

# DISSERTATION

## **REGEN-WIND-INDUZIERTE SCHWINGUNGEN VON SCHRÄGKABELN UND HÄNGERN EIN RECHENMODELL ZUR VORHERSAGE UND MASSNAHMEN ZUR VERHINDERUNG**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktors der technischen Wissenschaften  
unter der Leitung von

O.Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Günter Ramberger  
E 213  
Institut für Stahlbau

und

Em.Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Helmut Sockel  
E 322  
Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung

Eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Bauingenieurwesen  
von

Dipl.-Ing. Jörgen Robra  
Matr.-Nr.: 98 27 134  
Aßmayergasse 10 / 5  
A-1120 Wien

Wien, den 20.05.03

*J. Robra*

# Vorwort

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

Insbesondere möchte ich Herrn O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Günter Ramberger für das entgegengebrachte Interesse an der Arbeit, die wertvollen Anregungen und interessanten Diskussionen sowie für die Übernahme der Erstbegutachtung meinen Dank aussprechen.

Für die Übernahme der Zweitbegutachtung sowie für die hilfreichen Hinweise und Anregungen bedanke ich mich herzlich bei Herrn Em.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Helmut Sockel.

Herrn Dipl.-Ing. Andreas Hruska danke ich für die fachkundige Hilfestellung in computertechnischen Fragen.

Für die freundliche Unterstützung bei der Fertigstellung der Arbeit bedanke ich mich bei Frau Barbara Bastian und Frau Ursula Samm.

## KURZFASSUNG

Seit ungefähr 15 Jahren werden häufig verhältnismäßig starke Schwingungen an Kabeln von Schrägseilbrücken und Hängern von Bogenbrücken beobachtet. Die Schwingungen treten stets bei gleichzeitiger Einwirkung von Regen und Wind auf.

Diese sogenannten Regen-Wind-induzierten Schwingungen wirken sich nachteilig auf die Gebrauchstauglichkeit der Brücke aus und können zu Ermüdungsschäden an Kabelverankerungen und Hängeranschlüssen führen.

Während der letzten zwei Jahrzehnte wurden viele Forschungsvorhaben in der ganzen Welt durchgeführt, sowohl Beobachtungen von Regen-Wind-induzierten Schwingungen an realen Bauwerken als auch im Windkanalversuch. Die Ergebnisse wurden in zahlreichen Aufsätzen veröffentlicht. Jedoch gibt es noch viele offene Fragen.

Diese Arbeit vermittelt einen umfassenden Einblick in das derzeitige Wissen über Regen-Wind-induzierte Schwingungen. Weiterhin werden Maßnahmen zu deren Verhinderung vorgeschlagen.

Regen-Wind-induzierte Schwingungen sind, wie das bekannte Galloping von vereisten Freileitungen, eine Form der aeroelastischen Instabilität. Ähnlich wie ein Eisansatz verursachen Rinnsale aus abfließendem Regenwasser im gleichförmigen Luftstrom aerodynamische Kräfte, die das Kabel zu Schwingungen anregen. Die Rinnsale selbst schwingen auf der Kabeloberfläche in Umfangsrichtung. Im Gegensatz zum Galloping entsteht so ein über die Schwingungsperiode veränderlicher Querschnitt. Unterschiedliche Rinnsalanordnungen führen zu unterschiedlichen Typen von Regen-Wind-induzierten Schwingungen. Gegenwärtig sind vier Typen bekannt, im Rahmen dieser Arbeit mit Typ A, B, C und D bezeichnet. Schwingungen vom Typ A und B wurden nur an Schrägseilen beobachtet, während Schwingungen vom Typ C und D sich insbesondere an stark geneigten Hängern von Bogenbrücken ereignen.

Auf Grundlage der Beobachtungen an der Erasmusbrücke in Rotterdam wurde von *Geurts* und *van Staalduinen* ein Rechenmodell mit einem Freiheitsgrad entwickelt, um das Auftreten Regen-Wind-induzierter Schwingungen vom Typ A vorhersagen zu können. Ein weiteres Modell, auch für Schwingungen vom Typ A, wurde von *Yamaguchi* entwickelt.

In dieser Arbeit werden zwei neue Modelle zur Berechnung von Schwingungen der Typen A und B vorgestellt. Die Bewegung der Rinnsale wurde dabei auf eine andere Art berücksichtigt als bei früheren Arbeiten. Die Modelle sind in der Lage, typische Merkmale Regen-Wind-induzierter Schwingungen wie zweidimensionale Kabelbewegung (elliptische Umlaufbahn) und die Rinnsalbewegung abzubilden.

Zur Lösung der Differentialgleichungen wurde ein spezielles Computerprogramm entwickelt. Die Ergebnisse der numerischen Simulation werden anhand von Beobachtungen an realen Bauwerken bewertet.

## ABSTRACT

Relatively high vibrations on cables of cable-stayed bridges and hangers of arch bridges are observed for the past approx. 15 years. These vibrations constantly occur at simultaneous influence of wind and rain only.

These so called rain-wind induced vibrations have negative effects on the of the bridge and the fatigue behaviour of its cable anchorages and hanger connections.

Many research projects all around the world were carried out during the past two decades, both, observations of rain-wind vibrations on real bridge structures as well as wind tunnel tests. The results were published in numerous papers. However, there are still many questions left open.

The subject paper gives a comprehensive insight into the present knowledge about rain-wind induced vibrations. Measures to suppress this kind of vibration, like dampers, cross ties and cable surface processing, are also discussed.

Rain-wind induced vibrations are a kind of aeroelastic instability like the well known galloping of iced electrical transmission lines. Similar like an ice film, rivulets of flowing rain water produce aerodynamic forces in a steady airflow, which cause the cable to oscillate. The rivulets are oscillating in the circumferential direction. As opposed to galloping, this creates a variable cable cross section over a vibration period. Different rivulet configurations cause different types of rain-wind induced vibrations. At present four types are known, in this paper referred to as type A, B ,C and D. Vibrations of type A and B were only observed on stay- cables, whereas vibrations of type C and D especially occur on hangers of arch bridges with high inclination.

Based on the observations of the Erasmus bridge in Rotterdam, *Guerts* and *van Staalduinen* have developed a single degree of freedom model to predict the occurrence of rain-wind vibrations of type A. Another model, also for type A, was developed by *Yamaguchi*.

In this paper two new models for the vibration of type A and B with three degrees of freedom are presented. The movement of rivulets are considered in a different manner unlike in previous papers. The models are able to simulate typical phenomena of rain-wind induced vibrations like the two dimensional cable movement (elliptical orbit) and the rivulet oscillation.

To solve the differential equations a special computer software has been developed. The results of numerical simulation are compared to results of observations on real bridge structures.

# INHALTSVERZEICHNIS

|        |   |     |
|--------|---|-----|
| 1.     | Einleitung .....  | 6   |
| 1.1.   | Motivation .....  | 6   |
| 1.2.   | Zielsetzung .....   | 12  |
| 1.3.   | Bezeichnungen .....   | 13  |
| 2.     | Dynamik von Seilkonstruktionen mit geringem Durchhang .....                 | 16  |
| 2.1.   | Historische Entwicklung .....   | 16  |
| 2.2.   | Lineare Saitentheorie .....   | 18  |
| 2.3.   | Lineare Saitentheorie unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeit .....     | 20  |
| 2.4.   | Nichtlineare Saitentheorie ohne Berücksichtigung der Biegesteifigkeit ..... | 23  |
| 3.     | Windinduzierte Seilschwingungen .....                                       | 28  |
| 3.1.   | Allgemeine Grundlagen .....   | 28  |
| 3.2.   | Wirbelinduzierte Seilschwingungen .....                                     | 30  |
| 3.3.   | Galloping-induzierte Seilschwingungen .....                                 | 31  |
| 3.4.   | Interferenz-induzierte Seilschwingungen .....                               | 34  |
| 3.5.   | Böeninduzierte Seilschwingungen .....                                       | 35  |
| 3.6.   | Fußpunkterregte Seilschwingungen .....                                      | 35  |
| 3.7.   | Regen-Wind-induzierte Seilschwingungen .....                                | 35  |
| 3.7.1. | Überblick und Literaturangaben .....  | 35  |
| 3.7.2. | Eigenschaften Regen-Wind-induzierter Schwingungen .....                     | 37  |
| 3.7.3. | Anregungsmechanismen .....  | 46  |
| 3.7.4. | Aerodynamische Beiwerte .....   | 48  |
| 3.7.5. | Das Verhalten der Rinnsale .....  | 53  |
| 3.8.   | Zusammenfassung .....   | 55  |
| 4.     | Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ A .....                          | 56  |
| 4.1.   | Bereits verwendete Berechnungsverfahren .....                               | 56  |
| 4.1.1. | Verfahren von <i>Geurts</i> und <i>van Staalduinen</i> .....                | 56  |
| 4.1.2. | Verfahren von <i>Yamaguchi</i> .....  | 60  |
| 4.2.   | Vorschlag eines verbesserten Rechenverfahrens .....                         | 62  |
| 4.2.1. | Grundidee .....   | 62  |
| 4.2.2. | Verwendete Luftkraftbeiwerte .....  | 63  |
| 4.2.3. | Bewegungsgleichungen des auf Federn gelagerten Zylinders .....              | 67  |
| 4.2.4. | Kritische Windgeschwindigkeit des auf Federn gelagerten Zylinders .....     | 73  |
| 4.2.5. | Bewegungsgleichungen des gespannten Kabels .....                            | 77  |
| 4.2.6. | Kritische Windgeschwindigkeit des gespannten Kabels .....                   | 82  |
| 4.2.7. | Bestimmung der Rinnsalruhelage .....  | 83  |
| 4.2.8. | Einstellen von Rinnsalamplitude und Phasenverschiebung .....                | 85  |
| 4.3.   | Ergebnisse der Berechnungen .....   | 90  |
| 4.3.1. | Schwingungen mit fixem Rinnsal .....  | 90  |
| 4.3.2. | Schwingungen mit beweglichem Rinnsal .....                                  | 92  |
| 4.3.3. | Vergleich mit Beobachtungen am Bauwerk .....                                | 94  |
| 4.3.4. | Empfehlungen für eine baupraktische Berechnung .....                        | 96  |
| 4.3.5. | Zusammenfassung .....   | 97  |
| 5.     | Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ B .....                          | 99  |
| 5.1.   | Vorschlag eines Rechenverfahrens .....                                      | 99  |
| 5.1.1. | Verwendete Luftkraftbeiwerte .....  | 99  |
| 5.1.2. | Bewegungsgleichungen des auf Federn gelagerten Zylinders .....              | 102 |
| 5.1.3. | Kritische Windgeschwindigkeit des auf Federn gelagerten Zylinders .....     | 107 |
| 5.1.4. | Bewegungsgleichungen des gespannten Kabels .....                            | 109 |
| 5.1.5. | Kritische Windgeschwindigkeit des gespannten Kabels .....                   | 111 |
| 5.1.6. | Bestimmung der Rinnsalruhelage .....  | 111 |
| 5.1.7. | Einstellen von Rinnsalamplitude und Phasenverschiebung .....                | 113 |

|  |     |
|--|-----|
| 5.2. Ergebnisse der Berechnungen .....                                   | 115 |
| 6. Maßnahmen zur Verhinderung Regen-Wind-induzierter Schwingungen .....  | 118 |
| 6.1. Gestaltung der Kabeloberfläche .....                                | 118 |
| 6.1.1. Längsorientierte Profilierung .....                               | 118 |
| 6.1.2. Spiralenförmige Profilierung .....                                | 119 |
| 6.1.3. Abtropfringe .....  | 120 |
| 6.1.4. Kreisförmige Eintiefungen .....                                   | 120 |
| 6.2. Schwingungsdämpfer .....  | 121 |
| 6.2.1. Klassische Kolbendämpfer .....                                    | 121 |
| 6.2.2. Dosendämpfer .....  | 125 |
| 6.3. Störseile .....   | 126 |
| 7. Ausblick .....  | 128 |
| 7.1. Modelle mit künstlichen Rinnsalen .....                             | 128 |
| 7.2. Gemischte Modelle .....   | 130 |
| 7.3. Modelle mit Wasserrinnsalen .....                                   | 130 |
| Anhang A: Der Literatur entnommenes Zahlenmaterial .....                 | 132 |
| A.1. Luftkraftbeiwerte .....   | 132 |
| A.2. Dokumentierte Beobachtungen .....                                   | 134 |
| Anhang B: Zusammenstellung der Ergebnisse dynamischer Berechnungen ..... | 139 |
| B.1. Berechnungen am federnd gelagerten Zylinder .....                   | 139 |
| B.2. Anwendung des Verfahrens von Geurts und van Staalduinen .....       | 141 |
| B.3. Nachrechnung der dokumentierten Beobachtungen .....                 | 141 |
| Anhang C: Beschreibung des erstellten Computerprogramms .....            | 152 |
| C.1. Allgemeines .....   | 152 |
| C.2. Installation und Start .....  | 153 |
| C.3. Datei .....   | 153 |
| C.4. Ansicht .....   | 154 |
| C.5. Fenster .....   | 154 |
| C.6. System und Belastung .....  | 155 |
| C.7. Einstellungen .....   | 158 |
| C.8. Analyse .....   | 163 |
| C.9. Berechnen .....   | 166 |
| C.10. Benutzerdefinierte Luftkraftbeiwerte .....                         | 168 |
| Quellenangaben .....   | 170 |
| Normen .....   | 170 |
| Buchveröffentlichungen .....   | 170 |
| Diplomarbeiten und Dissertationen .....                                  | 171 |
| Aufsätze .....   | 171 |
| Weitere Quellen .....  | 174 |

# 1. EINLEITUNG

## 1.1. MOTIVATION

Seit Mitte der 80er Jahre wurde an vielen Brücken mit biegeweichen Abspannungen wie PE- Rohrummantelten Litzenbündeln und Stangen mit glatter Oberfläche beobachtet, dass Wind kombiniert mit Regen Schwingungen hervorrufen kann. Zunächst wurde nur von Schwingungen an den stark geneigten Abspannungen von Schrägseilbrücken berichtet, später beobachtete man das gleiche an den nahezu vertikalen Hängern von Bogenbrücken. Die Schwingungen weisen in der Regel beachtliche Amplituden auf, die bei einem Mehrfachen des Durchmessers liegen. Das führt nicht zum Einsturz des Tragwerkes, kann aber Ermüdungsschäden an den Verankerungen verursachen.

Regen-Wind-induzierte Schwingungen treten erstaunlich oft auf. Seit der Entdeckung waren allein in Japan über 20 Brücken betroffen und diese Problematik setzt sich in der Gegenwart fort. Trotzdem ist man zur Zeit noch nicht in der Lage, Regen-Wind-induzierte Schwingungen vorherzusagen.

Im Folgenden sollen einige Bauwerke aufgeführt werden, an denen Regen-Wind-induzierte Schwingungen aufgetreten sind.

### Österreich

Kurz nach Eröffnung der Donaustadtbrücke Wien im März 1997 traten an einem Kabel Seilschwingungen mit einer Amplitude von ca. 80 cm auf, ausgelöst durch Wind mittlerer Geschwindigkeit in Kombination mit starkem Regen. Die Möglichkeit von wirbelinduzierten Schwingungen war bei der vorangegangenen statischen Berechnung untersucht worden und konnte ausgeschlossen werden, da dieser Mechanismus bei weitaus geringeren Windgeschwindigkeiten und mit Amplituden von nur 2 mm auftritt.

Als Gegenmaßnahme wurden die gefährdeten Kabel gegen das jeweilige Nachbarkabel abgespannt, worauf keine Seilschwingungen mehr auftraten.

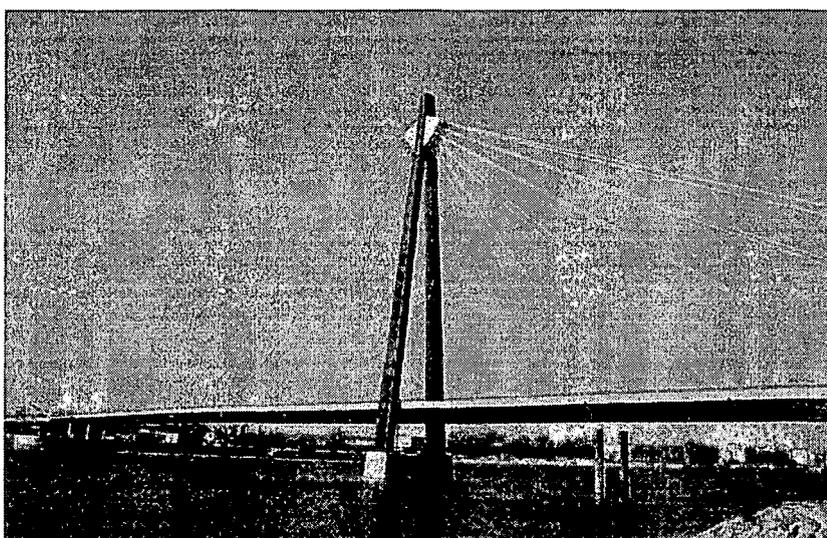


Abb. 1.1: Donaustadtbrücke Wien

Deutschland

An einigen Hängern der Elbebrücke Dömitz, einer Stabbogenbrücke, traten im Winter 1993/1994 starke Schwingungen auf, die sich nach Art und Größe von den bis dahin in ähnlichen Fällen aufgetretenen Schwingungen unterschieden. Auffällig war, dass beim Auftreten der Schwingungen neben einer Windeinwirkung auch Regen fiel. Als Sofortmaßnahme wurden in Bogenebene zwischen den Hängern Seilabspannungen angebracht. Bei einer nachträglichen Überprüfung der Hänger mittels Magnetpulverprüfung konnte man bereits erste Risse infolge Materialermüdung feststellen. Als endgültige Maßnahmen wurden an den gefährdeten Hängern je drei Schwingungsdämpfer angebracht. Die bereits beschädigten Bereiche wurden durch Aufschweißen von Knotenblechen überbrückt.

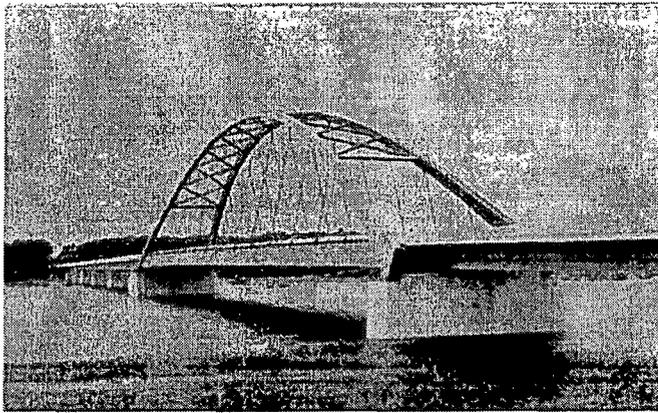


Abb. 1.2: Elbebrücke bei Dömitz

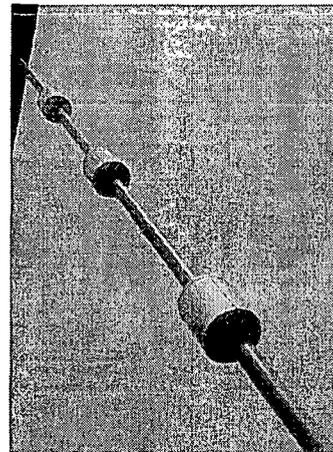


Abb. 1.3: Dynamische Schwingungsdämpfer

Weiterhin waren auch die Elbebrücke Tangermünde und die Nordbrücke B1 in Magdeburg, beides Stabbogenbrücken, betroffen. Als Gegenmaßnahme wurden Störseile vorgesehen.

Dänemark

Die Farø-Brücke in Dänemark wurde 1985 dem Verkehr übergeben. Bereits während der Bauphase und des ersten halben Jahres im Betrieb wurde ein Überwachungssystem installiert, um die bei der Planung getroffenen Annahmen zu überprüfen. Als mehrfach heftige Schwingungen der Kabel aufgezeichnet wurden, baute man provisorische Schrägabspannungen ein. Durch Auswertung der aufgezeichneten Daten sowie zusätzliche Berechnungen stellte man fest, dass teilweise eine indirekte Erregung durch Schwingungen des Überbaus, teilweise aber auch eine Regen-Wind-Anfachung die Ursache war. Als endgültige Gegenmaßnahme wurden ebenfalls Schrägabspannungen gewählt, die zunächst nur in einem Fächer eingebaut wurden. Nach einer erfolgreichen Testphase während des Winters 1986/87 erfolgte dann im Sommer 1987 der Einbau in den 3 restlichen Fächern.

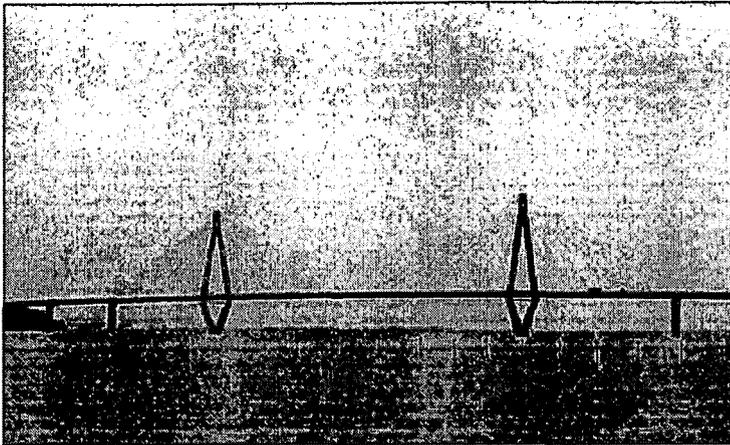


Abb. 1.4: Farø-Brücke in Dänemark

### Niederlande

Am 04. November 1996, weniger als zwei Wochen nach Eröffnung der Erasmusbrücke Rotterdam, sorgte deren plötzliche Schließung für den gesamten Verkehr für Aufsehen. Ursache war das plötzliche Auftreten unerwartet heftiger Schwingungen an allen 32 Hauptseilen, deren Auswirkung auf den Überbau deutlich spürbar war. Die Windgeschwindigkeit betrug zu diesem Zeitpunkt 10 bis 12 m/s mit Böen bis zu 18 m/s. Am Morgen hatten Regenfälle eingesetzt, worauf die Schwingungen auftraten. Als erste provisorische Maßnahme wurden mit Hilfe von Polypropylenseilen die Schrägseile in 10 m Höhe mit dem Überbau verbunden. Während der Installation der Seile ließen die Schwingungen des jeweiligen Schrägseils sofort nach. Nachdem die Schrägseile zusätzlich noch untereinander verbunden worden waren, wurde der Verkehr wieder freigegeben. Nach sechsmonatlicher Untersuchung wurde die provisorische Maßnahme durch eine dauerhafte Lösung mittels mechanischer Dämpfer ersetzt.

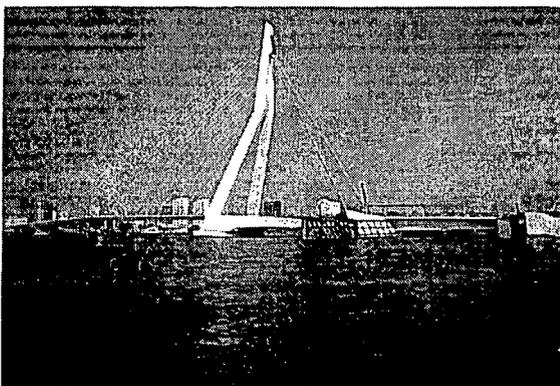


Abb. 1.5: Erasmusbrücke Rotterdam



Abb. 1.6: Schwingungsdämpfer bei der Erasmusbrücke

USA

An der Fred Hartman Brücke (Houston, Texas) wurden ebenfalls bei Wind kombiniert mit Regen Seilschwingungen mit großen Amplituden beobachtet. Die Folge war das Versagen von über 100 Schweißnähten an den Seilverankerungen des Überbaus infolge Ermüdung. In den Jahren 1997/98 wurden daher als Teil einer Studie vor Ort umfangreiche Messungen durchgeführt, um den Einfluss von Windgeschwindigkeit und Richtung sowie der Intensität des Regens zu ermitteln. Zur Sanierung wurden Schrägabspannungen und Dämpfer montiert.

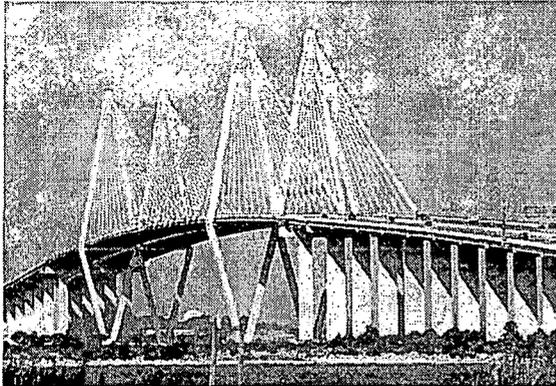


Abb. 1.7: Fred Hartman Brücke Texas

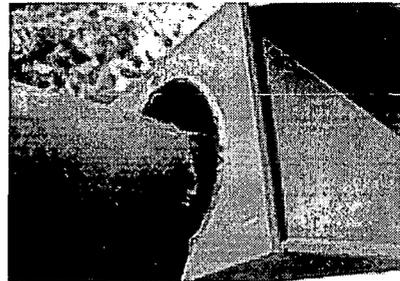


Abb. 1.8: Schaden am Schutzrohr eines Kabels

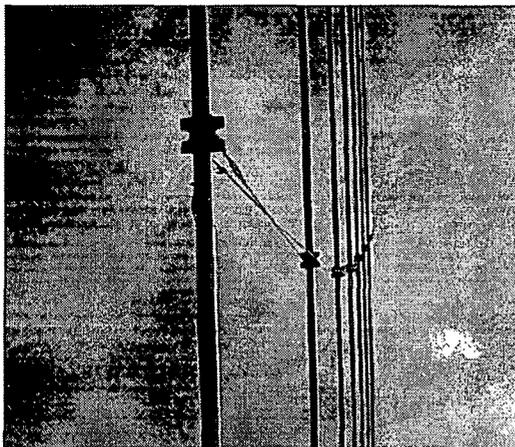


Abb. 1.9: Schrägabspannungen bei der Hartman Brücke

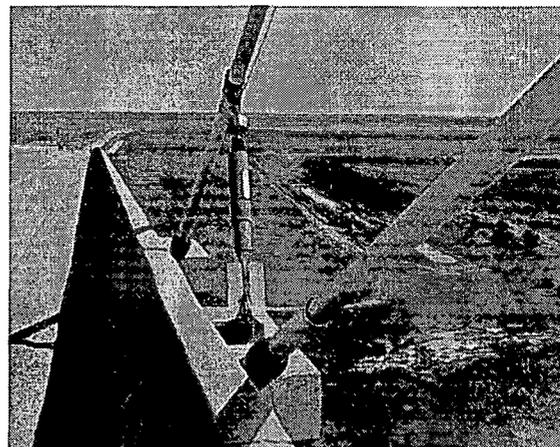


Abb. 1.10: Schwingungsdämpfer bei der Veteran Memorial Brücke

Bei der Veteran Memorial Brücke (Port Arthur, Texas) und der East Huntington Brücke (West Virginia) traten die gleichen Probleme auf. An beiden Brücken wurde ebenfalls ein Meßsystem angebracht. Zur Unterdrückung der Schwingungen wurden Schwingungsdämpfer angebracht.

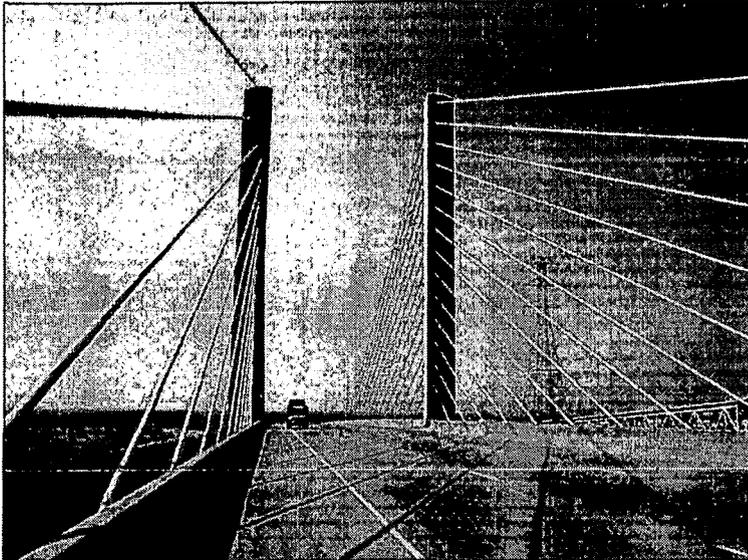


Abb. 1.11: Veteran Memorial Brücke Texas

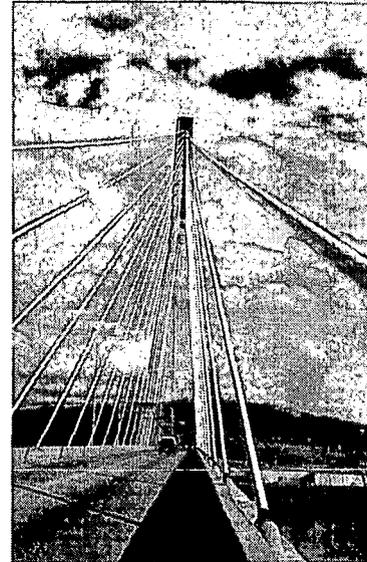


Abb. 1.12: East Huntington Brücke West Virginia

### Japan

*Hikami* und *Shiraishi* berichten von Kabelschwingungen großer Amplitude an der Meikonishi Brücke, die im Bauzustand auftraten. Die Windgeschwindigkeit lag bei 14 m/s und damit weit abseits der kritischen Windgeschwindigkeit für wirbelinduzierte Schwingungen. Interferenz-Galloping konnte ebenfalls nicht stattfinden, da die Kabel zu weit auseinander lagen.

Noch während der Bauphase wurden an 24 Kabeln Messvorrichtungen installiert, die über eine Dauer von fünf Monaten Daten zu auftretenden Amplituden, Windstärken und Windrichtungen aufzeichneten. Die Tatsache, dass die Schwingungen immer bei Regen und Wind stattfanden, führte zu der Schlußfolgerung, dass es sich um ein vollkommen neues Instabilitätsphänomen handelt. Die Veröffentlichungen von *Hikami* und *Shiraishi* sind die ersten Berichte, die davon ausgehen.



Abb. 1.13: Meikonishi Brücke

Während der Bauphase Aratsu Brücke 1988 wurden mehrmals heftige Schwingungen an einigen Abspannseilen beobachtet, die ebenfalls bei Regen und Wind auftraten. Die beobachteten Maximalamplituden betragen ca. das 3,5-fache des Seildurchmessers. Schwingungen ereigneten sich nur in vertikaler Ebene vorrangig in der ersten, mitunter jedoch auch in der zweiten und dritten Eigenform. In den meisten Fällen traten Schwingungen nur an Kabeln auf, die in Richtung des Windes geneigt sind, was sich mit den Beobachtungen an der Meikonishi Brücke deckt.

Als Gegenmaßnahme wurden Dämpfer angebracht, die Kabeln in einer bestimmten Höhe mit dem Fahrbahnträger verbinden.

Die Yobuko Brücke, die ganz in der Nähe der Aratsu Brücke liegt, und die Tenpozan Brücke waren ebenfalls betroffen.

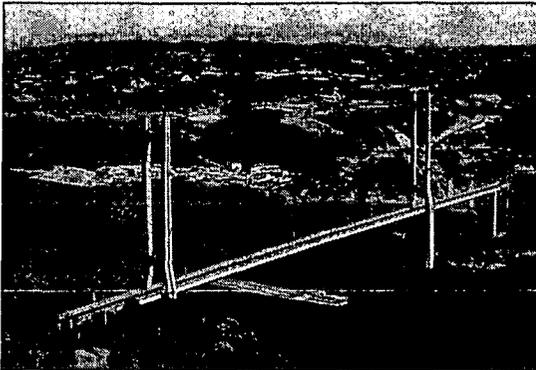


Abb. 1.14: Yobuko Brücke

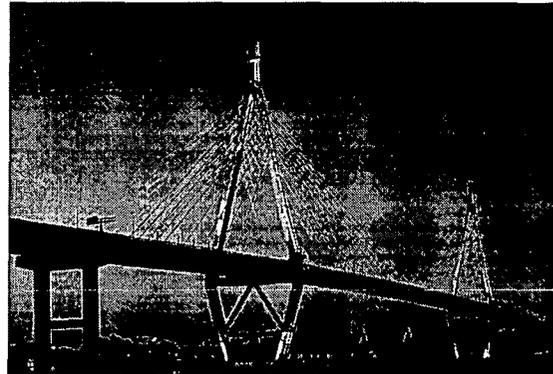


Abb. 1.15: Tenpozan Brücke

Mit einer Länge von 1020 m und einer Hauptspannweite von 510 m war im Fall der Tsurumi Tsubasa Brücke auch die größte Mittelträger-Schrägseilbrücke betroffen. Es wurden sowohl wirbelinduzierte Schwingungen als auch Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet. Als Gegenmaßnahme wurden Schwingungsdämpfer installiert.

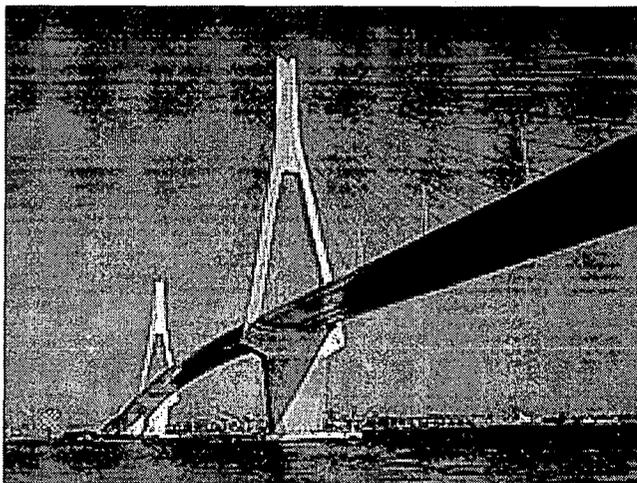


Abb. 1.16: Tsurumi Tsubasa Brücke (Bucht von Tokyo)

## 1.2. ZIELSETZUNG

Das Phänomen der Regen-Wind-induzierten Schwingungen wurde Mitte der 80er Jahre entdeckt. Zu diesem Zeitpunkt begann man auch, daran zu forschen. Zunächst beschäftigten sich fast ausschließlich japanische Wissenschaftler mit diesem Problem, zum einen, weil dort die ersten Fälle bekannt wurden und zum anderen, weil besonders viele japanische Brücken betroffen waren. Gegenwärtig wird weltweit auf diesem Gebiet geforscht, es liegen daher auch zahlreiche Veröffentlichungen zu diesem Thema vor.

Wird man als praktisch tätiger Ingenieur mit diesem Problem konfrontiert, so muss in der Regel schnell eine Lösung gefunden werden. Es wird in den meisten Fällen nicht die Zeit vorhanden sein, eine weltweite Recherche durchzuführen, die umfangreiche Literatur zu sichten und zu vergleichen, und sich ein einheitliches Bild zu machen. Viele der Quellen sind außerdem nur schwer zu beschaffen. Ein umfassendes Standardwerk zu diesem Thema, wie zum Beispiel ein Buch, gibt es zur Zeit noch nicht.

Ein Ziel dieser Arbeit ist es daher, das Wissen über Regen-Wind-induzierte Schwingungen zu einem umfassenden Bild zusammenzufügen, auf Widersprüche hinzuweisen und diese, wenn möglich, zu bewerten. Das Ganze soll in einer Weise aufbereitet werden, dass dem interessierten Leser eine umfangreiche Einführung zu diesem Thema zur Verfügung steht. Als Grundwissen sind nur elementare Kenntnisse in der Aerodynamik und der Baudynamik erforderlich.

Zur Zeit treten Regen-Wind-induzierte Schwingungen meist überraschend bei der Montage oder nach Fertigstellung des Bauwerks auf. Erst danach werden Gegenmaßnahmen vorgesehen. Nun gehören Regen-Wind-induzierte Schwingungen aber zu den problematischen Seilschwingungen, weil die Schwingungsamplituden verhältnismäßig groß sind. Zwar kommt es nicht unmittelbar zum Einsturz des Bauwerks, jedoch entstehen an den betroffenen Kabeln oder Hängern Ermüdungsschäden, insbesondere an den Verankerungen. Es wäre wünschenswert, bereits in der Entwurfsphase, derartige Schwingungen vorhersagen zu können. Zu diesem Zweck liegt bereits ein Rechenmodell vor, jedoch ist dessen Leistungsfähigkeit sehr begrenzt, besonders dadurch bedingt, dass nur vertikale Amplituden vorhergesagt werden können. Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist es daher, die Möglichkeiten der Berechnung in der Planungsphase zu verbessern.

Die dem Problem zugrundeliegenden theoretischen Zusammenhänge sind dahingehend kompliziert, dass eine Umsetzung nur mit Hilfe der Computertechnik möglich ist. Die im Rahmen der Arbeit aufgestellten Rechenmodelle werden daher programmtechnisch umgesetzt. Dem praktisch tätigen Ingenieur wird so ein Handwerkszeug zur Verfügung gestellt, mit dessen Hilfe er eigene Berechnungen durchführen kann.

Die Qualität der Rechenergebnisse soll anhand von in der Literatur dokumentierten Feldbeobachtungen bewertet werden.

Weiterhin soll ein Überblick vermittelt werden, wie Abhilfe geschaffen werden kann, wenn sich ein Bauteil gegenüber Regen-Wind-induzierten Schwingungen als gefährdet erweist. Zu diesem Zweck sollen geeignete Gegenmaßnahmen erläutert und bewertet werden.

Eigene Windkanalversuche und Feldbeobachtungen konnten im Rahmen dieser Arbeit leider nicht durchgeführt werden.

### 1.3. BEZEICHNUNGEN

|                   |  |
|-------------------|--|
| $a_y$             | Amplitude in y-Richtung  |
| $a_z$             | Amplitude in z-Richtung  |
| $a_{ges}$         | Gesamtamplitude in y- und z- Richtung                              |
| $a_r$             | Rinnsalamplitude   |
| $c$               | Dämpferkonstante eines Kolbendämpfers                              |
| $c_{opt}$         | Optimale Dämpferkonstante  |
| $c_{y,eff}$       | In y- Richtung wirkender Anteil der Dämpferkonstante               |
| $c_{z,eff}$       | In z- Richtung wirkender Anteil der Dämpferkonstante               |
| $c_L$             | Schallgeschwindigkeit in der Luft                                  |
| $f_A$             | Wirbelablösefrequenz   |
| $f_y$             | Eigenfrequenz in y- Richtung                                       |
| $f_z$             | Eigenfrequenz in z- Richtung                                       |
| $f_n$             | Zur Eigenform $n$ gehörende Eigenfrequenz                          |
| $f_\varphi$       | Eigenfrequenz des Rinnsals   |
| $g$               | Fallbeschleunigung   |
| $h$               | Gitterweite bei der Zeitschrittintegration                         |
| $k_y$             | Federsteifigkeit in y- Richtung                                    |
| $k_z$             | Federsteifigkeit in z- Richtung                                    |
| $k_\varphi$       | Drehfedersteifigkeit der Rinnsalfeder                              |
| $l$               | Länge der Kabel- bzw. Hängersehne oder des Modellzylinders         |
| $m$               | Masse des Kabels oder Modellzylinders pro Längeneinheit            |
| $m_r$             | Rinnsalmasse pro Längeneinheit                                     |
| $n$               | Eigenform bzw. Eigenfrequenz                                       |
| $p_{y,n}$         | Zeit- und ortsabhängige Belastung in y- Richtung bezogen auf $U_n$ |
| $p_{z,n}$         | Zeit- und ortsabhängige Belastung in z- Richtung bezogen auf $U_n$ |
| $\bar{p}_n$       | Zeit- und ortsabhängige Belastung bezogen auf $U_n$                |
| $q_{y,n}$         | Zeitabhängige Belastung in y- Richtung bezogen auf $U_n$           |
| $q_{z,n}$         | Zeitabhängige Belastung in z- Richtung bezogen auf $U_n$           |
| $\bar{q}_n$       | Zeitabhängige Belastung bezogen auf $U_n$                          |
| $\bar{q}_n^*$     | Generalisierte Belastung bezogen auf $U_n$ (pro Längeneinheit)     |
| $q_{y,rel}$       | Zeitabhängige Belastung in y- Richtung bezogen auf $U_{rel}$       |
| $q_{z,rel}$       | Zeitabhängige Belastung in z- Richtung bezogen auf $U_{rel}$       |
| $\bar{q}_{rel}$   | Zeitabhängige Belastung bezogen auf $U_{rel}$                      |
| $\bar{q}_{rel}^*$ | Generalisierte Belastung bezogen auf $U_{rel}$ (pro Längeneinheit) |
| $\bar{q}_{0,1}$   | Lastvektor (nach Substitution) in der Dimension von $A$            |
| $r$               | Generalisierte Koordinate  |
| $s$               | Lokale Koordinate entlang der Schwerachse des Kabels               |
| $t$               | Zeitkoordinate   |
| $u$               | Verschiebung in x- Richtung  |
| $v$               | Verschiebung in y- Richtung  |
| $w$               | Verschiebung in z- Richtung  |
| $x$               | Lokale Koordinate längs der Kabelsehne bzw. des Modellzylinders    |
| $x_c$             | Abstand Kolbendämpfer zur Kabelverankerung                         |
| $y$               | Lokale Koordinate normal zur vertikalen Ebene                      |
| $z$               | Lokale Koordinate in der vertikalen Ebene                          |

|                   |   |
|-------------------|---|
| $A$               | Effektive Querschnittsfläche des Seils oder Hängers                   |
| $\mathbf{A}$      | Systemeigenschaftsmatrix (nach Substitution)                          |
| $C_D$             | Widerstandsbeiwert  |
| $C_L$             | Quertriebsbeiwert   |
| $C_M$             | Momentenbeiwert   |
| $C_y$             | Luftkraftbeiwert in y- Richtung                                       |
| $C_z$             | Luftkraftbeiwert in z- Richtung                                       |
| $C_{z,korr}$      | Korrigierter Luftkraftbeiwert in z- Richtung                          |
| $\mathbf{C}_S$    | Systemdämpfungsmatrix   |
| $\mathbf{C}_S^*$  | Generalisierte Systemdämpfungsmatrix                                  |
| $\mathbf{C}_A$    | Luftdämpfungsmatrix   |
| $\mathbf{C}$      | Dämpfungsmatrix   |
| $\mathbf{C}^*$    | Generalisierte Dämpfungsmatrix  |
| $D$               | Durchmesser   |
| $E$               | Elastizitätsmodul   |
| $E_{kin}$         | Kinetische Energie des Systems  |
| $E_{pot}$         | Potentielle Energie des Systems (teilweise auch als $\Pi$ bezeichnet) |
| $F_D$             | Widerstandskraft infolge Windbelastung                                |
| $F_L$             | Quertriebskraft infolge Windbelastung                                 |
| $F_M$             | Torsionsmoment infolge Windbelastung                                  |
| $I$               | Effektives Flächenträgheitsmoment des Seils oder Hängers              |
| $J_r$             | Rotationsträgheitsmoment des Rinnals                                  |
| $\mathbf{K}$      | Systemsteifigkeitsmatrix  |
| $\mathbf{K}_I$    | Systemsteifigkeitsmatrix Theorie I. Ordnung                           |
| $\mathbf{K}_{II}$ | Systemsteifigkeitsmatrix Theorie II. Ordnung                          |
| $\mathbf{K}^*$    | Generalisierte Systemsteifigkeitsmatrix                               |
| $\mathbf{M}$      | Systemmassenmatrix  |
| $\mathbf{M}^*$    | Generalisierte Systemmassenmatrix                                     |
| $M$               | Biegemoment im Seil oder Hänger                                       |
| $Ma$              | Machzahl  |
| $\bar{P}_n$       | Generalisierte Belastung bezogen auf $U_n$                            |
| $Q$               | Generalisierte Kraft  |
| $R$               | Radius  |
| $Re$              | Reynoldszahl  |
| $S$               | Seilkraftkomponente in x- Richtung                                    |
| $S_{stat}$        | Statischer Anteil von $S$   |
| $S_{dyn}$         | Dynamischer Anteil von $S$  |
| $S(Re)$           | Strouhalzahl  |
| $Sc$              | Scrutonzahl   |
| $T$               | Seilkraftkomponente in y- Richtung                                    |
| $U$               | Windgeschwindigkeit   |
| $U_n$             | Normalkomponente der Windgeschwindigkeit                              |
| $U_y$             | y- Komponente von $U_n$   |
| $U_z$             | z- Komponente von $U_n$   |
| $U_a$             | Axialkomponente der Windgeschwindigkeit                               |
| $U_{rel}$         | Momentane Normalkomponente der Windgeschwindigkeit                    |
| $U_{krit}$        | Kritische Windgeschwindigkeit   |
| $U_{n,krit}$      | Normalkomponente der kritischen Windgeschwindigkeit                   |
| $U_{red}$         | Reduzierte Geschwindigkeit  |
| $V$               | Zeitabhängiger Anteil von $v$   |

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $W$                   | Zeitabhängiger Anteil von $w$   |
| $\alpha$              | Seilneigungswinkel  |
| $\beta$               | Windanströmwinkel   |
| $\beta^*$             | Schräganströmwinkel   |
| $\gamma_0$            | Windangriffswinkel im Ruhezustand   |
| $\gamma$              | Windangriffswinkel im Bewegungszustand  |
| $\delta$              | Logarithmisches Dämpfungsdekrement (auch als Variationsoperator oder <i>Dirac</i> 'sches Maß verwendet) |
| $\varepsilon_{dyn}$   | Dynamische Seildehnung  |
| $\zeta_y$             | Dämpfungskoeffizient in $y$ - Richtung  |
| $\zeta_z$             | Dämpfungskoeffizient in $z$ - Richtung  |
| $\zeta$               | Dämpfungskoeffizient, wenn in $y$ - und $z$ - Richtung gleich angenommen                                |
| $\zeta_\varphi$       | Dämpfungskoeffizient der Rinnsalschwingung  |
| $\vartheta$           | Zeitabhängiger Anteil von $\varphi$   |
| $\bar{\vartheta}$     | Zeitabhängiger Anteil von $\bar{\varphi}$   |
| $\theta$              | Phasenverschiebung zwischen Modell- und Rinnsalschwingung   |
| $\mu_T$               | Streckentorsionsmoment  |
| $\nu_L$               | Kinematische Zähigkeit der Luft   |
| $\rho_L$              | Dichte der Luft   |
| $\rho_w$              | Dichte des Wassers  |
| $\nu$                 | Eigenkreisfrequenz in $y$ - und $z$ - Richtung, wenn diese gleich sind                                  |
| $\varphi$             | Verschiebung des Rinnsals (Rotation)  |
| $\bar{\varphi}$       | Vektor der Verschiebungen $v$ , $w$ und $\varphi$   |
| $\bar{\varphi}_{0,1}$ | Vektor der Verschiebungen $v$ , $w$ und $\varphi$ nach Substitution                                     |
| $\chi_a$              | Amplitudenübertragung   |
| $\omega_y$            | Eigenkreisfrequenz in $y$ - Richtung  |
| $\omega_z$            | Eigenkreisfrequenz in $z$ - Richtung  |
| $\omega_n$            | Zur Eigenform $n$ gehörende Eigenkreisfrequenz  |
| $\omega_\varphi$      | Eigenkreisfrequenz des Rinnsals   |
| $\Theta_1$            | Ruhelage des oberen Rinnsals  |
| $\Theta_2$            | Ruhelage des unteren Rinnsals   |
| $\Phi$                | Ortsabhängiger Anteil von $w$   |
| $\bar{\Phi}$          | Ortsabhängiger Anteil von $\bar{\varphi}$   |
| $\Pi_i$               | Potentielle Energie der inneren Kräfte  |
| $\Pi_e$               | Potentielle Energie der äußeren Kräfte  |

Schreibweise von Ableitungen:

Im Rahmen dieser Arbeit treten Ableitungen nach dem Ort  $x$  und der Zeit  $t$  auf, z.B.  $\frac{\partial w}{\partial x}$  und

$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ . Wird der Differentialoperator nicht ausgeschrieben, so werden Ableitungen nach  $x$  mit

Strichen und Ableitungen nach  $t$  mit Punkten dargestellt, z.B.  $w'$  und  $\ddot{w}$ .

## 2. DYNAMIK VON SEILKONSTRUKTIONEN MIT GERINGEM DURCHHANG

Weisen Seilkonstruktionen nur einen geringen statischen Durchhang auf, so beeinflusst dieser das dynamische Verhalten kaum und kann vernachlässigt werden. In diesem Fall spricht man von der Saitentheorie. Man unterscheidet dabei zwischen linearer Saitentheorie, wo auch der Einfluss des dynamischen Durchhangs vernachlässigt wird, und der nichtlinearen Saitentheorie. Bei dieser wird der dynamische Durchhang, der eine über die Schwingungsperiode veränderliche Seilkraft bewirkt, berücksichtigt.

### 2.1. HISTORISCHE ENTWICKLUNG

Die Idee, das Seil als Konstruktionselement zu verwenden, ist bereits sehr alt und entstand aus der Notwendigkeit heraus, leichte Konstruktionen mit großer Steifigkeit zu erhalten. So wurde bereits in der Antike die Takelage von Schiffen als Seilkonstruktion ausgeführt. Während jedoch im Schiffbau bis in die Neuzeit Seile auf der Basis von Erfahrungen eingesetzt wurden, sollten zunächst die Saiten von Musikinstrumenten Grundlage für die Erforschung der physikalischen Gesetzmäßigkeiten sein. So beschrieben bereits *Pythagoras* im 6. Jahrhundert v. Chr. und *Aristoteles* im 3. Jahrhundert v. Chr. den qualitativen Zusammenhang zwischen Länge, Spannung und Frequenz.

Die eigentliche wissenschaftliche Erforschung begann jedoch erst sehr viel später in der Renaissance. *Marin Mersenne* berichtet 1636 in seinem musiktheoretischen Werk „*Harmonicorum libri*“ über seine Untersuchungen zu Saitenschwingungen. Er hatte bereits erkannt, dass die Frequenz umgekehrt proportional zur Saitenlänge und Saitenmasse sowie direkt proportional zur Quadratwurzel der Spannkraft ist. Außerdem vermutete er, dass neben dem Grundton noch zwei weitere Untertöne existieren. Der experimentelle Nachweis gelang aber erst *Joseph Sauveur*, indem er Knoten auf der Schwingungsform, d.h. subharmonische Oberschwingungen, beobachten konnte. Er berichtet darüber in den „*Pariser Akademieberichten*“ von 1701.

*Brook Taylor* beschreibt 1713 in den „*Philosophical Transactions*“ als Erster mathematische Gesetzmäßigkeiten des Grundtons einer schwingenden Saite. In dieser Schrift beweist er zunächst als „*Lemma 1*“, dass beim Übergang der Saite von einer ausgelenkten Lage in eine andere das Verhältnis der Auslenkungen für alle Punkte gleich ist. Als „*Lemma 2*“ folgt der Satz, dass die Beschleunigung der Saite den Krümmungen in den einzelnen Punkten proportional sind. Durch Vergleich mit der Schwingzeit eines Pendels konnte er bereits eine Beziehung für die Schwingungsdauer des Grundtons angeben. Später beschrieb er in der „*Methodus incrementorium*“, dass Schwingform  $\frac{3}{4}$  der Saitenlänge dem Ton einer Quarte,  $\frac{2}{3}$  dem Ton einer Quinte und  $\frac{1}{2}$  dem Ton einer Oktave entspricht.

*Johann Bernoulli* berichtete 1727 in einem Brief an seinen Sohn *Daniel* über seine Studien der schwingenden Saite. Wie *Taylor* ging er von kleinen Auslenkungen aus, d.h. die Saitenkraft bleibt konstant. Er untersuchte auf Grundlage der *Taylor'schen* Hypothesen einen masselosen Faden mit bis zu sechs Einzelmassen und geht dann zur gleichmäßig verteilten Masse über. Später zeigt er, wie man auf Grundlage des Energieerhaltungssatzes zu gleichen Ergebnissen kommt.

*D' Alembert* leitet in den „*Berliner Akademieberichten*“ 1747 bereits eine partielle Differentialgleichung der linearen Saitenschwingung ab. Die von ihm gefundene Lösung  $w(s,t) = \Psi(t+s) + \Gamma(t-s)$  in Form von zwei gegenläufigen Wellen kann bei geeigneten Funktionen  $\Psi$  und  $\Gamma$  zumindest den Grundton beschreiben. Jedoch gelingt es ihm noch nicht, diese richtig anzugeben.

Bereits in der nächsten Ausgabe der „Berliner Akademieberichte“ beschäftigte sich *Leonhard Euler* mit diesem Problem. Seine Vorgehensweise ist ähnlich der *d' Alembert's*, als Lösung erhält er  $w(x,t) = f(x+ct) + \phi(x-ct)$  mit  $c^2 = S_{stat}/m$ . Durch Berücksichtigung der Randbedingungen  $w(0,t) = w(l,t) = 0$  und geometrische Überlegungen erkennt er, dass  $f$  und  $\phi$  dieselbe Funktion repräsentieren und einen periodischen Verlauf mit der Periode  $2l$  haben müssen. Als Anfangsbedingungen führt er im Gegensatz zu *d' Alembert* eine Anfangsauslenkung ein, die er dann zu einer Vollwelle spiegelt und zur periodischen Funktion unendliche Mal aneinander reiht. Indem er gedanklich diese Funktion durch einen Abschnitt  $2l$  als Saite von links und rechts in Abhängigkeit von  $t$  hindurchlaufen lässt, kann er sich die Auslenkung zu jedem Zeitpunkt geometrisch konstruieren.

*Daniel Bernoulli* beschrieb 1753 in den „Berliner Akademieberichten“ eine gegenüber den vorangegangenen Untersuchungen revolutionäre Idee, die nicht auf Überlegungen innerhalb der damaligen mathematischen Modellvorstellungen, sondern vielmehr auf Erfahrungen und Beobachtungen beruhte. Grundlage waren die Erkenntnisse von *Taylor* und eigene Untersuchungen an verschiedenen Musikinstrumenten. Er kam zu dem Ergebnis, dass alle schwingenden Körper eine Vielzahl von Tönen von sich geben. Für die Saite erklärte er das folgendermaßen:

Wenn man annimmt, dass eine Auslenkung mit einer Ausbuchtung sehr klein ist, so kann diese einer Schwingung mit zwei Ausbuchtungen als bewegliche Achse dienen. Das gleiche gilt für alle weiteren Oberschwingungen (Abb. 2.2). Neu ist also das Zusammensetzen der Gesamtlösung durch Überlagerung von Einzellösungen. *Bernoulli* hatte damit die bis heute gültige Lösung der linearen Saitentheorie gefunden. Jedoch blieb diese noch ein halbes Jahrhundert umstritten. So schrieb z.B. *Euler* 1753: „Die Zahl Unendlich scheint gegen die Natur einer solchen Zusammensetzung zu sein“. Jedoch gab er andererseits zu, dass die trigonometrische Reihe, wenn sie ins Unendliche fortgesetzt wird, so umfassend wäre, dass sie alle möglichen Anfangszustände enthält.

Erst *Fourier* bestätigte 1822 *Bernoulli's* Theorie durch die Erkenntnis, dass sich eine willkürliche Funktion in Form einer trigonometrischen Reihe darstellen lässt.



Abb. 2.1: Daniel Bernoulli

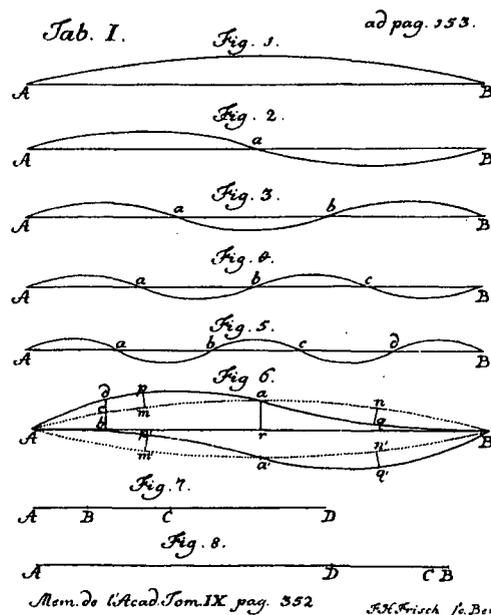


Abb. 2.2: Überlagerung der Eigenschwingungen

Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten der nichtlinearen Saitentheorie wurden erst sehr viel später bekannt. *Carrier* veröffentlichte 1945 eine Differentialgleichung, die den dynamischen Zuwachs der Saitenkraft berücksichtigt. *Oplinger* führte 1960 Versuche durch, bei denen die physikalischen Phänomene der nichtlinearen Saitentheorie voll zutage traten. Wird eine Saite durch eine harmonische Erregung mit zunehmender Frequenz erregt, so steigen die Amplituden zunächst zum Resonanzpunkt hin an. Das bildet auch die lineare Theorie ab. Ab einer gewissen Frequenz jedoch stellt sich eine zusätzliche Querschwingung ein. Dieses Phänomen wird als Sprungphänomen bezeichnet. Der Verzweigungspunkt, wo sich die Querschwingung einstellt, wurde 1965 von *Muthy* und *Ramakrishna* analytisch ermittelt.

## 2.2. LINEARE SAITENTHEORIE

Der älteste Ansatz zur Behandlung von Seil-schwingungen ist die lineare Theorie der schwingenden Saite. Es wird vorausgesetzt, dass der Durchhang im Ruhezustand gleich Null ist. Des weiteren ist die Masse gleichmäßig verteilt und das System schwingt mit geringer Auslenkung. Daher kann die Saitenkraft  $S$  als konstant angenommen werden. Im Folgenden wird die Bewegungsgleichung klassisch durch Freischneiden eines differentiellen Elementes und Aufstellen der Gleichgewichtsbeziehungen abgeleitet. Dabei soll für die Beschreibung der Masse  $ds$  gleich  $dx$  gesetzt werden. Die einwirkende Schwerkraft wird nicht berücksichtigt, da die Schwingung um die statische Ruhelage betrachtet werden soll.

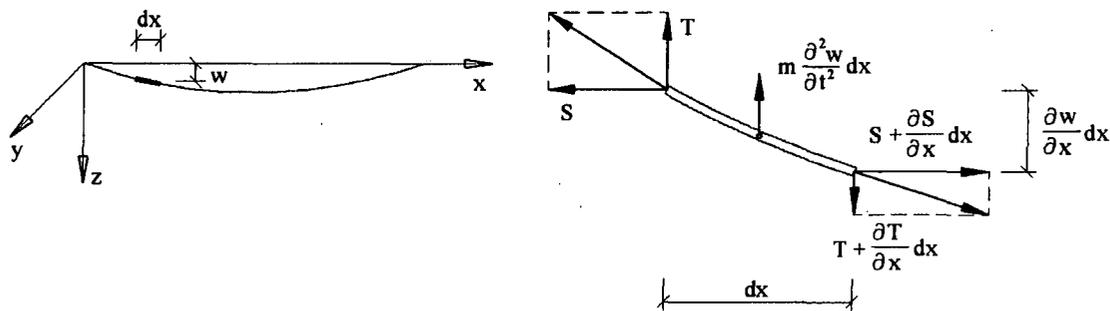


Abb. 2.3: Gleichgewicht in ausgelenkter Lage

$$\Sigma H = 0: \quad S - \left( S + \frac{\partial S}{\partial x} dx \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial x} dx = 0 \quad S = const. = S_{stat}$$

$$\Sigma V = 0: \quad T - \left( T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) + m \cdot dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

Durch Umformen nach  $\partial T / \partial x$  folgt:  $\frac{\partial T}{\partial x} = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$  (2.1)

$$\Sigma M = 0: \quad T dx - S_{stat} \frac{\partial w}{\partial x} dx + m \cdot dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \frac{dx}{2} = 0$$

klein

Durch Umformen nach  $T$  und Ableiten nach  $x$  folgt:  $\frac{\partial T}{\partial x} = S_{stat} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  (2.2)

Die lineare Differentialgleichung der schwingenden Saite erhält man durch Gleichsetzen der Ausdrücke (2.1) und (2.2).

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{S_{stat}}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.3)$$

Eine Möglichkeit zur Lösung ist das Separationsverfahren nach *D. Bernoulli*. Voraussetzung ist, dass die Gleichung in einen von  $x$  abhängigen und einen von  $t$  abhängigen Anteil aufgespalten werden kann, was in diesem Fall möglich ist, da keine gemischten Ableitungen vorkommen. Gesucht wird eine Funktion in Form des folgenden Ansatzes.

$$w(x, t) = \Phi(x) \cdot W(t) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \Phi \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = W \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

Nach dem Einsetzen von (2.5) und (2.6) werden sowohl der von  $x$  abhängige als auch der von  $t$  abhängige Teil gleich der Separationskonstanten  $-\omega^2$  gesetzt.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \frac{1}{W} = \frac{S_{stat}}{m} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{1}{\Phi} = -\omega^2 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \omega^2 W = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\omega^2 m}{S_{stat}} \Phi = 0 \quad (2.9)$$

Die Gleichungen (2.8) und (2.9) sind formal gleich der Differentialgleichung des ungedämpften Einmassenschwingers, daher sieht die Lösung folgendermaßen aus:

$$W(t) = B_1 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t) \quad (2.10)$$

$$\Phi(x) = C_1 \sin\left(\omega \sqrt{\frac{m}{S_{stat}}} x\right) + C_2 \cos\left(\omega \sqrt{\frac{m}{S_{stat}}} x\right) \quad (2.11)$$

Die untere Gleichung wird nun an die geometrischen Randbedingungen angepasst.

$$x = 0: \quad \Phi(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$x = l: \quad \Phi(l) = C_1 \sin\left(\omega \sqrt{\frac{m}{S_{stat}}} l\right) = 0 \quad \text{ist erfüllt für alle} \quad \omega \sqrt{\frac{m}{S_{stat}}} l = n\pi$$

Durch Auswertung der zweiten Randbedingung erhält man eine Aussage für die Eigenkreisfrequenzen  $\omega_n$  :

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{S_{stat}}{m}} \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.12)$$

Wendet man (1.12) auf (2.10) und (2.11) an und setzt in den oben gewählten Ansatz (2.4) ein, so bekommt man eine Lösung der Differentialgleichung der linearen Saitenschwingung. Die Konstante  $C_1$  wird ausmultipliziert und geht in  $B_1$  und  $B_2$  auf.

$$w_n(x, t) = \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) [B_1 \sin(\omega_n t) + B_2 \cos(\omega_n t)] \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.13)$$

Für  $n = 1$  erhält man den Grundton des Systems. Der stellt sich jedoch nur dann ein, wenn die Anfangsauslenkung der ersten Eigenform entspricht. Ansonsten setzt sich die Schwingung aus Grundton und Untertönen zusammen. Die allgemeine Lösung hat daher folgende Form.

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) [B_1 \sin(\omega_n t) + B_2 \cos(\omega_n t)] \quad (2.14)$$

### 2.3. LINEARE SAITENTHEORIE UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER BIEGESTEIFIGKEIT

Bei gedrungener Saiten kann der Einfluss der Biegesteifigkeit eine Rolle spielen. Die Herleitung der Differentialgleichung erfolgt wie im vorherigen Kapitel.

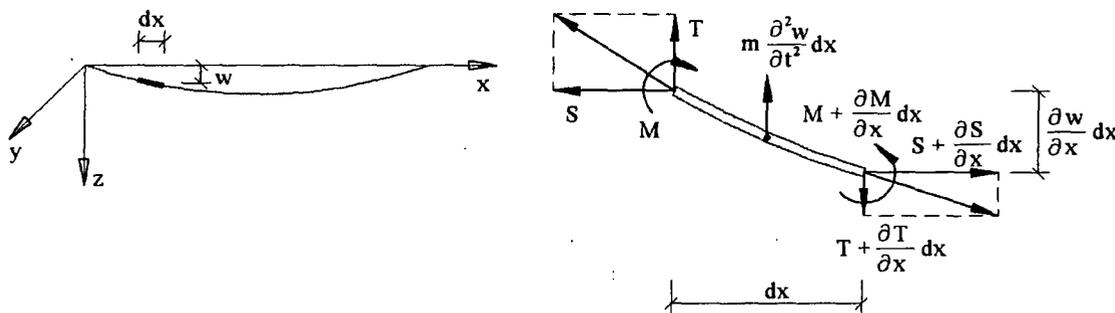


Abb. 2.4: Gleichgewicht in ausgelenkter Lage unter Berücksichtigung des Biegemomentes

Das Gleichgewicht der horizontalen und vertikalen Kräfte bleibt unverändert. Bei der Summe der Momente kommen zwei Anteile hinzu.

$$\Sigma M = 0: \quad T dx - S_{stat} \frac{\partial w}{\partial x} dx + m \cdot dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \frac{dx}{2} + M - \left( M + \frac{\partial M}{\partial x} dx \right) = 0$$

Durch Umformen nach  $T$  und Ableiten nach  $x$  folgt: 
$$\frac{\partial T}{\partial x} = S_{stat} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (2.15)$$

Unter Anwendung der Identität  $M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  und der Voraussetzung, dass  $EI$  über die Saitenlänge konstant ist, erhält man:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = S_{stat} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad (2.16)$$

Setzt man nun (2.1) und (2.16) gleich und formt um, so erhält man die lineare Differentialgleichung der schwingenden Saite mit Berücksichtigung der Biegesteifigkeit.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{S_{stat}}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \underbrace{\frac{EI}{m} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}}_{\text{Biegeanteil}} = 0 \quad (2.17)$$

Die Verwendung des üblichen Ansatzes (2.4) und das Gleichsetzen mit der Separationskonstanten  $-\omega^2$  führt auf die Beziehung

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \frac{1}{W} = \frac{S_{stat}}{m} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{1}{\Phi} - \frac{EI}{m} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} \frac{1}{\Phi} = -\omega^2, \quad (2.18)$$

aus der sich wiederum zwei unabhängige Differentialgleichungen gewinnen lassen.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \omega^2 W = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{EI}{m} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} - \frac{S_{stat}}{EI} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \omega^2 \Phi = 0 \quad (2.20)$$

Die Verwendung des Ansatzes  $\Phi(x) = Ce^{\lambda x}$  führt auf das charakteristische Polynom, dessen Auswertung mit Hilfe der Lösungsfunktion für quadratische Gleichungen zwei Lösungen für  $\lambda$  liefert.

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{S_{stat}}{2EI} \left( \sqrt{1 + \frac{4mEI\omega^2}{S_{stat}^2}} \pm 1 \right)} \quad (2.21)$$

Genau genommen ergeben sich unter Berücksichtigung der komplexen Zahlentheorie vier Lösungen  $\pm\lambda_1$  und  $\pm i\lambda_2$ . Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung lautet daher:

$$\Phi(x) = D_1 e^{i\lambda_1 x} + D_2 e^{-i\lambda_1 x} + D_3 e^{\lambda_2 x} + D_4 e^{-\lambda_2 x} \quad (2.22)$$

Durch Anwendung der Euler'schen Identität  $e^{\pm i\lambda_2 x} = \cos(\lambda_2 x) \pm i \sin(\lambda_2 x)$  und der Beziehung  $e^{\pm\lambda_1 x} = \cosh(\lambda_1 x) \pm \sinh(\lambda_1 x)$  kann die allgemeine Lösung auch in folgender Form dargestellt werden.

$$\Phi(x) = C_1 \cosh(\lambda_1 x) + C_2 \sinh(\lambda_1 x) + C_3 \cos(\lambda_2 x) + C_4 \sin(\lambda_2 x) \quad (2.23)$$

Unter Annahme einer beidseitig gelenkigen Lagerung vereinfacht sich (2.23) noch durch Auswertung der Randbedingungen. Die Seilkraft wird als stets positiv angenommen, was bedeutet, dass auch  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  stets positiv sind. Aus  $\Phi(0) = 0$  und  $\Phi''(0) = 0$  folgt daher  $C_1 = C_3 = 0$ . Die Randbedingungen  $\Phi(l) = 0$  und  $\Phi''(l) = 0$  ergeben  $C_2 = 0$  und  $\Phi(l) = C_4 \sin(\lambda_2 x)$ , was für alle  $\lambda_2 = \frac{n\pi}{l}$  erfüllt ist. Aus (2.21) lässt sich nun eine Beziehung für die Eigenfrequenzen der schwingenden Saite unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeit ableiten.

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{S_{stat}}{m}} \underbrace{\sqrt{1 + \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \frac{EI}{S_{stat}}}}_{\text{Biegeanteil}} \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.24)$$

Die Ableitung dieser Gleichung kann auch in [30] nachgelesen werden. Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung ist für den Fall einer beidseitig gelenkigen Lagerung gleich der Lösung der Differentialgleichung der linearen Saite ohne Biegesteifigkeit.

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) [B_1 \sin(\omega_n t) + B_2 \cos(\omega_n t)] \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.25)$$

Der Einfluss des Biegeanteils in Gleichung (2.24) soll anhand einiger Hänger der von Regen-Wind-induzierten Schwingungen betroffenen Elbebrücke Dömitz gezeigt werden. Die folgende Tabelle zeigt eine Zusammenstellung der Hänger, deren Eigenfrequenzen ungefähr in dem Bereich liegen, wo Regen-Wind-induzierte Schwingungen auftreten können. Durchmesser, Länge und gemessene Eigenfrequenz können aus [71] entnommen werden.

| Hänger Nr. | $D$  | $l$   | $EI$                | $m$    | Gemessene 1. Eigenfr. [Hz] | $S_{stat}$ (ohne $EI$ ) [kN] | Einfluss auf die 1. Eigenfr. |                              |
|------------|------|-------|---------------------|--------|----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
|            | [mm] | [m]   | [kNm <sup>2</sup> ] | [kg/m] |                            |                              | von $EI$ [%]                 | von $EI$ und Einspannung [%] |
| 4          | 120  | 18,03 | 2138                | 90,5   | 3,99                       | 1873                         | 1,7                          | 15,4                         |
| 5          | 120  | 20,93 | 2138                | 90,5   | 3,31                       | 1737                         | 1,4                          | 13,4                         |
| 6          | 130  | 22,87 | 2944                | 106,2  | 2,88                       | 1843                         | 1,5                          | 14,1                         |
| 7          | 130  | 23,84 | 2944                | 106,2  | 2,80                       | 1893                         | 1,3                          | 13,2                         |

Tabelle 2.1

Der Einfluss der Biegesteifigkeit bleibt stets unter 2 %. In [30] wird eine Näherungslösung abgeleitet, die eine Berücksichtigung der Randeinspannung ermöglicht.

Der Einfluss der Biegesteifigkeit mit einer zusätzlichen Randeinspannung beträgt für die vier ausgewählten Hänger bis zu 15 %. Bei Schrägseilbrücken ist der Einfluss weitaus geringer, weil Kabel in Form von Parallellitzenbündel oder Paralleldrahtbündel gegenüber den Vollstahlhängern von Bogenbrücken eine geringere Biegesteifigkeit und eine größere Länge haben. Damit verliert auch die Randeinspannung an Wirkung.



Zur Angabe der Bewegungsgleichungen muss noch eine Beziehung für  $S$  gefunden werden. Der pythagoräische Lehrsatz ergibt für die Länge des Saitenelementes in ausgelenkter Lage:

$$ds^2 = \left( dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} dx \right)^2 \Rightarrow ds = dx \sqrt{1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2} \quad (2.29)$$

Der Ausdruck  $(\partial u / \partial x)^2$  kann gegenüber  $\partial u / \partial x$  vernachlässigt werden. Durch Einsetzen in einen Ausdruck für den dynamischen Anteil der Dehnung und anschließende Entwicklung in eine binomische Reihe bis zum zweiten Glied folgt:

$$\varepsilon_{dyn} = \frac{ds - dx}{dx} = \sqrt{1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2} - 1 \approx 1 + \frac{1}{2} \left[ 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] - 1 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$$

Über das *Hooke*'sche Gesetz erhält man aus  $\varepsilon_{dyn}$  den dynamischen Anteil der Saitenkraft. Für kleine Amplituden kann dieser hinreichend genau durch die horizontale Komponente  $S_{dyn}$  ausgedrückt werden.

$$S = S_{stat} + S_{dyn} = S_{stat} + EA \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = EA \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (2.31)$$

Die Bewegungsgleichung in  $x$ -Richtung erhält man durch Einsetzen von (2.31) in (2.26), die Bewegungsgleichung in  $z$ -Richtung durch Einsetzen von (2.30) in (2.28). Beide Gleichungen sind über  $u$  und  $w$  gekoppelt. Die nichtlineare Bewegungsgleichung in  $z$ -Richtung erscheint gegenüber der linearen um einen Anteil erweitert.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{EA}{m} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{S_{stat}}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{EA}{m} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial x} \right] = 0 \quad (2.33)$$

Das Gleichungssystem lässt sich mit elementaren Mitteln nicht lösen. Wenn man nur an der Querschwingung interessiert ist, kann man noch folgende Vereinfachung, auch *Kirchhoff*'sche Näherung genannt, einführen. Vernachlässigt man die Längsschwingung, so ist  $\partial u / \partial t$  gleich Null und damit auch  $\partial^2 u / \partial t^2$ . Damit muss auch der zweite Term der Bewegungsgleichung in Längsrichtung Null sein.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] = 0 \quad (2.34)$$

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] = \text{const.} = \varepsilon_{dyn} \quad (2.35)$$

Der dynamische Anteil der Saitenkraft ist in  $x$  konstant und nur in der Zeit veränderlich. Differenziert man die Bewegungsgleichung der Querschwingung aus und setzt (2.34) und (2.35) ein, so erhält man folgende Beziehung:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{S_{stat}}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{S_{dyn}}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.36)$$

Jetzt gilt es noch eine Beziehung für  $S_{dyn}$  zu finden. Da diese Kraft nur von der Zeit abhängen soll, kann folgendermaßen vorgegangen werden.

Für  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$  ergibt sich aus (2.29) eine vereinfachte Beziehung für  $ds$ , die in eine binomische Reihe bis zum zweiten Glied entwickelt wird.

$$ds = dx \sqrt{1 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2} \approx \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (2.37)$$

Die dynamische Seilkraft folgt aus einer in  $x$  konstanten Dehnung.

$$S_{dyn} = EA \varepsilon_{dyn} = EA \frac{l_s - l}{l} = EA \frac{\int_0^l \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx - l}{l} = \frac{EA}{2l} \int_0^l \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2.38)$$

Vereinfacht man nun (2.38) und setzt in (2.36) ein, so erhält man eine wegen der Vernachlässigung der Längsschwingung genäherte Bewegungsgleichung für die nichtlineare Saitenschwingung.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{S_{stat}}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \underbrace{\frac{1}{m} \frac{EA}{2l} \int_0^l \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx}_{\text{Nichtlinearer Anteil}} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.39)$$

Um den Einfluss des nichtlinearen Anteils auf die Eigenfrequenz beurteilen zu können, sollen wie bei der Beurteilung des Biegeanteils einige Brückenkabel herangezogen werden, die von Regen-Wind-induzierten Schwingungen betroffen waren. Um eine Bestimmungsgleichung für die Eigenfrequenz zu erhalten, wird näherungsweise von einer sinusförmigen Auslenkung ausgegangen, was zu folgendem Ansatz führt:

$$w(x, t) = \hat{w}(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad (2.40)$$

Durch Einsetzen von (2.40) in (2.39) erhält man eine sogenannte *Duffing*'sche Differentialgleichung. Diese ist nichtlinear und nur von der Zeit abhängig.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{S_{stat}}{m} \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 w + \frac{EA(n\pi)^2}{4l^2 m} \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 w^3 = 0 \quad (2.41)$$

Für die Zeitachse wird angenommen, dass die Schwingung näherungsweise harmonisch ist. Mit dem Ansatz  $\hat{w} = a_z \sin(\omega t)$  und einer Näherung für kleine Auslenkungen  $\hat{w}^3 \approx a_z^3 \sin^3(\omega t)$  ergibt sich eine Beziehung für die Eigenkreisfrequenz.

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{S_{stat}}{m} \underbrace{\left[ 1 + \frac{EA(n\pi)^2}{4S_{stat}} \left( \frac{a_z}{l} \right)^2 \right]}_{\text{Nichtlinearer Anteil}}} \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.42)$$

Im Anhang A ist eine Vielzahl von Beobachtungen Regen-Wind-induzierter Schwingungen an Brückenkabeln zusammengestellt. Bei der folgenden Tabelle wurde für das jeweilige Kabel die Beobachtung ausgewählt, wo die Amplitude am größten war, da der nichtlineare Einfluss mit zunehmender Auslenkung steigt. Der Einfluss auf die Eigenkreisfrequenz  $\Delta\omega$  beträgt in den meisten Fällen weniger als 2 %.

| Bauwerk                     | Kabel    | l<br>[m] | S <sub>stat</sub><br>[kN] | a <sub>z</sub><br>[mm] | n      | A <sub>stat</sub><br>[m] | m<br>[kg/m] | EA<br>[N] | Δω<br>[%] |
|-----------------------------|----------|----------|---------------------------|------------------------|--------|--------------------------|-------------|-----------|-----------|
| Hartman Brücke [60]         | AS 16    | 87,1     | 2241                      | 124                    | 2      | 0,0031                   | 47,9        | 5,949E+08 | 0,26      |
|                             | AS 23    | 182,5    | 4066                      | 185                    | 3      | 0,0058                   | 75,9        | 1,125E+09 | 0,32      |
| Tsurumi Tsubasa Brücke [51] | Kabel 30 | 231,4    | 7698                      | 1730                   | 1      | 0,0061                   | 156         | 1,186E+09 | 1,06      |
|                             | Kabel 21 | 112,4    | 6046                      | 130                    | 2      | 0,0046                   | 115         | 8,970E+08 | 0,10      |
|                             | Kabel 11 | 154,3    | 7770                      | 210                    | 2      | 0,0060                   | 149         | 1,161E+09 | 0,14      |
|                             |          | 154,3    | 7770                      | 160                    | 3      | 0,0060                   | 149         | 1,161E+09 | 0,18      |
|                             |          | 154,3    | 7770                      | 50                     | 4      | 0,0060                   | 149         | 1,161E+09 | 0,03      |
|                             | Kabel 8  | 195,5    | 9226                      | 40                     | 3      | 0,0061                   | 157         | 1,186E+09 | 0,01      |
|                             |          | 195,5    | 9226                      | 50                     | 4      | 0,0061                   | 157         | 1,186E+09 | 0,02      |
|                             | Kabel 1  | 283,8    | 7304                      | 90                     | 3      | 0,0061                   | 157         | 1,186E+09 | 0,02      |
| 283,8                       |          | 7304     | 90                        | 4                      | 0,0061 | 157                      | 1,186E+09   | 0,03      |           |
| 283,8                       |          | 7304     | 50                        | 6                      | 0,0061 | 157                      | 1,186E+09   | 0,02      |           |
| Erasmusbrücke [56]          | Kabel 13 | 250      | 2262                      | 600                    | 2      | 0,0066                   | 58          | 1,286E+09 | 1,60      |
|                             | Kabel 15 | 290      | 3224                      | 675                    | 2      | 0,0083                   | 70          | 1,628E+09 | 1,34      |
|                             | Kabel 16 | 300      | 3639                      | 675                    | 2      | 0,0083                   | 70          | 1,628E+09 | 1,11      |
| Donaustadtbrücke [69]       | Kabel 10 | 145      | 2187                      | 400                    | 2      | 0,0083                   | 104         | 1,628E+09 | 2,76      |
| Meikonishi Brücke [34]      | Kabel 15 | 95       | 1149                      | 240                    | 2      | 0,0032                   | 51          | 6,304E+08 | 1,71      |
|                             | Kabel 16 | 115      | 1418                      | 280                    | 2      | 0,0032                   | 51          | 6,304E+08 | 1,29      |
| Elbebrücke Dömitz [49;52]   | Hänger 7 | 23,8     | 1893                      | 120                    | 1      | 0,0133                   | 106         | 2,787E+09 | 4,50      |

Tabelle 2.2

Als weiteres Kriterium zur Beurteilung, ob der nichtlineare Einfluss von Bedeutung ist, kann Seilkraftanteil  $S_{dyn}$  in ausgelenkter Lage herangezogen werden. Dieser ergibt sich aus Gleichung (2.39) unter Verwendung des Ansatzes (2.40), wobei in diesem Fall  $\hat{w} = a_z$  ist.

$$S_{dyn} = \frac{EA}{2l} \left[ \int_0^l \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right] = \frac{EA(n\pi)^2}{4} \left( \frac{a_z}{l} \right)^2 \quad (2.43)$$

| Bauwerk                | Kabel    | $l$<br>[m] | $S_{stahl}$<br>[kN] | $a$<br>[mm] | $n$<br>[-] | $A_{stahl}$<br>[m <sup>2</sup> ] | $m$<br>[kg/m] | Integral<br>[m] | $S_{dyn}$<br>[kN] | $\Delta S$<br>[%] |
|------------------------|----------|------------|---------------------|-------------|------------|----------------------------------|---------------|-----------------|-------------------|-------------------|
| Hartman Brücke         | AS 16    | 87,1       | 2241                | 124         | 2          | 0,0031                           | 47,9          | 0,0035          | 12                | <b>0,53</b>       |
|                        | AS 23    | 182,5      | 4066                | 185         | 3          | 0,0058                           | 75,9          | 0,0084          | 26                | <b>0,63</b>       |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kab. 30  | 231,4      | 7698                | 1730        | 1          | 0,0061                           | 156           | 0,0638          | 164               | <b>2,12</b>       |
|                        | Kabel 21 | 112,4      | 6046                | 130         | 2          | 0,0046                           | 115           | 0,0030          | 12                | <b>0,20</b>       |
|                        | Kabel 11 | 154,3      | 7770                | 210         | 2          | 0,0060                           | 149           | 0,0056          | 21                | <b>0,27</b>       |
|                        |          | 154,3      | 7770                | 160         | 3          | 0,0060                           | 149           | 0,0074          | 28                | <b>0,36</b>       |
|                        |          | 154,3      | 7770                | 50          | 4          | 0,0060                           | 149           | 0,0013          | 5                 | <b>0,06</b>       |
|                        |          | 195,5      | 9226                | 40          | 3          | 0,0061                           | 157           | 0,0004          | 1                 | <b>0,01</b>       |
|                        | Kabel 8  | 195,5      | 9226                | 50          | 4          | 0,0061                           | 157           | 0,0010          | 3                 | <b>0,03</b>       |
|                        |          | 283,8      | 7304                | 90          | 3          | 0,0061                           | 157           | 0,0013          | 3                 | <b>0,04</b>       |
|                        |          | 283,8      | 7304                | 90          | 4          | 0,0061                           | 157           | 0,0023          | 5                 | <b>0,06</b>       |
|                        |          | 283,8      | 7304                | 50          | 6          | 0,0061                           | 157           | 0,0016          | 3                 | <b>0,04</b>       |
| Erasmusbrücke          | Kabel 13 | 250        | 2262                | 600         | 2          | 0,0066                           | 58            | 0,0284          | 73                | <b>3,23</b>       |
|                        | Kabel 15 | 290        | 3224                | 675         | 2          | 0,0083                           | 70            | 0,0310          | 87                | <b>2,70</b>       |
|                        | Kabel 16 | 300        | 3639                | 675         | 2          | 0,0083                           | 70            | 0,0300          | 81                | <b>2,24</b>       |
| Donaustadtbrücke       | Kabel 10 | 145        | 2187                | 400         | 2          | 0,0083                           | 104           | 0,0218          | 122               | <b>5,59</b>       |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 15 | 95         | 1149                | 240         | 2          | 0,0032                           | 51            | 0,0120          | 40                | <b>3,46</b>       |
|                        | Kabel 16 | 115        | 1418                | 280         | 2          | 0,0032                           | 51            | 0,0135          | 37                | <b>2,60</b>       |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7 | 23,8       | 1893                | 120         | 1          | 0,0133                           | 106           | 0,0030          | 174               | <b>9,20</b>       |

Tabelle 2.3

Bis auf zwei Ausnahmen liegt die Seilkraftänderung unter 3,5 % und kann vernachlässigt werden. Zwei Werte liegen mit 5,6 bzw. mit 9,2 % darüber. Es muss allerdings Folgendes bedacht werden:

Die bei der nichtlinearen Saitentheorie berücksichtigte Seilkraftsteigerung setzt eine in Seilrichtung unverschiebliche Lagerung voraus. Bei einer Brücke ist diese Voraussetzung jedoch nicht erfüllt, da Pylon und Überbau nachgeben. Die Seilkraftsteigerung ist sicher vorhanden, jedoch geringer, als sich aus der nichtlinearen Saitentheorie ergibt. Eine exakte Berechnung würde die Modellierung des gesamten Brückenbauwerks erfordern.

## 3. WINDINDUZIERTE SEILSCHWINGUNGEN

### 3.1. ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

Strömungen unterscheidet man nach ihren Eigenschaften in laminäre und turbulente Strömungen. Bei einer laminaren Strömung kann man sich die Bewegung des Mediums in Schichten vorstellen, die sich in gleicher Richtung mit unterschiedlicher Geschwindigkeit bewegen ohne sich zu vermischen. Bei einer turbulenten Strömung findet keine Schichtenströmung statt. Der Hauptbewegung des Mediums sind räumliche Schwankungen überlagert, es treten Wirbel auf. Wirbelbildung tritt unter anderem dann auf, wenn sich eine Strömung von einer Oberfläche ablöst.

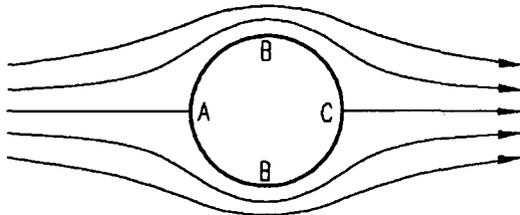


Abb. 3.1: Reibungsfrei umströmter Zylinder

Vom Staupunkt A, wo die Strömungsgeschwindigkeit null ist, bis in den Bereich des Punktes B steigt die Geschwindigkeit in der Nähe der Oberfläche, der Druck sinkt. Hinter dem Bereich B steigt der Druck wieder an. Diesem Druckanstieg kann die reibungsbehaftete Strömung in Wandnähe nicht folgen, sie löst ab. Dabei treten an der Körperoberfläche teilweise sogar Rückströmungen auf.

Die auf den Körper wirkenden Kräfte resultieren aus der Druckverteilung normal zur Oberfläche und der Reibung tangential zur Oberfläche, wobei der zweite Anteil in der Regel vernachlässigbar klein ist. Im zweidimensionalen Fall unterscheidet man Widerstandskraft, Quertriebskraft und Torsionsmoment.

$$F_D = C_D \frac{\rho_L U^2 D l}{2} \quad (3.1)$$

$$F_L = C_L \frac{\rho_L U^2 D l}{2} \quad (3.2)$$

$$F_M = C_M \frac{\rho_L U^2 D^2 l}{2} \quad (3.3)$$

Die Luftkraftbeiwerte  $C_D$ ,  $C_L$  und  $C_M$  werden in Windkanalversuchen bestimmt. Überträgt man bei der Berechnung von Windkräften im Versuch bestimmte Beiwerte auf ein Bauteil, so ist das nur möglich, wenn die Strömungen um Modell und Bauteil aerodynamisch ähnlich sind. Nach *O. Reynolds* ist die aerodynamische Ähnlichkeit immer dann gegeben, wenn die nach ihm benannte dimensionslose Zahl, die Reynoldszahl  $Re$ , von Modell und Original übereinstimmt. Für einen zylinderförmigen Körper ergibt sich die Reynoldszahl folgendermaßen:

$$Re = \frac{D \cdot U}{\nu_L} \quad (3.4)$$

Bei Körperformen ohne ausgeprägte Kanten, wie z.B. Zylinder, ist die Lage der Ablösepunkte von der Reynoldszahl abhängig.

Bei kantigen Körpern wie in Abb. 3.2a findet die Ablösung in der Regel an den Kanten statt, weil die Strömung über zu wenig Energie verfügt, um der Körperoberfläche zu folgen. Die Lage der Ablösepunkte ist also eine Eigenschaft des Querschnitts. Der Einfluss der Reynoldszahl ist in einem gewissen  $Re$ -Bereich eher gering.

