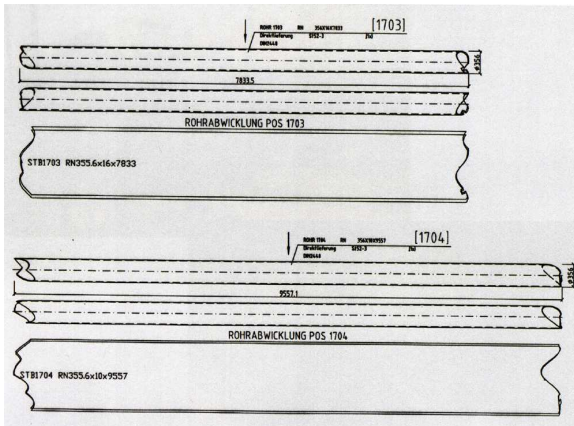


Abb.15.19: Rohrabwicklung; aus /14/



Abb.15.20: Zugeschnittene Rohre; aus /14/

### 15.3.4) Montage

Wie bei allen Projekten dieses Umfangs musste auch hier auf eine möglichst günstige Montage geachtet werden. Hier wurden die fertig zugeschnittenen Rohre in einer größt möglichen Form angeliefert und anschließend in einem Gerüst auf dem Boden zu einzelnen Segmenten zusammengebaut, und dann an ihren Bestimmungsort am Dach gehoben. Die Segmentgrößen sind in Abb.15.13 durch die unterschiedliche Farbgebung gekennzeichnet und ergaben sich aus der maximalen Belastbarkeit des hebenden Krans. In dieser Weise wurde der gesamte Ring erstellt.



Abb.15.21: Ring in der Bauphase; aus /14/

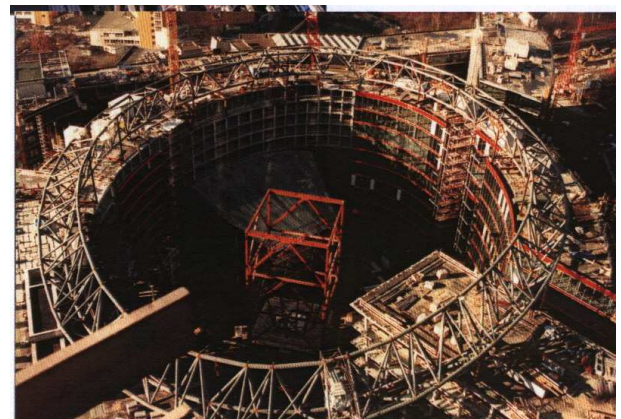


Abb.15.22: Fertiggestellter Ring; aus /14/

Im nächsten Arbeitsschritt wurde der zentrale Mast eingebaut. Dafür wurde ein Gerüst auf dem Platz aufgestellt, in dem der Mast bereits in seiner endgültigen Lage zusammgebaut wurde. (Ein Bauzustand davon ist in Abb.15.22 zu erkennen.)



Dann wurde auf dessen Spitze ein Kran montiert, der für die Hebung der Seile und Dacheindeckung genutzt wurde. Eine Hebung auch des Außenrings wäre aufgrund der zu hohen Lasten und einem Platzmangel am Boden nicht möglich gewesen.

Abb.15.23: Zwei Ansichten des Krans auf dem zentralen Mast: aus /14/

Der weitere Montageablauf war folgender, dass die Seile eingebaut wurden, um anschließend die Membrane daran zu befestigen.



Abb.15.24: Montage der Membrane; aus /14/

Abb.15.25: Abgeschlossene Montage der Membrane; aus /14/

Danach wurden die Seile vom Ring zum unteren Verankerungspunkt eingebaut um das System schließlich vorzuspannen.

Hierbei wurde unterhalb des Knotens eine Presse angebracht, die das Formstück des Knotens als Pressenstuhl nützte um über einen, am unteren Ende des Mastes ausgebildeten, Dorn, wel-

cher durch das Zentrum des Knotens durchstand, eine Relativverschiebung zwischen Knoten und Mast (und somit oberem Verankerungsring) zu erzeugen. Bei einem Vorspannweg von etwas über 700 mm wurde ein Pressendruck von gut 15.000 kN erzeugt. Anschließend wurde die entstandene Öffnung kraftschlüssig geschlossen und die Presse wieder abgebaut.

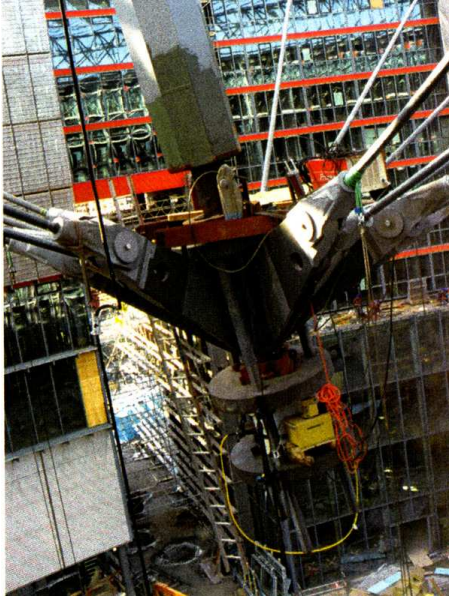


Abb.15.26: Presse unter Knoten; aus /14/

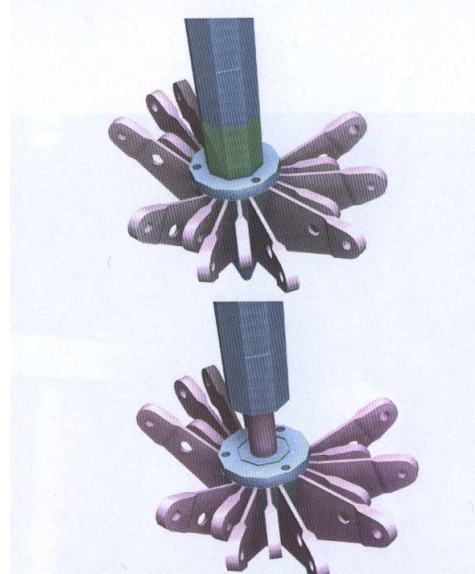


Abb.15.27: Rendering der Knoten mit und ohne Abdeckung der Pressenwegs; aus /14/

Im letzten Arbeitsschritt wurde dann der aus Glas bestehende Teil der Dachhaut montiert. Dies war deshalb in dieser Abfolge geplant worden, da somit einerseits die Membranen bereits mit den Seilen gemeinsam gespannt wurden, während die Glasscheiben erst jetzt eingebaut werden konnten, da die Seilelemente ohne die Vorspannung nicht die entsprechende Form und Steifigkeit gehabt hätten.



Abb.14.28: Glasmontage im steilen Bereich des Daches; aus /14/

Somit wurde diese neueste der großen Speichenradkonstruktionen fertig gestellt und das SONY-Center 2001 in Betrieb genommen.



Abb.15.29: Innenansicht auf den Platz im Endzustand; aus /14/



Abb.15.30: Außenansicht des Daches im Endzustand; aus /14/

## **Kapitel 16: Zusammenfassung**

Diese Diplomarbeit erkennt das Speichenrad als Konstruktion, die aus den drei Bestandteilen Innenelement, radiale Speichen, und Außenelement besteht, wobei inneres und äußeres Element in sich geschlossen und mittels der Speichen miteinander verbunden sind. Speichenradkonstruktionen weisen die folgenden, unter dem Schlagwort „Ringschluss“ zusammenfassbaren, Eigenschaften auf.

- Die in der Radebene entstehenden Kräfte schließen einander kurz.
- Aus Belastungen normal auf die Radebene werden nur Reaktionen normal auf die Radebene weitergegeben.

Die üblichen Formen dieser Konstruktionen sind Kreise sowie kreisnahe geometrische Formen.

Es wird gezeigt, dass das genannte Konstruktionsprinzip in den verschiedensten Varianten ausgeführt werden kann, wobei die wesentlichen Unterscheidungen die Lagerung am Innenelement bzw. am Außenring, sowie die Ausführung des Innenelements als Knotenpunkt oder Ring darstellt.

In Kapitel 5 werden die wesentlichen Grundzüge von Speichenradkonstruktionen hergeleitet und erklärt. Das Ergebnis, und die Eigenschaft, die solche Konstruktionen auszeichnet, ist, dass aus vertikalen Lasten keine horizontalen Kräfte nach außen abgegeben werden und dass die weit gespannten Elemente über keine Biegesteifigkeit verfügen müssen, welche über die notwendige, des lokalen Kraftabtrags der direkt auf sie angreifenden Kräfte, hinausgeht. Das Tragverhalten wird davon bestimmt, dass der Innen- und Außenring mittels der Speichen gegeneinander verspannt wird. Die Kräfte in den Speichen werden wesentlich durch deren Neigung bezüglich der Horizontalen bestimmt, für die Kräfte im Innenring ist noch zusätzlich der Umlenkwinkel an der Speiche wesentlich. Durch eine Spreizung der Speichen ist es möglich, dass diese keinerlei Drucklasten abtragen müssen. Alternativ zu der Möglichkeit des Druckausfalls jeweils einer Speiche besteht auch jene, das Gesamtsystem vorzuspannen, und damit eine resultierend auftretende Drucklast abzubauen. Es wird dabei durch die, nach dem Einbringen interne, Vorspannkraft vorab die Tragfunktion als Speichenrad aktiviert. Dies bringt eine wesentliche Verbesserung der Formstabilität und macht überdies die Verwendung von Seilen in der Praxis erst möglich.