Für verschiedene Reynoldszahlen verhält sich die Strömung um den Zylinder unterschiedlich. Man unterscheidet drei Bereiche. Beim glatten Zylinder ist die Strömung ungefähr für Reynoldszahlen  $50 < Re \leq 200\,000$  unterkritisch (Abb. 3.2b). Die Ablösung erfolgt vor dem Dickenmaximum und im Nachlauf des Körpers bildet sich die sogenannte *Kármán*'sche Wirbelstraße. Die Wirbelbildung erfolgt wechselseitig, daher wirken auf den Körper auch wechselseitige Kräfte. Im überkritischen Bereich bei Reynoldszahlen von  $200\,000 < Re \leq 5\,000\,000$  kommt es nach dem Ablösen zu einem Wiederanlegen der Strömung hinter dem Dickenmaximum. Bei ca.  $135^\circ$  löst sich die Strömung erneut ab, es bildet sich ein schmaler Nachlauf, in dem jedoch keine regelmäßige Wirbelbildung wie im unterkritischen Bereich beobachtet werden kann (Abb. 3.2c). Bei Reynoldszahlen  $Re > 5\,000\,000$  spricht man vom transkritischen Bereich (Abb. 3.2d). Der Nachlauf verbreitert sich und zeigt wieder eine regelmäßige Wirbelbildung.

Bei den angegebenen Zahlenwerten handelt es sich nicht um exakte Grenzen, vielmehr erfolgt der Übergang zwischen den Bereichen allmählich.

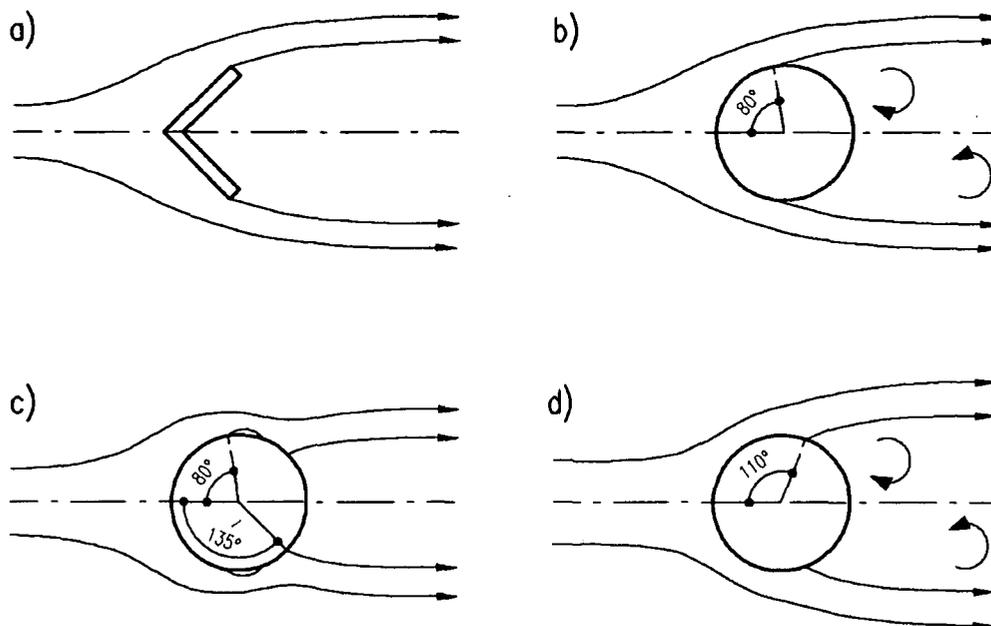


Abb.3.2: Umströmung und Ablösepunkte a - eines kantigen Körpers, b - eines glatten Zylinders bei  $50 < Re \leq 200\,000$ ; c - eines glatten Zylinders bei  $200\,000 < Re \leq 5\,000\,000$  und d - eines glatten Zylinders bei  $Re > 5\,000\,000$

Der Luftkraftbeiwert  $C_L$  weist beim Zylinder nur geringe Beträge mit wechselndem Vorzeichen auf. Diese entstehen infolge Wirbelbildung und damit zusammenhängenden Schwankungen in der Lage der Ablösepunkte. Der Verlauf des Beiwertes  $C_D$  bei zunehmender Reynoldszahl ist in Abb. 3.3 für verschiedene Oberflächenrauigkeiten des Zylinders dargestellt. Man erkennt deutlich, dass nur für niedrige Reynoldszahlen im Sinne der Gleichung (3.1) ein Plateau vorhanden ist. Vergleicht man das Diagramm mit den Abbildungen 3.2b bis 3.2d, so erkennt man, dass  $C_D$  näherungsweise proportional zur Breite des Nachlaufs ist.

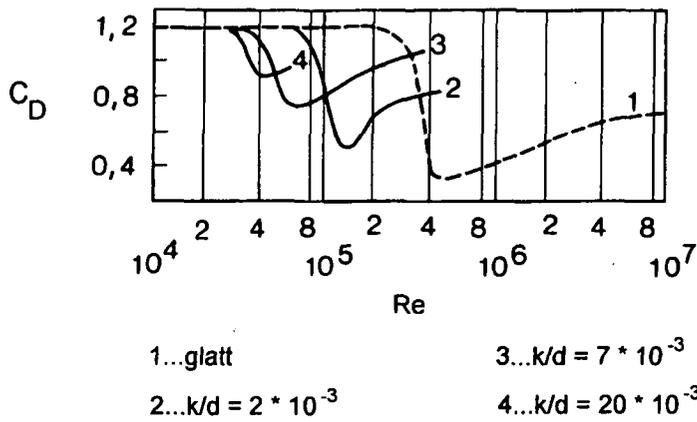


Abb. 3.3: Verlauf von  $C_D$  in Abhängigkeit von der  $Re$  für unterschiedliche Rauigkeiten nach [10]

Der Einfluss der Turbulenz ist ähnlich dem der Rauigkeit. Ein zunehmender Turbulenzgrad wirkt qualitativ wie eine zunehmende Rauigkeit bis ungefähr zu einem Wert von 6 %. Eine weitere Steigerung des Turbulenzgrades verhält sich entsprechend einer abnehmenden Rauigkeit. Die Ursache ist, dass eine zunehmende Turbulenz einerseits in ihrer Wirkung auf die Grenzschicht den Beiwert  $C_D$  verkleinert, andererseits in ihrer Wirkung auf den Nachlauf den Beiwert  $C_D$  vergrößert. Ab einem Turbulenzgrad von 6 % überwiegt der zweite Einfluss. Wie der Einfluss der Rauigkeit ist auch der Einfluss der Turbulenz im unterkritischen Bereich gering.

### 3.2. WIRBELINDUZIerte SEILSCHWINGUNGEN

Wirbelinduzierte Schwingungen werden häufig bei Bauteilen mit rundem Querschnitt, wie zum Beispiel bei Schornsteinen, beobachtet. Sie können jedoch auch bei kantigen Querschnitten auftreten. Ursache ist eine regelmäßige und wechselseitig stattfindende Ablösung von Wirbeln an den Seiten des angeströmten Körpers. Der Körper wird im Rhythmus der Ablösefrequenz pulsierenden Kräften ausgesetzt, die eine Schwingung quer zur Windrichtung auslösen können. Das geschieht am effizientesten genau dann, wenn die Ablösefrequenz in der Nähe einer Eigenfrequenz des Bauteils liegt. Wirbelinduzierte Schwingungen sind also reine Resonanzschwingungen. Die Ablösefrequenz  $f_A$  ist abhängig von der Anströmgeschwindigkeit  $U$ , dem Zylinderdurchmesser  $D$  und der Strouhalzahl  $S$ , die wiederum eine Funktion der Reynoldszahl ist.

$$f_A = \frac{S(\text{Re}) \cdot U}{D} \quad (3.5)$$

Zur Größe der Strouhalzahl gibt es zahlreiche Veröffentlichungen (siehe hierzu [10] Kap. 4). Für praktische Anwendungen, z.B. zur Unterscheidung von Regen-Wind-induzierten Schwingungen, kann sie jedoch mit 0,20 für den unterkritischen Bereich und mit 0,23 für den transkritischen Bereich angenommen werden. Im überkritischen Bereich gibt es keine regelmäßige wechselseitige Wirbelablösung.

Übliche Außendurchmesser von Kabeln bei Schrägseilbrücken liegen zwischen 110 mm und 300 mm. Durchmesser von Bogenbrückenhängern, wo Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet wurden, liegen ungefähr bei 100 mm. In Tabelle 3.1 sind für den unterkritischen

Bereich Wirbelablösefrequenzen in Abhängigkeit von Kabeldurchmesser und Windgeschwindigkeit dargestellt. Die Bereiche, wo Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet wurden, sind grau hinterlegt. Die Ablösefrequenzen der Wirbel liegen deutlich über den für Regen-Wind-induzierte Schwingungen üblichen Frequenzen von 0,5 bis 3 Hz. Die Anregung durch Wirbelablösung erfolgt daher in höheren Eigenformen, in der Regel ab der fünften Eigenform aufwärts [68]. Entsprechend klein sind auch die auftretenden Schwingungsamplituden, sie liegen oft nur im Bereich von wenigen Millimetern.

| Wirbelablösefrequenzen $f_A$ [Hz] bei Brückenkabeln |                           |     |    |      |    |      |    |      |    |      |    |
|---|---------------------------|-----|----|------|----|------|----|------|----|------|----|
| Durchmesser<br>[mm]                                 | Windgeschwindigkeit [m/s] |     |    |      |    |      |    |      |    |      |    |
|   | 5                         | 7,5 | 10 | 12,5 | 15 | 17,5 | 20 | 25,0 | 30 | 35,0 | 40 |
| 80  | 13                        | 19  | 25 | 31   | 38 | 44   | 50 | 63   | 75 | 88   | -  |
| 100   | 10                        | 15  | 20 | 25   | 30 | 35   | 40 | 50   | -  | -    | -  |
| 120   | 8                         | 13  | 17 | 21   | 25 | 29   | 33 | -    | -  | -    | -  |
| 140   | 7                         | 11  | 14 | 18   | 21 | 25   | 29 | -    | -  | -    | -  |
| 160   | 6                         | 9   | 13 | 16   | 19 | 22   | -  | -    | -  | -    | -  |
| 180   | 6                         | 8   | 11 | 14   | 17 | -    | -  | -    | -  | -    | -  |
| 200   | 5                         | 8   | 10 | 13   | -  | -    | -  | -    | -  | -    | -  |
| 220   | 5                         | 7   | 9  | 11   | -  | -    | -  | -    | -  | -    | -  |
| 240   | 4                         | 6   | 8  | -    | -  | -    | -  | -    | -  | -    | -  |
| 260   | 4                         | 6   | 8  | -    | -  | -    | -  | -    | -  | -    | -  |
| 280   | 4                         | 5   | 7  | -    | -  | -    | -  | -    | -  | -    | -  |
| 300   | 3                         | 5   | -  | -    | -  | -    | -  | -    | -  | -    | -  |

Tab. 3.1: Wirbelablösefrequenzen im Bereich unterkritischer Reynoldszahlen

### 3.3. GALLOPING-INDUZIERTE SEILSCHWINGUNGEN

Gallopung-induzierte Schwingungen sind bereits seit langem bekannt und wurden zuerst an vereisten Freileitungen beobachtet. Weil der zugrundeliegende Anregungsmechanismus dem der Regen-Wind-induzierten Schwingung ähnlich ist, ja diese näherungsweise bei Berechnungen als solche behandelt werden können, soll ausführlicher auf diese Anregungsform eingegangen werden.

Im Unterschied zu wirbelinduzierten Schwingungen, die ein Resonanzproblem sind, handelt es sich beim Galloping um eine Form von Instabilität, oft auch als selbstinduzierte Schwingung oder bewegungsinduzierte Schwingung bezeichnet. Im Folgenden soll dieses Phänomen zunächst einmal anschaulich erklärt werden.

Betrachtet man einen Kreiszyylinder, der mit einer Störung in Form einer Anfangsgeschwindigkeit versehen wird, so ergibt die vektorielle Addition von Windgeschwindigkeit und Anfangsgeschwindigkeit eine relative Anströmrichtung. Dabei verschieben sich die Ablösepunkte an der Oberseite und Unterseite um das gleiche Maß, so dass die auf den Zylinder wirkenden Kräfte nur gedreht werden. Die in Richtung des Systemfreiheitsgrades zeigende Komponente ist der Anfangsgeschwindigkeit entgegen gerichtet und nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit ebenfalls zu (positive Ableitung). Es kann zu keiner Anregung kommen.

Haftet jedoch ein Eisansatz am Zylinder, so bilden sich definierte Ablösekannten. Die Ablösepunkte können sich nicht mehr um das gleiche Maß verschieben und es entsteht eine veränderte Druckverteilung, die eine quer zur Windrichtung gerichtete Kraft erzeugt. Eine Anregung findet dann statt, wenn die durch eine Vergrößerung der Anfangsgeschwindigkeit

entstehende Differenzkraft auch in Richtung der Anfangsgeschwindigkeit zeigt (negative Ableitung).

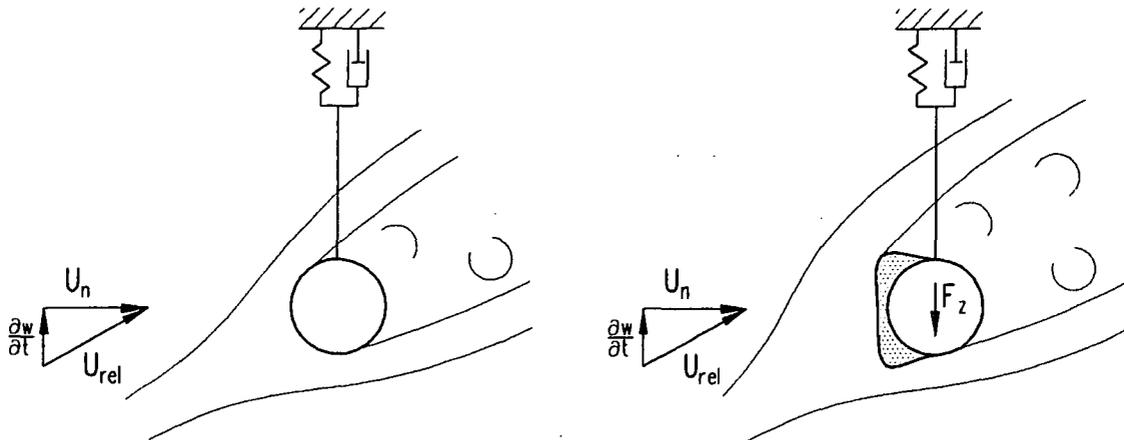


Abb. 3.4: Unvereister und vereister Seilquerschnitt

Grundlage einer analytischen Berechnung sind Luftkraftbeiwerte, die für verschiedene Arten der Vereisung unter anderem von *Richardson* in [75] angegeben werden. Eindimensionales Galloping wurde zum ersten Mal 1936 von *Den Hartog*, später dann von *Parkinson* und *Brooks* [72] theoretisch behandelt. Es müssen entweder die Beiwerte  $C_D(\gamma)$  und  $C_L(\gamma)$  oder alternativ der bereits auf den Freiheitsgrad des Systems bezogene Beiwert  $C_z(\gamma)$  vorhanden sein.

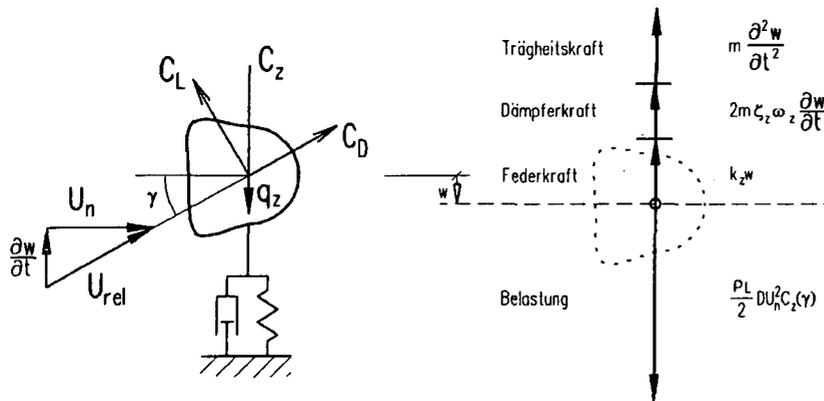


Abb. 3.5: Definition der Luftkraftbeiwerte und einwirkende Kräfte

Die Differentialgleichung ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht im Bewegungszustand. Die einwirkende Schwerkraft wird nicht berücksichtigt, weil die Schwingung um die statische Ruhelage betrachtet wird. Wenn nur die Frage beantwortet werden soll, ob es zu einer Anregung kommt, und wenn die Möglichkeit einer harten Anregung ausgeschlossen wird, ist nur die Änderung der Belastung interessant. Die rechte Seite wird in eine Reihe entwickelt, bei der nur der lineare Ausdruck berücksichtigt wird.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\zeta_z \omega_z \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_z^2 w = \frac{\rho_L}{2m} D U_n^2 \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=0} \cdot \gamma \quad (3.6)$$

Der Beiwert  $C_z(\gamma)$  lässt sich über die Winkelfunktionen durch  $C_L(\gamma)$  und  $C_D(\gamma)$  ausdrücken. Durch Voraussetzung von einem kleinen Winkel  $\gamma$  erhält man eine vereinfachte Beziehung. Für  $\gamma$  selbst wird der Tangens statt des Winkels verwendet.

$$C_z = -C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma \approx -(C_L + C_D \gamma) \quad (3.7)$$

$$\gamma = \text{atan} \left( \frac{\partial w}{\partial t} \frac{1}{U_n} \right) = \frac{\partial w}{\partial t} \frac{1}{U_n} \quad (3.8)$$

Durch Ableiten und Einsetzen in (3.6) ergibt sich eine auf  $C_L$  und  $C_D$  bezogene Differentialgleichung.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\zeta_z \omega_z \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_z^2 w = -\frac{\rho_L}{2m} D U_n^2 \left( \frac{\partial C_L}{\partial \gamma} + C_D \right) \Big|_{\gamma=0} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} \frac{1}{U_n} \quad (3.9)$$

Die rechte Seite ist wie die Dämpfung von der Geschwindigkeit abhängig und wird daher auch als aerodynamische Dämpfung oder Luftdämpfung bezeichnet. Damit es zu einer Anregung kommt, muss die rechte Seite positiv sein und groß genug, dass die mechanische Dämpfung aufgehoben wird. Der Beiwert  $C_D$  ist immer positiv. Ein Vorzeichenwechsel kann daher nur durch die Ableitung von  $C_L$  erfolgen.

Durch Vernachlässigung der mechanischen Dämpfung erhält man das bereits schon 1936 von *Den Hartog* veröffentlichte und nach ihm benannte Kriterium für das Eintreten einer Gallopinginstabilität.

$$\left( \frac{\partial C_L}{\partial \gamma} + C_D \right) \leq 0 \quad (3.10)$$

Das Kriterium ist eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für das Auftreten einer Gallopinganregung. Es zeigt zwar an, dass ein Energieeintrag stattfinden kann, enthält aber keine Aussage über die Fähigkeit des Systems, Energie abzugeben. Außerdem wurde die Möglichkeit einer harten Anregung nicht berücksichtigt.

Später wurde das Kriterium von *Kathleen* und *Jones* in [78] für den Schwinger mit horizontalem und vertikalem Freiheitsgrad erweitert.

$$\left( \frac{\partial C_L}{\partial \gamma} + C_D \right) + \frac{1}{2} \left( C_D - \frac{\partial C_L}{\partial \gamma} \right) \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 + 8 C_L \frac{\frac{\partial C_D}{\partial \gamma} - C_L}{\left( C_D - \frac{\partial C_L}{\partial \gamma} \right)^2}} \right] \leq 0 \quad (3.11)$$

Zur Berücksichtigung der Drehschwingung, welche bei vereisten Freileitungen einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss hat, muss neben Widerstandsbeiwert und Quertriebsbeiwert auch der Momentenbeiwert  $C_M$  bekannt sein.

Von den zahlreichen Veröffentlichungen über die Anwendung der Gallopingtheorie auf Freileitungen sollen nur die aktuellsten genannt werden. Bei der heutzutage üblichen Formulierung der Differentialgleichung mit drei Freiheitsgraden wird stets die Methode der finiten Elemente als Hilfsmittel herangezogen.

*Desai* beschäftigt sich in [79], [80] und [81] mit der Modellierung aller drei Freiheitsgrade. Die Umsetzung erfolgt mittels FEM unter Verwendung von Seilelementen.

Die Dissertation von *Büche* [28] sowie die Veröffentlichungen [76] und [77] beschäftigen sich mit einer Modellierung durch Fachwerkelemente und Balkenelemente. *Groß* verwendet in [29] ebenfalls Balkenelemente. Beide Autoren berücksichtigen alle drei Freiheitsgrade. Über den Einfluss der Schräganströmung auf die Gallopinginstabilität berichtet 1975 *Skarecky* [74]. Wenn man die Strömung in einen normal und einen längs zum Seil verlaufenden Anteil zerlegt, so würde der längs zum Kabel verlaufende Anteil ebenfalls Grenzschichtbildung und Ablösung bewirken. Einige von *Skarecky* zitierte Veröffentlichungen berichten von einer unter bestimmten Voraussetzungen vorhandenen unabhängigen Ablösung der Normalströmung. Durch deren Auswertung gehen sie davon aus, dass der Einfluss der Längsströmung beim Galloping vernachlässigbar ist. Bei allen o.g. Untersuchungen von Gallopingsschwingungen an Freileitungen wird auf diese These aufgebaut. Unter der Bezeichnung „Streifentheorie“ wird sie auch im Flugzeugbau bei der Berechnung von pfeilförmigen Tragflächen zugrunde gelegt. Der Einfluss der Turbulenz wurde u.a. 1974 von *Novak* und *Tanaka* am Rechteckquerschnitt und am Halbkreisquerschnitt untersucht [73]. Ein zunehmender Turbulenzgrad kann die Tendenz zum Galloping abschwächen, aber auch verstärken.

### 3.4. INTERFERENZ-INDUZIERTE SEILSCHWINGUNGEN

Als Interferenz- induzierte Schwingungen bezeichnet man Schwingungen, die durch die gegenseitige Beeinflussung zweier Bauteile entstehen, während das Einzelbauteil nicht schwingungsgefährdet ist. Die Ursache kann sowohl eine regelmäßige oder stochastische Nachlauferturbulenz als auch eine Selbstanregung sein. Im ersten Fall spricht man von Buffeting, im zweiten Fall von Interferenzgalloping.

Liegt ein Kabel ganz oder zum Teil im Nachlauf eines anderen Kabels oder des Pylonen, so kann es durch dessen Wirbel zu Schwingungen angeregt werden. Dabei muss das vordere Bauteil nicht selbst schwingen, da dessen Eigenfrequenz eine andere sein kann.

Bei dem im Nachlauf liegenden Kabel selbst ist auch der Strömungsvorgang ein anderer. Das äußert sich u.a. in einer veränderten Strouhalzahl. Nach [11] kann die Störung ab einem Verhältnis von  $a/D = 15$  als abgeklungen betrachtet werden. Für übliche Kabeldurchmesser bei Schrägseilbrücken wäre das ein Abstand von 2 m bis 3,50 m. Eine direkte Untersuchung der Stabilitätsgrenzen eines Zylinders im Nachlauf eines anderen wurde von *Cooper* [84] durchgeführt. Für die bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen üblichen Windgeschwindigkeiten von unter 15 m/s wäre demnach ab  $a/D = 35$  keine Beeinflussung mehr vorhanden, was einem Schrägseilabstand von 5 bis 8 m entspricht.

Bei einem Verhältnis von  $a/D \leq 3$  besteht die Möglichkeit des Interferenzgalloping. Abb. 3.6 zeigt ein Kabel im Nachlauf eines anderen. Wird durch eine Störung oder durch eine veränderte Windrichtung ein kritischer Winkel  $\alpha$  überschritten, so schlägt die Strömung um. Infolge des geringeren Drucks auf der einen Seite des Körpers, erkennbar an den mit geringerem Abstand verlaufenden Stromlinien, wird eine Kraft  $F_z$  erzeugt, die den Körper auf die andere Seite auslenkt, worauf der Vorgang erneut beginnt.

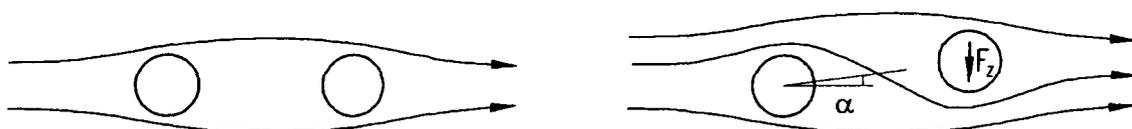


Abb. 3.6: Interferenzgalloping

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass bei Verwendung von Einzelkabeln bei Schrägseilbrücken eine Anregung durch gegenseitige Beeinflussung meist ausgeschlossen werden kann, da die Kabelabstände üblicherweise zu groß sind. Möglich ist eine Anregung durch die Wirbelschlepe des Pylonen, was z.B. bei den Kabelschwingungen an der Köhlbrandbrücke in Hamburg als Ursache vermutet wird [82]. Bei der Verwendung von Kabelbündeln kann es selbstverständlich zu einer Interferenzanregung, insbesondere zu Interferenzgalloping kommen.

### **3.5. BÖENINDUZIERTER SEILSCHWINGUNGEN**

Böeninduzierte Seilschwingungen entstehen durch stochastische Schwankungen der Windgeschwindigkeit, die wiederum eine Folge der Turbulenz der atmosphärischen Grenzschicht sind. Das Schrägseil wird durch den statischen Anteil der Windgeschwindigkeit ausgelenkt und schwingt dann um die ausgelenkte Lage. Je näher die stochastischen Schwankungen einer der Eigenfrequenzen liegen, desto heftiger sind die Schwingungen. Böeninduzierte Schwingungen verhalten sich unregelmäßig. Auch liegen die Amplituden unterhalb der Größenordnung, wie sie bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen beobachtet worden sind, weil kein regelmäßiger Energieeintrag stattfindet.

### **3.6. FUSSPUNKTERREGTE SEILSCHWINGUNGEN**

Seilschwingungen infolge harmonischer Fußpunktverschiebung können durch Galloping oder Flattern des Brückenüberbaus oder des Pylonen verursacht werden. Für das Auftreten ist Voraussetzung, dass ein Energieeintrag in das Seil stattfinden kann, d.h. Seil und Überbau bzw. Pylon müssen in mindestens einer Eigenfrequenz übereinstimmen. Ist das der Fall und die Schwingung ist zufällig auch in Verbindung mit Regen aufgetreten, so kann eine Unterscheidung von einer Regen-Wind-Anfachung nur durch die genaue Untersuchung der Brücke auf Flattern oder Galloping erfolgen.

### **3.7. REGEN-WIND-INDUZIERTER SEILSCHWINGUNGEN**

#### **3.7.1. ÜBERBLICK UND LITERATURANGABEN**

Als Erster berichtete *Y. Hikami* 1986 in einer japanischen Fachzeitschrift über Regen-Wind-induzierte Schwingungen, die an der Meikonishi Brücke in Japan während der Bauphase aufgetreten sind. Zwei Jahre später erfolgte gemeinsam mit *N. Shiraishi* erneut eine englischsprachige Veröffentlichung [34]. An der Brücke selbst wurden Beobachtungen und Messungen durchgeführt. Die Autoren stellten fest, dass an der Oberfläche schwingender Kabel Rinnsale entlang laufen, die mit der Kabelbewegung in Umfangsrichtung oszillieren. In anschließenden Windkanalversuchen konnte das Phänomen reproduziert werden. Anhand der Beobachtungen der auftretenden Amplituden im Verhältnis zur Geschwindigkeit wurde ein dem Galloping ähnlicher Anregungsmechanismus vermutet.

*H.E. Langsø* und *O.D. Larsen* berichten 1987 in [35] über Regen-Wind-induzierte Schwingungen, die an der Farø Brücke in Dänemark aufgetreten sind. Sie beobachteten ähnliche Anströmwinkel und Windgeschwindigkeiten wie *Hikami* bei der Meikonishi Brücke.

Angeregt durch die Erkenntnisse von *Hikami* entwickelte *H. Yamaguchi* 1990 in [37] ein erstes analytisches Modell zur Berechnung Regen-Wind-induzierter Schwingungen. Dabei versuchte man bereits zu berücksichtigen, dass die Rinnsale auf dem Querschnittsumfang beweglich sind. Das zur Berechnung von Gallopingsschwingungen vereister Freileiter verwendete Modell wurde entsprechend modifiziert. Zur Ermittlung der Luftkraftbeiwerte wurden Windkanalversuche an einem Kreisquerschnitt mit künstlichem, d.h. aus festem Material bestehenden, Rinnsal durchgeführt.

Im selben Jahr berichtete auch *M. Matsumoto* in [36] über Windkanalversuche, die an Versuchskörpern unterschiedlicher Größe und Oberflächenrauigkeit durchgeführt wurden. Dabei konnten sowohl mit als auch ohne Regen Schwingungen beobachtet werden, die nicht allein durch Resonanzeffekte infolge Wirbelablösung entstanden sein konnten. Weil die Schwingungen ohne Regen an geneigten Zylindern auftraten, wurde entweder eine durch die Schräganströmung erzeugte Axialströmung entlang des Kabels oder eine besondere Art von Wirbelbildung als Ursache vermutet. In einer Reihe von weiteren Veröffentlichungen in [38], [41], [45], [46] und [67] versucht *Matsumoto* daraufhin, diese These zu untermauern. *A. Honda* und *T. Yamanaka* berichten in [40] ebenfalls über Schwingungserscheinungen, die bei Windkanalversuchen ohne Regen an geneigten Zylindern beobachtet wurden. Jedoch wird von *Matsumoto* auch die Querschnittsänderung infolge eines Rinnsals als Ursache bestätigt. Durch Windkanalversuche an einem Modell mit künstlichem Rinnsal wurden ebenfalls Luftkraftbeiwerte bestimmt und veröffentlicht in [45] und [46].

Im Rahmen der Planung der Normandiebrücke in Frankreich führte *O. Flamand* Windkanalversuche zu Regen-Wind-induzierten Schwingungen durch, veröffentlicht in [39] und [47]. Ziel war es, bereits im Voraus Möglichkeiten zur Verhinderung zu prüfen. Dabei wurde besonders der Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit des Kabels untersucht. Man stellte fest, dass durch die Gestaltung der Kabeloberfläche die Bildung von Rinnsalen unterdrückt werden kann. Ähnliche Versuche mit unterschiedlichen Oberflächen wurden auch von *H. Kobayashi* und *Y. Minami* durchgeführt, beschrieben in [44]. *Flamand* veröffentlicht im Jahre 2001 in [64] erneut über im Rahmen der Planung der Rion- Antirion Brücke durchgeführte Windkanalversuche. Dabei wurden Druckverteilung und Wasserschichtdicke in Umfangsrichtung direkt gemessen.

Angeregt durch Schwingungen an der Erasmusbrücke in Rotterdam beschäftigten sich *C.P.W. Geurts* und *P.C. van Staalduinen* mit Regen-Wind-induzierte Schwingungen. Dabei wurde ein analytisches Modell entwickelt, das zunächst zur Dämpferbemessung bei der Erasmusbrücke angewendet wurde, später aber in verbesserter Form auch zur Vorhersage an zwei weiteren Brücken diente. Beschrieben wird das Modell, welches auf den von *Matsumoto* ermittelten Luftkraftbeiwerten basiert, in [56] und [59]. Weitere Informationen über die Schwingungen an der Erasmusbrücke und den getroffenen Gegenmaßnahmen findet man in [57] und [61].

Alle bisher zitierten Veröffentlichungen beziehen sich auf Regen-Wind-induzierte Schwingungen an mäßig geneigten Kabeln. Da jedoch auch an den nahezu vertikalen Hängern einer Bogenbrücke derartige Schwingungen auftraten, wurden von *H. Ruscheweyh* und *C. Verwiebe* erneut Windkanalversuche durchgeführt, mit dem Ergebnis, dass weitere Anregungsformen infolge von Rinnsalen entdeckt wurden. Die Veröffentlichung erfolgte erstmalig 1995 in [43], später dann in [49][50][52][53][54][55] und [62].

Windkanalversuche mit Rinnsalen aus dünnflüssigem Öl statt Wasser wurden von *A. Bosdogianni* und *D. Olivari* durchgeführt und in [48] veröffentlicht. Dabei wurde, anders als bei den Versuchen von *Matsumoto*, die Notwendigkeit von Rinnsalen an der Querschnittsoberfläche bestätigt. Weiterhin wurden Versuche mit künstlichen Rinnsalen durchgeführt. Dabei stellte man fest, dass deren Vorhandensein zur Anfachung einer Schwingung notwendig ist, deren Form jedoch kaum eine Rolle spielt.

Seit 1997 wurden an drei amerikanischen Brücken von *J. A. Main* und *N. P. Jones* ausführliche Langzeitmessungen vorgenommen, um weitere Erkenntnisse zu erhalten. Dabei installierte man über einen Zeitraum von mehr als einem Jahr je eine Messeinrichtung. Aufgezeichnet wurden die anfallende Regenmenge, Windrichtung und Windstärke sowie die Beschleunigungen an Kabeln und Überbau. Der Messvorgang wurde automatisch ausgelöst, sobald an den Kabeln eine bestimmte Beschleunigung überschritten wurde. Erste Ergebnisse sind in [60], [63], [65] und [68] veröffentlicht.

### 3.7.2. EIGENSCHAFTEN REGEN-WIND-INDUZIERTER SCHWINGUNGEN

Regen-Wind-induzierte Schwingungen, die an Bauwerken sowohl im Bauzustand als auch im Endzustand aufgetreten sind, werden in der Fachliteratur seit 1986 häufig erwähnt. Es gibt zwar Hinweise, dass schon früher beobachtete Schwingungen auf diese Form der Anregung zurückzuführen sind, jedoch war damals die Rolle des Regens und damit der ganze Anregungsmechanismus nicht bekannt. Wie beim Galloping von Freileitungen ist die Ursache ein aeroelastisch instabiler Querschnitt, nur dass dieser nicht durch Eisansatz, sondern durch am Querschnitt entlanglaufende Wasserrinnsale entsteht. Als weitere Besonderheit kommt hinzu, dass die Rinnsale nicht wie ein Eisansatz fest am Querschnitt haften, sondern sich in Umfangsrichtung bewegen. Dadurch kommt es zu einem über die Schwingungsperiode veränderlichen Querschnitt.

#### Beschaffenheit der Schrägseile

Alle in der oben stehenden Literatur beschriebenen Fälle von Regen-Wind-induzierten Schwingungen bei Schrägseilbrücken wurden an durch Kunststoffrohre ummantelten Litzenbündeln beobachtet. Bei diesen Kabeln werden Litzen parallel in einem Polyethylenrohr angeordnet. Die Zwischenräume werden mit Epoxid- oder Zementmörtel, Wachs, Fett oder bei Verwendung von Monolitzen überhaupt nicht injiziert. Letztere Variante hat den Vorteil, dass einzelne Litzen nachträglich ausgetauscht werden können. Weitere Informationen können dem Anhang A entnommen werden.

Derartige Schrägseile werden erst seit Mitte der 80er Jahre eingesetzt. Bald darauf erschienen die ersten Berichte über Regen-Wind-induzierte Schwingungen. Im Gegensatz zu den früher verwendeten vollverschlossenen Spiralseilen, die schraubenförmig verlaufende Rillen aufweisen, ist die PE-Rohroberfläche vollkommen glatt. Daher können sich ungestört Rinnsale ausbilden, die an dem Kabel hinunterlaufen.

*Flamand* beschreibt in [47] Versuche mit PE-Rohroberflächen in unterschiedlichem Zustand, z.B. fabrikneu und unbehandelt und mit Öl oder Ruß versehen. Dabei konnte nur das mit Ruß versehene Rohr zu Schwingungen angeregt werden.

Die Oberfläche eines fabrikneuen Rohres kann also ausreichend wasserabweisend sein, dass die Ausbildung der Rinnsale beeinträchtigt wird. Es muss jedoch davon ausgegangen werden, dass die unmittelbar nach dem Einbau beginnende Verschmutzung bald die nötige Haftung verschafft, so dass es zu Regen-Wind-induzierten Schwingungen kommen kann.

Hänger von Stabbogenbrücken bestehen meist aus Vollstahl mit glatter beschichteter Oberfläche, so dass sich ebenfalls Rinnsale ausbilden können. Ein ausreichend glatte, jedoch nicht wasserabweisende Oberfläche ist eine Voraussetzung für die Anfachung Regen-Wind-induzierter Schwingungen.

Neigungswinkel, Anströmrichtung und Einfluss der Regenmenge

Zur Beschreibung des Seilneigungswinkels  $\alpha$  und des Windanströmwinkels  $\beta$  im Rahmen dieser Arbeit soll zunächst folgenden Definition eingeführt werden.

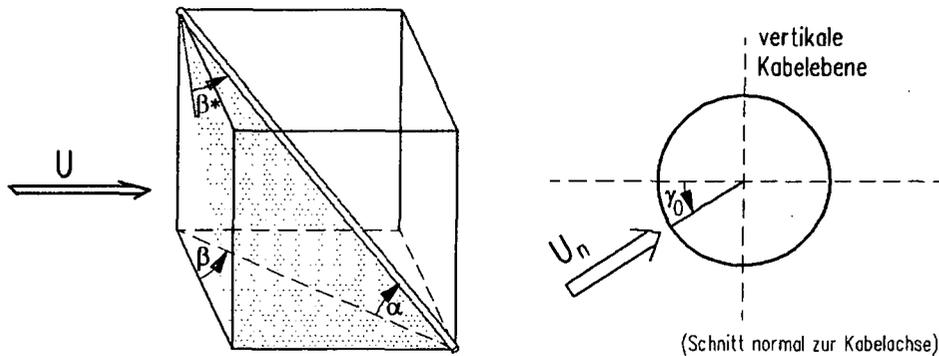


Abb. 3.7: Definition der Winkel zur Beschreibung der geometrischen Verhältnisse

Der Winkel  $\beta^*$  ist der Schräganströmwinkel des Seils, mit dessen Hilfe sich die Strömung in einen zum Kabel normalen und axialen Anteil  $U_n$  und  $U_a$  zerlegen lässt.

$$\beta^* = \text{asin}(\cos \alpha \cdot \sin \beta) \tag{3.12}$$

Der Anteil  $U_n$  umströmt den Zylinder wie in Kapitel 3.1.1 beschrieben und verursacht die Luftkräfte Widerstandskraft, Quertriebskraft und Torsionsmoment. Die Kräfte infolge des Anteils  $U_a$  in Längsrichtung des Kabels sind generell für alle  $\beta^*$  sehr klein und werden vernachlässigt. Diese bei Gallopingberechnungen übliche und bewährte Vorgangsweise soll wegen der Ähnlichkeit in der Anfachung und wegen fehlender Untersuchungen bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen im Rahmen dieser Arbeit auch auf diese angewendet werden.

Der Anströmwinkel  $\beta$  kann auch negative Werte annehmen, in diesem Fall wird auch  $\beta^*$  negativ.

Der Windangriffswinkel  $\gamma_0$  beschreibt die Richtung des Windeinfalls auf das Kabel in Bezug auf die horizontale Kabelebene. In Abb. 3.7 sind aus der Anschauung heraus drei Werte für  $\gamma_0$  ersichtlich:

- für  $\beta = 0^\circ$  folgt  $\gamma_0 = 0^\circ$
- für  $\beta = -90^\circ$  folgt  $\gamma_0 = -90^\circ$
- für  $\beta = 90^\circ$  folgt  $\gamma_0 = 90^\circ$

Die in der Literatur von *Matsumoto* [45] und von *Geurts* [59] angegebenen Beziehungen sind nur in der Umgebung von  $\beta = 0^\circ$  verwendbar, da sie die beiden letzten Bedingungen

nicht erfüllen. Es wird deshalb im Rahmen dieser Arbeit folgende Bestimmungsgleichung verwendet:

$$\gamma_0 = \text{acos} \left[ \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}} \right] \quad (3.13)$$

Dabei muß  $\gamma_0$  stets das gleiche Vorzeichen wie  $\beta$  aufweisen. Abbildung 3.8 zeigt die Verläufe der Beziehungen für  $\gamma_0$  im Vergleich.

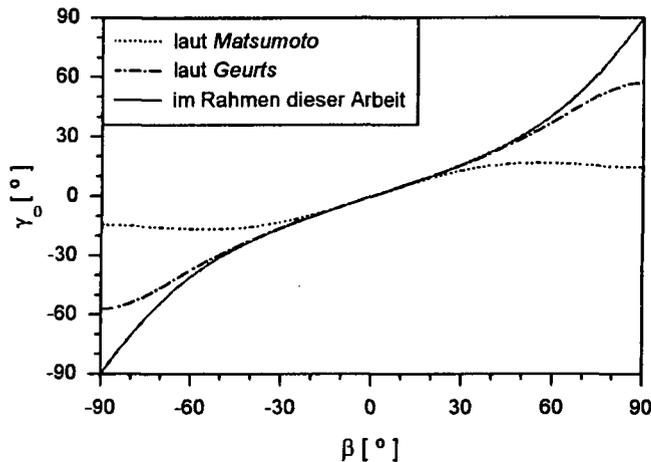


Abb. 3.8: Windangriffswinkel am Kabel für  $\alpha = 30^\circ$

Um die Bildung von am Seil entlanglaufenden Rinsalen zu ermöglichen, muss das Seil geneigt sein. Beim horizontal verlaufenden Seil würde das Wasser direkt abtropfen. In dem folgenden Diagramm sind an Brücken aufgetretene Fälle von Regen-Wind-induzierten Schwingungen bezüglich des Neigungswinkels  $\alpha$  und des Windanströmwinkels  $\beta$  dargestellt.

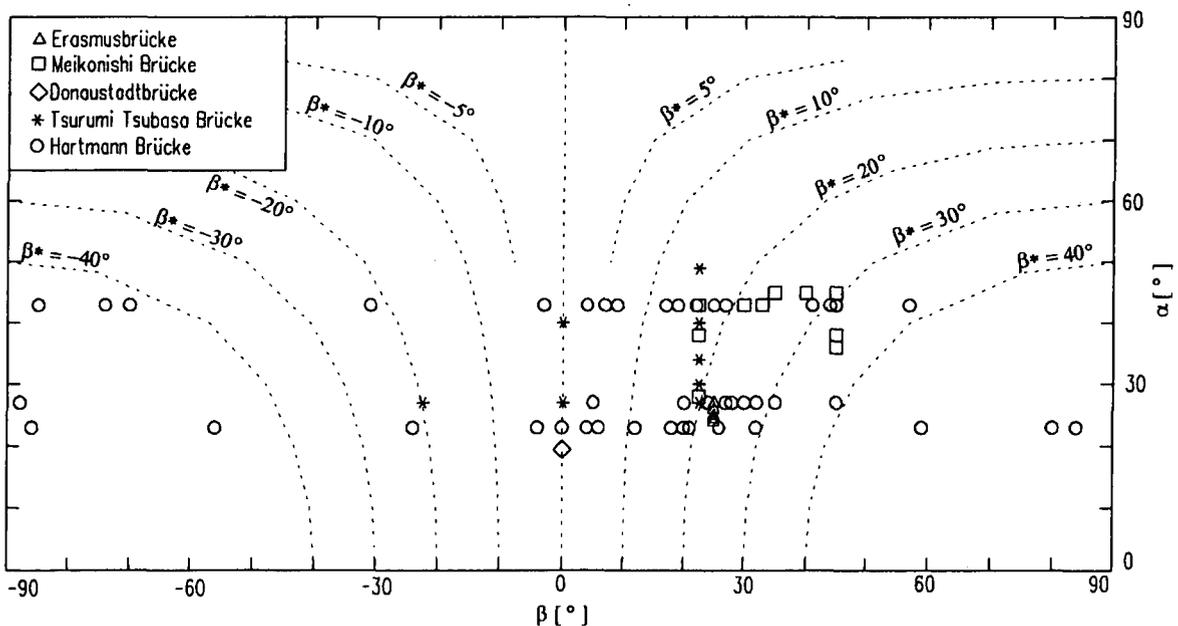


Abb. 3.9: Seilneigung  $\alpha$  und Anströmwinkel  $\beta$  bei Beobachtungen an Brücken

Das Diagramm repräsentiert alle der oben stehenden Literatur entnehmbaren Ereignisse (siehe auch Anhang A). Alle Seilneigungen liegen zwischen  $\alpha = 20^\circ$  und  $\alpha = 50^\circ$ . Nicht

dargestellt sind die an den Hängern der Elbebrücke Dömitz aufgetretenen Schwingungen, weil in diesen Fällen der genaue Windanströmwinkel nicht bekannt ist. Die Hänger haben dort eine Neigung von  $\alpha = 79,2^\circ$  und zeigen, dass Regen-Wind-induzierte Schwingungen auch an nahezu vertikalen Bauteilen auftreten können. Jedoch ist der Schwingungsmechanismus bei derartig großen  $\alpha$  ein anderer (siehe Kap. 3.7.3). Die Anströmwinkel bei der Meikonishi Brücke, bei der Erasmusbrücke und bis auf eine Ausnahme auch bei der Tsurumi Tsubasa Brücke lagen zwischen  $\beta = 0^\circ$  und  $\beta = 45^\circ$ . Auch bei Versuchen konnten meist nur in Windrichtung fallende Modelle mit  $\alpha > 0^\circ$  und  $\beta > 0^\circ$  zu Schwingungen angeregt werden (Abb. 3.10). Daher gehen viele Autoren davon aus, dass nur bei Kabeln, die quer zur Windrichtung oder in Windrichtung fallend geneigt sind, d.h. wo  $\beta \geq 0$  ist, eine Anfachung durch Regen und Wind stattfinden kann. Die axiale Windkomponente  $U_a$  ist dann in Fließrichtung der Rinnsale gerichtet.

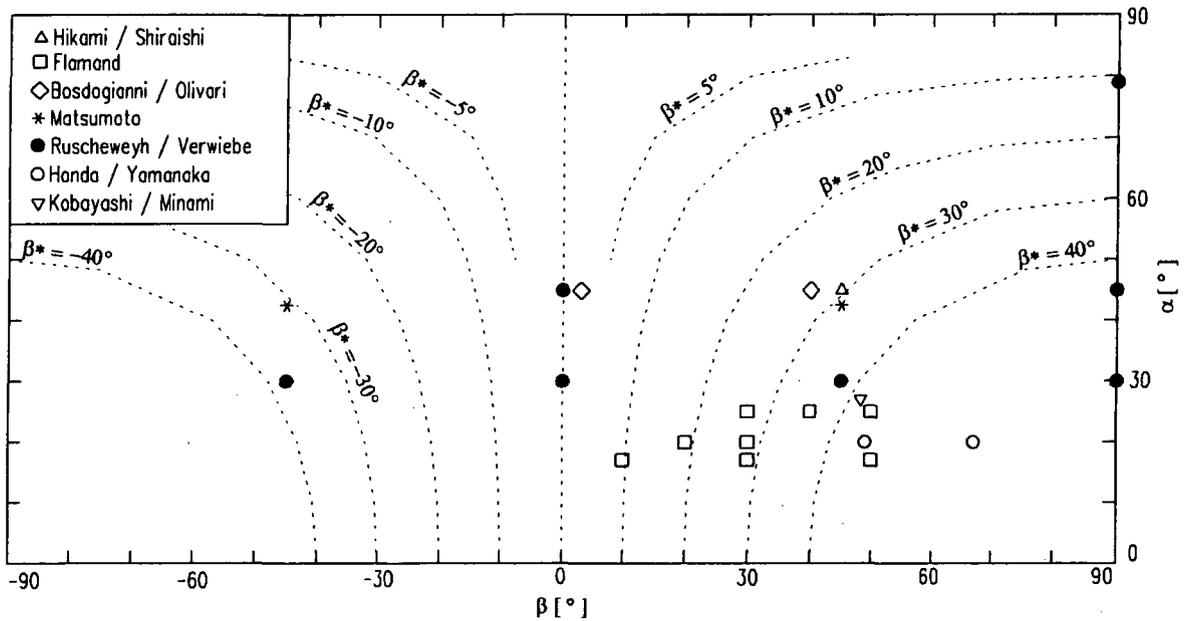


Abb. 3.10: Seilneigung  $\alpha$  und Anströmwinkel  $\beta$  bei Beobachtungen im Windkanalversuch

Bei den Langzeitmessungen an der Hartman Brücke (in [60] dokumentiert), zeigte sich jedoch, dass auch bei negativen Winkeln  $\beta$  bzw.  $\beta^*$  Regen-Wind-induzierte Schwingungen auftreten. Besonders für Kabel AS 23 mit  $\alpha = 23^\circ$  wurden fast über den gesamten Bereich  $\beta$  Schwingungen beobachtet. Einige der in der oben genannten Veröffentlichung enthaltenen Diagramme zeigen den Zusammenhang zwischen am Kabel gemessener Beschleunigung und der Windrichtung im Bezug zur Brückenachse.

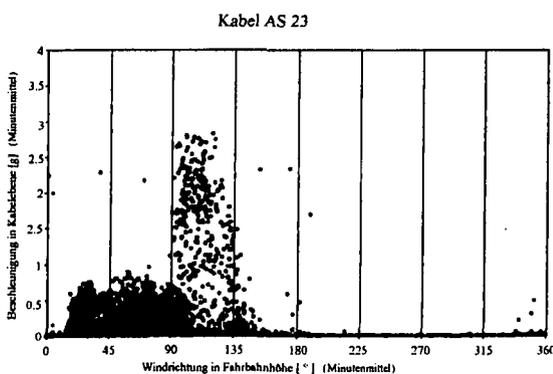


Abb. 3.11: Schwingungsereignisse an AS 23 über ein Jahr gemessen

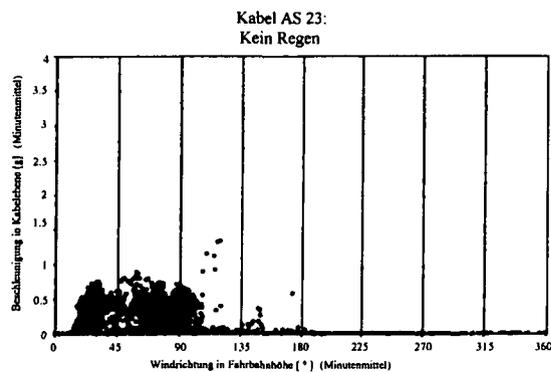


Abb. 3.12: Schwingungsereignisse an AS 23 ohne Regen

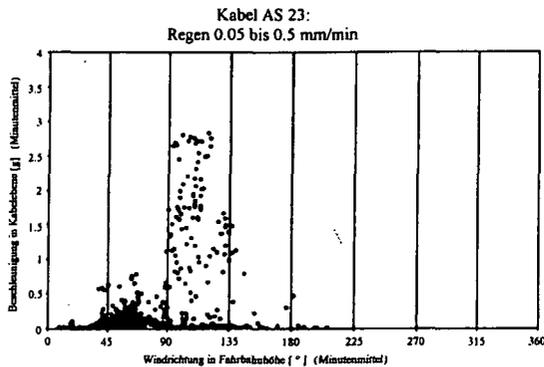


Abb. 3.13: Schwingungsereignisse an AS 23 bei leichtem Regen

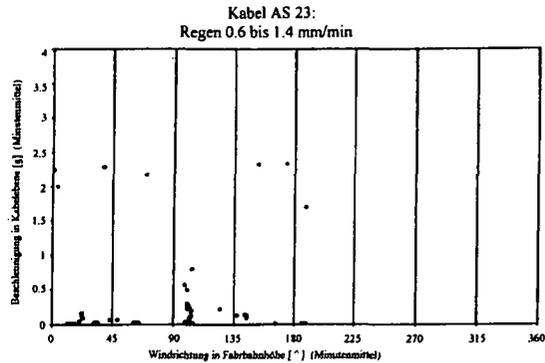


Abb. 3.14: Schwingungsereignisse an AS 23 bei starkem Regen

Schwingungen mit großer Beschleunigung und großer Amplitude treten nach Abb. 3.11 vor allem bei Anströmwinden zwischen  $90^\circ$  und  $135^\circ$  im Bezug zur Brückenachse auf. Einige Ereignisse liegen jedoch deutlich außerhalb dieses Bereiches. Weitere Klarheit verschaffen die Abbildungen, die die Abhängigkeit von der Regenmenge berücksichtigen.

Abb. 3.12 zeigt die Ereignisse, die ohne Regen beobachtet wurden und daher wahrscheinlich wirbelinduziert sind. Die Beschleunigungen liegen selten über  $1g$ . Abb. 3.13 und Abb. 3.14 enthalten die Ereignisse bei leichtem bzw. starkem Regen. Einige Werte aus Abb. 3.11, wo die Regenmenge nicht bekannt ist, wurden nicht dargestellt.

Um eine Wirbelanregung, die als Ursache auch bei Regen auftreten kann, auszuschließen, sollen in der Auswertung der Messungen bei leichtem und starkem Regen Beschleunigungen unter  $1g$  nicht einbezogen werden. Betrachtet man die verbleibenden Messungen und rechnet sie auf die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Definitionen von  $\alpha$  und  $\beta$  um, so erhält man folgende Verteilung.

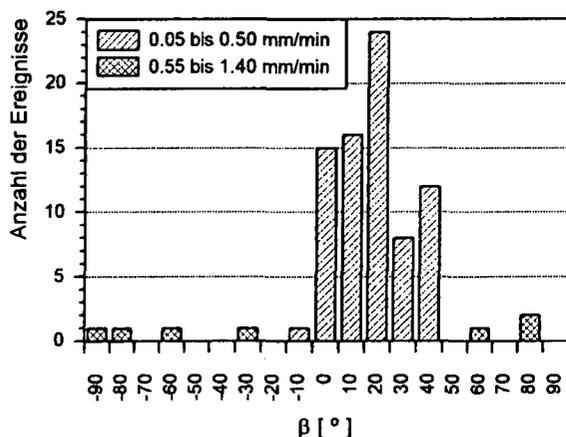


Abb. 3.15: Schwingungsereignisse von AS 23 der Hartman Brücke ( $\alpha = 23^\circ$ ) in Abhängigkeit von  $\beta$

Nahezu alle Messungen bei leichtem Regen liegen im Bereich  $0^\circ \leq \beta < 40^\circ$ . Schwingungen bei negativem  $\beta$  sind stets mit starken Regenfällen verbunden und relativ selten. In diesem Fall bläst der Wind entgegen der Fließrichtung der Rinnsale, so dass diese sich vermutlich nur bei starkem Regen ausbilden können.

In Tab. 3.2 ist eine Auswahl von Schwingungserscheinungen mit der Windgeschwindigkeit und der bezogenen Windgeschwindigkeit quer zum Kabel aufgetragen, darunter auch die sechs Ereignisse bei starkem Regen. Diese traten alle bei geringeren Windgeschwindigkeiten

auf als für Regen-Wind-induzierte Schwingungen üblich. Bei fünf von sechs Fällen beträgt der Schräganströmwinkel  $\beta^*$  um die  $60^\circ$ . Der Winkel  $\gamma_0$  ist bei diesen Ereignissen ebenfalls größer, bei dem ersten und letzten Ereignis wird das Kabel nahezu in der Seilebene angeströmt. Es liegt daher nahe, zu vermuten, dass bei Starkregen und großen Beträgen von  $\beta^*$  auch der Anfachungsmechanismus ein anderer ist. In der Literatur sind jedoch keine Hinweise zu finden, die diese Vermutung stützen oder widerlegen, so dass im Rahmen dieser Arbeit dem nicht weiter nachgegangen werden kann.

| Regenmenge<br>[mm/min] | $U$<br>[m/s] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $\beta^*$<br>[°] | $\gamma_0$<br>[°] | $U_{cr}$<br>[m/s] |
|------------------------|--------------|-----------------|----------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 0.55 bis 1,40 mm/min   | 4,2          | 23              | -86            | -67              | -80               | 1,6               |
| 0.55 bis 1,40 mm/min   | 3,3          | 23              | -56            | -50              | -30               | 2,1               |
| 0.55 bis 1,40 mm/min   | 3,8          | 23              | -24            | -22              | -10               | 3,5               |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 11,1         | 23              | 6              | 6                | 2                 | 11,0              |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 11,3         | 23              | 26             | 24               | 11                | 10,3              |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 10,4         | 23              | 21             | 19               | 9                 | 9,8               |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 10,7         | 23              | 4              | 4                | 2                 | 10,7              |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 8,4          | 23              | 20             | 18               | 8                 | 8,0               |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 7,7          | 23              | 18             | 17               | 7                 | 7,4               |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 6,3          | 23              | 12             | 11               | 5                 | 6,2               |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 7,8          | 23              | 6              | 6                | 2                 | 7,8               |
| 0,05 bis 0,5mm/min     | 13,5         | 23              | 26             | 24               | 11                | 12,4              |
| 0.55 bis 1,40 mm/min   | 3,1          | 23              | 59             | 52               | 33                | 1,9               |
| 0.55 bis 1,40 mm/min   | 3,3          | 23              | 80             | 65               | 66                | 1,4               |
| 0.55 bis 1,40 mm/min   | 5,4          | 23              | 84             | 66               | 75                | 2,2               |

Tab. 3.2: Schwingungen am Kabel AS 23 bei der Hartman Brücke

### Dämpfung

Schrägseile aus PE-Rohr ummantelten Litzen und runde Zugstangen aus Vollstahl sind Bauteile, die eine sehr geringe innere Dämpfung aufweisen. Daher kann bereits ein geringer Energieeintrag Schwingungen mit großer Amplitude bewirken. Die Systemdämpfung einiger Schrägseile bzw. Stangen, bei denen Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet wurden, sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

| Bauwerk                     | Dimensionsloser<br>Dämpfungskoeffizient $\zeta$ | Logarithmisches<br>Dämpfungsdekrement $\delta$ |
|-----------------------------|---|--|
| Farø Brücke [35]            | 0,0047  | 0,030  |
| Meikonishi Brücke [34]      | 0,0010 bis 0,0044                               | 0,007 bis 0,028                                |
| Elbebrücke Dömitz [52]      | 0,0002  | 0,001  |
| Donaustadtbrücke [70]       | 0,0019  | 0,012  |
| Erasmusbrücke [61]          | 0,0010 bis 0,0020                               | 0,006 bis 0,012                                |
| Tsurumi Tsubasa Brücke [51] | 0,0003 bis 0,0012                               | 0,002 bis 0,008                                |
| Aratsu Brücke [42]          | 0,0016 bis 0,0032                               | 0,010 bis 0,020                                |

Tab. 3.3: Gemessene Dämpfung bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen

Die Dämpfungskoeffizienten der Schrägkabel liegen zwischen 0,03 und 0,47 % der kritischen Dämpfung und sind daher ausnahmslos sehr gering. Bei einem Hänger der Elbebrücke Dömitz wurden sogar 0,02 % gemessen. Eine geringe innere Dämpfung kann neben einer glatten Oberfläche als weitere Voraussetzung für das Auftreten Regen-Wind-induzierter Schwingungen angesehen werden.

Windgeschwindigkeit und Turbulenz

Regen-Wind-induzierte Schwingungen weisen alle Merkmale einer selbstinduzierten Schwingung auf. Die Schwingung wird nach dem Überschreiten einer kritischen Windgeschwindigkeit ausgelöst und die Amplitude nimmt mit zunehmender Windgeschwindigkeit zu. Im Gegensatz zum Galloping hört die Schwingung jedoch ab einer bestimmten Windgeschwindigkeit auf. Die Ursache ist die Empfindlichkeit der Rinnsale, die sich, anders als ein Eisansatz, bei zu hohen Windgeschwindigkeiten nicht mehr ausbilden können, da das Wasser vom Querschnitt heruntergeblasen wird. Damit findet keine Anregung mehr statt.

Die in der Literatur beschriebenen Windgeschwindigkeitsbereiche, wo Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet wurden, stimmen weitgehend überein (siehe auch die im Anhang A dokumentierten Ereignisse).

| Bauwerk                     | Windgeschwindigkeit<br>$U$ in m/s | Normalkomponente<br>$U_n$ in m/s |
|-----------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| Meikonischi Brücke [34]     | 7 bis 13,1                        | 6,1 bis 12,6                     |
| Farø Brücke [35]            | 10 bis 15                         | -                                |
| Tenpozan Brücke [46]        | 8 bis 12                          | -                                |
| Tsurumi Tsubasa Brücke [51] | 8,8 bis 13,1                      | 8,8 bis 13,1                     |
| Erasmusbrücke [56]          | 14                                | 12,9                             |
| Hartman Brücke [60]         | 6,3 bis 13,5                      | 6,2 bis 12,4                     |

Tab. 3.4: Windgeschwindigkeit bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen

*Matsumoto* fasst in [38] die Beobachtungen an fünf weiteren japanischen Brücken zusammen. Die gemessenen Windgeschwindigkeiten  $U$  lagen zwischen 6 und 18 m/s, in diesem Bereich gliedern sich auch die Beobachtungen aus der oben stehenden Tabelle ein. Aussagekräftiger ist die Normalkomponente der kritischen Windgeschwindigkeit. Alle dokumentierten Beobachtungen deuten auf einen Bereich von  $U_n$  von 6 bis 13 m/s hin.

Bei der Hartman Brücke liegt eine Fülle von Messungen vor, dabei wurden auch bei geringeren Windgeschwindigkeiten Schwingungen beobachtet. Bei diesen Ereignissen sind jedoch die Amplituden gering, so dass wahrscheinlich eine Wirbelanregung die Ursache ist. Einige wenige Ereignisse erreichen bereits ab einer Windgeschwindigkeit von 2,5 m/s Amplituden in für Regen-Wind-induzierte Schwingungen üblichen Größenordnungen. Diese stehen jedoch immer im Zusammenhang mit starken Regenfällen (siehe Tab. 3.2), ein Umstand, über dessen Auswirkungen so gut wie nichts bekannt ist.

Zum Turbulenzgrad der Strömung bei beobachteten Schwingungen gibt es in der Literatur wenige Angaben. Teilweise wird darauf hingewiesen, dass die Schwingungen in Gegenden mit geringer Turbulenz, wie z.B. in Meeresnähe stattfanden. Konkrete Zahlen liegen nur bei der Tsurumi Tsubasa Brücke vor, wo der Turbulenzgrad meist um die 10 % lag. Bei den Windkanalversuchen von *Flamand* lag der Turbulenzgrad zwischen 4 und 11 %.

*Matsumoto* führte Versuche an einem Zylinder mit künstlichem Rinnsal bei unterschiedlicher Turbulenz durch. Die Turbulenz kann die Anfälligkeit eines derartigen Querschnitts (in diesem Fall gegenüber Galloping) verbessern oder auch verschlechtern, eine Tatsache, die bereits *Novak* und *Tanaka* beim Halbkreis und beim Rechteck feststellten. Es ist anzunehmen, dass Regen-Wind-induzierte Schwingungen wie Gallopingschwingungen von der Turbulenz beeinflusst werden. Um die Turbulenz bei einer analytischen Berechnung einfließen zu lassen, wären jedoch als Grundlage Luftkraftbeiwerte für verschiedene Turbulenzgrade notwendig.

Frequenzen und Eigenformen

Gestützt auf die Beobachtungen an der Meikonishi Brücke berichten bereits *Hikami* und *Shiraishi*, dass Regen-Wind-induzierte Schwingungen stets in einem Frequenzbereich von 1 bis 3 Hz stattfinden. Alle späteren Beobachtungen an Schrägseilbrücken konnten das im Wesentlichen bestätigen, nur dass die Untergrenze wahrscheinlich etwas tiefer bei ca. 0,5 Hz liegt. Bei den Hängern von Bogenbrücken gibt es Hinweise, dass ungefähr bis zu einer Obergrenze von ca. 6 Hz Regen-Wind-induzierte Schwingungen auftreten können.

Bei Windkanalversuchen gestaltete man die Modelle stets so, dass deren Eigenfrequenz in diesem Intervall lag. Eine Ausnahme sind die Versuche von *Bosdogianni* und *Olivari*, wo die Frequenz bei 10,5 Hz lag und es dennoch zu Schwingungen kam. Jedoch wurde hier mit Rinnsalen aus Öl statt aus Wasser gearbeitet. Öl haftet weit besser an der Modelloberfläche. Daher konnte es trotz der hohen Frequenz zur Rinnsalbildung kommen.

Das Wissen um den begrenzten Frequenzbereich, in dem eine Regen-Wind-Anfachung stattfinden kann, ist der beste Indikator zur Unterscheidung von wirbelinduzierten Schwingungen, welche bei in der Praxis üblichen Kabeldurchmessern stets bei höheren Frequenzen stattfinden.

Regen-Wind-induzierte Schwingungen finden in den Eigenformen statt, die in den angegebenen Frequenzbereich fallen. Dabei wird in der Regel nur eine der möglichen Eigenformen aktiviert. In Frage kommen bei üblichen Schrägseilbrücken die erste bis vierte Eigenform (Tab. 3.5). Wirbelinduzierte Schwingungen ereignen sich in der Regel ab der fünften Eigenform aufwärts. Die einzige in der herangezogenen Literatur erwähnte Ausnahme ist die Tsurumi Tsubasa Brücke, wo Regen-Wind-induzierte Schwingungen bis in die sechste Eigenform beobachtet wurden. Der Grund ist, dass es sich um eine sehr große Brücke handelt. Wirbelinduzierte Schwingungen traten hier erst ab der 14. Eigenform aufwärts auf.

| Bauwerk                | Frequenzbereich  | Eigenform         |
|------------------------|------------------|-------------------|
| Meikonishi Brücke      | 1 bis 3 Hz       | 1 bis 4           |
| Farø Brücke            | 0,7 bis 1,9 Hz   | 1 teilweise 2     |
| Donaustadtbrücke       | 1 Hz             | 2                 |
| Tempozan Brücke        | 0.56 und 1.12 Hz | 1 und 2           |
| Erasmusbrücke          | 0.8 bis 1.2 Hz   | 2 teilweise höher |
| Hartman Brücke         | 1 bis 3 Hz       | 1 bis 4           |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | 0,48 bis 2,96 Hz | 1 bis 6           |

Tab. 3.5: Frequenzbereich und Eigenformen

Amplituden und Umlaufbahnen

Die vertikalen Amplituden (z- Richtung) sind, wie für selbstinduzierte Schwingungen kennzeichnend, auch bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen groß. Sie betragen oft ein Mehrfaches des Kabeldurchmessers, können aber auch, besonders in höheren Eigenformen, geringer sein.

Die horizontalen Amplituden (y- Richtung) sind kleiner als die vertikalen Amplituden.

Betrachtet man die Bewegung eines Kabelquerschnitts in der y- z- Ebene, so hat dessen Umlaufbahn die Form einer flachen geneigten Ellipse. Das ist für Regen-Wind-induzierte Schwingungen typisch und wurde erstmalig durch *Langsø / Larsen* [35] bei ihren Messungen an der Farø Brücke festgestellt. Später wurde durch *Verwiebe* [55] im Windkanalversuch das Gleiche beobachtet. Dabei lag der Neigungswinkel der Ellipse zwischen 10 und 40°. Bei ihren Messungen an der Hartman Brücke konnten *Main* und *Jones* [65] ebenfalls eine elliptische Umlaufbahn feststellen.

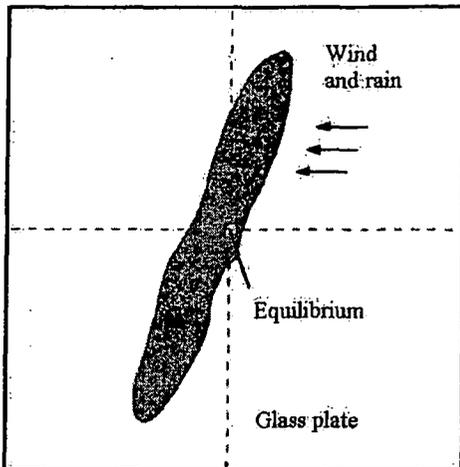


Abb. 3.16: Umlaufbahn bei der Farø Brücke

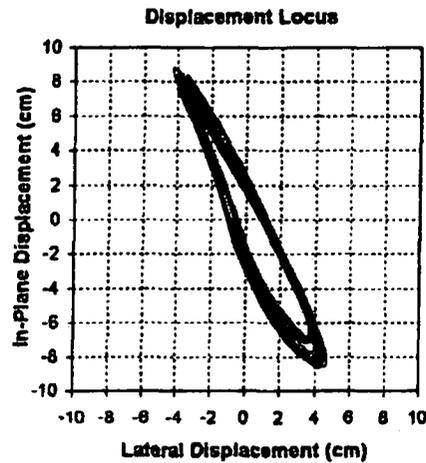


Abb. 3.17: Umlaufbahn bei der Hartman Brücke

Machzahlen, Reynoldszahlen, reduzierte Geschwindigkeiten und Scrutonzahlen

Die Machzahl, die Reynoldszahl und die reduzierte Geschwindigkeit dienen in der Strömungsmechanik zur Beurteilung der Zulässigkeit von Annahmen, auf deren Grundlage eine Berechnung erfolgt. Ziel ist die möglichst genaue Abbildung von Beobachtungen auf das gewählte Rechenmodell. Zu diesem Zweck wurden im Anhang A nahezu alle der angegebenen Literatur entnehmbaren Beobachtungen von Regen-Wind-induzierten Schwingungen zusammengestellt.

Die Machzahl ist das Verhältnis von Strömungsgeschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit. Bei Machzahlen unter 0,2 kann das Medium bei der Berechnung als inkompressibel angenommen werden, was für die in dieser Arbeit verwendeten physikalischen Modelle eine Voraussetzung ist.

$$Ma = \frac{U}{c_L} \leq 0,2 \quad \Rightarrow \quad U \leq 65 \text{ m/s} \quad (3.14)$$

Bei allen Beobachtungen liegen die Machzahlen unter 0,2 , sowohl bei den Konstruktionen als auch bei den im Windkanal verwendeten Modellen.

Ein Kriterium zur Beurteilung, ob eine Berechnung auf Grundlage einer quasi- stationären Betrachtungsweise durchgeführt werden kann, liefert die reduzierte Geschwindigkeit. Sie muss größer als 20 sein (siehe [29] und [89]).

$$U_{red} = \frac{U_n}{f \cdot D} \geq 20 \quad (3.15)$$

Bis auf zwei Ausnahmen, wo die reduzierte Geschwindigkeit bei 87% bzw. 90% des Grenzwertes liegt, erfüllen alle in der Literatur dokumentierten Beobachtungen diese Bedingung (siehe Anhang A). Es ist folglich eine quasi- stationäre Betrachtungsweise, wie sie bei den in den Kapiteln 4 und 5 hergeleiteten Rechenmodellen Ausgangspunkt ist, zulässig. Eisbehafte Freileitungen liegen mit einer reduzierten Geschwindigkeit zwischen 400 und 3000 jedoch weit deutlicher über dem Grenzwert.

Wichtig für die Beurteilung der Qualität einer Berechnung, die sich auf Modellversuche stützt, ist die Reynoldszahl, besonders wenn der Körper keine definierten Ablösekanten aufweist.

Die am Kabel entlang laufenden Rinnsale bewirken zwar ein Ablösen der Strömung, in anderen Querschnittsbereichen jedoch, wo sich kein Rinnsal befindet, löst sich die Strömung wie beim Zylinder ab. Daher sollte bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen der Übertragbarkeit von Versuchsdaten auf die Konstruktion eine größere Aufmerksamkeit zukommen, als zum Beispiel beim Galloping von Winkelprofilen oder Flattern von Brückenträgern üblich ist. Dort ist die Übertragbarkeit wegen der Querschnittskanten in der Regel gegeben.

Beim Zylinder ist die Abhängigkeit von der Reynoldszahl zu beachten. Sie ist aber im unterkritischen Bereich deutlich geringer als im überkritischen und transkritischen Bereich. Bei allen dem Autor bekannten Ereignissen liegen die Reynoldszahlen im unterkritischen Bereich. Eine Ausnahme sind einige Beobachtungen bei den Versuchen von *Ruscheweyh*, worauf später eingegangen wird.

Die Schwingungsanfälligkeit eines Bauteils kann durch die Scrutonzahl  $Sc$  ausgedrückt werden. Je kleiner die Scrutonzahl, desto größer die Schwingungsanfälligkeit.

$$Sc = \frac{2m\delta}{\rho_L D^2} = \frac{4m\pi\zeta}{\rho_L D^2} \quad (3.16)$$

*Main* und *Jones* stellten bei ihren Messungen an der Hartman Brücke fest, dass bei allen Kabeln, an denen Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet wurden, die Scrutonzahl kleiner als 10 war [68]. Daher wird von ihnen  $Sc = 10$  als Obergrenze angegeben, auf deren Grundlage eine Bemessung von Dämpfern erfolgen kann. Die an der Hartman Brücke installierten Dämpfer wurden auch so bemessen.

Zur Überprüfung dieser Aussage wurde bei den im Anhang A dokumentierten Beobachtungen, wenn es möglich war, ebenfalls die Scrutonzahl ermittelt. Dabei konnte festgestellt werden, dass bei Schrägseilen bis nachweisbar  $Sc = 40$  Regen-Wind-induzierte Schwingungen auftreten können. Auch bei den Windkanalversuchen konnten Modelle mit  $Sc > 10$  durch Regen und Wind zu Schwingungen angeregt werden.

### 3.7.3. ANREGUNGSMECHANISMEN

Wie bereits erwähnt, führen bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen am Kabel entlang laufende Rinnsale zu einer aeroelastischen Instabilität. Das Wissen über Anzahl und Position der Rinnsale sowie deren Verhalten wurde aus Windkanalversuchen gewonnen. Hinweise auf Beobachtungen von Rinnsalen am Bauwerk gibt es in der Literatur wenige.

Bei den Regen-Wind-induzierten Schwingungen an der Meikonishi Brücke stellte man erstmalig ein Rinnsal an der Kabelunterseite fest. Bei den anschließenden Windkanalversuchen konnte man auch an der Kabeloberseite ein Rinnsal beobachten.

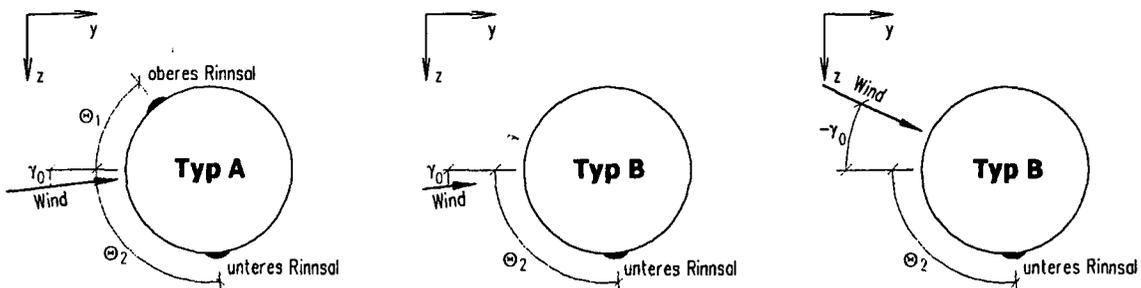


Abb. 3.18: Lage der Rinnsale bei Anregungstyp A und B

Zur Ausbildung des oberen Rinnsals auf der windzugewandten Seite des Querschnitts kommt es ab einer Windgeschwindigkeit  $U_n$  von etwa 6 m/s. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit wandert es am Kabelumfang aufwärts und wird spätestens ab  $U_n = 13$  m/s vom Querschnitt heruntergeblasen. Neben der Windgeschwindigkeit haben auch Oberflächenbeschaffenheit und Windangriffswinkel einen Einfluss. *Matsumoto* beschreibt in [36] Versuche an Probekörpern aus Polyethylen, Aluminium und Methacrylharz. Dabei bildete sich nur beim Polyethylenrohr ein oberes Rinnsal. *Flamand* [39] dagegen konnte nur dann ein oberes Rinnsal beobachten, wenn die Wasserhaftung auf der Oberfläche des Polyethylens zusätzlich mit Ruß verbessert wurde. *Ruschweyh* [54] stellte bei Versuchen mit einem Modell aus Plexiglas ebenfalls kein oberes Rinnsal fest.

Wenn der Windangriff schräg von oben stattfindet, d.h.  $\gamma_0$  ausreichend unter null liegt, kann sich, wie man bereits aus der Anschauung heraus erkennt, ebenfalls kein oberes Rinnsal bilden. Experimentell nachgewiesen wurde das durch *Matsumoto* für einen Winkel  $\gamma_0 = -34^\circ$ . Die Wirkung des Rinnsals auf die Druckverteilung um den Zylinder wurde von *Flamand* direkt gemessen und in [64] beschrieben.

Das untere Rinnsal bildet sich bei ausreichender Regenmenge stets aus, unabhängig von Windgeschwindigkeit, Oberflächenbeschaffenheit und Windangriffswinkel. Es ist in seiner Lage variabel, liegt aber in Windrichtung gesehen stets hinter dem Dickenmaximum des Querschnitts. Damit befindet es sich zumindest zeitweilig im Nachlauf des Zylinders und beeinträchtigt die Strömung weniger. Der erzeugte Quertrieb ist kleiner. Aus diesem Grunde, und weil das untere Rinnsal die Wirkung des oberen abschwächt, wird, wenn ein oberes Rinnsal vorhanden ist, bei einer analytischen Berechnung nur jenes berücksichtigt. *Bosdogianni* und *Olivari* führten u.a. Versuche mit künstlichen Rinnsalen durch. Sie variierten dabei die Lage des unteren Rinnsals in einem Bereich von  $\Theta_2 = 140^\circ$  bis  $\Theta_2 = 160^\circ$  während das obere Rinnsal bei  $\Theta_1 = 20^\circ$  belassen wurde (mit einer Windanströmung  $\gamma_0 = 22^\circ$ ). Dabei konnte beinahe kein Einfluss des unteren Rinnsals festgestellt werden.

*Hikami / Shiraishi* [34], *Flamand* [39] und *Bosdogianni / Olivari* [48] stellten nur dann eine Anregung fest, wenn das obere Rinnsal ausgebildet war. Andere Autoren wie *Matsumoto* [36] und *Ruschweyh* [54] konnten auch Schwingungen beobachten, die nur durch das untere Rinnsal verursacht wurden. Die Amplituden sind jedoch in diesem Fall deutlich geringer. Schwingungserscheinungen infolge eines oberen und unteren Rinnsals sollen im Rahmen dieser Arbeit als Typ A bezeichnet werden, Schwingungen nur mit unterem Rinnsal als Typ B.

In Folge der von *Ruschweyh* durchgeführten Untersuchungen wurden noch zwei weitere Anregungstypen entdeckt. Beide treten bei Windanströmungswinkel  $\beta$  um  $90^\circ$  und relativ großen Neigungswinkeln  $\alpha$  (ca. 30 bis  $80^\circ$ ) auf.

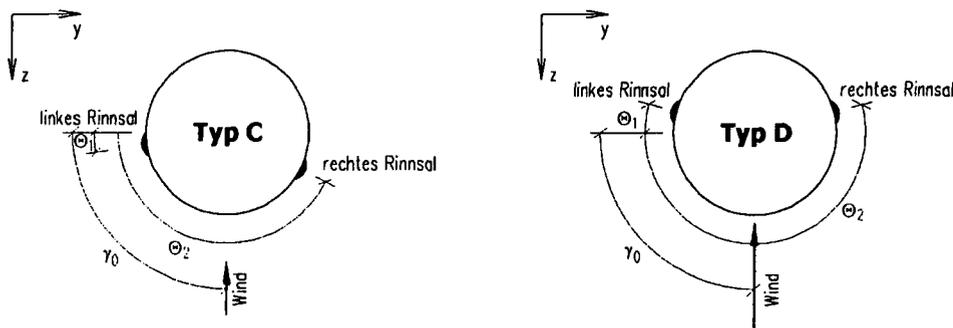


Abb. 3.19: Lage der Rinnsale bei Anregungstyp C und D

Beim Typ C findet die Schwingung in Richtung der y-Achse statt. Es bilden sich ein rechtes und ein linkes Rinnsal. Beide befinden sich vor dem Dickenmaximum. Die Bewegung erfolgt

antimetrisch, wobei sich immer das Rinnsal am Querschnittsumfang abwärts bewegt, in dessen Richtung die Beschleunigung des Querschnitts stattfindet.

Eine Besonderheit ist die Anregung vom Typ D. Für Seilneigung und Windanströmrichtung gilt das Gleiche wie beim Typ C. Die Windgeschwindigkeiten sind allerdings größer und die Schwingung findet in Richtung der z-Achse statt. Die Reynoldszahlen liegen bereits im überkritischen Bereich. Für Bogenbrücken mit einem Hängerdurchmesser von 100 mm bis 120 mm wäre das eine Windgeschwindigkeit von 24 bis 28 m/s. Die Rinnsale bewegen sich symmetrisch und periodisch im Rhythmus der Schwingung. Die dadurch verursachte Verschiebung der Ablösepunkte erzeugt eine periodische Anfachung.

Der Vollständigkeit wegen soll auch die Vermutung einiger Autoren erwähnt werden, wonach eine durch Schräganströmung erzeugte Axialströmung oder eine ebenfalls durch Schräganströmung verursachte besondere Art der Wirbelbildung die Ursache vieler Kabelschwingungen sein könnte. Demnach könnte eine Anregung als generelle Eigenschaft schräg angeströmter Kabel aufgefasst werden.

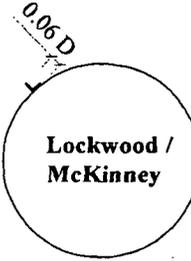
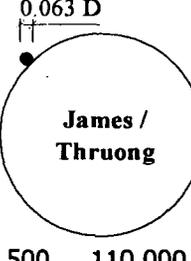
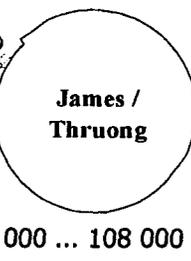
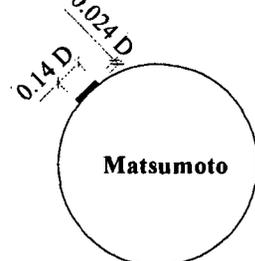
Grundlage sind Beobachtungen im Windkanal (nicht am Bauwerk), wo Modelle auch ohne Regen zu Schwingungen angeregt werden konnten. Das geschah unter Bedingungen, wo normalerweise der Anregungstyp A auftritt. Berichtet wird darüber von *Matsumoto* in [38], [41], [45], [46] und [67] sowie von *Honda* und *Yamanaka* in [40]. Diese Anregungsformen gehören jedoch, wenn sie am Bauwerk überhaupt auftreten, nicht zu den Regen-Wind-induzierten Schwingungen und werden daher im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

### 3.7.4. AERODYNAMISCHE BEIWERTE

Wie beim Galloping sind auch bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen Luftkraftbeiwerte die Grundlage einer analytischen Berechnung. Diese werden in der Regel im Windkanal bestimmt. Genau genommen müsste das am Zylinder mit Wasserrinnsalen geschehen, was jedoch mit großem technischen Aufwand verbunden wäre. In der Literatur gibt es keine Hinweise darauf, dass derartige Untersuchungen durchgeführt wurden. Statt dessen verwendete man Stolperkanten aus festem Material, um ein Ablösen der Strömung zu erreichen.

Die ersten Windkanalversuche zur Bestimmung der Luftkraftbeiwerte von derartigen Querschnitten stammen bereits aus einer Zeit, wo man Regen-Wind-induzierte Schwingungen noch nicht kannte. Bei den Versuchen nach 1986 wurde stets vom Anfachungstyp A ausgegangen. Dabei vernachlässigte man das untere Rinnsal fast immer. Folgende Übersicht zeigt eine Zusammenstellung von Versuchen mit künstlichem Rinnsal.

| Modell | Autor, relative Abmessungen und Reynoldszahlbereiche  | Ergebnisse  |
|--------|---|---|
| (1)    |  <p style="text-align: center;">Bosdogianni / Olivari</p> <p style="text-align: center;"><math>Re = 40\ 000</math></p> | <p>Schwingungsversuche:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Amplituden für verschiedene Windgeschwindigkeiten</li> </ul> |

|     |  |   |
|-----|--|---|
| (2) |  <p>Bosdogianni / Olivari</p> <p><math>Re = 40\ 000</math></p>                  | <p>Schwingungsversuche:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Amplituden für verschiedene Windgeschwindigkeiten</li> </ul>   |
| (3) |  <p>Lockwood / McKinney</p> <p><math>Re = 160\ 000 \dots 1\ 580\ 000</math></p> | <p>Versuche am ruhenden Modell für verschiedene Reynoldszahlen und einer Rinnsallage von <math>\Theta_1 + \gamma_0 = 90^\circ</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Widerstandsbeiwerte <math>C_D</math></li> <li>◆ Quertriebsbeiwerte <math>C_L</math></li> <li>◆ Druckverteilungen um den Zylinderumfang</li> </ul>   |
| (4) |  <p>James / Thruong</p> <p><math>Re = 17\ 500 \dots 110\ 000</math></p>        | <p>Versuche am ruhenden Modell für verschiedene Reynoldszahlen und Rinnsallagen <math>\Theta_1 + \gamma_0 = 15^\circ \dots 120^\circ</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Widerstandsbeiwerte <math>C_D</math></li> </ul>  |
| (5) |  <p>James / Thruong</p> <p><math>Re = 76\ 000 \dots 108\ 000</math></p>       | <p>Versuche am ruhenden Modell für verschiedene Reynoldszahlen und Rinnsallagen <math>\Theta_1 + \gamma_0 = 0^\circ \dots 360^\circ</math> (jedoch nur wenige Messwerte)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Widerstandsbeiwerte <math>C_D</math></li> <li>◆ Quertriebsbeiwerte <math>C_L</math></li> </ul>  |
| (6) |  <p>Matsumoto</p> <p>vermutlich <math>Re \approx 35\ 000</math></p>           | <p>Schwingungsversuche und Versuche am ruhenden Modell für Rinnsallagen <math>\Theta_1 + \gamma_0 = 35^\circ \dots 109^\circ</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Amplituden für verschiedene Windgeschwindigkeiten</li> <li>◆ auf den Systemfreiheitsgrad bezogene Luftkraftbeiwerte <math>C_z</math></li> <li>◆ Druckverteilungen um den Zylinderumfang</li> </ul> |
| (7) |  <p>Yamaguchi</p> <p><math>Re = 27\ 000</math></p>                            | <p>Versuche am ruhenden Modell für verschiedene Reynoldszahlen und Rinnsallagen <math>\Theta_1 + \gamma_0 = 0^\circ \dots 110^\circ</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Widerstandsbeiwerte <math>C_D</math></li> <li>◆ Quertriebsbeiwerte <math>C_L</math></li> <li>◆ Momentenbeiwerte <math>C_M</math></li> </ul>   |

Tab. 3.6: Windkanalversuche an Zylindern mit Kante

Bosdogianni und Olivari führten Schwingungsversuche mit künstlichen Rinnsalen unterschiedlicher Beschaffenheit durch. Abb. 3.20 zeigt die auftretenden Amplituden in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit. Die Kurven für das halbkugelförmige und rechteckförmige Rinnsal (Querschnitt 1 und 2 in Tab. 3.6) weichen nur geringfügig voneinander ab. Größer sind die Abweichungen der Kurve mit Rinnsalen aus Öl, besonders ab einer Windgeschwindigkeit von 8 m/s aufwärts. Der Grund ist wahrscheinlich weniger die Form des Ölrinnsals, als vielmehr die Tatsache, dass es auf dem Querschnittsumfang beweglich ist.

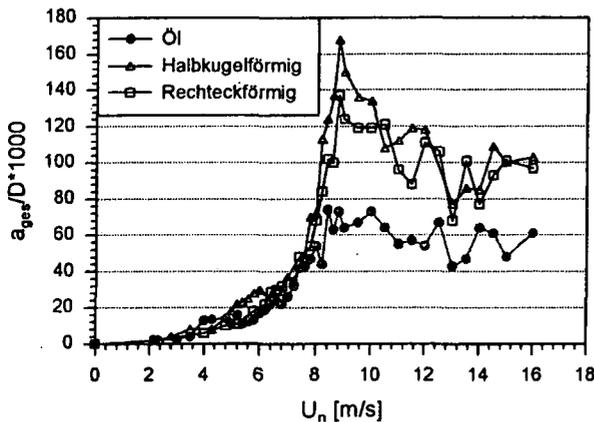


Abb. 3.20: Amplitude i.A. von der Windgeschwindigkeit für unterschiedliche Rinnsale nach Bosdogianni / Olivari [48]

Luftkraftbeiwerte von Zylindern mit Stolperkante wurden schon relativ früh bestimmt. In technischen Veröffentlichungen der NASA [32] beschreiben Lockwood und McKinney bereits 1960 Versuche an Zylindern mit rechteckigem und winkelförmigem Profil als Stolperkante. Ziel war es, normal angeströmten Zylindern Auftrieb zu verleihen. Dabei wurden Widerstands- und Quertriebsbeiwerte in Abhängigkeit von der Reynoldszahl bestimmt. Allerdings lagen die Reynoldszahlen zwischen 160 000 und 1 580 000 und damit größtenteils im überkritischen Bereich.

James und Thruong beschreiben in [33] Versuche an Zylindern mit Stolperkanten in Form von Kreisquerschnitten. Leider bestimmte man nur den Widerstandsbeiwert  $C_D$ . Der Durchmesser des Profils, die Lage der Stolperkante und die Reynoldszahl wurden variiert.

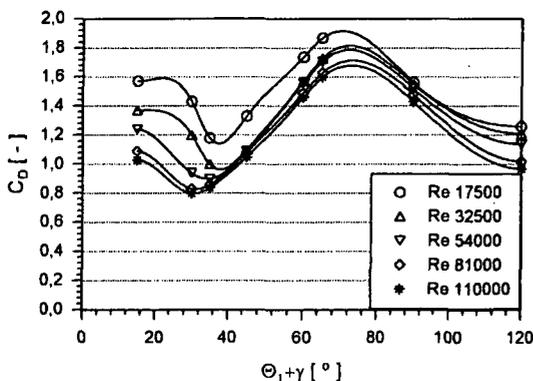


Abb. 3.21: Widerstandsbeiwert  $C_D$  in Abhängigkeit von der Kantenlage nach James / Thruong (Zylinderprofil 0.063 D)

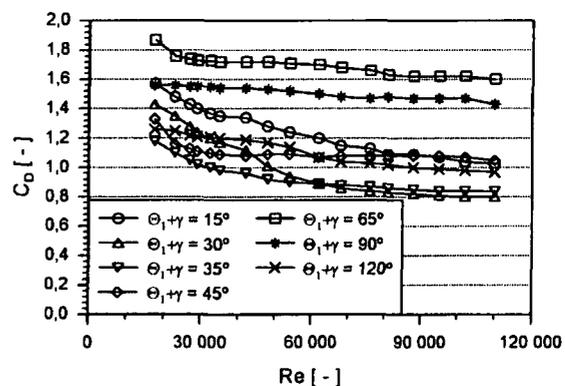


Abb. 3.22: Widerstandsbeiwert  $C_D$  in Abhängigkeit von der Reynoldszahl nach James / Thruong (Zylinderprofil 0.063 D)

Abbildung 3.22 zeigt für unterschiedliche Reynoldszahlen den Luftkraftbeiwert  $C_D$  in Abhängigkeit von der Lage des Rinnsals. Generell nimmt auch im unterkritischen Bereich der Widerstandsbeiwert mit steigender Reynoldszahl ab. Die Größe dieser Abhängigkeit ist je nach Lage des Rinnsals verschieden und besonders ausgeprägt für den Bereich  $15^\circ \leq \Theta_1 + \gamma_0 \leq 35^\circ$ . Die Untersuchungen mit Kanten geringerer Abmessung zeigen die gleiche Tendenz.

Die von den gleichen Autoren beschriebenen Versuche an Zylindern mit Oberflächenvorsprung (siehe Tab. 3.6 (5)) erstrecken sich über einen kleineren Bereich von  $Re$ , jedoch wurde neben  $C_D$  auch  $C_L$  ermittelt. Variiert wurden ebenfalls die Höhe des Vorsprungs und dessen Lage. Der Beiwert  $C_D$  zeigt ähnliche Tendenzen wie bei der kreisförmigen Stolperkante.

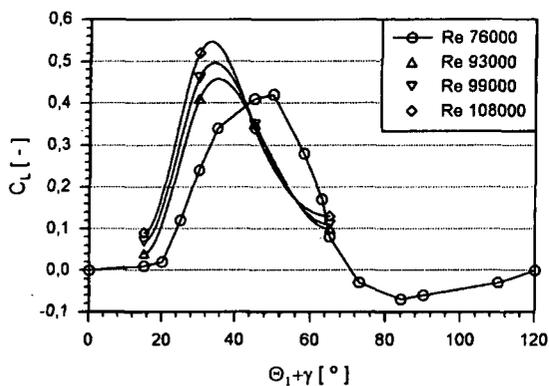


Abb. 3.23: Quertriebsbeiwert  $C_L$  in Abhängigkeit von der Kantenlage nach James / Thruong (Vorsprung 0.029 D)

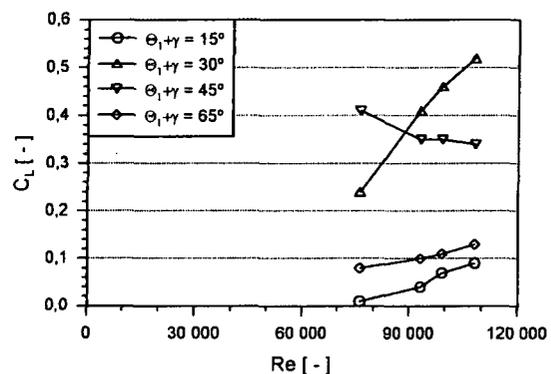


Abb. 3.24: Quertriebsbeiwert  $C_L$  in Abhängigkeit von der Reynoldszahl nach James / Thruong (Vorsprung 0.063 D)

Regen-Wind-induzierte Schwingungen finden fast immer bei Reynoldszahlen zwischen 70 000 und 190 000 statt. Bei allen Versuchen von James und Thruong lagen die Reynoldszahlen zwischen 17 500 und 110 000. Oberhalb von 110 000 gibt es auch von anderen Autoren keine Untersuchungen, abgesehen von den wenigen Ergebnissen von Lockwood und McKinney. Es sind jedoch schon unterhalb von  $Re = 110 000$  Tendenzen erkennbar, die zumindest eine qualitative Aussage zum Einfluss der Reynoldszahlen auf die Regen-Wind-Anregung zulassen. Dabei kann man sich des Kriteriums von Den Hartog (3.10) bedienen. Eine steigende Reynoldszahl bewirkt durch die Verringerung von  $C_D$  eine größere Schwingungsanfälligkeit, die sich durch eine Verbreiterung des instabilen Bereiches einerseits und einem größeren Energieeintrag in das System andererseits äußert.

Die Ableitung des Beiwertes  $C_L$  nach  $\gamma$  muss negativ sein, damit Schwingungen angeregt werden. Die Schwingungsanfälligkeit vergrößert sich, wenn sich die Ableitung verkleinert. Man muss zwei Bereiche unterscheiden. Für Rinnsallagen von  $45^\circ < \Theta_1 + \gamma_0 < 65^\circ$  wird die Ableitung mit steigender Reynoldszahl größer, d.h. der ungünstige Einfluss von  $C_D$  wird vermindert oder ganz aufgehoben. Für Rinnsallagen von  $30^\circ < \Theta_1 + \gamma_0 < 45^\circ$  wird jedoch die Ableitung mit steigender Reynoldszahl kleiner, d.h. der negative Trend infolge des Abfalls von  $C_D$  verstärkt sich. Man kann also bei steigender Reynoldszahl eindeutig von einer zunehmenden Schwingungsanfälligkeit in diesem Bereich ausgehen.

Im Gegensatz zu den o.g. Autoren hatte Matsumoto bereits das Ziel, die Luftkraftbeiwerte zum besseren Verständnis Regen-Wind-induzierter Schwingungen zu bestimmen. Dabei wurde unter Verwendung des in Tab. 3.6 dargestellten Zylinders mit Rechteckprofil als Stolperkante für drei Rinnsallagen  $\Theta_1$  die Anströmrichtung  $\gamma_0$  variiert. Bestimmt wurde bei einem Windanströmwinkel von  $\beta = 45^\circ$  der auf den Systemfreiheitsgrad bezogene

Luftkraftbeiwert  $C_z$  (Abb. 3.25). Die positive Definition von  $C_z$  weist dabei, im Gegensatz zur Definition der z-Achse im Rahmen dieser Arbeit, nach oben.

Luftkraftbeiwerte in dieser Form eignen sich nur für Berechnungen mit einem Freiheitsgrad. So führten z.B. *Geurts* und *van Staalduinen* auf Grundlage der Luftkraftbeiwerte für  $\Theta_1 = 72^\circ$  Untersuchungen an der Erasmusbrücke durch. Allerdings wurde die Kurve für  $\Theta_1 = 72^\circ$  mit den Kurven für  $\Theta_1 = 63^\circ$  und  $\Theta_1 = 81^\circ$  überlagert und dadurch um einige Werte ergänzt (Abb. 3.26).

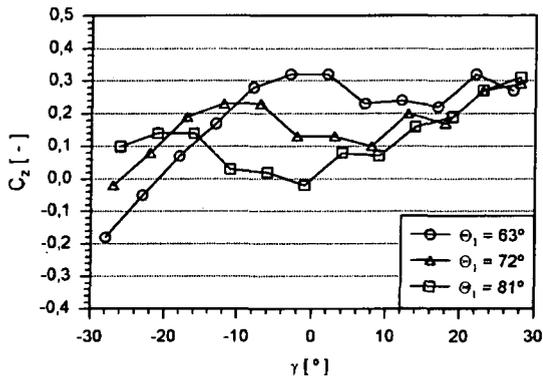


Abb. 3.25: Luftkraftbeiwert  $C_z$  für  $\beta = 45^\circ$  nach *Matsumoto*

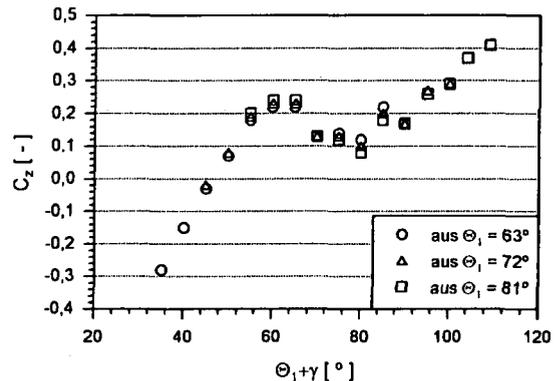


Abb. 3.26: Luftkraftbeiwert  $C_z$  für  $\beta = 45^\circ$ ; überlagerte Kurve für  $\Theta_1 = 72^\circ$  nach *Geurts / van Staalduinen*

Die umfangreichsten Versuche zur Bestimmung von Luftkraftbeiwerten für die Berechnung Regen-Wind-induzierter Schwingungen wurden von *Yamaguchi* durchgeführt. An dem in Tabelle 3.6 dargestellten Modell wurden der Widerstandsbeiwert  $C_D$ , Quertriebsbeiwert  $C_L$  und Momentenbeiwert  $C_M$  bestimmt. Die Reynoldszahl hatte einen Wert von  $Re = 27\ 000$  und lag damit ungefähr dort, wo sie bei den Versuchen von *Matsumoto* gelegen hat.

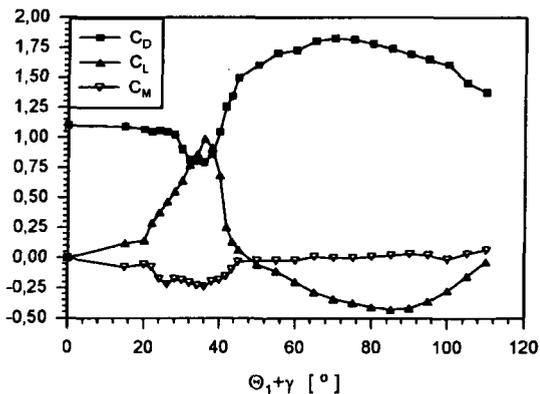


Abb. 2.27: Luftkraftbeiwerte nach *Yamaguchi*

Nur die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* und von *Yamaguchi* existieren in einem Format, das eine Berechnung Regen-Wind-induzierter Schwingungen ermöglicht. Bei beiden liegt jedoch die Reynoldszahl mit  $Re \approx 30\ 000$  außerhalb des Bereiches, wo Regen-Wind-induzierte Schwingungen auftreten. Bei deren Verwendung werden daher folgende Fehler gemacht:

- ♦ Die Reynoldszahl von Versuchsmodell und Bauteil stimmen nicht überein, obwohl deren Einfluss beim Zylinder mit Rinnsal nicht vernachlässigbar ist.

- ◆ Das Wasserrinnsal wird durch einen festen Körper ersetzt. Der dadurch bedingte Fehler ist bei den Luftkraftbeiwerten von *Matsumoto* wahrscheinlich geringer als bei den Luftkraftbeiwerten von *Yamaguchi*, weil die von *Matsumoto* verwendete Stolperkante eher der Form eines natürlichen Wasserrinnsals entspricht.

Die wenigen zur Zeit verfügbaren Luftkraftbeiwerte zur Modellierung Regen-Wind-induzierter Schwingungen sind folglich für eine wirklichkeitsnahe Berechnung nur bedingt geeignet. Für den Planer von Schrägseilbrücken bzw. Bogenbrücken wäre es allerdings schon hilfreich, wenn es ein Rechenverfahren gäbe, das eine brauchbare Aussage zur Größenordnung der auftretenden Amplituden ermöglicht. Ob auf Grundlage der Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* oder *Yamaguchi* zumindest eine derartige Aussage möglich ist, soll im Rahmen dieser Arbeit geprüft werden.

### 3.7.5. DAS VERHALTEN DER RINNSALE

Die Rinnsale bewegen sich, wie bereits erwähnt, auf der Kabeloberfläche periodisch um eine Ruhelage. Folgende Abbildungen zeigen qualitativ die Bewegung der Rinnsale für alle vier Schwingungstypen.

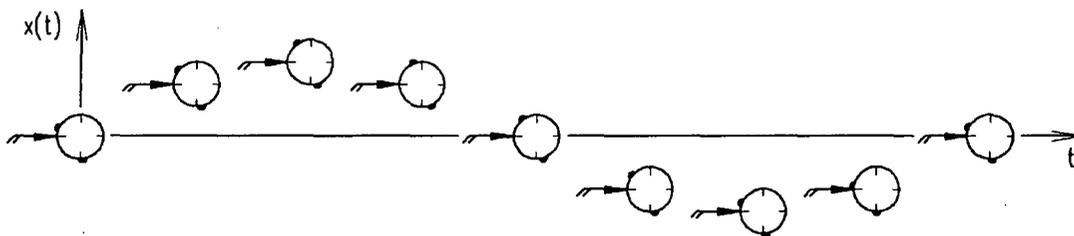


Abb. 3.28: Bewegung der Rinnsale bei Typ A

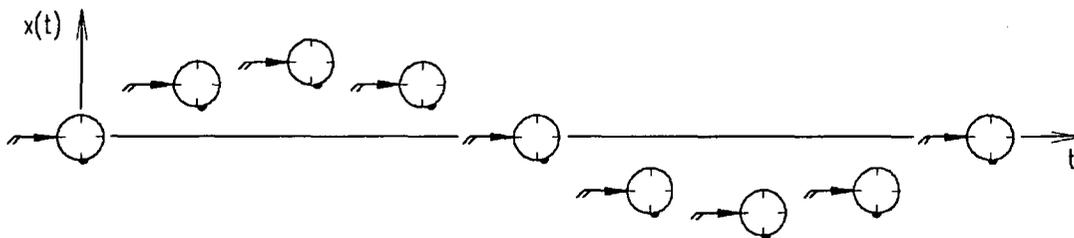


Abb. 3.29: Bewegung des Rinnsals bei Typ B

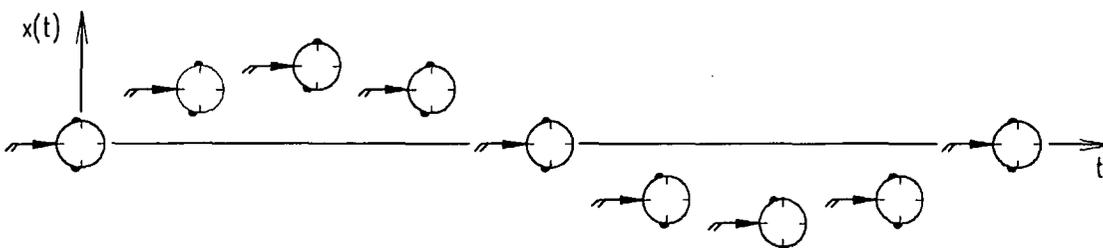


Abb. 3.30: Bewegung der Rinnsale bei Typ C

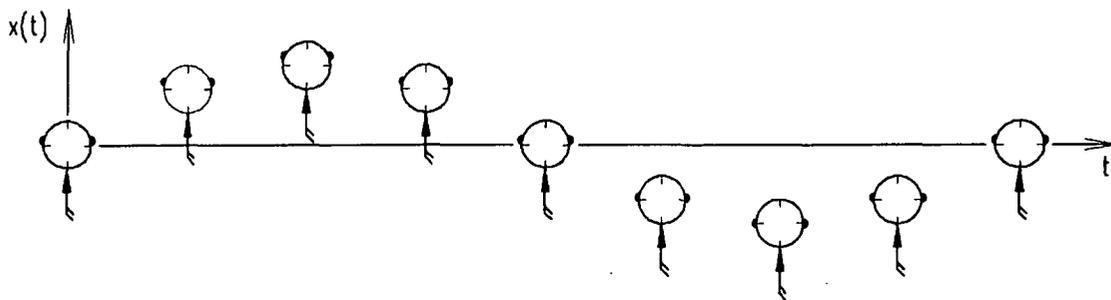


Abb. 3.31: Bewegung der Rinnsale bei Typ D

Die Ruhelage der Rinnsale folgt aus dem Gleichgewicht der Windkraft auf das Rinnsal und dessen Schwerkraft.

Versuchsergebnisse zur Lage der Rinnsale gibt es nur für das obere und untere Rinnsal beim Typ A und Typ B.

*Hikami* und *Shiraishi* beschreiben in [34] erste Untersuchungen an einem Modell mit 140 mm Durchmesser, wo die Ruhelage des oberen und unteren Rinnsals in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit ermittelt wurde (Abb. 3.33 und 3.34).

Weitere Untersuchungen zur Ruhelage des oberen Rinnsals beschreibt *Matsumoto* in [38]. Der Durchmesser des Modells war hier etwas größer, der Neigungswinkel  $\alpha$  kleiner.

Gemessen wurde die Lage der unteren und der oberen Kante des Rinnsals. Der Mittelwert kann als Rinnsallage angenommen werden (Abb. 3.32).

*Bosdogianni* und *Olivari* berichten in [48] von ähnlichen Versuchen. Da das Modell einen wesentlich geringeren Durchmesser hatte und mit Rinnsalen aus Öl gearbeitet wurde, können die Ergebnisse zahlenmäßig nicht verglichen werden. Der qualitative Verlauf der Kurven wurde aber bestätigt.

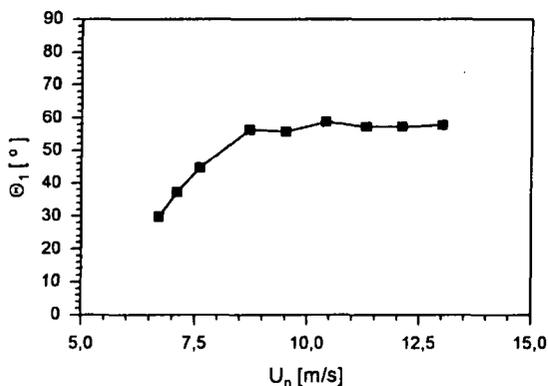


Abb. 3.32: Lage des oberen Rinnsals nach *Matsumoto*  
( $D = 150$  mm;  $\alpha = 40^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ )

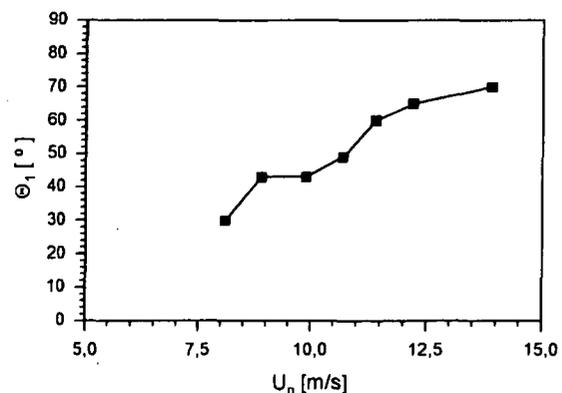


Abb. 3.33: Lage des oberen Rinnsals nach *Hikami / Shiraishi*  
( $D = 140$  mm;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ )

Zum Aufenthaltsbereich während des Schwingvorgangs liegen nur einige Ergebnisse ebenfalls für das obere Rinnsal vor, die von *Hikami* und *Shiraishi* in [34] veröffentlicht wurden. Für ein Modell mit 140 mm Durchmesser und einem  $\alpha$  und  $\beta$  von  $45^\circ$  beträgt die Amplitude des Rinnsals ca. 20 bis  $25^\circ$  um die Ruhelage (Abb. 3.35). Bei den in [64] beschriebenen Versuchsergebnissen von *Flamand* kann indirekt auf eine Rinnsalamplitude von ca.  $4^\circ$  geschlossen werden.

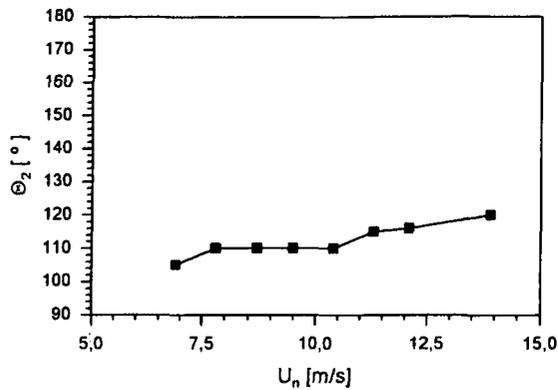


Abb. 3.34: Lage des unteren Rinnsals nach Hikami / Shiraishi ( $D = 140$  mm;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ )

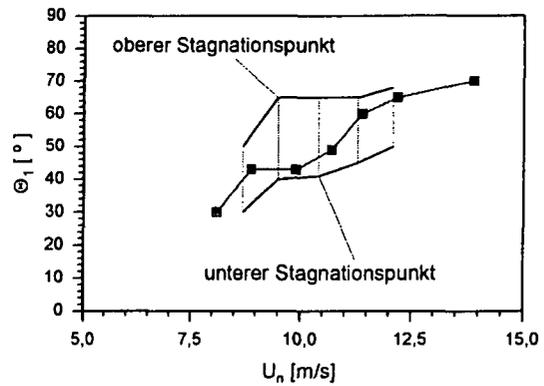


Abb. 3.35: Ruhelage und Aufenthaltsbereich des oberen Rinnsals beim schwingenden Modell nach Hikami / Shiraishi ( $D = 140$  mm;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ ;  $f_z = 2$  Hz)

### 3.8. ZUSAMMENFASSUNG

Die folgende Übersicht zeigt noch einmal eine Zusammenstellung der möglichen Ursachen von winderregten Seilschwingungen in ihrer Systematik. Bei der Eingrenzung auf Schrägseilbrücken mit Einzelkabeln kommen als Anregungsform nur Wirbelanregung, Fußpunktanregung, Böenanregung und Regen-Wind-Anregung in Frage.

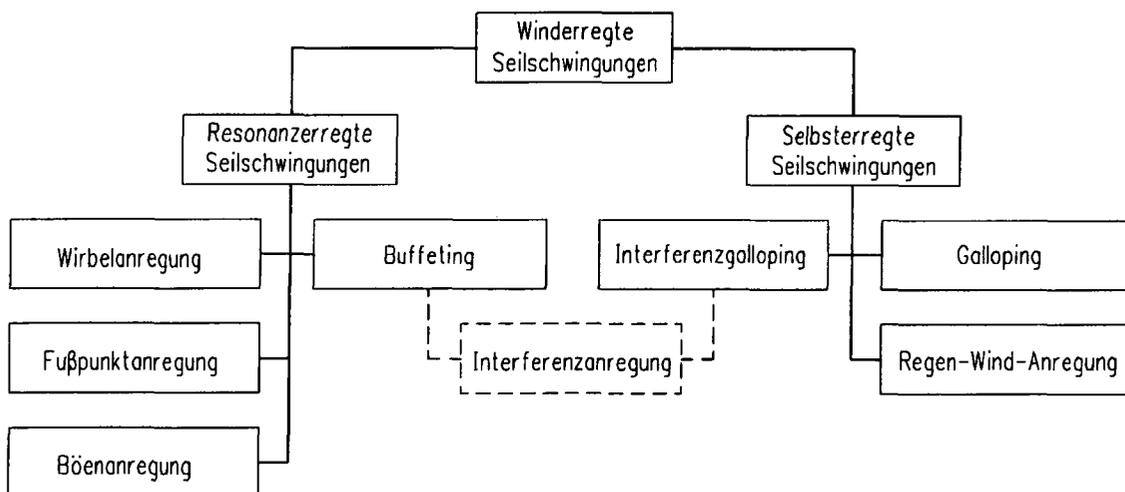


Abb. 3.35: Anregung von Seilschwingungen durch Wind

Außer durch Wind können auch durch Erdbeben Seilschwingungen bei Schrägseilbrücken induziert werden. Beobachtungen einer Anregung durch Verkehr sind dem Autor nicht bekannt.

## 4. REGEN-WIND-INDUZIERTE SCHWINGUNGEN VOM TYP A

Ziel dieser Arbeit ist es unter anderem, die Möglichkeiten der Berechnung Regen-Wind-induzierter Schwingungen zu verbessern. Zu diesem Zweck werden zunächst bereits in der Literatur beschriebene Verfahren kurz dargestellt und bewertet. Später wird dann ein Vorschlag für ein verbessertes Verfahren unterbreitet.

Zur praktischen Durchführung der Berechnungen wurde ein Computerprogramm entwickelt. Es ist in der Lage, Regen-Wind-induzierte Schwingungen eines auf Federn gelagerten Zylinders, wie er bei Windkanalversuchen verwendet wird, und eines gespannten Kabels zu berechnen. Im zweiten Fall wird die lineare Saitentheorie zugrunde gelegt. Das Programm arbeitet mit den in den nachfolgenden Kapiteln abgeleiteten Gleichungen. Für den Anwender enthält Anhang C eine umfangreiche Bedienungsanleitung.

### 4.1. BEREITS VERWENDETE BERECHNUNGSVERFAHREN

#### 4.1.1. VERFAHREN VON GEURTS UND VAN STAALDUINEN

Als Folge der Regen-Wind-induzierten Schwingungen, die an der Erasmusbrücke in Rotterdam aufgetreten sind, beschäftigten sich *Geurts* und *van Staalduinen* mit diesem Phänomen [59]. Zur Sanierung der Brücke wurden Dämpfer eingebaut, die mit Hilfe von Berechnungen dimensioniert wurden. Zur Modellierung der Regen-Wind-Anregung wurde das Modell eines Schwingers mit einem Freiheitsgrad in z-Richtung verwendet. Das Rinnsal wurde als fest angenommen. Die Berechnungen unterscheiden sich im Modell daher nicht von Gallopingberechnungen an vereisten Freileitungen.

Grundlage des Verfahrens von *Geurts* und *van Staalduinen* sind die von *Matsumoto* ermittelten Luftkraftbeiwerte für  $\Theta_1 = 72^\circ$ , welche näherungsweise die Form eines Polynoms dritten Grades aufweisen.

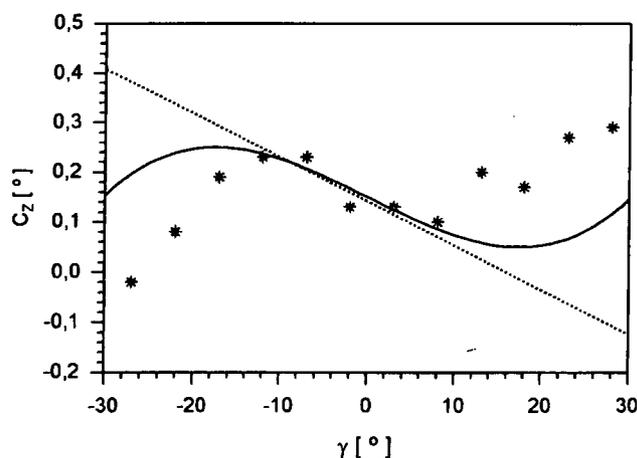


Abb. 4.1: Näherung der Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* für  $\Theta_1 = 72^\circ$  durch ein Polynom 3. Grades

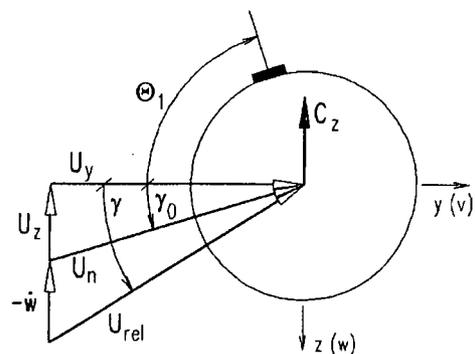


Abb. 4.2: Relativgeschwindigkeit  $U_{rel}$  und Beiwert  $C_z$

Eine Anregung kann auftreten, wenn die Ableitung von  $C_z$  negativ ist. Das ist um  $\gamma = 0^\circ$  der Fall. Durch diesen Bereich wird nun eine Gerade gelegt, die ungefähr die gleiche Neigung wie die Messwerte aufweist. Für die anschließende Näherung der Luftkraftbeiwerte durch ein Polynom dritten Grades entfällt der quadratische Ausdruck, weil angenommen wurde, dass  $\gamma = 0^\circ$  in der Mitte des Bereiches mit negativer Ableitung liegt. Es ergibt sich somit:

$$C_z(\gamma) = a\gamma^3 + c\gamma + d \quad (4.1)$$

Der Wert  $d$  kann direkt von der eingepassten Geraden entnommen werden. Der Wert  $c$  ergibt sich aus der Ableitung des Polynoms an der Stelle Null. Der Wert  $a$  beeinflusst die Ausdehnung des Bereiches mit negativer Ableitung. Von den Autoren wurde ein Wert der Größenordnung  $9 \cdot 10^{-6}$  gewählt. Es ergibt sich somit die in Abb. 4.2 dargestellte Näherung:

$$C_z(\gamma) = 9.4 \cdot 10^{-6} \gamma^3 - 0.86 \cdot 10^{-2} \gamma + 0.15 \quad (4.2)$$

In (4.2) wird  $\gamma$  in Grad verwendet. Setzt man  $\gamma$  in Bogenmaß ein, müssen sich die Vorwerte entsprechend verändern:

$$C_z(\gamma) = 1.768\gamma^3 - 0.493\gamma + 0.15 \quad (4.3)$$

Weil der Wert  $d$  den statischen Anteil der Luftkraft beschreibt, kann er, wenn nur die Schwingungsamplitude gefragt ist, weggelassen werden.

Die Gleichung für die Berechnung eindimensionalen Galloping wurde schon in Kapitel 3 angegeben. Das negative Vorzeichen auf der rechten Seite der Gleichung resultiert aus der positiven Definition von  $C_z$  nach *Matsumoto*, die der positiven Definition der z-Achse entgegengerichtet ist. Der Beiwert  $C_z$  selbst wird in eine Taylorreihe um  $\gamma_0 = 0$  entwickelt.

$$\ddot{w} + 2\zeta_z \omega_z \dot{w} + \omega_z^2 w = -\frac{\rho_L}{2m} DU_n^2 C_z(\gamma) = -\frac{\rho_L}{2m} DU_n^2 \left( C_z + \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \gamma + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C_z}{\partial \gamma^2} \gamma^2 + \dots \right) \quad (4.4)$$

Zur Ermittlung der kritischen Windgeschwindigkeit kann die Reihenentwicklung nach dem zweiten Glied abgebrochen werden. Die statische Verformung, d.h. das erste Glied, ist ebenfalls bedeutungslos. Setzt man die Geschwindigkeit des Kabels gegenüber der Windgeschwindigkeit als gering voraus, so ergibt sich als weitere Vereinfachung

$$\gamma = \text{atan} \left( \frac{\dot{w}}{U_n} \right) = \frac{\dot{w}}{U_n}. \quad \text{Die kritische Windgeschwindigkeit } U_{krit} \text{ nach } \textit{Geurts} \text{ und}$$

*van Staalduinen* lässt sich dann aus (4.4) mit Hilfe der Bedingung ermitteln, dass die Dämpfung bei nichttrivialer Lösung  $\dot{w} \neq 0$  verschwindet.

$$U_{krit} = U_{n.krit} = \frac{4m\omega_z\zeta_z}{-\rho_L \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} D} \quad (4.5)$$

Die von den Autoren angegebene Beziehung für  $U_{krit}$  setzt voraus, dass entsprechend der Definition in Abb. 4.2 der Winkel  $\gamma_0 = 0$  ist, was wiederum  $\beta^* = 0$  erfordert. Gleichung (4.5) ist nur für sehr kleine  $\gamma_0$  zulässig. Dieser Nachteil soll auf folgende Weise behoben werden. Statt nach  $\gamma$  an der Stelle  $\gamma_0 = 0$  werden die Ableitungen der Taylorentwicklung von  $C_z$  direkt nach  $\dot{w}$  an der Stelle  $\dot{w} = 0$  gebildet.

Zu diesem Zweck wird der von  $\gamma$  und  $U_{rel}$  abhängige Luftkraftbeiwert  $c_z$  eingeführt.

$$c_z = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} C_z \quad (4.6)$$

$$\ddot{w} + 2\zeta_z \omega_z \dot{w} + \omega_z^2 w = -\frac{\rho_L}{2m} D U_n^2 C_z = -\frac{\rho_L}{2m} D U_n^2 \left( c_z |_{\dot{w}=0} + \frac{\partial c_z}{\partial \dot{w}} |_{\dot{w}=0} \cdot \dot{w} + \dots \right) \quad (4.7)$$

Unter Anwendung von  $U_y = U_n \cos \gamma_0$  und  $U_z = U_n \sin \gamma_0$  ergeben sich nach Abb. 4.2 für den Windeinfallswinkel und die relative Windgeschwindigkeit folgende Beziehungen:

$$\gamma = \text{atan} \left( \frac{U_z + \dot{w}}{U_y} \right) \quad (4.8)$$

$$U_{rel} = \sqrt{(U_z + \dot{w})^2 + U_y^2} \quad (4.9)$$

Das für die kritische Windgeschwindigkeit maßgebliche zweite Glied der Taylorentwicklung in (4.7) hängt von  $\gamma$  und  $\gamma_0$  ab und damit von  $\gamma$  und  $U_{rel}$ .

$$\frac{\partial c_z}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial c_z}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial c_z}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} \quad (4.10)$$

Unter Anwendung von (4.8), (4.9) und (4.6) ergeben sich die partiellen Ableitungen an der Stelle  $\dot{w} = 0$ :

$$\frac{\partial c_z}{\partial U_{rel}} |_{\dot{w}=0} = \frac{2U_{rel}}{U_n^2} C_z |_{\dot{w}=0} = \frac{2}{U_n} C_z \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} |_{\dot{w}=0} = \frac{U_z + \dot{w}}{\sqrt{(U_z + \dot{w})^2 + U_y^2}} |_{\dot{w}=0} = \sin \gamma_0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial \gamma} |_{\dot{w}=0} = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} |_{\dot{w}=0} = \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} |_{\dot{w}=0} = \frac{U_y}{(U_z + \dot{w})^2 + U_y^2} |_{\dot{w}=0} = \frac{\cos \gamma_0}{U_n} \quad (4.14)$$

Die Ableitung des Luftkraftbeiwertes nach  $\dot{w}$  an der Stelle 0 ergibt sich dann durch Einsetzen in (4.10).

$$\frac{\partial c_z}{\partial \dot{w}} = \frac{1}{U_n} \left( 2C_z \sin \gamma_0 + \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \cos \gamma_0 \right) \quad (4.15)$$

Nach Einsetzen von (4.15) in (4.7) und Umformen ergibt sich aus der Forderung, dass die Dämpfung verschwindet, eine Beziehung für  $U_{krit}$ , die Windeinfallswinkel von  $\gamma_0 \neq 0$  erlaubt.

$$U_{n.krit} = \frac{4m\omega_z \zeta_z}{-\rho_L \left( 2C_z \sin \gamma_0 + \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \cos \gamma_0 \right) D} \quad (4.16)$$

Die Windgeschwindigkeit  $U_{n.krit}$  ist die normal zum Modell gerichtete Windkomponente von  $U_{krit}$ . Zur Ermittlung von  $U_{krit}$  muss noch durch  $\cos \beta^*$  dividiert werden.

Durch numerisches Lösen der Differentialgleichung (4.7) erhält man neben der kritischen Windgeschwindigkeit auch eine Aussage zur auftretenden Amplitude. Dabei darf die Taylorentwicklung nicht nach dem zweiten Glied abgebrochen werden.

Das im Rahmen dieser Arbeit erstellte Computerprogramm berechnet für das Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* die Luftkraftbeiwerte standardmäßig auf Grundlage des abgeleiteten Polynoms 3. Grades (4.3) einschließlich des statischen Anteils. Die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* für  $\Theta_I = 63^\circ$  und  $\Theta_I = 81^\circ$  werden auf gleiche Weise wie die für  $\Theta_I = 72^\circ$  durch ein Polynom 3. Grades genähert, so dass bei einer Berechnung zwischen drei Rinnsallagen  $\Theta_I$  gewählt werden kann.

$$\Theta_I = 63^\circ: \quad C_z(\gamma) = 1.768\gamma^3 - 0.833\gamma^2 - 0.362\gamma + 0.326 \quad (4.17)$$

$$\Theta_I = 81^\circ: \quad C_z(\gamma) = 1.768\gamma^3 + 0.833\gamma^2 - 0.362\gamma - 0.026 \quad (4.18)$$

Da mit dem im Programm verwendeten numerischen Lösungsverfahren nur gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung behandelt werden können, musste (4.7) durch Substitution in ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung zerlegt werden. Statt  $U_n$  muss  $U_{rel}$  verwendet werden, da sich im Gegensatz zur Ermittlung der kritischen Windgeschwindigkeit die Überlegungen bei der Zeitschrittintegration nicht auf die Umgebung  $\dot{w} = 0$  beschränken. Durch Substitution von  $w_0 = w$  und  $w_1 = \dot{w}$  erhält man das folgende numerisch lösbare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} \dot{w}_0 \\ \dot{w}_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_z^2 & -2\zeta_z \omega_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\rho_L}{2m} D U_{rel}^2 C_z(\gamma) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Das Berechnungsverfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* ist das Einzige, das gemäß der untersuchten Literatur bereits zur Simulation von Regen-Wind-induzierten Schwingungen an einem realen Bauwerk angewendet wurde. Das zur Näherung der Luftkraftbeiwerte verwendete Polynom wurde so gewählt, dass im Fall der Erasmusbrücke die beobachteten Amplituden simuliert werden konnten. Die Größe der Amplituden ist von der Ausdehnung des Bereiches, wo die Ableitung von  $C_z$  negativ ist, abhängig. Der Bereich mit fallendem  $C_z$  ist bei den tatsächlichen Luftkraftbeiwerten allerdings weniger ausgedehnt als bei der Näherung. Die von den Autoren beschriebene gute Übereinstimmung der Schwingungsamplituden am Bauwerk und bei der Simulation ist daher dem bei der Näherung aufgetretenen Fehler zuzuschreiben. Um zu untersuchen, inwieweit eine eindimensionale Modellierung überhaupt geeignet ist, wurden im Rahmen dieser Arbeit Berechnungen durchgeführt, die  $C_z$  in Form eines Polygons berücksichtigen, d.h. zwischen den einzelnen Versuchsdaten wird linear interpoliert.

Folgende Aufstellung zeigt für den Anwender die Möglichkeiten des Verfahrens von *Geurts* und *van Staalduinen*.

Vorteile des Verfahrens sind:

- ◆ Die Größe der Schwingungsamplitude in z- Richtung wird nach Aussage der Autoren ausreichend genau abgebildet, jedoch nur wegen der geschickten Wahl des zur Näherung verwendeten Polynoms.
- ◆ Die Ruhelage des Rinnals kann auf Grundlage von Versuchsergebnissen festgelegt werden.
- ◆ Das Verfahren ist zur numerischen Simulation in Form einer Zeitschrittintegration geeignet.

Nachteile des Verfahrens sind:

- ◆ Die Rinnsalruhelage  $\Theta_1$ , kann nur  $63^\circ$ ,  $72^\circ$  oder  $81^\circ$  betragen.
- ◆ Die Schwingungsamplitude in y- Richtung wird nicht abgebildet.
- ◆ Die Rinnsalsschwingung sowie deren Auswirkung auf die Schwingung des Kabels bzw. des Versuchsmodells werden ebenfalls nicht abgebildet.

#### 4.1.2. VERFAHREN VON YAMAGUCHI

Bereits vor *Geurts* und *van Staalduinen* beschäftigte sich *Yamaguchi* in [37] mit der Berechnung von Regen-Wind-induzierten Schwingungen. Die Untersuchungen *Yamaguchis* hatten nur das Ziel, einige im Versuch beobachtete Phänomene rechnerisch abzubilden.

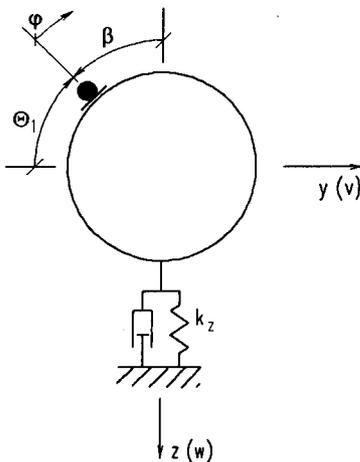


Abb. 4.3: Modell beim Verfahren von *Yamaguchi*

Das verwendete Modell lässt ebenfalls nur eine Bewegung in z- Richtung zu, beinhaltet jedoch einen weiteren Freiheitsgrad, der die Bewegung des Rinnals erfasst (2-DOF Theorie). Abbildung 4.3 zeigt das dynamische Modell. Das Rinnsal ist auf dem Zylinder verschieblich.

Die Luftkraftbeiwerte werden an einem Modell bestimmt, bei dem das Rinnsal durch einen Zylinder ersetzt wird. Der hat einen Durchmesser von 10 % des Kabeldurchmessers (siehe Kapitel 3), und ist im Vergleich zu einem natürlichen Rinnsal viel zu groß.

Bei den in [37] angegebenen Bewegungsgleichungen sind die Luftkraftbeiwerte nur durch ihre erste Ableitung präsent, was zulässig ist, wenn die Frage nach der Amplitude nicht gestellt wird.

$$m\ddot{w} + k_z w = -\frac{\rho_L}{2} DU \left( C_D + \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \dot{w} - \frac{\rho_L}{4} D^2 U \sin \beta \left( C_D + \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \dot{\varphi} + \frac{\rho_L}{2} DU^2 \left( \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \varphi \quad (4.20)$$

$$m_r R^2 \ddot{\varphi} = \frac{\rho_L}{2} D^2 U \left( \frac{dC_M}{d\gamma} \right) \dot{w} + \frac{\rho_L}{4} D^3 U \sin \beta \left( \frac{dC_M}{d\gamma} \right) \dot{\varphi} - \frac{\rho_L}{2} D^2 U^2 \left( \frac{dC_M}{d\gamma} \right) \varphi \quad (4.21)$$

Der Winkel  $\beta = 90^\circ - \Theta_1$  beschreibt in diesem Fall die Lage des Rinnsals. Die Systemdämpfung wird generell vernachlässigt.

Von den Kräften, die auf das Rinnsal wirken, werden nur die Drehträgeit  $m_r R^2 \ddot{\varphi}$  und die Windwirkung auf das Rinnsal selbst berücksichtigt, wofür der Beiwert  $C_M$  bekannt sein muss. Nicht berücksichtigt werden die auf das Rinnsal wirkenden Trägheitskräfte infolge der Bewegung des Kabels sowie die Bindungskräfte zwischen dem Wasser des Rinnsals und der Kabeloberfläche, welche dämpfend wirken.

Eine Vernachlässigung der Luftsteifigkeit  $\frac{\rho_L}{2} DU^2 \left( \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \varphi$  in Gleichung (4.20) und der

Luftdämpfung in beiden Gleichungen entkoppelt das Gleichungssystem. Durch Einsetzen der üblichen Ansätze  $w = w_0 \cdot e^{i\omega t}$  und  $\varphi = \varphi_0 \cdot e^{i\omega t}$  lassen sich die vom Autor angegebenen Beziehungen für die Eigenkreisfrequenzen der Kabelschwingung (Translation) und der Rinnsalschwingung (Rotation) ableiten. Es zeigt sich, dass die Eigenkreisfrequenz der Rinnsalschwingung von der Windgeschwindigkeit abhängig ist (Abb. 4.4).

Durch eine komplexe Eigenwertanalyse wird der Energieeintrag in das System, vorstellbar als aeroelastische Dämpfung, bestimmt. Dabei kann eine von *Hikami* und *Shiraishi* [34] im Versuch festgestellte Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit in ähnlicher Form simuliert werden (Abb. 4.5).

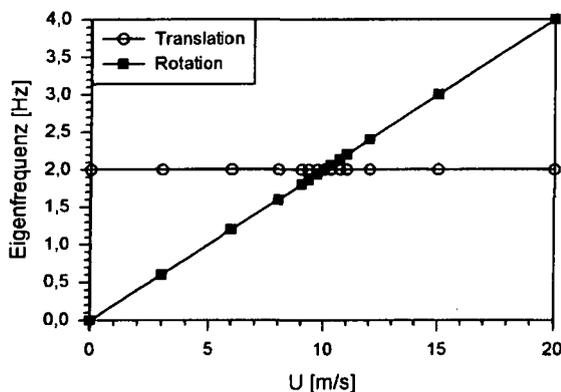


Abb. 4.4: Abhängigkeit der Eigenfrequenz des Rinnsals von der Windgeschwindigkeit

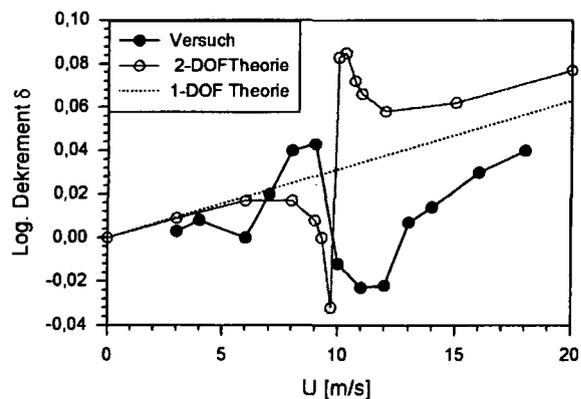


Abb. 4.5: Abhängigkeit der Luftdämpfung von der Windgeschwindigkeit

Die Abhängigkeit der Rinnsaleigenfrequenz und der Luftdämpfung von der Windgeschwindigkeit in der dargestellten Form bewirkt, dass bei zunehmender Windgeschwindigkeit eine bereits angefachte Schwingung wieder abgeschwächt wird oder sogar ganz zum Stillstand kommt. Dieses Phänomen, das Regen-Wind-induzierte Schwingungen auszeichnet, ist jedoch auch durch ein Herunterblasen der Rinnsale vom Querschnitt erklärbar und nicht nur durch eine Verstimmung der Schwingung.

Das Verfahren von *Geurts* und *van Stahduinen* (1-DOF Theorie) sowie auch das in den folgenden Kapitel entwickelte Verfahren können keinen nichtlinearen Zusammenhang von Luftdämpfung und Windgeschwindigkeit abbilden.

Vorteile der Verfahrens von *Yamaguchi* sind:

- ◆ Die Rinnsalschwingung wird durch einen zusätzlichen Freiheitsgrad beschrieben.
- ◆ Es wird ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Luftdämpfung und Windgeschwindigkeit sichtbar. Jedoch muss angemerkt werden, dass die Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen nicht einmal qualitativ gegeben ist

Nachteile des Verfahrens sind:

- ◆ Die für die Baupraxis interessante Frage nach der Schwingungsamplitude wird nicht beantwortet. Zu diesem Zweck müsste eine Zeitschrittintegration durchgeführt werden. Die Luftkraftbeiwerte in der Differentialgleichungen dürfen dann allerdings nicht auf die erste Ableitung reduziert werden.

*Peil* und *Nahrath* [93] bauten auf die Überlegungen von *Yamaguchi* auf und berücksichtigten noch zusätzlich die Adhäsion zwischen Wasser und Kabeloberfläche, indem sie einen geschwindigkeitsabhängigen Dämpfer am Rinnsal anordneten. Außerdem führten sie eine nichtlineare Federlagerung des Schwingers ein. Mit Hilfe dieses Modell konnten Zusammenhänge bei der Ausbildung der Rinnsalruhelage untersucht werden.

*Xu* und *Wang* [88] gelang es, die Bewegungsgleichungen des Modells von *Yamaguchi* durch Zeitschrittintegration zu lösen. Die Ruhelage des Rinnsals ergibt sich, wie auch in der Natur, aus dem Gleichgewicht der auf das Rinnsal wirkenden Windkraft und Schwerkraft. Für einen bestimmten Windgeschwindigkeitsbereich liegt das Rinnsal dann dort, wo eine aeroelastische Instabilität auftreten kann. Bei den Berechnungen der Autoren wurden die von *Yamaguchi* am Querschnitt mit künstlichem Rinnsal ermittelten Luftkraftbeiwerte zugrundegelegt. Die rechnerisch ermittelte Rinnsalruhelage wird allerdings kaum mit der tatsächlichen Ruhelage übereinstimmen. Dafür müssten geeignete Luftkraftbeiwerte  $C_D$ ,  $C_L$  und  $C_M$  vorliegen, welche am Kabel mit Wasserrinnsal ermittelt wurden.

## 4.2. VORSCHLAG EINES VERBESSERTEN RECHENVERFAHRENS

### 4.2.1. GRUNDIDEE

Wie bereits bei der Beschreibung des Verfahren von *Yamaguchi* klar wird, scheiterte bisher die Berücksichtigung der Rinnsalschwingung an der Unkenntnis der Windkräfte, die auf das Rinnsal wirken, und der Rinnsalmasse. Der Grund dafür ist, dass bisher keine Luftkraftbeiwerte an einem Querschnitt mit Wasserrinnsal ermittelt wurden. Bei den von *Matsumoto* an einem Zylinder mit flachem Metallstreifen bestimmten Luftkraftbeiwerten, die den realen Verhältnissen am nächsten kommen, wurde außerdem  $C_M$  überhaupt nicht ermittelt.

Um dennoch einen Verbesserung der Berechnungsmethoden erreichen zu können, müssen diese fehlenden Grundlagen umgangen werden. Zunächst sollen noch einmal die Kräfte beschrieben werden, die auf das Rinnsal wirken. Bei einigen der Formelausdrücke wird dabei etwas vorgegriffen, da sie erst in den nächsten Kapiteln abgeleitet werden.

- ◆ **Masse des Rinnsals  $m_r$ :** Ist wahrscheinlich abhängig vom Kabeldurchmesser, dessen Neigung und der Regenmenge. Zur Zeit gibt es diesbezüglich noch keine Untersuchungen.
- ◆ **Windkraft auf das Rinnsal:** Ist ebenfalls auf Grundlage der bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt durchgeführten Versuche nicht bestimmbar.
- ◆ **Trägheitskraft infolge Rinnsalbeschleunigung  $m_r R^2 \ddot{\phi}$ :** Kann bei einer Abschätzung von  $m_r$  ermittelt werden.

- ◆ **Trägheitskraft infolge Beschl. in y- Richtung**  $m_r R \sin(\Theta_1) \ddot{v}$ : Bestimmbar nach vorheriger Abschätzung von  $m_r$ .
- ◆ **Trägheitskraft infolge Beschl. in z- Richtung**  $-m_r R \cos(\Theta_1) \ddot{w}$ : Bestimmbar nach vorheriger Abschätzung von  $m_r$ .
- ◆ **Adhäsion zwischen Wasser und Kabeloberfläche:** Wirkt wie eine Dämpfung, wobei unklar ist, ob es sich mehr um eine wegabhängige oder geschwindigkeitsabhängige Dämpfung handelt. Mathematisch einfacher ist die Berücksichtigung als geschwindigkeitsabhängige Dämpfung  $2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi}$ .

Während die Rinnsalmasse, die Rinnsaldämpfung und die auf das Rinnsal wirkende Windkraft zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht bekannt sind, liegen bereits Versuchsergebnisse zur Größe der Rinnsalamplitude und zur Phasenverschiebung der Rinnsalschwingung gegenüber der Kabelschwingung vor. Grundidee des in den folgenden Kapiteln abgeleiteten Berechnungsverfahrens ist es, die Rinnsalschwingung mit Hilfe eines Feder-Dämpfer-Modells zu simulieren. Dadurch kann der Einfluss des Rinnsals auf die Windkräfte, welche auf die Kabeloberfläche wirken, beschrieben werden, ohne dass genaue Informationen über Rinnsalmasse, Rinnsaldämpfung und Windkraft auf das Rinnsal vorliegen.

Mit der künstlich eingeführten Drehfedersteifigkeit  $k_\varphi$  und der Rinnsaldämpfung  $\zeta_\varphi$  erhält man Parameter, die der Eichung, d.h. der Einstellung der gewünschten Rinnsalamplitude und Phasenverschiebung, dienen können. Die Rinnsalruhelage ist jetzt von Windbelastung und Rinnsalmasse unabhängig und entspricht der statischen Gleichgewichtslage der Feder. Die Rinnsalruhelage kann z.B. auf Versuchsergebnisse basierend vor jeder Simulation festgelegt werden oder das Rinnsal wird gleich an der ungünstigsten Stelle angeordnet. Weiterhin soll, im Gegensatz zu den bisher veröffentlichten Modellen, ein zusätzlicher Freiheitsgrad in y- Richtung eingeführt werden. Diese Querschwingung kann zwar im Windkanalversuch unterdrückt werden, tritt jedoch an Kabeln und Hängern stets auf, wenn auch mit geringeren Amplituden als die Schwingung in z- Richtung.

| Einwirkung auf das Rinnsal                    | Verfahren von Yamaguchi | Verbessertes Verfahren |
|---|-------------------------|------------------------|
| Eigengewicht des Rinnsals                     | -                       | -                      |
| Windkraft auf das Rinnsal                     | berücksichtigt          | -                      |
| Trägheitskraft infolge Rinnsalbeschleunigung  | berücksichtigt          | berücksichtigt         |
| Trägheitskraft infolge Beschl. in y- Richtung | -                       | berücksichtigt         |
| Trägheitskraft infolge Beschl. in z- Richtung | -                       | berücksichtigt         |
| Adhäsion zwischen Wasser und Kabeloberfläche  | -                       | berücksichtigt         |
| Künstlich eingeführte Federkraft              | -                       | berücksichtigt         |

Tab. 4.1: Berücksichtigung der auf das Rinnsal wirkenden Kräfte bei dem Verfahren von Yamaguchi und dem verbesserten Verfahren

#### 4.2.2. VERWENDETE LUFTKRAFTBEIWERTE

Das von Geurts und van Staalduinen entwickelte analytische Modell basiert auf den von Matsumoto ermittelten Luftkraftbeiwerten  $C_z$  und ist daher nur für Berechnungen mit einem Freiheitsgrad geeignet. Für eine Berücksichtigung der Schwingung in y- Richtung sind Luftkraftbeiwerte in der Form  $C_D$  und  $C_L$  bezogen auf die momentane Windanströmung mit

$U_{rel}$  erforderlich. *Yamaguchi* hat Beiwerte in dieser Form ermittelt [37]. Der dabei verwendete Modellkörper spiegelt jedoch aller Wahrscheinlichkeit nach die wahren Verhältnissen beim Kabel mit Wasserrinnsal nur unzureichend wieder, da das Rinnsal (hier ein schmaler Metallzylinder) im Verhältnis zum Zylinder, der das Kabel darstellt, viel zu groß ist.

Das von *Matsumoto* verwendete Versuchsmodell entspricht eher den wahren Verhältnissen. Der glückliche Umstand, dass die Luftkraftbeiwerte für verschiedene Rinnsallagen  $\Theta_I$  aufgenommen wurden, ermöglicht eine Zerlegung von  $C_z$  in  $C_D$  und  $C_L$ , was normalerweise nicht möglich wäre.

Bei den Versuchen zur Ermittlung von  $C_z$  lag der Windanströmwinkel  $\beta$  bei  $45^\circ$ . Zum Winkel  $\alpha$  wird leider keine Angabe gemacht. Den Angaben über den verwendeten Windkanal zufolge dürften größere Winkel als  $\alpha > 20^\circ$  jedoch kaum möglich gewesen sein. Der Einfluss von  $\alpha$  auf  $C_z$  ist weit geringer als der von  $\beta$  und beträgt in dem genannten Intervall maximal 7 %. Vergleicht man die von *Matsumoto* bestimmten Beiwerte [45] mit Ergebnissen ähnlicher Versuche (z.B. von *James* und *Thruong* [33]), so stellt man fest, dass die dargestellten Kurven den Beiwert  $C_z$  auf die Windgeschwindigkeit des Kanals  $U$  statt auf  $U_n$  bezogen darstellen. Für die Anwendung im Rahmen dieser Arbeit ergibt sich aus geometrischen Überlegungen folgende Korrektur:

$$C_{z,korr} = \frac{C_z}{\cos^2 \beta} \quad (4.22)$$

Das Computerprogramm führt diese Korrektur bei allen Berechnungen durch. Eine Ausnahme ist das Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen*, wo durch einen Wahlschalter auch die Beiwerte  $C_z$  ohne Korrektur verwendet werden können.

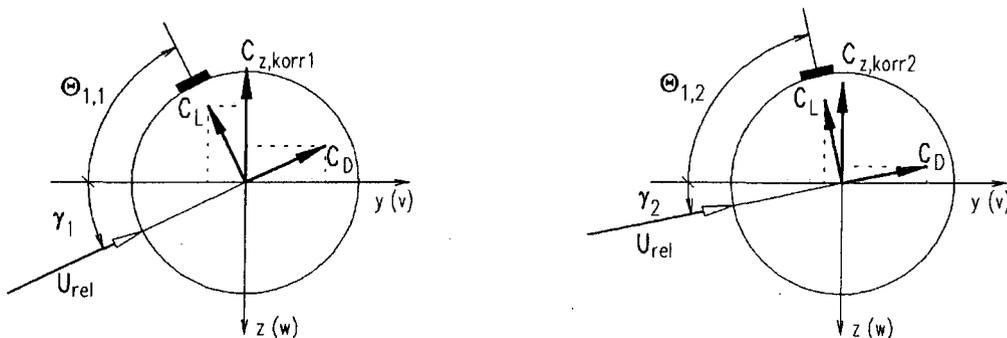


Abb. 4.6: Bestimmung von  $C_D$  und  $C_L$  aus  $C_{z,korr}$

Die Rückführung der Luftkraftbeiwerte  $C_D$  und  $C_L$  aus  $C_{z,korr}$  geschieht unter Anwendung der Gleichung  $C_{z,korr} = C_L \cos \gamma + C_D \sin \gamma$ . Für jeden Winkel  $\Theta_I + \gamma$ , wo mindestens zwei der Kurven von *Matsumoto* einen Wert aufweisen, erhält man durch Umformung zwei Bestimmungsgleichungen (Abb. 4.6).

$$C_D = \frac{C_{z,korr2} \cos \gamma_1 - C_{z,korr1} \cos \gamma_2}{\sin \gamma_2 \cos \gamma_1 - \sin \gamma_1 \cos \gamma_2} \quad (4.23)$$

$$C_L = \frac{C_{z,korr1} \sin \gamma_2 - C_{z,korr2} \sin \gamma_1}{\sin \gamma_2 \cos \gamma_1 - \sin \gamma_1 \cos \gamma_2} \quad (4.24)$$

Die Indizes 1 und 2 stehen für die Ausgangskurven, wobei deren Reihenfolge egal ist. Für die meisten Anströmwinkel  $\Theta_1 + \gamma$  können  $C_D$  und  $C_L$  zweimal bestimmt werden, weil drei Kurven vorliegen. Für diese Fälle ist eine gute Übereinstimmung festzustellen (Abb. 4.7 und 4.8).

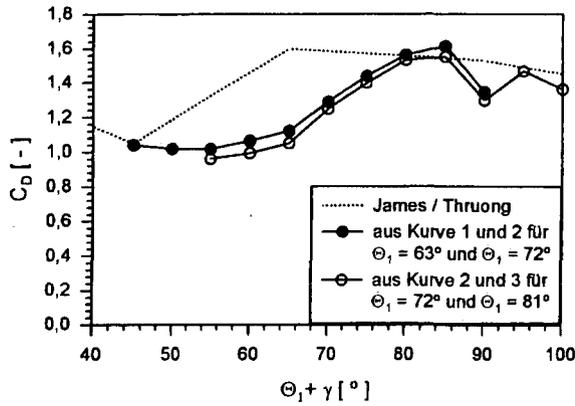


Abb. 4.7: Widerstandsbeiwert

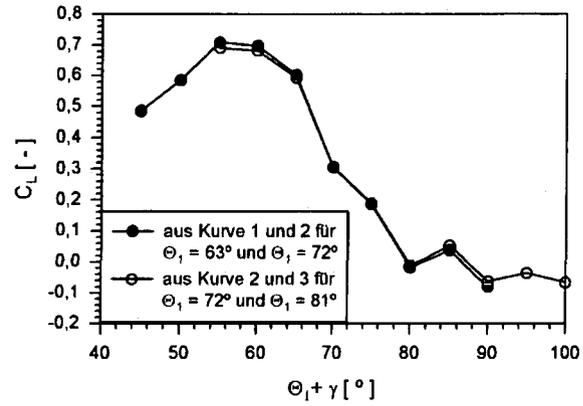


Abb. 4.8: Quertriebsbeiwert

Die Höhe der rechteckförmigen Kante am Modell beträgt  $d/D = 0,024$ . Für den Beiwert  $C_D$  ist zum Vergleich die von *James* und *Thruong* ermittelte Kurve für eine zylinderförmige Kante der Höhe ( $d/D = 0,032$ ) dargestellt. Die Größenordnung stimmt relativ gut überein, was die oben beschriebene Annahme, auf deren Grundlage  $C_{z,korr}$  ermittelt wurde, bestätigt. Allerdings führt die Querschnittsform zu einer Verschiebung in Richtung der horizontalen Achse um ca.  $15^\circ$ , was der Breite des verwendeten künstlichen Rinnsals entspricht.

Zu der Reynoldszahl während der Versuche macht der Autor keine Angabe. Untersuchungen über deren Einfluss auf die Luftkraftbeiwerte liegen daher erst recht nicht vor. Auf Grund der Angaben über den Durchmesser des Modells und der maximalen Windgeschwindigkeit des verwendeten Windkanals kann davon ausgegangen werden, dass die Reynoldszahl weniger als  $Re = 37\,000$  betragen hat.

Folgende Diagramme zeigen die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* und *Yamaguchi* im Vergleich.

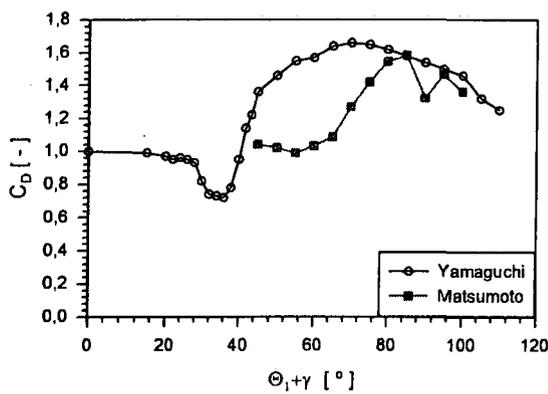


Abb. 4.9: Widerstandsbeiwert  $C_D$

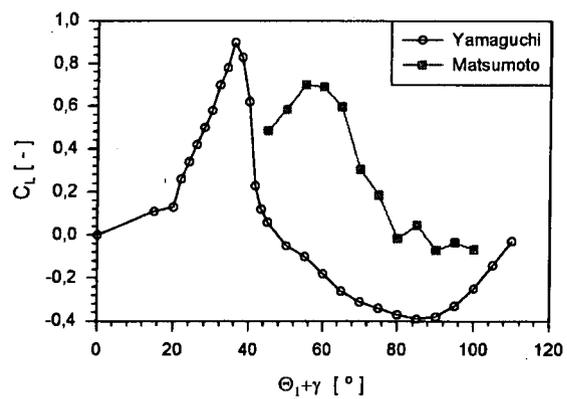


Abb. 4.10: Quertriebsbeiwert  $C_L$

Aeroelastische Instabilität tritt stets im Zusammenhang mit einem starken Abfall des Quertriebsbeiwertes auf, was sich für den Sonderfall  $\gamma_0 = 0^\circ$  durch die Anwendung des Kriteriums von *Den Hartog* (3.10) am besten zeigen lässt (Abb. 4.11). Interessant sind die Bereiche, welche unter Null liegen. Der instabile Bereich des von *Yamaguchi* verwendeten Modells liegt bei  $36^\circ \leq \Theta_1 + \gamma_0 \leq 48^\circ$ , der des von *Matsumoto* verwendeten Modells bei  $60^\circ \leq \Theta_1 + \gamma_0 \leq 83^\circ$ .

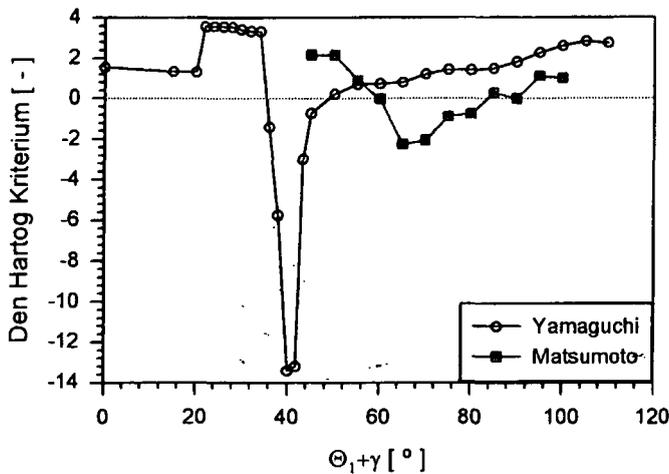


Abb. 4.11: Auswertung der Luftkraftbeiwerte nach Den Hartog

Verwendet werden sollten für eine baupraktische Berechnung die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto*, da sie den Verhältnissen beim Kabel mit Wasserrinnsal am ehesten entsprechen. Das im Rahmen dieser Arbeit erstellte Computerprogramm interpoliert dabei linear zwischen den im Versuch ermittelten Werten. Es ermöglicht außerdem zum Vergleich die Verwendung der Beiwerte von *Yamaguchi*.

Leider wurden die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* nur für einen begrenzten Bereich ermittelt. Je nach Rinnsallage  $\Theta_1$ , Modellneigung  $\alpha$  und Orientierung zum Wind  $\beta$  ist es möglich, dass keine Luftkraftbeiwerte zur Verfügung stehen. Die grau dargestellte Fläche in Abb. 4.12 entspricht dem Bereich, wo eine Anregung vom Typ A auftreten kann. Für ausgewählte  $\Theta_1$  sind die Obergrenze und die Untergrenze für die Existenz von Luftkraftbeiwerten dargestellt. Bei Eingabewerten nahe der Grenzen ist es möglich, dass das Computerprogramm die Simulation frühzeitig abbricht. Je nach Größe der Schwingungsamplituden rutschen die Grenzen daher noch um einige Grad zusammen. Es wird deutlich, dass besonders für gering geneigte Kabel, die nahezu quer zum Wind liegen, bei kleinen  $\Theta_1$  Luftkraftbeiwerte fehlen. Bei einer Rinnsallage von  $\Theta_1 = 30^\circ$  kann ca. die Hälfte aller Situationen nicht berechnet werden. Darunter fallen jedoch nicht die Rinnsallagen, wo ein maximaler Energieeintrag stattfindet.

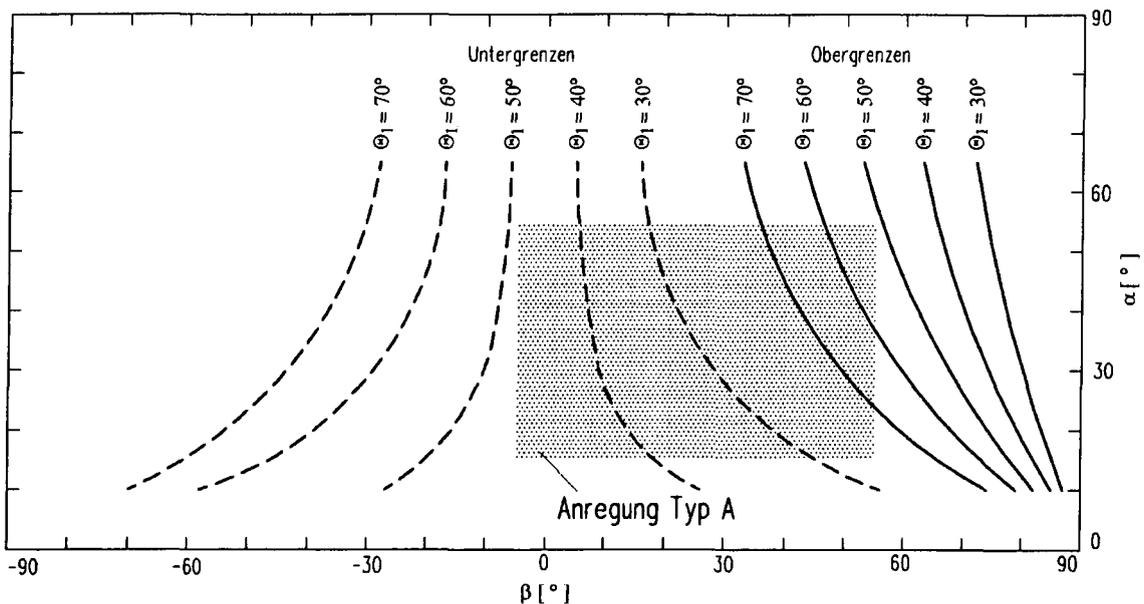


Abb. 4.12: Bereich, für den Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* angegeben wurden

Die Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi* wurden über einen größeren Bereich aufgenommen. Es wird fast der ganze Bereich, wo eine Anregung vom Typ A auftreten kann, abgedeckt.

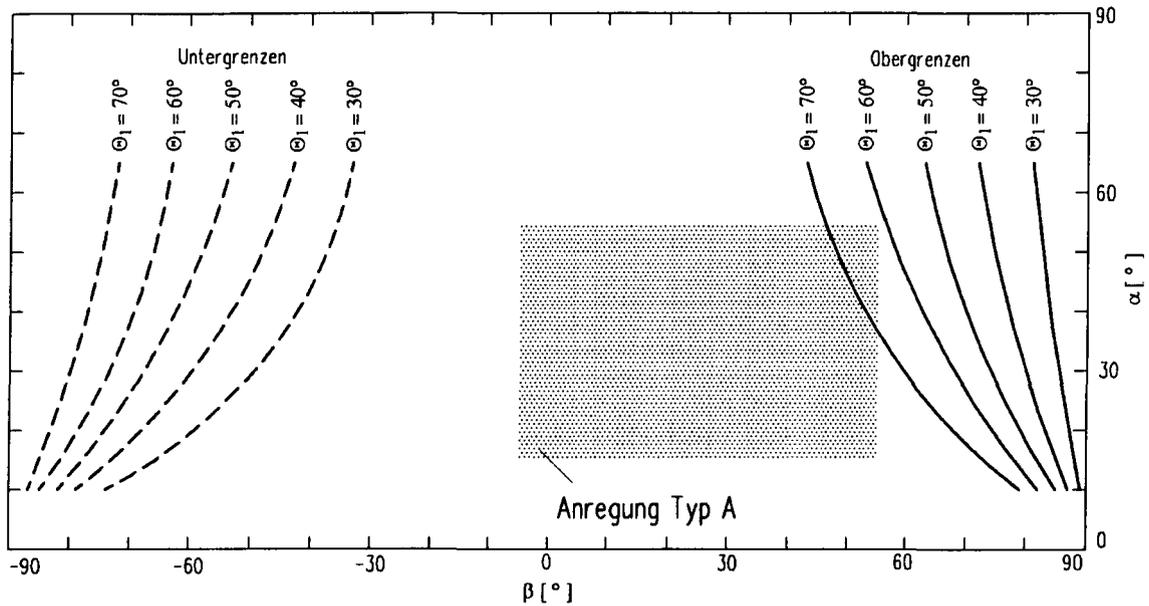


Abb. 4.13: Bereiche, für den Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi* angegeben wurden

#### 4.2.3. BEWEGUNGSGLEICHUNGEN DES AUF FEDERN GELAGERTEN ZYLINDERS

Die in der Literatur beschriebenen Windkanalversuche zu Regen-Wind-induzierten Schwingungen wurden stets mit Hilfe von auf Federn gelagerten starren Zylindern durchgeführt. Zunächst soll die oben beschriebene Grundidee auf dieses System angewendet werden. Es ergibt sich das in Abbildung 4.14 dargestellte dynamische Modell.

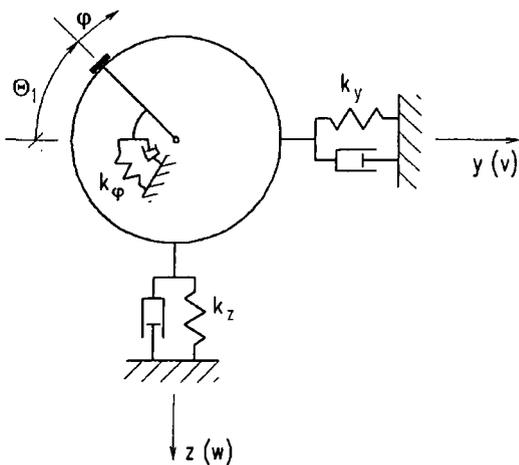


Abb. 4.14: Modell mit drei Freiheitsgraden

Das Aufstellen der Bewegungsgleichungen soll mit Hilfe der *Lagrange*'schen Bewegungsgleichung erfolgen, d.h. durch Differenzieren der kinetischen und potentiellen Energie des Systems.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{r}_i} \right) - \frac{\partial E_{kin}}{\partial r_i} + \frac{\partial E_{pot}}{\partial r_i} = Q \quad (4.25)$$

In diesem Fall ist  $i=3$  gemäß der Anzahl der Freiheitsgrade  $v$ ,  $w$  und  $\varphi$ . Die Koordinate wurde mit  $r$  bezeichnet, da sie keine kartesische Koordinate sein muss. Der Ausdruck  $Q$  wird als generalisierte Kraft bezeichnet. Dort gehen die Kräfte ein, die kein Potential besitzen, wie die Dämpfungskraft und die äußere Belastung.

Die kinetische Energie des Systems ist abhängig von den einzelnen Massen und deren Momentangeschwindigkeit.

Für die Verschiebungen des Rinnsals in  $y$ - bzw.  $z$ - Richtung ergeben sich in Abhängigkeit von  $v$ ,  $w$  und  $\varphi$  die Beziehungen  $v_r = v - R \cos(\Theta_1 + \varphi)$  und  $w_r = w - R \sin(\Theta_1 + \varphi)$ . Durch Ableiten erhält man die Geschwindigkeiten des Rinnsals  $\dot{v}_r = \dot{v} + R\dot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi)$  und  $\dot{w}_r = \dot{w} - R\dot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi)$ . Die Gesamtgeschwindigkeit ergibt sich durch vektorielle Addition und anschließende Vereinfachung.

$$\dot{v}_r^2 + \dot{w}_r^2 = \dot{v}^2 + \dot{w}^2 + 2\dot{v}R\dot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi) - 2\dot{w}R\dot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi) + R^2\dot{\varphi}^2 \quad (4.26)$$

Neben den Anteilen aus (4.26) gehen in die kinetische Energie des Systems noch die Bewegung des Kabels selbst und die Drehung des Rinnsals um den eigenen Schwerpunkt ein.

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(m + m_r)\dot{v}^2 + \frac{1}{2}(m + m_r)\dot{w}^2 + \frac{1}{2}J_r\dot{\varphi}^2 + m_r\dot{v}R\dot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi) - m_r\dot{w}R\dot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi) + \frac{1}{2}m_rR^2\dot{\varphi}^2 \quad (4.27)$$

Als Ableitung der kinetischen Energie nach den Geschwindigkeiten erhält man:

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{v}} = (m + m_r)\dot{v} + m_rR \sin(\Theta_1 + \varphi)\dot{\varphi} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{w}} = (m + m_r)\dot{w} - m_rR \cos(\Theta_1 + \varphi)\dot{\varphi} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{\varphi}} = m_rR \sin(\Theta_1 + \varphi)\dot{v} - m_rR \cos(\Theta_1 + \varphi)\dot{w} + m_rR^2\dot{\varphi} + J_r\dot{\varphi} \quad (4.30)$$

Gemäß der *Lagrange*'schen Gleichung werden diese Ausdrücke anschließend nach der Zeit abgeleitet.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{v}} \right) = (m + m_r)\ddot{v} + m_rR(\ddot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi) + \dot{\varphi}^2 \cos(\Theta_1 + \varphi)) \quad (4.31)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{w}} \right) = (m + m_r)\ddot{w} - m_rR(\ddot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi) - \dot{\varphi}^2 \sin(\Theta_1 + \varphi)) \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{\varphi}} \right) &= (m_r R^2 + J_r) \ddot{\varphi} + m_r R (\ddot{v} \sin(\Theta_1 + \varphi) + \dot{v} \dot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi)) \\ &\quad - m_r R (\ddot{w} \cos(\Theta_1 + \varphi) - \dot{w} \dot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi)) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Die Differentiation der kinetischen Energie nach den Koordinaten ergibt dann:

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial v} = 0 \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial w} = 0 \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \varphi} = m_r R \dot{v} \dot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi) + m_r R \dot{w} \dot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi) \quad (4.36)$$

Die potentielle Energie des Systems enthält die Arbeiten, die von den drei Federn geleistet werden. Der Einfachheit wegen soll die Energie des Lagepotentials, die eigentlich in  $Q$  eingeht, mit berücksichtigt werden. Die Wirkung der Schwerkraft auf das Kabel wird nicht berücksichtigt, da die Schwingung um die statische Ruhelage betrachtet werden soll.

$$E_{pot} = \frac{1}{2} k_y v^2 + \frac{1}{2} k_z w^2 + \frac{1}{2} k_\varphi \varphi^2 - m_r g R \sin(\Theta_1 + \varphi) \quad (4.37)$$

Die Differentiation der potentiellen Energie nach den einzelnen Koordinaten ergibt:

$$\frac{\partial E_{pot}}{\partial v} = k_y v \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial E_{pot}}{\partial w} = k_z w \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial E_{pot}}{\partial \varphi} = k_\varphi \varphi - m_r g R \cos(\Theta_1 + \varphi) \quad (4.40)$$

Die Kräfte, die kein Potential besitzen, gehen in die generalisierte Kraft  $Q$  ein.

$$Q_v \delta v = \left[ -2m \zeta_y \omega_y \dot{v} + \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_y(\gamma) \right] \delta v \quad (4.41)$$

$$Q_w \delta w = \left[ -2m \zeta_z \omega_z \dot{w} + \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_z(\gamma) \right] \delta w \quad (4.42)$$

$$Q_\varphi \delta \varphi = \left[ -2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} \right] \delta \varphi \quad (4.43)$$

Durch Einsetzen der ermittelten Ableitungen in die *Lagrange*'sche Gleichung erhält man die Bewegungsgleichungen in Form eines Systems von drei gekoppelten Differentialgleichungen.

$$\begin{aligned}
 (m + m_r) \ddot{v} + m_r R [\ddot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi) + \dot{\varphi}^2 \cos(\Theta_1 + \varphi)] \\
 + k_y v + 2m \zeta_y \omega_y \dot{v} = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_y(\gamma)
 \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned}
 (m + m_r) \ddot{w} - m_r R [\ddot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi) - \dot{\varphi}^2 \sin(\Theta_1 + \varphi)] \\
 + k_z w + 2m \zeta_z \omega_z \dot{w} = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_z(\gamma)
 \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned}
 (m_r R^2 + J_r) \ddot{\varphi} + m_r R [\ddot{v} \sin(\Theta_1 + \varphi) + \dot{v} \dot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi)] - m_r R [\ddot{w} \cos(\Theta_1 + \varphi) - \dot{w} \dot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi)] \\
 - m_r R \dot{\varphi} \cos(\Theta_1 + \varphi) \dot{v} - m_r R \dot{\varphi} \sin(\Theta_1 + \varphi) \dot{w} + k_\varphi \varphi + 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} \\
 - m_r g R \cos(\Theta_1 + \varphi) = 0
 \end{aligned} \quad (4.46)$$

Die Masse des Rinnsals ist gegenüber der Masse des Kabels klein, so dass die Drehträgheit des Rinnsals  $J_r$  um den eigenen Schwerpunkt vernachlässigt wird. Weiterhin wird aus gleichem Grund  $m + m_r = m$  gesetzt.

In Gleichung (4.46) wird der Ausdruck  $m_r g R \cos(\Theta_1 + \varphi)$ , wo die auf das Rinnsal wirkende Schwerkraft eingeht, gestrichen. Das ist erforderlich, weil das Rinnsal stets an der ungünstigsten Stelle des Querschnitts angeordnet werden soll. Würde man diesen Ausdruck nicht streichen, so würde eine statische Verschiebung des Rinnsals stattfinden, was zu einer Gleichgewichtslage der Rinnsalschwingung abweichend von der angestrebten ungünstigsten Rinnsallage führt.

Weiterhin wird von kleinen Rinnsalamplituden ausgegangen. Daraus folgt  $\Theta_1 + \varphi = \Theta_1$ .

Die Geschwindigkeit des Rinnsals  $\dot{\varphi}$  ist ebenfalls gering. Eine uneingeschränkte Annahme von  $\dot{\varphi} = 0$  würde jedoch den Dämpfungsterm in Gleichung (4.46) verschwinden lassen, was hinsichtlich der Zielstellung, die Rinnsalschwingung durch ein Feder-Dämpfer-Modell zu simulieren, nicht sinnvoll wäre. Der Dämpfungsterm muss daher beibehalten werden.

Die von der Rinnsalbeschleunigung  $\ddot{\varphi}$  abhängigen Ausdrücke sind stets ungefähr um den Faktor 10 größer, als die von der Rinnsalgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  abhängigen Ausdrücke. Das wurde durch Untersuchungen belegt. Diese Ausdrücke werden daher ebenfalls beibehalten. Eine Streichung wäre außerdem nicht zielführend, weil das Differentialgleichungssystem dadurch entkoppelt werden würde.

Unter Anwendung dieser Vereinfachungen und anschließender Umformung ergibt sich das folgende gekoppelte Differentialgleichungssystem:

$$m \ddot{v} + m_r R \sin \Theta_1 \ddot{\varphi} + 2m \zeta_y \omega_y \dot{v} + k_y v = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_y(\gamma) \quad (4.47)$$

$$m \ddot{w} - m_r R \cos \Theta_1 \ddot{\varphi} + 2m \zeta_z \omega_z \dot{w} + k_z w = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_z(\gamma) \quad (4.48)$$

$$m_r R^2 \ddot{\varphi} - m_r R \cos \Theta_1 \ddot{w} + m_r R \sin \Theta_1 \ddot{v} + 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} + k_\varphi \varphi = 0 \quad (4.49)$$

Das Gleichungssystem kann übersichtlicher in Matrixschreibweise dargestellt werden.

$$\mathbf{M} \ddot{\vec{\varphi}} + \mathbf{C}_s \dot{\vec{\varphi}} + \mathbf{K} \vec{\varphi} = \vec{q}_n \quad (4.50)$$

$$\bar{\varphi} = \begin{pmatrix} v \\ w \\ \varphi \end{pmatrix} \quad \dot{\bar{\varphi}} = \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} \quad \ddot{\bar{\varphi}} = \begin{pmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix}$$

Alle Matrizen sind symmetrisch. Darüber hinaus sind die Systemdämpfungsmatrix und die Systemsteifigkeitsmatrix Diagonalmatrizen.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & m_r R \sin \Theta_1 \\ 0 & m & -m_r R \cos \Theta_1 \\ m_r R \sin \Theta_1 & -m_r R \cos \Theta_1 & m_r R^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} 2m\zeta_y \omega_y & 0 & 0 \\ 0 & 2m\zeta_z \omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_y & 0 & 0 \\ 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & k_\varphi \end{bmatrix} \quad \bar{q}_n = \begin{pmatrix} q_{y,n} \\ q_{z,n} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\rho_L}{2} D U_n^2 \begin{pmatrix} C_y(\gamma) \\ C_z(\gamma) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Für die Berechnung durch Zeitschrittintegration muss im Lastvektor die Windgeschwindigkeit  $U_n$  durch die momentane Windgeschwindigkeit  $U_{rel}$  ersetzt werden.

$$\bar{q}_{rel} = \begin{pmatrix} q_{y,rel} \\ q_{z,rel} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\rho_L}{2} D U_{rel}^2 \begin{pmatrix} C_y(\gamma) \\ C_z(\gamma) \\ 0 \end{pmatrix}$$

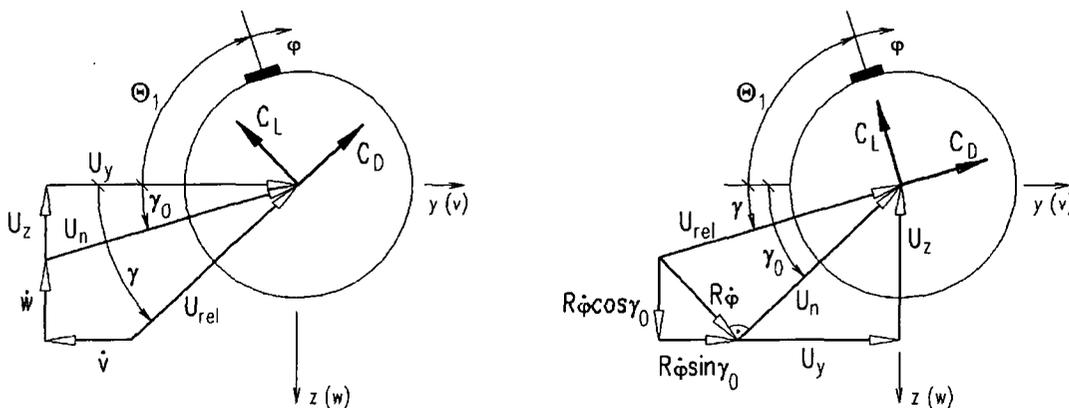


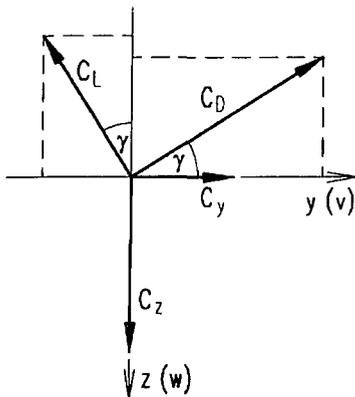
Abb. 4.15: Definition von  $\gamma$  und  $U_{rel}$  in Abhängigkeit von  $\dot{v}$ ,  $\dot{w}$  und  $\dot{\varphi}$  beim System mit drei Freiheitsgraden

Die Luftkraftbeiwerte  $C_y(\gamma)$  und  $C_z(\gamma)$  werden folgendermaßen ermittelt. Die Geschwindigkeiten  $\dot{v}$ ,  $\dot{w}$  und  $\dot{\varphi}$  erzeugen jeweils Anteile, die neben  $U_y = U_n \cos \gamma_0$  und  $U_z = U_n \sin \gamma_0$  in die momentane Windgeschwindigkeit  $U_{rel}$  und den momentanen Windeinfallswinkel  $\gamma$  eingehen (Abb. 4.15). Die Berücksichtigung von  $\dot{\varphi}$  erfolgt dabei mit Hilfe des charakteristischen Radius, der von der Querschnittsform abhängig ist. Beim Querschnitt Zylinder mit Rinnsal ist dieser gleich dem Zylinderradius  $R$  (siehe Yamaguchi [37]). Aus geometrischen Überlegungen ergeben sich dann die Bestimmungsgleichungen für  $\gamma$  und  $U_{rel}$ .

$$\gamma = \text{atan} \left( \frac{U_z + \dot{w} - R\dot{\varphi} \cos \gamma_0}{U_y - \dot{v} + R\dot{\varphi} \sin \gamma_0} \right) \quad (4.51)$$

$$U_{rel} = \sqrt{(U_z + \dot{w} - R\dot{\varphi} \cos \gamma_0)^2 + (U_y - \dot{v} + R\dot{\varphi} \sin \gamma_0)^2} \quad (4.52)$$

Die Luftkraftbeiwerte  $C_y(\gamma)$  und  $C_z(\gamma)$  werden aus  $C_D(\gamma)$  und  $C_L(\gamma)$  berechnet, welche wiederum aus den im vorhergehenden Kapitel dargestellten Diagrammen in Abhängigkeit von  $\Theta_1 + \gamma + \varphi$  entnommen werden können.



$$C_y = C_D \cos \gamma - C_L \sin \gamma \quad (4.53)$$

$$C_z = -C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma \quad (4.54)$$

Abb. 4.16: Definition von  $C_y$  und  $C_z$

Die Elemente des Lastvektors  $q_{y,rel}$  und  $q_{z,rel}$  sind beide von  $\dot{v}$ ,  $\dot{w}$  und  $\dot{\varphi}$  abhängig. Es besteht daher auch auf der Belastungsseite eine Kopplung, die nicht auf den ersten Blick sichtbar ist.