Bei der Betrachtung der Ausbildungsformen und des Tragprinzips der einzelnen Elemente erweist sich das Seil, bzw. der Seilbinder, als günstigstes Bauelement für die Speichen, sowie die genannte Vorspannung als essentieller Bestandteil der Konstruktion. Unter symmetrischen, vertikal angreifenden, äußeren Lasten erfahren die Ringe nur eine konstante Normalkraft, sowie die Speichen konstante Horizontalkräfte, wobei die Speichen die entsprechenden Umlenkkräfte der Ringe aufnehmen und miteinander kurzschließen.

Bei einer Optimierungsrechnung bezüglich des Konstruktionsgewichts für eine gegebene Dachfläche tritt eine logisch sinnvolle Trennung in ein System mit bzw. ohne Druckring zu Tage, sowie eine weitere Unterscheidung danach, ob ein schlanker und somit stabilitätsgefährdeter Druckstab ausgeführt wird oder nicht.

Der erste Fall bringt für eine allgemeine Behandlung beträchtliche Schwierigkeiten mit sich, welche sich zentral um die Frage der Stabilität drehen, konkret um die Versagensform. Es zeigt sich, dass sich das Speichenrad mit zentralem Knotenpunkt genauso verhält wie der elastisch gelagerte Kreisring unter Aussendruck, wobei die sich die Federsteifigkeit aus der Neigung und Dehnsteifigkeit der Speichen ergibt. Zusätzlich zu diesem Versagen ist noch das des Einzelstabs zwischen den Speichen zu betrachten. Die Versagensform mit der kleineren Knicklast ist die maßgebliche. Nicht so einfach ist der Fall eines Innenrings. Hier geht zusätzlich die Biege- und Dehnsteifigkeit der Innenkonstruktion ein. Allgemein kann nur gesagt werden, dass das System weicher wird und die Knicklast geringer wird. In diesem Bereich sind weitere theoretische Überlegungen sowie Untersuchungen notwendig.

Existiert kein eigentlicher Druckring, oder spielt die Stabilität keine Rolle weil ein umgrenzendes Element (z.B.: in Form einer umlaufenden Wand) ohnedies vorhanden ist, so kann noch eine weitere Unterscheidung getroffen werden, und zwar die, ob ein stabilitätsgefährdeter Druckstab ausgebildet wird oder nicht. In Abhängigkeit davon unterscheidet sich das Verhalten der Tragkonstruktion beträchtlich.

Eine genaue Betrachtung einer Speichenradkonstruktion bringt eine Unmenge von einfließenden Parametern zum Vorschein. Konkrete Aussagen sind nur nach erneuter Einschränkung auf einen Konstruktionstyp möglich.

Die Untersuchung an einer, für diesen Zweck angenommenen, spezifischen Konstruktion ohne Druckring, von welcher die zu überdachende Fläche sowie die äußeren Lasten festgelegt worden waren, brachte dabei folgende Aussagen hervor:

- Es lässt sich, entgegen der Erwartungen, kein klares Optimum des Winkelverhältnisses der Speichenneigungen in Abhängigkeit des Verhältnisses des maximalen Drucks

zum maximalen Sog finden. Dieses wird durch die variierenden Einflüsse der Gewichtsanteile überdeckt.

- Bei Konstruktionen ohne Druckstrebe kann ein Winkel für die untere Speiche für das Gewichtsminimum bestimmt werden, welcher von der Soglast abhängt, während sich für den Winkel der oberen Speiche kein Minimum (im baupraktisch relevanten Bereich) findet.
- Die Verformungen steigen mit steigendem Winkel der oberen Speiche linear an
- Bei Konstruktionen mit Druckstrebe gibt es ein Minimum welches bei einem Winkel des unteren Speichenseils von  $0^\circ$  liegt. Der maßgebliche Einfluss für dieses System ist die Gewichtszunahme der Druckstrebe mit steigender Spreizung.
- Größere Speichenzahlen bewirken immer ein geringeres Gesamtgewicht, wobei die Gewichtsabnahme weniger wird, sodass ab 40-50 Speichen keine nennenswerten Vorteile mehr lukriert werden können.

Asymmetrische Lastzustände sind für die Speichenradkonstruktionen problematisch, da sie Biegemomente und große Verformungen hervorrufen und das Speichenradprinzip nicht oder nur schlecht genutzt wird. Aus diesem Grund ist auch das Abweichen von der kreisrunden Geometrie ungünstig, in Grenzen jedoch sinnvoll umsetzbar. Es kann ganz allgemein festgestellt werden, dass die Vorteile der Speichenradkonstruktionen mit zunehmender Entfernung von der Kreisform rapide schwinden. Das Öffnen des Rings bedeutet das Ende der Speichenradkonstruktion, es gehen sämtliche Charakteristika des Konstruktionstyps mit einem Schlag komplett verloren.

Für die Zukunft ist mit einer weiteren Zunahme von Objekten dieses Tragprinzips zu rechnen. Dies ist durch die aktuellen Strömungen in der Architektur, durch das Verlangen nach Bauwerken, für die Speichenradkonstruktionen vorteilhaft sind, sowie durch die gestiegenen Möglichkeiten des Bauwesens in Berechnung und Durchführung solcher Projekte begünstigt. Dem Stahlbau wird dabei weiterhin eine zentrale Stellung zukommen.

## Literaturverzeichnis

- /1/ E.D.Albano, P.Seide:” Bifurcation of Rings under Concentrated Normal Loads”, Journal of Applied Mechanics, Vol.40, 1973 p. 233-238
- /2/ E.D.Albano, P.Seide:” Bifurcation of Rings under Concentrated Centrally Directed Loads”, Journal of Applied Mechanics, Vol.40, 1973, p. 553-558
- /3/ R. Bergermann, K.Göppert: Des Speichenrad – Ein Konstruktionsprinzip für weitgespannte Dachkonstruktionen“; Stahlbau 69 (2000), Heft 8
- /4/ H.-P.,Beyle:“ Apple Flagship Stores – Konstruktiver Glasbau in einer neuen Dimension“, Glas im Konstruktives Ingenieurbau 3, Fachseminar und Workshop, München 2002
- /5/ Eberhard Brockhaus: “BROCKHAUS. DIE ENZYKLOPÄDIE in vierundzwanzig Bänden”, Zwanzigste, überarbeitete und aktualisierte Auflage; Leipzig, Mannheim, 1996; Band 17, p.706; Band 20, p.553
- /6/ Hajduk, Osiecki: “Zugsysteme – Theorie und Berechnung” VEB Verlag für Bauwesen, Leipzig 1978
- /7/ Alan Holgate: „The Art of Structural Engineering – The work of Jörg Schlaich and his Team“, EDITION Axel Menges, Stuttgart/London, 1997
- /8/ Roland Mayr:“ Anwendung von Seilen im Hochbau“, Diplomarbeit, Wien 1999
- /9/ Petersen: ”Statik und Stabilität der Baukonstruktionen“, Fried. Vieweg Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1985
- /10/ Pfeifer: Produktkatalog 2002
- /11/ Günter Ramberger: Unterlagen zur Vorlesung „Stahlbau 3“, Institut für Stahlbau der TU-Wien, Wien 2001
- /12/ Tony Robbin: “Engineering a New Architecture”, Yale University Press, New Haven/London 1996
- /13/ Leopold Schwarz: Unterlagen zur Vorlesung “Seil und vorgespannte Konstruktionen 2”, Institut für Stahlbau der TU-Wien, Wien 2001
- /14/ Johann Sischka:“ Forumdach Sony Center“, Waagner Biro stahl-glas-technik, Wien 2001
- /15/ Ludek Spal: “Das Stahlseil als konstruktives Element“, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1975
- /16/ Stützebecher, Ulrich: “Architektur für Sport“, Huss-Medien GmbH, Berlin 2001
- /17/ [www.asp-architekten.de/index2.html](http://www.asp-architekten.de/index2.html)



- /18/ [www.baunetz.de/arch/stadien/hamburgzoom.htm](http://www.baunetz.de/arch/stadien/hamburgzoom.htm)
- /19/ [www.cyclelink.com.au/category92\\_1.htm](http://www.cyclelink.com.au/category92_1.htm)
- /20/ [www.geiser.ch/Rader/rader.htm](http://www.geiser.ch/Rader/rader.htm)
- /21/ [www.heise.de/tp/deutsch/special/arch/6253/1.html](http://www.heise.de/tp/deutsch/special/arch/6253/1.html)
- /22/ [news.kyodo.co.jp/kyodonews/2001/worldcup/rightmenu/koreastadium2/](http://news.kyodo.co.jp/kyodonews/2001/worldcup/rightmenu/koreastadium2/)
- /23/ [www.mexi.com/CITY/WIEN/wi\\_rirad.html](http://www.mexi.com/CITY/WIEN/wi_rirad.html)
- /24/ [www.sbp.de/de/fla/index.html](http://www.sbp.de/de/fla/index.html)
- /25/ [www.sonycenter.de](http://www.sonycenter.de)
- /26/ [www.textile-architecture.com/projekte/projekt\\_3.html](http://www.textile-architecture.com/projekte/projekt_3.html)