Bei der Lösung des Differentialgleichungssystems mit Hilfe eines numerischen Verfahrens erweist sich die Massenkopplung als störend. Diese kann aber relativ einfach durch Prämultiplikation mit  $\mathbf{M}^{-1}$  eliminiert werden. Statt dessen entstehen Kopplungen in der Systemdämpfungsmatrix und Systemsteifigkeitsmatrix, die sich aber nicht als störend erweisen.

$$\ddot{\bar{\varphi}} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_S \dot{\bar{\varphi}} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \bar{\varphi} = \mathbf{M}^{-1} \bar{q}_{rel} \quad (4.55)$$

Die Umwandlung in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung erfolgt durch Substitution der Ausdrücke  $v_0 = v$ ,  $v_1 = \dot{v}$ ,  $w_0 = w$ ,  $w_1 = \dot{w}$ ,  $\varphi_0 = \varphi$  und  $\varphi_1 = \dot{\varphi}$ .

$$\ddot{\bar{\varphi}}_{0,1} = \mathbf{A} \bar{\varphi}_{0,1} + \bar{q}_{0,1} \quad (4.56)$$

$$\bar{\varphi}_{0,1} = \begin{pmatrix} \dot{v}_0 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{w}_0 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{\varphi}_0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix} \quad \bar{\varphi}_{0,1} = \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ w_0 \\ w_1 \\ \varphi_0 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \quad \bar{q}_{0,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_{00}^{-1} q_{y,rel} + \mathbf{M}_{01}^{-1} q_{z,rel} \\ 0 \\ \mathbf{M}_{10}^{-1} q_{y,rel} + \mathbf{M}_{11}^{-1} q_{z,rel} \\ 0 \\ \mathbf{M}_{20}^{-1} q_{y,rel} + \mathbf{M}_{21}^{-1} q_{z,rel} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}_{00}^{-1}k_y & -\mathbf{M}_{00}^{-1}2m\zeta_y\omega_y & -\mathbf{M}_{01}^{-1}k_z & -\mathbf{M}_{01}^{-1}2m\zeta_z\omega_z & -\mathbf{M}_{02}^{-1}k_\varphi & -\mathbf{M}_{02}^{-1}2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}_{10}^{-1}k_y & -\mathbf{M}_{10}^{-1}2m\zeta_y\omega_y & -\mathbf{M}_{11}^{-1}k_z & -\mathbf{M}_{11}^{-1}2m\zeta_z\omega_z & -\mathbf{M}_{12}^{-1}k_\varphi & -\mathbf{M}_{12}^{-1}2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\mathbf{M}_{20}^{-1}k_y & -\mathbf{M}_{20}^{-1}2m\zeta_y\omega_y & -\mathbf{M}_{21}^{-1}k_z & -\mathbf{M}_{21}^{-1}2m\zeta_z\omega_z & -\mathbf{M}_{22}^{-1}k_\varphi & -\mathbf{M}_{22}^{-1}2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \end{bmatrix}$$

Ist das Rinnsal fix, reduziert sich das Differentialgleichungssystem um alle von  $\varphi$  abhängigen Ausdrücke. Die dritte Gleichung entfällt ganz.

$$m\ddot{v} + 2m\zeta_y\omega_y\dot{v} + k_y v = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_y(\gamma) \quad (4.57)$$

$$m\ddot{w} + 2m\zeta_z\omega_z\dot{w} + k_z w = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_z(\gamma) \quad (4.58)$$

Die beiden verbleibenden Gleichungen weisen keine Massenkopplung auf. Nach Division durch  $m$  und Einsetzen von  $\omega_y^2 = k_y/m$  und  $\omega_z^2 = k_z/m$  können sie durch Substitution in ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung umgewandelt werden.

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_0 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{w}_0 \\ \dot{w}_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_y^2 & -2\zeta_y\omega_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_z^2 & -2\zeta_z\omega_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ w_0 \\ w_1 \end{pmatrix} + \frac{\rho_L}{2m} DU_{rel}^2 \begin{pmatrix} 0 \\ C_y(\gamma) \\ 0 \\ C_z(\gamma) \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

Eine weitere Reduktion um den Freiheitsgrad  $v$  führt wieder auf Gleichung (4.19). Allerdings muss beim Lastvektor noch das Vorzeichen gewechselt werden, weil beim Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* die positive Definition von  $C_z$  in die andere Richtung zeigt.

#### 4.2.4. KRITISCHE WINDGESCHWINDIGKEIT DES AUF FEDERN GELAGERTEN ZYLINDERS

Für den Fall eines fixen Rinnsals soll wie schon beim Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* eine Beziehung zur direkten Berechnung der kritischen Windgeschwindigkeit  $U_{n,krit}$  abgeleitet werden. Zu diesem Zweck werden die Luftkraftbeiwerte  $C_y(\gamma)$  und  $C_z(\gamma)$  in eine Taylorreihe entwickelt, von der nur die erste Ableitung von Bedeutung ist. Die Vorgehensweise in diesem Kapitel ist identisch mit der, welche bereits in [25] zur Bestimmung der kritischen Windgeschwindigkeit von gallopinggefährdeten Winkelprofilen angewendet wurde.

Beide Beiwerte sind von  $\gamma$  abhängig, d.h. von  $\dot{v}$  und  $\dot{w}$  bzw. von  $\gamma$  und  $U_{rel}$ . Die Reihenentwicklung erfolgt in der Umgebung  $\dot{v} = 0$  und  $\dot{w} = 0$ .

$$C_y = C_y \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} + \frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} \cdot \dot{w} + \frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} \cdot \dot{v} + \dots \quad (4.60)$$

$$C_z = C_z \Big|_{\dot{v}=0} + \frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} \Big|_{\dot{v}=0} \cdot \dot{w} + \frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} \Big|_{\dot{w}=0} \cdot \dot{v} + \dots \quad (4.61)$$

Die Beiwerte  $C_D$  und  $C_L$  beziehen sich auf  $U_{rel}$  statt  $U_n$ . Daher müssen die Gleichungen (4.53) und (4.54) noch durch einen Faktor korrigiert werden.

$$C_y = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} (C_D \cos \gamma - C_L \sin \gamma) \quad (4.62)$$

$$C_z = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} (-C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma) \quad (4.63)$$

Für die partielle Ableitung von  $C_y$  nach  $\dot{v}$  ergibt sich:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} = \frac{\partial C_y}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{v}} + \frac{\partial C_y}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{v}} \quad (4.64)$$

Die einzelnen Teilausdrücke lassen sich durch Ableiten der Gleichungen (4.51) und (4.52) mit  $\dot{\varphi} = 0$  sowie (4.62) ermitteln.

$$\frac{\partial C_y}{\partial U_{rel}} \Big|_{\dot{v}=0} = \frac{2}{U_n} (C_D \cos \gamma - C_L \sin \gamma)$$

$$\frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{v}} \Big|_{\dot{w}=0} = -\frac{U_y}{\sqrt{U_z^2 + U_y^2}} = -\frac{U_y}{U_n} = -\cos \gamma_0$$

$$\frac{\partial C_y}{\partial \gamma} \Big|_{\dot{v}=0} = \frac{dC_D}{d\gamma} \cos \gamma_0 - C_D \sin \gamma_0 - \frac{dC_L}{d\gamma} \sin \gamma_0 - C_L \cos \gamma_0$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \dot{v}} \Big|_{\dot{w}=0} = \frac{U_z}{U_n^2} = \frac{\sin \gamma_0}{U_n}$$

Durch Einsetzen in (4.64) und anschließender Vereinfachung folgt:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} = \frac{1}{U_n} \left[ -2C_D \cos^2 \gamma_0 + \left( C_L + \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} - \left( C_D + \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \sin^2 \gamma_0 \right] \quad (4.65)$$

Für die partielle Ableitung von  $C_y$  nach  $\dot{w}$  ergibt sich:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial C_y}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial C_y}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} \quad (4.66)$$

$$\left. \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{U_z}{\sqrt{U_z^2 + U_y^2}} = \frac{U_z}{U_n} = \sin \gamma_0$$

$$\left. \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{U_y}{U_n^2} = \frac{\cos \gamma_0}{U_n}$$

Durch Einsetzen in (4.66) und anschließender Vereinfachung folgt:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} = \frac{1}{U_n} \left[ -2C_L \sin^2 \gamma_0 + \left( C_D - \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} - \left( C_L - \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \cos^2 \gamma_0 \right] \quad (4.67)$$

Für die partielle Ableitung von  $C_z$  nach  $\dot{v}$  ergibt sich:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} = \frac{\partial C_z}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{v}} + \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{v}} \quad (4.68)$$

Die beiden noch nicht ermittelten Teilausdrücke ergeben sich durch Ableiten der Gleichung (4.62) nach  $U_{rel}$  und  $\gamma$ .

$$\left. \frac{\partial C_z}{\partial U_{rel}} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{2}{U_n} (-C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma)$$

$$\left. \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = -\frac{dC_L}{d\gamma} \cos \gamma_0 + C_L \sin \gamma_0 - \frac{dC_D}{d\gamma} \sin \gamma_0 - C_D \cos \gamma_0$$

Durch Einsetzen in (4.68) und anschließender Vereinfachung folgt:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} = \frac{1}{U_n} \left[ 2C_L \cos^2 \gamma_0 + \left( C_D - \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} + \left( C_L - \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \sin^2 \gamma_0 \right] \quad (4.69)$$

Für die partielle Ableitung von  $C_z$  nach  $\dot{w}$  ergibt sich:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial C_z}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} \quad (4.70)$$

Die Teilausdrücke sind bereits alle ermittelt worden. Durch Einsetzen und Vereinfachen erhält man:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} = \frac{1}{U_n} \left[ -2C_D \sin^2 \gamma_0 - \left( C_L + \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} - \left( C_D + \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \cos^2 \gamma_0 \right] \quad (4.71)$$

Die so bestimmte rechte Seite des Differentialgleichungssystems (4.57);(4.58), bestehend aus den 1. Ableitungen der Luftkraftbeiwerte, ist wie die Dämpfung von der Geschwindigkeit abhängig. Die Darstellung erfolgt am einfachsten in Form einer Matrix, der Luftdämpfungsmatrix  $C_A$ .

$$\bar{q}_n = C_A \bar{\varphi} = \frac{\rho_L}{2} D U_n^2 \begin{bmatrix} \frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} & \frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} \\ \frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} & \frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

Die Luftdämpfungsmatrix wird nun auf die linke Seite des Gleichungssystems gebracht und mit der Systemdämpfungsmatrix zur Gesamtdämpfungsmatrix  $C$  zusammengefaßt. Die rechte Seite wird damit zu Null.

$$M \bar{\ddot{\varphi}} + \underbrace{(C_S - C_A)}_C \bar{\dot{\varphi}} + K \bar{\varphi} = \bar{0} \quad (4.73)$$

Eine nichttriviale Lösung mit  $\bar{\varphi} \neq 0$  existiert nur dann, wenn die Determinante von  $C$  zu Null wird. Das Bestimmen der Determinante ist programmtechnisch schwierig, so dass das Computerprogramm statt dessen eine Eigenwertanalyse durchführt. Für diese Aufgabe werden in der Fachliteratur [22] Algorithmen angeboten, die auch die Anforderungen hinsichtlich numerischer Stabilität erfüllen.

Ist die Determinante null, so ist die Matrix singulär. Das bedeutet wiederum, dass die Dimension des Eigenraums um 1 reduziert wird, was sich dahingehend zeigt, dass einer der Eigenwerte  $\lambda_i$  zu null wird (bzw. der Realteil eines Eigenwertes, falls diese komplex sind). In unserem Fall sind die Eigenwerte reell.

Programmtechnisch geschieht die Ermittlung der kritischen Windgeschwindigkeit durch inkrementelle Vergrößerung von  $U_n$ , bis einer der Eigenwerte das Vorzeichen wechselt (Abb. 4.17). Dann wird innerhalb des letzten Zeitschritts interpoliert.

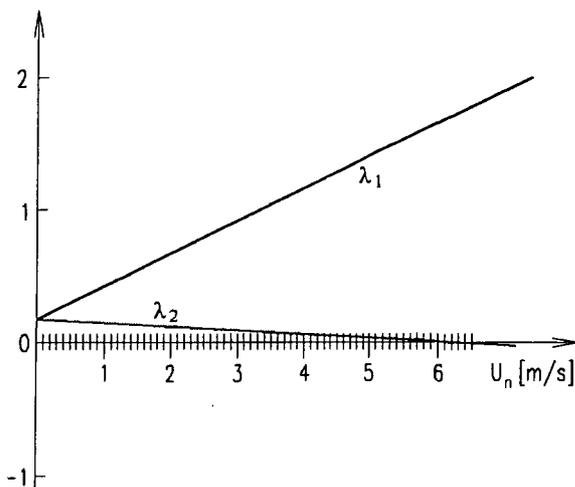


Abb. 4.17: Ermittlung von  $U_{n,krit}$  mit Hilfe der Eigenwertanalyse

Wechselt unterhalb von  $U_n = 100$  m/s keiner der Eigenwerte das Vorzeichen, bricht das Programm die Berechnung ab. Der Bereich, in dem Regen-Wind-induzierte Schwingungen auftreten können, ist sehr viel kleiner.

Für eine konstante Windgeschwindigkeit ist es ebenfalls möglich, die Dämpfung inkrementell zu erhöhen bis ein Vorzeichenwechsel bei einem der Eigenwerte stattfindet. Als Ergebnis erhält man eine erforderliche Systemdämpfung  $\zeta = \zeta_y = \zeta_z$ . Liegt die Systemdämpfung darüber, findet keine Anregung mehr statt.

Das Computerprogramm bietet die Möglichkeit, die erforderliche Dämpfung als Funktion von  $\theta_l = 0^\circ \dots 90^\circ$  zu berechnen und graphisch darzustellen. Auf diese Weise kann die jeweils ungünstigste Rinnsallage  $\Theta_l$  bestimmt werden.

Bei einer Berechnung mit beweglichem Rinnsal begünstigt oder unterdrückt die Rinnsalbewegung die Schwingungsanfälligkeit. Die Rinnsalamplitude sowie deren Phasenverschiebung (z.B. gegenüber der Schwingung in z-Richtung) ist dabei von der Amplitude der Schwingungen des Modells in y- und z-Richtung sowie deren Verhältnis zueinander abhängig. Eine Aussage zur Schwingungsanfälligkeit nur auf Grundlage der 1. Ableitungen der Luftkraftbeiwerte ist daher nicht möglich.

Abschließend soll darauf hingewiesen werden, dass die ermittelte kritische Windgeschwindigkeit und kritische Dämpfung nur dann der eines dem Regen ausgesetzten Kabels oder Versuchsmodells entsprechen würde, wenn die Luftkraftbeiwerte am Querschnitt mit Wasserrinnsal bestimmt werden. Es kann im Rahmen dieser Arbeit auch keinerlei Bewertung vorgenommen werden, inwieweit die Ergebnisse abweichen, da in der Literatur keine Hinweise auf die kritische Windgeschwindigkeit von Bauteilen gibt, an denen Regen-Wind-induzierte Schwingungen aufgetreten sind. Die mit dem Programm berechnete kritische Windgeschwindigkeit sollte daher vor allem der Überprüfung und dem besseren Verständnis der Ergebnisse der Zeitschrittintegration dienen.

#### 4.2.5. BEWEGUNGSGLEICHUNGEN DES GESPANNTEN KABELS

Die Bewegungsgleichungen für ein Brückenkabel gemäß der Theorie der linearen Saite ergeben sich, indem man die Steifigkeitsausdrücke  $k_{y,v}$  und  $k_{z,w}$  des auf Federn gelagerten Zylinders in (4.47) und (4.48) durch die Steifigkeitsausdrücke der Differentialgleichung der linearen Saitenschwingung ersetzt. Anstelle der zeitabhängigen Störfunktionen  $q_{y,n}(t)$  und  $q_{z,n}(t)$  treten die von Ort und Zeit abhängigen Störfunktionen  $p_{y,n}(x,t)$  und  $p_{z,n}(x,t)$ . Gleichung (4.49) geht unverändert in Gleichung (4.76) über.

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m_r R \sin(\Theta_1) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2m \zeta_y \omega_y \frac{\partial v}{\partial t} - S_{stat} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = p_{y,n}(x,t) \quad (4.74)$$

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_r R \cos(\Theta_1) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2m \zeta_z \omega_z \frac{\partial w}{\partial t} - S_{stat} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = p_{z,n}(x,t) \quad (4.75)$$

$$m_r R^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + m_r R \sin(\Theta_1) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - m_r R \cos(\Theta_1) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial t} + k_\varphi \varphi = 0 \quad (4.76)$$

Bei der Darstellung in Matrixschreibweise setzt sich die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  aus einem Anteil nach Theorie 1. Ordnung  $\mathbf{K}_I$  und einem verformungsabhängigen Anteil nach Theorie 2. Ordnung  $\mathbf{K}_{II}$  zusammen.

$$\mathbf{M} \ddot{\bar{\varphi}} + \mathbf{C}_s \dot{\bar{\varphi}} + \mathbf{K}_I \bar{\varphi} - \mathbf{K}_{II} \bar{\varphi}'' = \bar{p}_n \quad (4.77)$$

Die Massenmatrix und die Systemdämpfungsmatrix sind gleich wie in (4.50). Für die Steifigkeitsmatrizen erhält man:

$$K_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_\varphi \end{bmatrix} \quad K_{II} = \begin{bmatrix} S_{stat} & 0 & 0 \\ 0 & S_{stat} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Das System partieller Differentialgleichungen soll mit Hilfe des folgenden Ansatzes gelöst werden.

$$\bar{\varphi} = \Phi(x) \cdot \bar{\varrho}(t) \quad (4.78)$$

Die Lösung wird damit in zwei Teilprobleme gespalten. Der von  $t$  abhängige Anteil der Lösungsfunktion wird von dem im Rahmen dieser Arbeit erstellten Computerprogramm wie bei dem auf Federn gelagerten Zylinder numerisch durch Zeitschrittintegration gelöst. Für den von  $x$  abhängigen Anteil wird ein Ansatz verwendet, der den Anforderungen des *Galerkin*'schen Verfahrens genügt, d.h. alle Randbedingungen erfüllt. Es bietet sich die Verwendung des von  $x$  abhängigen Anteils der exakten Lösungsfunktion der homogenen Differentialgleichung an (siehe Kapitel 2 (2.14)). Da in der Regel eine Regen-Wind-induzierte Schwingung in nur einer Eigenform gleichzeitig auftritt, muss nicht über  $n$  summiert werden. Es folgt daher:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

$$\bar{g}(t) = \begin{pmatrix} V(t) \\ W(t) \\ g(t) \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

Die Störfunktionen lassen sich ebenfalls in Vektorschreibweise angeben.

$$\bar{p}_n = \bar{p}_n(x, t) = \begin{pmatrix} p_{y,n}(x, t) \\ p_{z,n}(x, t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das *Galerkin*'sche Verfahren ist ein Näherungsverfahren. Der dabei entstehende Fehler muss im Integralmittel über den gesamten Bereich, in diesem Fall über die Systemlänge  $l$ , zu Null werden.

$$\int_l \mathcal{D}(\bar{\varphi}) \delta \bar{\varphi} dx = 0 \quad (4.81)$$

Der Differentialoperator  $\mathcal{D}$  des partiellen Differentialgleichungssystems wird mit einer virtuellen Verschiebung  $\delta \varphi$  aus der Momentanlage multipliziert. Die virtuelle Verschiebung hat entsprechend des gewählten Ansatzes folgende Form:

$$\delta \bar{\varphi}^T = \delta \bar{g}^T \cdot \Phi^T \quad (4.82)$$

Für die statischen Ausdrücke von Gleichung (4.77) bietet es sich an, die Auswertung gemäß (4.81) mit Hilfe des Potentials der allgemeinen Biegelehre  $\Pi = \Pi_i + \Pi_e$  vorzunehmen. Durch Einsetzen des Differentialoperators in (4.81) erhält man daher:

$$\int_0^l \left( \delta \bar{\varphi}^{-T} \mathbf{M} \ddot{\bar{\varphi}} + \delta \bar{\varphi}^{-T} \mathbf{C}_s \dot{\bar{\varphi}} \right) dx + \delta \Pi_i + \delta \Pi_e = 0 \quad (4.83)$$

Setzt man nun in (4.83) den Ansatz (4.78) und dessen Variation (4.82) ein, so ergibt sich:

$$\int_0^l \left( \delta \bar{\mathcal{G}}^T \Phi^T \mathbf{M} \Phi \bar{\mathcal{G}} + \delta \bar{\mathcal{G}}^T \Phi^T \mathbf{C}_s \Phi \bar{\mathcal{G}} \right) dx + \delta \Pi_i + \delta \Pi_e = 0 \quad (4.84)$$

Das Potential kann verschiedenen Lehrbüchern, z.B. [21], entnommen werden. Es reduziert sich in unserem Fall auf folgende Gleichung:

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_a = \frac{1}{2} \int_0^l S_{stat} (v'^2 + w'^2) dx - \int_0^l (p_{y,n} v + p_{z,n} w) dx \quad (4.85)$$

Die Auswertung der Variation des Potentials erfolgt am einfachsten einzeln nach den Koordinaten  $y$ ,  $z$  und  $\varphi$ . Das ist möglich, weil das Differentialgleichungssystem keine Steifigkeitskopplung aufweist. In das Potential der inneren Kräfte geht die Steifigkeit selbst ein.

$$\delta \Pi_{iy} = \delta \left[ \frac{1}{2} \int_0^l (S_{stat} v'^2) dx \right] = \int_0^l (S_{stat} v' \delta v') dx = -S_{stat} \int_0^l (v'' \delta v) dx$$

$$\delta \Pi_{iz} = \delta \left[ \frac{1}{2} \int_0^l (S_{stat} w'^2) dx \right] = \int_0^l (S_{stat} w' \delta w') dx = -S_{stat} \int_0^l (w'' \delta w) dx$$

$$\delta \Pi_{i\varphi} = \delta \left[ \frac{1}{2} \int_0^l (k_\varphi \varphi^2) dx \right] = k_\varphi \int_0^l (\varphi \delta \varphi) dx$$

Durch Darstellung in Matrixschreibweise und Einsetzen des Ansatzes (4.78) ergibt sich dann:

$$\delta \Pi_i = \int_0^l (\delta \bar{\varphi}^T \mathbf{K}_i \bar{\varphi}) dx - \int_0^l (\delta \bar{\varphi}^T \mathbf{K}_{II} \bar{\varphi}'') dx = \int_0^l (\delta \bar{\mathcal{G}}^T \Phi^T \mathbf{K}_I \Phi \bar{\mathcal{G}} - \delta \bar{\mathcal{G}}^T \Phi^T \mathbf{K}_{II} \Phi'' \bar{\mathcal{G}}) dx \quad (4.86)$$

Die Störfunktion als Belastung geht in die Variation des Potentials der äußeren Kräfte ein. Dabei wird die Belastung näherungsweise als konstant über die Kabellänge angenommen.

$$\delta \Pi_{ey} = -\delta \left[ \int_0^l (p_{y,n} v) dx \right] = -\int_0^l (p_{y,n} \delta v) dx$$

$$\delta \Pi_{ez} = -\delta \left[ \int_0^l (p_{z,n} w) dx \right] = -\int_0^l (p_{z,n} \delta w) dx$$

$$\delta \Pi_{e\varphi} = 0$$

Wie bei der Variation des Potentials der inneren Kräfte erfolgt nach Darstellung in Matrixschreibweise das Einsetzen des Ansatzes (4.78).

$$\delta\Pi_e = -\int_0^l (\delta\bar{\varphi}^T \bar{p}_n) dx = -\int_0^l (\delta\bar{\vartheta}^T \Phi^T \bar{p}_n) dx \quad (4.87)$$

Das Ergebnis der Auswertung von (4.77) mit Hilfe des *Galerkin*'schen Verfahrens kann nun angegeben werden. Der Faktor  $\delta\bar{\vartheta}$  ist nur von  $t$  abhängig und kommt in allen Ausdrücken vor. Er kann daher vor die Gleichung geschrieben werden.

$$\delta\bar{\vartheta} \int_0^l \left[ \Phi^T \mathbf{M} \Phi \bar{\ddot{\vartheta}} + \Phi^T \mathbf{C}_s \Phi \bar{\dot{\vartheta}} + (\Phi^T \mathbf{K}_I \Phi - \Phi^T \mathbf{K}_{II} \Phi^n) \bar{\vartheta} - \Phi^T \bar{p}_n \right] dx = 0 \quad (4.88)$$

Weil  $\delta\bar{\vartheta}$  ungleich Null ist, erhält man durch Umformen folgende Schwingungsgleichung:

$$\underbrace{\int_0^l (\Phi^T \mathbf{M} \Phi) dx}_{\mathbf{M}^*} \bar{\ddot{\vartheta}} + \underbrace{\int_0^l (\Phi^T \mathbf{C}_s \Phi) dx}_{\mathbf{C}_s^*} \bar{\dot{\vartheta}} + \underbrace{\int_0^l (\Phi^T \mathbf{K}_I \Phi - \Phi^T \mathbf{K}_{II} \Phi^n) dx}_{\mathbf{K}^*} \bar{\vartheta} = \underbrace{\int_0^l (\Phi^T \bar{p}_n) dx}_{\bar{p}_n^*} \quad (4.89)$$

Die Matrizen  $\mathbf{M}^*$ ,  $\mathbf{C}_s^*$  und  $\mathbf{K}^*$  können durch Auswertung der Ansatzfunktionen  $\Phi(x)$  bestimmt werden.

$$\mathbf{M}^* = \frac{l}{2} \mathbf{M}$$

$$\mathbf{C}_s^* = \frac{l}{2} \mathbf{C}_s$$

$$\mathbf{K}^* = \frac{l}{2} \left[ \mathbf{K}_I + \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \mathbf{K}_{II} \right]$$

Der Faktor  $l/2$  ist Bestandteil aller Ausdrücke und kann nach Einsetzen in Gleichung (4.89) auf die rechte Seite gebracht werden.

$$\mathbf{M} \bar{\ddot{\vartheta}} + \mathbf{C}_s \bar{\dot{\vartheta}} + \mathbf{K}_I \bar{\vartheta} + \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \mathbf{K}_{II} \bar{\vartheta} = \frac{2}{l} \bar{p}_n^* = \bar{q}_n^* \quad (4.90)$$

Für die Zeitschrittintegration des von der Zeit abhängigen Anteils der Lösung  $\bar{\vartheta}(t)$  erfolgt wieder ein Bezug auf die Momentanlage des Kabels mit der Windgeschwindigkeit  $U_{rel}$ . Es ergibt sich für die generalisierte Belastung  $\bar{q}_{rel}^*$ :

$$\bar{q}_{rel}^* = \begin{pmatrix} q_{y,rel}^* \\ q_{z,rel}^* \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{2}{l} \int_0^l \bar{p}_{rel}(x, t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx = \frac{\rho_L}{l} D \int_0^l U_{rel}^2(x) \cdot \begin{pmatrix} C_y(x, \gamma) \\ C_z(x, \gamma) \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx \quad (4.91)$$

Die Lösung des Integrals in (4.91) erfolgt programmtechnisch mit Hilfe der summierten Simpsonregel.

Durch Prämultiplikation mit  $\mathbf{M}^{-1}$  und Substitution der Ausdrücke  $V_0 = V$ ,  $V_1 = \dot{V}$ ,  $W_0 = W$ ,

$W_1 = \dot{W}$ ,  $\mathcal{G}_0 = \mathcal{G}$  und  $\mathcal{G}_1 = \dot{\mathcal{G}}$  erhält man ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen, das mit Hilfe üblicher Algorithmen der Zeitschrittintegration gelöst werden kann.

$$\bar{\dot{\mathcal{G}}}_{0,1} = \mathbf{A}\bar{\mathcal{G}}_{0,1} + \bar{q}_{0,1} \quad (4.92)$$

$$\bar{\dot{\varphi}}_{0,1} = \begin{pmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{W}_0 \\ \dot{W}_1 \\ \dot{\mathcal{G}}_0 \\ \dot{\mathcal{G}}_1 \end{pmatrix} \quad \bar{\varphi}_{0,1} = \begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ W_0 \\ W_1 \\ \mathcal{G}_0 \\ \mathcal{G}_1 \end{pmatrix} \quad \bar{q}_{0,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_{00}^{-1}q_{y,rel}^* + \mathbf{M}_{01}^{-1}q_{z,rel}^* \\ 0 \\ \mathbf{M}_{10}^{-1}q_{y,rel}^* + \mathbf{M}_{11}^{-1}q_{z,rel}^* \\ 0 \\ \mathbf{M}_{20}^{-1}q_{y,rel}^* + \mathbf{M}_{21}^{-1}q_{z,rel}^* \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}_{00}^{-1}S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 & -\mathbf{M}_{00}^{-1}2m\zeta_y\omega_y & -\mathbf{M}_{01}^{-1}S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 & -\mathbf{M}_{01}^{-1}2m\zeta_z\omega_z & -\mathbf{M}_{02}^{-1}k_\varphi & -\mathbf{M}_{02}^{-1}2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}_{10}^{-1}S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 & -\mathbf{M}_{10}^{-1}2m\zeta_y\omega_y & -\mathbf{M}_{11}^{-1}S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 & -\mathbf{M}_{11}^{-1}2m\zeta_z\omega_z & -\mathbf{M}_{12}^{-1}k_\varphi & -\mathbf{M}_{12}^{-1}2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\mathbf{M}_{20}^{-1}S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 & -\mathbf{M}_{20}^{-1}2m\zeta_y\omega_y & -\mathbf{M}_{21}^{-1}S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 & -\mathbf{M}_{21}^{-1}2m\zeta_z\omega_z & -\mathbf{M}_{22}^{-1}k_\varphi & -\mathbf{M}_{22}^{-1}2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \end{bmatrix}$$

Für ein fixes Rinnsal erhält man aus (4.90) durch Streichung der dritten Gleichung und aller von  $\mathcal{G}$  abhängigen Ausdrücke folgendes Differentialgleichungssystem:

$$m\ddot{V} + 2m\zeta_y\omega_y\dot{V} + S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 V = q_{y,rel}^* \quad (4.93)$$

$$m\ddot{W} + 2m\zeta_z\omega_z\dot{W} + S_{stat}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 W = q_{z,rel}^* \quad (4.94)$$

Ein numerisch lösbares Differentialgleichungssystem ergibt sich durch Substitution von

$$V_0 = V, \quad V_1 = \dot{V}, \quad W_0 = W \quad \text{und} \quad W_1 = \dot{W}, \quad \text{Umformen und Einsetzen von} \quad \omega_y = \omega_z = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{S_{stat}}{m}}.$$

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{W}_0 \\ \dot{W}_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_y^2 & -2\zeta_y\omega_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_z^2 & -2\zeta_z\omega_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ W_0 \\ W_1 \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ q_{y,rel}^* \\ 0 \\ q_{z,rel}^* \end{pmatrix} \quad (4.95)$$

### 4.2.6. KRITISCHE WINDGESCHWINDIGKEIT DES GESPANNTEN KABELS

Eine Bestimmung der kritischen Windgeschwindigkeit auf Grundlage der 1. Ableitungen der Luftkraftbeiwerte ist auch beim gespannten Kabel möglich. Die rechte Seite des Differentialgleichungssystems (4.77) sieht für ein fixes Rinnsal folgendermaßen aus:

$$\bar{p}_n = C_A \bar{\varphi} = \frac{\rho_L}{2} D U_n^2 \begin{bmatrix} \frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} & \frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} \\ \frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} & \frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \quad (4.96)$$

Die Gleichung ergibt sich aus (4.72) für den auf Federn gelagerten Zylinder. Auch die Ableitungen der Luftkraftbeiwerte berechnen sich nach (4.65), (4.67), (4.69) und (4.71). Die Lösungsfunktionen  $v$  und  $w$  sind jetzt jedoch abhängig von  $x$  und  $t$ .

Wie für die übrigen Ausdrücke der Gleichung (4.77) soll für die durch die 1. Ableitungen repräsentierte Störfunktion der Ansatz  $\bar{\varphi} = \Phi(x) \cdot \bar{g}(t)$  eingesetzt werden, um die Lösung in eine für den Ort (4.79) und eine für die Zeit (4.80) aufzuspalten. Mit Hilfe des *Galerkin*'schen Verfahrens wird der entstandene Fehler minimiert.

$$\int_0^l \left( \delta \bar{\varphi}^T \mathbf{M} \bar{\ddot{\varphi}} + \delta \bar{\varphi}^T \mathbf{C}_S \bar{\dot{\varphi}} - \delta \bar{\varphi}^T \mathbf{C}_A \bar{\dot{\varphi}} \right) dx + \delta \Pi_i = 0 \quad (4.97)$$

Nach Einsetzen des Potentials der inneren Kräfte, des Ansatzes und anschließender Eliminierung von  $\delta \bar{g}$  erhält man eine nur von  $t$  abhängige Schwingungsgleichung. Die Systemdämpfungsmatrix  $\mathbf{C}_S$  und die Luftdämpfungsmatrix  $\mathbf{C}_A$  werden zusammengefaßt.

$$\underbrace{\int_0^l (\Phi^T \mathbf{M} \Phi) dx}_{\mathbf{M}^*} \bar{\ddot{g}} + \underbrace{\int_0^l (\Phi^T \mathbf{C}_S \Phi - \Phi^T \mathbf{C}_A \Phi) dx}_{\mathbf{C}^*} \bar{\dot{g}} + \underbrace{\int_0^l (\Phi^T \mathbf{K}_I \Phi - \Phi^T \mathbf{K}_{II} \Phi) dx}_{\mathbf{K}^*} \bar{g} = 0 \quad (4.98)$$

Für  $\mathbf{C}^*$  ergibt sich dann durch Einsetzen des Ansatzes  $\Phi(x)$  und Auswertung des Integrals:

$$\mathbf{C}^* = \frac{l}{2} (\mathbf{C}_S - \mathbf{C}_A) = \frac{l}{2} \mathbf{C} \quad (4.99)$$

Der Faktor  $l/2$  ergibt sich auch bei der Berechnung von  $\mathbf{M}^*$  und  $\mathbf{K}^*$  und kann daher gekürzt werden. Eine Anregung tritt demzufolge auf, wenn die Determinante von  $\mathbf{C}$  negativ ist. Das Computerprogramm führt statt der Bestimmung der Determinante wie bei dem auf Federn gelagerten Zylinder eine Eigenwertanalyse durch.

### 4.2.7. BESTIMMUNG DER RINNSALRUHELAGE

Versuche zur Bestimmung der Rinnsalruhelage des oberen Rinnsals wurden von *Hikami / Shiraishi* [34] und *Matsumoto* [38] durchgeführt. Dabei waren in beiden Fällen die Abmessungen des Modells sowie dessen Lage zum Wind ähnlich, so dass letztendlich nur für einen schmalen Bereich Versuchsergebnisse vorliegen. Über den Einfluss der Regenmenge, der sicherlich vorhanden ist, ist ebenfalls nichts bekannt. Im diesem Kapitel soll dennoch versucht werden, eine Beziehung herzuleiten, die eine Berechnung der Rinnsalruhelage ermöglicht. Zu diesem Zweck müssen zunächst zwei Hypothesen aufgestellt werden:

- 1) Das Verhältnis Rinnsalmasse zu Kabelmasse ist für alle Kabeldurchmesser konstant, unabhängig von Regenmenge und Kabelneigung. Gleiches gilt selbstverständlich auch für die beiden Volumina. Das Verhältnis der Rinnsalmasse  $m_r$  zum Quadrat des Kabeldurchmessers  $D^2$  kann folglich durch einen Faktor  $\lambda$  repräsentiert werden.

$$m_r = \lambda \cdot \rho_w g D^2 \quad (4.100)$$

- 2) Die Form des Rinnsals, d.h. das Verhältnis Dicke zu Breite, ist für alle Kabeldurchmesser konstant, ebenfalls unabhängig von Regenmenge und Kabelneigung.

Wie beim Bauwerk ist auch beim umströmten Kabel mit Rinnsal die Tangentialbelastung gegenüber der Normalbelastung infolge Wind verschwindend klein. Die Luftkraftbeiwerte resultieren folglich im Wesentlichen aus dem Integral der Windnormalbelastung über den Querschnittsumfang. Zur gedanklichen Herleitung des Luftkraftbeiwertes  $C_M$  zerlegt man zunächst die Windbelastung auf einen infinitesimalen Abschnitt des Querschnittsumfangs  $du$  in einen Anteil  $p_M$ , der durch den Schubmittelpunkt geht und einen Anteil  $p_N$ , der senkrecht auf  $p_M$  steht. Führt man jetzt noch einen Hebelarm  $R_M$  zwischen dem Schubmittelpunkt und  $du$  ein, so wird das resultierende Streckentorsionsmoment  $\mu_T$  durch folgende Formel repräsentiert:

$$\mu_T = \oint (R_M \cdot p_N) du \quad (4.101)$$

Im Fall eines Kabels mit Rinnsal weist nur die Windnormalbelastung auf dem Rinnsal selbst einen Anteil  $p_N$  auf. Für alle anderen  $du$  geht die Windnormalbelastung durch den Kabelschwerpunkt, der in diesem Fall gleich dem Schubmittelpunkt ist. Ein Streckentorsionsmoment  $\mu_T$ , d.h. ein Beiwert  $C_M \neq 0$ , kann nur durch die Windbelastung auf das Rinnsal selbst entstehen. Umgekehrt bedeutet das, dass die Windbelastung auf das Rinnsal durch einen Beiwert  $C_M$  repräsentiert werden kann. Die Rinnsalruhelage ergibt sich aus dem Gleichgewicht zwischen Windbelastung auf das Rinnsal und dessen Schwerkraft gemäß Gleichung (4.102).

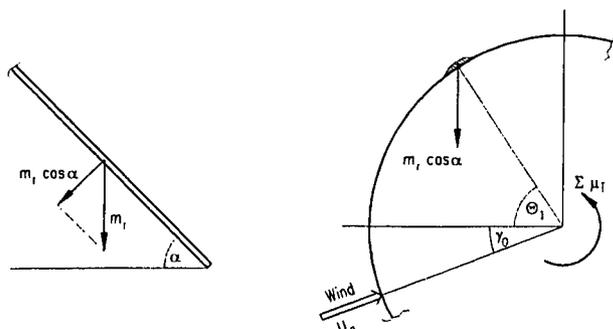


Abb. 4.18: Gleichgewicht am oberen Rinnsal

$$\sum \mu_T = 0 = \frac{\rho_L U_n^2 D^2 C_M}{2} + m_r \cos \alpha \cdot \frac{D}{2} \cos \Theta_1 \quad (4.102)$$

Durch Einsetzen von (4.100) und Umformen erhält man einen Momentenbeiwert, der mit dem Einfluss der Rinnsalmasse gewichtet ist.

$$\frac{C_M}{\lambda} = \frac{-D \rho_w g \cos \alpha \cos \Theta_1}{\rho_L U_n^2} \quad (4.103)$$

Für jede der im Versuch ermittelten Rinnsallagen lässt sich ein Beiwert  $C_M/\lambda$  berechnen. Um eine Beziehung zur Berechnung der jeweiligen Rinnsallage angeben zu können, ist es erforderlich, dass jedem  $C_M/\lambda$  ein eindeutiges  $\Theta_1 + \gamma_0$  zugeordnet werden kann. Die Messergebnisse werden daher mit Hilfe linearer Regression geglättet, dargestellt in Abb. 4.19 und 4.20.

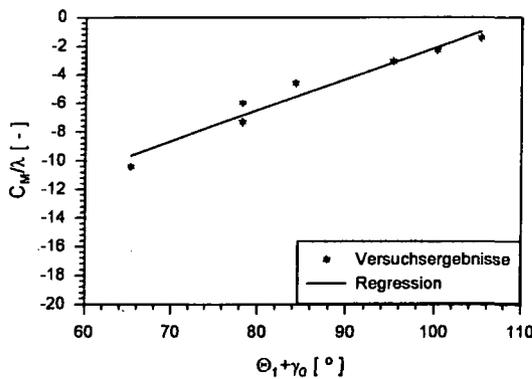


Abb. 4.19: Regression der Versuchsergebnisse von *Hikami / Shiraishi*

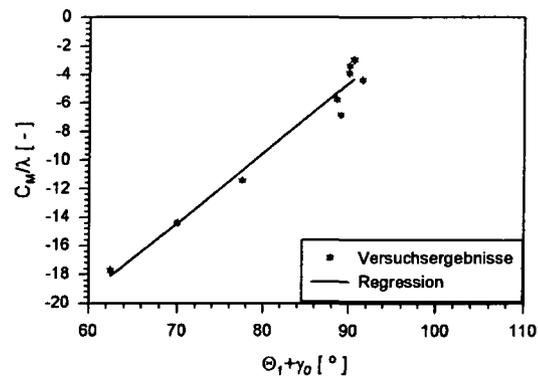


Abb. 4.20: Regression der Versuchsergebnisse von *Matsumoto*

Durch Einsetzen der durch Regression ermittelten Funktionen in (4.102) und anschließendes Umformen erhält man Näherungsformeln, die eine Berechnung der Rinnsalruhelage auf Grundlage der Versuchsergebnisse nach *Hikami / Shiraishi* (4.104) und *Matsumoto* (4.105) ermöglichen.

$$\Theta_1 = \arccos \left[ \frac{-\rho_L U_n^2}{D \rho_w g \cos \alpha} [12,459(\Theta_1 + \gamma_0) - 23,853] \right] \quad (4.104)$$

$$\Theta_1 = \arccos \left[ \frac{-\rho_L U_n^2}{D \rho_w g \cos \alpha} [28,245(\Theta_1 + \gamma_0) - 48,923] \right] \quad (4.105)$$

Der Ausdruck  $\Theta_1 + \gamma_0$  muss für die in (4.104) und (4.105) angegebenen Koeffizienten in Bogenmaß eingesetzt werden. Da die Rinnsallage  $\Theta_1$  auf beiden Seiten der Gleichungen vorkommt, kann deren Lösung nur iterativ erfolgen.

Eine Aussage zum Einfluss der durch die Regression erfolgten Näherung bekommt man durch Vergleich der im Versuch bestimmten Rinnsalruhelagen mit den Ergebnissen der Näherungsformeln (Abb. 4.21 und Abb. 4.22).

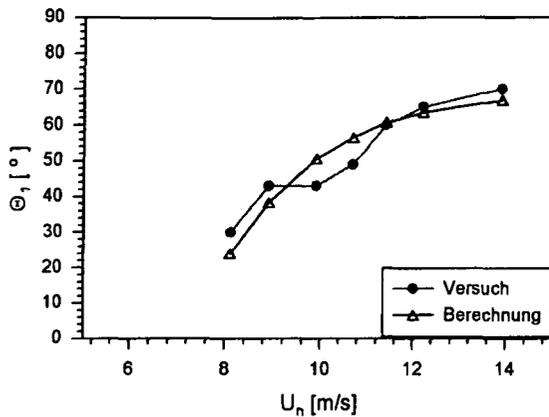


Abb. 4.21: Rinnsalruhelage nach *Hikami / Shiraishi* ( $D = 140$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ )

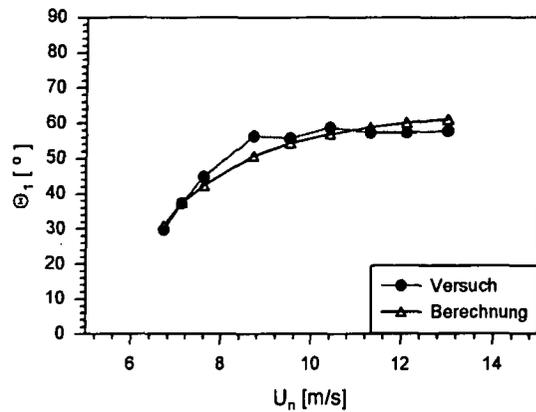


Abb. 4.22: Rinnsalruhelage nach *Matsumoto* ( $D = 150$  mm;  $\alpha = 40^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ )

Die Näherung erweist sich als hinreichend genau. Es muss jedoch betont werden, dass eine Berechnung der Rinnsallagen nach (4.104) und (4.105) für beliebige Durchmesser und Anordnungen des Modells zum Wind die uneingeschränkte Gültigkeit der oben getroffenen Annahmen voraussetzt, was jedoch sicher nicht gegeben ist. Eine zuverlässige Aussage erhält man demzufolge nur im Bereich jener  $D$ ,  $\alpha$  und  $\beta$ , wo die Versuche durchgeführt wurden (Abb. 4.21 und 4.22).

Im Falle einer baupraktischen Bemessung empfiehlt es sich daher, das Rinnsal an der Stelle anzuordnen, wo der maximale Energieeintrag erfolgt. Das Computerprogramm bietet die Möglichkeit, im Fall eines fixen Rinnsals über den Bereich  $\Theta_1 = 0^\circ \dots 90^\circ$  die zur Verhinderung einer Anregung erforderliche Dämpfung des Kabels zu berechnen.

An der Stelle, wo die erforderliche Dämpfung am größten ist, ist die kritische Windgeschwindigkeit am geringsten. Die so ermittelte ungünstigste Rinnsalruhelage kann auch einer Berechnung mit beweglichem Rinnsal zugrunde gelegt werden.

#### 4.2.8. EINSTELLEN VON RINNSALAMPLITUDE UND PHASENVERSCHIEBUNG

Die auf das Rinnsal wirkende Windlast wird bei dem oben hergeleiteten Rechenmodell nicht berücksichtigt. Daher ist das Einstellen der Rinnsalamplitude  $\varphi$  und der Phasenverschiebung rein auf Grundlage der Parameter Rinnsaleigenfrequenz  $f_\varphi$  und Rinnsaldämpfung  $\zeta_\varphi$  möglich. Die Rinnsalmasse  $m_r$  muss geschätzt werden. Im Programm wird sie mit 0.1 % der Masse des Kabels eingeführt. Diese Größenordnung dürfte ungefähr den natürlichen Verhältnissen entsprechen.

Nachdem eine Rinnsalmasse angenommen wurde, kann die Drehfedersteifigkeit berechnet werden. Die Bestimmungsgleichung (4.106) erhält man durch Einsetzen des Ansatzes  $\varphi = \varphi_0 e^{i\omega t}$  in Gleichung (4.49), welche zuvor auf die Anteile der ungedämpften freien Rinnsalschwingung reduziert wird.

$$k_\varphi = 4m_r (\pi f_\varphi R)^2 \quad (4.106)$$

Zur Herstellung eines Zusammenhangs zwischen der auftretenden Rinnsalamplitude und der y- und z- Amplitude des Kabels soll zunächst noch eine Näherung eingeführt werden. In der

Literatur wird mehrfach beschrieben, dass die Umlaufbahn des Kabels bei einer Regen-Wind-induzierten Schwingung in der y- z- Ebene ungefähr die Form einer flachen geneigten Ellipse hat ([35], [55] und [65]).

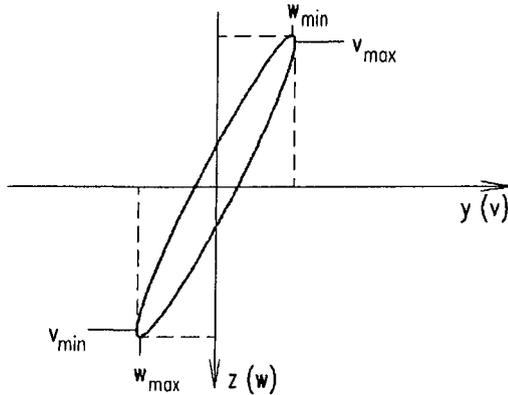


Abb. 4.23: Umlaufbahn einer Regen- Wind-induzierten Schwingung (qualitativ)

Die Maxima und Minima der y- Amplitude und z- Amplitude treten näherungsweise um den Phasenwinkel  $\pi$  zueinander verschoben auf (siehe Abb. 4.23). Im Fall, dass die Ellipse nach links geneigt ist, beträgt der Phasenwinkel rund Null. Bei einer Annahme des Phasenwinkels von exakt Null oder  $\pi$  ist der in Kauf genommene Fehler gering.

Eine wichtige Voraussetzung für die Gültigkeit der folgenden Herleitungen ist außerdem, dass die Eigenkreisfrequenzen in y- und z- Richtung übereinstimmen. Das ist bei Schrägseilbrückenkabel stets der Fall. Bei den Hängern von Bogenbrücken kann es aufgrund der Randbedingungen an den

Hängenden zu Abweichungen kommen. Jedoch treten dort Schwingungen vom Typ A und B wegen der steilen Neigung praktisch nicht auf.

Ausgangspunkt für die Herleitung einer Beziehung zur Festlegung von Rinnsalamplitude und Phasenverschiebung ist Gleichung (4.49), welche mit der im Rahmen der Saitentheorie verwendeten Gleichung (4.76) identisch ist. Die Division durch  $m_r R^2$  und das Einsetzen von

$\omega_\phi^2 = \frac{k_\phi}{m_r R^2}$  führt auf die folgende Gleichung.

$$\ddot{\phi} + 2\zeta_\phi \omega_\phi \dot{\phi} + \omega_\phi^2 \phi = \frac{1}{R} \ddot{w} \cos \Theta_1 - \frac{1}{R} \ddot{v} \sin \Theta_1 \quad (4.107)$$

Da die Eigenkreisfrequenzen in y- und z- Richtung gleich sein müssen, können sie durch eine gemeinsame Variable  $\nu = \omega_y = \omega_z$  ausgedrückt werden. Die Variablen  $v$ ,  $w$  und  $\phi$  werden durch Ansätze approximiert.

$$v = a_y \sin(\nu t) \quad w = a_z \sin(\nu t) \quad \phi = A \cos(\nu t) + B \sin(\nu t)$$

Die Ansätze und deren Ableitungen werden in (4.107) eingesetzt.

$$\begin{aligned} & -A\nu^2 \cos(\nu t) - B\nu^2 \sin(\nu t) - 2\zeta_\phi \omega_\phi A\nu \sin(\nu t) + 2\zeta_\phi \omega_\phi B\nu \cos(\nu t) + \omega_\phi^2 A \cos(\nu t) + \omega_\phi^2 B \sin(\nu t) \\ & = a_y \frac{1}{R} \nu^2 \sin(\nu t) \sin \Theta_1 - a_z \frac{1}{R} \nu^2 \sin(\nu t) \cos \Theta_1 \end{aligned} \quad (4.108)$$

Durch Koeffizientenvergleich und anschließende Vereinfachung erhält man ein lineares Gleichungssystem.

$$\text{I.} \quad -A \left( 1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2} \right) + B \left( 2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu} \right) = 0$$

$$\text{II.} \quad -A \left( 2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu} \right) - B \left( 1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2} \right) = \frac{a_y}{R} \sin \Theta_1 - \frac{a_z}{R} \cos \Theta_1$$

Für die Unbekannten  $A$  und  $B$  ergibt sich dann:

$$A = \frac{-(a_y \sin \Theta_1 - a_z \cos \Theta_1) \left( 2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu} \right)}{R \left[ \left( 2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2} \right)^2 \right]} \quad (4.109)$$

$$B = \frac{-(a_y \sin \Theta_1 - a_z \cos \Theta_1) \left( 1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2} \right)}{R \left[ \left( 2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2} \right)^2 \right]} \quad (4.110)$$

Eine Aussage zur Phasenverschiebung  $\theta$  und zur Rinnsalamplitude  $a_r$  erhält man durch Auswertung der Beziehungen  $\theta = -\text{atan} \left( \frac{A}{B} \right)$  und  $a_r = \sqrt{A^2 + B^2}$  für eine durch harmonische Anregung induzierte Schwingung.

$$\theta = -\text{atan} \left( \frac{2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu}}{1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2}} \right) \quad (4.111)$$

$$a_r = \frac{\pm (a_y \sin \Theta_1 - a_z \cos \Theta_1)}{R \sqrt{\left( 2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2} \right)^2}} \quad (4.112)$$

Die Phasenverschiebung  $\theta$  bezieht sich bei einer Verschiebung der  $y$ - und  $z$ - Amplituden um  $\pi$  in der Regel auf die Schwingung in  $z$ - Richtung, weil dort größere Amplituden auftreten. Die Schwingung in  $y$ - Richtung wirkt bremsend. Nur in wenigen Fällen, d.h. wenn  $a_y \sin \Theta_1 > a_z \cos \Theta_1$  ist, übertrifft die Wirkung der Schwingung  $y$ - Richtung die der Schwingung  $z$ - Richtung. Dann würde sich die Phasenverschiebung auf die Schwingung in  $y$ - Richtung beziehen. Beträgt die Verschiebung der  $y$ - Amplitude gegenüber der  $z$ - Amplitude Null, so addiert sich der Energieeintrag infolge der Schwingungen in  $y$ - und  $z$ - Richtung.

Durch Umformen von (4.112) kann eine Amplitudenübertragung  $\chi_a$  definiert werden.

$$\chi_a = \frac{a_r R}{|a_y \sin \Theta_1 - a_z \cos \Theta_1|} = \frac{1}{\sqrt{\left(2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2}\right)^2}} \quad (4.113)$$

Zur Festlegung der Größe der Amplitudenübertragung und der Phasenverschiebung sollen Versuchsergebnisse dienen.

Hinweise zu auftretenden Rinnsalamplituden findet man in den Veröffentlichungen von *Hikami / Shiraishi* [34] und *Flamand* [64]. Mit Hilfe der linken Seite von (4.113) kann der Funktionswert  $\chi_a$  berechnet werden.

|                           | Rinnsalampl.<br>$a_p$<br>[°] | Rinnsallage<br>$\Theta_1$<br>[°] | Radius<br>$R$<br>[mm] | y-Amplitude<br>$a_y$<br>[mm] | z-Amplitude<br>$a_z$<br>[mm] | $\chi_a$<br>[-] |
|---------------------------|------------------------------|----------------------------------|-----------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------|
| <i>Flamand</i>            | 2,5                          | 71                               | 80                    | 0                            | 109                          | 0,10            |
| <i>Hikami / Shiraishi</i> | 10,0                         | 41                               | 70                    | 0                            | 45                           | 0,36            |
|                           | 12,5                         | 43                               | 70                    | 0                            | 55                           | 0,38            |
|                           | 12,0                         | 47                               | 70                    | 0                            | 95                           | 0,23            |
|                           | 10,0                         | 56                               | 70                    | 0                            | 12                           | 1,82            |
|                           | 9,0                          | 64                               | 70                    | 0                            | 10                           | 2,51            |

Tab. 4.2: Beobachtete Rinnsalamplituden mit dazugehörigem Funktionswert der Amplitudenübertragung

Sowohl *Flamand* als auch *Hikami / Shiraishi* geben an, dass das Modell in z- Richtung geführt wird, d.h.  $a_y$  ist Null. Die Amplitudenübertragung nimmt Werte zwischen 0,1 und 2,5 an. Bei Schrägseilen sind die Amplituden in y- und z- Richtung allerdings größer als bei Versuchsmodellen. Daher ergeben sich bei Berechnungen mit einem  $\chi_a = 0,3$  bereits Rinnsalamplituden von 10° und mehr. Bei  $\chi_a = 0,4$  können z.B. die an der Erasmusbrücke beobachteten Schwingungen nicht mehr nachgerechnet werden, weil einige Luftkraftbeiwerte, welche nur für einen begrenzten Bereich  $\Theta_1 + \gamma$  bestimmt wurden, nicht mehr vorliegen. Für die Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit wird daher von einer Amplitudenübertragung  $\chi_a = 0,10 \dots 0,30$  ausgegangen.

*Flamand* führte ebenfalls Versuche zur Ermittlung der Phasenverschiebung durch, die in [64] beschrieben werden. Dabei wurde festgestellt, dass der Phasenverschiebungswinkel  $\theta$  zwischen Modellschwingung in z- Richtung und Rinnsalschwingung für verschiedene Windgeschwindigkeiten und Anströmrichtungen stets zwischen 30° und 50° Grad liegt. Dieser Bereich soll ebenfalls den Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit zugrunde gelegt werden.

Durch Auswertung der rechten Seite der Gleichung (4.113) und der Gleichung (4.111) unter Berücksichtigung der Grenzen von  $\theta$  und  $\chi_a$  ergibt sich folgendes Diagramm, mit dem die Rinnsalschwingung auf Basis der oben erwähnten Versuche eingestellt werden kann.

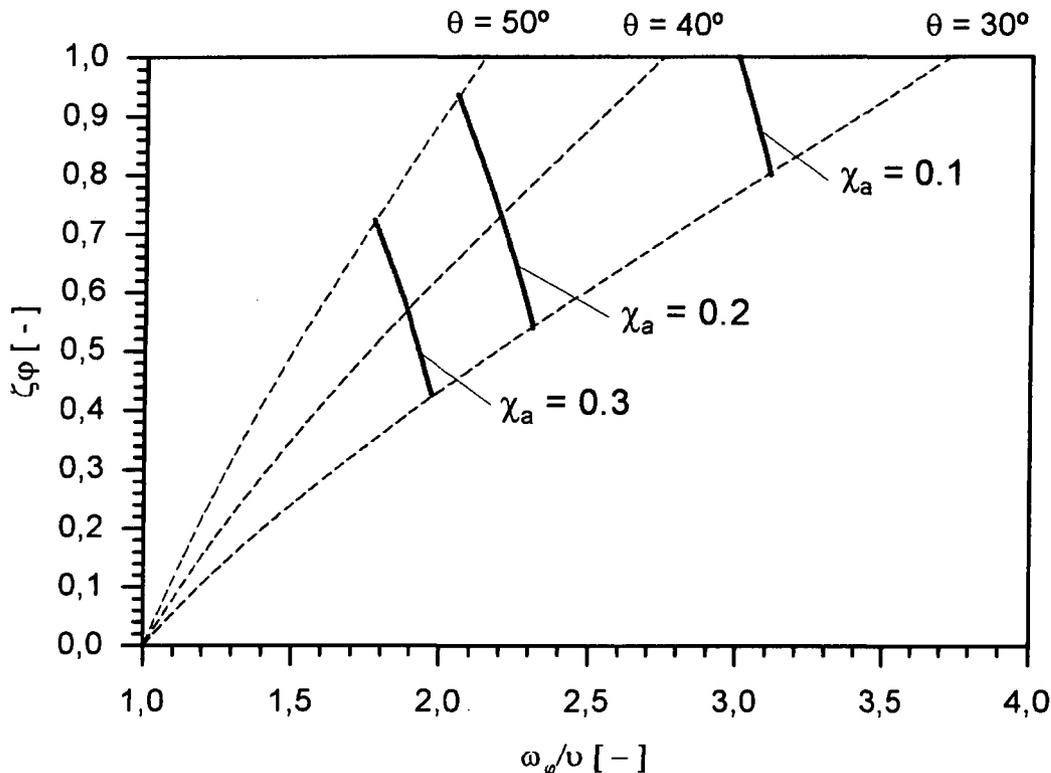


Abb. 4.24: Diagramm zur Einstellung der Rinnsalschwingung

Die Handhabung ist einfach. Durch die Wahl der gewünschten Amplitudenübertragung  $\chi_a$  und der Phasenverschiebung  $\theta$  erhält man einen Punkt auf einer der drei als breite Volllinien dargestellten Kurven. Die Rinnsaldämpfung und das Verhältnis Rinnsaleigenkreisfrequenz zu Modelleigenkreisfrequenz werden von den Achsen abgelesen und dienen als Eingangswerte einer Schwingungsberechnung mit Hilfe des erstellten Computerprogramms. Die Rinnsaldämpfung wird direkt eingegeben. Aus dem Verhältnis Rinnsaleigenkreisfrequenz zu Kabeleigenkreisfrequenz wird mit Hilfe der Kabeleigenfrequenz  $f_n$  der gewählten Eigenform  $n$  die Rinnsaleigenfrequenz berechnet.

$$f_\varphi = f_y \frac{\omega_\varphi}{\nu} = f_z \frac{\omega_\varphi}{\nu} = f_n \frac{\omega_\varphi}{\nu} \quad (4.114)$$

Das Diagramm ist sowohl für die Berechnung eines federnd gelagerten Zylinders als auch eines gespannten Kabels geeignet.

## 4.3. ERGEBNISSE DER BERECHNUNGEN

### 4.3.1. SCHWINGUNGEN MIT FIXEM RINNSAL

Bei der Nachrechnung der Regen-Wind-induzierten Schwingungen, die an den Kabeln der Erasmusbrücke aufgetreten sind, verwendeten *Geurts* und *van Staalduinen* ein eindimensionales Rechenmodell mit fixem Rinnsal. In seiner ursprünglichen Form lässt das Modell nur Berechnungen bei einem Windanströmwinkel von  $\beta = 0^\circ$  und einer Rinnsallage von  $\Theta_1 = 72^\circ$  zu. Trotzdem wurde nach Aussage der Autoren die Amplitude in z- Richtung ausreichend genau abgebildet. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Berechnungen wiederholt. Abbildung 4.25 zeigt einen typischen Einschwingvorgang am Beispiel des Kabels 15 der Erasmusbrücke.

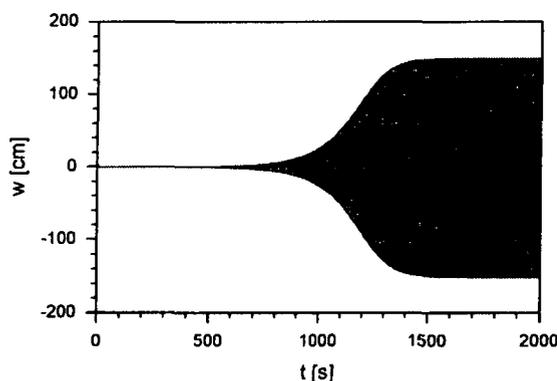


Abb. 4.25: Amplitude in z- Richtung Kabel 15 der Erasmusbrücke  
(Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen*)

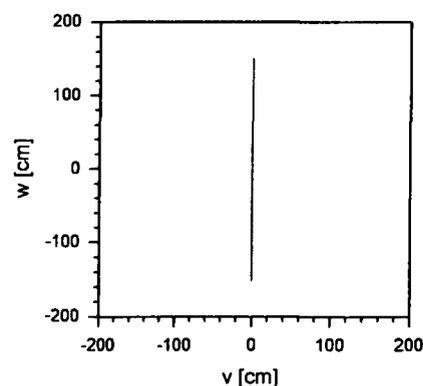


Abb. 4.26: Umlaufbahn Kabel 15 der Erasmusbrücke  
(Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen*)

Die Darstellung der Amplitude in z- Richtung stimmt qualitativ mit Abbildung 8 in [56] überein. Die Schwingung in y- Richtung kann das Modell nicht abbilden, daher erscheint als Umlaufbahn nur ein vertikaler Strich. Anhang B enthält eine Tabelle, wo die beobachteten und berechneten Schwingungsamplituden verglichen werden. Die Rechenergebnisse sind 2 bis 3 mal größer als die Beobachtung. Sie liegen damit auf der sicheren Seite.

Bei Verwendung der tatsächlichen statt der durch ein Polynom genäherten Luftkraftbeiwerte konnte keine Anregung festgestellt werden. Hier wird die unzureichende Flexibilität des Rechenverfahrens durch die Einschränkung auf nur eine Rinnsallage deutlich, da gerade bei  $\Theta_1 = 72^\circ$  kaum Energie eingebracht wird, im Gegensatz zu den Bereichen in unmittelbarer Nachbarschaft.

Um beim Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* einen Vergleich der Amplituden mit genäherten und tatsächlichen Luftkraftbeiwerten zu ermöglichen, wurde jenes im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelt, so dass auch Rinnsallagen von  $63^\circ$  und  $81^\circ$  möglich sind. Weiterhin sind auch Windanströmwinkel  $\beta \neq 0$  möglich. In Abbildung B.1 sind Modellanordnungen im Bereich der Anregung Typ A dargestellt, wo sowohl bei der Näherung als auch bei Verwendung der tatsächlichen Luftkraftbeiwerte eine Anregung stattfindet. Die Ergebnisse sind in Tabelle B.1 enthalten. Zum Vergleich wurde auch eine Berechnung mit 2 Freiheitsgraden (Verfahren Typ A mit fixem Rinnsal) durchgeführt.

Ganz allgemein konnte festgestellt werden, dass bei eindimensionaler Formulierung und Verwendung der tatsächlichen Luftkraftbeiwerte die Amplituden geringer sind als bei Verwendung der genannten Näherung. Die kritische Windgeschwindigkeit liegt in den meisten Fällen höher, teilweise gibt es überhaupt keine Instabilität mehr.

Durch Einführung eines Freiheitsgrades in  $y$ - Richtung werden die Amplituden wieder größer und die kritische Windgeschwindigkeit geringer. Das lässt den Schluß zu, dass eine zweidimensionale Formulierung nicht nur deshalb notwendig ist, weil man eventuell in  $y$ - Richtung angeordnete Schwingungsdämpfer bemessen will, sondern auch, damit man sich nicht genäherter Luftkraftbeiwerte bedienen muss.

Durch Einführung eines Freiheitsgrades in  $y$ - Richtung tritt eine räumliche Schwingung auf. Als Beispiel soll wieder das Kabel 15 der Erasmusbrücke herangezogen werden. Verwendet wurden ebenfalls die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto*, damit die Vergleichbarkeit der Ergebnisse gegeben ist.

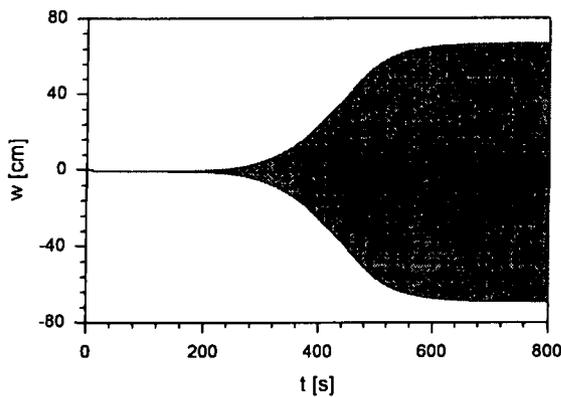


Abb. 4.27: Amplitude in  $z$ - Richtung Kabel 15 der Erasmusbrücke (Verfahren Typ A mit fixem Rinnsal)

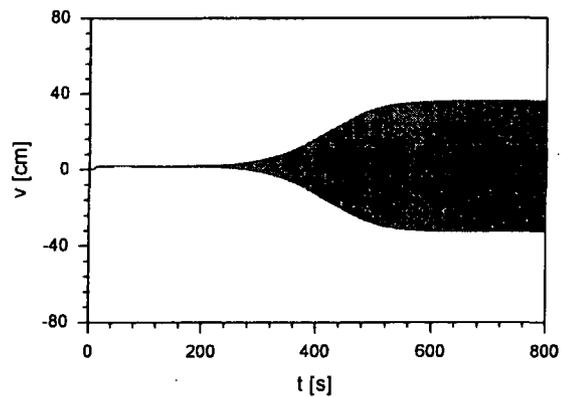


Abb. 4.28: Amplitude in  $y$ - Richtung Kabel 15 der Erasmusbrücke (Verfahren Typ A mit fixem Rinnsal)

Qualitativ sieht der Einschwingvorgang gleich aus wie beim Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen*, jedoch werden die maximalen Amplituden deutlich früher erreicht. Die Schwingung in  $y$ - Richtung weist eine geringere Amplitude auf als die Schwingung in  $z$ - Richtung. Tabelle B.5 enthält die genauen Werte.

Die Amplitude in  $z$ - Richtung ist ungefähr um den Faktor 1,3 größer als die beobachtete Amplitude und entspricht daher besser den tatsächlichen Verhältnissen.

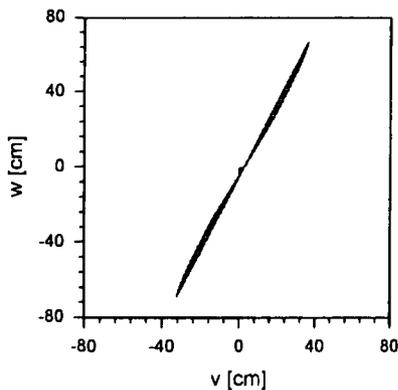


Abb. 4.29: Umlaufbahn Kabel 15 der Erasmusbrücke (Verfahren Typ A mit fixem Rinnsal)

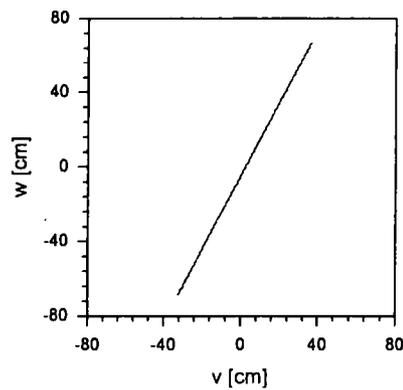


Abb. 4.30: Umlaufbahn Kabel 15 nach dem Einschwingvorgang (Verfahren Typ A mit fixem Rinnsal)

Sieht man sich die Umlaufbahn in Abb. 4.29 an, so entsteht der Eindruck einer 8-förmigen Umlaufbahn. Das ist jedoch nicht der Fall, wie deutlich wird, wenn man die Perioden des Einschwingvorgangs herausfiltert (Abb. 4.30). Das Kabel bewegt sich in einer Ebene, die gegen die Windrichtung geneigt ist. Mit zunehmender Amplitude ändert sich der

Neigungswinkel der Ebene. Eine gegen die Windrichtung geneigte Umlaufbahn wurde auch an Bauwerken beobachtet, nur dass diese die Form einer flachen Ellipse hat.

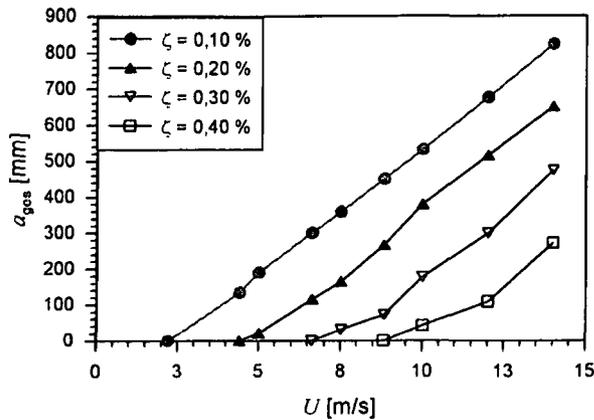


Abb. 4.31: Abhängigkeit  $a_{ges}$  von  $U$  beim fixen Rinnsal (Kabel 15 der Erasmusbrücke)

Abbildung 4.31 zeigt, ebenfalls am Beispiel von Kabel 15 der Erasmusbrücke, die Abhängigkeit der Amplituden  $a_{ges}$  von der Windgeschwindigkeit. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit nimmt auch die Amplitude zu. Eine Erhöhung der Systemdämpfung bewirkt eine größere kritische Windgeschwindigkeit. Die bei einer bestimmten Windgeschwindigkeit auftretende Amplitude wird geringer. Diese Merkmale sind für selbsterregte Schwingungen kennzeichnend.

#### 4.3.2. SCHWINGUNGEN MIT BEWEGLICHEM RINNSAL

Am gleichen Kabel kann der Einfluss eines beweglichen Rinnsals erläutert werden. Zu diesem Zweck wurden Amplitudenübertragung und Phasenverschiebung auf einen mittleren Wert eingestellt, d.h.  $\chi_a = 0,2$  und  $\theta = 40^\circ$ .

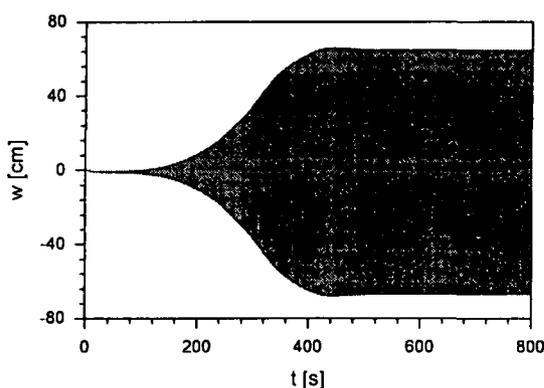


Abb. 4.32: Amplitude in z- Richtung Kabel 15 der Erasmusbrücke (Verfahren Typ A mit beweglichem Rinnsal)

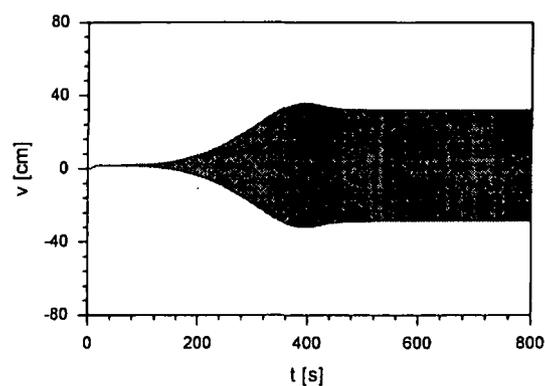


Abb. 4.33: Amplitude in y- Richtung Kabel 15 der Erasmusbrücke (Verfahren Typ A mit beweglichem Rinnsal)

Die Zeit bis zum Erreichen der maximalen Amplituden ist noch kürzer als beim fixem Rinnsal. Während des Einschwingvorgangs erreicht besonders die y- Amplitude Größenordnungen, die oberhalb des endgültigen Wertes liegen. Dieses Phänomen kommt allerdings nicht immer vor. Sowohl die y- Amplitude als auch die z- Amplitude werden in diesem Fall durch den

Einfluss des beweglichen Rinnsals größer, wobei deren Verhältnis zueinander in etwa gleich wie beim fixem Rinnsal bleibt.

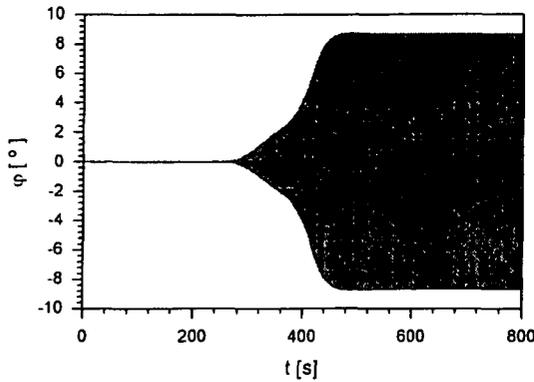


Abb. 4.34: Rinnsalamplitude Kabel 15 der Erasmusbrücke (Verfahren Typ A mit beweglichem Rinnsal)

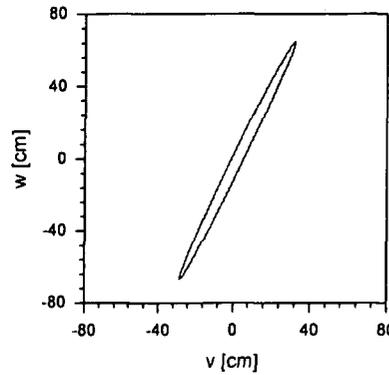


Abb. 4.35: Umlaufbahn Kabel 15 der Erasmusbrücke (Verfahren Typ A mit beweglichem Rinnsal)

Interessanter ist der Einfluss des beweglichen Rinnsals auf die Umlaufbahn. Die Perioden des Einschwingvorgangs wurden wegen der besseren Übersichtlichkeit gleich herausgefiltert. Es ist deutlich eine elliptische Umlaufbahn zu erkennen, deren obere Spitze gegen die Windrichtung geneigt ist. Eine derartige Umlaufbahn ist typisch für Regen-Wind-induzierte Schwingungen, sie wurde sowohl an Bauwerken als auch im Windkanalversuch beobachtet. Bei allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen mit beweglichem Rinnsal hatte die Umlaufbahn diese Form. Mit zunehmender Rinnsalamplitude wird die Ellipse breiter. Die Beweglichkeit der Rinnsale auf dem Kabelquerschnitt ist daher sehr wahrscheinlich die Ursache der elliptischen Umlaufbahn.

Die Rinnsalschwingung verhält sich beim Kabel 15 der Erasmusbrücke qualitativ wie die Kabelschwingung (Abb.4.34). Das ist jedoch nicht immer der Fall. Zu Beginn des Einschwingvorgangs kann es durchaus zu einem wiederholten Anfachen und Abklingen kommen. In den folgenden Abbildungen sind zwei Beispiele dargestellt.

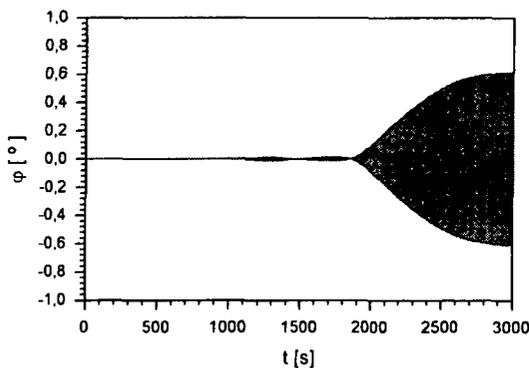


Abb. 4.36: Rinnsalschwingung Kabel 8 (b) der Tsurumi Tsubasa Brücke (Tab. B.16)

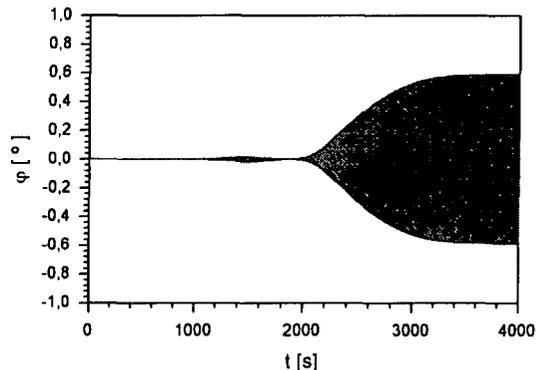


Abb. 4.37: Rinnsalschwingung Kabel 11 (d) der Tsurumi Tsubasa Brücke (Tab. B.16)

Die für selbsterregte Schwingungen typische Zunahme der Amplituden mit der Windgeschwindigkeit tritt auch auf, wenn das Rinnsal beweglich ist. Abbildung 4.38 zeigt das beispielhaft für eine Rinnsaleinstellung  $\chi_a = 0,2$  und  $\theta = 40^\circ$ .

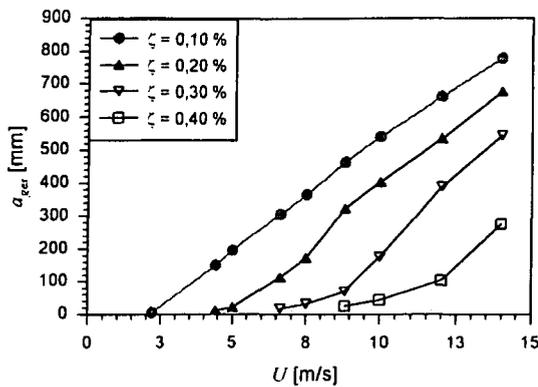


Abb. 4.38: Abhängigkeit  $a_{ges}$  von  $U$  beim beweglichen Rinnsal (Kabel 15 der Erasmusbrücke)

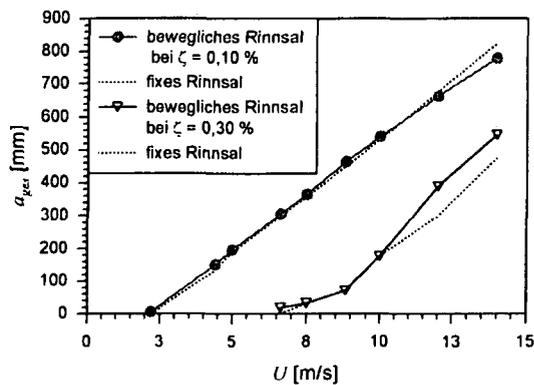


Abb. 4.39: Abhängigkeit  $a_{ges}$  von  $U$  bei  $\zeta = 0,10\%$  und  $\zeta = 0,30\%$  (Kabel 15 der Erasmusbrücke)

Der Einfluss des beweglichen Rinnsals auf die kritische Windgeschwindigkeit ist in diesem Fall sehr gering.

Bei höheren Windgeschwindigkeiten kann die Amplitude durch die Rinnsalbewegung vergrößert oder verkleinert werden (Abb.4.39).

### 4.3.3. VERGLEICH MIT BEOBACHTUNGEN AM BAUWERK

Die Qualität eines Berechnungsverfahrens lässt sich am besten beurteilen, wenn man die Berechnungsergebnisse mit Beobachtungen an Bauwerken vergleicht. Zu diesem Zweck wurden in der Literatur beschriebene Beobachtungen (siehe Anhang A) nachgerechnet. Die Ergebnisse sind im Anhang B zusammengestellt.

Wenn Regen-Wind-induzierte Schwingungen an einem Schrägseil auftreten, können Windgeschwindigkeit, Windrichtung und Schwingungsamplitude gemessen werden. Die Ermittlung der kritischen Windgeschwindigkeit ist jedoch bei Feldbeobachtungen nicht möglich. Eine Überprüfung der Qualität der Berechnungen kann daher nur anhand der Amplituden erfolgen.

Die Lage des Rinnsals wird bei den in der Literatur beschriebenen Beobachtungen leider nie angegeben. Bei den Nachrechnungen im Rahmen dieser Arbeit wurde das Rinnsal daher stets an der ungünstigsten Stelle des Querschnitts angeordnet. In den meisten Fällen sind bei der Berechnung daher auch größere Schwingungsamplituden herauskommen als beobachtet wurden. Das sagt nichts über die Qualität der Berechnung aus, sondern bedeutet vielmehr, dass sich das Rinnsal tatsächlich nicht an der ungünstigsten Stelle befunden hat.

Als Planer muss man stets vom ungünstigsten Fall ausgehen. Bereits eine geringfügig andere Windgeschwindigkeit könnte die Gleichgewichtslage des Rinnsal so verändern, dass maximal mögliche Schwingungsamplituden auftreten.

Interessanter sind daher die Fälle, wo in der Rechnung die am Bauwerk beobachteten Schwingungsamplituden nicht erreicht werden konnten.

Zunächst wurden Berechnungen auf Grundlage der Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* durchgeführt. Bei Annahme eines fixen Rinnsals lag die  $y$ - Amplitude  $a_y$  mindestens um 24 % höher als bei der Feldbeobachtung. Die  $z$ - Amplitude  $a_z$  lag im ungünstigsten Fall -20 % unter dem tatsächlichen Wert. Insgesamt wurde in 7 von 31 Fällen die beobachtete Amplitude nicht erreicht. Bei der Gesamtamplitude  $a_{ges}$  sieht es besser aus, hier liegt die Unterschreitung im ungünstigsten Fall bei -6 %.

Andererseits ergab die Berechnung wegen der Unsicherheit der Rinnsallage und der tatsächlichen Dämpfung des Kabels maximal 6,5-fache Werte für  $a_y$  und 5-fache Werte für  $a_z$ .

Führt man ein bewegliches Rinnsal ein, nehmen die Amplituden in y- Richtung mit zunehmendem  $\chi_a$  zu. Bei  $\theta = 30^\circ$  macht das im Extremfall bis zu 42 % aus (Abb. 4.40). Im Allgemeinen liegt die Zunahme jedoch unter 10 %.

Die Amplituden in z- Richtung können sowohl zunehmen als auch abnehmen. Bei den im Rahmen dieser Arbeit gerechneten Beispielen beträgt für  $\theta = 30^\circ$  die maximale Zunahme 32 % (Abb.4.40), die maximale Abnahme -2 % (Abb. 4.41).

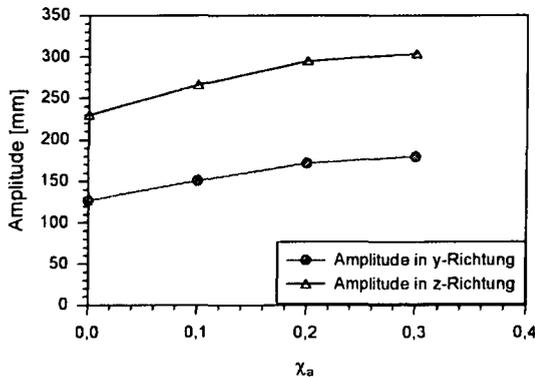


Abb.4.40: Tsurumi Tsubasa Brücke Kabel 1 (a) mit  $\theta = 30^\circ$  (maximale Amplitudenzunahme)

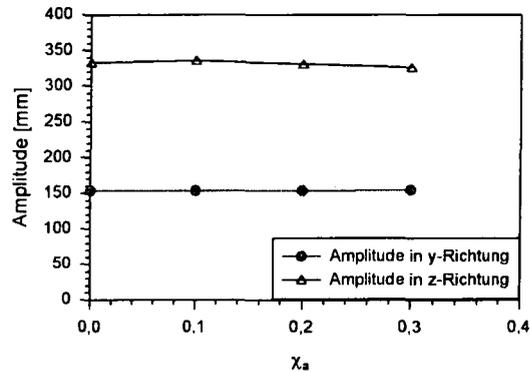


Abb.4.41: Hartman Brücke Kabel 23 mit  $\theta = 30^\circ$  (maximale Amplitudenabnahme)

Bei den Kabeln, wo die beobachtete Amplitude in z- Richtung rechnerisch nicht erreicht wurde, nimmt diese mit der Beweglichkeit des Rinnsals zu, allerdings nicht so stark wie in Abbildung 4.40. Die größte Abweichung von der Beobachtung konnte von -20 % beim fixen Rinnsal auf -17 % bei  $\chi_a = 0,2$  und  $\theta = 30^\circ$  verbessert werden, bei  $\chi_a = 0,3$  und  $\theta = 30^\circ$  auf -16 %. Die Einführung eines beweglichen Rinnsals verbessert also die Ergebnisse des Rechenverfahren etwas.

Die Phasenverschiebung  $\theta$  übt ebenfalls einen Einfluss auf die Amplituden aus. Eine Vergrößerung der Phasenverschiebung von  $30^\circ$  auf  $40^\circ$  oder  $50^\circ$  bewirkt grundsätzlich eine Vergrößerung der Amplituden, sowohl in y- Richtung als auch in z- Richtung. Die Zuwächse sind jedoch geringer als bei einer Vergrößerung von  $\chi_a$ . Die maximale Zunahme der z- Amplitude bei einer Vergrößerung der Phasenverschiebung von  $30^\circ$  auf  $50^\circ$  bei gleichbleibendem  $\chi_a = 0,2$  beträgt in y- Richtung 3,4 % (Tsurumi Tsubasa Brücke Kabel 11) und in z- Richtung 1,3 % (Meikonishi Brücke Kabel 1 Kabel 3).

Im Hinblick auf eine Reduktion der größten negativen Abweichung konnte mit keiner Einstellung der Rinnsalschwingung ein besseres Ergebnis erzielt werden als -16 % bis -17 %. Folgende Einstellungen sind ungefähr gleichwertig:

- ◆  $\chi_a = 0,2$  und  $\theta = 40^\circ$
- ◆  $\chi_a = 0,2$  und  $\theta = 50^\circ$
- ◆  $\chi_a = 0,3$  und  $\theta = 30^\circ$
- ◆  $\chi_a = 0,3$  und  $\theta = 40^\circ$
- ◆  $\chi_a = 0,3$  und  $\theta = 50^\circ$

Bei  $\chi_a = 0,3$  fehlen bereits bei einigen Berechnungen Luftkraftbeiwerte. Für eine praktische Berechnung sollte daher eine der Einstellungen mit  $\chi_a = 0,2$  gewählt werden.