## Anhang A: Ergebnistabellen der Parameterstudie

### A.1) Speichenkraft in Abhängigkeit vom Winkel

<b>Horizontalkraft in der Speiche bei flächenhafter Belastung</b>											
<b>in Abhängigkeit von Spreizungswinkel und Verhältnis Innen- zu Außenradius</b>											
<b>Speichenanzahl n=18:</b>											
pa=	0,3491										
Ri/Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
Winkel											
45	0	0,016	0,030	0,042	0,051	0,058	0,063	0,065	0,065	0,063	0,058
40	0	0,019	0,036	0,050	0,061	0,069	0,075	0,078	0,078	0,075	0,069
35	0	0,023	0,043	0,060	0,073	0,083	0,090	0,093	0,093	0,090	0,083
30	0	0,028	0,052	0,073	0,089	0,101	0,109	0,113	0,113	0,109	0,101
25	0	0,035	0,065	0,090	0,110	0,125	0,135	0,140	0,140	0,135	0,125
20	0	0,045	0,083	0,115	0,141	0,160	0,173	0,179	0,179	0,173	0,160
15	0	0,061	0,113	0,156	0,191	0,217	0,234	0,243	0,243	0,234	0,217
10	0	0,092	0,172	0,238	0,290	0,330	0,356	0,370	0,370	0,356	0,330
5	0	0,186	0,346	0,479	0,585	0,665	0,718	0,745	0,745	0,718	0,665
1	0	0,933	1,733	2,400	2,933	3,333	3,600	3,733	3,733	3,600	3,333
<b>n=36:</b>											
pa=	0,1745										
Ri/Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
Winkel											
45	0	0,008	0,015	0,021	0,026	0,029	0,031	0,033	0,033	0,031	0,029
40	0	0,010	0,018	0,025	0,031	0,035	0,037	0,039	0,039	0,037	0,035
35	0	0,012	0,022	0,030	0,037	0,042	0,045	0,047	0,047	0,045	0,042
30	0	0,014	0,026	0,036	0,044	0,050	0,054	0,056	0,056	0,054	0,050
25	0	0,017	0,032	0,045	0,055	0,062	0,067	0,070	0,070	0,067	0,062
20	0	0,022	0,042	0,058	0,070	0,080	0,086	0,090	0,090	0,086	0,080
15	0	0,030	0,056	0,078	0,096	0,109	0,117	0,122	0,122	0,117	0,109
10	0	0,046	0,086	0,119	0,145	0,165	0,178	0,185	0,185	0,178	0,165
5	0	0,093	0,173	0,239	0,293	0,332	0,359	0,372	0,372	0,359	0,332
1	0	0,467	0,867	1,200	1,467	1,666	1,800	1,866	1,866	1,800	1,666
<b>n=54:</b>											
pa=	0,1164										
Ri/Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
Winkel											
45	0	0,005	0,010	0,014	0,017	0,019	0,021	0,022	0,022	0,021	0,019
40	0	0,006	0,012	0,017	0,020	0,023	0,025	0,026	0,026	0,025	0,023
35	0	0,008	0,014	0,020	0,024	0,028	0,030	0,031	0,031	0,030	0,028
30	0	0,009	0,017	0,024	0,030	0,034	0,036	0,038	0,038	0,036	0,034
25	0	0,012	0,022	0,030	0,037	0,042	0,045	0,047	0,047	0,045	0,042
20	0	0,015	0,028	0,038	0,047	0,053	0,058	0,060	0,060	0,058	0,053
15	0	0,020	0,038	0,052	0,064	0,072	0,078	0,081	0,081	0,078	0,072
10	0	0,031	0,057	0,079	0,097	0,110	0,119	0,123	0,123	0,119	0,110
5	0	0,062	0,115	0,160	0,195	0,222	0,239	0,248	0,248	0,239	0,222
1	0	0,311	0,578	0,800	0,978	1,111	1,200	1,244	1,244	1,200	1,111

**A.2)Speichenkraft in Abhängigkeit der Spreizungshöhe**

<b>Horizontalkraft in der Speiche bei flächenhafter Belastung</b>											
<b>in Abhängigkeit vom Verhältnis der Spreizung zum Außenradius und dem Verhältnis Innen- zu Außenradius</b>											
<b>Speichenanzahl n=18:</b>											
pa =	0,3491										
Ri / Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
h1/l											
1	0	0,0016	0,0061	0,0126	0,0205	0,0291	0,0377	0,0456	0,0521	0,0565	0,0582
0,9	0	0,0018	0,0067	0,0140	0,0228	0,0323	0,0419	0,0507	0,0579	0,0628	0,0646
0,8	0	0,0020	0,0076	0,0157	0,0256	0,0364	0,0471	0,0570	0,0652	0,0707	0,0727
0,7	0	0,0023	0,0086	0,0180	0,0293	0,0416	0,0539	0,0652	0,0745	0,0808	0,0831
0,6	0	0,0027	0,0101	0,0209	0,0341	0,0485	0,0628	0,0760	0,0869	0,0942	0,0970
0,5	0	0,0033	0,0121	0,0251	0,0410	0,0582	0,0754	0,0912	0,1043	0,1131	0,1164
0,4	0	0,0041	0,0151	0,0314	0,0512	0,0727	0,0942	0,1140	0,1303	0,1414	0,1454
0,3	0	0,0054	0,0202	0,0419	0,0683	0,0970	0,1257	0,1520	0,1738	0,1885	0,1939
0,2	0	0,0081	0,0303	0,0628	0,1024	0,1454	0,1885	0,2281	0,2606	0,2827	0,2909
0,1	0	0,0163	0,0605	0,1257	0,2048	0,2909	0,3770	0,4561	0,5213	0,5655	0,5818
0,05	0	0,0326	0,1210	0,2513	0,4096	0,5818	0,7540	0,9122	1,0425	1,1310	1,1636
<b>n=36:</b>											
pa =	0,1745										
Ri / Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
h1/l											
1	0	0,0008	0,0030	0,0063	0,0102	0,0145	0,0188	0,0228	0,0261	0,0283	0,0291
0,9	0	0,0009	0,0034	0,0070	0,0114	0,0162	0,0209	0,0253	0,0290	0,0314	0,0323
0,8	0	0,0010	0,0038	0,0079	0,0128	0,0182	0,0236	0,0285	0,0326	0,0353	0,0364
0,7	0	0,0012	0,0043	0,0090	0,0146	0,0208	0,0269	0,0326	0,0372	0,0404	0,0416
0,6	0	0,0014	0,0050	0,0105	0,0171	0,0242	0,0314	0,0380	0,0434	0,0471	0,0485
0,5	0	0,0016	0,0061	0,0126	0,0205	0,0291	0,0377	0,0456	0,0521	0,0565	0,0582
0,4	0	0,0020	0,0076	0,0157	0,0256	0,0364	0,0471	0,0570	0,0652	0,0707	0,0727
0,3	0	0,0027	0,0101	0,0209	0,0341	0,0485	0,0628	0,0760	0,0869	0,0942	0,0970
0,2	0	0,0041	0,0151	0,0314	0,0512	0,0727	0,0942	0,1140	0,1303	0,1414	0,1454
0,1	0	0,0081	0,0303	0,0628	0,1024	0,1454	0,1885	0,2281	0,2606	0,2827	0,2909
0,05	0	0,0163	0,0605	0,1257	0,2048	0,2909	0,3770	0,4561	0,5213	0,5655	0,5818
<b>n=54:</b>											
pa =	0,1164										
Ri / Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
h1/l											
1	0	0,0005	0,0020	0,0042	0,0068	0,0097	0,0126	0,0152	0,0174	0,0188	0,0194
0,9	0	0,0006	0,0022	0,0047	0,0076	0,0108	0,0140	0,0169	0,0193	0,0209	0,0215
0,8	0	0,0007	0,0025	0,0052	0,0085	0,0121	0,0157	0,0190	0,0217	0,0236	0,0242
0,7	0	0,0008	0,0029	0,0060	0,0098	0,0139	0,0180	0,0217	0,0248	0,0269	0,0277
0,6	0	0,0009	0,0034	0,0070	0,0114	0,0162	0,0209	0,0253	0,0290	0,0314	0,0323
0,5	0	0,0011	0,0040	0,0084	0,0137	0,0194	0,0251	0,0304	0,0348	0,0377	0,0388
0,4	0	0,0014	0,0050	0,0105	0,0171	0,0242	0,0314	0,0380	0,0434	0,0471	0,0485
0,3	0	0,0018	0,0067	0,0140	0,0228	0,0323	0,0419	0,0507	0,0579	0,0628	0,0646
0,2	0	0,0027	0,0101	0,0209	0,0341	0,0485	0,0628	0,0760	0,0869	0,0942	0,0970
0,1	0	0,0054	0,0202	0,0419	0,0683	0,0970	0,1257	0,1520	0,1738	0,1885	0,1939
0,05	0	0,0109	0,0403	0,0838	0,1365	0,1939	0,2513	0,3041	0,3475	0,3770	0,3879