Zum Vergleich wurden auch Berechnungen auf Grundlage der Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi* durchgeführt. Dabei sind die Überschreitungen der beobachteten Amplituden noch größer als bei den Luftkraftbeiwerten von *Matsumoto*. Die maximale Unterschreitung der beobachteten Amplituden ist mit -26 % ebenfalls größer.

Für eine baupraktische Berechnung sollten die Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi* nicht verwendet werden.

#### 4.3.4. EMPFEHLUNGEN FÜR EINE BAUPRAKTISCHE BERECHNUNG

Bei dem im Rahmen dieser Arbeit hergeleiteten Rechenverfahren werden die Amplituden in y- und z- Richtung teilweise stark überschritten. Während die berechneten y-Amplituden aber stets größer als die tatsächlichen Amplituden sind, treten bei z-Amplituden auch Unterschreitungen auf. Teilweise werden nur 80 % der tatsächlichen Amplitude erreicht.

Nun liegt dieser Wert zwar auf der unsicheren Seite, für eine dynamische Berechnung ist das Ergebnis jedoch noch relativ gut. Außerdem gefährden Regen-Wind-induzierte Schwingungen die Sicherheit des Bauwerks nicht unmittelbar, sondern beeinträchtigen die Gebrauchstauglichkeit bzw. verursachen erst nach längerer Einwirkung Ermüdungsschäden. Ein Fehler von 20 % hat hier geringere Auswirkungen als z.B. bei Berechnungen der Tragfähigkeit des Bauwerks.

Das Rechenmodell ist daher für die Absicherung gegen Regen-Wind-induzierte Schwingungen durchaus geeignet. Es bietet erstmalig die Möglichkeit, maximal zu erwartende Amplituden in y- und z- Richtung zu berechnen, wenn auch mit einer gewissen Unsicherheit.

Bei einer Anwendung durch den praktisch tätigen Ingenieur kann das auf der beiliegenden CD befindliche Computerprogramm verwendet werden. Eine ausführliche Benutzungsanleitung befindet sich im Anhang C.

Bei der Untersuchung eines Brückenkabels auf Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ A sollte folgendermaßen vorgegangen werden:

- (1) Ermittlung der Eingangswerte Kabeldurchmesser  $D$ , Masse pro Länge  $m$ , Neigungswinkel  $\alpha$ , Vorspannkraft  $S_{stat}$  und Kabellänge  $l$ .
- (2) Mit Hilfe von Gleichung (4.115) sind für verschiedene Eigenformen  $n$  die Eigenfrequenzen  $f_n$  zu berechnen. Die Eigenformen  $n$ , deren Eigenfrequenzen innerhalb des Intervalls von 0,5 bis 3,0 Hz liegen, müssen durch Berechnung des Einschwingvorgangs genauer untersucht werden.

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{S_{stat}}{m}} \quad (4.115)$$

- (3) Der Dämpfungsgrad wird, wenn nicht genauer bekannt, mit  $\zeta_y = \zeta_z = 0,03$  % festgelegt. Das entspricht der Untergrenze aller Werte, die in der Literatur genannt werden.
- (4) Der Windanströmwinkel  $\beta$  muss über den gesamten Bereich, wo Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ A auftreten können, variiert werden, d.h. zwischen  $-5^\circ \leq \beta \leq 55^\circ$ . Die Windgeschwindigkeit  $U$  wird für jedes  $\beta$  so gewählt, dass  $U_n = 13$  m/s beträgt. Bei einer höheren Windgeschwindigkeit kann sich kein oberes Rinnsal mehr ausbilden.

$$U = \frac{13\text{m/s}}{\cos[\text{asin}(\cos \alpha \cdot \sin \beta)]} \quad (4.116)$$

- (5) Die Rinnsallage  $\Theta_1$  wird so festgelegt, dass maximale Amplituden entstehen. Zum Auffinden dieser Stelle am Querschnitt kann das Hilfsprogramm „Analyse Typ A“ verwendet werden, welches über den gesamten Bereich, wo sich ein oberes Rinnsal befinden kann, die erforderliche Systemdämpfung berechnet. Die ungünstigste Rinnsallage befindet sich ungefähr an der Stelle, wo die erforderliche Dämpfung maximal ist oder 1 bis 3 Grad oberhalb davon. Das kann durch Probieren relativ schnell herausgefunden werden.
- (6) Die Rinnsalschwingung wird mit Hilfe des Diagramms in Abb. 4.24 eingestellt. In Frage kommen die fünf Einstellungen, die sich nach Kapitel 4.1.3 als optimal erwiesen haben. Der Dämpfungsgrad des Rinnsals  $\zeta_\varphi$  kann im Diagramm direkt abgelesen werden. Die Rinnsaleigenfrequenz  $f_\varphi$  wird nach Gleichung (4.114) berechnet.
- (7) Sind alle Eingangswerte eingegeben, kann eine dynamische Berechnung durchgeführt werden. Bei Ausgabe der Ergebnisse muss immer geprüft werden, ob der Einschwingvorgang abgeschlossen wurde, d.h. ob die Schwingungsamplituden gegen Berechnungsende das charakteristische Plateau aufweisen. Wenn nicht, muss die Simulation mit einer größeren Berechnungsdauer wiederholt werden.
- (8) Tritt eine Anregung auf, bei der die Amplituden ein akzeptables Limit überschreiten, so kann eine der im Kapitel 7 beschriebenen Gegenmaßnahmen vorgesehen werden. Ein Einbau von Schwingungsdämpfern führt zu einer Erhöhung der Dämpfungsgrade  $\zeta_y$  und  $\zeta_z$ . Mit der erhöhten Dämpfung sollte die Berechnung noch einmal durchgeführt werden, um zu prüfen, ob die Amplituden unterhalb des angestrebten Limits bleiben.

### 4.3.5. ZUSAMMENFASSUNG

Ein Ziel dieser Arbeit ist es, ein Rechenverfahren vorzuschlagen, das eine Absicherung gegenüber Regen-Wind-induzierten Schwingungen ermöglicht. Bei dessen Ableitung ging es vorrangig darum, dem praktisch tätigen Ingenieur ein Handwerkszeug zur Verfügung zu stellen. Das in diesem Kapitel beschriebene Rechenverfahren für Regen-Wind-induzierte Schwingungen des Typs A hat sich bezüglich dieser Zielstellung als brauchbar erwiesen. Im Hinblick auf das tatsächliche Verhalten einer Regen-Wind-Schwingung konnten folgende Merkmale auch in der Rechnung gezeigt werden:

- ◆ Die errechneten Amplituden in y- Richtung sind stets größer als die tatsächlichen Werte, die errechneten Amplituden in z- Richtung betragen mindestens 80 % der tatsächlichen Werte.
- ◆ Die Umlaufbahn hat wie in der Natur die Form einer flachen Ellipse, deren oberes Ende gegen die Windrichtung geneigt ist. Die elliptische Form der Umlaufbahn ist eine Folge der Rinnsalschwingung.

Folgende Phänomene bildet das Modell nicht ab:

- ◆ Ob die kritische Windgeschwindigkeit richtig ermittelt wird, kann nicht beurteilt werden, weil in der Literatur stets nur Hinweise zur Schwingungsamplitude zu finden sind. Wenn auch bei Modellversuchen festgestellt wurde, dass Regen-Wind-induzierte Schwingungen

erst ab einer bestimmten Windgeschwindigkeit auftreten, so kann daraus nicht auf eine kritische Windgeschwindigkeit im Sinne einer Verzweigung des dynamischen Gleichgewichts geschlossen werden. Vielmehr wurde beobachtet, dass sich das obere Rinnsal erst ab einer bestimmten Windgeschwindigkeit bilden kann, weil die Windkraft auf das Rinnsal mit dessen Schwerkraft im Gleichgewicht stehen muss.

- ◆ Die eben genannte Rinnsalbildung und das Herunterblasen des Rinnsals vom Querschnitt ab einer bestimmten Windgeschwindigkeit, was die Schwingung wieder abklingen lässt, bilden sich in der Rechnung nicht ab. Auch die rechnerische Gleichgewichtslage des Rinnsals stimmt nicht mit der Wirklichkeit überein.

Gegenüber dem bisher zur Verfügung stehenden Rechenverfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* konnte jedoch eine Verbesserung erzielt werden, da auch eine Beurteilung der zu erwartenden Amplituden in y- Richtung möglich ist.

## 5. REGEN-WIND-INDUZIERTE SCHWINGUNGEN VOM TYP B

Noch einige Jahre nach Entdeckung Regen-Wind-induzierter Schwingungen ging man davon aus, dass nur ein oberes Rinnsal eine Anregung verursachen kann. Erst in den 90er Jahren gab es Veröffentlichungen, wo von Schwingungen berichtet wird, die nur durch ein unteres Rinnsal verursacht wurden.

Versuche, Regen-Wind-induzierte Schwingungen dieses Typs, im Rahmen dieser Arbeit als Typ B bezeichnet, rechnerisch zu beschreiben, gab es bisher nicht. In diesem Kapitel soll ein Rechenmodell entwickelt werden, das von Grundidee und Aufbau her dem von Schwingungstyp A im vorherigen Kapitel ähnlich ist. Die Rinnsalschwingung wird ebenfalls durch ein Feder- Dämpfer- Modell beschrieben, weil die Windwirkung auf das Rinnsal und dessen Masse nicht bekannt ist.

Da die Vorgangsweise bei der Herleitung des Rechenmodells mit der im Kapitel 4 identisch ist, sind die Erläuterungen der einzelnen Schritte weniger ausführlich. Teilweise werden Zwischenschritte in den Herleitungen nicht dokumentiert bzw. es wird auf die entsprechende Stelle im Kapitel 4 verwiesen.

### 5.1. VORSCHLAG EINES RECHENVERFAHRENS

#### 5.1.1. VERWENDETE LUFTKRAFTBEIWERTE

Bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen vom Typ A berücksichtigt man im Fall einer Berechnung nur ein Rinnsal, nämlich das obere. Eine Anregung vom Typ B wird nur durch ein unteres Rinnsal verursacht. Es bietet sich daher an, die für eine Anregung vom Typ A durch *Matsumoto* und *Yamaguchi* bestimmten Luftkraftbeiwerte auch für eine Anregung vom Typ B zu verwenden.

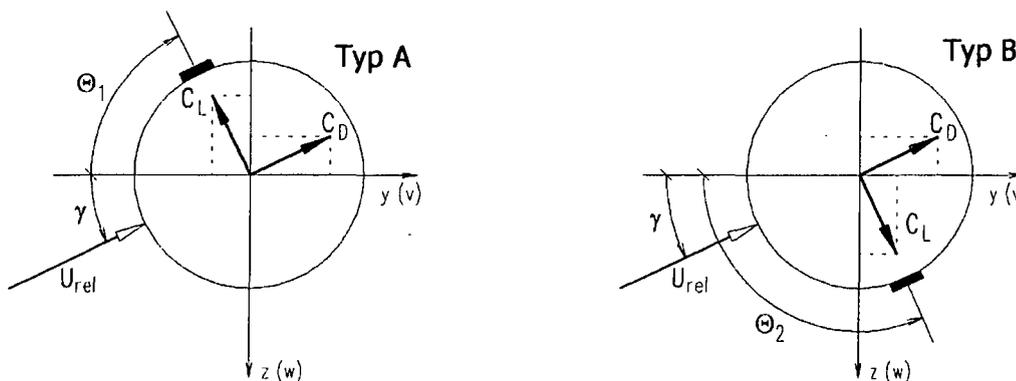
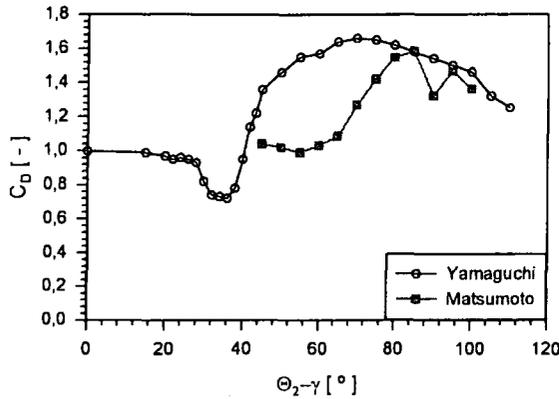
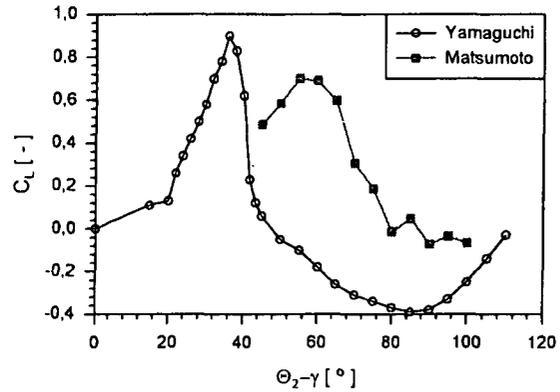


Abb. 5.1: Anwendung der Luftkraftbeiwerte bei Typ A und Typ B

Das Rinnsal liegt im Gegensatz zum Typ A beim Typ B auf der Unterseite des Querschnitts. Die positive Definition des Beiwertes  $C_L$  muss daher in die entgegengesetzte Richtung zeigen, während der Beiwert  $C_D$  unverändert in Windrichtung zeigt (Abb. 5.1). Beide Beiwerte werden als Funktion von  $(\Theta_2 - \gamma)$  statt  $(\Theta_1 + \gamma)$  beim Typ A abgetragen.


 Abb. 5.2: Widerstandsbeiwert  $C_D$ 

 Abb. 5.3: Quertriebsbeiwert  $C_L$ 

Mit Hilfe des Kriteriums von *Den Hartog* erhält man für den Sonderfall  $\gamma_0 = 0$  eine Aussage zu den Bereichen, wo aeroelastische Instabilität auftreten kann. Die Auswertung wurde bereits im Kapitel 4 vorgenommen (dargestellt in Abbildung 4.11). Es verändert sich beim Typ B, wie bei der Darstellung der Luftkraftbeiwerte, nur die Beschriftung der horizontalen Achse von  $(\Theta_1 + \gamma)$  in  $(\Theta_2 - \gamma)$ . Das Rinnsal befindet sich stets hinter dem Dickenmaximum des Querschnitts. Für einen Windangriffswinkel von  $\gamma_0 = 0^\circ$  wäre das bei  $(\Theta_2 - \gamma) > 90^\circ$ . Wie man in Abb. 4.11 deutlich erkennt, nimmt die Auswertung der Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* und *Yamaguchi* nach *Den Hartog* dort keine negativen Werte an. Negative Werte liefert das Kriterium hingegen im Bereich  $(\Theta_2 - \gamma) = 60^\circ \dots 83^\circ$  für die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* und im Bereich  $(\Theta_2 - \gamma) = 36^\circ \dots 48^\circ$  für die Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi*. Weil  $\Theta_2$  immer größer als  $90^\circ$  ist, muss  $\gamma_0$  entsprechend groß sein, um in diese Intervalle zu fallen. In Zahlen ausgedrückt, ergibt sich für die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto*  $\gamma_0 > 7^\circ$  und für die Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi*  $\gamma_0 > 42^\circ$ .

Da die Luftkraftbeiwerte nur für einen begrenzten Bereich ermittelt wurden, soll deren Verfügbarkeit je nach  $\alpha$  und  $\beta$  des Kabels anhand von Diagrammen dargestellt werden. Der Bereich, in dem Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ B auftreten, kann auf Grundlage der vorhandenen Literaturhinweise nicht so eindeutig abgegrenzt werden wie beim Typ A. Der dicht gepunktete Bereich in Abb. 5.4 und 5.5 gilt auf Grundlage von Versuchsergebnissen als abgesichert. Im weniger dicht gepunkteten Bereich wurden Regen-Wind-induzierte Schwingungen an Brückenkabeln beobachtet, die außerhalb der Grenzen liegen, wo eine Anregung vom Typ A auftreten kann. Es hat daher vermutlich eine Anregung vom Typ B stattgefunden. Der Festlegung dieser Bereiche wurden die dokumentierten Ereignisse gemäß Anhang A zugrunde gelegt.

Abbildung 5.4. zeigt die Anwendungsgrenzen der Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto*. Betrachtet man nur den durch Versuche abgesicherten Bereich, so können für  $\Theta_2 = 90^\circ$  ca. 30 % aller Situationen nicht berechnet werden, für  $\Theta_2 = 120^\circ$  sind es ca. 90 % aller Situationen.

In Abbildung 5.5. sind die Anwendungsgrenzen der Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi* dargestellt. Es gibt hier keine Obergrenze, weil  $(\Theta_2 - \gamma)$  nicht kleiner als Null werden kann. Oberhalb von  $(\Theta_2 - \gamma) = 0$  sind jedoch Luftkraftbeiwerte vorhanden. Für  $\Theta_2 = 90^\circ$  können ca. 20 % aller Situationen nicht berechnet werden, für  $\Theta_2 = 120^\circ$  ca. 70 % aller Situationen. Obwohl die Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi* über einen breiteren Bereich anwendbar sind, sollten, wie bei der Anregung vom Typ A, für eine baupraktische Berechnung die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* verwendet werden.

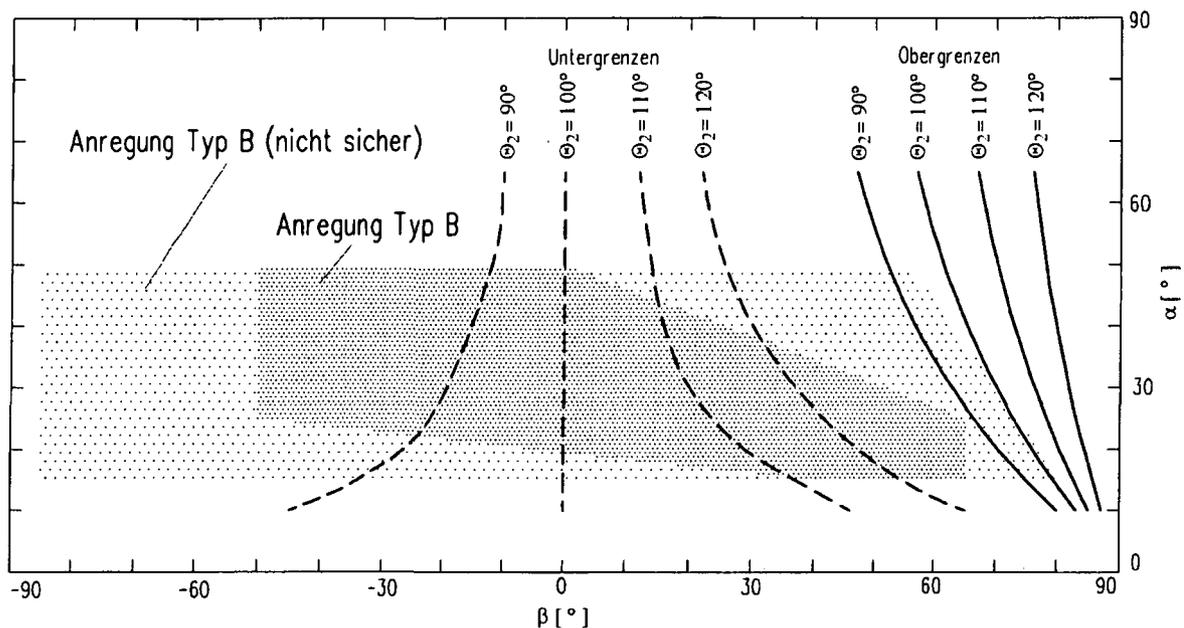


Abb. 5.4: Bereiche, für die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* angegeben wurden

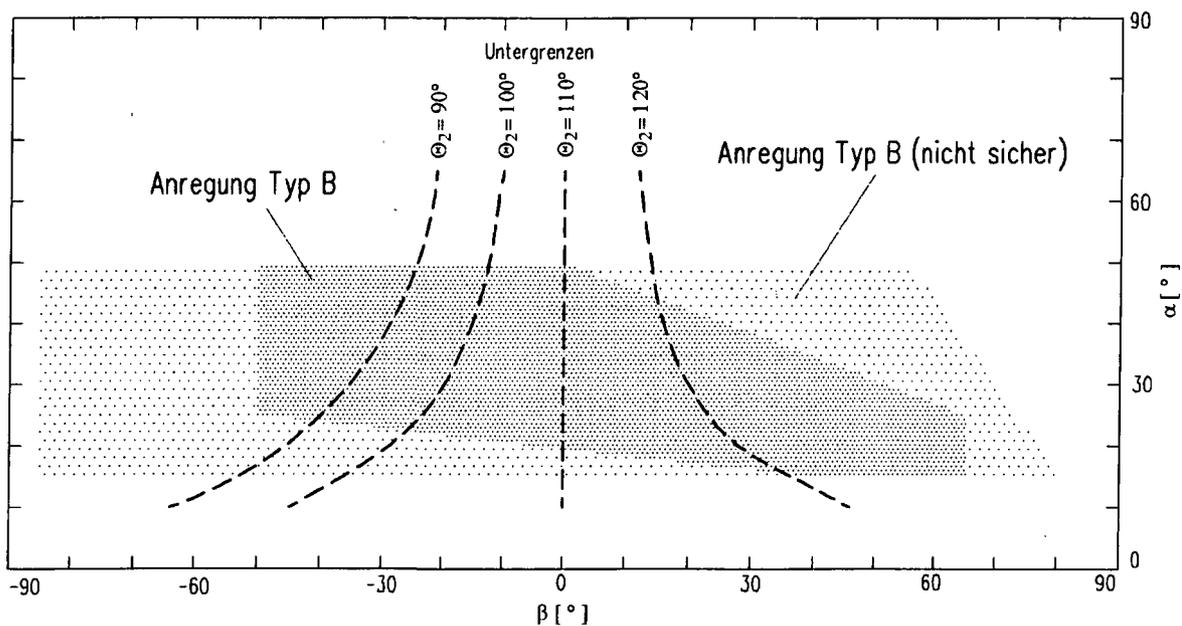


Abb. 5.5: Bereiche, für die Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi* angegeben wurden

Generell ist die Verfügbarkeit der Luftkraftbeiwerte für Anregungen vom Typ B schlechter als für Anregungen vom Typ A.

### 5.1.2. BEWEGUNGSGLEICHUNGEN DES AUF FEDERN GELAGERTEN ZYLINDERS

Die Bewegungsgleichungen werden wie beim Rechenmodell für Schwingungen vom Typ A zunächst für den auf Federn gelagerten starren Zylinder aufgestellt. Das soll mit Hilfe der *Lagrange*'schen Gleichung geschehen. Grundlage ist das in Abbildung 5.6 dargestellte dynamische Modell.

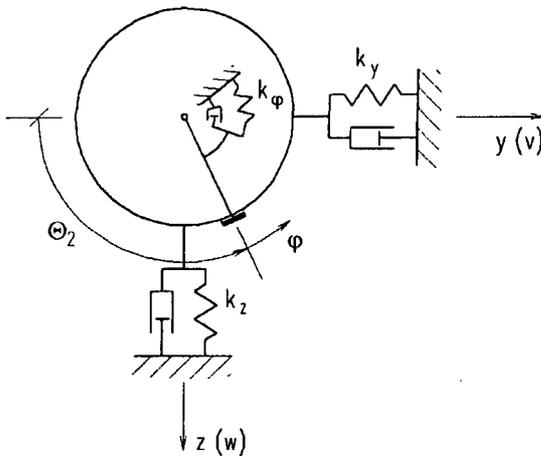


Abb. 5.6: Modell für eine Anregung vom Typ B (drei Freiheitsgrade)

Die Verschiebung des Rinnsals in  $y$ - bzw.  $z$ - Richtung in Abhängigkeit von  $v$ ,  $w$  und  $\varphi$  lässt sich durch die Gleichungen  $v_r = v + R \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)$  und  $w_r = w + R \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)$  beschreiben. Durch Differenzieren, vektorielle Addition und anschließender Vereinfachung erhält man die Gesamtgeschwindigkeit.

$$\dot{v}_r^2 + \dot{w}_r^2 = \dot{v}^2 + \dot{w}^2 + 2\dot{v}R\dot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) - 2\dot{w}R\dot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) + R^2\dot{\varphi}^2 \quad (5.1)$$

Für die kinetische Energie des Systems folgt dann unter zusätzlicher Berücksichtigung der Kabelbewegung und der Rinnsalrotation um die eigene Achse:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(m + m_r)\dot{v}^2 + \frac{1}{2}(m + m_r)\dot{w}^2 + \frac{1}{2}J_r\dot{\varphi}^2 + m_r\dot{v}R\dot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) - m_r\dot{w}R\dot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) + \frac{1}{2}m_rR^2\dot{\varphi}^2 \quad (5.2)$$

Als Ableitung der kinetischen Energie nach den Geschwindigkeiten erhält man:

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{v}} = (m + m_r)\dot{v} + m_rR \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)\dot{\varphi} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{w}} = (m + m_r)\dot{w} - m_rR \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)\dot{\varphi} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{\varphi}} = m_r R \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \dot{v} - m_r R \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \dot{w} + m_r R^2 \dot{\varphi} + J_r \dot{\varphi} \quad (5.5)$$

Die Ausdrücke (5.3), (5.4) und (5.5) werden nun nach der Zeit abgeleitet.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{v}} \right) = (m + m_r) \ddot{v} + m_r R (\ddot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) - \dot{\varphi}^2 \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)) \quad (5.6)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{w}} \right) = (m + m_r) \ddot{w} - m_r R (\ddot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) + \dot{\varphi}^2 \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)) \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{kin}}{\partial \dot{\varphi}} \right) &= (m_r R^2 + J_r) \ddot{\varphi} + m_r R (\ddot{v} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) - \dot{v} \dot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)) \\ &\quad - m_r R (\ddot{w} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) + \dot{w} \dot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi)) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Die Differentiation der kinetischen Energie nach den Koordinaten ergibt dann:

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial v} = 0 \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial w} = 0 \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial E_{kin}}{\partial \varphi} = -m_r R \dot{v} \dot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) - m_r R \dot{w} \dot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \quad (5.11)$$

Die potentielle Energie des Systems ergibt sich aus der Arbeit an den Federn und am Lagepotential.

$$E_{pot} = \frac{1}{2} k_y v^2 + \frac{1}{2} k_z w^2 + \frac{1}{2} k_\varphi \varphi^2 - m_r g R \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \quad (5.12)$$

Für die Ableitung der potentiellen Energie nach den einzelnen Koordinaten erhält man:

$$\frac{\partial E_{pot}}{\partial v} = k_y v \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial E_{pot}}{\partial w} = k_z w \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial E_{pot}}{\partial \varphi} = k_\varphi \varphi + m_r g R \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \quad (5.15)$$

Die Dämpfung und die äußere Belastung gehen in die generalisierte Kraft  $Q$  ein.

$$Q_v \delta v = \left[ -2m\zeta_y \omega_y \dot{v} + \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_y(\gamma) \right] \delta v \quad (5.16)$$

$$Q_w \delta w = \left[ -2m\zeta_z \omega_z \dot{w} + \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_z(\gamma) \right] \delta w \quad (5.17)$$

$$Q_\varphi \delta \varphi = \left[ -2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} \right] \delta \varphi \quad (5.18)$$

Durch Einsetzen in die *Lagrange*'sche Gleichung (4.25) erhält man die Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} (m + m_r) \ddot{v} + m_r R \left[ \ddot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) - \dot{\varphi}^2 \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \right] \\ + k_y v + 2m\zeta_y \omega_y \dot{v} = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_y(\gamma) \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} (m + m_r) \ddot{w} - m_r R \left[ \ddot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) + \dot{\varphi}^2 \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \right] \\ + k_z w + 2m\zeta_z \omega_z \dot{w} = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_z(\gamma) \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} (m_r R^2 + J_r) \ddot{\varphi} + m_r R \left[ \ddot{v} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) - \dot{v} \dot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \right] \\ - m_r R \left[ \ddot{w} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) + \dot{w} \dot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \right] \\ + m_r R \dot{\varphi} \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \dot{v} + m_r R \dot{\varphi} \cos(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) \dot{w} + k_\varphi \varphi + 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} \\ + m_r g R \sin(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (5.21)$$

Zur Vereinfachung wird  $(\Theta_2 - 90^\circ + \varphi) = (\Theta_2 - 90^\circ)$  gesetzt. Außerdem müssen eine Reihe von weiteren Annahmen getroffen werden. Diese sind die gleichen wie bei der Vereinfachung der Bewegungsgleichungen des Anregungstyps A und können detailliert im Kapitel 4 nachgelesen werden. Als vereinfachtes Differentialgleichungssystem erhält man dann:

$$m\ddot{v} + m_r R \cos(\Theta_2 - 90^\circ) \ddot{\varphi} + 2m\zeta_y \omega_y \dot{v} + k_y v = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_y(\gamma) \quad (5.22)$$

$$m\ddot{w} - m_r R \sin(\Theta_2 - 90^\circ) \ddot{\varphi} + 2m\zeta_z \omega_z \dot{w} + k_z w = \frac{\rho_L}{2} DU_n^2 C_z(\gamma) \quad (5.23)$$

$$m_r R^2 \ddot{\varphi} + m_r R \cos(\Theta_2 - 90^\circ) \dot{v} - m_r R \sin(\Theta_2 - 90^\circ) \dot{w} + 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} + k_\varphi \varphi = 0 \quad (5.24)$$

Oder übersichtlicher in Matrixschreibweise dargestellt:

$$\mathbf{M} \ddot{\bar{\varphi}} + \mathbf{C}_s \dot{\bar{\varphi}} + \mathbf{K} \bar{\varphi} = \bar{q}_n \quad (5.25)$$

Die Steifigkeitsmatrix und die Dämpfungsmatrix haben sich gegenüber den Bewegungsgleichungen Regen-Wind-induzierter Schwingungen vom Typ A nicht verändert. Bei der Massenmatrix sind dagegen nur die Elemente auf der Hauptdiagonale unverändert geblieben.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & m_r R \cos(\Theta_2 - 90^\circ) \\ 0 & m & -m_r R \sin(\Theta_2 - 90^\circ) \\ m_r R \cos(\Theta_2 - 90^\circ) & -m_r R \sin(\Theta_2 - 90^\circ) & m_r R^2 \end{bmatrix}$$

Der Lastvektor  $\bar{q}_n$  bezieht sich auf  $U_n$ . Für die Zeitschrittintegration erfolgt ein Bezug auf  $U_{rel}$ .

$$\bar{q}_n = \begin{pmatrix} q_{y,n} \\ q_{z,n} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\rho_L}{2} D U_n^2 \begin{pmatrix} C_y(\gamma) \\ C_z(\gamma) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{q}_{rel} = \begin{pmatrix} q_{y,rel} \\ q_{z,rel} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\rho_L}{2} D U_{rel}^2 \begin{pmatrix} C_y(\gamma) \\ C_z(\gamma) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bevor der Lastvektor  $\bar{q}_{rel}$  ermittelt werden kann, müssen  $U_{rel}$ ,  $\gamma$ ,  $C_y(\gamma)$  und  $C_z(\gamma)$  bestimmt werden. Die Bestimmung von  $\gamma$  und  $U_{rel}$  erfolgt durch geometrische Überlegungen aus der Windgeschwindigkeit, den Geschwindigkeiten des Zylinders und der Rinnsalgeschwindigkeit (Abb. 5.7). Die Rinnsalgeschwindigkeit wird mit Hilfe des charakteristischen Radius  $R$  berücksichtigt.

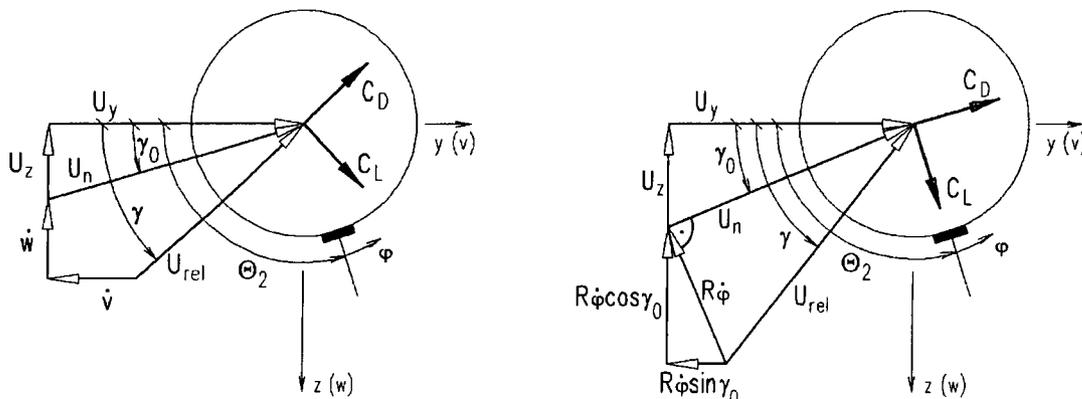
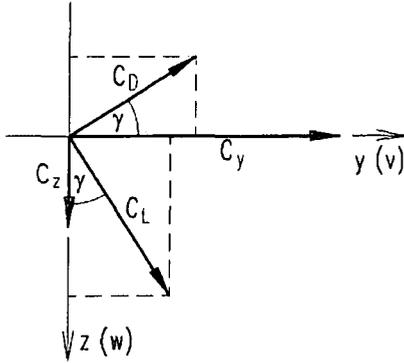


Abb. 5.7: Definition von  $\gamma$  und  $U_{rel}$  in Abhängigkeit von  $\dot{v}$ ,  $\dot{w}$  und  $\dot{\varphi}$  beim System mit drei Freiheitsgraden

$$\gamma = \text{atan} \left( \frac{U_z + \dot{w} + R\dot{\varphi} \cos \gamma_0}{U_y - \dot{v} - R\dot{\varphi} \sin \gamma_0} \right) \quad (5.26)$$

$$U_{rel} = \sqrt{(U_z + \dot{w} + R\dot{\varphi} \cos \gamma_0)^2 + (U_y - \dot{v} - R\dot{\varphi} \sin \gamma_0)^2} \quad (5.27)$$

Mit Hilfe des momentanen Windangriffswinkels  $\gamma$  können  $C_y(\gamma)$  und  $C_z(\gamma)$  aus  $C_D$  und  $C_L$  bestimmt werden.


 Abb. 5.8: Definition von  $C_y$  und  $C_z$ 

$$C_y = C_D \cos \gamma + C_L \sin \gamma \quad (5.28)$$

$$C_z = C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma \quad (5.29)$$

Damit ist der Lastvektor bekannt. Zur numerischen Lösung des Differentialgleichungssystems (5.25) wird zunächst durch Prämultiplication mit  $\mathbf{M}^{-1}$  die Massenkopplung eliminiert.

$$\ddot{\bar{\varphi}} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_s \dot{\bar{\varphi}} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \bar{\varphi} = \mathbf{M}^{-1} \bar{q}_{rel} \quad (5.30)$$

Durch Substitution der Ausdrücke  $v_0 = v$ ,  $v_1 = \dot{v}$ ,  $w_0 = w$ ,  $w_1 = \dot{w}$ ,  $\varphi_0 = \varphi$  und  $\varphi_1 = \dot{\varphi}$  erfolgt anschließend die Umwandlung in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung.

$$\dot{\bar{\varphi}}_{0,1} = \mathbf{A} \bar{\varphi}_{0,1} + \bar{q}_{0,1} \quad (5.31)$$

$$\bar{\varphi}_{0,1} = \begin{pmatrix} \dot{v}_0 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{w}_0 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{\varphi}_0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix} \quad \bar{\varphi}_{0,1} = \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ w_0 \\ w_1 \\ \varphi_0 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \quad \bar{q}_{0,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_{00}^{-1} q_{y,rel} + \mathbf{M}_{01}^{-1} q_{z,rel} \\ 0 \\ \mathbf{M}_{10}^{-1} q_{y,rel} + \mathbf{M}_{11}^{-1} q_{z,rel} \\ 0 \\ \mathbf{M}_{20}^{-1} q_{y,rel} + \mathbf{M}_{21}^{-1} q_{z,rel} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}_{00}^{-1} k_y & -\mathbf{M}_{00}^{-1} 2m \zeta_y \omega_y & -\mathbf{M}_{01}^{-1} k_z & -\mathbf{M}_{01}^{-1} 2m \zeta_z \omega_z & -\mathbf{M}_{02}^{-1} k_\varphi & -\mathbf{M}_{02}^{-1} 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}_{10}^{-1} k_y & -\mathbf{M}_{10}^{-1} 2m \zeta_y \omega_y & -\mathbf{M}_{11}^{-1} k_z & -\mathbf{M}_{11}^{-1} 2m \zeta_z \omega_z & -\mathbf{M}_{12}^{-1} k_\varphi & -\mathbf{M}_{12}^{-1} 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\mathbf{M}_{20}^{-1} k_y & -\mathbf{M}_{20}^{-1} 2m \zeta_y \omega_y & -\mathbf{M}_{21}^{-1} k_z & -\mathbf{M}_{21}^{-1} 2m \zeta_z \omega_z & -\mathbf{M}_{22}^{-1} k_\varphi & -\mathbf{M}_{22}^{-1} 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \end{bmatrix}$$

Die Gleichungen (5.30) und (5.31) sind formal identisch mit den Gleichungen (4.55) und (4.56) zur Berechnung Regen-Wind-induzierter Schwingungen vom Typ A. Die Unterschiede liegen in der Massenmatrix  $\mathbf{M}$ , welche außerhalb der Hauptdiagonale andere Elemente aufweist, und dem anders aufgebauten Lastvektor  $\bar{q}_{rel}$ . Wenn man das Differentialgleichungssystem im Falle eines fixen Rinnsals um die Dimension  $\varphi$  reduziert, so ist auch die Massenmatrix identisch. Der Unterschied liegt nur im anders bestimmten Lastvektor.

### 5.1.3. KRITISCHE WINDGESCHWINDIGKEIT DES AUF FEDERN GELAGERTEN ZYLINDERS

Für ein fixes Rinnsal soll eine Beziehung zur Berechnung der kritischen Windgeschwindigkeit eines auf Federn gelagerten starren Zylinders hergeleitet werden. Die kritische Windgeschwindigkeit ist nur von den ersten Ableitungen der Luftkraftbeiwerte  $C_y(\gamma)$  und  $C_z(\gamma)$  abhängig, alle weiteren Glieder der jeweiligen Taylorentwicklung werden demzufolge gestrichen. Die Reihenentwicklung erfolgt nach  $\dot{v}$  und  $\dot{w}$  in der Umgebung  $\dot{v}=0$  und  $\dot{w}=0$ .

$$C_y = C_y \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} + \frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} \cdot \dot{w} + \frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} \cdot \dot{v} + \dots \quad (5.32)$$

$$C_z = C_z \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} + \frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} \cdot \dot{w} + \frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} \cdot \dot{v} + \dots \quad (5.33)$$

Die Gleichungen (5.28) und (5.29) müssen durch einen Faktor korrigiert werden, da sich die Beiwerte  $C_D$  und  $C_L$  auf  $U_{rel}$  statt  $U_n$  beziehen.

$$C_y = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} (C_D \cos \gamma + C_L \sin \gamma) \quad (5.34)$$

$$C_z = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} (C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma) \quad (5.35)$$

Die folgenden partiellen Ableitungen ergeben sich aus den Gleichungen (5.26) und (5.27) mit  $\dot{\phi}=0$  sowie aus den Gleichungen (5.34) und (5.35). Gegenüber den Ausführungen im Kapitel 4 muss noch eine Besonderheit beachtet werden. Der Beiwert  $C_L$  wurde, um die eigentlich für Typ A bestimmten Luftkraftbeiwerte auch für Typ B verwenden zu können, nach unten gespiegelt. Dadurch kehrt sich auch der positive Drehsinn für  $C_L$  um, d.h. statt nach  $\gamma$  muss nach  $-\gamma$  abgeleitet werden.

Für die partielle Ableitung von  $C_y$  nach  $\dot{v}$  ergibt sich wie bei der Anregung vom Typ A:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} = \frac{\partial C_y}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{v}} + \frac{\partial C_y}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{v}} \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial C_y}{\partial U_{rel}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} = \frac{2}{U_n} (C_D \cos \gamma_0 + C_L \sin \gamma_0)$$

$$\frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{v}} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} = -\frac{U_y}{\sqrt{U_z^2 + U_y^2}} = -\frac{U_y}{U_n} = -\cos \gamma_0$$

$$\frac{\partial C_y}{\partial \gamma} \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \gamma} (C_D \cos \gamma) - \frac{\partial}{\partial \gamma} (C_L \sin \gamma) \right] \Big|_{\substack{\dot{v}=0 \\ \dot{w}=0}} = \frac{dC_D}{d\gamma} \cos \gamma_0 - C_D \sin \gamma_0 - \frac{dC_L}{d\gamma} \sin \gamma_0 - C_L \cos \gamma_0$$

$$\left. \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{v}} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{U_z}{U_n^2} = \frac{\sin \gamma_0}{U_n}$$

Durch Einsetzen in (5.36) und anschließender Vereinfachung folgt:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} = \frac{1}{U_n} \left[ -2C_D \cos^2 \gamma_0 + \left( C_L + \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} - \left( C_D + \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \sin^2 \gamma_0 \right] \quad (5.37)$$

Für die partielle Ableitung von  $C_y$  nach  $\dot{w}$  ergibt sich:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial C_y}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial C_y}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} \quad (5.38)$$

$$\left. \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{U_z}{\sqrt{U_z^2 + U_y^2}} = \frac{U_z}{U_n} = \sin \gamma_0$$

$$\left. \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{U_y}{U_n^2} = \frac{\cos \gamma_0}{U_n}$$

Durch Einsetzen in (5.38) und anschließender Vereinfachung folgt:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} = \frac{1}{U_n} \left[ -2C_L \sin^2 \gamma_0 + \left( C_D - \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} - \left( C_L - \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \cos^2 \gamma_0 \right] \quad (5.39)$$

Für die partielle Ableitung von  $C_z$  nach  $\dot{v}$  ergibt sich:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} = \frac{\partial C_z}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{v}} + \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{v}} \quad (5.40)$$

$$\left. \frac{\partial C_z}{\partial U_{rel}} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{2}{U_n} (-C_L \cos \gamma_0 - C_D \sin \gamma_0)$$

$$\left. \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \right|_{\dot{v}=0, \dot{w}=0} = \frac{U_{rel}^2}{U_n^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \gamma} (-C_D \sin \gamma) - \frac{\partial}{\partial \gamma} (C_L \cos \gamma) \right] = -\frac{dC_L}{d\gamma} \cos \gamma_0 + C_L \sin \gamma_0 - \frac{dC_D}{d\gamma} \sin \gamma_0 - C_D \cos \gamma_0$$

Durch Einsetzen in (5.40) und anschließender Vereinfachung folgt:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} = \frac{1}{U_n} \left[ 2C_L \cos^2 \gamma_0 + \left( C_D - \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} + \left( C_L - \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \sin^2 \gamma_0 \right] \quad (5.41)$$

Für die partielle Ableitung von  $C_z$  nach  $\dot{w}$  ergibt sich:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial C_z}{\partial U_{rel}} \frac{\partial U_{rel}}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial C_z}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial \dot{w}} \quad (5.42)$$

Durch Einsetzen und Vereinfachen erhält man:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} = \frac{1}{U_n} \left[ -2C_D \sin^2 \gamma_0 - \left( C_L + \frac{dC_D}{d\gamma} \right) \frac{\sin(2\gamma_0)}{2} - \left( C_D + \frac{dC_L}{d\gamma} \right) \cos^2 \gamma_0 \right] \quad (5.43)$$

Die Darstellung der so ermittelten rechten Seite des Differentialgleichungssystems (4.57)/(4.58) erfolgt wieder in Matrizenschreibweise. Die Luftdämpfungsmatrix  $C_A$  ist identisch mit der einer Anregung vom Typ A. Das muss auch so sein, weil die Systemdämpfungsmatrix  $C_S$  ebenfalls identisch ist. Stellt man sich vor, dass ein Rinnsal für  $\gamma_0 = 0$  um die  $y$ -Achse nach unten gespiegelt wird, so muss die kritische Windgeschwindigkeit gleich bleiben.

$$\vec{q}_n = C_A \vec{\varphi} = \frac{\rho_L}{2} D U_n^2 \begin{bmatrix} \frac{\partial C_y}{\partial \dot{v}} & \frac{\partial C_y}{\partial \dot{w}} \\ \frac{\partial C_z}{\partial \dot{v}} & \frac{\partial C_z}{\partial \dot{w}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \quad (5.44)$$

Die Luftdämpfungsmatrix wird mit der Systemdämpfungsmatrix zur Gesamtdämpfungsmatrix  $C$  zusammengefasst.

$$M \ddot{\vec{\varphi}} + \underbrace{(C_S - C_A)}_C \dot{\vec{\varphi}} + K \vec{\varphi} = \vec{0} \quad (5.45)$$

Eine nichttriviale Lösung mit  $\vec{\varphi} \neq 0$  existiert, wenn die Determinante von  $C$  gleich Null ist, d.h. einer der Eigenwerte zu Null wird. Die programmtechnische Umsetzung erfolgt wie im Kapitel 4 beschrieben.

Zur Ermittlung der ungünstigsten Rinnsallage  $\Theta_2$  bietet das Computerprogramm die Möglichkeit, die erforderliche Dämpfung als Funktion von  $\Theta_2 = 90^\circ \dots 180^\circ$  zu berechnen und graphisch darzustellen.

#### 5.1.4. BEWEGUNGSGLEICHUNGEN DES GESPANNTEN KABELS

Die Bewegungsgleichungen eines gespannten Kabels gemäß der linearen Saitentheorie werden wie beim Berechnungsverfahren für eine Anregung vom Typ A aus den Bewegungsgleichungen des starren federnd gelagerten Zylinders gewonnen. Zu diesem Zweck ersetzt man in (5.22) und (5.23) die Steifigkeitsausdrücke  $k_{y,v}$  und  $k_{z,w}$  durch die Steifigkeitsausdrücke der Differentialgleichung der linearen Saitenschwingung und führt die von Ort und Zeit abhängigen Störfunktionen  $p_{y,n}(x,t)$  und  $p_{z,n}(x,t)$  ein. Gleichung (5.24) geht unverändert in Gleichung (5.48) über.

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + m_r R \cos(\Theta_2 - 90^\circ) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2m\zeta_y \omega_y \frac{\partial v}{\partial t} - S_{stat} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = p_{y,n}(x,t) \quad (5.46)$$

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_r R \sin(\Theta_2 - 90^\circ) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2m\zeta_z \omega_z \frac{\partial w}{\partial t} - S_{stat} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = p_{z,n}(x,t) \quad (5.47)$$

$$m_r R^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + m_r R \cos(\Theta_2 - 90^\circ) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - m_r R \sin(\Theta_2 - 90^\circ) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2m_r R^2 \zeta_\varphi \omega_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial t} + k_\varphi \varphi = 0 \quad (5.48)$$

Die Darstellung kann alternativ in Matrixschreibweise erfolgen.

$$\mathbf{M} \ddot{\bar{\varphi}} + \mathbf{C}_S \dot{\bar{\varphi}} + \mathbf{K}_I \bar{\varphi} - \mathbf{K}_{II} \bar{\varphi}'' = \bar{p}_n \quad (5.49)$$

Zur Lösung wird der Ansatz  $\bar{\varphi} = \Phi(x) \cdot \bar{\vartheta}(t)$  herangezogen, wodurch eine Aufspaltung der Lösungsfunktion in einen ortsabhängigen und einen zeitabhängigen Anteil stattfindet. Der ortsabhängige Anteil wird durch folgenden Ansatz approximiert:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

Mit Hilfe von (5.50) und unter Anwendung des *Galerkin*'schen Näherungsverfahrens wird das von Ort und Zeit abhängige Differentialgleichungssystem in ein rein zeitabhängiges Differentialgleichungssystem überführt. Die Lösung auf der verbleibenden Zeitachse erfolgt dann numerisch durch Zeitschrittintegration.

Vergleicht man Gleichung (5.49) mit Gleichung (4.77), so sind diese formal identisch. Der Unterschied liegt nur in den Elementen des Lastvektors  $\bar{p}_n$  und der Massenmatrix  $\mathbf{M}$ . Formal identisch sind deshalb auch die einzelnen Zwischenschritte in der Auswertung nach dem *Galerkin*'schen Verfahren. Diese werden daher übersprungen und können in Kapitel 4 nachgelesen werden. Als zeitabhängiges Differentialgleichungssystem ergibt sich dann:

$$\mathbf{M} \ddot{\bar{\vartheta}} + \mathbf{C}_S \dot{\bar{\vartheta}} + \mathbf{K}_I \bar{\vartheta} + \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \mathbf{K}_{II} \bar{\vartheta} = \bar{q}_n^* \quad (5.51)$$

Für die numerische Integration des von der Zeit abhängigen Anteils der Lösung  $\bar{\vartheta}(t)$  erfolgt ein Bezug auf die momentane Lage des Kabels mit der Windgeschwindigkeit  $U_{rel}$ . Daher wird  $\bar{q}_n^*$  durch  $\bar{q}_{rel}^*$  ersetzt.

$$\bar{q}_{rel}^* = \begin{pmatrix} \bar{q}_{y,rel}^* \\ \bar{q}_{z,rel}^* \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{2}{l} \int_0^l \bar{p}_{rel}(x, t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx = \frac{\rho_L}{l} D \int_0^l U_{rel}^2(x) \cdot \begin{pmatrix} C_y(x, \gamma) \\ C_z(x, \gamma) \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx \quad (5.52)$$

Aus (5.51) ergibt sich durch Prämultiplication mit  $\mathbf{M}^{-1}$  und Substitution der Ausdrücke  $V_0 = V$ ,  $V_1 = \dot{V}$ ,  $W_0 = W$ ,  $W_1 = \dot{W}$ ,  $\vartheta_0 = \vartheta$  und  $\vartheta_1 = \dot{\vartheta}$  ein numerisch lösbares Differentialgleichungssystem.

$$\bar{\vartheta}_{0,1} = \mathbf{A} \bar{\vartheta}_{0,1} + \bar{q}_{0,1} \quad (5.53)$$

Die Systemeigenschaftsmatrix  $\mathbf{A}$  und der Lastvektor  $\bar{q}_{0,1}$  sind wie beim Verfahren für Typ A aufgebaut (siehe Kapitel 4.2.5). Jedoch müssen die Massenmatrix  $\mathbf{M}$  sowie  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $\gamma$  und  $U_{rel}$  für die Aufstellung des Vektors  $\bar{q}_{rel}^*$  gemäß Kapitel 5.1.2 bestimmt werden.

Für ein fixes Rinnsal gelten die Gleichungen (4.92), (4.93) und (4.94). Die Beiwerte  $C_y(\gamma)$  und  $C_z(\gamma)$  müssen aber auch hier nach Gleichung (5.28) und (5.29) bestimmt werden.

### 5.1.5. KRITISCHE WINDGESCHWINDIGKEIT DES GESPANNTEN KABELS

Wie für den federnd gelagerten Zylinder kann im Fall eines fixen Rinnsals auch für ein gespanntes Kabel die kritische Windgeschwindigkeit ermittelt werden. Die rechte Seite des Differentialgleichungssystems enthält in diesem Fall nur die ersten Ableitungen der Luftkraftbeiwerte gemäß Gleichung (5.44). Durch Einsetzen des Ansatzes  $\bar{\varphi} = \Phi(x) \cdot \bar{\vartheta}(t)$  und Anwendung des *Galerkin*'schen Verfahrens zur Minimierung des entstandenen Fehlers ergibt sich ein nur von der Zeit abhängiges Differentialgleichungssystem. Dessen Systemdämpfungsmatrix  $\mathbf{C}^*$  lässt sich folgendermaßen bestimmen:

$$\mathbf{C}^* = \frac{l}{2} (\mathbf{C}_S - \mathbf{C}_A) = \frac{l}{2} \mathbf{C} \quad (5.54)$$

Die Luftdämpfungsmatrix ist von  $U_n$  abhängig. Die Normalkomponente der kritischen Windgeschwindigkeit  $U_{n,krit}$  ergibt sich aus der Bedingung, dass die Determinante von  $\mathbf{C}^*$  Null wird.

### 5.1.6. BESTIMMUNG DER RINNSALRUHELAGE

Zur Ermittlung der statischen Ruhelage des unteren Rinnsals wurden von *Hikami* und *Shiraishi* [34] Versuche durchgeführt. Ergebnisse liegen nur für einen Zylinderdurchmesser und einer Lage  $\alpha$  und  $\beta$  zum Wind vor. Die verwendete Regenmenge ist ebenfalls nicht bekannt. Um darauf aufbauend eine mathematische Beziehung zur Berechnung der Rinnsalruhelage zu ermitteln, müssen die im Kapitel 4.2.7 aufgestellten Hypothesen zugrundegelegt werden.

Die Herleitung der Gleichung zur Bestimmung der Rinnsalruhelage erfolgt unter Auswertung des in Abbildung 5.9 dargestellten Kräftegleichgewichts.

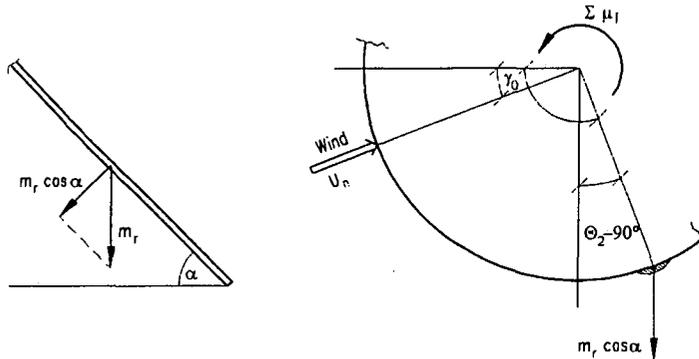


Abb 5.9: Gleichgewicht am unteren Rinnsal

$$\sum \mu_T = 0 = \frac{\rho_L}{2} U_n^2 D^2 C_M + m_r \cos \alpha \cdot \frac{D}{2} \sin(\Theta_2 - 90^\circ) \quad (5.55)$$

Setzt man die im Kapitel 4 aufgestellte Beziehung für die Rinnsalmasse (4.99) ein und formt um, so erhält man den gewichteten Momentenbeiwert.

$$\frac{C_M}{\lambda} = \frac{D \rho_w g \cos \alpha \sin(\Theta_2 - 90^\circ)}{\rho_L U_n^2} \quad (5.56)$$

Anhand von (5.56) können für die im Versuch bestimmten Rinnsalruhelagen die gewichteten Momentenbeiwerte berechnet werden. Durch lineare Regression wird eine Näherung erzeugt, die umgekehrt eine eindeutige Zuordnung von  $C_M / \lambda$  zu jeder Rinnsallage  $\Theta_2 - \gamma_0$  erlaubt (Abb. 5.10).

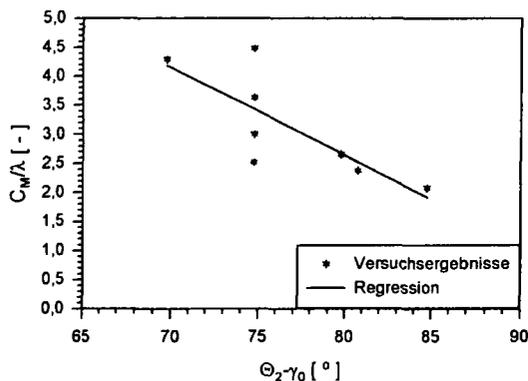


Abb. 5.10: Regression der Versuchsergebnisse von Hikami / Shiraishi

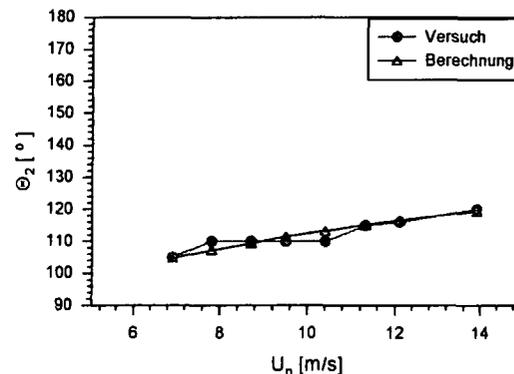


Abb. 5.11: Rinnsalruhelage nach Hikami / Shiraishi ( $D = 140 \text{ mm}$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ )

Die rechnerische Rinnsalruhelage ergibt sich aus der Regression dann zu:

$$\Theta_2 = \text{asin} \left[ \frac{\rho_L U_n^2}{D \rho_w g \cos \alpha} \left[ -8,659(\Theta_2 - \gamma_0) + 14,726 \right] \right] \quad (5.57)$$

Der Ausdruck  $\Theta_2 - \gamma_0$  wird in Bogenmaß eingesetzt, die Lösung der Gleichung erfolgt iterativ.

Abbildung 5.11 zeigt die im Versuch ermittelte und die berechnete Rinnsalruhelage im Vergleich. Die beiden Kurven weichen nur um wenige Grad voneinander ab, obwohl zwei der Versuchsergebnisse verhältnismäßig weit abseits der Regressionsgeraden liegen.

Es gibt zur Zeit in der Literatur keinen Hinweis, mit dessen Hilfe festgestellt werden könnte, ob (5.57) auch für größere Zylinderdurchmesser als 140 mm und andere Windanströmverhältnisse richtige Ergebnisse ergibt. Für eine praktische Berechnung sollte diese Gleichung nicht verwendet werden.

### 5.1.7. EINSTELLEN VON RINNSALAMPLITUDE UND PHASENVERSCHIEBUNG

Rinnsalamplitude und Phasenverschiebung können auf Grundlage der Parameter Rinnsaleigenfrequenz  $f_\varphi$  und Rinnsaldämpfung  $\zeta_\varphi$  gesteuert werden, weil die auf das Rinnsal wirkende Windlast bei dem oben hergeleiteten Rechenmodell nicht berücksichtigt wird. Die Rinnsalmasse  $m_r$  wird wie beim oberen Rinnsal (Typ A) mit 0.1 % der Masse des Kabels abgeschätzt. Aus der Rinnsaleigenfrequenz kann nach Gleichung (4.105) die Drehfedersteifigkeit  $k_\varphi$  berechnet werden.

Eine Regen-Wind-induzierte Schwingung vom Typ B hat in der y- z- Ebene ebenfalls die Form einer flachen, geneigten Ellipse (siehe Windkanalversuche von *Verwiebe* [55]). In guter Näherung kann daher von einer Phasenverschiebung von 0 oder  $\pi$  zwischen der y- und z- Schwingung des Kabels ausgegangen werden, was Voraussetzung der folgenden Herleitungen ist. Außerdem müssen die Eigenkreisfrequenzen in y- und z- Richtung übereinstimmen  $\nu = \omega_y = \omega_z$ .

Die Rinnsalschwingung wird beim federnd gelagerten Zylinder durch (5.24) und beim gespannten Kabel durch (5.48) beschrieben. Beide Gleichungen sind identisch. Durch

Division durch  $m_r R^2$  und Einsetzen von  $\omega_\varphi^2 = \frac{k_\varphi}{m_r R^2}$  erhält man:

$$\ddot{\varphi} + 2\zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi = \frac{1}{R} \ddot{w} \sin(\Theta_2 - 90^\circ) - \frac{1}{R} \ddot{v} \cos(\Theta_2 - 90^\circ) \quad (5.58)$$

Die Variablen  $v$ ,  $w$  und  $\varphi$  können durch Ansätze approximiert werden.

$$v = a_y \sin(\nu t) \quad w = a_z \sin(\nu t) \quad \varphi = A \cos(\nu t) + B \sin(\nu t)$$

Die Ansätze und deren Ableitungen werden in (5.58) eingesetzt.

$$\begin{aligned} -A\nu^2 \cos(\nu t) - B\nu^2 \sin(\nu t) - 2\zeta_\varphi \omega_\varphi A\nu \sin(\nu t) + 2\zeta_\varphi \omega_\varphi B\nu \cos(\nu t) + \omega_\varphi^2 A \cos(\nu t) + \omega_\varphi^2 B \sin(\nu t) \\ = a_y \frac{1}{R} \nu^2 \sin(\nu t) \cos(\Theta_2 - 90^\circ) - a_z \frac{1}{R} \nu^2 \sin(\nu t) \sin(\Theta_2 - 90^\circ) \end{aligned} \quad (5.59)$$

Durch Koeffizientenvergleich und anschließender Vereinfachung erhält man das folgende lineare Gleichungssystem.

$$\text{I.} \quad -A \left( 1 - \frac{\omega_\varphi^2}{\nu^2} \right) + B \left( 2\zeta_\varphi \frac{\omega_\varphi}{\nu} \right) = 0$$

$$\text{II.} \quad -A \left( 2\zeta_{\varphi} \frac{\omega_{\varphi}}{\nu} \right) - B \left( 1 - \frac{\omega_{\varphi}^2}{\nu^2} \right) = \frac{a_y}{R} \cos(\Theta_2 - 90^\circ) - \frac{a_z}{R} \sin(\Theta_2 - 90^\circ)$$

Aus dem Gleichungssystem lassen sich die Unbekannten  $A$  und  $B$  bestimmen:

$$A = \frac{-[a_y \cos(\Theta_2 - 90^\circ) - a_z \sin(\Theta_2 - 90^\circ)] \left( 2\zeta_{\varphi} \frac{\omega_{\varphi}}{\nu} \right)}{R \left[ \left( 2\zeta_{\varphi} \frac{\omega_{\varphi}}{\nu} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\omega_{\varphi}^2}{\nu^2} \right)^2 \right]} \quad (5.60)$$

$$B = \frac{-[a_y \cos(\Theta_2 - 90^\circ) - a_z \sin(\Theta_2 - 90^\circ)] \left( 1 - \frac{\omega_{\varphi}^2}{\nu^2} \right)}{R \left[ \left( 2\zeta_{\varphi} \frac{\omega_{\varphi}}{\nu} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\omega_{\varphi}^2}{\nu^2} \right)^2 \right]} \quad (5.61)$$

Die Phasenverschiebung  $\theta$  und die Rinnsalamplitude  $a_r$  erhält man durch Auswertung der Beziehungen  $\theta = -\text{atan}\left(\frac{A}{B}\right)$  und  $a_r = \sqrt{A^2 + B^2}$ .

$$\theta = -\text{atan}\left( \frac{2\zeta_{\varphi} \frac{\omega_{\varphi}}{\nu}}{1 - \frac{\omega_{\varphi}^2}{\nu^2}} \right) \quad (5.62)$$

$$a_r = \frac{\pm [a_y \cos(\Theta_2 - 90^\circ) - a_z \sin(\Theta_2 - 90^\circ)]}{R \sqrt{\left( 2\zeta_{\varphi} \frac{\omega_{\varphi}}{\nu} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\omega_{\varphi}^2}{\nu^2} \right)^2}} \quad (5.63)$$

Durch Umformen von (5.63) kann die Amplitudenübertragung  $\chi_a$  definiert werden.

$$\chi_a = \frac{a_r R}{|a_y \cos(\Theta_2 - 90^\circ) - a_z \sin(\Theta_2 - 90^\circ)|} = \frac{1}{\sqrt{\left( 2\zeta_{\varphi} \frac{\omega_{\varphi}}{\nu} \right)^2 + \left( 1 - \frac{\omega_{\varphi}^2}{\nu^2} \right)^2}} \quad (5.64)$$

Zur Festlegung der Größe der Amplitudenübertragung und der Phasenverschiebung konnten bei einer Erregung vom Typ A Versuchsergebnisse herangezogen werden. Über den Anregungstyp B ist leider viel weniger bekannt. So wird in der Literatur vielfach darauf hingewiesen, dass das untere Rinnsal schwingt (*Hikami / Shiraishi* [34] oder *Ruscheweyh / Verwiebe* [54]), zur Rinnsalamplitude wird jedoch keine Angabe gemacht. Über die Phasenverschiebung ist ebenfalls nichts bekannt.

Sollten einmal Informationen zur Rinnsalamplitude vorliegen, so kann mit Hilfe des von  $a_r$ ,  $a_y$  und  $a_z$  abhängigen Ausdrucks der Gleichung (5.64) eine Amplitudenübertragung  $\chi_a$  der Kabelschwingung auf die Rinnsalschwingung festgelegt werden.

Das erstellte Computerprogramm bietet die Möglichkeit, die Rinnsalschwingung auf Grundlage von  $f_\varphi$  und  $\zeta_\varphi$  einzustellen. Zur Bestimmung von  $f_\varphi$  und  $\zeta_\varphi$  dient wie bei einer Anregung vom Typ A das Diagramm Abb. 4.24.

## 5.2. ERGEBNISSE DER BERECHNUNGEN

Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ B sind wahrscheinlich am Kabel 30 (Fall a) der Tsurumi Tsubasa Brücke aufgetreten. Die Windanströmrichtung von  $\beta = -22,5^\circ$  deutet jedenfalls darauf hin. Der Neigungswinkel  $\alpha$  beträgt  $27^\circ$ , das ergibt für den Winkel  $\gamma_0 = -10,7^\circ$ . Weil die Rinnsallage  $\Theta_2 \geq 90^\circ$  sein muss, beträgt  $\Theta_2 - \gamma$  mindestens  $100^\circ$ . Die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* liegen gerade bis  $\Theta_2 - \gamma = 109^\circ$  vor, die von *Yamaguchi* bis  $110^\circ$ , jedoch ist der Querschnitt oberhalb von  $100^\circ$  stabil.

Eine Nachrechnung der beobachteten Schwingung ist daher zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht möglich.

Es können für die Anregung vom Typ B nur grundsätzliche Dinge gezeigt werden. Zu diesem Zweck wird die Windanströmrichtung des genannten Kabels mit  $\beta = 40^\circ$  festgelegt, alle weiteren Eingangswerte bleiben unverändert und können dem Anhang A entnommen werden. Bei  $\Theta_2 = 90^\circ$  findet ein ausreichender Energieeintrag für eine Anregung statt.

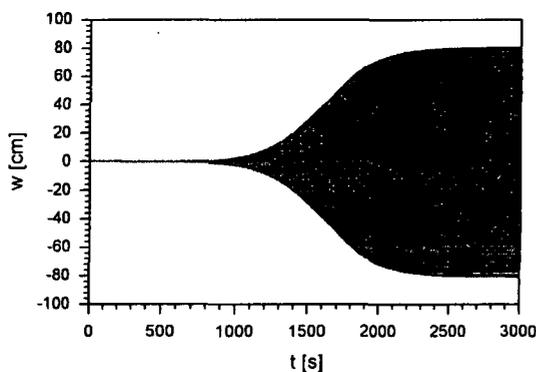


Abb. 5.12: Amplitude in z- Richtung (Verfahren Typ B mit fixem Rinnsal)

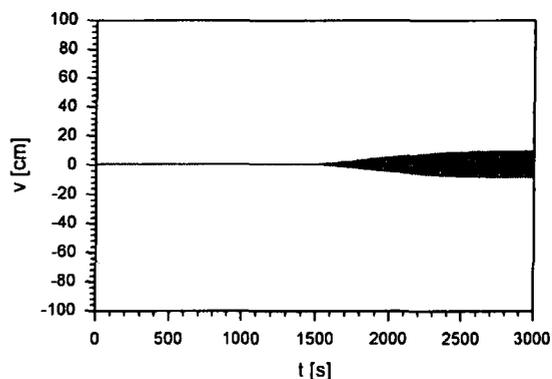


Abb. 5.13: Amplitude in y- Richtung (Verfahren Typ B mit fixem Rinnsal)

Die Abbildungen 5.12 und 5.13 zeigen den Einschwingvorgang. Eine Schwingung in y- Richtung ist vorhanden, die Amplitude ist jedoch kleiner als bei der Schwingung in z- Richtung.

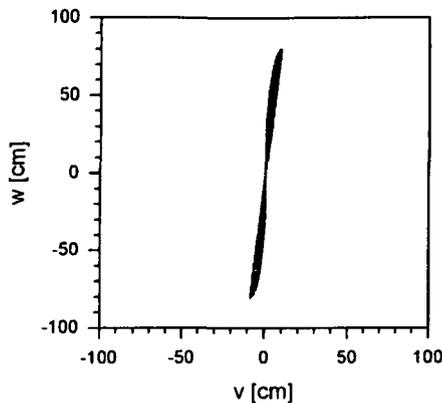


Abb. 5.14: Umlaufbahn (Verfahren Typ B mit fixem Rinnsal)

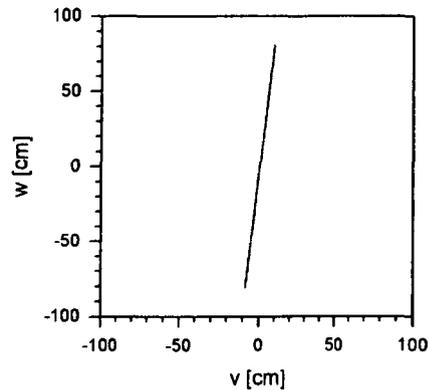


Abb. 5.15: Umlaufbahn nach dem Einschwingvorgang (Verfahren Typ B mit fixem Rinnsal)

In Abbildung 5.14 und 5.15 ist die Umlaufbahn in Kabelmitte dargestellt. Ist das Rinnsal fix, so findet die Schwingung in einer Ebene statt. Der Neigungswinkel der Ebene ändert sich mit zunehmender Amplitude.

Die Auswirkung der Rinnsalschwingung wurde stellvertretend für  $\chi_a = 0,2$  und  $\theta = 40^\circ$  untersucht. Ein bewegliches Rinnsal bewirkt bei diesem Kabel mit  $\beta = 40^\circ$  eine Verringerung der Amplituden. Die Maximalwerte der Amplituden werden früher erreicht.

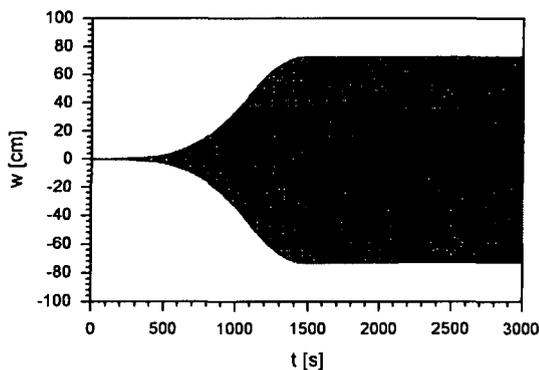


Abb. 5.16: Amplitude in z- Richtung (Verfahren Typ B mit beweglichem Rinnsal)

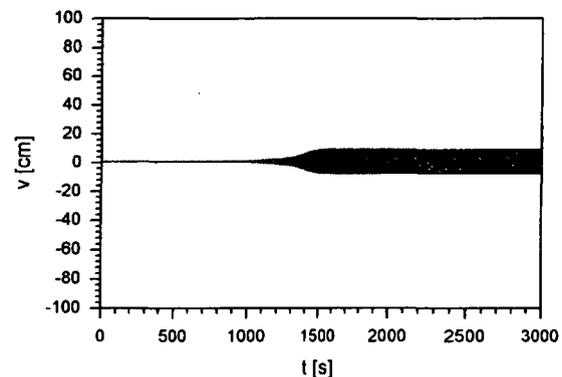


Abb. 5.17: Amplitude in y- Richtung (Verfahren Typ B mit beweglichem Rinnsal)

Die Rinnsalschwingung verhält sich qualitativ gleich wie die Schwingung in y- und z- Richtung. Die Umlaufbahn hat, bedingt durch die Rinnsalschwingung, die Form einer flachen Ellipse, die leicht gegen die Windrichtung geneigt ist.

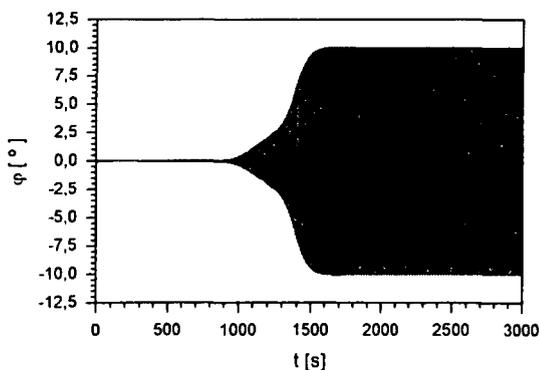


Abb. 5.18: Rinnsalamplitude (Verfahren Typ B)

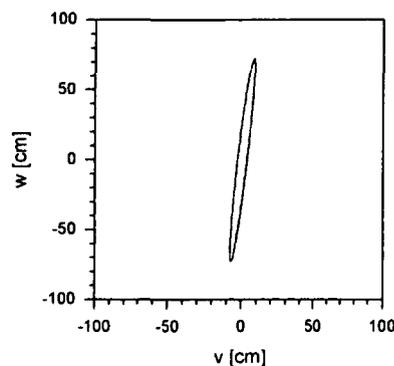


Abb. 5.19: Umlaufbahn nach dem Einschwingvorgang (Verfahren Typ B)

Die grundsätzlichen Eigenschaften einer Anregung vom Typ B sind die gleichen wie beim Typ A. Das ist auch zu erwarten, da die Modelle ähnlich sind und die gleichen Luftkraftbeiwerte zur Anwendung kommen.

Umfangreiche Variantenrechnungen zum Einfluss der Phasenverschiebung und Amplitudenübertragung wurden für die Anregung vom Typ B nicht vorgenommen. Es ist anzunehmen, dass deren Einfluss ähnlich wie beim Typ A ist.

Eine Vorgehensweise für eine praktische Berechnung kann zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht vorgeschlagen werden, zum einen, weil für die interessanten Bereiche keine Luftkraftbeiwerte vorliegen, zum anderen, weil der Vergleich mit tatsächlich aufgetretenen Ereignissen nicht vorgenommen werden kann.

Wenn allerdings eine Absicherung gegenüber einer Schwingungsanregung vom Typ A vorgenommen wurde, so wirken sich die getroffenen Maßnahmen auch auf die Anregung vom Typ B aus. Ob diese Maßnahmen ausreichend sind, kann nicht gesagt werden. Jedoch die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einem Schaden kommt, ist geringer.

## 6. MASSNAHMEN ZUR VERHINDERUNG REGEN-WIND-INDUZIERTER SCHWINGUNGEN

### 6.1. GESTALTUNG DER KABELOBERFLÄCHE

Durch eine geeignete Gestaltung der Kabeloberfläche können Regen-Wind-induzierte Schwingungen dadurch unterdrückt werden, dass die Ausbildung der Rinnsale bzw. deren Bewegung verhindert wird. Das Problem wird somit direkt in seiner Ursache bekämpft, d.h. der Energieeintrag in das System wird beeinträchtigt. Abbildung 6.1 zeigt die drei bekanntesten Möglichkeiten einer praktischen Umsetzung.

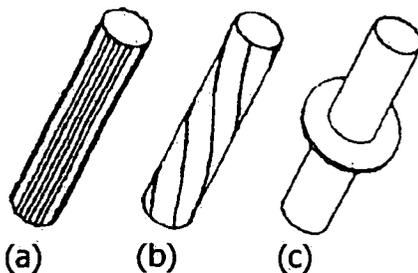


Abb. 6.1: Mögliche Gestaltung der Kabeloberfläche: (a) längsorientierte Profilierung, (b) spiralförmige Profilierung,

Ein Ableiten der Rinnsale von der Kabeloberfläche oder ein Absaugen wäre ebenfalls denkbar, jedoch liegen hierzu bisher keine Erfahrungen vor.

#### 6.1.1. LÄNGSORIENTIERTE PROFILIERUNG

Eine in Kabellängsrichtung verlaufende Profilierung hat den Zweck, die Bewegung der Rinnsale zu verhindern. Das Wasser kann zwischen den Rippen abfließen, die Rinnsale sind damit nicht unmittelbar der Strömung ausgesetzt.

Kabel mit längsorientierter Profilierung in Form von 12 auf den Umfang verteilten Rippen wurden laut *Matsumoto* [45] bei der Higashi-Kobe Brücke verwendet. Zuvor wurden Windkanalversuche durchgeführt. Sowohl im Versuch als auch am Bauwerk konnten keine Regen-Wind-induzierten Schwingungen beobachtet werden.

*Flamand* führte zur Planung der Normandiebrücke Windkanalversuche durch [47]. Auf dem verwendeten Modell waren Längsrippen mit einer Höhe von 1,5 mm (ca. 1 % des Modelldurchmessers) im Abstand von 30° angebracht. Es konnten keine Regen-Wind-induzierten Schwingungen beobachtet werden. Die statische Windlast war etwas höher als beim glatten Zylinder.

*Ruscheweyh* und *Verwiebe* [54] untersuchten ebenfalls experimentell die Wirkung einer Längsprofilierung mit dem Ziel, Schwingungen vom Typ B zu unterdrücken. In dem Bereich, wo sich das untere Rinnsal üblicherweise befindet, wurden drei Längsrippen mit einer Höhe von 5 % des Durchmessers vorgesehen. Regen-Wind-induzierte Schwingungen fanden nicht statt, aber ohne Regen kam es zu ausgeprägten Galloppingschwingungen, deren Amplituden sogar größer als bei einer Regen-Wind-Anregung waren.

Ähnliches wurde auch von *Kobayashi* und *Minami* festgestellt [44]. Verwendet wurden Versuchsmodelle mit sechs-, zwölf-, und 24-eckigem Querschnitt. Regen-Wind-induzierte Schwingungen konnten nicht beobachtet werden, dafür aber starke Galloppschwingungen am trockenen Querschnitt.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass eine längsorientierte Profilierung Regen-Wind-induzierte Schwingungen verhindert. Baupraktisch ist dies jedoch bedeutungslos, weil stattdessen Galloping auftritt.

Die Vergrößerung der Seilkraft infolge der erhöhten statischen Windlast ist sehr gering und hat daher keine Bedeutung.

### 6.1.2. SPIRALENFÖRMIGE PROFILIERUNG

Eine spiralförmige Profilierung der Kabeloberfläche soll die Bildung eines oberen Rinnsals verhindern. Das Wasser wird auf die Kabelunterseite geleitet und tropft dort ab. Bei vollverschlossenen Spiralseilen ist dieser Effekt automatisch vorhanden, Regen-Wind-induzierte Schwingungen wurden daher auch nur an PE-Rohrummantelten Schrägseilen beobachtet.

Windkanalversuche zur Gestaltung einer derartigen Kabeloberfläche wurden ebenfalls von *Flamand* durchgeführt [47]. Die Höhe der Profilierung hat ca. 1 % des Kabeldurchmessers betragen, die Steigung 60 cm ( $3,75 D$ ). Allerdings wurden zwei parallel verlaufende Profilierungen vorgesehen, so dass der Abstand in Kabellängsrichtung nur 30 cm ( $1,88 D$ ) betragen hat (Abb. 6.3). Galloping oder ein erhöhter Widerstandsbeiwert konnten nicht festgestellt werden. Diese Maßnahme wurde daher bei der Normandiebrücke in Kombination mit Störseilen tatsächlich vorgesehen.

Bei späteren Versuchen [64] von *Flamand* wurde eine einfache Profilierung mit einer Steigung von  $1,4 D$  bis  $1,55 D$  getestet. Die Höhe des Profils lag ebenfalls bei ca. 1 %. Bei einer Windgeschwindigkeit von 0 bis 25 m/s konnten weder Regen-Wind-induzierte Schwingungen noch Galloping festgestellt werden.

*Bosdogianni* und *Olivari* [48] testeten die Auswirkungen einer spiralförmigen Profilierung mit einer Höhe von ca. 4 % des Modelldurchmessers und einer Steigung von  $1,5 D$ . Das Ergebnis ist in Abbildung 6.2 ersichtlich. Dabei wurde allerdings mit Rinnsalen aus Öl gearbeitet.

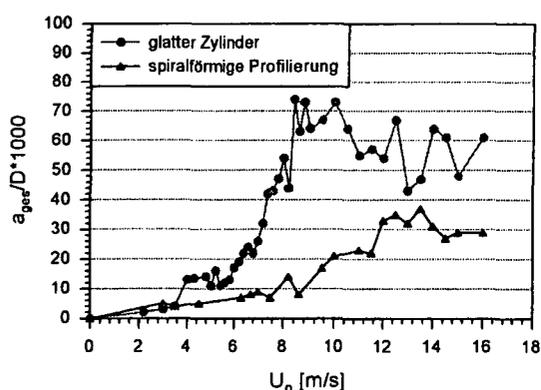


Abb.6.2: Vergleich der Amplituden mit und ohne spiralförmige Profilierung

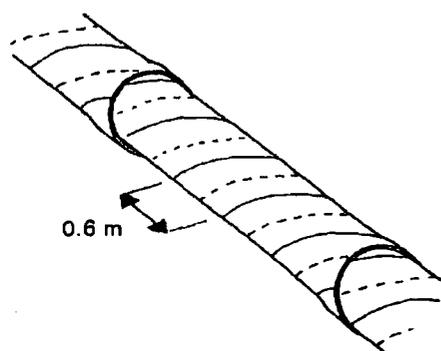


Abb.6.3: Spiralförmige Profilierung bei der Normandiebrücke nach [47]

Bei allen oben genannten Versuchen mit spiralförmiger Profilierung ging es darum, Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ A zu unterdrücken. *Ruscheweyh* und *Verwiebe* untersuchten die Auswirkung auf die Erregungsformen C und D. Dabei wurden festgestellt, dass die Amplituden hier kaum verringert werden können. Der Grund ist, dass das Wasser nur vom rechten auf das linke Rinnsal umgeleitet wird bzw. umgekehrt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass bei den Kabeln von Schrägseilbrücken eine spiralförmige Profilierung das Auftreten von Regen-Wind-induzierten Schwingungen wirkungsvoll verhindert. Die Höhe des Profils sollte zwischen 1 bis 4 % des Kabeldurchmessers liegen, die Steigung ungefähr das 1,5fache des Kabeldurchmessers betragen.

Es handelt sich bei der spiralförmige Profilierung um eine sehr kostengünstige Maßnahme, die technisch einfach zu realisieren ist, z.B. dadurch, dass ein Draht um das Kabel gewickelt wird.

Es findet auch fast keine ästhetische Beeinträchtigung statt, da der Durchmesser des Drahtes gering ist und dieser farblich an das Kabel angepasst werden kann.

Bei den steil geneigten Hängern von Bogenbrücken, wo Schwingungen vom Typ C und D stattfinden, ist jedoch diese Maßnahme fast wirkungslos.

### 6.1.3. ABTROPFRINGE

Ein sehr interessante Methode der Gestaltung der Kabelfläche ist das Anordnen von Abtropfringen. Die statische Windbelastung infolge  $U_n$  vergrößert sich unerheblich und Galloping ist auch nicht möglich, da der Kreisquerschnitt erhalten bleibt. Leider liegen kaum Versuchsergebnisse vor, die eine Festlegung des notwendigen Abstandes ermöglichen.

Bei der Normandiebrücke wurden die Kabel mit zylinderförmigen Kunststoffrohren verkleidet, die eine Länge von 3 m haben. An den Längsstößen existiert jeweils eine Überlappung von 70 mm Breite und 4 mm Höhe. *Flamand* untersuchte die Wirkungsweise dieser ringförmigen Verdickungen und stellte fest, dass der Fluß der Rinnsale dort unterbrochen wird. Unterhalb formieren diese sich neu und das geschieht auf einer deutlich kürzeren Länge als 3 m.

Wie groß diese Länge ist, wird leider nicht beschrieben, sie ist sicher von der Regenmenge abhängig.

Eine spiralförmige Profilierung wirkt ähnlich wie Abropfringe. Stützt man sich auf die dort gewonnenen Erkenntnisse und ordnet Abtropfringe im Abstand von  $1,5 D$  an, so dürfte das mit großer Wahrscheinlichkeit ausreichen.

### 6.1.4. KREISFÖRMIGE EINTIEFUNGEN

Eine weitere, weniger bekannte Möglichkeit der Oberflächengestaltung ist die Anordnung eines Musters aus kreisförmigen Eintiefungen. *Kobayashi* und *Minami* [44] experimentierten erstmalig mit dieser Möglichkeit an einem Modell mit  $D = 100$  mm. Die relative Lage der Eintiefungen und deren Abmessung ist in Abbildung 6.4 ersichtlich.

Es wurden Eintiefungen mit 1 % und 3 % des Modelldurchmessers untersucht. In beiden Fällen konnte das Modell weder mit noch ohne Regen zu Schwingungen angeregt werden. Regen-Wind-induzierte Schwingungen konnten, ohne Probleme mit Galloping zu bekommen, erfolgreich unterdrückt werden. Das ist dadurch bedingt, dass sich Rinnsale kaum ausbilden können, weil das Wasser von einer Eintiefung in die nächste fließt und der Abstand dazwischen gering ist.

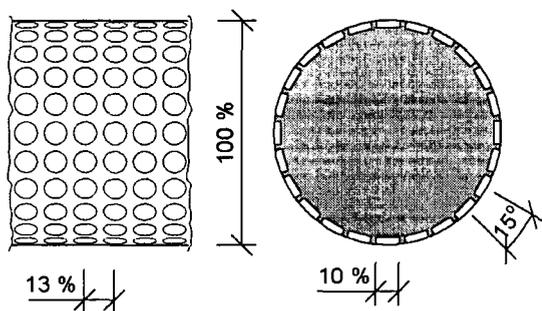


Abb. 6.4: Versuchsmodell von Kobayashi / Minami

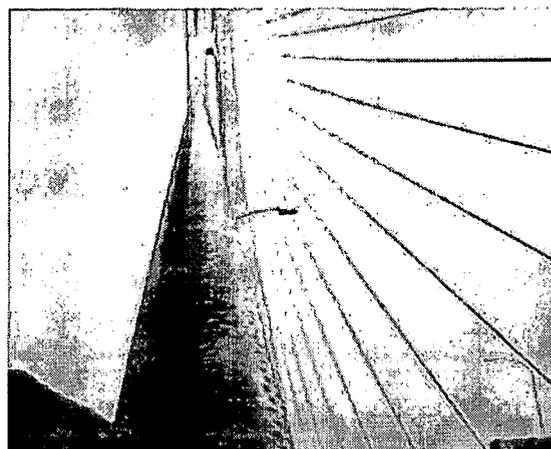


Abb. 6.5: Kabel der Tatarabridge

Weitere Versuche an einem ähnlichen Modell wurden von Miyata und Yamada et. al. [90] durchgeführt. Es konnten ebenfalls keine Schwingungen beobachtet werden. Die Autoren berichten auch von der praktischen Anwendung dieser Maßnahme bei den Kabeln der Tatarabridge (Abb. 6.5).

## 6.2. SCHWINGUNGSDÄMPFER

Beim Einsatz von Schwingungsdämpfern wird, statt den Energieeintrag zu verhindern, die Möglichkeit der Energiedissipation verbessert. Eine derartige Maßnahme ist aufwändiger als eine Profilierung der Kabeloberfläche, besonders weil das installierte System gewartet werden muss. Eine Anwendung ist besonders dann zu empfehlen, wenn am Bauwerk nicht nur Regen-Wind-induzierte Schwingungen verhindert werden sollen, sondern z.B. auch die Gefahr einer Interferenzanregung besteht.

### 6.2.1. KLASSISCHE KOLBENDÄMPFER

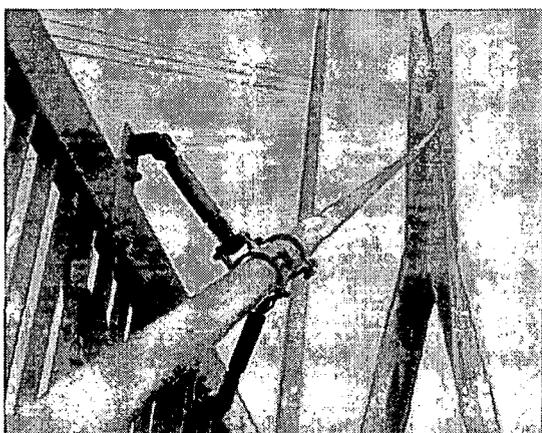


Abb. 6.6: Kolbendämpfer bei der Köhlbrandbrücke Hamburg

Klassische Kolbendämpfer wurden schon vor dem Bekanntwerden Regen-Wind-induzierter Schwingungen eingesetzt. Beispiele sind die wahrscheinlich durch Buffeting bedingten Kabelschwingungen an der Köhlbrandbrücke Hamburg [82] oder die durch Fußpunktanregung bedingten Kabelschwingungen an der Rheinbrücke Rees-Kalkar [24].