**A.3) Gegenüberstellung der Kräfte in Speiche und Ring bei flächiger Last**

Horizontalkräfte in Ring und Speiche in Abhängigkeit vom Verhältnis des Innen- zum Außenradius											
Speichenanzahl n=36:											
pa=	0,1745										
Ri / Ra	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
H	0,080	0,086	0,090	0,090	0,086	0,080	0,070	0,058	0,042	0,022	0,000
R	0,460	0,497	0,515	0,515	0,497	0,460	0,405	0,331	0,239	0,129	0,000

**A.4) Horizontale Speichenkräfte unter konstanter Streckenlast**

Horizontalkraft in der Speiche bei konstanter Streckenlast in Abhängigkeit von Spreizungswinkel und Verhältnis Innen- zu Außenradius											
Ri / Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
Winkel											
45	0	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500
40	0	0,060	0,119	0,179	0,238	0,298	0,358	0,417	0,477	0,536	0,596
35	0	0,071	0,143	0,214	0,286	0,357	0,428	0,500	0,571	0,643	0,714
30	0	0,087	0,173	0,260	0,346	0,433	0,520	0,606	0,693	0,779	0,866
25	0	0,107	0,214	0,322	0,429	0,536	0,643	0,751	0,858	0,965	1,072
20	0	0,137	0,275	0,412	0,549	0,687	0,824	0,962	1,099	1,236	1,374
15	0	0,187	0,373	0,560	0,746	0,933	1,120	1,306	1,493	1,679	1,866
10	0	0,284	0,567	0,851	1,134	1,418	1,701	1,985	2,269	2,552	2,836
5	0	0,572	1,143	1,715	2,286	2,858	3,429	4,001	4,572	5,144	5,715
in Abhängigkeit vom Verhältnis Spreizung zu Aussenradius und vom Verhältnis Innen- zu Außenradius											
Ri / Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
h1 / Ra											
1	0	0,005	0,020	0,045	0,080	0,125	0,180	0,245	0,320	0,405	0,500
0,9	0	0,006	0,022	0,050	0,089	0,139	0,200	0,272	0,356	0,450	0,556
0,8	0	0,006	0,025	0,056	0,100	0,156	0,225	0,306	0,400	0,506	0,625
0,7	0	0,007	0,029	0,064	0,114	0,179	0,257	0,350	0,457	0,579	0,714
0,6	0	0,008	0,033	0,075	0,133	0,208	0,300	0,408	0,533	0,675	0,833
0,5	0	0,010	0,040	0,090	0,160	0,250	0,360	0,490	0,640	0,810	1,000
0,4	0	0,013	0,050	0,113	0,200	0,313	0,450	0,613	0,800	1,013	1,250
0,3	0	0,017	0,067	0,150	0,267	0,417	0,600	0,817	1,067	1,350	1,667
0,2	0	0,025	0,100	0,225	0,400	0,625	0,900	1,225	1,600	2,025	2,500
0,1	0	0,050	0,200	0,450	0,800	1,250	1,800	2,450	3,200	4,050	5,000

**A.5) Ringkraft bei Streckenlast und variierender Speichenanzahl**

Ringkräfte bei konstanter Streckenlast auf jeder Speiche in Abhängigkeit von der Speichenzahl und dem Verhältnis Innen- zu Außenradius												
Ri / Ra	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0	
Speichenzahl/Umlenkwinkel												
10	36	0	0,234	0,467	0,701	0,935	1,169	1,402	1,636	1,870	2,103	2,337
14	25,71	0	0,317	0,633	0,950	1,266	1,583	1,900	2,216	2,533	2,850	3,166
18	20,00	0	0,402	0,803	1,205	1,607	2,008	2,410	2,812	3,213	3,615	4,017
22	16,36	0	0,488	0,975	1,463	1,950	2,438	2,926	3,413	3,901	4,388	4,876
26	13,85	0	0,574	1,148	1,722	2,296	2,870	3,444	4,018	4,592	5,166	5,740
30	12,00	0	0,661	1,321	1,982	2,643	3,304	3,964	4,625	5,286	5,947	6,607
34	10,59	0	0,748	1,495	2,243	2,990	3,738	4,486	5,233	5,981	6,729	7,476
38	9,47	0	0,835	1,669	2,504	3,338	4,173	5,008	5,842	6,677	7,512	8,346
42	8,57	0	0,922	1,843	2,765	3,687	4,609	5,530	6,452	7,374	8,295	9,217
46	7,83	0	1,009	2,018	3,027	4,035	5,044	6,053	7,062	8,071	9,080	10,089
50	7,20	0	1,096	2,192	3,288	4,384	5,480	6,576	7,672	8,769	9,865	10,961
54	6,67	0	1,183	2,367	3,550	4,733	5,917	7,100	8,283	9,466	10,650	11,833
58	6,21	0	1,271	2,541	3,812	5,082	6,353	7,623	8,894	10,165	11,435	12,706

## Anhang B: Datenblätter der Optimierungsrechnung

### B.1) Beispiele für das Stabilitätsversagen

#### B1.1: Vergleichsrechnung der Knicklast eines Speichenrades nach /9/ bzw. R-Stab:

##### 1. Beispiel

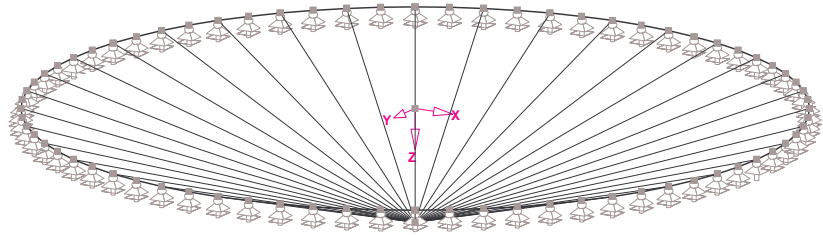
Systemwerte:

$$EA_{\text{Speiche}} = 588 \text{ kN}$$

$$EI_{\text{Ring}} = 9.96 \cdot 10^7 \text{ kNcm}^2$$

$$\text{Radius } r = 50\text{m}$$

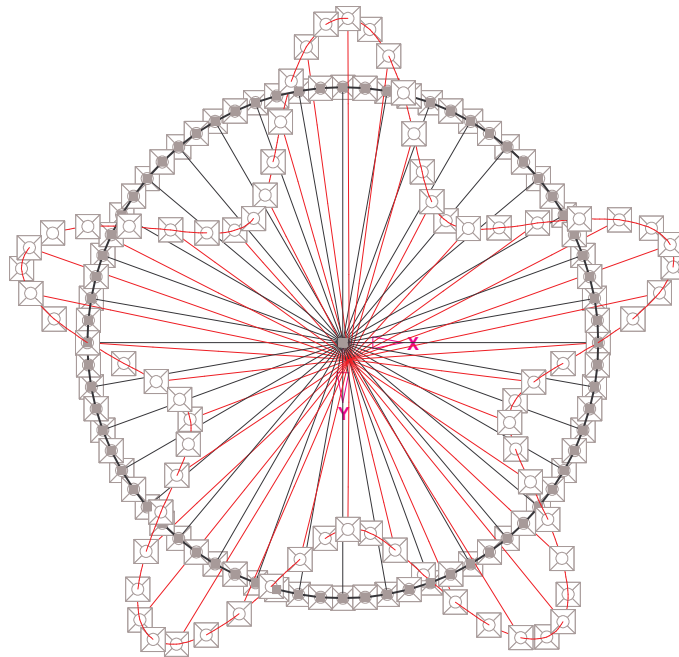
$$\text{Speichenanzahl } n = 36$$



Ergebnis von R-Stab:

Unter einer zentralen Vertikallast von 10 kN. Ergibt sich Ringkraft von  $R = 5,31\text{kN}$ .

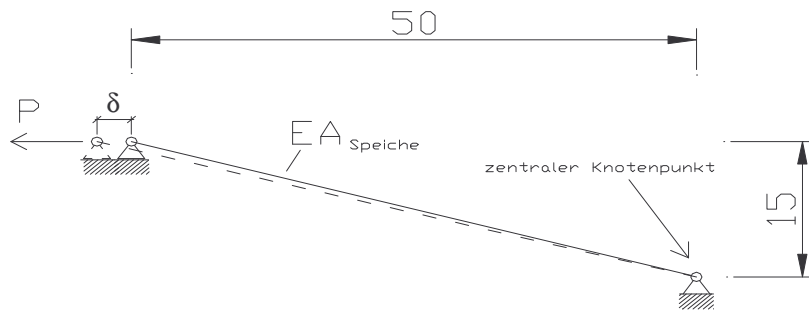
Die Knicklastberechnung ergibt weiter.