Zur Unterdrückung Regen-Wind-induzierter Schwingungen kamen z.B. bei der Erasmusbrücke [57], der Hartman Brücke [68] und der Tsurumi Tsubasa Brücke [51] Kolbendämpfer zum Einsatz.

Die Dämpfer werden in der Regel zwischen Brückenträger und Kabel angebracht. Hinsichtlich der Wirksamkeit gleichwertig, jedoch

schwieriger zu überwachen und zu warten, wären Dämpfer zwischen Pylonen und Kabel. In beiden Fällen befindet sich, konstruktiv bedingt, der Dämpfer nahe am Kabelende, wenn auch dessen Wirksamkeit zur Kabelmitte hin zunimmt.

Denkbar wären auch Dämpfer, die zwischen den Kabeln angebracht werden. Eine analytische Berechnung würde allerdings sehr aufwändige Untersuchungen am Gesamtbauwerk erfordern. Es müsste geklärt werden, ob das jeweilige Nachbarkabel ebenfalls schwingt, wenn ja, mit welcher Amplitude und welcher Phasenverschiebung gegenüber dem betrachteten Kabel. Besonders schwierig wäre es, zu erfassen, wie sich die Schwingungen der Kabel gegenseitig beeinflussen, zum einen über Brückenträger und Pylonen und zum anderen über die Dämpfer selbst.

Wesentlich einfacher hinsichtlich Montage, Wartung und Bemessung ist die Anordnung von Dämpfern zwischen Brückenträger und Kabel. *Kovács* [91] hat sich bereits 1982 mit der Bemessung beschäftigt. Ein verbessertes Rechenverfahren, das auch in der Handhabung hinreichend einfach ist, wurde 1993 von *Pacheco, Fujino* und *Sulekh* [92] veröffentlicht.

Ausgangspunkt ist die Bewegungsgleichung der linearen Saitentheorie, wobei die Eigendämpfung des Kabels vernachlässigt wird, d.h. die Energiedissipation findet ausschließlich über den Dämpfer statt. Es wird außerdem vorausgesetzt, dass der Dämpfer rein lineare Eigenschaften hat.

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} \delta(x - x_c) - S_{stat} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (6.1)$$

Die Buchstabe  $\delta$  steht in diesem Fall für das *Dirac*'sche Maß. Als Lösung wird folgender Reihenansatz verwendet:

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^j W_n(t) \cdot \Phi_n(x) = \sum_{n=1}^j W_n(t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad (6.2)$$

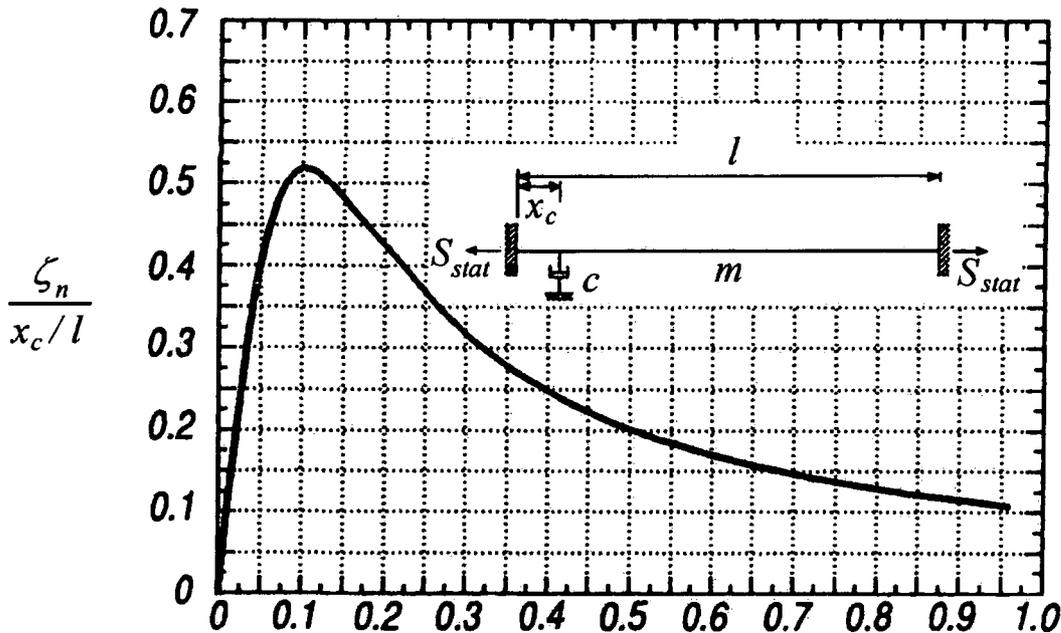
Durch Einsetzen von (6.2) in (6.1) und Anwendung des *Galerkin*'schen Verfahrens erhält man ein Differentialgleichungssystem, wo die Anzahl der Freiheitsgrade der Anzahl der Glieder des verwendeten Reihenansatzes entspricht. Massenmatrix und Steifigkeitsmatrix sind Diagonalmatrizen. Die Dämpfungsmatrix ist symmetrisch und voll besetzt. Wenn man deren Eigenwerte bestimmt, so erhält man für jede Eigenform einen Dämpfungsgrad  $\zeta_n$ . Deren Wirkung entspricht in Summe der des Kolbendämpfers.

*Pacheco, Fujino* und *Sulekh* benötigten einen Reihenansatz mit 350 Gliedern, um eine ausreichende Genauigkeit zu erzielen. Beschränkt man die Überlegungen auf nahe der Kabelverankerung angeordnete Dämpfer, was konstruktiv bedingt stets der Fall ist, so kann der Zusammenhang zwischen der Dämpferkonstante  $c$  und erreichten Systemdämpfung  $\zeta_n$  durch nur eine Kurve beschrieben werden (Abb. 6.7). Die Kurve liefert nach Aussage der Autoren  $\zeta_n$  für  $n = 1$  bis  $n = 5$  hinreichend genau, was vollkommen ausreicht, da Regen-Wind-induzierte Schwingungen in der Regel in der ersten bis vierten Eigenform stattfinden.

Die Dämpferkonstante  $c$  muss beim Hersteller in Erfahrung gebracht werden. Mit zunehmender Dämpferkonstante nimmt bis zu einem bestimmten Optimum auch die Systemdämpfung des Kabels  $\zeta_n$  zu. Oberhalb davon wirkt der Dämpfer zunehmend wie ein Auflager, wodurch die Energiedissipation wieder geringer wird.

Der Einbau eines Dämpfers mit möglichst großer Dämpfung ist daher alles andere als sinnvoll, vielmehr sollte  $c$  in Abhängigkeit von  $x_c/l$  und der ersten Eigenkreisfrequenz  $\omega_1$  so festgelegt werden, dass die Systemdämpfung optimal ist.

$$c_{opt} = 0,1 \frac{ml\omega_1}{n \left( \frac{x_c}{l} \right)} \quad (6.3)$$



$$\frac{c}{ml\omega_1} n \frac{x_c}{l}$$

Abb. 6.7: Zusammenhang zwischen der Dämpferkonstante  $c$  und der Systemdämpfung  $\zeta_n$  nach Pacheco, Fujino und Sulekh [92]

Praktisch sollten stets 2 Dämpfer angeordnet werden, da die Schwingungen in  $y$ - und  $z$ - Richtung stattfinden (vergl. auch Abb. 1.6 und Abb. 6.6). Die Dämpferkonstanten  $c_{y,eff}$  und  $c_{z,eff}$  können dabei nach den Regeln der Vektorrechnung ermittelt werden.

Beispiel einer Dämpferbemessung nach Pacheco, Fujino und Sulekh:

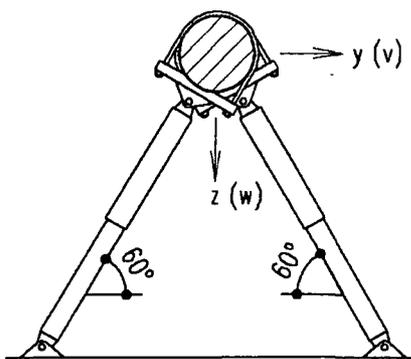


Abb. 6.8: Mögliche Dämpferanordnung Kabel 15 der Erasmusbrücke

Das Kabel 15 der Erasmusbrücke soll durch zwei gemäß Abb. 6.8 angeordnete Kolbendämpfer zusätzlich gedämpft werden.

Der Abstand der Dämpfer von der Kabelverankerung ist baulich vorgegeben und beträgt  $x_c = 4,20$  m. Alle weiteren Eingangswerte können dem Anhang A entnommen werden.

Die Abbildungen 4.32, 4.33 und 4.34 zeigen den Einschwingvorgang des Kabels ohne dämpfungserhöhende Maßnahmen. Da die Schwingung hauptsächlich in  $z$ - Richtung stattfindet, sollen die Dämpfer so bemessen werden, dass für die  $z$ - Richtung eine maximale Zusatzdämpfung erzielt wird.

Aus Gleichung (6.3) ergibt sich somit:

$$c_{z,eff} = c_{opt} = 0,1 \frac{ml\omega_1}{n \left( \frac{x_c}{l} \right)} = 0,1 \frac{70 \cdot 290 \cdot 0,37}{2 \left( \frac{4,2}{290} \right)} = 25900 N \cdot s \cdot m^{-1}$$

Die Dämpferkonstanten  $c_{y,eff}$  und  $c_{z,eff}$  ergeben sich aus der Geometrie gemäß Abb. 7.8:

$$c_{y,eff} = 2 \cos(60^\circ) \cdot c \qquad c_{z,eff} = 2 \sin(60^\circ) \cdot c$$

Um eine optimale Dämpfung in z- Richtung zu erhalten, sollten Dämpfer mit folgender Dämpferkonstante  $c$  eingebaut werden:

$$c = \frac{c_{z,eff}}{2 \sin(60^\circ)} = \frac{25900}{2 \sin(60^\circ)} = 14900 N \cdot s \cdot m^{-1}$$

Der zusätzliche Dämpfungseffekt kann mit Hilfe von Abb. 6.7 in einen erhöhten Systemdämpfungsgrad umgerechnet werden. Das Kabel selbst weist einen Dämpfungsgrad von 0,13 % auf (siehe Anhang B), dazu wird die Wirkung der Kolbendämpfer addiert. Für die optimale Dämpfergröße beträgt der Wert der Ordinate 0,52 (Abb. 6.7), daher folgt für die Schwingung in z- Richtung:

$$\zeta_z = \underbrace{0,0013}_{\text{Kabel}} + \underbrace{0,52 \cdot \frac{x_c}{l}}_{\text{Dämpfer}} = 0,0013 + 0,52 \cdot \frac{4,2}{290} = 0,0088 = 0,88\%$$

Mit Hilfe der Dämpferkonstante in y- Richtung  $c_{y,eff}$  berechnet sich der Wert der Abszisse:

$$c_{y,eff} = 2 \cos(60^\circ) \cdot c = 2 \cos(60^\circ) \cdot 14900 = 14900 N \cdot s \cdot m^{-1}$$

$$\frac{c}{ml\omega_1} n \frac{x_c}{l} = \frac{14900}{70 \cdot 290 \cdot 0,37} \cdot 2 \cdot \frac{4,2}{290} = 0,06 \Rightarrow \text{Wert der Ordinate} = 0,44$$

Für den erhöhten Systemdämpfungsgrad in y- Richtung erhält man dann:

$$\zeta_y = \underbrace{0,0013}_{\text{Kabel}} + \underbrace{0,44 \cdot \frac{x_c}{l}}_{\text{Dämpfer}} = 0,0013 + 0,44 \cdot \frac{4,2}{290} = 0,0077 = 0,77\%$$

Mit Hilfe des Computerprogramms kann nun der Einschwingvorgang simuliert werden. Damit das Ergebnis mit der Darstellung in Abbildung 4.32 und 4.33 verglichen werden kann, wird die Rinnsalschwingung wie dort mit  $\chi_a = 0,2$  und  $\theta = 40^\circ$  eingestellt. Weiterhin werden die Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* verwendet.

Durch die erhöhte Systemdämpfung findet keine Anregung mehr statt. Falls sich herausgestellt hätte, dass die Dämpfung immer noch zu gering ist, könnte eine Verbesserung durch einen größeren Abstand  $x_c$  erreicht werden.

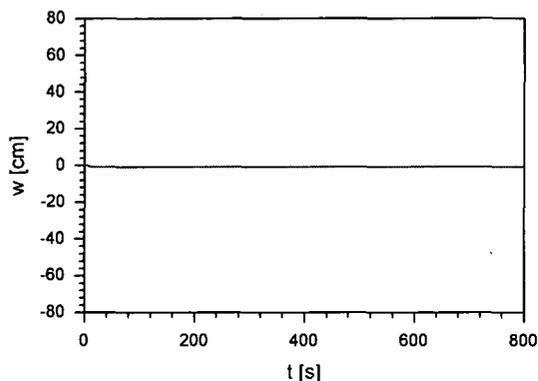


Abb. 6.9: Amplitude in z- Richtung

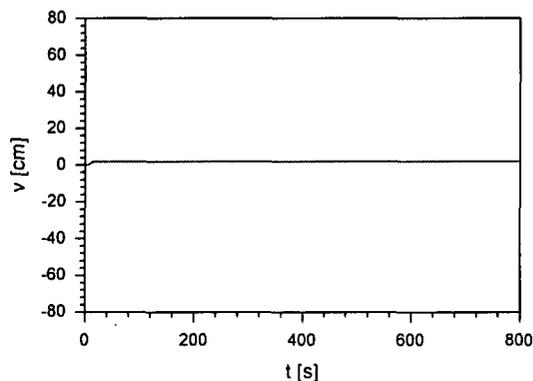


Abb. 6.10: Amplitude in y- Richtung

### 6.2.2. DOSENDÄMPFER

Während Kolbendämpfer vorrangig bei Schrägseilbrücken zum Einsatz kommen, werden an Bogenbrückenhängern auch Dosendämpfer angebracht. Beispiele sind die Elbebrücke Dömitz (Abb. 1.3) und die Weserbrücke Holzminden (Abb. 6.11).

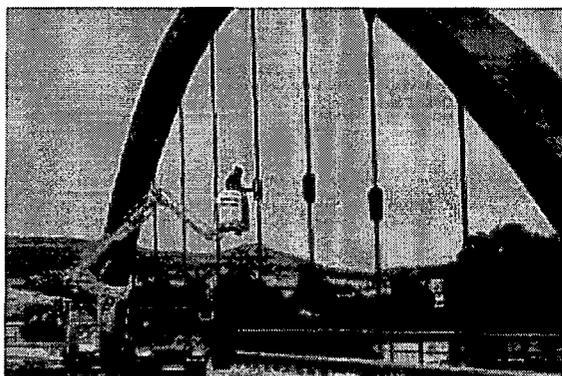


Abb. 6.11: Dosendämpfer an der Weserbrücke Holzminden

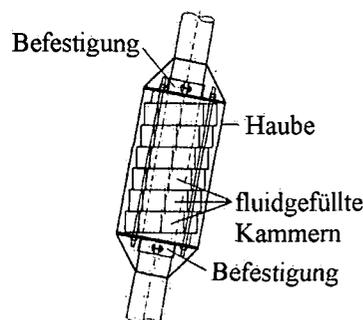


Abb. 6.12: Dosendämpfer nach [5]

Dosendämpfer sind relativ einfach aufgebaut. Die dämpfende Wirkung basiert auf mit Silicon-Öl gefüllten Kammern, die mit Hilfe von Schellen am Hänger befestigt werden. Die Flüssigkeit schwappt bei einer Anregung hin und her. Die Dämpferfrequenz wird durch die Abmessungen der Kammern und deren Füllhöhe eingestellt. Zum Schutz wird noch eine Haube montiert, bestehend aus nichtrostendem Stahl oder Aluminium.

Gegenüber Kolbendämpfern haben Dosendämpfer den Vorteil, dass sie direkt an der Stelle des Hängers, wo die maximale Amplitude auftritt, angebracht werden können. Weiterhin gibt es keine beweglichen Teile, wodurch es praktisch keinen Verschleiß gibt.

Während die Bemessung von Kolbendämpfern nach *Pacheco*, *Fujino* und *Sulekh* relativ einfach durchzuführen ist, werden die Möglichkeiten zur Bemessung von Dosendämpfern vom Hersteller nicht preisgegeben.

Im Fall der Elbebrücke Dömitz wurden drei Dämpfer pro Hänger angeordnet. Das logarithmische Dämpfungsdekrement konnte durch diese Maßnahme in etwa versechsfacht werden.

### 6.3. STÖRSEILE

Eine weitere, sehr gebräuchliche Methode zur Unterdrückung Regen-Wind-induzierter Schwingungen ist das Anordnen von Störseilen.

Deren Wirkungsweise ist noch nicht vollständig bekannt, so dass keine rechnerische Bemessung, wie z.B. bei Kolbendämpfern, durchgeführt werden kann. Die Anordnung muss daher aus der Anschauung heraus erfolgen. Dabei könnte man folgendermaßen vorgehen:

Die Störseile bewirken, dass in der Schwingungsform eines Kabels Knoten erzeugt werden. Befestigt man z.B. in Kabelmitte ein Störseil, so können in der ersten Eigenform praktisch keine Schwingungen mehr auftreten. Wenn man nun die Störseile so anordnet, dass alle Eigenformen mit Eigenfrequenzen unter 3 Hz verhindert werden, so finden keine Regen-Wind-induzierten Schwingungen mehr statt.

Weiterhin erhöhen Störseile die Dämpfung der angeschlossenen Kabel. Zu diesem Thema wurden von *Yamaguchi* und *Nagahawatta* Versuche durchgeführt und in [94] und [95] veröffentlicht.

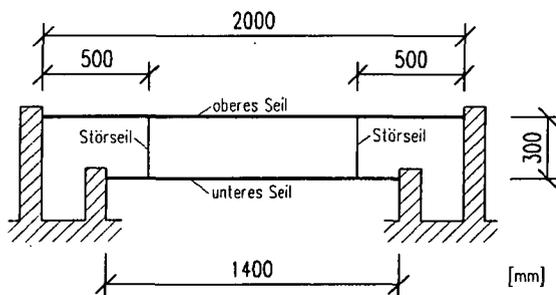


Abb. 6.13: Versuchsaufbau von *Yamaguchi* und *Nagahawatta* [94]

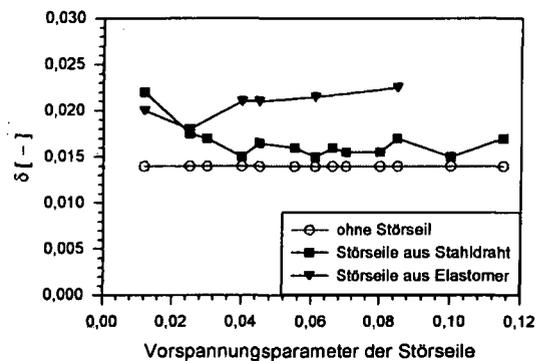


Abb. 6.14: Logarithm. Dämpfungsdekrement des oberen Seils in Abhängigkeit von der Störseilvorspannung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 6.13 dargestellt. Es wurde mit relativ dehnsteifen Störseilen (Stahldraht) und dehnweichen Störseilen (Elastomer) experimentiert. Dabei wurde bei unterschiedlicher Störseilvorspannung die Dämpfung des oberen Seils gemessen (Abb. 7.11). Der Vorspannparameter entspricht dem Verhältnis Längenänderung des Störseils infolge Vorspannung zur Originallänge (vergleichbar mit der elastischen Dehnung). Man erkennt deutlich, dass eine Erhöhung der Dämpfung erreicht wurde, wenn auch der Zuwachs weit geringer ist als bei Verwendung von Kolbendämpfern oder Dosendämpfern. Dehnweiche Störseile sind mit zunehmender Vorspannung effizienter als dehnsteife Seile. Da als dauerhafte Maßnahme an Bauwerken in der Regel dehnsteife Stahldrahtseile verwendet werden, sollte deren Vorspannung möglichst gering sein. Bei höherer Vorspannung wird nicht nur die Dämpfung geringer, sondern es kommt auch zu einer deutlichen Vergrößerung der Seilkraft im Kabel selbst, was wiederum eine Erhöhung der Dehnsteifigkeit bewirkt. Beides muss in der statischen Berechnung berücksichtigt werden. Nähere Untersuchungen zu diesem Thema wurden von *Tschemmernegg* und *Obholzer* [96] und von *Scheer* und *Peil* [97] durchgeführt.

Bei Schrägseilbrücken verlaufen die Störseile in der Regel in der Kabelebene. Dabei können auch ästhetische Gesichtspunkte berücksichtigt werden. Bei der *Farø*-Brücke sind die Schrägkabel büschelförmig angeordnet, die Störseile verlaufen bogenförmig (Abb. 6.15).

Bei einer harfenförmigen Anordnung der Schrägkabel sollten die Störseile gerade verlaufen, wie z.B. bei der *Yobuko* Brücke (Abb. 6.16) oder bei der *Normandiebrücke*. Der Abstand der Störseile ergibt sich aus der Forderung, dass keine Eigenform unterhalb von 3 Hz angeregt werden darf.

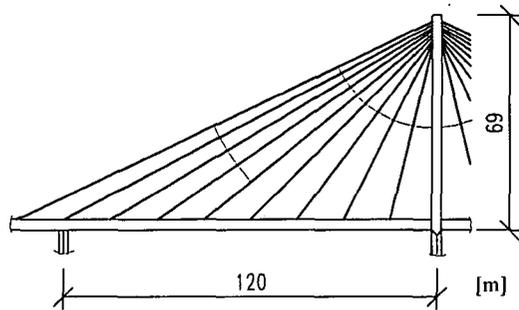


Abb. 6.15: Anordnung von Störseilen bei der Farø-Brücke

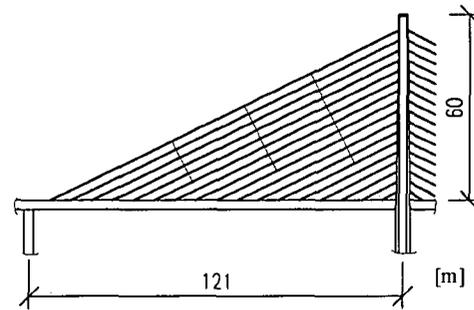


Abb. 6.16: Anordnung von Störseilen bei der Yobuko Brücke

Bei Bogenbrücken können Störseile in der Bogenebene zwischen den Hängern angeordnet werden. Das war z.B. bei den temporären Störseilen der Elbebrücke Dömitz der Fall. Oberhalb des Verkehrsbandes kann man alternativ auch zwischen den Bogenebenen Störseile vorsehen. Praktisch umgesetzt wurde diese Variante bei der Nordbrücke B1 in Magdeburg (Abb. 6.17). Wegen der zickzackförmigen Anordnung werden die Hänger in und quer zur Bogenebene gehalten. Die Straßenbeleuchtung konnte sehr gut integriert werden. Bei der Elbebrücke Tangermünde wurden sowohl in und als auch quer zur Bogenebene Abspannungen eingebaut (Abb. 6.18).



Abb. 6.17: Störseile bei der Nordbrücke B1 in Magdeburg

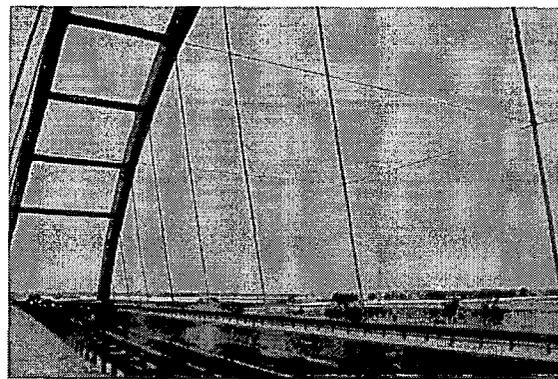


Abb. 6.18: Störseile bei der Elbebrücke Tangermünde

## 7. AUSBLICK

Regen-Wind-induzierte Schwingungen werden erst seit ca. 15 Jahren erforscht, d.h. es handelt sich um ein relativ junges Forschungsgebiet. Entsprechend lang ist daher die Liste möglicher Forschungsvorhaben für die Zukunft. Besonders was die Grundlagen betrifft, d.h. bei der Ermittlung weiterer Luftkraftbeiwerte besteht ein großer Forschungsbedarf. Dieses Kapitel soll Anregungen für künftige Forschungsvorhaben vermitteln.

Dabei kann einerseits der Gedanke einer Berechnung mit künstlichen Rinnsalen weiterverfolgt werden. Versuche an derartigen Querschnitten sind relativ einfach zu realisieren. Tatsächlich bestehen die Rinnsale jedoch aus Wasser, und es ist ungewiss wie genau künstliche Rinnsale die Wirklichkeit überhaupt abbilden. Die Schwingungsamplitude, die im Rahmen dieser Arbeit im Mittelpunkt stand, ist nur ein Merkmal von vielen. Versuche mit Wasserrinnsalen sind allerdings aufwändiger als Versuche mit künstlichen Rinnsalen, d.h. Stolperkanten aus festem Material.

### 7.1. MODELLE MIT KÜNSTLICHEN RINNSALEN

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto* wurden leider nur für den Bereich  $(\Theta_1 + \gamma) = 45^\circ \dots 100^\circ$  bestimmt. Es können daher nicht alle der am Bauwerk möglichen Situationen berechnet werden. Auch wenn die Rinnsalamplitude zu groß wird, muss die Berechnung abgebrochen werden, weil man aus dem oben genannten Intervall herausfällt. Es wäre daher notwendig, durch Windkanalversuche am selben Modell (siehe Tab. 3.6) weitere Luftkraftbeiwerte  $C_D$  und  $C_L$  zu bestimmen, so dass der ganze Bereich  $(\Theta_1 + \gamma) = 0^\circ \dots 360^\circ$  abgedeckt wird. Besser wäre es allerdings, wenn man alle Versuche noch einmal durchführt, da die Reynoldszahl bei den Versuchen von *Matsumoto* mit  $Re = 35\,000$  viel zu niedrig war. Regen-Wind-induzierte Schwingungen finden üblicherweise bei einer Reynoldszahl von 60 000 bis 200 000 statt. In dem erstellten Computerprogramm können neu bestimmte Luftkraftbeiwerte relativ einfach eingefügt werden (siehe Anhang C).

Für die Berechnung von Regen-Wind-induzierten Schwingungen des Typs D gibt es überhaupt noch keine geeigneten Luftkraftbeiwerte. Für deren Bestimmung kann ein Versuchsmodell gemäß Abb. 7.1 verwendet werden, bei dem die Proportionen des von *Matsumoto* verwendeten Modells übernommen werden.

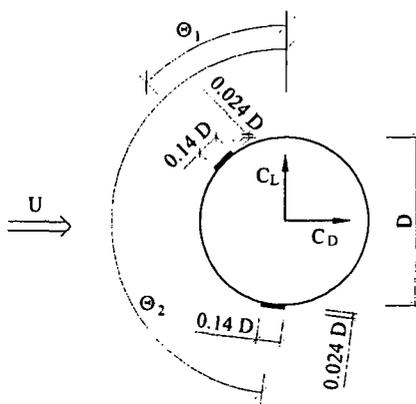


Abb. 7.1: Bestimmung von Luftkraftbeiwerten für eine Anregung vom Typ C und D

Die Lage der beiden Rinnsale muss variabel sein. Die Beiwerte  $C_D$  und  $C_L$  sind eine Funktion von  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$ . Dabei werden  $\Theta_1$  von  $-90^\circ$  bis  $90^\circ$  und  $\Theta_2$  von  $90^\circ$  bis  $270^\circ$  variiert. Die so bestimmten Luftkraftbeiwerte lassen sich nicht wie in Abb. 4.9 und 4.10 durch eine Kurve beschreiben, sondern ergeben bei Parameterdarstellung eine Fläche im Raum.

Da künstliche Rinnsale verwendet werden, können  $C_D$  und  $C_L$  mit einer geeigneten Waage direkt gemessen werden.

Bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen wird die Windkraft auf das Rinnsal, wie in den Kapiteln 4 und 5, nicht berücksichtigt. Das wäre bei Verwendung künstlicher Rinnsale nicht sinnvoll. Außerdem müsste auch der Beiwert  $C_M$  bekannt sein. Statt dessen werden Drehfedern eingeführt.

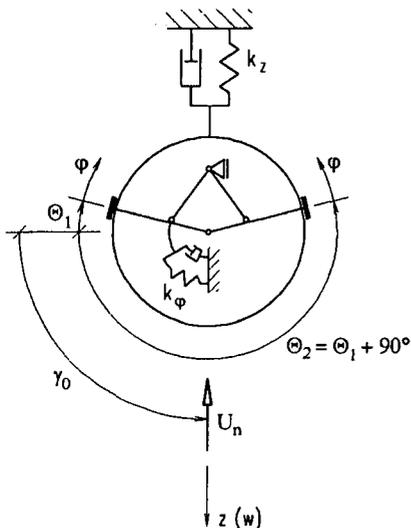


Abb. 7.2: Modell für eine Anregung vom Typ D (nur z- Amplitude)

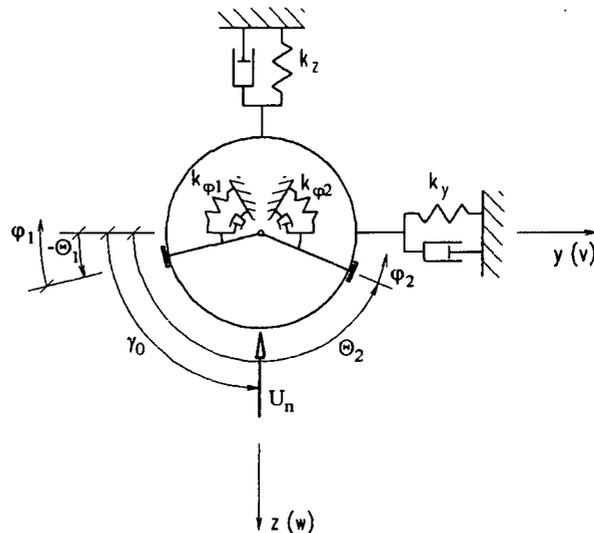


Abb. 7.3: Modell für eine Anregung vom Typ C und D (y- und z- Amplitude abbildbar)

Für Berechnungen anhand des Modells in Abb. 7.2 wäre nur der Beiwert  $C_D(\Theta_1)$  erforderlich, allerdings erhält man nur zur z-Amplitude eine Aussage. Der schematisch dargestellte Mechanismus soll verdeutlichen, dass sich die Rinnsale nicht unabhängig voneinander bewegen können. Deren Bewegung kann daher durch einen Freiheitsgrad beschrieben werden. Insgesamt hat das Modell zwei Freiheitsgrade. Es stellt die einfachste Variante einer Verbesserung des im Kapitel 5 beschriebenen Modells dar.

Das in Abbildung 7.3 dargestellte Modell weist vier Freiheitsgrade auf. Es wäre wahrscheinlich zur Berechnung einer Anregung vom Typ C geeignet. Die Rinnsale können sich unabhängig voneinander bewegen. Die Schwingung des Zylinders selbst findet im Versuch hauptsächlich in y-Richtung statt, weist aber auch einen Anteil in z-Richtung auf. Durch die Federlagerung in y- und z-Richtung wäre eine solche Bewegung möglich.

Bei einer Anregung vom Typ D schwingt der Zylinder vorrangig in z-Richtung, jedoch handelt es sich auch hier um eine räumliche Schwingung. Die Rinnsale bewegen sich entgegen den visuellen Beobachtungen tatsächlich nicht vollständig synchron, weil in dem Fall  $C_L$  gleich Null wäre und eine Schwingung in y-Richtung nicht stattfinden könnte. Wenn man nun beim Modell in Abb. 7.3 die Rinnsale hinter das Dickenmaximum verlagert, müsste auch eine Anregung vom Typ D mit räumlicher Umlaufbahn abgebildet werden können.

Der Übergang der Anregung vom Typ C zum Typ D mit zunehmender Windgeschwindigkeit kann anhand dieses Modells allerdings nicht gezeigt werden. Die Verlagerung der Rinnsale hinter das Dickenmaximum könnte rechnerisch nicht stattfinden, da die Rinnsalruhelagen  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$  vor Simulationsbeginn fest eingestellt werden.

Die Bewegungsgleichungen für die beiden oben dargestellten Modelle ergeben sich z.B. durch Auswertung der *Lagrange*'schen Gleichung. Wenn man eine Aussage zur Amplitude bekommen will, kann deren Lösung nur numerisch erfolgen, z.B. wie im Rahmen dieser Arbeit durch das Runge-Kutta-Verfahren [15].

## 7.2. GEMISCHTE MODELLE

Bei den Berechnungen dieser Arbeit wurden Luftkraftbeiwerte eines Querschnitts mit künstlichem Rinnsal zugrunde gelegt. Die Ruhelage des Rinnsals ist nicht bekannt. Sie wurde daher so gewählt, dass ein maximaler Energieeintrag stattfindet. Diese Vorgehensweise liefert auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse, weil sich die Rinnsalruhelage in Wirklichkeit aus dem Gleichgewicht Windbelastung und Schwerkraft ergibt. Würde es gelingen, die Rinnsalruhelage rechnerisch zu ermitteln, so könnte man Kombinationen von ungünstigen Rinnsallagen und hohen Windgeschwindigkeiten, die tatsächlich nicht auftreten, vermeiden. Die dafür erforderlichen Versuche müßten am ruhenden Modell mit Wasserrinnsal durchgeführt werden. Der Grundgedanke eines gemischten Rechenmodells ist also folgender:

- ◆ Die Rinnsalruhelagen  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$  sind von der Windgeschwindigkeit  $U$  abhängig und werden auf Grundlage von Versuchen mit Wasserrinnsalen festgelegt.
- ◆ Die eigentliche Simulation erfolgt dann auf Grundlage der Luftkraftbeiwerte eines Querschnitts mit künstlichem Rinnsal.

Erste Schritte in diese Richtung wurden in dieser Arbeit bereits unternommen (Kapitel 4.2.7 und 5.1.6). Jedoch stehen gegenwärtig noch zu wenige Versuchsergebnisse zur Lage der Rinnsale beim Typ A und B zur Verfügung. Bei den beiden anderen Anregungstypen weiß man nur, dass sich die Rinnsalruhelage beim Typ C vor dem Dickenmaximum des Querschnitts und beim Typ D dahinter befindet.

Es müssen daher weitere Versuche für alle vier Schwingungstypen am ruhenden Modell folgen. Die Rinnsallagen könnten in Abhängigkeit von  $U$  mit Hilfe eines einfachen Winkelmessers, der z.B. auf der Modelloberfläche aufgezeichnet wird, bestimmt werden.

Die Lage der Rinnsale wird neben der Windgeschwindigkeit durch deren Masse bestimmt, welche wahrscheinlich von Durchmesser, Regenmenge, Neigungswinkel  $\alpha$  und Windanströmwinkel  $\beta$  abhängig ist. Diese vier Einflüsse müssten ebenfalls untersucht werden.

## 7.3. MODELLE MIT WASSERRINNSALEN

Als weiterer Schritt hin zu einer möglichst wirklichkeitsnahen Berechnung müssten Luftkraftbeiwerte am Querschnitt mit Wasserrinnsal bestimmt werden. Das ist technisch weitaus schwieriger als bei Verwendung künstlicher Rinnsale. Einerseits, weil die Lage der Rinnsale  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$  durch die Windgeschwindigkeit  $U$  eingestellt werden muss und andererseits, weil sich beim Aufbringen des Regens die Masse des Modellzylinders vergrößert. Eine Bestimmung der Luftkräfte mit Hilfe einer klassischen Messwaage ist daher wahrscheinlich nicht sinnvoll.

Statt dessen könnte man die Beiwerte indirekt durch Messung des Drucks auf der Zylinderoberfläche und der Wasserschichtdicke bestimmen. Derartige Messungen sind technisch machbar und wurden bereits von *Flamand* [64] durchgeführt, allerdings nur, um allgemeine Informationen über den Anregungsmechanismus zu erhalten.

Die auf das Modell wirkenden Luftkräfte ergeben sich hauptsächlich aus den Drücken normal zur Modelloberfläche. Die Tangentialbelastung durch Reibung zwischen Luft und Modelloberfläche ist sehr gering und kann vernachlässigt werden. Die Luftkraftbeiwerte  $C_D$  und  $C_L$  lassen sich folglich auch durch Messung des Drucks an der Modelloberfläche hinreichend genau bestimmen. Bei den Versuchen von *Flamand* wurden 32

wasserunempfindliche Druckmesser über den Kabelumfang verteilt. Das ergibt einen Abstand von ca.  $10^\circ$ , was auch zur Bestimmung der Luftkraftbeiwerte ausreichen dürfte.

Die gemessenen Drücke  $p_\perp$  werden in die Druckkomponenten  $p_D$  und  $p_L$  zerlegt. Durch Integration über den Querschnittsumfang erhält man die Luftkräfte  $F_D$  und  $F_L$ , woraus sich wiederum die Beiwerte  $C_D$  und  $C_L$  berechnen lassen.

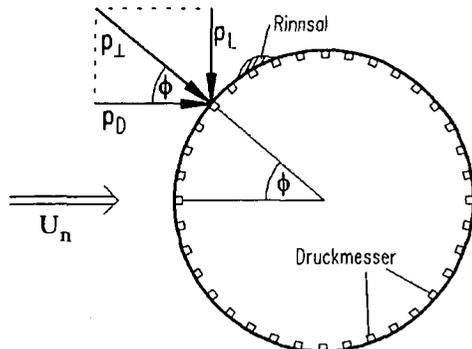


Abb. 7.4: Druckmessung zur Bestimmung von  $C_D$  und  $C_L$  am Beispiel einer Anregung vom Typ A

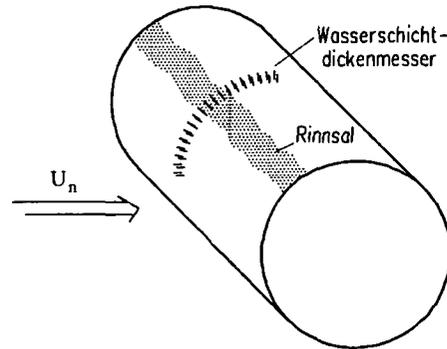


Abb. 7.5: Wasserschichtdickenmessung zur Bestimmung von  $C_M$  am Beispiel einer Anregung vom Typ A

Die so ermittelten Beiwerte eines Querschnitts mit Wasserrinnsal können in das erstellte Computerprogramm eingefügt werden. Die Rechenergebnisse sollten dann noch besser den beobachteten Schwingungsereignissen entsprechen. Allerdings könnte auch das Gegenteil der Fall sein, da es durchaus möglich ist, dass sich die Fehler durch Verwendung eines künstlichen Rinnsals und durch Näherungen im Modell (Rinnsalfeder) kompensieren.

In diesem Fall könnte eine weitere Verbesserung nur erzielt werden, wenn man von der im Rahmen dieser Arbeit eingeführten Rinnsalfeder wieder Abstand nimmt, und statt dessen das Kräftegleichgewicht am Rinnsal exakt formuliert. Das erfordert die genaue Kenntnis der Rinnsalmasse  $m_r$ , der auf das Rinnsal wirkenden Windkraft (beschrieben durch den Beiwert  $C_M$ ) und der Reibungskraft zwischen Rinnsal und Kabeloberfläche. Im Fall, dass es mehrere Rinnsale gibt, muss es auch mehrere  $C_M$  geben. Hier wird ein weiterer Unterschied zwischen der Gallopingtheorie, wo es nur ein  $C_M$  gibt, und der Theorie der Regen-Wind-induzierten Schwingungen deutlich.

Eine Waagenkonstruktion ist zur Bestimmung von  $C_M$  nicht geeignet, da das Versuchsmodell selbst nicht durch Torsion beansprucht wird, abgesehen von der Reibungskraft zwischen Wasser und Kabeloberfläche. Druckmessungen an der Zylinderoberfläche führen ebenfalls nicht zum Ziel, da der Druck an der Wasseroberfläche des Rinnsals gemessen werden müsste.

Ein möglicher Ausweg wäre die Messung der Wasserschichtdicke. *Flamand* führte bereits derartige Messungen durch. Dabei ragten aus der Kabeloberfläche ca. 5 mm lange, sehr dünne Drähte heraus. Jeweils 2 Drähte bilden ein Paar, dazwischen wird der elektrische Widerstand gemessen. Je größer die Wasserschichtdicke, desto geringer der elektrische Widerstand. Zur Festlegung des Abstandes der Drahtpaare braucht man Hinweise, wie breit das Rinnsal ist. *Matsumoto* untersuchte im Windkanalversuch die Abmessungen des oberen Rinnsals beim Typ A [38]. Dabei wurden bei einem Zylinderdurchmesser von 140 mm Rinnsalbreiten von  $20^\circ$  bis  $30^\circ$  festgestellt. Um das Volumen des Rinnsals hinreichend genau bestimmen zu können, dürften vier bis fünf Dickenmessungen über die Rinnsalbreite ausreichen. Das Volumen ergibt sich durch Integration. Über die Dichte lässt sich die Rinnsalmasse  $m_r$  berechnen, aus dem Gleichgewicht am Rinnsal folgt dann der Beiwert  $C_M$ .

# ANHANG A: DER LITERATUR ENTNOMMENES ZAHLENMATERIAL

## A.1. LUFTKRAFTBEIWERTE

Die Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit erfolgten auf Grundlage von Luftkraftbeiwerten, die der Literatur entnommen wurden. Eigene Windkanalversuche zu deren Ermittlung konnten leider nicht durchgeführt werden.

Die von *Matsumoto* bestimmten Luftkraftbeiwerte wurden aus [45] entnommen. Für einen begrenzten Bereich wurde bei drei verschiedenen Rinnsallagen  $\Theta_1$  der Beiwert  $C_z$  ermittelt. Dieser wurde im Rahmen dieser Arbeit umgerechnet in den korrigierten Luftkraftbeiwert  $C_{z,korr}$  (siehe Kapitel 4.2.2).

Das beim Windkanalversuch verwendete Modell ist in Tabelle 3.6 beschrieben.

| Kurve 1 ( $\Theta_1 = 63^\circ$ ) |                            |              |                     | Kurve 2 ( $\Theta_1 = 72^\circ$ ) |                            |              |                     | Kurve 3 ( $\Theta_1 = 81^\circ$ ) |                            |              |                     |
|-----------------------------------|----------------------------|--------------|---------------------|-----------------------------------|----------------------------|--------------|---------------------|-----------------------------------|----------------------------|--------------|---------------------|
| $\gamma$<br>[°]                   | $\gamma + \Theta_1$<br>[°] | $C_z$<br>[-] | $C_{z,korr}$<br>[-] | $\gamma$<br>[°]                   | $\gamma + \Theta_1$<br>[°] | $C_z$<br>[-] | $C_{z,korr}$<br>[-] | $\gamma$<br>[°]                   | $\gamma + \Theta_1$<br>[°] | $C_z$<br>[-] | $C_{z,korr}$<br>[-] |
| -28,00                            | 35,00                      | -0,18        | -0,36               |                                   |                            |              |                     |                                   |                            |              |                     |
| -23,00                            | 40,00                      | -0,05        | -0,10               |                                   |                            |              |                     |                                   |                            |              |                     |
| -18,00                            | 45,00                      | 0,07         | 0,14                | -27,00                            | 45,00                      | -0,02        | -0,04               |                                   |                            |              |                     |
| -13,00                            | 50,00                      | 0,17         | 0,34                | -22,00                            | 50,00                      | 0,08         | 0,16                |                                   |                            |              |                     |
| -8,00                             | 55,00                      | 0,28         | 0,56                | -17,00                            | 55,00                      | 0,19         | 0,38                | -26,00                            | 55,00                      | 0,10         | 0,20                |
| -3,00                             | 60,00                      | 0,32         | 0,64                | -12,00                            | 60,00                      | 0,23         | 0,46                | -21,00                            | 60,00                      | 0,14         | 0,28                |
| 2,00                              | 65,00                      | 0,32         | 0,64                | -7,00                             | 65,00                      | 0,23         | 0,46                | -16,00                            | 65,00                      | 0,14         | 0,28                |
| 7,00                              | 70,00                      | 0,23         | 0,46                | -2,00                             | 70,00                      | 0,13         | 0,26                | -11,00                            | 70,00                      | 0,03         | 0,06                |
| 12,00                             | 75,00                      | 0,24         | 0,48                | 3,00                              | 75,00                      | 0,13         | 0,26                | -6,00                             | 75,00                      | 0,02         | 0,04                |
| 17,00                             | 80,00                      | 0,22         | 0,44                | 8,00                              | 80,00                      | 0,10         | 0,20                | -1,00                             | 80,00                      | -0,02        | -0,04               |
| 22,00                             | 85,00                      | 0,32         | 0,64                | 13,00                             | 85,00                      | 0,20         | 0,40                | 4,00                              | 85,00                      | 0,08         | 0,16                |
| 27,00                             | 90,00                      | 0,27         | 0,54                | 18,00                             | 90,00                      | 0,17         | 0,34                | 9,00                              | 90,00                      | 0,07         | 0,14                |
|                                   |                            |              |                     | 23,00                             | 95,00                      | 0,27         | 0,54                | 14,00                             | 95,00                      | 0,16         | 0,32                |
|                                   |                            |              |                     | 28,00                             | 100,00                     | 0,29         | 0,58                | 19,00                             | 100,00                     | 0,19         | 0,38                |
|                                   |                            |              |                     |                                   |                            |              |                     | 23,00                             | 104,00                     | 0,27         | 0,54                |
|                                   |                            |              |                     |                                   |                            |              |                     | 28,00                             | 109,00                     | 0,31         | 0,62                |

Tab. A.1: Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto*

Durch Umrechnen lassen sich die Luftkraftbeiwerte  $C_D$  und  $C_L$  berechnen. Das kann aus den Kurven für  $\Theta_1 = 63^\circ$  und  $\Theta_1 = 72^\circ$  oder aus den Kurven für  $\Theta_1 = 72^\circ$  und  $\Theta_1 = 81^\circ$  erfolgen. Für die Winkel  $(\Theta_1 + \gamma)$ , wo  $C_D$  und  $C_L$  zweimal bestimmt werden konnten, wurde eine weitgehende Übereinstimmung festgestellt (Abb. 4.7 und 4.8). In Tabelle A.2 sind die Mittelwerte dargestellt.

| Rinnsallage            |                          | Luftkraftbeiwert aus den Kurven |                       |                       |                       | Mittelwerte  |              |
|------------------------|--------------------------|---------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------|--------------|
| $\gamma+\Theta$<br>[°] | $\gamma+\Theta$<br>[rad] | 1 & 2<br>$C_D$<br>[-]           | 2 & 3<br>$C_D$<br>[-] | 1 & 2<br>$C_L$<br>[-] | 2 & 3<br>$C_L$<br>[-] | $C_D$<br>[-] | $C_L$<br>[-] |
| 35                     | 0,611                    |                                 |                       |                       |                       |              |              |
| 40                     | 0,698                    |                                 |                       |                       |                       |              |              |
| 45                     | 0,785                    | 1,041                           |                       | 0,485                 |                       | 1,041        | 0,485        |
| 50                     | 0,873                    | 1,019                           |                       | 0,584                 |                       | 1,019        | 0,584        |
| 55                     | 0,960                    | 1,018                           | 0,961                 | 0,709                 | 0,691                 | 0,989        | 0,700        |
| 60                     | 1,047                    | 1,065                           | 0,994                 | 0,697                 | 0,682                 | 1,030        | 0,689        |
| 65                     | 1,134                    | 1,122                           | 1,050                 | 0,601                 | 0,592                 | 1,086        | 0,597        |
| 70                     | 1,222                    | 1,289                           | 1,248                 | 0,305                 | 0,304                 | 1,269        | 0,304        |
| 75                     | 1,309                    | 1,438                           | 1,398                 | 0,185                 | 0,187                 | 1,418        | 0,186        |
| 80                     | 1,396                    | 1,563                           | 1,532                 | -0,018                | -0,013                | 1,547        | -0,015       |
| 85                     | 1,484                    | 1,616                           | 1,554                 | 0,038                 | 0,052                 | 1,585        | 0,045        |
| 90                     | 1,571                    | 1,346                           | 1,296                 | -0,080                | -0,063                | 1,321        | -0,072       |
| 95                     | 1,658                    |                                 | 1,466                 |                       | -0,036                | 1,466        | -0,036       |
| 100                    | 1,745                    |                                 | 1,361                 |                       | -0,067                | 1,361        | -0,067       |
| 104                    | 1,815                    |                                 |                       |                       |                       |              |              |
| 109                    | 1,902                    |                                 |                       |                       |                       |              |              |

Tab. A.2: Umgerechnete Luftkraftbeiwerte  $C_D$  und  $C_L$ 

Die von *Yamaguchi* ermittelten Luftkraftbeiwerte wurden aus [37] entnommen. Sie liegen bereits in dem Format  $C_D$ ,  $C_L$  und  $C_M$  vor. Allerdings wurden die Beiwerte aus den gemessenen Luftkräften folgendermaßen berechnet:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho_L U^2 (D+d) l} \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho_L U^2 (D+d) l} \quad C_M = \frac{F_M}{\frac{1}{2} \rho_L U^2 (D+d)^2 l}$$

Die Variable  $d$  ist der Durchmesser eines schmalen Zylinders, der das Rinnsal verkörpern soll. Ihr Wert beträgt 10 % des Kabeldurchmessers  $D$  (vergl. Tabelle 3.6).

Die drei Gleichungen beziehen sich im Gegensatz zu den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Gleichungen (3.1), (3.2) und (3.3) auf die Projektionsfläche  $(D+d)l$ .

Die Luftkraftbeiwerte wurden daher so korrigiert, dass eine Multiplikation mit  $D$  statt mit  $(D+d)$  erfolgen kann.

Der Anströmwinkel wird durch eine Variable  $\alpha$  beschrieben, nicht zu verwechseln mit dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten  $\alpha$  für die Seilneigung. Durch Addition von  $90^\circ$  erhält man den Winkel  $(\Theta_1 + \gamma)$ .

| Rinnsallage            |                          |                 | Beiwerte auf $(D+d)$ bezogen |              |              | Beiwerte auf $D$ bezogen |              |              |
|------------------------|--------------------------|-----------------|------------------------------|--------------|--------------|--------------------------|--------------|--------------|
| $\gamma+\theta$<br>[°] | $\gamma+\theta$<br>[rad] | $\alpha$<br>[°] | $C_D$<br>[-]                 | $C_I$<br>[-] | $C_M$<br>[-] | $C_D$<br>[-]             | $C_I$<br>[-] | $C_M$<br>[-] |
| 0,0                    | 0,000                    | -90             | 1,00                         | 0            | 0            | 1,100                    | 0,000        | 0,000        |
| 15,0                   | 0,262                    | -75,0           | 0,99                         | 0,11         | -0,07        | 1,089                    | 0,121        | -0,077       |
| 20,0                   | 0,349                    | -70,0           | 0,97                         | 0,13         | -0,05        | 1,067                    | 0,143        | -0,055       |
| 22,0                   | 0,384                    | -68,0           | 0,95                         | 0,26         | -0,07        | 1,045                    | 0,286        | -0,077       |
| 24,0                   | 0,419                    | -66,0           | 0,96                         | 0,34         | -0,16        | 1,056                    | 0,374        | -0,176       |
| 26,0                   | 0,454                    | -64,0           | 0,95                         | 0,42         | -0,20        | 1,045                    | 0,462        | -0,220       |
| 28,0                   | 0,489                    | -62,0           | 0,93                         | 0,50         | -0,16        | 1,023                    | 0,550        | -0,176       |
| 30,0                   | 0,524                    | -60,0           | 0,82                         | 0,58         | -0,17        | 0,902                    | 0,638        | -0,187       |
| 32,0                   | 0,559                    | -58,0           | 0,74                         | 0,70         | -0,19        | 0,814                    | 0,770        | -0,209       |
| 34,0                   | 0,593                    | -56,0           | 0,73                         | 0,78         | -0,21        | 0,803                    | 0,858        | -0,231       |
| 36,0                   | 0,628                    | -54,0           | 0,72                         | 0,90         | -0,22        | 0,792                    | 0,990        | -0,242       |
| 38,0                   | 0,663                    | -52,0           | 0,78                         | 0,83         | -0,18        | 0,858                    | 0,913        | -0,198       |
| 40,0                   | 0,698                    | -50,0           | 0,95                         | 0,62         | -0,17        | 1,045                    | 0,682        | -0,187       |
| 41,7                   | 0,728                    | -48,3           | 1,14                         | 0,23         | -0,14        | 1,254                    | 0,253        | -0,154       |
| 43,3                   | 0,756                    | -46,7           | 1,22                         | 0,12         | -0,09        | 1,342                    | 0,132        | -0,099       |
| 45,0                   | 0,785                    | -45,0           | 1,36                         | 0,06         | -0,03        | 1,496                    | 0,066        | -0,033       |
| 50,0                   | 0,873                    | -40,0           | 1,46                         | -0,05        | -0,02        | 1,606                    | -0,055       | -0,022       |
| 55,0                   | 0,960                    | -35,0           | 1,55                         | -0,10        | -0,02        | 1,705                    | -0,110       | -0,022       |
| 60,0                   | 1,047                    | -30,0           | 1,57                         | -0,18        | -0,02        | 1,727                    | -0,198       | -0,022       |
| 65,0                   | 1,134                    | -25,0           | 1,64                         | -0,26        | 0,01         | 1,804                    | -0,286       | 0,011        |
| 70,0                   | 1,222                    | -20,0           | 1,66                         | -0,31        | 0,00         | 1,826                    | -0,341       | 0,000        |
| 75,0                   | 1,309                    | -15,0           | 1,65                         | -0,34        | 0,00         | 1,815                    | -0,374       | 0,000        |
| 80,0                   | 1,396                    | -10,0           | 1,62                         | -0,37        | 0,01         | 1,782                    | -0,407       | 0,011        |
| 85,0                   | 1,484                    | -5,0            | 1,58                         | -0,39        | 0,02         | 1,738                    | -0,429       | 0,022        |
| 90,0                   | 1,571                    | 0,0             | 1,54                         | -0,38        | 0,03         | 1,694                    | -0,418       | 0,033        |
| 95,0                   | 1,658                    | 5,0             | 1,50                         | -0,33        | 0,02         | 1,650                    | -0,363       | 0,022        |
| 100,0                  | 1,745                    | 10,0            | 1,46                         | -0,25        | -0,01        | 1,606                    | -0,275       | -0,011       |
| 105,0                  | 1,833                    | 15,0            | 1,32                         | -0,14        | 0,03         | 1,452                    | -0,154       | 0,033        |
| 110,0                  | 1,920                    | 20,0            | 1,25                         | -0,03        | 0,06         | 1,375                    | -0,033       | 0,066        |

Tab. A.3: Luftkraftbeiwerte von *Yamaguchi*

## A.2. DOKUMENTIERTE BEOBACHTUNGEN

Im Rahmen dieser Arbeit konnten keine eigene Messungen an Bauwerken oder Windkanalversuche durchgeführt werden. Die vorgestellten analytischen Verfahren und Empfehlungen für eine baupraktische Berechnung stützen sich auf in der Literatur dokumentierte Beobachtungen. Folgende Zusammenstellung von beobachteten Regen-Wind-Schwingungen ist daher das Resultat eines umfangreichen Literaturstudiums, besonders der Quellen [34] bis [79].

| Beobachtung an Bauwerken | Kabel | Fall | $l$<br>[m] | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $a_y$<br>[mm] | $a_z$<br>[mm] | $a_{sz}$<br>[mm] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | Beschl.<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $U$<br>[m/s] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $\beta^*$<br>[°] | $\gamma_0$<br>[°] | $U_n$<br>[m/s] | $U_{red}$<br>[-] | $Re$<br>[-] | $Sc$<br>[-] |       |   |
|--------------------------|-------|------|------------|-------------|---------------|---------------|---------------|------------------|-------------|------------|--------------------------------|--------------|-----------------|----------------|------------------|-------------------|----------------|------------------|-------------|-------------|-------|---|
| Hartman Brücke [60]      | AS 1  | a    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 29              | 45             | 38               | 26                | -              | -                | -           | -           |       |   |
|                          |       | b    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 29             | 35               | 30                | 18             | -                | -           | -           | -     |   |
|                          |       | c    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 10              | 29             | 27               | 24                | 14             | 9,2              | -           | 121611      | -     |   |
|                          |       | d    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 9,7             | 29             | 28               | 24                | 14             | 8,8              | -           | 117186      | -     |   |
|                          |       | e    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 9,5             | 29             | 30               | 26                | 15             | 8,5              | -           | 113178      | -     |   |
|                          |       | f    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 10,6            | 29             | 24               | 21                | 12             | 9,9              | -           | 131294      | -     |   |
|                          |       | g    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 8,3             | 29             | 32               | 28                | 17             | 7,3              | -           | 97413       | -     |   |
|                          |       | h    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 29             | 20               | 17                | 10             | -                | -           | -           | -     |   |
|                          |       | i    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 29             | 5                | 4                 | 2              | -                | -           | -           | -     |   |
|                          |       | j    | 171,84     | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 29             | -88              | -61               | -85            | -                | -           | -           | -     |   |
|                          |       | AS 9 | a          | 87,01       | 136           | 47,9          | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | -              | 49               | 44                | 27             | 36               | -           | -           | -     | - |
|                          |       |      | b          | 87,01       | 136           | 47,9          | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | -              | 49               | 41                | 26             | 33               | -           | -           | -     | - |
|                          | c     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 10              | 49             | 19               | 12                | 15             | 9,8              | -           | 94225       | -     |   |
|                          | d     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 9,9             | 49             | 25               | 16                | 19             | 9,5              | -           | 91741       | -     |   |
|                          | e     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 10,1            | 49             | 22               | 14                | 17             | 9,8              | -           | 94427       | -     |   |
|                          | f     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 49             | 9                | 6                 | 7              | -                | -           | -           | -     |   |
|                          | g     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 49             | 7                | 5                 | 5              | -                | -           | -           | -     |   |
|                          | h     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 49             | -74              | -39               | -69            | -                | -           | -           | -     |   |
|                          | i     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 49             | -85              | -41               | -83            | -                | -           | -           | -     |   |
|                          | j     |      | 87,01      | 136         | 47,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 49             | -70              | -38               | -64            | -                | -           | -           | -     |   |
|                          | AS 16 |      | a          | 87,05       | 136           | 47,9          | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | -               | 3,8            | 46               | -31               | -21            | -23              | 3,5         | -           | 34228 | - |
|                          |       |      | b          | 87,05       | 136           | 47,9          | -             | 86               | -           | 2,48       | 2                              | 20,98        | -               | -              | 46               | -3                | -2             | -2               | -           | -           | -     | - |
|                          |       | c    | 87,05      | 136         | 47,9          | -             | 118           | -                | 2,48        | 2          | 28,85                          | 10,1         | 46              | 4              | 3                | 3                 | 10,1           | 29,9             | 97304       | -           |       |   |
|                          |       | d    | 87,05      | 136         | 47,9          | -             | 124           | -                | 2,48        | 2          | 30,16                          | 11,1         | 46              | 17             | 12               | 12                | 10,9           | 32,8             | 104834      | -           |       |   |
|                          |       | e    | 87,05      | 136         | 47,9          | -             | 124           | -                | 2,48        | 2          | 30,16                          | 8            | 46              | 27             | 18               | 20                | 7,6            | 23,7             | 73228       | -           |       |   |
|                          |       | f    | 87,05      | 136         | 47,9          | -             | 108           | -                | 2,48        | 2          | 26,23                          | 10,3         | 46              | 45             | 29               | 36                | 9,0            | 30,5             | 86546       | -           |       |   |
|                          |       | g    | 87,05      | 136         | 47,9          | -             | 108           | -                | 2,48        | 2          | 26,23                          | -            | 46              | 57             | 36               | 48                | -              | -                | -           | -           |       |   |
|                          | AS 23 | a    | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 4,2             | 23             | -86              | -66               | -80            | 1,7              | -           | 22329       | -     |   |
|                          |       | b    | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 3,3             | 23             | -56              | -50               | -30            | 2,1              | -           | 28374       | -     |   |
|                          |       | c    | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | -             | -                | -           | -          | -                              | -            | 3,8             | 23             | -24              | -22               | -10            | 3,5              | -           | 46749       | -     |   |
|                          |       | d    | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 151           | -                | 1,90        | 3          | 25,19                          | -            | -               | 23             | -4               | -4                | -2             | -                | -           | -           | -     |   |
|                          |       | e    | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 185           | -                | 1,90        | 3          | 30,91                          | -            | -               | 23             | 0                | 0                 | 0              | -                | -           | -           | -     |   |

Tab. A.4: Beobachtungen am Bauwerk

| Beobachtung an Bauwerken    | Kabel                            | Fall    | $l$<br>[m] | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $a_y$<br>[mm] | $a_z$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | Beschl.<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $U$<br>[m/s] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $\beta'$<br>[°] | $\gamma_{10}$<br>[°] | $U_{1n}$<br>[m/s] | $U_{red}$<br>[-] | $Re$<br>[-] | $Sc$<br>[-] |   |
|-----------------------------|----------------------------------|---------|------------|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|-------------|------------|--------------------------------|--------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------------|-------------------|------------------|-------------|-------------|---|
| Hartman Brücke [60]         | AS 23                            | f       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 158           | -                 | 1,90        | 3          | 26,33                          | 11,1         | 23              | 6              | 6               | 2                    | 11,0              | 31,2             | 146533      | -           |   |
|                             |                                  | g       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 158           | -                 | 1,90        | 3          | 26,33                          | 11,3         | 23              | 26             | 24              | 11                   | 10,3              | 31,8             | 137184      | -           |   |
|                             |                                  | h       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 151           | -                 | 1,90        | 3          | 25,19                          | -            | 23              | 32             | 29              | 14                   | -                 | -                | -           | -           |   |
|                             |                                  | i       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 175           | -                 | 1,90        | 3          | 29,19                          | 10,4         | 23              | 21             | 19              | 9                    | 9,8               | 29,2             | 130245      | -           |   |
|                             |                                  | j       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 168           | -                 | 1,90        | 3          | 28,05                          | 10,7         | 23              | 4              | 4               | 2                    | 10,7              | 30,1             | 141616      | -           |   |
|                             |                                  | k       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 165           | -                 | 1,90        | 3          | 27,48                          | 8,4          | 23              | 20             | 18              | 8                    | 8,0               | 23,6             | 105766      | -           |   |
|                             |                                  | l       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 158           | -                 | 1,90        | 3          | 26,33                          | 7,7          | 23              | 18             | 16              | 7                    | 7,4               | 21,6             | 97922       | -           |   |
|                             |                                  | m       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 151           | -                 | 1,90        | 3          | 25,19                          | 6,3          | 23              | 12             | 11              | 5                    | 6,2               | 17,7             | 82016       | -           |   |
|                             |                                  | n       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 137           | -                 | 1,90        | 3          | 22,90                          | 7,8          | 23              | 6              | 6               | 2                    | 7,8               | 21,9             | 102969      | -           |   |
|                             |                                  | o       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | 172           | -                 | 1,90        | 3          | 28,62                          | 13,5         | 23              | 26             | 24              | 11                   | 12,4              | 38,0             | 163892      | -           |   |
|                             |                                  | p       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | -             | -                 | -           | -          | -                              | -            | 3,1             | 23             | 59              | 52                   | 33                | 1,9              | -           | 25354       | - |
|                             |                                  | q       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | -             | -                 | -           | -          | -                              | -            | 3,3             | 23             | 80              | 65                   | 66                | 1,4              | -           | 18672       | - |
|                             |                                  | r       | 182,5      | 187         | 75,9          | -             | -             | -                 | -           | -          | -                              | -            | 5,4             | 23             | 84              | 66                   | 75                | 2,2              | -           | 29161       | - |
| Tenpozan Brücke [46]        | längstes                         | a       | 183,5      | 220         | -             | -             | -             | 1200              | 0,56        | 1          | 14,9                           | 10,0         | -               | -              | -               | -                    | -                 | -                | -           | -           |   |
|                             |                                  | b       | 183,5      | 220         | -             | -             | -             | 380               | 1,12        | 2          | 18,8                           | 11,0         | -               | -              | -               | -                    | -                 | -                | -           | -           |   |
| Tsurumi Tsubasa Brücke [51] | Kabel 30<br>Kabel 21<br>Kabel 11 | a       | 231,4      | 192         | 156           | 100           | 1730          | 1733              | 0,48        | 1          | 15,7                           | 9,7          | 27              | -22,5          | -20             | -11                  | 9,1               | 105,3            | 124228      | -           |   |
|                             |                                  | a       | 112,4      | 167         | 115           | 80            | 130           | 153               | 2,04        | 2          | 21,4                           | 10,5         | 49              | 22,5           | 15              | 17                   | 10,2              | 30,8             | 120359      | -           |   |
|                             |                                  | a       | 154,3      | 190         | 149           | 60            | 170           | 180               | 1,48        | 2          | 14,7                           | 8,8          | 40              | 0              | 0               | 0                    | 8,8               | 31,3             | 118582      | -           |   |
|                             |                                  | b       | 154,3      | 190         | 149           | 20            | 50            | 54                | 2,22        | 3          | 9,7                            | 8,8          | 40              | 0              | 0               | 0                    | 8,8               | 20,9             | 118582      | -           |   |
|                             |                                  | c       | 154,3      | 190         | 149           | 70            | 210           | 221               | 1,48        | 2          | 18,2                           | 10,6         | 40              | 22,5           | 17              | 15                   | 10,1              | 37,7             | 136618      | -           |   |
|                             |                                  | d       | 154,3      | 190         | 149           | 40            | 160           | 165               | 2,22        | 3          | 31,1                           | 10,6         | 40              | 22,5           | 17              | 15                   | 10,1              | 25,1             | 136618      | -           |   |
|                             |                                  | e       | 154,3      | 190         | 149           | 20            | 50            | 54                | 2,96        | 4          | 17,3                           | 10,6         | 40              | 22,5           | 17              | 15                   | 10,1              | 18,8             | 136618      | -           |   |
|                             |                                  | f       | 154,3      | 190         | 149           | 90            | 180           | 201               | 1,48        | 2          | 15,6                           | 13,1         | 40              | 0              | 0               | 0                    | 13,1              | 46,6             | 176525      | -           |   |
|                             |                                  | g       | 154,3      | 190         | 149           | 50            | 110           | 121               | 2,22        | 3          | 21,4                           | 13,1         | 40              | 0              | 0               | 0                    | 13,1              | 31,1             | 176525      | -           |   |
|                             |                                  | h       | 154,3      | 190         | 149           | 20            | 50            | 54                | 2,96        | 4          | 17,3                           | 13,1         | 40              | 0              | 0               | 0                    | 13,1              | 23,3             | 176525      | -           |   |
|                             |                                  | i       | 154,3      | 190         | 149           | 20            | 50            | 54                | 2,22        | 3          | 9,7                            | 12,8         | 40              | 22,5           | 17              | 15                   | 12,2              | 30,3             | 164973      | -           |   |
|                             |                                  | Kabel 8 | a          | 195,5       | 192           | 157           | 20            | 40                | 45          | 1,86       | 3                              | 5,5          | 12,8            | 34             | 22,5            | 18                   | 13                | 12,1             | 35,8        | 165337      | - |
|                             |                                  |         | b          | 195,5       | 192           | 157           | 20            | 50                | 54          | 2,48       | 4                              | 12,1         | 12,8            | 34             | 22,5            | 18                   | 13                | 12,1             | 26,9        | 165337      | - |
|                             |                                  | Kabel 5 | a          | -           | 192           | 157           | 20            | 60                | 63          | -          | 3                              | -            | 12,8            | 30             | 22,5            | 19                   | 12                | 12,1             | -           | 164448      | - |
| b                           | -                                |         | 192        | 157         | 10            | 30            | 32            | -                 | 4           | -          | 12,8                           | 30           | 22,5            | 19             | 12              | 12,1                 | -                 | 164448           | -           |             |   |

Tab. A.5: Beobachtungen am Bauwerk

| Beobachtung an Bauwerken    | Kabel    | Fall | $l$<br>[m] | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $a_y$<br>[mm] | $a_z$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | Beschl.<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $U$<br>[m/s] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $\beta^*$<br>[°] | $\gamma_0$<br>[°] | $U_n$<br>[m/s] | $U_{red}$<br>[-] | $Re$<br>[-] | $Sc$<br>[-] |    |
|-----------------------------|----------|------|------------|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|-------------|------------|--------------------------------|--------------|-----------------|----------------|------------------|-------------------|----------------|------------------|-------------|-------------|----|
| Tsurumi Tsubasa Brücke [51] | Kabel 5  | c    | -          | 192         | 157           | 20            | 40            | 45                | -           | 5          | -                              | 12,8         | 30              | 22,5           | 19               | 12                | 12,1           | -                | 164448      | -           |    |
|                             | Kabel 3  | a    | -          | 192         | 157           | 20            | 50            | 54                | -           | 4          | -                              | 12,8         | 27              | 22,5           | 20               | 11                | 12,0           | -                | 163910      | -           |    |
|                             |          | b    | -          | 192         | 157           | 10            | 30            | 32                | -           | 5          | -                              | 12,8         | 27              | 22,5           | 20               | 11                | 12,0           | -                | 163910      | -           |    |
|                             |          | a    | 283,8      | 192         | 157           | 30            | 90            | 95                | 1,14        | 3          | 4,6                            | 12,8         | 27              | 22,5           | 20               | 11                | 12,0           | 58,5             | 163910      | 35          |    |
|                             | Kabel 1  | b    | 283,8      | 192         | 157           | 20            | 90            | 92                | 1,52        | 4          | 8,2                            | 12,8         | 27              | 22,5           | 20               | 11                | 12,0           | 43,9             | 163910      | 18          |    |
|                             |          | c    | 283,8      | 192         | 157           | 20            | 50            | 54                | 2,28        | 6          | 10,3                           | 12,8         | 27              | 22,5           | 20               | 11                | 12,0           | 29,2             | 163910      | 26          |    |
| Erasmusbrücke [56;59]       | Kabel 13 | a    | 250        | 200         | 58            | -             | -             | 600               | 0,79        | 2          | 14,8                           | 14           | 24              | 25             | 23               | 11                | 12,9           | 88,6             | 183185      | 15          |    |
|                             | Kabel 15 | a    | 290        | 225         | 70            | -             | -             | 675               | 0,74        | 2          | 14,6                           | 14           | 23              | 25             | 23               | 10                | 12,9           | 84,1             | 205806      | 19          |    |
|                             | Kabel 16 | a    | 300        | 225         | 70            | -             | -             | 675               | 0,76        | 2          | 15,4                           | 14           | 22,4            | 25             | 23               | 10                | 12,9           | 81,9             | 205645      | 26          |    |
| Donaustadtbrücke [69]       | Kabel 10 | a    | 145        | 225         | 104,2         | -             | 400           | -                 | 1,00        | 2          | 15,8                           | -            | 19,5            | 0              | 0                | 0                 | -              | -                | -           | 40          |    |
| Meikonishi Brücke [34]      | Kabel 3  | a    | 180        | 140         | 37            | -             | 60            | -                 | 1,81        | 4          | 7,8                            | 7,2          | 28              | 22,5           | 20               | 11                | 6,8            | 28,4             | 67285       | 21          |    |
|                             |          | a    | 80         | 140         | 37            | -             | 50            | -                 | -           | -          | -                              | 9            | 45              | 45             | 30               | 35                | 7,8            | -                | 77390       | 21          |    |
|                             | Kabel 14 | b    | 80         | 140         | 37            | -             | 160           | -                 | -           | -          | -                              | 7            | 45              | 45             | 30               | 35                | 6,1            | -                | 60192       | 21          |    |
|                             |          | c    | 80         | 140         | 37            | -             | 150           | -                 | -           | -          | -                              | 7,5          | 45              | 45             | 30               | 35                | 6,5            | -                | 64491       | 21          |    |
|                             |          | d    | 80         | 140         | 37            | -             | 70            | -                 | -           | -          | -                              | 8            | 45              | 35             | 24               | 26                | 7,3            | -                | 72606       | 21          |    |
|                             |          | e    | 80         | 140         | 37            | -             | 40            | -                 | -           | -          | -                              | 8            | 45              | 40             | 27               | 31                | 7,1            | -                | 70754       | 21          |    |
|                             |          | a    | 95         | 140         | 37            | -             | 200           | -                 | -           | -          | -                              | 13,1         | 43              | 22,5           | 16               | 16                | 12,6           | -                | 124873      | 21          |    |
|                             | Kabel 15 | b    | 95         | 140         | 37            | -             | 210           | -                 | -           | -          | -                              | 10           | 43              | 30             | 21               | 21                | 9,3            | -                | 92414       | 21          |    |
|                             |          | c    | 95         | 140         | 37            | -             | 210           | -                 | -           | -          | -                              | 8            | 43              | 33             | 23               | 24                | 7,3            | -                | 72859       | 21          |    |
|                             |          | d    | 95         | 140         | 37            | -             | 110           | -                 | -           | -          | -                              | 8            | 43              | 45             | 31               | 34                | 6,8            | -                | 67986       | 21          |    |
|                             |          | e    | 95         | 140         | 37            | -             | 240           | -                 | 1,58        | 2          | -                              | 12           | 43              | 33             | 23               | 24                | 11,0           | -                | 109289      | 21          |    |
|                             |          | a    | 115        | 140         | 37            | -             | 280           | -                 | 1,45        | 2          | -                              | 12           | 38              | 33             | 25               | 22                | 10,8           | -                | 107618      | 21          |    |
|                             | Kabel 16 | b    | 115        | 140         | 37            | -             | 90            | -                 | -           | -          | -                              | 7,5          | 38              | 34             | 26               | 23                | 6,7            | -                | 66848       | 21          |    |
|                             |          | c    | 115        | 140         | 37            | -             | 50            | -                 | -           | -          | -                              | 7,5          | 38              | 45             | 34               | 32                | 6,2            | -                | 61836       | 21          |    |
|                             |          | d    | 115        | 140         | 37            | -             | 100           | -                 | -           | -          | -                              | 8            | 38              | 34             | 26               | 23                | 7,2            | -                | 71305       | 21          |    |
|                             |          | a    | 23,8       | 130         | 106,2         | 120           | 300           | 323               | 2,80        | 1          | -                              | -            | 79              | -              | -                | -                 | -              | -                | -           | -           | 12 |
| Elbebrücke Dömitz [49;52]   | Hänger 7 | a    | 23,8       | 130         | 106,2         | 120           | 300           | 323               | 2,80        | 1          | -                              | -            | 79              | -              | -                | -                 | -              | -                | -           | -           | 12 |

Tab. A.6: Beobachtungen am Bauwerk

| Beobachtung im Modellversuch | Medium                     | Fall | Typ | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $a_y$<br>[mm] | $a_z$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | Frequenz<br>[Hz] | Beschl.<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $U$<br>[m/s] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $\beta'$<br>[°] | $\gamma_0$<br>[°] | $U_n$<br>[m/s] | $U_{red}$<br>[-] | $Re$<br>[-] | $Sc$<br>[-] |    |
|------------------------------|----------------------------|------|-----|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|------------------|--------------------------------|--------------|-----------------|----------------|-----------------|-------------------|----------------|------------------|-------------|-------------|----|
| Hikami / Shiraishi [34]      | Wasser                     | a    | A   | 140         | 25,5          | 0             | 110           | 110               | 2,00             | 17,4                           | 13           | 45              | 45             | 30              | 35                | 11,3           | 46,4             | 111785      | 15          |    |
| Ruscheweyh [62]              | Wasser                     | a    | B   | 100         | -             |               | 135           |                   | 2,40             | 30,7                           | 20           | 45              | 0              | 0               | 0                 | 20,0           | 83,3             | 141844      | 9           |    |
|                              | Wasser                     | b    | C   | 100         | -             |               | 130           |                   | 2,40             | 29,6                           | 17           | 30              | 90             | 60              | 90                | 8,5            | 70,8             | 60284       | 8           |    |
|                              | Wasser                     | c    | D   | 100         | -             |               | 130           |                   | 2,40             | 29,6                           | 27           | 30              | 90             | 60              | 90                | 13,5           | 112,5            | 95745       | 8           |    |
| Ruscheweyh [43]              | Wasser                     | d    | D   | 110         | -             |               | 22            |                   | -                | -                              | 16           | 79              | 90             | 11              | 90                | 15,7           | -                | 122529      | -           |    |
|                              | Wasser                     | e    | D   | 110         | -             |               | 19            |                   | -                | -                              | 14           | 80              | 90             | 14              | 90                | 13,8           | -                | 107561      | -           |    |
| Verwiebe[55]                 | Wasser                     | f    | B   | 100         | -             |               | -             |                   | -                | -                              | 19           | 30              | 0              | 14              | 0                 | 19,0           | -                | 134752      | -           |    |
|                              | Wasser                     | g    | B   | 100         | -             |               | -             |                   | -                | -                              | -            | 30              | 45             | 14              | 27                | -              | -                | -           | -           |    |
|                              | Wasser                     | h    | B   | 100         | -             |               | -             |                   | -                | -                              | -            | 30              | -45            | 14              | -27               | -              | -                | -           | -           |    |
| Flamand [47]                 | Wasser                     | a    | A   | 160         | 16            | 0             | 150           | 150               | 1,00             | 5,9                            | 10           | 25              | 30             | 27              | 14                | 8,9            | 62,5             | 101155      | 6           |    |
|                              | Wasser                     | b    | A   | 160         | 16            | 0             | 190           | 190               | 1,00             | 7,5                            | 11           | 25              | 40             | 36              | 20                | 8,9            | 68,8             | 101454      | 6           |    |
| Flamand [64]                 | Wasser                     | c    | A   | 160         | -             | 0             | 109           | 109               | 1,08             | 5,0                            | -            | 25              | 30             | 27              | 14                | -              | -                | -           | -           |    |
|                              | Wasser                     | d    | A   | 160         | 20            | 0             | 200           | 200               | 1,08             | 9,2                            | 11,5         | 25              | 50             | 44              | 27                | 8,3            | 66,6             | 93920       | 6           |    |
|                              | Wasser                     | e    | A   | 180         | 20            | -             | -             | -                 | 1,00             | -                              | 7            | 17              | 10             | 10              | 3                 | 6,9            | 38,9             | 88121       | 4           |    |
|                              | Wasser                     | f    | A   | 180         | 20            | -             | -             | -                 | 1,00             | -                              | 8            | 17              | 30             | 29              | 10                | 7,0            | 44,4             | 89696       | 4           |    |
|                              | Wasser                     | g    | A   | 180         | 20            | -             | -             | -                 | 1,00             | -                              | 10           | 17              | 50             | 47              | 19                | 6,8            | 55,6             | 86897       | 4           |    |
|                              | Wasser                     | h    | A   | 225         | 20            | -             | -             | -                 | 1,14             | -                              | 8            | 20              | 20             | 19              | 7                 | 7,6            | 31,2             | 120887      | 2           |    |
|                              | Wasser                     | i    | A   | 225         | 20            | -             | -             | -                 | 1,14             | -                              | 7,4          | 20              | 30             | 28              | 11                | 6,5            | 28,8             | 104239      | 2           |    |
|                              | Bosdogianni / Olivari [48] | Öl   | a   | A           | 40            | 1             | -             | -                 | 1,2              | 10,5                           | 5,2          | 13,9            | 45             | 0               | 0                 | 0              | 13,9             | 33,1        | 39433       | 23 |
|                              |                            | Öl   | b   | A           | 40            | 1             | -             | -                 | 3                | 10,5                           | 13,1         | 8,4             | 45             | 45              | 30                | 35             | 7,3              | 20,0        | 20637       | 23 |
| Honda / Yamanaka [40]        | Wasser                     | a    | B   | 155         | -             | 0             | 100           | 100               | 0,26             | 0,3                            | 8            | 20              | 49             | 45              | 21                | 5,6            | 198,5            | 62001       | 21          |    |
|                              | Wasser                     | b    | B   | 155         | -             | 0             | 100           | 100               | 0,26             | 0,3                            | 13           | 20              | 67             | 60              | 39                | 6,5            | 322,6            | 71709       | 21          |    |
| Kobayashi / Minami [44]      | Wasser                     | a    | A   | 100         | 16,3          | 0             | 150           | 150               | 1,05             | 6,5                            | 10,5         | 27              | 48,3           | 42              | 27                | 7,8            | 100,0            | 55599       | 5           |    |
| Matsumoto [36]               | Wasser                     | a    | A   | 160         | -             | -             | -             | 160               | -                | -                              | -            | 42,5            | 45             | 31              | 34                | -              | -                | <150000     | -           |    |
|                              | Wasser                     | b    | B   | 160         | -             | -             | -             | 80                | -                | -                              | -            | 42,5            | -45            | -31             | -34               | -              | -                | <150000     | -           |    |

Tab. A.7: Beobachtungen im Versuch

## ANHANG B: ZUSAMMENSTELLUNG DER ERGEBNISSE DYNAMISCHER BERECHNUNGEN

In diesem Anhang werden die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten dynamischen Berechnungen dokumentiert.

### B.1. BERECHNUNGEN AM FEDERND GELAGERTEN ZYLINDER

Im Rahmen dieser Studie wurden an Hand einer Reihe von Beispielrechnungen analytische Verfahren mit Vernachlässigung der Rinnsalschwingung verglichen. Modell war der auf Federn gelagerte Zylinder. Es wurden folgende drei Berechnungsverfahren näher untersucht.

- ◆ Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* basierend auf genäherten Luftkraftbeiwerten von *Matsumoto* in Form eines Polynoms 3. Grades. Das System hat einen Freiheitsgrad.
- ◆ Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* basierend auf den exakten Luftkraftbeiwerten nach *Matsumoto*. (System mit einem Freiheitsgrad)
- ◆ Formulierung mit 2 Freiheitsgraden (in  $y$ - und  $z$ - Richtung) unter Verwendung der exakten Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto*.

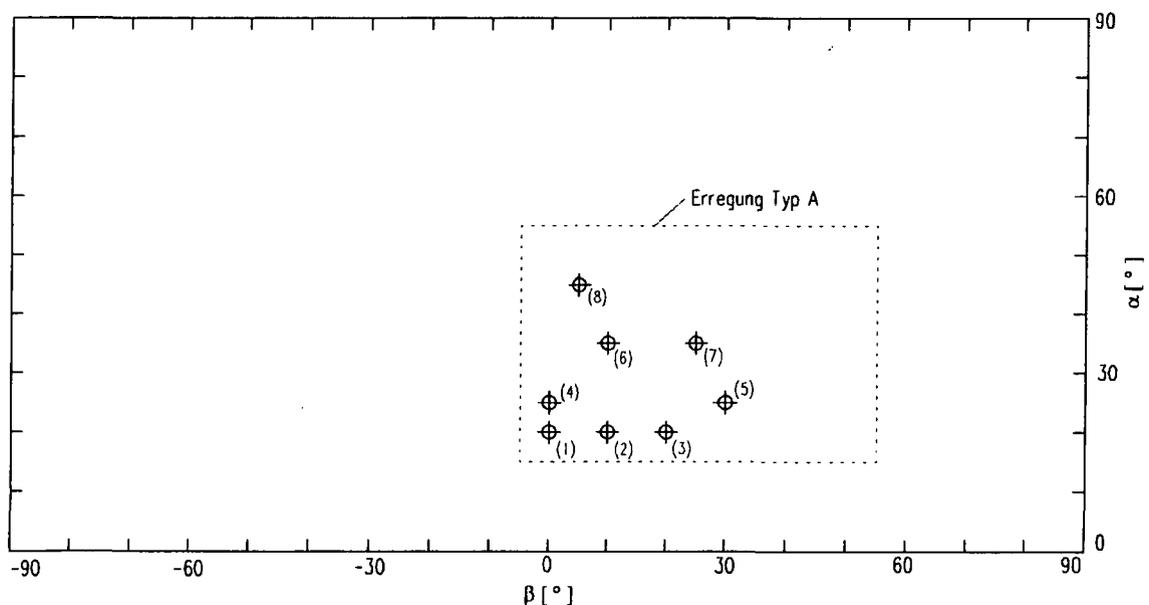


Abb. B.1: Ausgewählte Modellanordnungen innerhalb des Bereiches der Anregung vom Typ A

Das Modell wurde innerhalb des Bereiches angeordnet, wo üblicherweise Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ A auftreten. Masse und Durchmesser wurden variiert. Als Rinnsallage kommen nur  $63^\circ$ ,  $72^\circ$  und  $81^\circ$  in Frage, weil das Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* keine anderen Rinnsallagen zulässt. Der Dämpfungsgrad lag bei allen Berechnungen bei  $0,1\%$ .

Anhang B: Zusammenstellung der Ergebnisse dynamischer Berechnungen

| Nr  |                 |                |                 |             |               |             | Geurts<br>(Polyn. 3. Grades) |                   | Geurts<br>(Luftkraftb. exakt) |                   | Typ A<br>(Rinnsal ist fix) |                   |
|-----|-----------------|----------------|-----------------|-------------|---------------|-------------|------------------------------|-------------------|-------------------------------|-------------------|----------------------------|-------------------|
|     | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $\Theta$<br>[°] | $f$<br>[Hz] | $m$<br>[kg/m] | $D$<br>[cm] | $U_{krit}$<br>[m/s]          | $A_{max}$<br>[mm] | $U_{krit}$<br>[m/s]           | $A_{max}$<br>[mm] | $U_{krit}$<br>[m/s]        | $A_{max}$<br>[mm] |
| 1.1 | 20              | 0              | 72              | 1           | 10            | 14          | 1,49                         | 989               | 52,56                         | -                 | 5,21                       | 563               |
| 1.2 | 20              | 0              | 72              | 1           | 30            | 14          | 4,48                         | 797               | 157,70                        | -                 | 15,62                      | -                 |
| 1.3 | 20              | 0              | 72              | 2           | 10            | 14          | 2,99                         | 449               | 105,10                        | -                 | 10,41                      | -                 |
| 1.4 | 20              | 0              | 72              | 1           | 30            | 18          | 3,48                         | 866               | 122,60                        | -                 | 12,15                      | -                 |
| 2.1 | 20              | 10             | 63              | 1           | 10            | 14          | 1,69                         | 903               | 0,74                          | 387               | 0,59                       | 469               |
| 2.2 | 20              | 10             | 63              | 1           | 30            | 14          | 5,07                         | 695               | 2,22                          | 270               | 1,77                       | 401               |
| 2.3 | 20              | 10             | 72              | 1           | 30            | 14          | 4,88                         | 729               | 5,83                          | 46                | 4,50                       | 145               |
| 2.4 | 20              | 10             | 63              | 2           | 30            | 14          | 10,14                        | -                 | 4,43                          | 87                | 3,55                       | 128               |
| 2.5 | 20              | 10             | 72              | 2           | 10            | 14          | 3,25                         | 418               | 3,88                          | 69                | 3,00                       | 96                |
| 2.6 | 20              | 10             | 63              | 1           | 30            | 18          | 3,94                         | 772               | 1,74                          | 312               | 1,38                       | 423               |
| 3.1 | 20              | 20             | 63              | 1           | 10            | 14          | 1,59                         | 933               | stabil                        | -                 | 4,12                       | 500               |
| 3.2 | 20              | 20             | 63              | 1           | 30            | 14          | 4,77                         | 734               | stabil                        | -                 | 12,37                      | -                 |
| 3.3 | 20              | 20             | 72              | 1           | 30            | 14          | 6,04                         | 561               | 8,58                          | 27                | 5,81                       | 33                |
| 3.4 | 20              | 20             | 63              | 2           | 10            | 14          | 3,18                         | 420               | stabil                        | -                 | 8,25                       | 220               |
| 3.5 | 20              | 20             | 63              | 1           | 30            | 18          | 3,71                         | 810               | stabil                        | -                 | 9,62                       | 421               |
| 4.1 | 25              | 0              | 72              | 1           | 10            | 14          | 1,49                         | 988               | 52,56                         | -                 | 5,21                       | 563               |
| 4.2 | 25              | 0              | 72              | 1           | 30            | 14          | 4,48                         | 797               | 157,70                        | -                 | 15,62                      | -                 |
| 4.3 | 25              | 0              | 72              | 2           | 10            | 14          | 2,99                         | 449               | 105,10                        | -                 | 10,41                      | -                 |
| 4.4 | 25              | 0              | 72              | 1           | 30            | 18          | 3,48                         | 866               | 122,60                        | -                 | 12,15                      | -                 |
| 5.1 | 25              | 30             | 63              | 1           | 10            | 14          | 1,72                         | 887               | 6,17                          | 65                | 1,77                       | 126               |
| 5.2 | 25              | 30             | 63              | 1           | 30            | 14          | 5,15                         | 680               | 18,50                         | -                 | 5,32                       | 93                |
| 5.3 | 25              | 30             | 63              | 2           | 10            | 14          | 3,43                         | 395               | 12,33                         | -                 | 3,55                       | 54                |
| 5.4 | 25              | 30             | 63              | 1           | 30            | 18          | 4,01                         | 756               | 14,39                         | -                 | 4,14                       | 102               |
| 6.1 | 35              | 10             | 63              | 1           | 10            | 14          | 1,56                         | 956               | 0,82                          | 394               | 0,63                       | 503               |
| 6.2 | 35              | 10             | 63              | 1           | 30            | 14          | 4,68                         | 762               | 2,46                          | 303               | 1,88                       | 411               |
| 6.3 | 35              | 10             | 72              | 1           | 30            | 14          | 5,36                         | 663               | 7,12                          | 794               | 5,10                       | 92                |
| 6.4 | 35              | 10             | 63              | 2           | 30            | 14          | 9,37                         | 128               | 4,92                          | 778               | 3,76                       | 153               |
| 6.5 | 35              | 10             | 72              | 1           | 10            | 14          | 1,79                         | 882               | 2,37                          | 103               | 1,70                       | 120               |
| 6.6 | 35              | 10             | 63              | 1           | 30            | 18          | 3,65                         | 832               | 1,91                          | 341               | 1,46                       | 438               |
| 7.1 | 35              | 25             | 63              | 1           | 10            | 14          | 1,69                         | 925               | 8,98                          | 58                | 1,82                       | 97                |
| 7.2 | 35              | 25             | 63              | 1           | 30            | 14          | 5,05                         | 711               | 26,93                         | -                 | 5,45                       | 73                |
| 7.3 | 35              | 25             | 63              | 2           | 10            | 14          | 3,37                         | 413               | 17,95                         | -                 | 3,63                       | 42                |
| 7.4 | 35              | 25             | 63              | 1           | 30            | 18          | 3,93                         | 791               | 20,94                         | -                 | 4,24                       | 80                |
| 8.1 | 45              | 5              | 63              | 1           | 10            | 14          | 1,66                         | 917               | 0,73                          | 393               | 0,59                       | 476               |
| 8.2 | 45              | 5              | 63              | 1           | 30            | 14          | 4,99                         | 712               | 2,20                          | 276               | 1,76                       | 408               |
| 8.3 | 45              | 5              | 72              | 1           | 30            | 14          | 4,84                         | 740               | 5,80                          | 56                | 4,46                       | 146               |
| 8.4 | 45              | 5              | 63              | 2           | 30            | 14          | 9,99                         | -                 | 4,40                          | 89                | 3,51                       | 132               |
| 8.5 | 45              | 5              | 72              | 1           | 10            | 14          | 1,61                         | 943               | 1,93                          | 173               | 1,49                       | 517               |
| 8.6 | 45              | 5              | 63              | 1           | 30            | 18          | 3,88                         | 786               | 1,71                          | 319               | 1,37                       | 430               |

Tab. B.1: Federnd gelagerter Zylinder mit fixem Rinnsal

## B.2. ANWENDUNG DES VERFAHRENS VON GEURTS UND VAN STAALDUINEN

Das Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* wurde bereits zur Nachrechnung der Regen-Wind-induzierten Schwingungen der Erasmusbrücke verwendet. Für drei der Kabel konnten diese Berechnungen rekonstruiert werden. Verwendet wurden die durch ein Polynom 3. Grades genäherten Luftkraftbeiwerte von *Matsumoto*. Die technischen Daten der Kabel können den Tabellen des folgenden Kapitels entnommen werden. Folgende Tabelle enthält die Ergebnisse.

| Bauwerk       | Kabel    | Beobachtung   |               |                   |               | $\Theta$<br>[°] | Berechnung    |                   |               | Abweichung    |               |  |
|---------------|----------|---------------|---------------|-------------------|---------------|-----------------|---------------|-------------------|---------------|---------------|---------------|--|
|               |          | $a_y$<br>[mm] | $a_z$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $a_y$<br>[mm] |                 | $a_z$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | BEZUGS<br>[%] | BEZUGS<br>[%] | BEZUGS<br>[%] |  |
| Erasmusbrücke | Kabel 13 | -             | -             | 600               | 72            | 0               | 1780          | 1780              | -             | -             | 197           |  |
|               | Kabel 15 | -             | -             | 675               | 72            | 0               | 1743          | 1743              | -             | -             | 158           |  |
|               | Kabel 16 | -             | -             | 675               | 72            | 0               | 1378          | 1378              | -             | -             | 104           |  |

Tab. B.2: Nachrechnung der Schwingungen an der Erasmusbrücke mit dem Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen*

## B.3. NACHRECHNUNG DER DOKUMENTIERTEN BEOBACHTUNGEN

Zur Beurteilung des abgeleiteten Berechnungsverfahrens für eine Erregung vom Typ A wurden die im Anhang A dokumentierten Schwingungsereignisse weitestgehend nachgerechnet, d.h. wo alle erforderlichen Eingangsgrößen bekannt waren. Im Anhang A sind 88 Beobachtungen aufgelistet. Für 33 Beobachtungen konnten alle erforderlichen Angaben wie Kabellänge  $l$ , Durchmesser  $D$ , Masse pro Länge  $m$ , Seilneigung  $\alpha$ , Windanströmrichtung  $\beta$ , Windgeschwindigkeit  $U$ , Eigenform der Schwingung  $n$  und die dazugehörige Eigenfrequenz  $f$  der Literatur entnommen werden. Von den 33 Beobachtungen sind 31 dem Anregungstyp A zuzurechnen und jeweils eine dem Typ B und D.

Die Seilkraft  $S_{stat}$  läßt sich relativ einfach aus Eigenfrequenz, Kabellänge und Masse pro Länge errechnen (siehe [30]). Die Biegesteifigkeit und eine eventuelle Randeinspannung wurden wegen des geringen Einflusses vernachlässigt.

Lückenhaft sind in der Literatur die Angaben zur Dämpfung der jeweiligen Kabel. So liegen nur für 2 Kabel der Erasmusbrücke, ein Kabel der Donaustadtbrücke, ein Kabel der Tsurumi Tsubasa Brücke und einen Hänger der Elbebrücke Dömitz exakte Angaben vor (in den nachfolgenden Tabellen fett gedruckt). Bei den Kabeln der Meikonishi Brücke wird der geringste Dämpfungsgrad mit  $\zeta = 0,11$  angegeben. Dieser wurde bei den Berechnungen für alle Kabel der Brücke verwendet. Dementsprechend wurde auch die Dämpfung des Kabels 13 der Erasmusbrücke mit  $\zeta = 0,10$  angesetzt, weil in der Literatur dieser Wert als Untergrenze genannt wird. Überhaupt nicht bekannt ist die Dämpfung bei den Kabeln der Hartman Brücke. Dort wurde in der Berechnung ein Dämpfungsgrad von  $\zeta = 0,03$  verwendet, was der Untergrenze aller in der Literatur genannten Dämpfungsgrade von Schrägseilen entspricht (vergl. Kapitel 3.7.2). Ebenso musste bei einigen Kabeln der Tsurumi Tsubasa Brücke vorgegangen werden.

| Tabelle B.3            |          |          | Luftkraftbeiwerte: Matsumoto |        |          |                        |       |       |        |       |       |         | Rinnselschwingung: fixer Rinnsal |                     |                       |                |                     |                     |                     |                       |     |                    | Abweichung v. Beobachtung |                    |   |
|------------------------|----------|----------|------------------------------|--------|----------|------------------------|-------|-------|--------|-------|-------|---------|----------------------------------|---------------------|-----------------------|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|-----|--------------------|---------------------------|--------------------|---|
| Bauwerk                | Kabel    | Fall     | l [m]                        | D [mm] | m [kg/m] | S <sub>stat</sub> [kN] | α [°] | β [°] | f [Hz] | n [-] | ζ [%] | U [m/s] | Beobachtung                      |                     |                       | Berechnung     |                     |                     |                     |                       |     | a <sub>1</sub> [%] | a <sub>2</sub> [%]        | a <sub>3</sub> [%] |   |
|                        |          |          |                              |        |          |                        |       |       |        |       |       |         | a <sub>1</sub> [mm]              | a <sub>2</sub> [mm] | a <sub>ges</sub> [mm] | ⊙ [°]          | 2a <sub>r</sub> [°] | a <sub>r</sub> [mm] | a <sub>z</sub> [mm] | a <sub>ges</sub> [mm] |     |                    |                           |                    |   |
| Hartman Brücke         | AS 16    | c        | 87,05                        | 136    | 47,9     | 2241                   | 46    | 4     | 2,48   | 2     | 0,03  | 10,1    | -                                | 118                 | -                     | 65             | 0,0                 | 67                  | 190                 | 201                   | -   | 61                 | -                         |                    |   |
|                        |          | d        | 87,05                        | 136    | 47,9     | 2241                   | 46    | 17    | 2,48   | 2     | 0,03  | 11,1    | -                                | 124                 | -                     | 56             | 0,0                 | 107                 | 198                 | 225                   | -   | 60                 | -                         |                    |   |
|                        |          | e        | 87,05                        | 136    | 47,9     | 2241                   | 46    | 27    | 2,48   | 2     | 0,03  | 8,0     | -                                | 124                 | -                     | 49             | 0,0                 | 83                  | 108                 | 136                   | -   | -13                | -                         |                    |   |
|                        |          | f        | 87,05                        | 136    | 47,9     | 2241                   | 46    | 45    | 2,48   | 2     | 0,03  | 10,3    | -                                | 108                 | -                     | 32             | 0,0                 | 136                 | 105                 | 171                   | -   | -3                 | -                         |                    |   |
| Hartman Brücke         | AS 23    | f        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 6     | 1,90   | 3     | 0,03  | 11,1    | -                                | 158                 | -                     | 67             | 0,0                 | 96                  | 301                 | 315                   | -   | 90                 | -                         |                    |   |
|                        |          | g        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 26    | 1,90   | 3     | 0,03  | 11,3    | -                                | 158                 | -                     | 58             | 0,0                 | 127                 | 256                 | 285                   | -   | 62                 | -                         |                    |   |
|                        |          | i        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 21    | 1,90   | 3     | 0,03  | 10,4    | -                                | 175                 | -                     | 60             | 0,0                 | 111                 | 242                 | 266                   | -   | 38                 | -                         |                    |   |
|                        |          | j        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 4     | 1,90   | 3     | 0,03  | 10,7    | -                                | 168                 | -                     | 67             | 0,0                 | 89                  | 283                 | 297                   | -   | 68                 | -                         |                    |   |
|                        |          | k        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 20    | 1,90   | 3     | 0,03  | 8,4     | -                                | 165                 | -                     | 60             | 0,0                 | 84                  | 182                 | 200                   | -   | 10                 | -                         |                    |   |
|                        |          | l        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 18    | 1,90   | 3     | 0,03  | 7,7     | -                                | 158                 | -                     | 61             | 0,0                 | 74                  | 165                 | 180                   | -   | 4                  | -                         |                    |   |
|                        |          | m        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 12    | 1,90   | 3     | 0,03  | 6,3     | -                                | 151                 | -                     | 64             | 0,0                 | 52                  | 129                 | 139                   | -   | -15                | -                         |                    |   |
|                        |          | n        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 6     | 1,90   | 3     | 0,03  | 7,8     | -                                | 137                 | -                     | 66             | 0,0                 | 64                  | 183                 | 194                   | -   | 33                 | -                         |                    |   |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kabel 30 | o        | 182,5                        | 187    | 75,9     | 4066                   | 23    | 26    | 1,90   | 3     | 0,03  | 13,5    | -                                | 172                 | -                     | 59             | 0,0                 | 154                 | 333                 | 367                   | -   | 94                 | -                         |                    |   |
|                        |          | a        | 231,4                        | 192    | 156      | 7698                   | 27    | -23   | 0,48   | 1     | 0,03  | 9,7     | 100                              | 1730                | 1733                  | Anregung Typ B |                     |                     |                     |                       |     | -                  | -                         | -                  |   |
|                        | Kabel 21 | a        | 112,4                        | 167    | 115      | 6046                   | 49    | 23    | 2,04   | 2     | 0,03  | 10,5    | 80                               | 130                 | 153                   | 50             | 0,0                 | 113                 | 162                 | 197                   | 41  | 24                 | 29                        |                    |   |
|                        |          | a        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 0     | 1,48   | 2     | 0,03  | 8,8     | 60                               | 170                 | 180                   | 69             | 0,0                 | 75                  | 235                 | 246                   | 24  | 38                 | 36                        |                    |   |
|                        |          | b        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 0     | 2,22   | 3     | 0,03  | 8,8     | 20                               | 50                  | 54                    | 69             | 0,0                 | 35                  | 100                 | 105                   | 73  | 99                 | 96                        |                    |   |
|                        |          | c        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 23    | 1,48   | 2     | 0,03  | 10,6    | 70                               | 210                 | 221                   | 53             | 0,0                 | 163                 | 259                 | 306                   | 133 | 23                 | 38                        |                    |   |
|                        |          | d        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 23    | 2,22   | 3     | 0,03  | 10,6    | 40                               | 160                 | 165                   | 54             | 0,0                 | 86                  | 129                 | 155                   | 115 | -20                | -6                        |                    |   |
|                        |          | e        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 23    | 2,96   | 4     | 0,03  | 10,6    | 20                               | 50                  | 54                    | 52             | 0,0                 | 39                  | 61                  | 72                    | 95  | 21                 | 34                        |                    |   |
|                        |          | f        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 0     | 1,48   | 2     | 0,03  | 13,1    | 90                               | 180                 | 201                   | 68             | 0,0                 | 124                 | 420                 | 437                   | 37  | 133                | 117                       |                    |   |
|                        |          | g        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 0     | 2,22   | 3     | 0,03  | 13,1    | 50                               | 110                 | 121                   | 69             | 0,0                 | 74                  | 232                 | 243                   | 47  | 110                | 101                       |                    |   |
|                        |          | h        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 0     | 2,96   | 4     | 0,03  | 13,1    | 20                               | 50                  | 54                    | 69             | 0,0                 | 46                  | 136                 | 143                   | 128 | 172                | 166                       |                    |   |
|                        |          | i        | 154,3                        | 190    | 149      | 7770                   | 40    | 23    | 2,22   | 3     | 0,03  | 12,8    | 20                               | 50                  | 54                    | 54             | 0,0                 | 119                 | 181                 | 216                   | 493 | 262                | 302                       |                    |   |
|                        |          | Kabel 8  | a                            | 195,5  | 192      | 157                    | 9226  | 34    | 23     | 1,86  | 3     | 0,03    | 12,8                             | 20                  | 40                    | 45             | 55                  | 0,0                 | 141                 | 239                   | 277 | 605                | 496                       | 520                |   |
| b                      | 195,5    |          | 192                          | 157    | 9226     | 34                     | 23    | 2,48  | 4      | 0,03  | 12,8  | 20      | 50                               | 54                  | 56                    | 0,0            | 90                  | 144                 | 169                 | 348                   | 187 | 214                |                           |                    |   |
| Kabel 1                | a        | 283,8    | 192                          | 157    | 7304     | 27                     | 23    | 1,14  | 3      | 0,08  | 12,8  | 30      | 90                               | 95                  | 57                    | 0,0            | 127                 | 230                 | 262                 | 323                   | 155 | 176                |                           |                    |   |
|                        | b        | 283,8    | 192                          | 157    | 7304     | 27                     | 23    | 1,52  | 4      | 0,04  | 12,8  | 20      | 90                               | 92                  | 57                    | 0,0            | 148                 | 276                 | 313                 | 640                   | 207 | 240                |                           |                    |   |
| Erasmusbrücke          | Kabel 13 | c        | 283,8                        | 192    | 157      | 7304                   | 27    | 23    | 2,28   | 6     | 0,06  | 12,8    | 20                               | 50                  | 54                    | 57             | 0,0                 | 38                  | 66                  | 76                    | 90  | 32                 | 41                        |                    |   |
|                        |          | a        | 250                          | 200    | 58       | 2262                   | 24    | 25    | 0,79   | 2     | 0,10  | 14,0    | -                                | -                   | 600                   | 59             | 0,0                 | 390                 | 854                 | 938                   | -   | -                  | 56                        |                    |   |
|                        |          | a        | 290                          | 225    | 70       | 3224                   | 23    | 25    | 0,74   | 2     | 0,13  | 14,0    | -                                | -                   | 675                   | 59             | 0,0                 | 398                 | 828                 | 919                   | -   | -                  | 36                        |                    |   |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 16 | a        | 300                          | 225    | 70       | 3639                   | 22    | 25    | 0,76   | 2     | 0,18  | 14,0    | -                                | -                   | 675                   | 59             | 0,0                 | 353                 | 691                 | 775                   | -   | -                  | 15                        |                    |   |
|                        |          | a        | 180                          | 140    | 37       | 982                    | 28    | 23    | 1,81   | 4     | 0,11  | 7,2     | -                                | 60                  | -                     | 56             | 0,0                 | 33                  | 59                  | 67                    | -   | -2                 | -                         |                    |   |
|                        |          | e        | 95                           | 140    | 37       | 829                    | 43    | 33    | 1,58   | 2     | 0,11  | 12,0    | -                                | 240                 | -                     | 45             | 0,0                 | 186                 | 210                 | 280                   | -   | -13                | -                         |                    |   |
| Elbebrücke Dömitz      | Kabel 16 | a        | 115                          | 140    | 37       | 1034                   | 38    | 33    | 1,45   | 2     | 0,11  | 12,0    | -                                | 280                 | -                     | 47             | 0,0                 | 197                 | 242                 | 312                   | -   | -14                | -                         |                    |   |
|                        |          | Hänger 7 | a                            | 23,84  | 130      | 106                    | 1893  | 79    | -      | 2,80  | 1     | 0,02    | -                                | 120                 | 300                   | 323            | Anregung Typ D      |                     |                     |                       |     |                    | -                         | -                  | - |

| Tabelle B.4            |          | Luftkraftbeiwerte: Matsumoto |             |             |               |                   |                 |                |             |            |                |              | Rinnsalschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\chi_a = 0,1$ und $\theta = 30^\circ$ |               |                   |                 |               |               |               |                   |                     |                     | Abweichung<br>d. Beobachtung |     |  |
|------------------------|----------|------------------------------|-------------|-------------|---------------|-------------------|-----------------|----------------|-------------|------------|----------------|--------------|---|---------------|-------------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|-----|--|
| Bauwerk                | Kabel    | Fall                         | Beobachtung |             |               |                   |                 |                |             |            |                |              | Berechnung  |               |                   |                 |               |               | Abweichung    |                   |                     |                     |                              |     |  |
|                        |          |                              | $l$<br>[m]  | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $S_{air}$<br>[kN] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | $\zeta$<br>[%] | $U$<br>[m/s] | $a_x$<br>[mm]   | $a_y$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $\Theta$<br>[°] | $2a_x$<br>[°] | $a_x$<br>[mm] | $a_y$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $\Delta a_x$<br>[%] | $\Delta a_y$<br>[%] | $\Delta a_{ges}$<br>[%]      |     |  |
| Hartman Brücke         | AS 16    | c                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 4              | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,1         | -   | 118           | -                 | 65              | 3,3           | 68            | 191           | 202               | -                   | 61                  | -                            |     |  |
|                        |          | d                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 17             | 2,48        | 2          | 0,03           | 11,1         | -   | 124           | -                 | 56              | 3,8           | 108           | 199           | 226               | -                   | 60                  | -                            |     |  |
| Hartman Brücke         | AS 23    | e                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 27             | 2,48        | 2          | 0,03           | 8,0          | -   | 124           | -                 | 49              | 1,4           | 84            | 109           | 138               | -                   | -12                 | -                            |     |  |
|                        |          | f                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 45             | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,3         | -   | 108           | -                 | 32              | 2,7           | 137           | 104           | 172               | -                   | -3                  | -                            |     |  |
|                        |          | f                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,1         | -   | 158           | -                 | 67              | 4,3           | 96            | 304           | 318               | -                   | 92                  | -                            |     |  |
|                        |          | g                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,3         | -   | 158           | -                 | 58              | 3,6           | 128           | 258           | 287               | -                   | 63                  | -                            |     |  |
|                        |          | i                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 21             | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,4         | -   | 175           | -                 | 60              | 3,2           | 111           | 243           | 267               | -                   | 38                  | -                            |     |  |
|                        |          | j                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 4              | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,7         | -   | 168           | -                 | 67              | 3,9           | 90            | 285           | 298               | -                   | 69                  | -                            |     |  |
|                        |          | k                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 20             | 1,90        | 3          | 0,03           | 8,4          | -   | 165           | -                 | 60              | 2,1           | 86            | 182           | 201               | -                   | 10                  | -                            |     |  |
|                        |          | l                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 18             | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,7          | -   | 158           | -                 | 61              | 1,8           | 75            | 165           | 181               | -                   | 4                   | -                            |     |  |
|                        |          | m                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 12             | 1,90        | 3          | 0,03           | 6,3          | -   | 151           | -                 | 64              | 1,1           | 54            | 130           | 140               | -                   | -14                 | -                            |     |  |
|                        |          | n                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,8          | -   | 137           | -                 | 66              | 1,9           | 65            | 183           | 194               | -                   | 33                  | -                            |     |  |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kabel 30 | o                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 13,5         | -   | 172           | -                 | 59              | 5,4           | 336           | 369           | -                 | 95                  | -                   |                              |     |  |
|                        |          | a                            | 231,4       | 192         | 156           | 7698              | 27              | -23            | 0,48        | 1          | 0,03           | 9,7          | 100   | 1730          | 1733              | Anregung Typ B  |               |               |               |                   |                     | -                   | -                            | -   |  |
|                        |          | a                            | 112,4       | 167         | 115           | 6046              | 49              | 23             | 2,04        | 2          | 0,03           | 10,5         | 80  | 130           | 153               | 50              | 2,3           | 118           | 166           | 204               | 48                  | 28                  | 33                           |     |  |
|                        | Kabel 21 | a                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 8,8          | 60  | 170           | 180               | 69              | 1,6           | 78            | 239           | 251               | 29                  | 41                  | 39                           |     |  |
|                        |          | b                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 8,8          | 20  | 50            | 54                | 69              | 0,5           | 37            | 106           | 112               | 83                  | 111                 | 107                          |     |  |
|                        |          | c                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 1,48        | 2          | 0,03           | 10,6         | 70  | 210           | 221               | 53              | 2,8           | 168           | 261           | 310               | 140                 | 24                  | 40                           |     |  |
|                        |          | d                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 10,6         | 40  | 160           | 165               | 54              | 0,7           | 89            | 131           | 158               | 121                 | -18                 | -4                           |     |  |
|                        |          | e                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,96        | 4          | 0,03           | 10,6         | 20  | 50            | 54                | 52              | 0,8           | 42            | 64            | 76                | 108                 | 27                  | 41                           |     |  |
|                        |          | f                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 13,1         | 90  | 180           | 201               | 68              | 5,1           | 128           | 422           | 440               | 42                  | 134                 | 119                          |     |  |
|                        |          | g                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 13,1         | 50  | 110           | 121               | 69              | 1,6           | 77            | 236           | 248               | 53                  | 114                 | 105                          |     |  |
|                        |          | h                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,96        | 4          | 0,03           | 13,1         | 20  | 50            | 54                | 69              | 0,7           | 48            | 140           | 148               | 138                 | 180                 | 175                          |     |  |
|                        |          | i                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 12,8         | 20  | 50            | 54                | 54              | 1,2           | 122           | 184           | 220               | 508                 | 267                 | 309                          |     |  |
|                        |          | Kabel 8                      | a           | 195,5       | 192           | 157               | 9226            | 34             | 23          | 1,86       | 3              | 0,03         | 12,8  | 20            | 40                | 45              | 55            | 2,3           | 147           | 243               | 283                 | 633                 | 506                          | 534 |  |
|                        |          |                              | b           | 195,5       | 192           | 157               | 9226            | 34             | 23          | 2,48       | 4              | 0,03         | 12,8  | 20            | 50                | 54              | 56            | 0,7           | 92            | 146               | 172                 | 358                 | 192                          | 220 |  |
|                        |          |                              | a           | 283,8       | 192           | 157               | 7304            | 27             | 23          | 1,14       | 3              | 0,08         | 12,8  | 30            | 90                | 95              | 57            | 2,3           | 151           | 266               | 305                 | 403                 | 195                          | 222 |  |
| Kabel 1                | b        | 283,8                        | 192         | 157         | 7304          | 27                | 23              | 1,52           | 4           | 0,04       | 12,8           | 20           | 90  | 92            | 57                | 2,9             | 156           | 284           | 324           | 680               | 215                 | 251                 |                              |     |  |
|                        | c        | 283,8                        | 192         | 157         | 7304          | 27                | 23              | 2,28           | 6           | 0,06       | 12,8           | 20           | 50  | 54            | 57                | 0,5             | 40            | 69            | 80            | 100               | 38                  | 48                  |                              |     |  |
|                        | a        | 250                          | 200         | 58          | 2262          | 24                | 25              | 0,79           | 2           | 0,10       | 14,0           | -            | -   | 600           | 59                | 11,8            | 388           | 833           | 919           | -                 | -                   | 53                  |                              |     |  |
| Erasmusbrücke          | Kabel 15 | a                            | 290         | 225         | 70            | 3224              | 23              | 25             | 0,74        | 2          | 0,13           | 14,0         | -   | -             | 675               | 59              | 10,0          | 396           | 833           | 922               | -                   | -                   | 37                           |     |  |
|                        | Kabel 16 | a                            | 300         | 225         | 70            | 3639              | 22              | 25             | 0,76        | 2          | 0,18           | 14,0         | -   | -             | 675               | 59              | 6,0           | 362           | 710           | 797               | -                   | -                   | 18                           |     |  |
|                        | Kabel 3  | a                            | 180         | 140         | 37            | 982               | 28              | 23             | 1,81        | 4          | 0,11           | 7,2          | -   | 60            | -                 | 56              | 1,0           | 36            | 63            | 72                | -                   | 5                   | -                            |     |  |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 15 | e                            | 95          | 140         | 37            | 829               | 43              | 33             | 1,58        | 2          | 0,11           | 12,0         | -   | 240           | -                 | 45              | 2,6           | 195           | 216           | 291               | -                   | -10                 | -                            |     |  |
|                        | Kabel 16 | a                            | 115         | 140         | 37            | 1034              | 38              | 33             | 1,45        | 2          | 0,11           | 12,0         | -   | 280           | -                 | 47              | 3,1           | 207           | 248           | 323               | -                   | -11                 | -                            |     |  |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7 | a                            | 23,84       | 130         | 106           | 1893              | 79              | -              | 2,80        | 1          | 0,02           | -            | 120   | 300           | 323               | Anregung Typ D  |               |               |               |                   |                     | -                   | -                            | -   |  |

| Tabelle B.5            |                      | Luftkraftbelwerte: Matsumoto |          |           |             |                           |                 |                |           |      |                |            | Rinnsalschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\chi_a = 0.2$ und $\theta = 30^\circ$ |                        |                          |                 |                        |                        |                        |                          | Abweichung       |                  |                  |                |   |   |
|------------------------|----------------------|------------------------------|----------|-----------|-------------|---------------------------|-----------------|----------------|-----------|------|----------------|------------|---|------------------------|--------------------------|-----------------|------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|------------------|------------------|------------------|----------------|---|---|
| Bauwerk                | Kabel                | Fall                         | l<br>[m] | D<br>[mm] | m<br>[kg/m] | S <sub>stat</sub><br>[kN] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | f<br>[Hz] | n    | $\zeta$<br>[%] | U<br>[m/s] | Beobachtung   |                        |                          | Berechnung      |                        |                        |                        |                          |                  |                  |                  | d. Beobachtung |   |   |
|                        |                      |                              |          |           |             |                           |                 |                |           |      |                |            | a <sub>y</sub><br>[mm]  | a <sub>z</sub><br>[mm] | a <sub>ges</sub><br>[mm] | $\Theta$<br>[°] | 2a <sub>z</sub><br>[°] | a <sub>y</sub><br>[mm] | a <sub>z</sub><br>[mm] | a <sub>ges</sub><br>[mm] | $\Delta$<br>[mm] | $\Delta$<br>[mm] | $\Delta$<br>[mm] |                |   |   |
| Hartman Brücke         | AS 16                | c                            | 87,05    | 136       | 47,9        | 2241                      | 46              | 4              | 2,48      | 2    | 0,03           | 10,1       | -   | 118                    | -                        | 65              | 3,4                    | 69                     | 191                    | 202                      | -                | 61               | -                |                |   |   |
|                        |                      | d                            | 87,05    | 136       | 47,9        | 2241                      | 46              | 17             | 2,48      | 2    | 0,03           | 11,1       | -   | 124                    | -                        | 56              | 8,2                    | 108                    | 199                    | 226                      | -                | 61               | -                |                |   |   |
| Hartman Brücke         | AS 23                | e                            | 87,05    | 136       | 47,9        | 2241                      | 46              | 27             | 2,48      | 2    | 0,03           | 8,0        | -   | 124                    | -                        | 49              | 2,8                    | 86                     | 111                    | 140                      | -                | -11              | -                |                |   |   |
|                        |                      | f                            | 87,05    | 136       | 47,9        | 2241                      | 46              | 45             | 2,48      | 2    | 0,03           | 10,3       | -   | 108                    | -                        | 32              | 5,2                    | 138                    | 104                    | 173                      | -                | -4               | -                |                |   |   |
|                        |                      | f                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 6              | 1,90      | 3    | 0,03           | 11,1       | -   | 158                    | -                        | 67              | 8,9                    | 96                     | 303                    | 317                      | -                | 92               | -                |                |   |   |
|                        |                      | g                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 26             | 1,90      | 3    | 0,03           | 11,3       | -   | 158                    | -                        | 58              | 7,9                    | 127                    | 258                    | 288                      | -                | 63               | -                |                |   |   |
|                        |                      | i                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 21             | 1,90      | 3    | 0,03           | 10,4       | -   | 175                    | -                        | 60              | 6,9                    | 111                    | 244                    | 268                      | -                | 39               | -                |                |   |   |
|                        |                      | j                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 4              | 1,90      | 3    | 0,03           | 10,7       | -   | 168                    | -                        | 67              | 8,4                    | 90                     | 285                    | 298                      | -                | 69               | -                |                |   |   |
|                        |                      | k                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 20             | 1,90      | 3    | 0,03           | 8,4        | -   | 165                    | -                        | 60              | 4,1                    | 87                     | 181                    | 201                      | -                | 10               | -                |                |   |   |
|                        |                      | l                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 18             | 1,90      | 3    | 0,03           | 7,7        | -   | 158                    | -                        | 61              | 3,4                    | 76                     | 165                    | 181                      | -                | 4                | -                |                |   |   |
|                        |                      | m                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 12             | 1,90      | 3    | 0,03           | 6,3        | -   | 151                    | -                        | 64              | 2,0                    | 55                     | 130                    | 141                      | -                | -14              | -                |                |   |   |
|                        |                      | n                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 6              | 1,90      | 3    | 0,03           | 7,8        | -   | 137                    | -                        | 66              | 3,7                    | 66                     | 183                    | 194                      | -                | 33               | -                |                |   |   |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kabel 30             | o                            | 182,5    | 187       | 75,9        | 4066                      | 23              | 26             | 1,90      | 3    | 0,03           | 13,5       | -   | 172                    | -                        | 59              | 10,2                   | 154                    | 331                    | 365                      | -                | 93               | -                |                |   |   |
|                        |                      | a                            | 231,4    | 192       | 156         | 7698                      | 27              | -23            | 0,48      | 1    | 0,03           | 9,7        | 100   | 1730                   | 1733                     | Anregung Typ B  |                        |                        |                        |                          |                  |                  |                  | -              | - | - |
|                        | Kabel 21<br>Kabel 11 | a                            | 112,4    | 167       | 115         | 6046                      | 49              | 23             | 2,04      | 2    | 0,03           | 10,5       | 80  | 130                    | 153                      | 50              | 4,1                    | 122                    | 167                    | 207                      | 53               | 28               | 35               |                |   |   |
|                        |                      | a                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 0              | 1,48      | 2    | 0,03           | 8,8        | 60  | 170                    | 180                      | 69              | 3,1                    | 80                     | 243                    | 255                      | 33               | 43               | 42               |                |   |   |
|                        |                      | b                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 0              | 2,22      | 3    | 0,03           | 8,8        | 20  | 50                     | 54                       | 69              | 1,0                    | 39                     | 112                    | 119                      | 95               | 124              | 120              |                |   |   |
|                        |                      | c                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 23             | 1,48      | 2    | 0,03           | 10,6       | 70  | 210                    | 221                      | 53              | 5,4                    | 171                    | 262                    | 312                      | 144              | 25               | 41               |                |   |   |
|                        |                      | d                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 23             | 2,22      | 3    | 0,03           | 10,6       | 40  | 160                    | 165                      | 54              | 1,3                    | 90                     | 133                    | 161                      | 125              | -17              | -3               |                |   |   |
|                        |                      | e                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 23             | 2,96      | 4    | 0,03           | 10,6       | 20  | 50                     | 54                       | 52              | 1,5                    | 44                     | 67                     | 79                       | 118              | 33               | 48               |                |   |   |
|                        |                      | f                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 0              | 1,48      | 2    | 0,03           | 13,1       | 90  | 180                    | 201                      | 68              | 10,9                   | 130                    | 419                    | 439                      | 44               | 133              | 118              |                |   |   |
|                        |                      | g                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 0              | 2,22      | 3    | 0,03           | 13,1       | 50  | 110                    | 121                      | 69              | 2,9                    | 79                     | 239                    | 251                      | 58               | 117              | 108              |                |   |   |
|                        |                      | h                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 0              | 2,96      | 4    | 0,03           | 13,1       | 20  | 50                     | 54                       | 69              | 1,4                    | 49                     | 143                    | 151                      | 145              | 186              | 181              |                |   |   |
|                        |                      | i                            | 154,3    | 190       | 149         | 7770                      | 40              | 23             | 2,22      | 3    | 0,03           | 12,8       | 20  | 50                     | 54                       | 54              | 2,2                    | 124                    | 186                    | 223                      | 520              | 271              | 314              |                |   |   |
|                        |                      | Kabel 8                      | a        | 195,5     | 192         | 157                       | 9226            | 34             | 23        | 1,86 | 3              | 0,03       | 12,8  | 20                     | 40                       | 45              | 55                     | 4,3                    | 150                    | 243                      | 285              | 648              | 508              | 538            |   |   |
|                        |                      |                              | b        | 195,5     | 192         | 157                       | 9226            | 34             | 23        | 2,48 | 4              | 0,03       | 12,8  | 20                     | 50                       | 54              | 56                     | 1,3                    | 94                     | 148                      | 175              | 368              | 196              | 225            |   |   |
|                        |                      |                              | a        | 283,8     | 192         | 157                       | 7304            | 27             | 23        | 1,14 | 3              | 0,08       | 12,8  | 30                     | 90                       | 95              | 57                     | 4,3                    | 172                    | 295                      | 341              | 472              | 227              | 259            |   |   |
| Kabel 1                | b                    | 283,8                        | 192      | 157       | 7304        | 27                        | 23              | 1,52           | 4         | 0,04 | 12,8           | 20         | 90  | 92                     | 57                       | 5,2             | 162                    | 286                    | 329                    | 710                      | 218              | 257              |                  |                |   |   |
|                        | c                    | 283,8                        | 192      | 157       | 7304        | 27                        | 23              | 2,28           | 6         | 0,06 | 12,8           | 20         | 50  | 54                     | 57                       | 0,9             | 43                     | 72                     | 84                     | 113                      | 44               | 55               |                  |                |   |   |
|                        | a                    | 250                          | 200      | 58        | 2262        | 24                        | 25              | 0,79           | 2         | 0,10 | 14,0           | -          | -   | 600                    | 59                       | Kein Ergebnis   |                        |                        |                        |                          |                  |                  |                  | -              | - | - |
| Erasmusbrücke          | Kabel 13             | a                            | 290      | 225       | 70          | 3224                      | 23              | 25             | 0,74      | 2    | 0,13           | 14,0       | -   | -                      | 675                      | 59              | 17,6                   | 394                    | 803                    | 894                      | -                | -                | 32               |                |   |   |
|                        | Kabel 15             | a                            | 300      | 225       | 70          | 3639                      | 22              | 25             | 0,76      | 2    | 0,18           | 14,0       | -   | -                      | 675                      | 59              | 13,9                   | 360                    | 709                    | 795                      | -                | -                | 18               |                |   |   |
|                        | Kabel 16             | a                            | 180      | 140       | 37          | 982                       | 28              | 23             | 1,81      | 4    | 0,11           | 7,2        | -   | 60                     | -                        | 56              | 1,9                    | 39                     | 67                     | 77                       | -                | 12               | -                |                |   |   |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 3              | e                            | 95       | 140       | 37          | 829                       | 43              | 33             | 1,58      | 2    | 0,11           | 12,0       | -   | 240                    | -                        | 45              | 4,9                    | 200                    | 220                    | 297                      | -                | -9               | -                |                |   |   |
|                        | Kabel 15             | a                            | 115      | 140       | 37          | 1034                      | 38              | 33             | 1,45      | 2    | 0,11           | 12,0       | -   | 280                    | -                        | 47              | 6,4                    | 211                    | 252                    | 328                      | -                | -10              | -                |                |   |   |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7             | a                            | 23,84    | 130       | 106         | 1893                      | 79              | -              | 2,80      | 1    | 0,02           | -          | 120   | 300                    | 323                      | Anregung Typ D  |                        |                        |                        |                          |                  |                  |                  | -              | - | - |

| Tabelle B.6            |                                  | Luftkraftbelwerte: Matsumoto |             |        |          |                 |              |             |        |      |             |         |            |            |                |                |               |     | Rinnsalschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\lambda_a = 0,2$ und $\theta = 40^\circ$ |     |               |               |               | Abweichung d. Beobachtung |  |
|------------------------|----------------------------------|------------------------------|-------------|--------|----------|-----------------|--------------|-------------|--------|------|-------------|---------|------------|------------|----------------|----------------|---------------|-----|--|-----|---------------|---------------|---------------|---------------------------|--|
| Bauwerk                | Kabel                            | Fall                         | Beobachtung |        |          |                 |              |             |        |      |             |         | Berechnung |            |                |                |               | A   | B  | C   |               |               |               |                           |  |
|                        |                                  |                              | l [m]       | D [mm] | m [kg/m] | $S_{stat}$ [kN] | $\alpha$ [°] | $\beta$ [°] | f [Hz] | n    | $\zeta$ [%] | U [m/s] | $a_1$ [mm] | $a_2$ [mm] | $a_{ges}$ [mm] | $\Theta$ [°]   | $2a_1$ [°]    |     |  |     | $a_{1c}$ [mm] | $a_{1s}$ [mm] | $a_{1g}$ [mm] |                           |  |
| Hartman Brücke         | AS 16                            | c                            | 87,05       | 136    | 47,9     | 2241            | 46           | 4           | 2,48   | 2    | 0,03        | 10,1    | -          | 118        | -              | 65             | 6,6           | 69  | 191  | 203 | -             | 61            | -             |                           |  |
|                        |                                  | d                            | 87,05       | 136    | 47,9     | 2241            | 46           | 17          | 2,48   | 2    | 0,03        | 11,1    | -          | 124        | -              | 56             | 8,1           | 108 | 200  | 227 | -             | 61            | -             |                           |  |
|                        |                                  | e                            | 87,05       | 136    | 47,9     | 2241            | 46           | 27          | 2,48   | 2    | 0,03        | 8,0     | -          | 124        | -              | 49             | 2,8           | 86  | 111  | 140 | -             | -11           | -             |                           |  |
| Hartman Brücke         | AS 23                            | f                            | 87,05       | 136    | 47,9     | 2241            | 46           | 45          | 2,48   | 2    | 0,03        | 10,3    | -          | 108        | -              | 32             | 5,1           | 139 | 104  | 173 | -             | -3            | -             |                           |  |
|                        |                                  | f                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 6           | 1,90   | 3    | 0,03        | 11,1    | -          | 158        | -              | 67             | 8,7           | 96  | 303  | 318 | -             | 92            | -             |                           |  |
|                        |                                  | g                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 26          | 1,90   | 3    | 0,03        | 11,3    | -          | 158        | -              | 58             | 7,8           | 127 | 259  | 288 | -             | 64            | -             |                           |  |
|                        |                                  | i                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 21          | 1,90   | 3    | 0,03        | 10,4    | -          | 175        | -              | 60             | 6,9           | 111 | 244  | 268 | -             | 39            | -             |                           |  |
|                        |                                  | j                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 4           | 1,90   | 3    | 0,03        | 10,7    | -          | 168        | -              | 67             | 8,3           | 90  | 285  | 299 | -             | 69            | -             |                           |  |
|                        |                                  | k                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 20          | 1,90   | 3    | 0,03        | 8,4     | -          | 165        | -              | 60             | 4,0           | 87  | 182  | 201 | -             | 10            | -             |                           |  |
|                        |                                  | l                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 18          | 1,90   | 3    | 0,03        | 7,7     | -          | 158        | -              | 61             | 3,3           | 77  | 165  | 181 | -             | 4             | -             |                           |  |
|                        |                                  | m                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 12          | 1,90   | 3    | 0,03        | 6,3     | -          | 151        | -              | 64             | 2,0           | 55  | 131  | 141 | -             | -14           | -             |                           |  |
|                        |                                  | n                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 6           | 1,90   | 3    | 0,03        | 7,8     | -          | 137        | -              | 66             | 3,7           | 66  | 184  | 195 | -             | 34            | -             |                           |  |
|                        |                                  | o                            | 182,5       | 187    | 75,9     | 4066            | 23           | 26          | 1,90   | 3    | 0,03        | 13,5    | -          | 172        | -              | 59             | 10,0          | 154 | 332  | 366 | -             | 93            | -             |                           |  |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kabel 30                         | a                            | 231,4       | 192    | 156      | 7698            | 27           | -23         | 0,48   | 1    | 0,03        | 9,7     | 100        | 1730       | 1733           | Anregung Typ B |               |     |  |     | -             | -             | -             |                           |  |
|                        |                                  | a                            | 112,4       | 167    | 115      | 6046            | 49           | 23          | 2,04   | 2    | 0,03        | 10,5    | 80         | 130        | 153            | 50             | 4,0           | 122 | 168  | 207 | 53            | 29            | 36            |                           |  |
|                        | Kabel 21<br>Kabel 11             | a                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 0           | 1,48   | 2    | 0,03        | 8,8     | 60         | 170        | 180            | 69             | 3,0           | 81  | 243  | 256 | 34            | 43            | 42            |                           |  |
|                        |                                  | b                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 0           | 2,22   | 3    | 0,03        | 8,8     | 20         | 50         | 54             | 69             | 1,0           | 39  | 113  | 119 | 95            | 125           | 121           |                           |  |
|                        |                                  | c                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 23          | 1,48   | 2    | 0,03        | 10,6    | 70         | 210        | 221            | 53             | 5,2           | 171 | 262  | 313 | 144           | 25            | 41            |                           |  |
|                        |                                  | d                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 23          | 2,22   | 3    | 0,03        | 10,6    | 40         | 160        | 165            | 54             | 1,3           | 91  | 134  | 161 | 126           | -17           | -2            |                           |  |
|                        |                                  | e                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 23          | 2,96   | 4    | 0,03        | 10,6    | 20         | 50         | 54             | 52             | 1,5           | 45  | 67   | 80  | 123           | 33            | 49            |                           |  |
|                        |                                  | f                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 0           | 1,48   | 2    | 0,03        | 13,1    | 90         | 180        | 201            | 68             | 10,7          | 130 | 420  | 440 | 44            | 133           | 118           |                           |  |
|                        |                                  | g                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 0           | 2,22   | 3    | 0,03        | 13,1    | 50         | 110        | 121            | 69             | 2,9           | 79  | 239  | 251 | 58            | 117           | 108           |                           |  |
|                        |                                  | h                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 0           | 2,96   | 4    | 0,03        | 13,1    | 20         | 50         | 54             | 69             | 1,3           | 50  | 144  | 152 | 148           | 187           | 182           |                           |  |
|                        |                                  | i                            | 154,3       | 190    | 149      | 7770            | 40           | 23          | 2,22   | 3    | 0,03        | 12,8    | 20         | 50         | 54             | 54             | 2,1           | 125 | 186  | 224 | 523           | 272           | 316           |                           |  |
|                        |                                  | Kabel 8                      | a           | 195,5  | 192      | 157             | 9226         | 34          | 23     | 1,86 | 3           | 0,03    | 12,8       | 20         | 40             | 45             | 55            | 4,1 | 150  | 244 | 286           | 650           | 509           | 540                       |  |
|                        |                                  |                              | b           | 195,5  | 192      | 157             | 9226         | 34          | 23     | 2,48 | 4           | 0,03    | 12,8       | 20         | 50             | 54             | 56            | 1,3 | 94   | 148 | 175           | 368           | 196           | 225                       |  |
| Kabel 1                | a                                | 283,8                        | 192         | 157    | 7304     | 27              | 23           | 1,14        | 3      | 0,08 | 12,8        | 30      | 90         | 95         | 57             | 4,2            | 172           | 296 | 342  | 473 | 228           | 260           |               |                           |  |
|                        | b                                | 283,8                        | 192         | 157    | 7304     | 27              | 23           | 1,52        | 4      | 0,04 | 12,8        | 20      | 90         | 92         | 57             | 5,0            | 163           | 287 | 329  | 713 | 218           | 257           |               |                           |  |
|                        | c                                | 283,8                        | 192         | 157    | 7304     | 27              | 23           | 2,28        | 6      | 0,06 | 12,8        | 20      | 50         | 54         | 57             | 0,9            | 43            | 72  | 84   | 113 | 44            | 55            |               |                           |  |
| Erasmusbrücke          | Kabel 13<br>Kabel 15<br>Kabel 16 | a                            | 250         | 200    | 58       | 2262            | 24           | 25          | 0,79   | 2    | 0,10        | 14,0    | -          | -          | 600            | 59             | Kein Ergebnis |     |  |     |               | -             | -             | -                         |  |
|                        |                                  | a                            | 290         | 225    | 70       | 3224            | 23           | 25          | 0,74   | 2    | 0,13        | 14,0    | -          | -          | 675            | 59             | 17,1          | 394 | 807  | 898 | -             | -             | 33            |                           |  |
|                        |                                  | a                            | 300         | 225    | 70       | 3639            | 22           | 25          | 0,76   | 2    | 0,18        | 14,0    | -          | -          | 675            | 59             | 13,6          | 360 | 712  | 798 | -             | -             | 18            |                           |  |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 3<br>Kabel 15<br>Kabel 16  | a                            | 180         | 140    | 37       | 982             | 28           | 23          | 1,81   | 4    | 0,11        | 7,2     | -          | 60         | -              | 56             | 1,8           | 39  | 68   | 78  | -             | 13            | -             |                           |  |
|                        |                                  | e                            | 95          | 140    | 37       | 829             | 43           | 33          | 1,58   | 2    | 0,11        | 12,0    | -          | 240        | -              | 45             | 4,8           | 201 | 220  | 298 | -             | -8            | -             |                           |  |
|                        |                                  | a                            | 115         | 140    | 37       | 1034            | 38           | 33          | 1,45   | 2    | 0,11        | 12,0    | -          | 280        | -              | 47             | 6,2           | 211 | 253  | 329 | -             | -10           | -             |                           |  |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7                         | a                            | 23,84       | 130    | 106      | 1893            | 79           | -           | 2,80   | 1    | 0,02        | -       | 120        | 300        | 323            | Anregung Typ D |               |     |  |     | -             | -             | -             |                           |  |

| Tabelle B.7       |          | Luftkraftbelwerte: Matsumoto |             |             |               |                    |                 |                |             |            |                |              |               |               |                   |                 |                  |                |                              |                   | Rinnsalschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\gamma_a = 0.2$ und $\theta = 50^\circ$ |                   |                   | Abweichung v. d. Beobachtung |   |   |
|-------------------|----------|------------------------------|-------------|-------------|---------------|--------------------|-----------------|----------------|-------------|------------|----------------|--------------|---------------|---------------|-------------------|-----------------|------------------|----------------|------------------------------|-------------------|---|-------------------|-------------------|------------------------------|---|---|
| Bauwerk           | Kabel    | Fall                         | Beobachtung |             |               |                    |                 |                |             |            |                |              | Berechnung    |               |                   |                 |                  |                | Abweichung v. d. Beobachtung |                   |   |                   |                   |                              |   |   |
|                   |          |                              | $l$<br>[m]  | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $S_{stat}$<br>[kN] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | $\zeta$<br>[%] | $U$<br>[m/s] | $a_y$<br>[mm] | $a_x$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $\Theta$<br>[°] | $2\theta$<br>[°] | $a_y$<br>[mm]  | $a_x$<br>[mm]                | $a_{ges}$<br>[mm] | $\Delta_1$<br>[%]   | $\Delta_2$<br>[%] | $\Delta_3$<br>[%] |                              |   |   |
| Hartman Brücke    | AS 16    | c                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 4              | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,1         | -             | 118           | -                 | 65              | 6,5              | 69             | 191                          | 203               | -   | 61                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | d                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 17             | 2,48        | 2          | 0,03           | 11,1         | -             | 124           | -                 | 56              | 7,9              | 108            | 200                          | 227               | -   | 61                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | e                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 27             | 2,48        | 2          | 0,03           | 8,0          | -             | 124           | -                 | 49              | 2,7              | 86             | 111                          | 140               | -   | -11               | -                 |                              |   |   |
|                   |          | f                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 45             | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,3         | -             | 108           | -                 | 32              | 5,0              | 139            | 104                          | 173               | -   | -3                | -                 |                              |   |   |
| Hartman Brücke    | AS 23    | f                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,1         | -             | 158           | -                 | 67              | 8,6              | 96             | 304                          | 318               | -   | 92                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | g                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,3         | -             | 158           | -                 | 58              | 7,8              | 127            | 260                          | 289               | -   | 64                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | i                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 21             | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,4         | -             | 175           | -                 | 60              | 6,8              | 111            | 245                          | 269               | -   | 40                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | j                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 4              | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,7         | -             | 168           | -                 | 67              | 8,2              | 90             | 286                          | 300               | -   | 70                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | k                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 20             | 1,90        | 3          | 0,03           | 8,4          | -             | 165           | -                 | 60              | 3,9              | 87             | 182                          | 202               | -   | 10                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | l                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 18             | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,7          | -             | 158           | -                 | 61              | 3,2              | 77             | 165                          | 182               | -   | 4                 | -                 |                              |   |   |
|                   |          | m                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 12             | 1,90        | 3          | 0,03           | 6,3          | -             | 151           | -                 | 64              | 2,0              | 55             | 131                          | 142               | -   | -14               | -                 |                              |   |   |
|                   |          | n                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,8          | -             | 137           | -                 | 66              | 3,6              | 66             | 184                          | 195               | -   | 34                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | o                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 13,5         | -             | 172           | -                 | 59              | 9,7              | 154            | 332                          | 366               | -   | 93                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | Tsurumi Tsubasa Brücke       | Kabel 30    | a           | 231,4         | 192                | 156             | 7698           | 27          | -23        | 0,48           | 1            | 0,03          | 9,7           | 100               | 1730            | 1733             | Anregung Typ B |                              |                   |   |                   |                   | -                            | - | - |
| Kabel 21          | a        |                              | 112,4       | 167         | 115           | 6046               | 49              | 23             | 2,04        | 2          | 0,03           | 10,5         | 80            | 130           | 153               | 50              | 3,8              | 123            | 168                          | 208               | 53  | 29                | 36                |                              |   |   |
| Kabel 11          | a        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 8,8          | 60            | 170           | 180               | 69              | 3,0              | 81             | 244                          | 256               | 34  | 43                | 42                |                              |   |   |
|                   | b        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 8,8          | 20            | 50            | 54                | 69              | 0,9              | 40             | 113                          | 120               | 98  | 126               | 122               |                              |   |   |
|                   | c        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 23             | 1,48        | 2          | 0,03           | 10,6         | 70            | 210           | 221               | 53              | 5,2              | 172            | 263                          | 314               | 145   | 25                | 42                |                              |   |   |
|                   | d        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 10,6         | 40            | 160           | 165               | 54              | 1,3              | 91             | 134                          | 161               | 126   | -17               | -2                |                              |   |   |
|                   | e        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 23             | 2,96        | 4          | 0,03           | 10,6         | 20            | 50            | 54                | 52              | 1,4              | 45             | 67                           | 81                | 125   | 34                | 50                |                              |   |   |
|                   | f        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 13,1         | 90            | 180           | 201               | 68              | 10,5             | 130            | 421                          | 440               | 44  | 134               | 119               |                              |   |   |
|                   | g        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 13,1         | 50            | 110           | 121               | 69              | 2,8              | 80             | 239                          | 252               | 59  | 117               | 108               |                              |   |   |
|                   | h        |                              | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 2,96        | 4          | 0,03           | 13,1         | 20            | 50            | 54                | 69              | 1,3              | 50             | 144                          | 152               | 148   | 187               | 182               |                              |   |   |
| i                 | 154,3    |                              | 190         | 149         | 7770          | 40                 | 23              | 2,22           | 3           | 0,03       | 12,8           | 20           | 50            | 54            | 54                | 2,1             | 125              | 186            | 224                          | 523               | 272   | 316               |                   |                              |   |   |
| Kabel 8           | a        |                              | 195,5       | 192         | 157           | 9226               | 34              | 23             | 1,86        | 3          | 0,03           | 12,8         | 20            | 40            | 45                | 55              | 4,0              | 150            | 244                          | 286               | 650   | 509               | 540               |                              |   |   |
|                   | b        |                              | 195,5       | 192         | 157           | 9226               | 34              | 23             | 2,48        | 4          | 0,03           | 12,8         | 20            | 50            | 54                | 56              | 1,3              | 94             | 148                          | 175               | 368   | 196               | 225               |                              |   |   |
| Kabel 1           | a        |                              | 283,8       | 192         | 157           | 7304               | 27              | 23             | 1,14        | 3          | 0,08           | 12,8         | 30            | 90            | 95                | 57              | 4,1              | 173            | 297                          | 343               | 475   | 229               | 262               |                              |   |   |
|                   | b        | 283,8                        | 192         | 157         | 7304          | 27                 | 23              | 1,52           | 4           | 0,04       | 12,8           | 20           | 90            | 92            | 57                | 4,9             | 163              | 287            | 330                          | 713               | 219   | 258               |                   |                              |   |   |
| Erasmusbrücke     | Kabel 13 | a                            | 283,8       | 192         | 157           | 7304               | 27              | 23             | 2,28        | 6          | 0,06           | 12,8         | 20            | 50            | 54                | 57              | 0,9              | 43             | 73                           | 84                | 113   | 45                | 56                |                              |   |   |
|                   |          | c                            | 250         | 200         | 58            | 2262               | 24              | 25             | 0,79        | 2          | 0,10           | 14,0         | -             | -             | 600               | 59              | Kein Ergebnis    |                |                              |                   |   |                   | -                 | -                            | - |   |
|                   |          | a                            | 290         | 225         | 70            | 3224               | 23              | 25             | 0,74        | 2          | 0,13           | 14,0         | -             | -             | 675               | 59              | 16,7             | 395            | 810                          | 901               | -   | -                 | 33                |                              |   |   |
| Meikonishi Brücke | Kabel 16 | a                            | 300         | 225         | 70            | 3639               | 22              | 25             | 0,76        | 2          | 0,18           | 14,0         | -             | -             | 675               | 59              | 13,3             | 360            | 715                          | 800               | -   | -                 | 19                |                              |   |   |
|                   |          | a                            | 180         | 140         | 37            | 982                | 28              | 23             | 1,81        | 4          | 0,11           | 7,2          | -             | 60            | -                 | 56              | 1,8              | 39             | 68                           | 78                | -   | 13                | -                 |                              |   |   |
| Elbebrücke Dömitz | Kabel 15 | e                            | 95          | 140         | 37            | 829                | 43              | 33             | 1,58        | 2          | 0,11           | 12,0         | -             | 240           | -                 | 45              | 4,7              | 201            | 221                          | 298               | -   | -8                | -                 |                              |   |   |
|                   |          | a                            | 115         | 140         | 37            | 1034               | 38              | 33             | 1,45        | 2          | 0,11           | 12,0         | -             | 280           | -                 | 47              | 6,1              | 211            | 253                          | 329               | -   | -10               | -                 |                              |   |   |
| Elbebrücke Dömitz | Hänger 7 | a                            | 23,84       | 130         | 106           | 1893               | 79              | -              | 2,80        | 1          | 0,02           | -            | 120           | 300           | 323               | Anregung Typ D  |                  |                |                              |                   |   | -                 | -                 | -                            |   |   |

| Tabelle B.8       |          | Luftkraftbelwerte: Matsumoto |             |          |            |                 |              |             |          |         |             |           |            |            |               |                |               |                |          | Rinnsalschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\chi_{sa} = 0,3$ und $\theta = 30^\circ$ |          |            |               |     |   | Abweichung v. d. Beobachtung |  |  |
|-------------------|----------|------------------------------|-------------|----------|------------|-----------------|--------------|-------------|----------|---------|-------------|-----------|------------|------------|---------------|----------------|---------------|----------------|----------|--|----------|------------|---------------|-----|---|------------------------------|--|--|
| Bauwerk           | Kabel    | Fall                         | Beobachtung |          |            |                 |              |             |          |         |             |           | Berechnung |            |               |                |               |                | Abw. (%) | Abw. (%)   | Abw. (%) |            |               |     |   |                              |  |  |
|                   |          |                              | $l$ [m]     | $D$ [mm] | $m$ [kg/m] | $S_{stat}$ [kN] | $\alpha$ [°] | $\beta$ [°] | $f$ [Hz] | $n$ [-] | $\zeta$ [%] | $U$ [m/s] | $a_y$ [mm] | $a_z$ [mm] | $a_{gr}$ [mm] | $\theta$ [°]   | $2a_y$ [mm]   | $a_y$ [mm]     |          |  |          | $a_z$ [mm] | $a_{gr}$ [mm] |     |   |                              |  |  |
| Hartman Brücke    | AS 16    | c                            | 87,05       | 136      | 47,9       | 2241            | 46           | 4           | 2,48     | 2       | 0,03        | 10,1      | -          | 118        | -             | 65             | 10,1          | 69             | 190      | 202  | -        | 60         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | d                            | 87,05       | 136      | 47,9       | 2241            | 46           | 17          | 2,48     | 2       | 0,03        | 11,1      | -          | 124        | -             | 56             | 11,5          | 107            | 197      | 224  | -        | 59         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | e                            | 87,05       | 136      | 47,9       | 2241            | 46           | 27          | 2,48     | 2       | 0,03        | 8,0       | -          | 124        | -             | 49             | 4,1           | 86             | 111      | 140  | -        | -10        | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | f                            | 87,05       | 136      | 47,9       | 2241            | 46           | 45          | 2,48     | 2       | 0,03        | 10,3      | -          | 108        | -             | 32             | 7,5           | 139            | 103      | 173  | -        | -4         | -             |     |   |                              |  |  |
| Hartman Brücke    | AS 23    | f                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 6           | 1,90     | 3       | 0,03        | 11,1      | -          | 158        | -             | 67             | 12,1          | 96             | 299      | 314  | -        | 89         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | g                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 26          | 1,90     | 3       | 0,03        | 11,3      | -          | 158        | -             | 58             | 11,3          | 127            | 256      | 286  | -        | 62         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | i                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 21          | 1,90     | 3       | 0,03        | 10,4      | -          | 175        | -             | 60             | 10,4          | 111            | 243      | 267  | -        | 38         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | j                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 4           | 1,90     | 3       | 0,03        | 10,7      | -          | 168        | -             | 67             | 12,0          | 90             | 282      | 296  | -        | 67         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | k                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 20          | 1,90     | 3       | 0,03        | 8,4       | -          | 165        | -             | 60             | 5,9           | 87             | 181      | 201  | -        | 10         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | l                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 18          | 1,90     | 3       | 0,03        | 7,7       | -          | 158        | -             | 61             | 4,8           | 77             | 165      | 182  | -        | 4          | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | m                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 12          | 1,90     | 3       | 0,03        | 6,3       | -          | 151        | -             | 64             | 2,8           | 56             | 131      | 142  | -        | -14        | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | n                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 6           | 1,90     | 3       | 0,03        | 7,8       | -          | 137        | -             | 66             | 5,4           | 66             | 184      | 195  | -        | 34         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | o                            | 182,5       | 187      | 75,9       | 4066            | 23           | 26          | 1,90     | 3       | 0,03        | 13,5      | -          | 172        | -             | 59             | 13,5          | 155            | 326      | 361  | -        | 90         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | Tsurumi Tsubasa Brücke       | Kabel 30    | a        | 231,4      | 192             | 156          | 7698        | 27       | -23     | 0,48        | 1         | 0,03       | 9,7        | 100           | 1730           | 1733          | Anregung Typ B |          |  |          |            |               | -   | - | -                            |  |  |
| a                 | 112,4    |                              |             | 167      | 115        | 6046            | 49           | 23          | 2,04     | 2       | 0,03        | 10,5      | 80         | 130        | 153           | 50             | 5,4           | 124            | 168      | 208  | 55       | 29         | 37            |     |   |                              |  |  |
| Kabel 21          | a        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 0           | 1,48     | 2       | 0,03        | 8,8       | 60         | 170        | 180           | 69             | 4,5           | 82             | 245      | 258  | 36       | 44         | 43            |     |   |                              |  |  |
|                   | b        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 0           | 2,22     | 3       | 0,03        | 8,8       | 20         | 50         | 54            | 69             | 1,4           | 41             | 116      | 123  | 103      | 132        | 128           |     |   |                              |  |  |
|                   | c        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 23          | 1,48     | 2       | 0,03        | 10,6      | 70         | 210        | 221           | 53             | 7,9           | 172            | 262      | 313  | 146      | 25         | 42            |     |   |                              |  |  |
|                   | d        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 23          | 2,22     | 3       | 0,03        | 10,6      | 40         | 160        | 165           | 54             | 1,8           | 92             | 135      | 163  | 129      | -16        | -1            |     |   |                              |  |  |
|                   | e        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 23          | 2,96     | 4       | 0,03        | 10,6      | 20         | 50         | 54            | 52             | 2,1           | 47             | 69       | 83   | 133      | 38         | 55            |     |   |                              |  |  |
|                   | f        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 0           | 1,48     | 2       | 0,03        | 13,1      | 90         | 180        | 201           | 68             | 15,0          | 130            | 412      | 432  | 44       | 129        | 115           |     |   |                              |  |  |
|                   | g        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 0           | 2,22     | 3       | 0,03        | 13,1      | 50         | 110        | 121           | 69             | 4,1           | 81             | 241      | 254  | 62       | 119        | 110           |     |   |                              |  |  |
|                   | h        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 0           | 2,96     | 4       | 0,03        | 13,1      | 20         | 50         | 54            | 69             | 1,9           | 51             | 145      | 154  | 153      | 190        | 185           |     |   |                              |  |  |
|                   | i        |                              | 154,3       | 190      | 149        | 7770            | 40           | 23          | 2,22     | 3       | 0,03        | 12,8      | 20         | 50         | 54            | 54             | 3,0           | 126            | 187      | 225  | 530      | 274        | 319           |     |   |                              |  |  |
|                   | Kabel 8  |                              | a           | 195,5    | 192        | 157             | 9226         | 34          | 23       | 1,86    | 3           | 0,03      | 12,8       | 20         | 40            | 45             | 55            | 5,8            | 152      | 243  | 286      | 658        | 508           | 540 |   |                              |  |  |
| b                 |          |                              | 195,5       | 192      | 157        | 9226            | 34           | 23          | 2,48     | 4       | 0,03        | 12,8      | 20         | 50         | 54            | 56             | 1,8           | 95             | 149      | 176  | 373      | 198        | 228           |     |   |                              |  |  |
| c                 |          |                              | 283,8       | 192      | 157        | 7304            | 27           | 23          | 1,14     | 3       | 0,08        | 12,8      | 30         | 90         | 95            | 57             | 5,7           | 180            | 304      | 353  | 500      | 237        | 272           |     |   |                              |  |  |
| Kabel 1           | a        | 283,8                        | 192         | 157      | 7304       | 27              | 23           | 1,52        | 4        | 0,04    | 12,8        | 20        | 90         | 92         | 57            | 7,1            | 165           | 288            | 331      | 723  | 219      | 259        |               |     |   |                              |  |  |
|                   | b        | 283,8                        | 192         | 157      | 7304       | 27              | 23           | 2,28        | 6        | 0,06    | 12,8        | 20        | 50         | 54         | 57            | 1,2            | 44            | 74             | 86       | 120  | 48       | 60         |               |     |   |                              |  |  |
|                   | c        | 283,8                        | 192         | 157      | 7304       | 27              | 23           | 2,28        | 6        | 0,06    | 12,8        | 20        | 50         | 54         | 57            | 1,2            | 44            | 74             | 86       | 120  | 48       | 60         |               |     |   |                              |  |  |
| Erasmusbrücke     | Kabel 13 | a                            | 250         | 200      | 58         | 2262            | 24           | 25          | 0,79     | 2       | 0,10        | 14,0      | -          | -          | 600           | 59             | Kein Ergebnis |                |          |  |          |            | -             | -   | - |                              |  |  |
|                   |          | a                            | 290         | 225      | 70         | 3224            | 23           | 25          | 0,74     | 2       | 0,13        | 14,0      | -          | -          | 675           | 59             | Kein Ergebnis |                |          |  |          |            | -             | -   | - |                              |  |  |
|                   |          | a                            | 300         | 225      | 70         | 3639            | 22           | 25          | 0,76     | 2       | 0,18        | 14,0      | -          | -          | 675           | 59             | 18,8          | 357            | 694      | 780  | -        | -          | 16            |     |   |                              |  |  |
| Meikonishi Brücke | Kabel 3  | a                            | 180         | 140      | 37         | 982             | 28           | 23          | 1,81     | 4       | 0,11        | 7,2       | -          | 60         | -             | 56             | 2,6           | 41             | 70       | 81   | -        | 17         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | e                            | 95          | 140      | 37         | 829             | 43           | 33          | 1,58     | 2       | 0,11        | 12,0      | -          | 240        | -             | 45             | 7,5           | 203            | 222      | 300  | -        | -8         | -             |     |   |                              |  |  |
| Elbebrücke Dömitz | Kabel 15 | a                            | 115         | 140      | 37         | 1034            | 38           | 33          | 1,45     | 2       | 0,11        | 12,0      | -          | 280        | -             | 47             | 10,6          | 211            | 255      | 330  | -        | -9         | -             |     |   |                              |  |  |
|                   |          | a                            | 23,84       | 130      | 106        | 1893            | 79           | -           | 2,80     | 1       | 0,02        | -         | 120        | 300        | 323           | Anregung Typ D |               |                |          |  |          | -          | -             | -   |   |                              |  |  |

| Tabelle B.9               |          | Luftkraftbelwerte: Matsumoto |             |             |               |                   |                 |                |             |            |                |              |               |               | Rinnsalschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\lambda_a = 0,3$ und $\theta = 40^\circ$ |                 |                  |          |          | Abweichung<br>d. Beobachtung |               |               |                   |     |
|---------------------------|----------|------------------------------|-------------|-------------|---------------|-------------------|-----------------|----------------|-------------|------------|----------------|--------------|---------------|---------------|--|-----------------|------------------|----------|----------|------------------------------|---------------|---------------|-------------------|-----|
| Bauwerk                   | Kabel    | Fall                         | Beobachtung |             |               |                   |                 |                |             |            |                |              | Berechnung    |               |  |                 |                  | $\Delta$ | $\Delta$ | $\Delta$                     |               |               |                   |     |
|                           |          |                              | $l$<br>[m]  | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $S_{min}$<br>[kN] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | $\zeta$<br>[%] | $U$<br>[m/s] | $a_1$<br>[mm] | $a_2$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm]  | $\theta$<br>[°] | $2\theta$<br>[°] |          |          |                              | $a_1$<br>[mm] | $a_2$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] |     |
| Hartman Brücke            | AS 16    | c                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 4              | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,1         | -             | 118           | -  | 65              | 10,1             | 69       | 190      | 202                          | -             | 61            | -                 |     |
|                           |          | d                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 17             | 2,48        | 2          | 0,03           | 11,1         | -             | 124           | -  | 56              | 11,4             | 107      | 197      | 224                          | -             | 59            | -                 |     |
|                           |          | e                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 27             | 2,48        | 2          | 0,03           | 8,0          | -             | 124           | -  | 49              | 4,2              | 86       | 112      | 141                          | -             | -10           | -                 |     |
| Hartman Brücke            | AS 23    | f                            | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 45             | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,3         | -             | 108           | -  | 32              | 7,4              | 139      | 104      | 173                          | -             | -4            | -                 |     |
|                           |          | g                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,1         | -             | 158           | -  | 67              | 12,0             | 96       | 300      | 315                          | -             | 90            | -                 |     |
|                           |          | i                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 21             | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,4         | -             | 175           | -  | 60              | 10,4             | 111      | 243      | 267                          | -             | 39            | -                 |     |
|                           |          | j                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 4              | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,7         | -             | 168           | -  | 67              | 11,9             | 90       | 282      | 296                          | -             | 68            | -                 |     |
|                           |          | k                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 20             | 1,90        | 3          | 0,03           | 8,4          | -             | 165           | -  | 60              | 5,9              | 87       | 182      | 201                          | -             | 10            | -                 |     |
|                           |          | l                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 18             | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,7          | -             | 158           | -  | 61              | 4,8              | 77       | 165      | 182                          | -             | 4             | -                 |     |
|                           |          | m                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 12             | 1,90        | 3          | 0,03           | 6,3          | -             | 151           | -  | 64              | 2,8              | 56       | 131      | 142                          | -             | -13           | -                 |     |
|                           |          | n                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,8          | -             | 137           | -  | 66              | 5,5              | 67       | 184      | 196                          | -             | 34            | -                 |     |
| Tsurumi Tsubasa<br>Brücke | Kabel 30 | o                            | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 13,5         | -             | 172           | -  | 59              | 13,3             | 156      | 327      | 362                          | -             | 90            | -                 |     |
|                           |          | a                            | 231,4       | 192         | 156           | 7698              | 27              | -23            | 0,48        | 1          | 0,03           | 9,7          | 100           | 1730          | 1733   | Anregung Typ B  |                  |          |          |                              | -             | -             | -                 |     |
|                           | Kabel 21 | a                            | 112,4       | 167         | 115           | 6046              | 49              | 23             | 2,04        | 2          | 0,03           | 10,5         | 80            | 130           | 153  | 50              | 5,3              | 125      | 168      | 209                          | 56            | 29            | 37                |     |
|                           |          | a                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 8,8          | 60            | 170           | 180  | 69              | 4,4              | 82       | 246      | 259                          | 36            | 44            | 43                |     |
|                           |          | b                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 8,8          | 20            | 50            | 54   | 69              | 1,4              | 41       | 117      | 124                          | 105           | 133           | 129               |     |
|                           |          | c                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 1,48        | 2          | 0,03           | 10,6         | 70            | 210           | 221  | 53              | 7,9              | 172      | 263      | 314                          | 146           | 25            | 42                |     |
|                           |          | d                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 10,6         | 40            | 160           | 165  | 54              | 1,8              | 92       | 135      | 163                          | 130           | -16           | -1                |     |
|                           |          | e                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,96        | 4          | 0,03           | 10,6         | 20            | 50            | 54   | 52              | 2,0              | 47       | 70       | 84                           | 135           | 39            | 56                |     |
|                           |          | f                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 13,1         | 90            | 180           | 201  | 68              | 14,8             | 130      | 414      | 433                          | 44            | 130           | 115               |     |
|                           |          | g                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 13,1         | 50            | 110           | 121  | 69              | 4,0              | 81       | 241      | 254                          | 62            | 119           | 110               |     |
|                           |          | h                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,96        | 4          | 0,03           | 13,1         | 20            | 50            | 54   | 69              | 1,9              | 51       | 146      | 154                          | 153           | 191           | 186               |     |
|                           |          | i                            | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 12,8         | 20            | 50            | 54   | 54              | 3,0              | 127      | 188      | 226                          | 533           | 275           | 320               |     |
|                           |          | Kabel 8                      | a           | 195,5       | 192           | 157               | 9226            | 34             | 23          | 1,86       | 3              | 0,03         | 12,8          | 20            | 40   | 45              | 55               | 5,8      | 152      | 244                          | 287           | 658           | 509               | 541 |
|                           |          |                              | b           | 195,5       | 192           | 157               | 9226            | 34             | 23          | 2,48       | 4              | 0,03         | 12,8          | 20            | 50   | 54              | 56               | 1,8      | 95       | 150                          | 177           | 375           | 199               | 229 |
|                           |          |                              | c           | 283,8       | 192           | 157               | 7304            | 27             | 23          | 1,14       | 3              | 0,08         | 12,8          | 30            | 90   | 95              | 57               | 5,6      | 181      | 305                          | 354           | 502           | 238               | 273 |
| Kabel 1                   | a        | 283,8                        | 192         | 157         | 7304          | 27                | 23              | 1,52           | 4           | 0,04       | 12,8           | 20           | 90            | 92            | 57   | 7,0             | 165              | 288      | 332      | 725                          | 220           | 260           |                   |     |
|                           | b        | 283,8                        | 192         | 157         | 7304          | 27                | 23              | 2,28           | 6           | 0,06       | 12,8           | 20           | 50            | 54            | 57   | 1,2             | 44               | 75       | 87       | 120                          | 49            | 61            |                   |     |
|                           | c        | 283,8                        | 192         | 157         | 7304          | 27                | 23              | 2,28           | 6           | 0,06       | 12,8           | 20           | 50            | 54            | 57   | 1,2             | 44               | 75       | 87       | 120                          | 49            | 61            |                   |     |
| Erasmusbrücke             | Kabel 13 | a                            | 250         | 200         | 58            | 2262              | 24              | 25             | 0,79        | 2          | 0,10           | 14,0         | -             | -             | 600  | 59              | Kein Ergebnis    |          |          |                              |               | -             | -                 |     |
|                           |          | a                            | 290         | 225         | 70            | 3224              | 23              | 25             | 0,74        | 2          | 0,13           | 14,0         | -             | -             | 675  | 59              | Kein Ergebnis    |          |          |                              |               | -             | -                 |     |
|                           |          | a                            | 300         | 225         | 70            | 3639              | 22              | 25             | 0,76        | 2          | 0,18           | 14,0         | -             | -             | 675  | 59              | 18,4             | 357      | 697      | 783                          | -             | -             | 16                |     |
| Meikonishi Brücke         | Kabel 3  | a                            | 180         | 140         | 37            | 982               | 28              | 23             | 1,81        | 4          | 0,11           | 7,2          | -             | 60            | -  | 56              | 2,6              | 42       | 71       | 82                           | -             | 18            | -                 |     |
|                           |          | e                            | 95          | 140         | 37            | 829               | 43              | 33             | 1,58        | 2          | 0,11           | 12,0         | -             | 240           | -  | 45              | 7,4              | 203      | 223      | 301                          | -             | -7            | -                 |     |
|                           |          | a                            | 115         | 140         | 37            | 1034              | 38              | 33             | 1,45        | 2          | 0,11           | 12,0         | -             | 280           | -  | 47              | 10,8             | 211      | 256      | 332                          | -             | -9            | -                 |     |
| Elbebrücke Dömitz         | Hänger 7 | a                            | 23,84       | 130         | 106           | 1893              | 79              | -              | 2,80        | 1          | 0,02           | -            | 120           | 300           | 323  | Anregung Typ D  |                  |          |          |                              | -             | -             | -                 |     |

| Tabelle B.10           |          | Luftkraftbelwerte: Matsumoto |       |        |          |                        |              |             |        |   |             |         | Rinnselschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\chi_a = 0,3$ und $\theta = 50^\circ$ |                     |                     |                |                     |                     |                     | Abweichung v. d. Beobachtung |                    |                     |                     |   |
|------------------------|----------|------------------------------|-------|--------|----------|------------------------|--------------|-------------|--------|---|-------------|---------|---|---------------------|---------------------|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---|
| Bauwerk                | Kabel    | Fall                         | l [m] | D [mm] | m [kg/m] | S <sub>stat</sub> [kN] | $\alpha$ [°] | $\beta$ [°] | f [Hz] | n | $\zeta$ [%] | U [m/s] | Beobachtung   |                     |                     | Berechnung     |                     |                     |                     |                              | a <sub>z</sub> [%] | a <sub>z</sub> [mm] | a <sub>z</sub> [mm] |   |
|                        |          |                              |       |        |          |                        |              |             |        |   |             |         | a <sub>r</sub> [mm]   | a <sub>r</sub> [mm] | $\theta_{ges}$ [mm] | $\Theta$ [°]   | 2a <sub>r</sub> [°] | a <sub>r</sub> [mm] | a <sub>r</sub> [mm] | a <sub>ges</sub> [mm]        |                    |                     |                     |   |
| Hartman Brücke         | AS 16    | c                            | 87,05 | 136    | 47,9     | 2241                   | 46           | 4           | 2,48   | 2 | 0,03        | 10,1    | -   | 118                 | -                   | 65             | 10,0                | 69                  | 191                 | 203                          | -                  | 61                  | -                   |   |
|                        |          | d                            | 87,05 | 136    | 47,9     | 2241                   | 46           | 17          | 2,48   | 2 | 0,03        | 11,1    | -   | 124                 | -                   | 56             | 11,2                | 107                 | 198                 | 225                          | -                  | 60                  | -                   |   |
|                        |          | e                            | 87,05 | 136    | 47,9     | 2241                   | 46           | 27          | 2,48   | 2 | 0,03        | 8,0     | -   | 124                 | -                   | 49             | 4,1                 | 87                  | 112                 | 141                          | -                  | -10                 | -                   |   |
| Hartman Brücke         | AS 23    | f                            | 87,05 | 136    | 47,9     | 2241                   | 46           | 45          | 2,48   | 2 | 0,03        | 10,3    | -   | 108                 | -                   | 32             | 7,4                 | 139                 | 104                 | 173                          | -                  | -4                  | -                   |   |
|                        |          | f                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 6           | 1,90   | 3 | 0,03        | 11,1    | -   | 158                 | -                   | 67             | 12,0                | 96                  | 301                 | 315                          | -                  | 90                  | -                   |   |
|                        |          | g                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 26          | 1,90   | 3 | 0,03        | 11,3    | -   | 158                 | -                   | 58             | 11,1                | 127                 | 257                 | 286                          | -                  | 63                  | -                   |   |
|                        |          | i                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 21          | 1,90   | 3 | 0,03        | 10,4    | -   | 175                 | -                   | 60             | 10,3                | 111                 | 244                 | 268                          | -                  | 39                  | -                   |   |
|                        |          | j                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 4           | 1,90   | 3 | 0,03        | 10,7    | -   | 168                 | -                   | 67             | 11,8                | 90                  | 283                 | 297                          | -                  | 68                  | -                   |   |
|                        |          | k                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 20          | 1,90   | 3 | 0,03        | 8,4     | -   | 165                 | -                   | 60             | 5,9                 | 87                  | 182                 | 202                          | -                  | 10                  | -                   |   |
|                        |          | l                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 18          | 1,90   | 3 | 0,03        | 7,7     | -   | 158                 | -                   | 61             | 4,7                 | 77                  | 165                 | 182                          | -                  | 4                   | -                   |   |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kabel 21 | m                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 12          | 1,90   | 3 | 0,03        | 6,3     | -   | 151                 | -                   | 64             | 2,8                 | 56                  | 131                 | 142                          | -                  | -13                 | -                   |   |
|                        |          | n                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 6           | 1,90   | 3 | 0,03        | 7,8     | -   | 137                 | -                   | 66             | 5,5                 | 67                  | 185                 | 196                          | -                  | 34                  | -                   |   |
|                        |          | o                            | 182,5 | 187    | 75,9     | 4066                   | 23           | 26          | 1,90   | 3 | 0,03        | 13,5    | -   | 172                 | -                   | 59             | 13,1                | 156                 | 328                 | 363                          | -                  | 91                  | -                   |   |
|                        |          | a                            | 231,4 | 192    | 156      | 7698                   | 27           | -23         | 0,48   | 1 | 0,03        | 9,7     | 100   | 1730                | 1733                | Anregung Typ B |                     |                     |                     |                              | -                  | -                   | -                   |   |
|                        |          | a                            | 112,4 | 167    | 115      | 6046                   | 49           | 23          | 2,04   | 2 | 0,03        | 10,5    | 80  | 130                 | 153                 | 50             | 5,2                 | 125                 | 168                 | 209                          | 56                 | 29                  | 37                  |   |
|                        |          | a                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 0           | 1,48   | 2 | 0,03        | 8,8     | 60  | 170                 | 180                 | 69             | 4,4                 | 82                  | 246                 | 259                          | 36                 | 45                  | 44                  |   |
|                        |          | b                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 0           | 2,22   | 3 | 0,03        | 8,8     | 20  | 50                  | 54                  | 69             | 1,3                 | 41                  | 117                 | 124                          | 105                | 134                 | 130                 |   |
|                        |          | c                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 23          | 1,48   | 2 | 0,03        | 10,6    | 70  | 210                 | 221                 | 53             | 7,8                 | 172                 | 264                 | 315                          | 146                | 25                  | 42                  |   |
|                        |          | d                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 23          | 2,22   | 3 | 0,03        | 10,6    | 40  | 160                 | 165                 | 54             | 1,7                 | 92                  | 135                 | 163                          | 130                | -16                 | -1                  |   |
|                        |          | e                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 23          | 2,96   | 4 | 0,03        | 10,6    | 20  | 50                  | 54                  | 52             | 2,0                 | 48                  | 70                  | 84                           | 138                | 39                  | 56                  |   |
|                        |          | f                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 0           | 1,48   | 2 | 0,03        | 13,1    | 90  | 180                 | 201                 | 68             | 14,6                | 130                 | 415                 | 434                          | 44                 | 130                 | 116                 |   |
| Erasmusbrücke          | Kabel 8  | g                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 0           | 2,22   | 3 | 0,03        | 13,1    | 50  | 110                 | 121                 | 69             | 3,9                 | 81                  | 241                 | 254                          | 62                 | 119                 | 110                 |   |
|                        |          | h                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 0           | 2,96   | 4 | 0,03        | 13,1    | 20  | 50                  | 54                  | 69             | 1,8                 | 51                  | 146                 | 154                          | 153                | 191                 | 186                 |   |
|                        |          | i                            | 154,3 | 190    | 149      | 7770                   | 40           | 23          | 2,22   | 3 | 0,03        | 12,8    | 20  | 50                  | 54                  | 54             | 2,9                 | 127                 | 188                 | 226                          | 533                | 275                 | 320                 |   |
|                        |          | a                            | 195,5 | 192    | 157      | 9226                   | 34           | 23          | 1,86   | 3 | 0,03        | 12,8    | 20  | 40                  | 45                  | 55             | 5,6                 | 152                 | 244                 | 287                          | 660                | 509                 | 542                 |   |
|                        |          | b                            | 195,5 | 192    | 157      | 9226                   | 34           | 23          | 2,48   | 4 | 0,03        | 12,8    | 20  | 50                  | 54                  | 56             | 1,7                 | 95                  | 150                 | 177                          | 375                | 199                 | 229                 |   |
|                        |          | a                            | 283,8 | 192    | 157      | 7304                   | 27           | 23          | 1,14   | 3 | 0,08        | 12,8    | 30  | 90                  | 95                  | 57             | 5,4                 | 181                 | 305                 | 354                          | 502                | 239                 | 274                 |   |
|                        |          | b                            | 283,8 | 192    | 157      | 7304                   | 27           | 23          | 1,52   | 4 | 0,04        | 12,8    | 20  | 90                  | 92                  | 57             | 6,8                 | 165                 | 289                 | 332                          | 725                | 221                 | 260                 |   |
|                        |          | c                            | 283,8 | 192    | 157      | 7304                   | 27           | 23          | 2,28   | 6 | 0,06        | 12,8    | 20  | 50                  | 54                  | 57             | 1,2                 | 45                  | 75                  | 87                           | 123                | 49                  | 61                  |   |
|                        |          | a                            | 250   | 200    | 58       | 2262                   | 24           | 25          | 0,79   | 2 | 0,10        | 14,0    | -   | -                   | 600                 | 59             | Kein Ergebnis       |                     |                     |                              |                    | -                   | -                   | - |
|                        |          | a                            | 290   | 225    | 70       | 3224                   | 23           | 25          | 0,74   | 2 | 0,13        | 14,0    | -   | -                   | 675                 | 59             | Kein Ergebnis       |                     |                     |                              |                    | -                   | -                   | - |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 16 | a                            | 300   | 225    | 70       | 3639                   | 22           | 25          | 0,76   | 2 | 0,18        | 14,0    | -   | -                   | 675                 | 59             | 18,1                | 358                 | 700                 | 786                          | -                  | -                   | 16                  |   |
|                        |          | a                            | 180   | 140    | 37       | 982                    | 28           | 23          | 1,81   | 4 | 0,11        | 7,2     | -   | 60                  | -                   | 56             | 2,6                 | 42                  | 72                  | 83                           | -                  | 19                  | -                   |   |
|                        |          | e                            | 95    | 140    | 37       | 829                    | 43           | 33          | 1,58   | 2 | 0,11        | 12,0    | -   | 240                 | -                   | 45             | 7,3                 | 203                 | 224                 | 302                          | -                  | -7                  | -                   |   |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7 | a                            | 115   | 140    | 37       | 1034                   | 38           | 33          | 1,45   | 2 | 0,11        | 12,0    | -   | 280                 | -                   | 47             | 10,8                | 211                 | 257                 | 333                          | -                  | -8                  | -                   |   |
|                        |          | a                            | 23,84 | 130    | 106      | 1893                   | 79           | -           | 2,80   | 1 | 0,02        | -       | 120   | 300                 | 323                 | Anregung Typ D |                     |                     |                     |                              | -                  | -                   | -                   |   |