Verzweigungslastfaktor: 42.987

Die Knicklast im Ring ergibt sich somit zu:

$$\underline{D_{ki}} = \gamma_{ki} \times R = 42,987 \times 5,31 = \underline{\underline{228,3\text{kN}}}$$

Ergebnis nach einer manuelle Berechnung nach /9/:Die Federsteifigkeit  $c$  einer Speiche:Mit  $P = 10\text{kN}$  ergibt sich

$$\delta = 95,75\text{cm}$$

$$c = \frac{P}{\delta} = 0,1044 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$$

$$\text{Bettungsziffer des Rings: } c_r = \frac{c}{100 \cdot \frac{2r\pi}{n}} = 1,197 \times 10^{-4} \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Parameter } \delta_r: \quad \delta_r = \frac{c_r \cdot r^4}{EI_{\text{Ring}}} = \frac{1,197 \times 10^{-4} \cdot 5000^4}{9,96 \times 10^7} = 759,03$$

$$\text{Verzweigungslastfaktor } \gamma_{ki}: \quad \gamma_{ki} = \frac{(\bar{n}^2 - 1)^2}{\bar{n}^2 - 2} + \frac{\delta_r}{\bar{n}^2 - 2} = \frac{576 + 759,03}{23} = 58,04$$

(Halbwellenzahl  $\bar{n} = 5$  aus Diagramm in Abb.9.7)

$$\text{Knicklast: } \underline{D_{ki}} = p_{ki} \cdot r = \gamma_{ki} \frac{EI_{\text{Ring}}}{r^3} \cdot r = 58,04 \cdot \frac{9,96 \times 10^7}{5000^2} = \underline{\underline{228,9 \text{ kN}}}$$

Differenz zwischen den Ergebnissen:

$$\Delta = 1 - \frac{D_{ki\text{-manuell}}}{D_{ki\text{-R-Stab}}} = \underline{\underline{0,2\%}}$$

Andere Vergleichsrechnungen haben Differenzen von maximal 10% gebracht.

**2.Beispiel:**

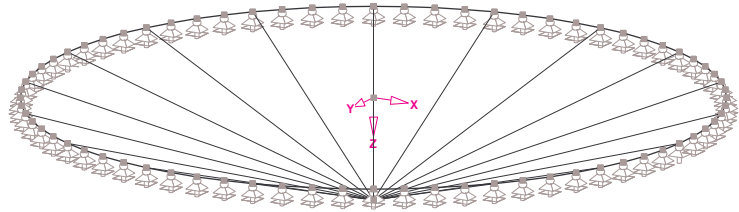
Systemwerte:

$EA_{\text{Speiche}} = 2800 \text{ kN}$

$EI_{\text{Ring}} = 3.16 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2$

Radius  $r = 50\text{m}$

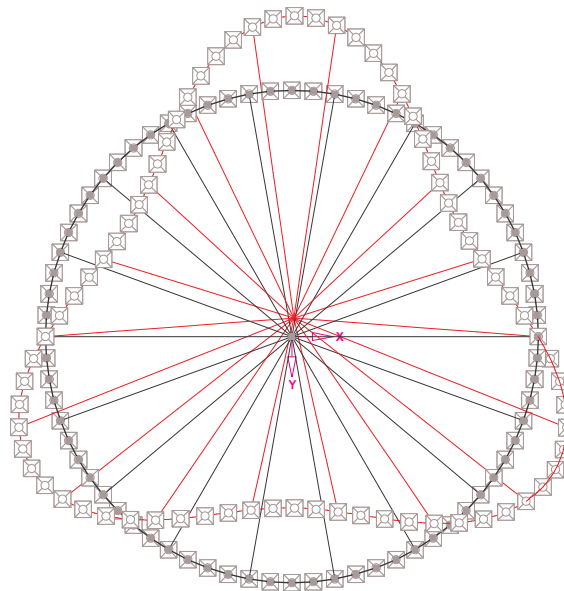
Speichenanzahl  $n = 18$



Ergebnis von R-Stab:

Unter einer zentrischen Vertikallast von 10 kN. Ergibt sich Ringkraft von  $R = 5,31\text{kN}$ .

Die Knicklastberechnung ergibt weiter.



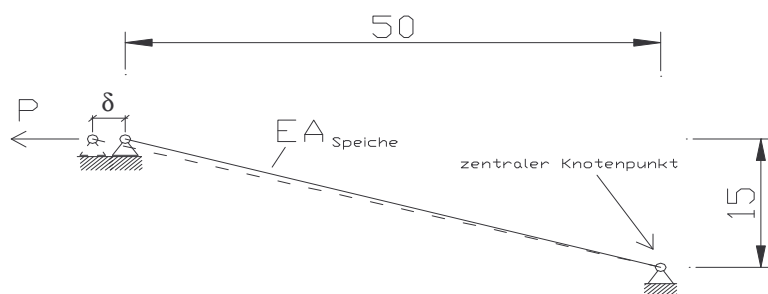
Verzweigungslastfaktor: 402.264

Die Knicklast im Ring ergibt sich somit zu:

$$\underline{D_{ki}} = \gamma_{ki} \times R = 402,264 \times 5,31 = \underline{2136 \text{ kN}}$$

Ergebnis nach einer manuelle Berechnung nach /9/:

Die Federsteifigkeit  $c$  einer Speiche:



Mit  $P = 10 \text{ kN}$  ergibt sich

$\delta = 20,11 \text{ cm}$

$$c = \frac{P}{\delta} = 0,498 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$$

Bettungsziffer des Rings: 
$$c_r = \frac{c}{100 * \frac{2r\pi}{n}} = 2,849 \times 10^{-4} \frac{kN}{cm^2}$$

Parameter  $\delta_r$ : 
$$\delta_r = \frac{c_r * r^4}{EI_{Ring}} = 56,43$$

Verzweigungslastfaktor  $\gamma_{ki}$ : 
$$\gamma_{ki} = \frac{(\bar{n}^2 - 1)^2}{\bar{n}^2 - 2} + \frac{\delta_r}{\bar{n}^2 - 2} = \frac{64 + 56,43}{7} = 17,2$$

(Halbwellenzahl  $\bar{n} = 3$  aus Diagramm in Abb.9.7)

Knicklast: 
$$\underline{D_{ki}} = p_{ki} * r = \gamma_{ki} \frac{EI_{Ring}}{r^3} * r = 17,2 * \frac{3,19 \times 10^9}{5000^2} = \underline{\underline{2168 \text{ kN}}}$$

**Differenz zwischen den Ergebnissen:**

$$\Delta = 1 - \frac{D_{ki-manuell}}{D_{ki-R-Stab}} = \underline{\underline{1,5\%}}$$


---

**3.Beispiel:**

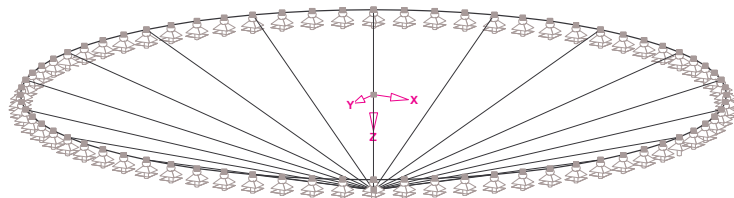
Systemwerte:

$EA_{Speiche} = 8400 \text{ kN}$

$EI_{Ring} = 3.16 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2$

Radius  $r = 50\text{m}$

Speichenanzahl  $n = 18$

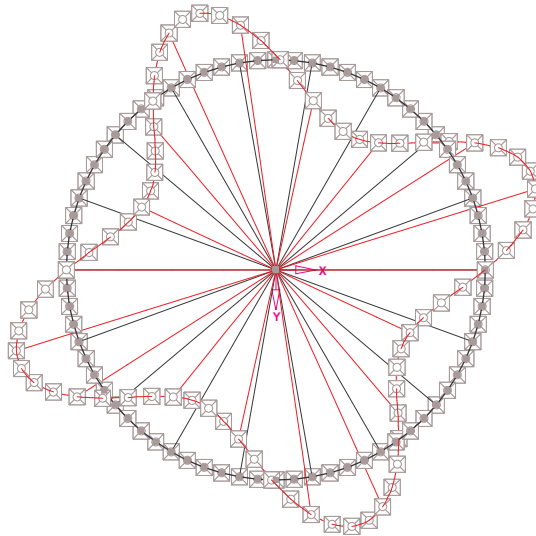


Ergebnis von R-Stab:

Unter einer zentrischen Vertikallast von 10 kN. Ergibt sich Ringkraft von  $R = 5,31\text{kN}$ .

Die Knicklastberechnung ergibt weiter.





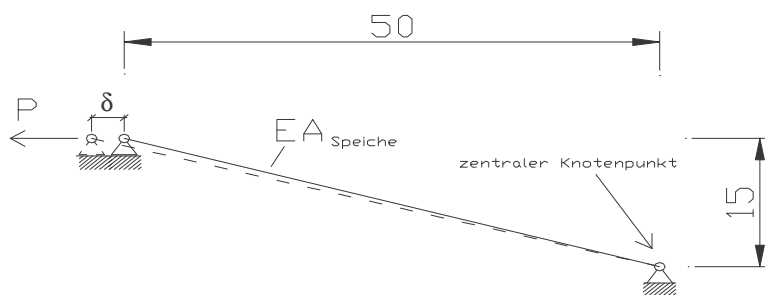
Verzweigungslastfaktor: 658.232

Die Knicklast im Ring ergibt sich somit zu:

$$\underline{D_{ki}} = \gamma_{ki} \times R = 402,264 \times 5,31 = \underline{\underline{3481 \text{ kN}}}$$

Ergebnis nach einer manuelle Berechnung nach /9/:

Die Federsteifigkeit c einer Speiche:



Mit  $P = 10 \text{ kN}$  ergibt sich

$$\delta = 9,57 \text{ cm}$$

$$c = \frac{P}{\delta} = 1,045 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$$

$$\text{Bettungsziffer des Rings: } c_r = \frac{c}{100 \cdot \frac{2r\pi}{n}} = 5,985 \times 10^{-4} \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Parameter } \delta_r: \quad \delta_r = \frac{c_r \cdot r^4}{EI_{\text{Ring}}} = 118,53$$

$$\text{Verzweigungslastfaktor } \gamma_{ki}: \quad \gamma_{ki} = \frac{(\bar{n}^2 - 1)^2}{\bar{n}^2 - 2} + \frac{\delta_r}{\bar{n}^2 - 2} = \frac{225 + 118,53}{14} = 24,5$$

(Halbwellenzahl  $\bar{n} = 4$  aus Diagramm in Abb.9.7)

$$\text{Knicklast: } \underline{D_{ki}} = p_{ki} \cdot r = \gamma_{ki} \frac{EI_{\text{Ring}}}{r^3} \cdot r = 17,2 \cdot \frac{3,19 \times 10^9}{5000^2} = \underline{\underline{3090 \text{ kN}}}$$

Differenz zwischen den Ergebnissen:

$$\Delta = 1 - \frac{D_{ki\text{-manuell}}}{D_{ki\text{-R-Stab}}} = \underline{\underline{13\%}}$$

**4.Beispiel:**

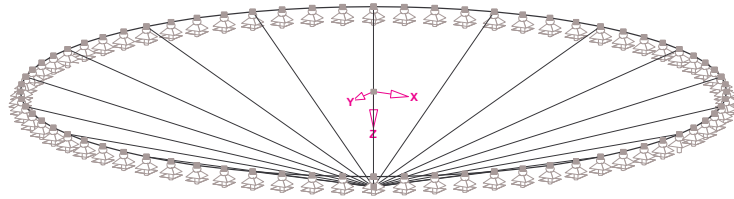
Systemwerte:

$$EA_{\text{Speiche}} = 1.4 \cdot 10^5 \text{ kN}$$

$$EI_{\text{Ring}} = 3.16 \cdot 10^9 \text{ kNcm}^2$$

Radius  $r = 50\text{m}$

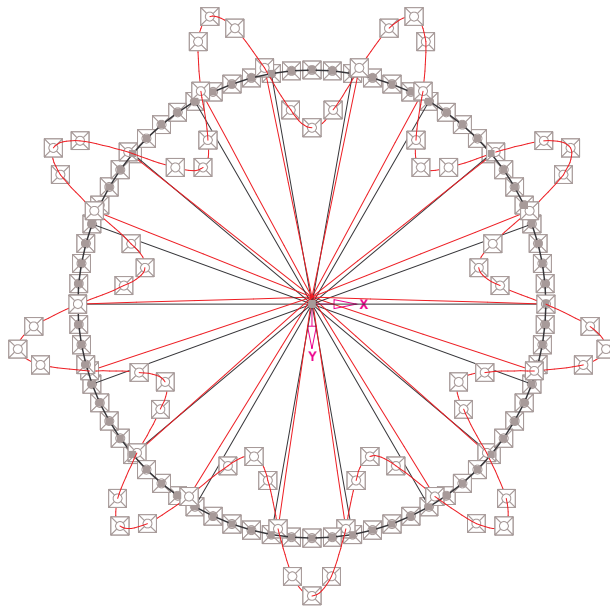
Speichenanzahl  $n = 18$



Ergebnis von R-Stab:

Unter einer zentrischen Vertikallast von 10 kN. Ergibt sich Ringkraft von  $R = 5,31\text{kN}$ .

Die Knicklastberechnung ergibt weiter.



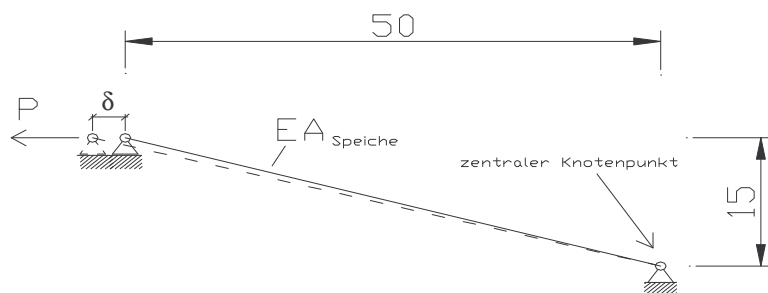
Verzweigungslastfaktor: 1931.32

Die Knicklast im Ring ergibt sich somit zu:

$$\underline{D_{ki}} = \gamma_{ki} \times R = 402,264 \times 5,31 = \underline{10254 \text{ kN}}$$

Ergebnis nach einer manuelle Berechnung nach /9/:

Die Federsteifigkeit  $c$  einer Speiche:



Mit  $P = 10 \text{ kN}$  ergibt sich

$$\delta = 0,402 \text{ cm}$$

$$c = \frac{P}{\delta} = 24,88 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$$

Bettungsziffer des Rings: 
$$c_r = \frac{c}{100 * \frac{2r\pi}{n}} = 1,43 \times 10^{-2} \frac{kN}{cm^2}$$

Parameter  $\delta_r$ : 
$$\delta_r = \frac{c_r * r^4}{EI_{Ring}} = 118,53$$

Verzweigungslastfaktor  $\gamma_{ki}$ : 
$$\gamma_{ki} \approx 108$$

(Halbwellenzahl aus Diagramm in Abb.9.7)

Knicklast: 
$$\underline{D_{ki}} = p_{ki} * r = \gamma_{ki} \frac{EI_{Ring}}{r^3} * r = 108 * \frac{3,19 \times 10^9}{5000^2} = \underline{\underline{13608 \text{ kN}}}$$

Knicklast für Bogensegment: 
$$\underline{D_{ki}} = \pi^2 * \frac{EI}{\hat{l}^2} = 9,87 * \frac{3,16 \times 10^9}{1745^2} = \underline{\underline{10234 \text{ kN}}}$$

Differenz zwischen den Ergebnissen:

$$\Delta = 1 - \frac{D_{ki-manuell}}{D_{ki-R-Stab}} = \underline{\underline{33\%}}$$

Differenz zwischen den Ergebnissen:

$$\Delta = 1 - \frac{D_{ki-Kreissegment}}{D_{ki-R-Stab}} = \underline{\underline{-0,2\%}}$$

Es ist hier offensichtlich, dass nicht mehr der Versagensmodus als elastisch gelagerter Druckring sondern der des Versagens des einzelnen Kreissegments maßgeblich wird!

### B.1.2) Beispiel für das frühere Versagen bei einem vorhandenen Innenring

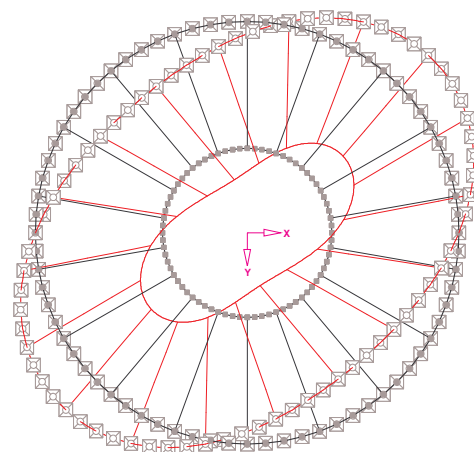
System wie in B.1.1 Beispiel 4

Nur Innenring mit  $R_i=20m$

Querschnitt: identisch zu Außenring

RO660x14,2 ( $I=150263 \text{ cm}^4$ )

$$\underline{D_{ki}} = 5,31 * 632,02 = \underline{\underline{3356 \text{ kN}}}$$



Verzweigungslastfaktor: 632.015

Es zeigt sich hier, dass die Knicklast durch einen Innenring mit endlicher Dehnsteifigkeit herabgesetzt wird, so stellt sich auch eine Versagensform mit weniger Halbwellen ein.

**B.2) Berechnungsmasken am Beispiel des Gewichtsminimums für 36 Speichen****B.2.1) Bemessung der sekundären Tragstruktur**

Bemessung der Binder der sekundären Tragstruktur:							
<b>Geometrie:</b>							
Aussenradius:	50	[m]	größte Sehnenlänge:	8,716	[m]	...	Fläche für manuelle Eingabe
Innenradius:	20	[m]	kleinste Sehnenlänge:	3,486	[m]	...	Zwischenergebnis
Speichenanzahl:	36	[m]	Binderabstand:	5,000	[m]	...	Endergebnis
Feldanzahl:	6	[stk]	Speichenlänge:	30	[m]	...	Eingabe optional
<b>Lasten:</b>							
						aussen	mitte
Nutzlast:	0,5	[kN/m <sup>2</sup> ]	Streckenlast LFK1:	g1=	7,55	7,39	[kN/m]
Schneelast:	0,75	[kN/m <sup>2</sup> ]	Streckenlast LFK2:	g2=	10,36	10,20	[kN/m]
Dachhaut:	0,2	[kN/m <sup>2</sup> ]					
Eigengewicht (g <sub>aussen</sub> ):	0,423	[kN/m]		g <sub>maxg</sub> =	10,36	10,20	[kN/m]
Eigengewicht (g <sub>innen</sub> ):	0,304	[kN/m]					
			LFK1:	1,35*(Eigengewicht+Dachhaut) +1,5*Schneelast			
			LFK2:	1,35*(Eigengewicht+Dachhaut) +1,35*(Schneelast+Nutzlast)			
<b>Bemessungsmoment:</b>							
			<b>Gewicht der gewählten Träger:</b>		<b>Bezeichnung</b>		<b>Anzahl der Binder</b>
Moment aussen:	79,67	[kNm]	g <sub>aussen</sub> =	0,423	[kN/m]	HEA 200	4
Moment in Dachmitte:	47,45	[kNm]	g <sub>mitte</sub> =	0,304	[kN/m]	HEA 160	3
			<b>Gesamtgewicht der Dachbinder pro Feld:</b>		15,83 [kN]		

**B.2.2) Ermittlung des Stichts der Sollform**

Ermittlung der Geometrie der Speiche:							
<b>Eingabe:</b> Lasten:							
						Umlegung auf das Speichensegment:	
Dachhaut	0,2	[kN/m <sup>2</sup> ]				pa	pi
sek. Tragstruktur	17,41	[kN]				1,75	0,70
(Binder, Installationen)						0,829	0,332
Speichenanzahl	36	[stk]	<b>Geometrie:</b>				
			<b>Längen:</b>				
			Außenradius	50	[m]	=>	k= 0,4 [-]
			Innenradius	20	[m]		
			<b>Winkel: (zur Horizontalen)</b>			l= 30	[m]
			obere Speiche	17,5	[°]	l <sub>1</sub> = 31,456	[m]
			untere Speiche	0,1	[°]	l <sub>2</sub> = 30,000	[m]
			Dachfläche:	5	[°]	l <sub>D</sub> = 2,625	[m]
						Spreizung h=	9,511 [m]
<b>Berechnung:</b>							
Kräfte aus Schnittgrößen:						hor. Dachfläche/Speiche	183,26 [m <sup>2</sup> ]
						Dachoberfläche/Speiche	183,96 [m <sup>2</sup> ]
						Summe pa:	3,48 [kN/m]
obere Speiche N=	84,51	[kN]					
untere Speiche N <sub>max</sub> =	-80,66	[kN]				horizontal	vertikal
M <sub>max</sub> =	-179,42	[kNm]	Maximales Moment bei: x=	10,98	[m]	Auflagerkraft	80,60
Innenring N=	0,00	[kN]					59,62 [kN]
Druckstab (Spreizung) N=	-25,41	[kN]					
=> erforderliche Vorspannung: V=	448,00	[kN]					
						...	Fläche für manuelle Eingabe
						...	Zwischenergebnis
						...	Endergebnis
<b>Bemessungskräfte (Schnittgröße + Vorspannung):</b>							
obere Speiche	87,09	[kN]					
untere Speiche	445,53	[kN]					
M <sub>max</sub> =	-179,42	[kNm]	<b>maximaler Stich:</b>	2,060	[m]		
Innenring	1289,96	[kN]	(Am Ort des max. Moments)				
Druckstab (Spreizung)	-26,19	[kN]					

### B.2.3) Gewichtsoptimierung

Teil1:

Vordimensionierung, Dimensionierung der primären Tragstruktur, und Gewichtsermittlung des Daches:									
<b>Eingabe:</b>									
Lasten:		Materialkennwerte:				Umlegung auf das Speichensegment: Lasten			
Schneelast	0,75 [kN/m <sup>2</sup> ]	Innenring <sup>*)</sup> : $f_{0y}$ =	138,16 [kN/cm <sup>2</sup> ]		$p_a$	$p_i$			
Nutzlast	0,25 [kN/m <sup>2</sup> ]	Speiche <sup>*)</sup> : $f_{0y}$ =	138,16 [kN/cm <sup>2</sup> ]		6,54	2,62		[kN/m]	
Winddruck	0 [kN/m <sup>2</sup> ]	Druckstab: $f_y$ =	35,5 [kN/cm <sup>2</sup> ]		2,19	0,88		[kN/m]	
Windsog	0,71 [kN/m <sup>2</sup> ]	Geometrie			0,00	0,00		[kN/m]	
		Längen:			6,20	2,48		[kN/m]	
Dachhaut	0,2 [kN/m <sup>2</sup> ]	Außenradius	50 [m]	=> $k=0,4$	[-]	1,75	0,70	[kN/m]	
sek. Tragstruktur	17,41 [kN]	Innenradius	20 [m]			0,829	0,332	[kN/m]	
(Binder, Installationen)		Winkel: (zur Horizontalen)		$l=30$	[m]				
Speichenanzahl	36 [stk]	obere Speiche	17,5 [°]	$l_1=31,456$	[m]	$h_1=9,459$		[m]	
		untere Speiche	0,1 [°]	$l_2=30,000$	[m]	$h_2=0,052$		[m]	
		Dachfläche:	5 [°]	$l_{0D}=2,625$	[m]	Spreizung $h=9,511$		[m]	
<sup>*)</sup> Seilkennwerte: $f_{0k}$ =	157 [kN/cm <sup>2</sup> ]								
Verseilfaktor $k_s$ =	0,88 [-]			hor. Dachfläche/Speiche:	183,26 [m <sup>2</sup> ]				
Verlustfaktor $k_e$ =	1 [-]			Dachoberfläche/Speiche:	183,96 [m <sup>2</sup> ]				
Sicherheitsbeiwert $\gamma_R$ =	1,5 [-]								
<b>Berechnung:</b>									
Kräfte aus Schnittgrößen									
Lastfall Druck		Lastfall Sog		Auflagerkraft		horizontal	vertikal		
obere Speiche $N$ =	454,71 [kN]	obere Speiche $N$ =	-199,81 [kN]			377,60	279,34 [kN]	LFK 1	
untere Speiche $N_{max}$ =	-433,98 [kN]	untere Speiche $N_{max}$ =	190,70 [kN]			433,66	320,81 [kN]	LFK 2	
$M_{max}$ =	-1209,11 [kNm]	$M_{max}$ =	531,31 [kNm]						
Innenring $N$ =	0,00 [kN]	Innenring $N$ =	0,00 [kN]			-190,56	-140,97 [kN]	LFK 3	
Druckstab (Spreizung) $N$ =	-136,73 [kN]	Druckstab (Spreizung) $N$ =	60,08 [kN]						
=> erforderliche Vorspannung=	436,38 [kN]								
				LFK 1:	1,35*Tragstruktur+1,5*Schnee				
				LFK 2:	1,35*Tragstruktur+1,35*(Schnee+Nutzlast+Winddruck)				
				LFK 3:	1,0*Tragstruktur+1,5*Windsog				
Bemessungskräfte (Schnittgröße + Vorspannung)									
obere Speiche	457,23 [kN]			gewählte Werte des Druckstabs: (warmgefertigtes Rundrohr)					
untere Speiche	624,68 [kN]			Aussenradius:	8,415 [cm]				
$M_{max}$ =	1209,11 [kNm]			Wandstärke:	0,45 [cm]				
Innenring	1256,52 [kN]								
Druckstab (Spreizung)	-137,49 [kN]								
				Knickstabilität:	0,943 < 1				
<b>Ergebnis - Vordimensionierung des Einzelfeldes:</b>									
Querschnitte:		Gewicht eines Feldes:							
oberes Speichenelement	4,96 [cm <sup>2</sup> ]	oberes Speichenelement	122,58 [kg]						
unteres Speichenelement	6,78 [cm <sup>2</sup> ]	unteres Speichenelement	159,72 [kg]						
Innenring	13,64 [cm <sup>2</sup> ]	Innenring	37,38 [kg]						
Druckstab (Spreizung)	23,16 [cm <sup>2</sup> ]	Druckstab (Spreizung)	172,90 [kg]						
		<b>Gesamt:</b>	<b>4,93 [kN]</b>						

Teil 2:

<b>Iteration - Endgültiges Ergebnis:</b>									
Querschnitte*):		Gewicht eines Feldes:				Gewählter Querschnitt			
oberes Speichenelement	5,94	[cm <sup>2</sup> ]	oberer Speiche	146,68	[kg]	d=30mm			
unteres Speichenelement	7,63	[cm <sup>2</sup> ]	untere Speiche	179,69	[kg]	d=34mm			
Innenring	15,70	[cm <sup>2</sup> ]	Innenring	43,02	[kg]	d=48mm			
Druckstab (Spreizung)	23,16	[cm <sup>2</sup> ]	Druckstab (Spreizung)	172,92	[kg]	RR 168,3x4,5			
				<b>Gesamt:</b>	<b>5,42</b>	[kN]			
neue Lastgröße:		pa	pi	*) Es sind die, anhand der Vordimensionierung oder der vorgelaufenen Iteration gewählten, Querschnittswerte einzugeben.					
max Druck	15,52	6,35	[kN/m]						
max Sog	-6,53	-2,50	[kN/m]						
Auflagerkräfte:		horizontal	vertikal	Ort des max. Moments:					
max Druck	445,21	328,13	[kN]	x <sub>d</sub> =	14,024	[m]			
max Sog	-182,01	-135,55	[kN]	x <sub>s</sub> =	13,904	[m]			
Lastfall Druck		Lastfall Sog							
oberer Speiche N=	466,81	[kN]	oberer Speiche N=	-190,84	[kN]				
unterer Speiche N <sub>max</sub> =	-445,53	[kN]	unterer Speiche N <sub>max</sub> =	182,14	[kN]				
M <sub>max</sub> =	-1240,86	[kNm]	M <sub>max</sub> =	511,07	[kNm]				
Innenring N=			Innenring N=						
Druckstab (Spreizung) N=	-140,37	[kN]	Druckstab (Spreizung) N=	57,39	[kN]				
=> erforderliche Vorspannung=		448,00	[kN]						
Bemessungskräfte (Schnittgröße + Vorspannung)		gewählte Werte des Druckstabs: (warmgefertigtes Rundrohr)							
oberer Speiche	469,40	[kN]	Aussenradius:	8,415	[cm]				
unterer Speiche	627,68	[kN]	Wandstärke:	0,45	[cm]				
M <sub>max</sub> =	1240,86	[kNm]							
Innenring	1289,96	[kN]							
Druckstab (Spreizung)	-141,15	[kN]							
		Knickstabilität:		0,968	<	1			
<b>Iteratives Ergebnis - Entgültiges Ergebnis:</b>									
Querschnitte		Gewicht eines Feldes:							
oberer Speiche	5,61	[cm <sup>2</sup> ]	oberer Speiche	146,68	[kg]				
unterer Speiche	7,50	[cm <sup>2</sup> ]	unterer Speiche	179,69	[kg]				
Innenring	15,41	[cm <sup>2</sup> ]	Innenring	43,02	[kg]				
Druckstab (Spreizung)**)	23,16	[cm <sup>2</sup> ]	Druckstab (Spreizung)	172,92	[kg]				
**) Wert wird bei Berechnung ohne Druckstab ignoriert		<b>Gesamt:</b>		<b>5,42</b>	[kN]				
Gesamtgewicht der primären Tragstruktur des Daches:				195,23	[kN]				
		+ Sekundäre Tragstruktur:		626,76	[kN]				
		<b>Gesamtgewicht des Daches:</b>		<b>821,99</b>	[kN]				
Verformungen: max. Druck:									
maximaler Stich:	2,644	[m]							
Stich der Sollform:	2,060	[m]							
Differenz:	0,584	[m]							

**B.3) Ergebnisdatenblätter**

Werte für die Umrechnung zu den Werten in den Grafiken des Kapitels 8:

Spannweite:  $l=30\text{m}$

Dachfläche:  $A=6597\text{m}^2$

**B.3.1) Optimiertes Gewicht und zugehörige Speichenverformung für eine Speichenanzahl  $n=36$** 

<b>Optimierung für das System mit 36 Speichen</b>									
<b>Gewicht mit Druckstab [kN]</b>									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	1096,5	948,8	886,6	843,8	831,1	822,0	826,9	834,5
	1	1063,2	937,5	879,0	849,3	829,9	832,1	836,5	847,9
	2,5	1029,7	922,5	866,8	853,1	834,3	843,3	843,5	855,3
	5	1008,8	907,6	871,6	859,4	852,1	850,9	863,6	867,2
	7,5	1003,0	918,3	885,6	871,7	864,2	874,7	877,1	920,2
	10	1003,2	929,3	902,2	883,0	890,6	885,3	929,3	965,6
	12,5	1011,5	954,5	911,0	920,1	934,8	940,8	968,7	981,3
	15	1042,5	968,4	952,1	937,5	955,2	980,7	988,6	1033,6
<b>Gewicht ohne Druckstab [kN]</b>									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	1088,1	929,5	857,7	813,2	781,1	756,3	743,9	730,0
	1	1053,4	916,0	847,6	803,9	777,0	755,9	740,4	726,8
	2,5	1014,5	894,0	835,0	800,0	773,1	752,4	737,3	726,8
	5	979,2	875,9	822,8	788,7	765,1	749,7	734,5	724,1
	7,5	961,3	864,5	814,8	781,3	763,4	746,5	735,2	721,7
	10	950,4	857,7	813,4	778,9	760,6	744,2	732,9	722,3
	12,5	944,0	851,5	807,3	780,6	762,0	745,5	730,9	726,3
	15	944,6	855,2	808,9	778,5	759,9	747,0	735,5	724,5
	17,5	947,0	855,3	811,1	780,8	761,9	748,2	736,5	728,9
	20	953,2	857,8	811,8	782,5	763,4	750,2	741,5	730,0
<b>Verformungen [m]</b>									
<b>Verformung mit Druckstab</b>									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	0,205	0,283	0,359	0,435	0,509	0,584	0,656	0,727
	1	0,423	0,552	0,663	0,762	0,854	0,938	1,020	1,097
	2,5	0,526	0,719	0,887	1,035	1,168	1,288	1,398	1,499
	5	0,577	0,818	1,036	1,236	1,417	1,583	1,738	1,877
	7,5	0,593	0,854	1,097	1,323	1,533	1,730	1,913	2,083
	10	0,596	0,865	1,121	1,361	1,590	1,803	2,009	2,203
	12,5	0,59	0,864	1,125	1,375	1,613	1,866	2,057	2,261
	15	0,576	0,855	1,117	1,368	1,612	1,846	2,070	2,236

**B.3.2) Optimiertes Gewicht für die Systeme mit von Speichenanzahlen n=18 und n=54**

<b>Gewichtsoptimierung für das System mit 18 Speichen</b>									
<u>Gewicht mit Druckstab</u>									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	2068,4	1916,7	1838,2	1800,1	1771,2	1762,3	1767,7	1770,8
	1	2043,7					1764,5		
	2,5	2006,1					1773,2		
	5	1974,9					1787,9		
	7,5	1962,0					1819		
	10	1967					1828		
	12,5	1970,5					1840,4		
	15	1991,6					1866,9		
<u>Gewicht ohne Druckstab</u>									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	2062,5	1904	1821,7	1771,5	1734,4	1717,1	1702,1	1687,4
	1	2035,9						1696,8	
	2,5	1990,2						1694,8	
	5	1958,7						1691,8	
	7,5	1935,4						1690,6	
	10	1929,2						1691,6	
	12,5	1921,8						1690,3	
	15	1921,7						1693,5	
	17,5	1929,4						1693,3	
	20	1932,5						1697,5	

<b>Gewichtsoptimierung für das System mit 54 Speichen</b>									
<u>Gewicht mit Druckstab</u>									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	842,4	699,6	635,5	614	590,1	585,3	599	635,5
	1	814,6					599,3		
	2,5	781,6					607,3		
	5	755,7					621,7		
	7,5	750,8					668,5		
	10	753,6					682,3		
	12,5	788,2					724,1		
	15	798,5					749,2		
<u>Gewicht ohne Druckstab</u>									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	834,8	680,7	608,8	559,7	531,6	508,6	497,5	484,1
	1	803,5						493,1	
	2,5	763,8						489,1	
	5	727,6						485,6	
	7,5	705,7						485,8	
	10	695,1						483,1	
	12,5	692,4						484,2	
	15	687,4						489	
	17,5	692,4						486,4	
	20	698,2						487,7	



## B.3.3) Speichenverformungen für die Systeme mit Speichenzahlen von n=18 und n=54

Verformungen der Speichen bei 18 und 54 Speichen									
<b>bei 18 Speichen</b>									
Verformung mit Druckstab									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	0,191	0,267	0,343	0,419	0,494	0,568	0,641	0,712
	1	0,369					0,831		
	2,5	0,471					1,118		
	5	0,527					1,389		
	7,5	0,547					1,539		
	10	0,552					1,621		
	12,5	0,549					1,663		
	15	0,543					1,679		
<b>bei 54 Speichen</b>									
Verformung mit Druckstab									
	Winkel oben	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5
	Winkel unten								
	0,1	0,212	0,291	0,366	0,442	0,516	0,59	0,663	0,734
	1	0,443					0,984		
	2,5	0,544					1,35		
	5	0,593					1,651		
	7,5	0,607					1,797		
	10	0,609					1,885		
	12,5	0,603					1,893		
	15	0,594					0,651		

## B.3.4) Dachgewicht in Abhängigkeit von der Speichenzahl

Minimales Dachgewicht in Abhängigkeit von der Speichenanzahl für das System ohne Druckgurt und mit Druckstrebe				
	Speichenzahl	Dachgewicht sek.TS	Dachgewicht prim.TS	Dachgewicht gesamt
	[stk]	[kN]	[kN]	[kN]
	14	2094	190	2284
	18	1577	185	1762
	22	1238	192	1429
	26	886	195	1080
	30	794	201	995
	34	712	204	916
	38	557	218	774
	42	521	200	721
	46	469	221	689
	50	439	219	658
	54	379	230	609
	58	370	219	589
	62	310	233	543
	66	309	216	526
	70	297	218	515
	74	249	225	474
	78	249	226	474
	82	228	230	458
	86	227	242	468
	90	202	245	448