| Tabelle B.11           |                                  | Luftkraftbelwerte Yamaguchi |             |             |               |                    |                 |                |             |            |                |              | Rinnsalschwingung: fixes Rinnsal |               |                   |                 |               |               |                              | Abweichung v. d. Beobachtung |                      |                      |                         |
|------------------------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|-------------|---------------|--------------------|-----------------|----------------|-------------|------------|----------------|--------------|----------------------------------|---------------|-------------------|-----------------|---------------|---------------|------------------------------|------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|
| Bauwerk                | Kabel                            | Fall                        | Beobachtung |             |               |                    |                 |                |             |            |                |              |                                  | Berechnung    |                   |                 |               |               | Abweichung v. d. Beobachtung |                              |                      |                      |                         |
|                        |                                  |                             | $l$<br>[m]  | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $S_{stat}$<br>[kN] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | $\zeta$<br>[%] | $U$<br>[m/s] | $a_y$<br>[mm]                    | $a_z$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $\Theta$<br>[°] | $2a_r$<br>[°] | $a_y$<br>[mm] | $a_z$<br>[mm]                | $a_{ges}$<br>[mm]            | $\Delta a_y$<br>[mm] | $\Delta a_z$<br>[mm] | $\Delta a_{ges}$<br>[%] |
| Hartman Brücke         | AS 16                            | c                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 4              | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,1         | -                                | 118           | -                 | 40              | 0,0           | 124           | 251                          | 280                          | -                    | 112                  | -                       |
|                        |                                  | d                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 17             | 2,48        | 2          | 0,03           | 11,1         | -                                | 124           | -                 | 31              | 0,0           | 182           | 253                          | 311                          | -                    | 104                  | -                       |
|                        |                                  | e                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 27             | 2,48        | 2          | 0,03           | 8,0          | -                                | 124           | -                 | 23              | 0,0           | 138           | 144                          | 199                          | -                    | 16                   | -                       |
| Hartman Brücke         | AS 23                            | f                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241               | 46              | 45             | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,3         | -                                | 108           | -                 | 7               | 0,0           | 208           | 123                          | 241                          | -                    | 14                   | -                       |
|                        |                                  | f                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,1         | -                                | 158           | -                 | 41              | 0,0           | 184           | 386                          | 427                          | -                    | 144                  | -                       |
|                        |                                  | g                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,3         | -                                | 158           | -                 | 32              | 0,0           | 218           | 321                          | 387                          | -                    | 103                  | -                       |
|                        |                                  | i                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 21             | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,4         | -                                | 175           | -                 | 34              | 0,0           | 191           | 306                          | 360                          | -                    | 74                   | -                       |
|                        |                                  | j                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 4              | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,7         | -                                | 168           | -                 | 41              | 0,0           | 169           | 361                          | 398                          | -                    | 115                  | -                       |
|                        |                                  | k                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 20             | 1,90        | 3          | 0,03           | 8,4          | -                                | 165           | -                 | 35              | 0,0           | 150           | 245                          | 287                          | -                    | 49                   | -                       |
|                        |                                  | l                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 18             | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,7          | -                                | 158           | -                 | 36              | 0,0           | 134           | 226                          | 263                          | -                    | 43                   | -                       |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kabel 30<br>Kabel 21<br>Kabel 11 | m                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 12             | 1,90        | 3          | 0,03           | 6,3          | -                                | 151           | -                 | 38              | 0,0           | 99            | 182                          | 207                          | -                    | 20                   | -                       |
|                        |                                  | n                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,8          | -                                | 137           | -                 | 40              | 0,0           | 118           | 243                          | 270                          | -                    | 77                   | -                       |
|                        |                                  | o                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066               | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 13,5         | -                                | 172           | -                 | 32              | 0,0           | 267           | 394                          | 476                          | -                    | 130                  | -                       |
|                        |                                  | a                           | 231,4       | 192         | 156           | 7698               | 27              | -23            | 0,48        | 1          | 0,03           | 9,7          | 100                              | 1730          | 1733              | Anregung Typ B  |               |               |                              |                              | -                    | -                    | -                       |
|                        |                                  | a                           | 112,4       | 167         | 115           | 6046               | 49              | 23             | 2,04        | 2          | 0,03           | 10,5         | 80                               | 130           | 153               | 24              | 0,0           | 196           | 218                          | 293                          | 145                  | 68                   | 92                      |
|                        |                                  | a                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 8,8          | 60                               | 170           | 180               | 42              | 0,0           | 147           | 328                          | 359                          | 144                  | 93                   | 99                      |
|                        |                                  | b                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 8,8          | 20                               | 50            | 54                | 42              | 0,0           | 89            | 193                          | 212                          | 343                  | 286                  | 294                     |
|                        |                                  | c                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 23             | 1,48        | 2          | 0,03           | 10,6         | 70                               | 210           | 221               | 28              | 0,0           | 282           | 350                          | 449                          | 302                  | 66                   | 103                     |
|                        |                                  | d                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 10,6         | 40                               | 160           | 165               | 28              | 0,0           | 170           | 208                          | 268                          | 324                  | 30                   | 62                      |
|                        |                                  | e                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 23             | 2,96        | 4          | 0,03           | 10,6         | 20                               | 50            | 54                | 28              | 0,0           | 117           | 141                          | 183                          | 485                  | 181                  | 240                     |
| Erasmusbrücke          | Kabel 13<br>Kabel 15<br>Kabel 16 | f                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 13,1         | 90                               | 180           | 201               | 43              | 0,0           | 243           | 560                          | 610                          | 170                  | 211                  | 203                     |
|                        |                                  | g                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 13,1         | 50                               | 110           | 121               | 43              | 0,0           | 150           | 342                          | 373                          | 199                  | 210                  | 209                     |
|                        |                                  | h                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 0              | 2,96        | 4          | 0,03           | 13,1         | 20                               | 50            | 54                | 43              | 0,0           | 105           | 235                          | 257                          | 425                  | 370                  | 378                     |
|                        |                                  | i                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770               | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 12,8         | 20                               | 50            | 54                | 28              | 0,0           | 216           | 268                          | 344                          | 980                  | 435                  | 538                     |
|                        |                                  | a                           | 195,5       | 192         | 157           | 9226               | 34              | 23             | 1,86        | 3          | 0,03           | 12,8         | 20                               | 40            | 45                | 29              | 0,0           | 246           | 325                          | 407                          | 1128                 | 713                  | 811                     |
|                        |                                  | b                           | 195,5       | 192         | 157           | 9226               | 34              | 23             | 2,48        | 4          | 0,03           | 12,8         | 20                               | 50            | 54                | 29              | 0,0           | 172           | 224                          | 282                          | 760                  | 348                  | 424                     |
|                        |                                  | a                           | 283,8       | 192         | 157           | 7304               | 27              | 23             | 1,14        | 3          | 0,08           | 12,8         | 30                               | 90            | 95                | 32              | 0,0           | 333           | 468                          | 574                          | 1010                 | 419                  | 505                     |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 3<br>Kabel 15<br>Kabel 16  | b                           | 283,8       | 192         | 157           | 7304               | 27              | 23             | 1,52        | 4          | 0,04           | 12,8         | 20                               | 90            | 92                | 32              | 0,0           | 283           | 408                          | 496                          | 1313                 | 353                  | 438                     |
|                        |                                  | c                           | 283,8       | 192         | 157           | 7304               | 27              | 23             | 2,28        | 6          | 0,06           | 12,8         | 20                               | 50            | 54                | 32              | 0,0           | 148           | 200                          | 249                          | 640                  | 300                  | 362                     |
|                        |                                  | a                           | 250         | 200         | 58            | 2262               | 24              | 25             | 0,79        | 2          | 0,10           | 14,0         | -                                | -             | 600               | 32              | 0,0           | 671           | 990                          | 1196                         | -                    | -                    | 99                      |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7                         | a                           | 290         | 225         | 70            | 3224               | 23              | 25             | 0,74        | 2          | 0,13           | 14,0         | -                                | -             | 675               | 33              | 0,0           | 691           | 1039                         | 1247                         | -                    | -                    | 85                      |
|                        |                                  | a                           | 300         | 225         | 70            | 3639               | 22              | 25             | 0,76        | 2          | 0,18           | 14,0         | -                                | -             | 675               | 33              | 0,0           | 614           | 926                          | 1111                         | -                    | -                    | 65                      |
| Hänger 7               | a                                | a                           | 180         | 140         | 37            | 982                | 28              | 23             | 1,81        | 4          | 0,11           | 7,2          | -                                | 60            | -                 | 32              | 0,0           | 112           | 154                          | 190                          | -                    | 156                  | -                       |
|                        |                                  | e                           | 95          | 140         | 37            | 829                | 43              | 33             | 1,58        | 2          | 0,11           | 12,0         | -                                | 240           | -                 | 19              | 0,0           | 319           | 290                          | 431                          | -                    | 21                   | -                       |
| Hänger 7               | a                                | a                           | 115         | 140         | 37            | 1034               | 38              | 33             | 1,45        | 2          | 0,11           | 12,0         | -                                | 280           | -                 | 21              | 0,0           | 334           | 326                          | 466                          | -                    | 16                   | -                       |
|                        |                                  | a                           | 23,84       | 130         | 106           | 1893               | 79              | -              | 2,80        | 1          | 0,02           | -            | 120                              | 300           | 323               | Anregung Typ D  |               |               |                              |                              | -                    | -                    | -                       |

| Tabelle B.12           |               | Luftkraftbeiwerte Yamaguchi |             |             |               |                   |                 |                |             |            |                |              |               |               |                   |                 |                  |              | Rinnselschwingung: bewegliches Rinnsal mit $\lambda_a = 0,2$ und $\theta = 40^\circ$ |                  |               | Abweichung v. d. Beobachtung |                   |     |
|------------------------|---------------|-----------------------------|-------------|-------------|---------------|-------------------|-----------------|----------------|-------------|------------|----------------|--------------|---------------|---------------|-------------------|-----------------|------------------|--------------|--|------------------|---------------|------------------------------|-------------------|-----|
| Bauwerk                | Kabel         | Fall                        | Beobachtung |             |               |                   |                 |                |             |            |                |              | Berechnung    |               |                   |                 |                  | $\Delta a_x$ | $\Delta a_y$   | $\Delta a_{ges}$ |               |                              |                   |     |
|                        |               |                             | $l$<br>[m]  | $D$<br>[mm] | $m$<br>[kg/m] | $S_{min}$<br>[kN] | $\alpha$<br>[°] | $\beta$<br>[°] | $f$<br>[Hz] | $n$<br>[-] | $\zeta$<br>[%] | $U$<br>[m/s] | $a_x$<br>[mm] | $a_y$<br>[mm] | $a_{ges}$<br>[mm] | $\Theta$<br>[°] | $2\theta$<br>[°] |              |  |                  | $a_x$<br>[mm] | $a_y$<br>[mm]                | $a_{ges}$<br>[mm] |     |
| Hartman Brücke         | AS 16         | c                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 4              | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,1         | -             | 118           | -                 | 40              | 22,5             | 129          | 193  | 232              | -             | 63                           | -                 |     |
|                        |               | d                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 17             | 2,48        | 2          | 0,03           | 11,1         | -             | 124           | -                 | 31              | 24,1             | 175          | 187  | 256              | -             | 51                           | -                 |     |
|                        |               | e                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 27             | 2,48        | 2          | 0,03           | 8,0          | -             | 124           | -                 | 23              | 17,8             | 131          | 112  | 172              | -             | -9                           | -                 |     |
| Hartman Brücke         | AS 23         | f                           | 87,05       | 136         | 47,9          | 2241              | 46              | 45             | 2,48        | 2          | 0,03           | 10,3         | -             | 108           | -                 | 7               | 20,4             | 186          | 83   | 204              | -             | -23                          | -                 |     |
|                        |               | f                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,1         | -             | 158           | -                 | 41              | 23,9             | 193          | 293  | 351              | -             | 86                           | -                 |     |
|                        |               | g                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 11,3         | -             | 158           | -                 | 32              | 22,4             | 214          | 239  | 321              | -             | 51                           | -                 |     |
|                        |               | i                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 21             | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,4         | -             | 175           | -                 | 34              | 21,4             | 192          | 232  | 301              | -             | 32                           | -                 |     |
|                        |               | j                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 4              | 1,90        | 3          | 0,03           | 10,7         | -             | 168           | -                 | 41              | 22,9             | 179          | 276  | 329              | -             | 64                           | -                 |     |
|                        |               | k                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 20             | 1,90        | 3          | 0,03           | 8,4          | -             | 165           | -                 | 35              | 18,4             | 151          | 196  | 247              | -             | 19                           | -                 |     |
|                        |               | l                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 18             | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,7          | -             | 158           | -                 | 36              | 17,2             | 135          | 184  | 228              | -             | 16                           | -                 |     |
|                        |               | m                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 12             | 1,90        | 3          | 0,03           | 6,3          | -             | 151           | -                 | 38              | 14,5             | 101          | 153  | 183              | -             | 1                            | -                 |     |
|                        |               | n                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 6              | 1,90        | 3          | 0,03           | 7,8          | -             | 137           | -                 | 40              | 17,7             | 125          | 197  | 233              | -             | 43                           | -                 |     |
|                        |               | o                           | 182,5       | 187         | 75,9          | 4066              | 23              | 26             | 1,90        | 3          | 0,03           | 13,5         | -             | 172           | -                 | 32              | 25,9             | 261          | 284  | 385              | -             | 65                           | -                 |     |
| Tsurumi Tsubasa Brücke | Kabel 30      | a                           | 231,4       | 192         | 156           | 7698              | 27              | -23            | 0,48        | 1          | 0,03           | 9,7          | 100           | 1730          | 1733              | Anregung Typ B  |                  |              |  |                  | -             | -                            | -                 |     |
|                        |               | Kabel 21                    | a           | 112,4       | 167           | 115               | 6046            | 49             | 23          | 2,04       | 2              | 0,03         | 10,5          | 80            | 130               | 153             | 24               | 20,1         | 186  | 162              | 246           | 133                          | 24                | 61  |
|                        |               | Kabel 11                    | a           | 154,3       | 190           | 149               | 7770            | 40             | 0           | 1,48       | 2              | 0,03         | 8,8           | 60            | 170               | 180             | 42               | 21,0         | 157  | 255              | 299           | 161                          | 50                | 66  |
|                        | Kabel 11      | b                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 8,8          | 20            | 50            | 54                | 42              | 14,3             | 93           | 162  | 187              | 363           | 224                          | 246               |     |
|                        |               | c                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 1,48        | 2          | 0,03           | 10,6         | 70            | 210           | 221               | 28              | 24,0             | 266          | 252  | 366              | 280           | 20                           | 65                |     |
|                        |               | d                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 10,6         | 40            | 160           | 165               | 28              | 17,0             | 164          | 166  | 233              | 310           | 4                            | 41                |     |
|                        |               | e                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,96        | 4          | 0,03           | 10,6         | 20            | 50            | 54                | 28              | 12,3             | 115          | 118  | 165              | 475           | 136                          | 206               |     |
|                        |               | f                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 1,48        | 2          | 0,03           | 13,1         | 90            | 180           | 201               | 43              | 29,5             | 260          | 402  | 478              | 188           | 123                          | 138               |     |
|                        |               | g                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,22        | 3          | 0,03           | 13,1         | 50            | 110           | 121               | 43              | 21,4             | 161          | 268  | 313              | 222           | 144                          | 159               |     |
|                        |               | h                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 0              | 2,96        | 4          | 0,03           | 13,1         | 20            | 50            | 54                | 43              | 16,3             | 114          | 197  | 227              | 468           | 293                          | 321               |     |
|                        |               | i                           | 154,3       | 190         | 149           | 7770              | 40              | 23             | 2,22        | 3          | 0,03           | 12,8         | 20            | 50            | 54                | 28              | 20,3             | 209          | 205  | 292              | 943           | 309                          | 442               |     |
|                        |               | Kabel 8                     | a           | 195,5       | 192           | 157               | 9226            | 34             | 23          | 1,86       | 3              | 0,03         | 12,8          | 20            | 40                | 45              | 29               | 22,5         | 239  | 237              | 336           | 1093                         | 493               | 652 |
|                        | b             |                             | 195,5       | 192         | 157           | 9226              | 34              | 23             | 2,48        | 4          | 0,03           | 12,8         | 20            | 50            | 54                | 29              | 17,5             | 171          | 177  | 245              | 753           | 253                          | 356               |     |
|                        | Kabel 1       |                             | a           | 283,8       | 192           | 157               | 7304            | 27             | 23          | 1,14       | 3              | 0,08         | 12,8          | 30            | 90                | 95              | 32               | 27,3         | 315  | 327              | 454           | 948                          | 263               | 378 |
|                        | Erasmusbrücke | Kabel 13                    | b           | 283,8       | 192           | 157               | 7304            | 27             | 23          | 1,52       | 4              | 0,04         | 12,8          | 20            | 90                | 92              | 32               | 25,1         | 277  | 293              | 403           | 1283                         | 225               | 337 |
| c                      |               |                             | 283,8       | 192         | 157           | 7304              | 27              | 23             | 2,28        | 6          | 0,06           | 12,8         | 20            | 50            | 54                | 32              | 15,1             | 146          | 165  | 220              | 628           | 229                          | 308               |     |
| a                      |               |                             | 250         | 200         | 58            | 2262              | 24              | 25             | 0,79        | 2          | 0,10           | 14,0         | -             | -             | 600               | 32              | 43,3             | 618          | 595  | 858              | -             | -                            | 43                |     |
| Meikonishi Brücke      | Kabel 15      | a                           | 290         | 225         | 70            | 3224              | 23              | 25             | 0,74        | 2          | 0,13           | 14,0         | -             | -             | 675               | 33              | 41,1             | 639          | 640  | 904              | -             | -                            | 34                |     |
|                        |               | Kabel 16                    | a           | 300         | 225           | 70                | 3639            | 22             | 25          | 0,76       | 2              | 0,18         | 14,0          | -             | -                 | 675             | 33               | 37,9         | 574  | 582              | 817           | -                            | -                 | 21  |
|                        |               | a                           | 180         | 140         | 37            | 982               | 28              | 23             | 1,81        | 4          | 0,11           | 7,2          | -             | 60            | -                 | 32              | 16,4             | 108          | 126  | 166              | -             | 110                          | -                 |     |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7      | Kabel 3                     | e           | 95          | 140           | 37                | 829             | 43             | 33          | 1,58       | 2              | 0,11         | 12,0          | -             | 240               | -               | 19               | 28,5         | 282  | 188              | 339           | -                            | -22               | -   |
|                        |               | Kabel 15                    | a           | 115         | 140           | 37                | 1034            | 38             | 33          | 1,45       | 2              | 0,11         | 12,0          | -             | 280               | -               | 21               | 30,1         | 296  | 209              | 362           | -                            | -26               | -   |
| Elbebrücke Dömitz      | Hänger 7      | a                           | 23,84       | 130         | 106           | 1893              | 79              | -              | 2,80        | 1          | 0,02           | -            | 120           | 300           | 323               | Anregung Typ D  |                  |              |  |                  | -             | -                            | -                 |     |

# ANHANG C: BESCHREIBUNG DES ERSTELLTEN COMPUTERPROGRAMMS

## C.1. ALLGEMEINES

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Computerprogramm erstellt, mit dessen Hilfe die abgeleiteten Berechnungsverfahren umgesetzt und getestet wurden. Das Programm wurde in der Programmiersprache C++ geschrieben. Als Compiler kam ein Produkt der Firma Microsoft zur Anwendung (MS Visual C++ Version 6.0).

C++ wurde wegen der damit erreichbaren hohen Rechengeschwindigkeit gewählt. Mit der ebenfalls sehr gebräuchlichen Programmiersprache Java erreicht man zur Zeit nur etwa 20 bis 50 % der Rechengeschwindigkeit von C- Programmen.

Eine hohe Rechengeschwindigkeit ist notwendig, weil eine relativ hohe Anzahl von Zeitschritten erforderlich ist, bis das System mit der maximalen Amplitude schwingt. Bei den Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit wurden 200 000 bis 2 000 000 Zeitschritte gerechnet. Das Programm wurde als eine sogenannte MDI- Anwendung konzipiert (**M**ultiple **D**ocument **I**nterface), vergleichbar mit den weitverbreiteten Programmen MS WORD und MS EXCEL. Das heißt, das Programm ist in der Lage, eigene Dokumente zu erzeugen, zu speichern und wieder zu laden.

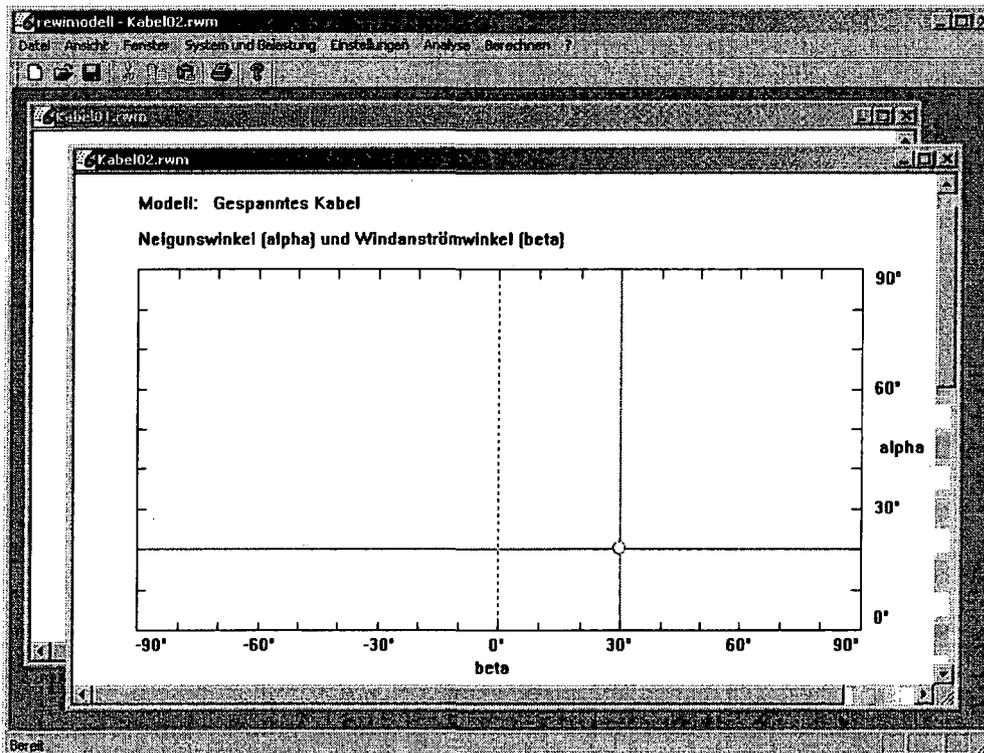


Abb. C.1: Graphische Oberfläche des Programms

Es können mehrere Dokumente gleichzeitig geöffnet und bearbeitet werden. Abbildung C.1 zeigt die graphische Oberfläche des Programms. Geöffnet sind die Dokumente zweier Kabel einer Brücke.

Wenn man mit dem Programm arbeitet, müssen eine Menge Eingaben in Form von Zahlen gemacht werden. Dazu muss generell angemerkt werden, dass ein Komma immer durch

einen Punkt (.) ausgedrückt wird. Verwendet man ein Komma (,) so werden alle folgenden Zahlen abgeschnitten. In den folgenden Kapiteln wird das Programm nun schrittweise erläutert.

## C.2. INSTALLATION UND START

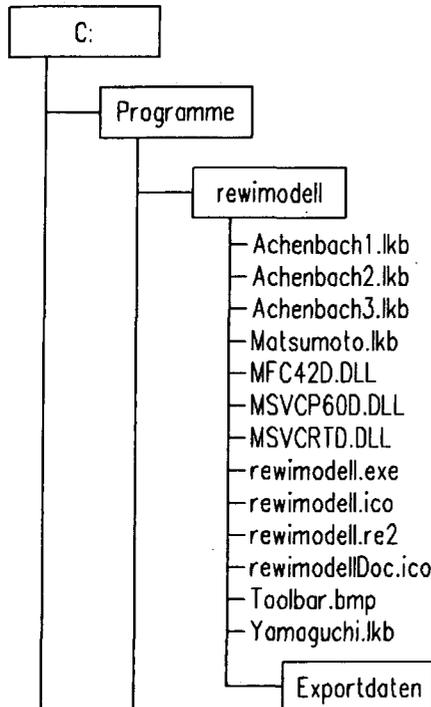


Abb. C.2: Verzeichnisstruktur

Das Programm ist nicht sehr groß und verfügt daher über keine eigene Installationsroutine. Es kann von der beiliegenden CD einfach auf die Festplatte kopiert werden.

Auf dem Rechner müsste danach die in Abbildung C.2 dargestellte Verzeichnisstruktur vorhanden sein. Zum Start wird die Datei **rewimodell.exe** ausgeführt. Sie enthält das eigentliche Programm. Die Dateien MFC42D.DLL, MSVCP60D.DLL und MSVCRTD.DLL sind Programmbibliotheken, die dynamisch gelinkt werden. Die Dateien rewimodell.ico, rewimodellDoc.ico und Toolbar.bmp enthalten graphische Elemente der Benutzeroberfläche.

Die bei den Berechnungen verwendeten Luftkraftbeiwerte sind in den Dateien mit der Erweiterung .lkb enthalten. Standardmäßig sind fünf dieser Dateien im Programm vorgesehen. Der Anwender kann jedoch selbst weitere schreiben und in das Programm einfügen.

Eine Ausführung direkt von der CD ist nicht möglich, weil das Programm, während man damit arbeitet, selbst Dateien erzeugt und wieder lädt.

## C.3. DATEI

Das Pulldown-Menü **Datei** enthält alle zum Erzeugen, Speichern und Drucken von Dokumenten erforderlichen Routinen. Die letzten 4 bearbeiteten Dokumente können direkt ausgewählt werden.

Der Menüeintrag **Neu** erzeugt ein neues Dokument. Ein Dokument enthält z.B. die Daten eines Modellzylinders für einen Windkanalversuch oder die eines Kabels einer Schrägseilbrücke. Beim Erzeugen eines Dokumentes werden durch den sogenannten Konstruktor alle Variablen mit sinnvollen Werten belegt. Vergißt man etwa vor dem Ausführen einer Berechnung eine der erforderlichen Angaben zu machen, so stürzt der Rechner trotzdem nicht ab.

Der Menüeintrag **Öffnen** öffnet bereits bestehende Dokumente. Anhand eines Verzeichnisbaums kann das zu öffnende Dokument (erkennbar an der Erweiterung **.rwm**) ausgewählt werden.

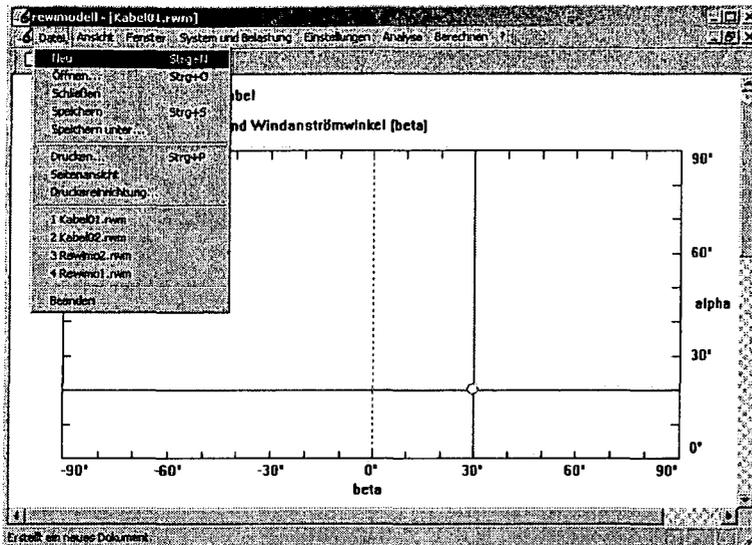


Abb. C.3: Das Menü Datei

Der Menüeintrag **Schließen** schließt das aktuelle Dokument.

Der Menüeintrag **Speichen** speichert das aktuelle Dokument. Mit **Speichern unter...** kann ein neuer Name vergeben werden.

Der Menüeintrag **Drucken** ladet den Druckmanager. Gedruckt werden eine graphische Darstellung der Lage des Modells zum Wind und vier Diagramme mit den Ergebnissen der Berechnung. Wurde die Berechnung noch nicht ausgeführt, so sind die Ergebnisdiagramme leer und es erscheint der Hinweis „Keine Ergebnisse vorhanden“.

Beim Anwählen des Menüeintrags **Seitenansicht** erscheint eine Vorschau auf das Druckbild.

Unter dem Menüeintrag **Druckereinstellung** können Druckereinstellungen vorgenommen werden.

Der Menüeintrag **Beenden** schließt das Programm.

Die Menüeinträge **Neu**, **Öffnen**, **Speichern** und **Drucken** können auch über die Symbolleiste aufgerufen werden.

## C.4. ANSICHT

Das Menü Ansicht ermöglicht das Einblenden und Ausblenden der Symbolleiste und der Statusleiste am unteren Rand des Programms.

## C.5. FENSTER

Das Menü Fenster ordnet je nach gewähltem Menüeintrag die geöffneten Dokumente überlappend oder untereinander an.

## C.6. SYSTEM UND BELASTUNG

Das Menü **System und Belastung** enthält die Menüeinträge **Modell**, **Belastung** und **Medium**.

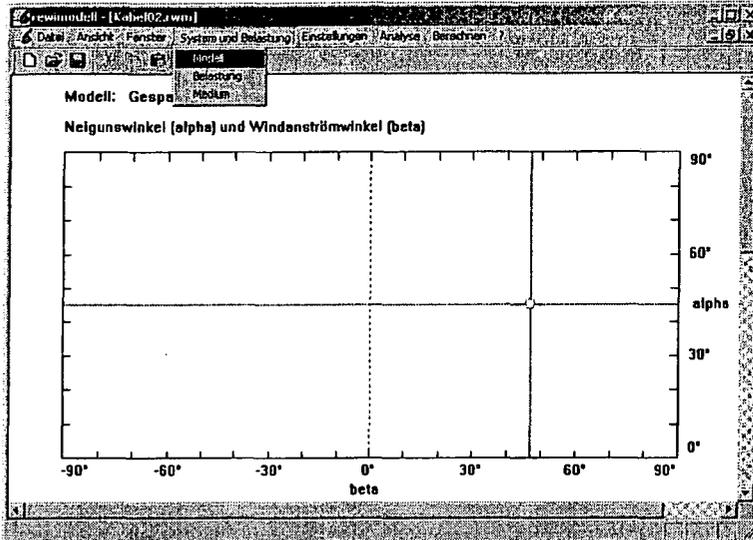


Abb. C.4: Das Menü System und Belastung

Unter dem Menüeintrag **Modell** werden die Systemeigenschaften des federnd gelagerten Zylinders oder des Kabels bzw. Hängers festgelegt. Beim Anwählen öffnet sich ein Dialogfeld (Abb. C.5). Das Dialogfeld enthält eine Reihe von Steuerelementen, die entweder mit der Maus oder der Tabulatortaste angewählt werden können.

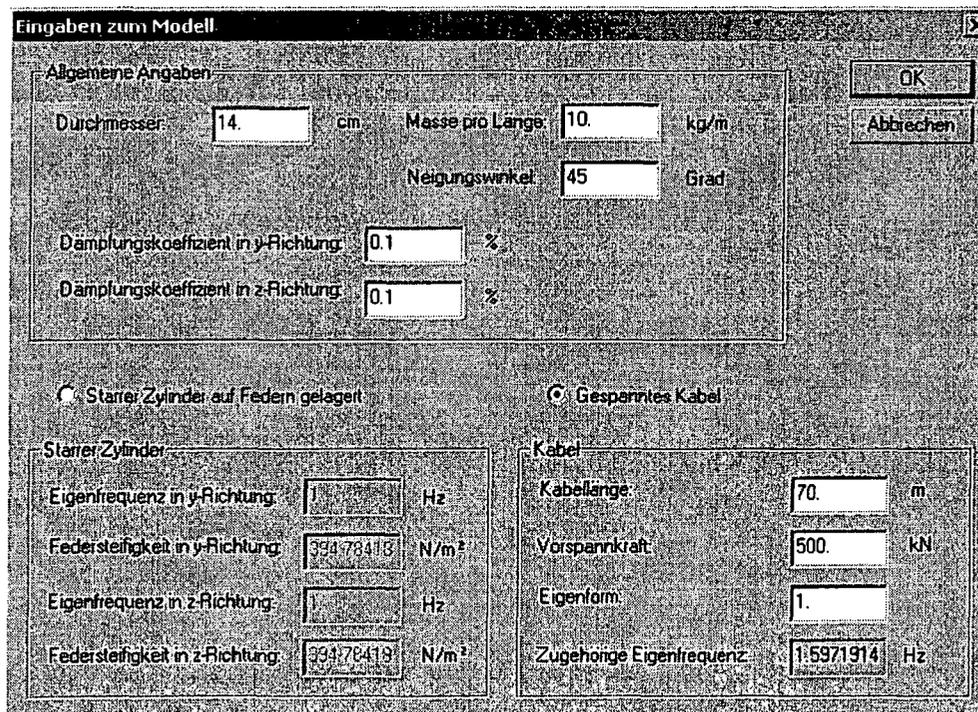


Abb. C.5: Dialogfeld für die Eingabe der Systemeigenschaften

Die Eingabe des **Durchmessers**  $D$  erfolgt in cm. Der Durchmesser ist auf 14 cm voreingestellt.

Die **Masse pro Länge**  $m$  wird in kg/m eingegeben. Die Voreinstellung beträgt 10 kg/m.

Der **Neigungswinkel** des Modellzylinders oder Kabels wurde im Rahmen dieser Arbeit mit  $\alpha$  bezeichnet (siehe Definition Kapitel 3.7.2). Die Eingabe erfolgt in Grad,  $0^\circ$  sind voreingestellt.

Die Dämpfung des Systems wird in Prozent eingegeben, wobei 100 % der kritischen Dämpfung entsprechen. Horizontal (**Dämpfungskoeffizient in y-Richtung**  $\zeta_y$ ) und vertikal (**Dämpfungskoeffizient in z-Richtung**  $\zeta_z$ ) können unterschiedliche Werte festgelegt werden. Das kann z.B. bei Hängern oder Schrägseilen mit zusätzlichen Dämpfern nötig sein. Voreingestellt sind jeweils 0,1 %.

Mit Hilfe eines Wahlschalters kann als System zwischen **Starrer Zylinder auf Federn gelagert** und **Gespanntes Kabel**, was die Hänger von Bogenbrücken mit einschließt, gewählt werden. Voreingestellt ist der Zylinder. Darunter befindet sich jeweils eine Steuerelementengruppe, wo je nach gewähltem System weitere Eingaben gemacht werden müssen. Wird als System z.B. der Zylinder gewählt, so werden die Steuerelemente der anderen Gruppe (in dem Fall des Kabels) deaktiviert.

Beim starren Zylinder erfolgt die Eingabe der Steifigkeit des Systems in y- und z- Richtung über die **Eigenfrequenz in y-Richtung**  $f_y$  und die **Eigenfrequenz in z-Richtung**  $f_z$ . Das hat sich im Rahmen dieser Arbeit als die praktischste Variante erwiesen. Die Eingabe erfolgt in Hz, voreingestellt sind jeweils 1 Hz.

Die **Federsteifigkeit in y-Richtung**  $k_y$  und die **Federsteifigkeit in z-Richtung**  $k_z$  (gemeint ist die Lagerung des Zylinders) wird vom Programm berechnet und nur zur Information ausgegeben. Die beiden Eingabefelder sind daher schreibgeschützt.

Im Fall eines Brückenkabels oder Hängers erfolgt die Eingabe der Systemsteifigkeit über die **Kabellänge**  $l$  und die **Vorspannkraft**  $S_{stat}$ . Die Kabellänge ist auf 70 m voreingestellt, die Vorspannkraft auf 500 kN.

Die Eingabe der **Eigenform**  $n$ , in der das Kabel schwingen soll, erfolgt als Ganzzahl. Voreingestellt ist die erste Eigenform.

Die zur eingestellten Eigenform **Zugehörige Eigenfrequenz**  $f_n$  wird vom Programm gerechnet und ausgegeben. Sie muss zwischen 0,5 und 3 Hz liegen. Anderenfalls finden Regen-Wind-induzierte Schwingungen praktisch nicht statt und eine Berechnung braucht nicht durchgeführt werden. Das Eingabefeld ist schreibgeschützt.

Durch Anwählen des Menüeintrages **Belastung** wird folgendes Dialogfeld geöffnet:

| Parameter  | Value    | Unit             |
|--|----------|------------------|
| Windgeschwindigkeit  | 10       | m/s              |
| Normalkomponente der Windgeschwindigkeit                               | 10       | m/s              |
| Windanstromwinkel  | 0        | Grad             |
| Schräganstromwinkel  | 0        | Grad             |
| Windangriffswinkel   | 0        | Grad             |
| Reynoldszahl   | 99290.78 |                  |
| <input checked="" type="checkbox"/> Rampe beim Aufbringen der Windlast | 1        | m/s <sup>2</sup> |

Abb. C.6: Dialogfeld für die Eingabe der Belastung

Die Eingabe der **Windgeschwindigkeit**  $U$  erfolgt in m/s. Voreingestellt sind 10 m/s.

Das Eingabefeld der **Normalkomponente der Windgeschwindigkeit**  $U_n$  ist schreibgeschützt.

Der **Windanstromwinkel**  $\beta$  wird in Grad eingegeben und gemäß der Definition in Kapitel 3.7.2 festgelegt. Voreingestellt sind  $0^\circ$ .

Die Eingabefelder des **Schräganstromwinkels**  $\beta^*$  und des **Windangriffswinkels**  $\gamma_0$  sind schreibgeschützt. Das Programm berechnet  $\beta^*$  nach Gleichung (3.12) und  $\gamma_0$  nach Gleichung (3.13). Die **Reynoldszahl**  $Re$  wird ebenfalls nur ausgegeben.

Die Windlast kann bei der numerischen Simulation unmittelbar oder kontinuierlich steigend aufgebracht werden, vergleichbar mit dem langsamen Anfahren eines Windkanalgebläses. Durch Wahl des Kontrollkästchens **Rampe beim Aufbringen der Windlast** wird die Windlast gemäß der eingegebenen Beschleunigung bis zum Erreichen von  $U$  gesteigert. Wird die Voreinstellung nicht geändert, so beträgt die Steigerung  $1 \text{ m/s}^2$ .

Der eingestellte Neigungswinkel  $\alpha$  und Windanstromwinkel  $\beta$  ist stets in einem Diagramm sichtbar. In Abbildung C.4 zum Beispiel beträgt  $\alpha = 45^\circ$  und  $\beta = 47^\circ$ . Durch Ziehen des im roten Fadenkreuz sichtbaren Kreises mit der gedrückten linken Maustaste können  $\alpha$  und  $\beta$  auch direkt verändert werden. Das ist allerdings nur möglich, wenn der Scrollbalken am rechten Rand ganz nach oben verschoben wurde.

Durch Anwählen des Menüeintrags **Medium** öffnet sich ein Dialogfeld (Abb. C.7), wo Angaben zum Strömungsmedium gemacht werden können. In der Regel wird das die Luft der Erdatmosphäre sein, und diese ist auch voreingestellt. Mit Hilfe des Dialogfeldes können jedoch die **Dichte des Mediums**  $\rho_L$  und die **Kinematische Zähigkeit**  $\nu_L$  geändert werden.

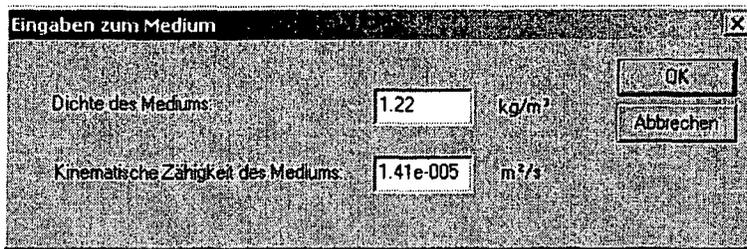


Abb. C.7: Dialogfeld für Eingaben zum Strömungsmedium

Bei allen Dialogfeldern werden beim Schließen mit **OK** mehrere Prozesse in Gang gesetzt. Als erstes wird geprüft, ob wirklich Zahlen eingegeben wurden. Wenn nicht, erscheint ein Fenster, das darauf hinweist, wo die falsche Eingabe gemacht wurde. Weiterhin wird auch geprüft, ob sich die Eingabe in einem sinnvollen Bereich befindet. Zum Beispiel wird die Eingabe eines Kabeldurchmessers kleiner als Null durch das Programm abgefangen. Sind alle Eingaben in Ordnung, so wird das Dialogfeld geschlossen und im Hintergrund ein Unterprogramm gestartet, das alle Daten in den schreibgeschützten Eingabefeldern aktualisiert. Ändert man z.B. die Windgeschwindigkeit im Dialogfeld Belastung, schließt mit **OK** und öffnet neu, so sind die Normalkomponente der Windgeschwindigkeit und die Reynoldszahl angepasst worden. Eventuell vorhandene Rechenergebnisse wurden, weil sie nicht mehr gültig sind, gelöscht.

Beim Schließen mit **Abbrechen** werden alle Änderungen ignoriert. Beim erneuten Öffnen des Dialogfeldes findet man die alten Einstellungen vor.

## C.7. EINSTELLUNGEN

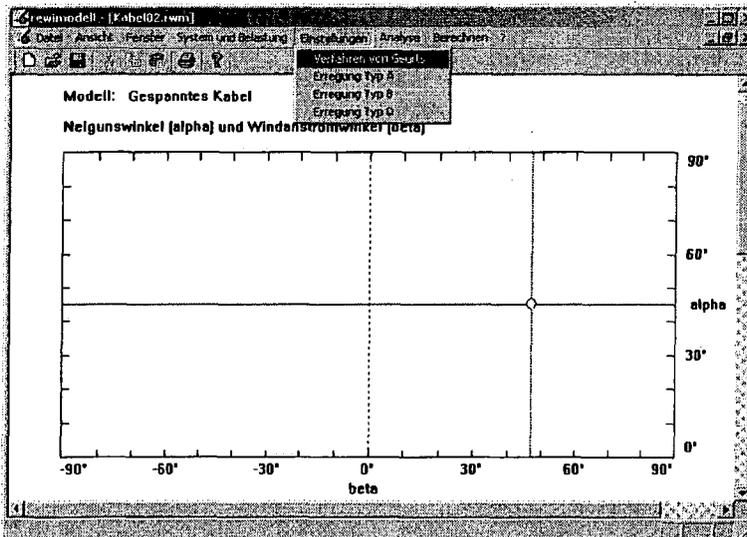


Abb. C.8: Das Menü Einstellungen

Unter dem Menü **Einstellungen** können alle Einstellungen für die anschließende numerische Simulation vorgenommen werden. Mit Hilfe des Programms können Regen-Wind-induzierte Schwingungen vom Typ A (Kapitel 4) und vom Typ B (Kapitel 5) berechnet werden. Schwingungen vom Typ A können zum Vergleich auch nach dem Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* berechnet werden (Kapitel 4.1.1).

Für Anregungen vom Typ C und D konnte auf Grundlage des bisherigen Wissens kein Berechnungsverfahren entwickelt werden.

Durch Anwählen des Menüeintrags **Verfahren von Geurts** wird folgendes Dialogfeld geöffnet:

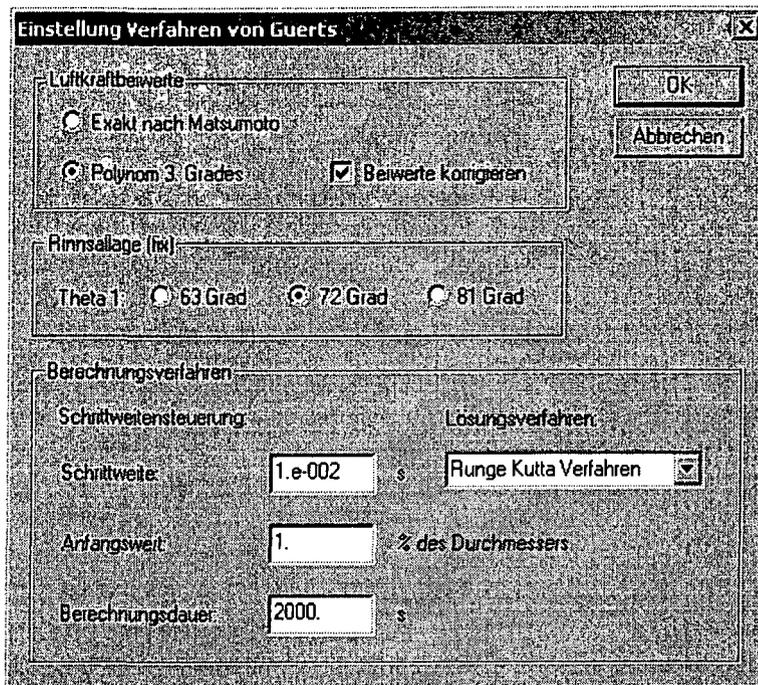


Abb. C.9: Dialogfeld zur Einstellung des Verfahrens von *Geurts* und *van Staalduinen*

Im Gruppenfeld **Luftkraftbeiwerte** befindet sich ein Wahlschalter, wo festgelegt werden kann, ob die exakten Luftkraftbeiwerte  $C_z$  (von *Matsumoto*) oder genäherte Werte verwendet werden sollen. Die Einstellung **Polynom 3. Grades** ist voreingestellt. Das Programm berechnet die Luftkraftbeiwerte in diesem Fall je nach Rinnsallage mit Hilfe von Gleichung (4.3), (4.17) oder (4.18). Wählt man die Option **Exakt nach Matsumoto**, so werden die Luftkraftbeiwerte gemäß Abbildung 3.25 verwendet. Zwischen den einzelnen Stützstellen wird linear interpoliert.

Ist das Kontrollkästchen **Beiwerte korrigieren** aktiviert, werden die durch ein Polynom genäherten Luftkraftbeiwerte gemäß Gleichung (4.22) umgerechnet. Bei Wahl der exakten Luftkraftbeiwerte erfolgt diese Umrechnung immer. In der Voreinstellung ist das Kästchen aktiv.

Es können drei **Rinnsallagen**  $\Theta_1$  gewählt werden, gemäß der drei von *Matsumoto* bestimmten Kurven (Abb. 3.25). Voreingestellt ist ein  $\Theta_1$  von  $72^\circ$ . Beim Verfahren von *Geurts* und *van Staalduinen* ist das Rinnsal immer fix.

Im Gruppenfeld **Berechnungsverfahren** können für die Zeitschrittintegration erforderliche Einstellungen vorgenommen werden.

Unter **Schrittweite** kann eine fixe Schrittweite gewählt werden, d.h. die Lösung wird im Zeitbereich auf einem äquidistanten Gitter erzeugt. Die Schrittweite (Gitterweite)  $h$  wird in Sekunden eingegeben. Voreingestellt ist die Schrittweite von 0,01 s. Diese hat sich bei der numerischen Simulation Regen-Wind-induzierter Schwingungen als ausreichend erwiesen.

Die Eigenfrequenz des Systems beträgt maximal 3 Hz. Darüber ist eine Regen-Wind-Anregung nie beobachtet worden. Für 3 Hz setzt sich eine Periode aus ca. 33 Zeitschritten zusammen.

Unter **Anfangswert** kann eine Randbedingung der Lösung des Differentialgleichungssystems in Form einer Anfangsauslenkung eingeführt werden. Die Eingabe erfolgt in Prozent wobei 100 % dem Kabeldurchmesser entsprechen. Voreingestellt ist eine Anfangsauslenkung von 0,1 %. Bei Berechnungen, wo der Energieeintrag in das System sehr gering ist, sollte jedoch eine größere Anfangsauslenkung eingeführt werden. Das System wird dadurch mit einer größeren Anfangsenergie ausgestattet, was bewirkt, dass sich die maximalen Amplituden früher einstellen. Dadurch wird die Rechenzeit verkürzt.

Eine Anfangsgeschwindigkeit als Randbedingung der Lösung wäre ebenfalls denkbar. In dem Programm wurde jedoch diese Möglichkeit nicht vorgesehen, weil man sich als Anwender wenig darunter vorstellen kann und daher die Festlegung einer sinnvollen Größenordnung schwer fällt.

Die **Berechnungsdauer** ist der Punkt auf der Zeitachse, wo die numerische Simulation abgebrochen wird. Voreingestellt sind 2000 s (33 min), was in den meisten Fällen ausreicht. Stellt man beim Betrachten der Ergebnisse fest, dass die maximalen Amplituden nicht erreicht wurden, d.h. die Lösung weist am Ende kein Plateau auf, so muss dieser Wert vergrößert werden. Dauert die Berechnung zu lange, so sollte eine größere Anfangsauslenkung eingeführt werden. Eventuell kann auch die Schrittweite vergrößert werden.

Mit Hilfe eines Kombinationsfeldes kann das **Lösungsverfahren** gewählt werden. In dieser Version des Programms steht nur das Runge-Kutta-Verfahren [15] zur Verfügung.

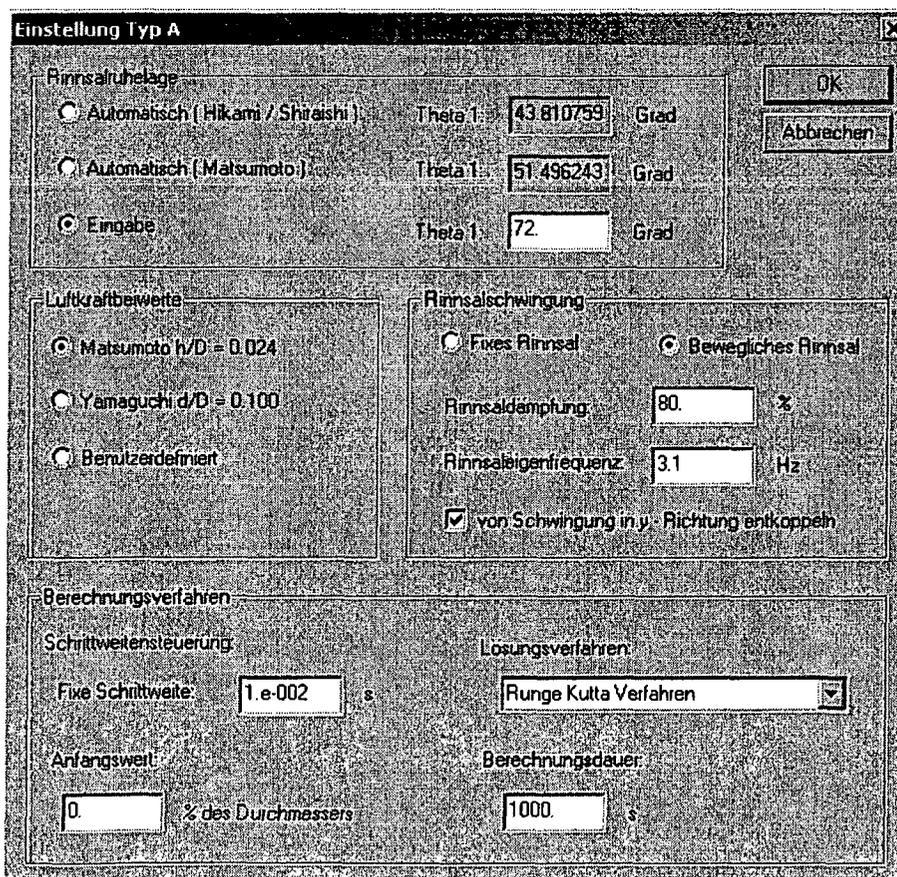


Abb. C.10: Dialogfeld zur Einstellung für die Berechnung einer Schwingung vom Typ A

Beim Anwählen des Menüeintrags **Erregung Typ A** öffnet sich das in Abbildung C.10 dargestellte Dialogfeld.

Ganz oben kann die **Rinnsalruhelage**  $\Theta_1$  eingegeben werden. Mit Hilfe eines Wahlschalters wird festgelegt, ob eine manuelle Eingabe oder eine rechnerische Ermittlung erfolgen soll. Durch Anklicken des Wahlschalters **Automatisch (Hikami / Shiraishi)** wird ein nach Gleichung (4.104) bestimmtes  $\Theta_1$  verwendet. Grundlage sind die Windkanalversuche von *Hikami* und *Shiraishi*. Bei der Wahl von **Automatisch (Matsumoto)** wird  $\Theta_1$  nach Gleichung (4.105) basierend auf Versuchen von *Matsumoto* ermittelt. Die vom Programm angebotenen Rinnsalruhelagen sollten jedoch mit einer gewissen Vorsicht verwendet werden (siehe Kapitel 4.2.7). Voreingestellt ist daher eine manuelle **Eingabe**.

Die verwendeten Luftkraftbeiwerte werden ebenfalls mit Hilfe eines Wahlschalters festgelegt. Eine Korrektur gemäß Gleichung (4.22) erfolgt automatisch. Es können die Beiwerte von **Matsumoto**  $h/D = 0,024$  oder **Yamaguchi**  $d/D = 0.100$  gewählt werden (Abb.4.9 und Abb. 4.10). Voreingestellt sind die Beiwerte von *Matsumoto*, welche auch zur Anwendung empfohlen werden, da sie die wahren Verhältnisse am Kabel mit Wasserrinnsal besser widerspiegeln. Es ist auch die Verwendung **Benutzerdefinierter** Luftkraftbeiwerte möglich. Darauf wird jedoch im Kapitel C.10 genauer eingegangen.

Die Einstellung der **Rinnsalschwingung** erfolgt im gleichnamigen Gruppenfeld. Bei Wahl der Option **Fixes Rinnsal** werden alle weiteren Eingabefelder dieser Gruppe deaktiviert. Es wird ein um die Dimension  $\varphi$  reduziertes Differentialgleichungssystem gelöst (4.59). Voreingestellt ist die Option **Bewegliches Rinnsal**. Gelöst wird in diesem Fall das vollständige Differentialgleichungssystem gemäß Gleichung (4.56).

Die Rinnsalamplitude und die Phasenverschiebung der Rinnsalschwingung gegenüber der Schwingung des Kabels können durch Eingabe einer **Rinnsaldämpfung**  $\zeta_\varphi$  und einer **Rinnsaleigenfrequenz**  $f_\varphi$  gesteuert werden. Deren Festlegung erfolgt durch Abbildung 4.24 und Gleichung (4.114). Die erforderliche Eigenfrequenz des Kabels  $f_n$  kann im Dialogfeld **Eingaben zum Modell** unter dem Menü **System und Belastung** abgelesen werden. Voreingestellt ist eine Rinnsaldämpfung von 80 % und eine Rinnsaleigenfrequenz von 3,1 Hz. Vorausgesetzt, dass z.B. bei einem federnd gelagerten Zylinder die voreingestellte Eigenfrequenz von 1 Hz nicht verändert wurde, würde eine Phasenverschiebung von 30° entstehen. Die Amplitudenübertragung der Modellschwingung auf die Rinnsalschwingung würde  $\chi_a = 0,1$  betragen.

Wichtig ist, dass bei einer Berechnung mit beweglichem Rinnsal die Eigenfrequenzen in y- und z- Richtung gleich groß sein müssen, weil sonst die mathematischen Zusammenhänge, auf deren Grundlage die Einstellung von Phasenverschiebung und Rinnsalamplitude erfolgt, ihre Gültigkeit verlieren. Bei Kabeln ist diese Bedingung automatisch erfüllt.

In dem zu lösenden Differentialgleichungssystem (4.56) ist Rinnsalschwingung sowohl an die Schwingung in y- Richtung als auch an die Schwingung in z- Richtung gekoppelt. Deutlich wird das, wenn man sich die Massenmatrix ansieht.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & m_r R \sin \Theta_1 \\ 0 & m & -m_r R \cos \Theta_1 \\ m_r R \sin \Theta_1 & -m_r R \cos \Theta_1 & m_r R^2 \end{bmatrix}$$

Für Testzwecke wurde im Programm eine Möglichkeit vorgesehen, den Aufbau der Massenmatrix zu verändern. Durch Aktivieren des Kontrollkästchens **von Schwingung in y- Richtung entkoppeln** werden die Elemente der Matrix, welche eine Kopplung an die y- Schwingung bewirken, mit Null belegt.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & -m_r R \cos \Theta_1 \\ 0 & -m_r R \cos \Theta_1 & m_r R^2 \end{bmatrix}$$

In der Voreinstellung ist dieses Kontrollkästchen deaktiviert.

Die Zeitschrittintegration ist nur auf einem äquidistanten Gitter möglich. Die **Fixe Schrittweite** ist auf 0,01 s voreingestellt, kann vom Anwender jedoch geändert werden. Der **Anfangswert** der Lösung kann in Form einer Anfangsauslenkung des Kabels in Prozent bezüglich des Kabeldurchmessers eingegeben werden. Die Voreinstellung beträgt daher 0,1 %.

Mit Hilfe eines Kombinationsfeldes kann das numerische **Lösungsverfahren** gewählt werden. Im Rahmen dieser Programmversion steht nur das Runge-Kutta-Verfahren [15] zur Verfügung.

Die **Berechnungsdauer** ist mit 2000 s voreingestellt. Unter Umständen ist eine längere Dauer nötig, bis die Amplituden ihren Maximalwert annehmen. Bis ca. 10 000 s bleibt die Rechenzeit in akzeptablen Grenzen. Sollte das nicht reichen, so kann durch Festlegung einer größeren Anfangsauslenkung die Rechenzeit verkürzt werden.

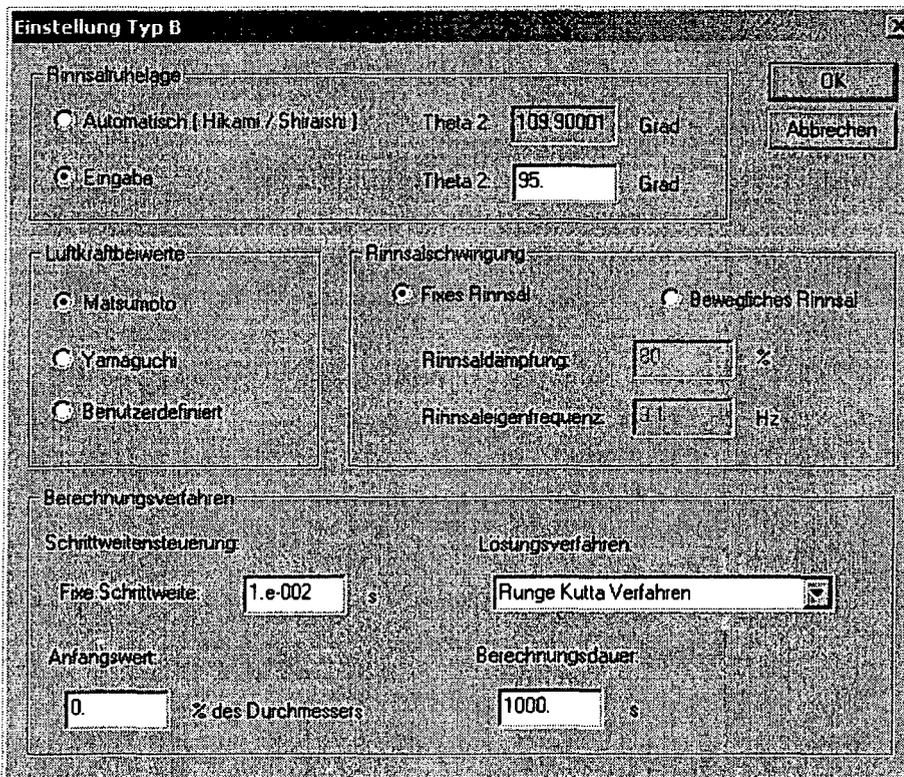


Abb. C.11: Dialogfeld zur Einstellung für die Berechnung einer Schwingung vom Typ B

Das in Abbildung C.11 dargestellte Menüfeld dient zur Einstellung der Berechnung einer Schwingung vom Typ B. Es öffnet sich durch Anklicken des Menüeintrags **Erregung Typ B**.

Die Rinnsalruhelage  $\Theta_2$  kann durch direkte **Eingabe** oder automatisch durch Auswahl von **Automatisch (Hikami / Shiraishi)** festgelegt werden. Die automatische Festlegung basiert auf Versuchsergebnissen von *Hikami* und *Shiraishi*, repräsentiert durch Gleichung (5.57). Wie bei einer Anregung vom Typ A sollte vorsichtig damit umgegangen werden, weil sich die Vorgehensweise des Programms auf nur wenige Versuchsergebnisse stützt. Voreingestellt ist daher eine direkte Eingabe.

Bei den **Luftkraftbeiwerten** kann wie beim Typ A zwischen Versuchsergebnissen von **Matsumoto** und **Yamaguchi** gewählt werden (Abb. 5.2). Für eine praktische Berechnung sind die Beiwerte von *Matsumoto* angebrachter (daher auch voreingestellt). Die Verwendung **Benutzerdefinierter** Luftkraftbeiwerte ist ebenfalls möglich.

Im Gruppenfeld **Rinnsalschwingung** kann zwischen **Fixes Rinnsal** und **Bewegliches Rinnsal** gewählt werden. Bei der zweiten Variante wird das vollständige Differentialgleichungssystem gelöst (5.31). Die Steuerung der Rinnsalschwingung kann durch die **Rinnsaldämpfung**  $\zeta_\varphi$  und die **Rinnsaleigenfrequenz**  $f_\varphi$  geschehen, welche mit Hilfe von Abb. 4.24 festgelegt werden. Bei einer Anregung vom Typ B ist allerdings über die Rinnsalschwingung so gut wie nichts bekannt. Voreingestellt ist ein fixes Rinnsal. Die Eingabefelder für die Rinnsaldämpfung und Rinnsaleigenfrequenz sind daher standardmäßig deaktiviert.

Die Einstellungen im Gruppenfeld **Berechnungsverfahren** sind in gleicher Weise vorzunehmen wie bei einer Anregung vom Typ A.

## C.8. ANALYSE

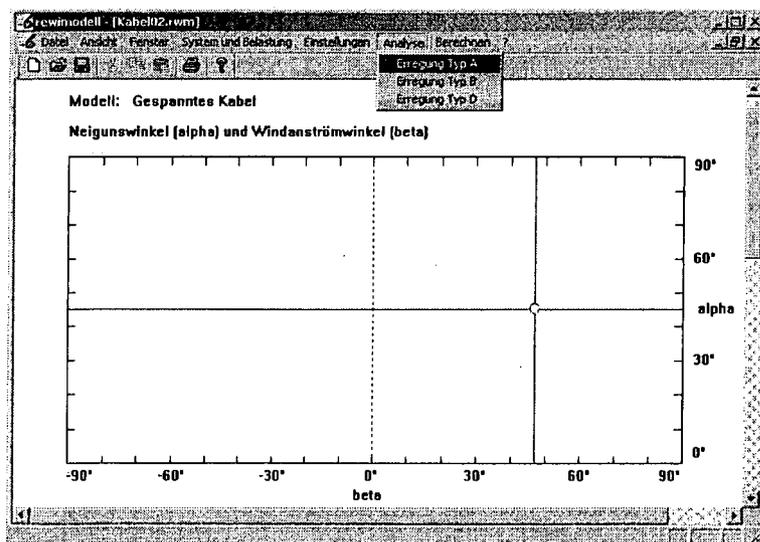


Abb. C.12: Das Menü Analyse

Wenn man als Anwender die Einstellungen für die Berechnung vornimmt, so ergibt sich das Problem, dass nicht bekannt ist, wo sich die Rinnsale am Querschnitt befinden. Zwar bietet das Programm Werte für  $\Theta_1$  bzw.  $\Theta_2$  an, jedoch basieren diese auf wenigen Versuchsergebnissen und sollten bestenfalls eine Zusatzinformation sein. Für eine praktische Berechnung sollte die ungünstigste Rinnsallage gewählt werden. Unter dem Menüpunkt

**Analyse** werden Hilfsprogramme angeboten, die das Auffinden der ungünstigsten Rinnsallage unterstützen.

Unter dem Menü Analyse befinden sich drei Einträge. Beim Anwählen des Menüeintrags **Erregung Typ A** öffnet sich das in Abbildung C.13 dargestellte Dialogfeld.

Das obere Rinnsal kann sich theoretisch im gesamten linken oberen Quadranten des Kabelquerschnitts befinden. Dementsprechend ist die **Untergrenze für Theta 1** mit  $0^\circ$  und die **Obergrenze für Theta 1** mit  $90^\circ$  voreingestellt. Bei Anklicken der Schaltfläche **Darstellen** wird ein Diagramm gezeichnet, in dem die erforderliche Systemdämpfung für ein aeroelastisch stabiles System als Funktion von  $\Theta_1$  abgetragen wird. Dabei werden die unter den Menüpunkten **System und Belastung** und **Einstellungen** vorgenommenen Eingaben zugrunde gelegt. An der Stelle, wo die erforderliche Dämpfung am höchsten ist, befindet sich ungefähr die ungünstigste Rinnsallage, d.h. ein paar Grad oberhalb davon. Durch Probieren kann das aber relativ schnell herausgefunden werden.

Um den instabilen Bereich weiter einzugrenzen, können die Obergrenze und Untergrenze geändert und dann erneut **Darstellen** geklickt werden. Dieser Routine liegen die im Kapitel 4.2.4 bzw. 4.2.6 beschriebenen Zusammenhänge zugrunde. Durch Anwählen von **Beenden** wird das Dialogfeld geschlossen.

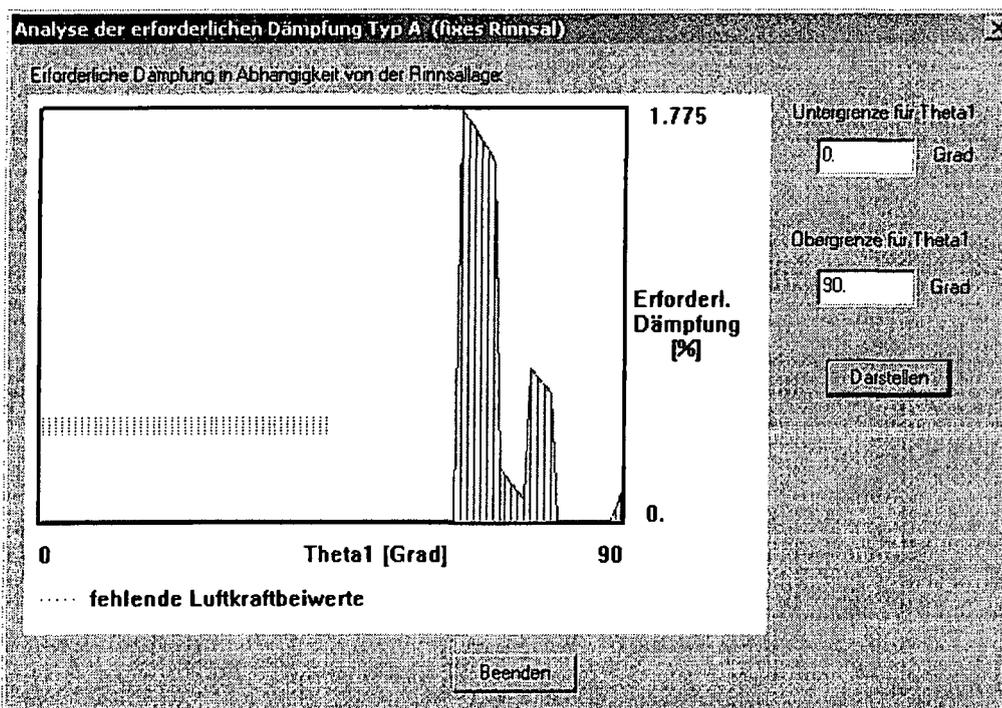


Abb. C.13: Hilfsprogramm zum Auffinden der ungünstigsten Rinnsallage beim Typ A

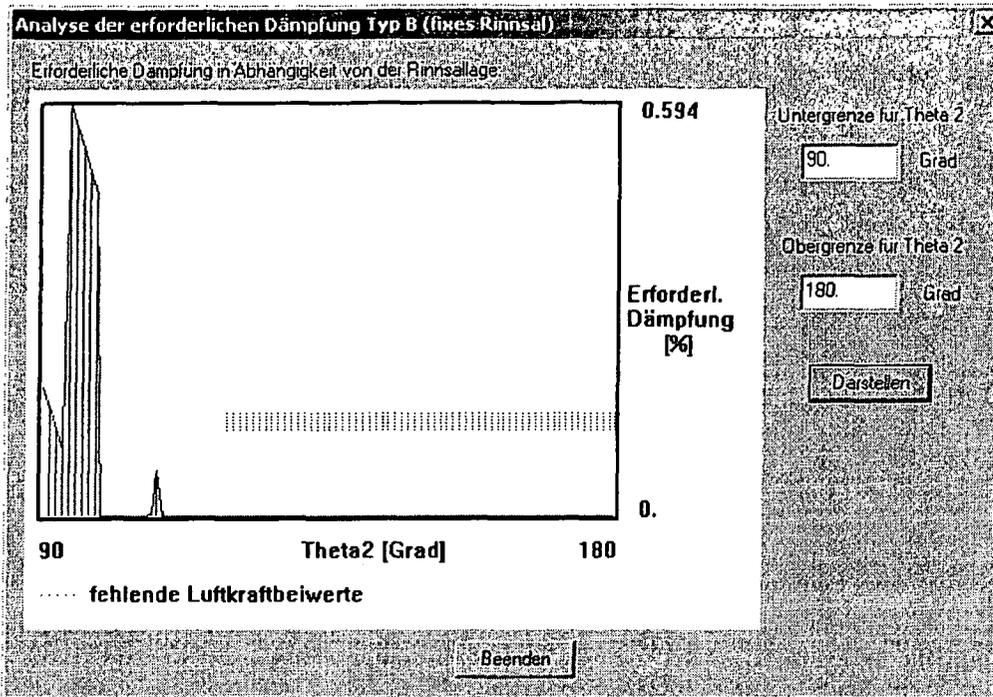


Abb. C.14: Hilfsprogramm zum Auffinden der ungünstigsten Rinnsallage beim Typ B

Für eine Anregung vom Typ B öffnet sich durch Auswahl des Menüeintrags **Erregung Typ B** ein ähnliches Menüfeld (Abb. C.14). Das Rinnsal befindet sich stets im unteren rechten Quadranten des Kabelquerschnitts. Dementsprechend sind als **Untergrenze für Theta 2**  $90^\circ$  und als **Obergrenze für Theta 2**  $180^\circ$  voreingestellt. In Wirklichkeit wird sich das Rinnsal allerdings kaum oberhalb von  $130^\circ$  befinden. Durch eine engere Wahl dieses Intervalls und erneutes Aufrufen von **Darstellen** kann gezoomt werden. Die dieser Routine zugrunde liegenden theoretischen Zusammenhänge können in Kapitel 5.1.3 bzw. 5.1.5 nachgelesen werden. Durch **Beenden** wird das Fenster geschlossen.

Bei beiden Analyseprogrammen werden Bereiche, wo aufgrund fehlender Luftkraftbeiwerte keine Aussage möglich ist, durch ein blaues Punktmuster gekennzeichnet. Beide Programme ermöglichen nur eine Aussage für ein fixes Rinnsal. Jedoch kann die für ein fixes Rinnsal ermittelte ungünstigste Rinnsallage auch einer Berechnung mit beweglichem Rinnsal zugrunde gelegt werden.

## C.9. BERECHNEN

Unter dem Menü **Berechnen** startet man die numerische Simulation (Zeitschrittintegration) des Einschwingvorgangs einer Regen-Wind-induzierten Schwingung. Je nach Wahl des Menüeintrags **Verfahren von Geurts**, **Erregung Typ A** oder **Erregung Typ B**.

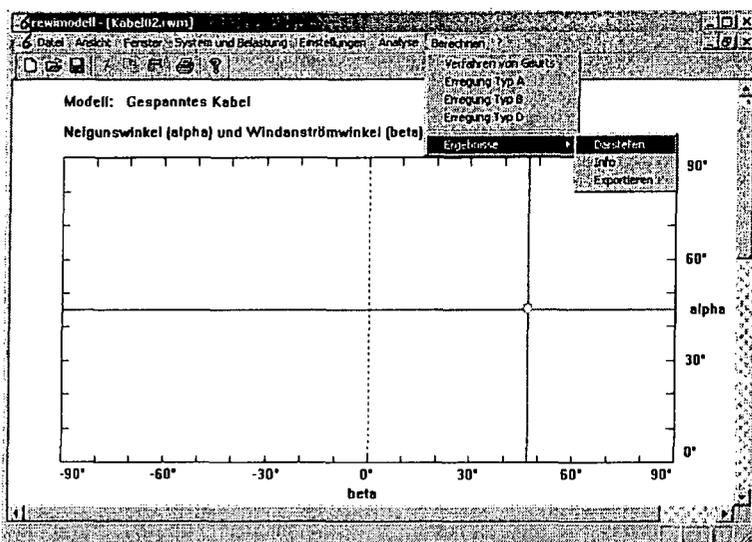


Abb. C.15: Das Menü Berechnen

Die Berechnungsergebnisse werden intern in einer Liste gespeichert. Eventuell vorhandene ältere Ergebnisse werden gelöscht. Wenn für die unter den Menüpunkten **System und Belastung** und **Einstellungen** gemachten Angaben keine Luftkraftbeiwerte vorliegen, so gibt das Programm eine Nachricht aus und bricht die Berechnung ab. Wenn die Datei, welche die jeweiligen Luftkraftbeiwerte enthält, nicht gefunden wurde, wird ebenfalls eine Nachricht ausgegeben.

Hinter dem Menüeintrag **Ergebnisse** verbirgt sich ein Popupmenü, welches alternativ auch als Kontextmenü durch Drücken der rechten Maustaste aufgerufen werden kann. Bei Auswahl des Menüeintrags **Darstellen** werden die Ergebnisse der Zeitschrittintegration auf dem Bildschirm ausgegeben (Abb. C.16). Sind keine Ergebnisse vorhanden, so gibt das Programm eine entsprechende Nachricht aus. Das kann der Fall sein, wenn noch keine Berechnung durchgeführt wurde oder in den Menüpunkten **System und Belastung** oder **Einstellungen** eine Änderung vorgenommen wurde, welche automatisch zum Löschen der dadurch ungültigen Rechenergebnisse führt.

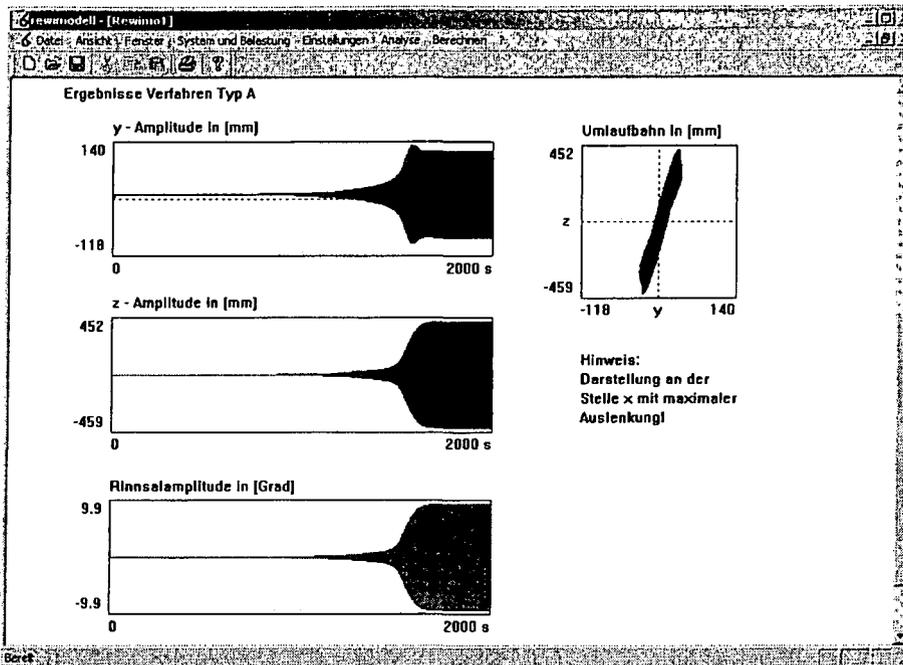


Abb. C.16: Ausgabe der Rechenergebnisse auf dem Bildschirm

Sind Ergebnisse vorhanden, so erscheint als Überschrift ein Hinweis, welche Art von Anregung gerechnet wurde. Darunter werden die Auslenkung in y- Richtung, in z- Richtung und die Rinnsalauslenkung nach der Zeit abgetragen. Rechts davon erfolgt eine Darstellung der Umlaufbahn in der y- z- Ebene. Ist das Modell ein gespanntes Kabel, so wird noch darauf hingewiesen, dass die Darstellung an der Stelle x mit maximaler Auslenkung erfolgt. Alle Diagramme sind nicht maßstabsgerecht. Beschriftet werden nur die Maximalwerte. In Abb. C.16 weisen die Amplituden am Simulationsende deutliche Plateaus auf, d.h. die maximalen Amplituden wurden erreicht. Ist das nicht der Fall, so muss die Berechnungsdauer vergrößert und die Berechnung wiederholt werden.

Weitere Informationen erhält man durch Anklicken des Menüeintrags **Info**. Es erscheint dann das in Abbildung C.17 dargestellte Dialogfeld.

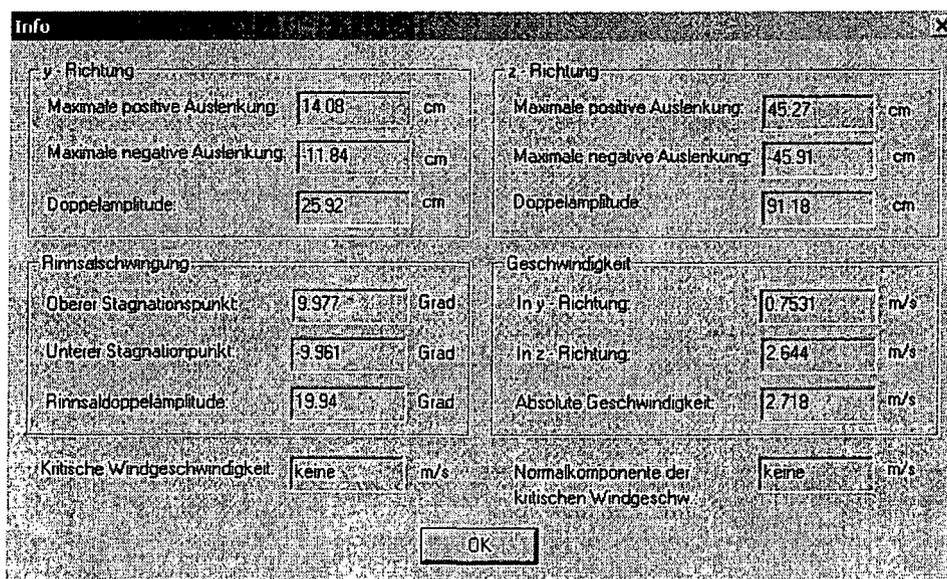


Abb. C.17: Dialogfeld Info

Die Abbildung ist selbsterklärend. Eine kritische Windgeschwindigkeit konnte in diesem Fall nicht ermittelt werden, weil mit beweglichem Rinnsal gerechnet wurde. Wenn der Querschnitt aeroelastisch stabil ist, oder die kritische Windgeschwindigkeit oberhalb von 100 m/s liegt, erscheint für die kritische Windgeschwindigkeit ebenfalls die Ausgabe „keine“. Durch **OK** wird das Fenster geschlossen.

Es kann beim Anwender der Wunsch bestehen, Ergebnisse der Zeitschrittintegration mit Hilfe anderer Programme z.B. mit MS EXCEL weiterzuverarbeiten. Durch Auswahl des Menüeintrags **Exportieren** erscheint das in Abbildung C.18 dargestellte Dialogfeld. Dort kann der Name einer Datei eingegeben werden, in welcher die aktuellen Rechenergebnisse geschrieben werden sollen. Die Datei hat das in Abbildung C.19 dargestellte Format.

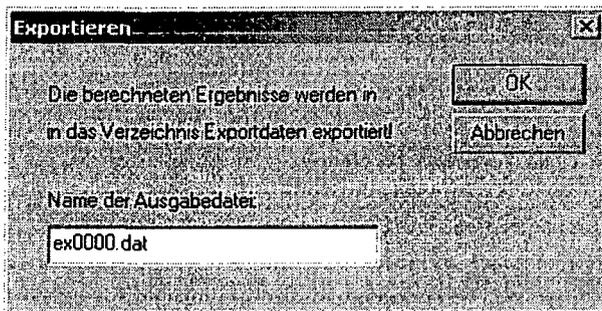


Abb. C.18: Das Dialogfeld Exportieren

| Zeit[s]  | y[cm]    | z[cm]    | Vy[m/s]   | Vz[m/s]   | j[Grad]  | Vj[rad/s] |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|----------|-----------|
| 0.000000 | 0.022500 | 0.022500 | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000 | 0.000000  |
| 0.010000 | 0.022476 | 0.022476 | -0.000049 | -0.000049 | 0.000040 | 0.000137  |
| 0.020000 | 0.022403 | 0.022403 | -0.000097 | -0.000097 | 0.000153 | 0.000254  |
| 0.030000 | 0.022281 | 0.022281 | -0.000145 | -0.000145 | 0.000327 | 0.000351  |
| 0.040000 | 0.022112 | 0.022112 | -0.000193 | -0.000193 | 0.000552 | 0.000430  |
| 0.050000 | 0.021895 | 0.021895 | -0.000241 | -0.000241 | 0.000817 | 0.000493  |
| ....     | ....     | ....     | ....      | ....      | ....     | ....      |

Abb. C.19 Format der Ausgabedatei

Die Ausgabe erfolgt tabellarisch. Ausgegeben werden die momentanen Auslenkungen in y- und z- Richtung, die Rinnsalauslenkung, die momentane Geschwindigkeit in y- und z- Richtung sowie die Geschwindigkeit des Rinnsals. Im Tabellenkopf steht die jeweilige Spaltenüberschrift. Die Ablage der Datei erfolgt stets in dem Verzeichnis „Exportdaten“.

## C.10. BENUTZERDEFINIERTER LUFTKRAFTBEIWERTE

Derzeit sind in der Literatur nur wenige Luftkraftbeiwerte zu finden, die für die Berechnung Regen-Wind-induzierter Schwingungen geeignet sind. Diese sind bereits standardmäßig im Programm verfügbar. Sollten zukünftig geeignetere Luftkraftbeiwerte veröffentlicht werden, kann der Anwender diese in das Programm einbauen und zur Berechnung heranziehen.

In diesem Fall werden die Luftkraftbeiwerte in eine Datei geschrieben, die im Verzeichnis „rewimodell“ abgelegt wird. Die Anwendung rewimodell.exe befindet sich ebenfalls in diesem

Verzeichnis. Die Dateien werden mit einem einfachen Editor, z.B. Note Tab Light 4.85 (Freeware Version verfügbar unter <http://www.notetab.com/>), geschrieben. Durch Wahl der Option **Benutzerdefiniert** unter dem Menü **Einstellungen** wird das Programm angewiesen, diese Luftkraftbeiwerte zu verwenden.

Für eine Anregung vom Typ A und B muss die Datei den Namen „Mechanismus\_ab.lkb“ erhalten. Inhaltlich ist sie wie in Abbildung C.20 dargestellt aufgebaut.

|       |       |       |        |  |
|-------|-------|-------|--------|--|
| 29    |       |       |        |  |
| 0.000 | 1.100 | 0.000 | 0.000  |  |
| 0.262 | 1.089 | 0.121 | -0.077 |  |
| 0.349 | 1.067 | 0.143 | -0.055 |  |
| 0.384 | 1.045 | 0.286 | -0.077 |  |
| 0.419 | 1.056 | 0.374 | -0.176 |  |
| 0.454 | 1.045 | 0.462 | -0.220 |  |
| ...   | ...   | ...   | ...    |  |

Abb. C.20: Beispiel der Datei „Mechanismus\_ab.lkb“

Die erste Zeile enthält die Anzahl der Luftkraftbeiwerte, welche dann darunter zeilenweise eingetragen werden. Der erste Wert ist der Winkel  $\Theta_1 + \gamma$  (siehe Definition Abb. 3.18), dann folgen der Widerstandsbeiwert  $C_D$  und Quertriebsbeiwert  $C_L$ . Der Momentenbeiwert  $C_M$ , der jeweils am Zeilenende steht, muss nicht bekannt sein. In diesem Fall wird eine Null eingetragen. Als Trennzeichen wird das Leerzeichen verwendet, das Komma wird immer als Punkt geschrieben.

## QUELLENANGABEN

### NORMEN

- [1] ÖNORM ENV 1991-2-4 Einwirkungen auf Tragwerke – Windlasten
- [2] ÖNORM B 4014 Teil 2 Dynamische Windwirkungen (Schwingungsanfällige Bauwerke)
- [3] ÖNORM ENV 1993-2 Design of steel structures – Steel bridges
- [4] DIN 1055 Teil 4 Lastannahmen für Bauten – Verkehrslasten, Windlasten bei nicht schwingungsanfälligen Bauwerken

### BUCHVERÖFFENTLICHUNGEN

- [5] Petersen, C.: Schwingungsdämpfer im Ingenieurbau. München: Fa. Maurer Söhne GmbH & Co. KG, 2001
- [6] Nanko, R.: Visual C++ Start Up. Düsseldorf: DATA BECKER GmbH & Co. KG, 2000
- [7] Roik, K.; Albrecht, G.; Weyer, U.: Schrägseilbrücken. Berlin: Verlag Ernst & Sohn, 1986
- [8] Ruscheweyh, E.: Dynamische Windwirkung an Bauwerken 1 / Grundlagen Anwendungen. Wiesbaden und Berlin: Bauverlag GmbH, 1982
- [9] Ruscheweyh, E.: Dynamische Windwirkung an Bauwerken 2 / Praktische Anwendungen. Wiesbaden und Berlin: Bauverlag GmbH, 1982
- [10] Sockel, H.: Aerodynamik der Bauwerke. Braunschweig: Verlag Vieweg & Sohn, 1984
- [11] Petersen, Ch.: Dynamik der Baukonstruktionen. Wiesbaden: Verlag Vieweg & Sohn, 1996
- [12] Szabó, I.: Geschichte der mechanischen Prinzipien. 3. Auflage Berlin: Birkhäuser-Verlag, 1996
- [13] Pałkowski, S.: Statik der Seilkonstruktionen. Berlin: Springer-Verlag, 1990
- [14] Ziegler, F.: Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper. Wien: Springer-Verlag, 1985
- [15] Törning, W.; Spellucci, P.: Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker, Band 2: Numerische Methoden der Analysis. 2. Auflage Berlin / Heidelberg / New York: Springer-Verlag, 1990
- [16] Thoma, A.; Hort, W.: Die Differentialgleichungen der Technik und Physik. 7. Auflage Leipzig: Barth-Verlag, 1956
- [17] Clough, R.; Penzien, J.: Dynamics of structures. 2. Edition Taipei: Donnelley & Sons, 1993
- [18] Hering, E.; Martin, R.; Stohrer, M.: Physik für Ingenieure. 4. Auflage Düsseldorf: VDI Verlag, 1992
- [19] Link, M.: Finite Elemente in der Statik und Dynamik. 2. Auflage Stuttgart: Teubner-Verlag, 1989
- [20] Argyris, J.; Mlejnek, H.-P.: Die Methode der finiten Elemente in der elementaren Strukturmechanik Band III, Einführung in die Dynamik. Braunschweig: Verlag Vieweg & Sohn: 1988
- [21] Roik, K.; Carl, J.; Lindner, J.: Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe. Berlin/München/Düsseldorf: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn: 1972

- [22] Press, H.W.; Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T.; Flannery, .B.P.: Numerical Recipes in C++, The Art of Scientific Computing, Second Edition. Cambridge University Press: 2002

## DIPLOMARBEITEN UND DISSERTATIONEN

- [23] Egger, G.: Seile und Paralleldrahtbündel im Bauwesen – Ein Vergleich. Diplomarbeit TU Wien, 1999
- [24] Emde, P.: Winderregte Seilschwingungen bei Schrägseilbrücken und Maßnahmen zu deren Verhinderung. Dissertation Gesamthochschule Kassel, 1989
- [25] Fink, J.: Dynamische und aeroelastische Stabilitätsuntersuchung der Ausfachungsstäbe von Hochspannungsmasten. Dissertation TU Wien, 1992
- [26] Reif, F.: Mittels geregelter harmonischer Endpunktverschiebung induzierte räumliche Seilschwingungen. Dissertation Universität der Bundeswehr München, 1997
- [27] Starossek, U.: Zum dynamischen Verhalten von Seilbrücken unter Windeinwirkung. Dissertation Universität Stuttgart, 1991
- [28] Büche, R.: Numerische Simulation winderregter Leiterschwingungen großer Amplitude. Dissertation Universität (TH) Karlsruhe, 1991
- [29] Groß, V.: Numerische Simulation des Seiltanzens von Hochspannungs-Freileitungen. Dissertation Technische Universität Darmstadt, 2000

## AUFSÄTZE

- [30] Ramberger, G.: Die Bestimmung der Normalkräfte in Zuggliedern über ihre Eigenfrequenz unter Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen, der Biegesteifigkeit und der Dämpfung. Der Stahlbau 47 (1978), 314-318
- [31] Achenbach, E.: Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder. Journal of Fluid Mechanics (1971), Vol. 46 Part 2, 321-335
- [32] Lockwood, V.E.; McKinney, L.W.: Effect of Reynolds numbers on the force and pressure distribution characteristics of a two-dimensional lifting circular cylinder. National Aeronautics and Space Administration TN D-455, 1960
- [33] James, D.C.; Truong, Q.: Wind load on cylinder with spanwise protrusion. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 98 (1972), 1573-1589
- [34] Hikami, Y.; Shiraishi, N.: Rain-wind induced vibrations of cable stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 29 (1988), 409-418
- [35] Langsø, H.E.; Larsen, O.D.: Generating mechanisms for cable stay oscillations at the Farø Bridges. Proceedings International Conference on Cable-stayed Bridges, Bangkok, 1997, 1023-1033
- [36] Matsumoto, M.; Shiraishi, N.; Kitazawa, M.; Knisely, C.; Shirato, H.; Kim, Y. Tsujii, M.: Aerodynamic behaviour of inclined circular cylinders- cable aerodynamics. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 33 (1990), 63-72
- [37] Yamaguchi, H.: Analytical study on growth mechanism of rain vibration of cables. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 33 (1990) 73-80
- [38] Matsumoto, M.; Shiraishi, N.; Shirato, H.: Rain-wind induced vibration of cables of cable-stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 41-44 (1992), 2011-2022
- [39] Flamand, O.: Rain-wind induced vibration of cables. Proceedings of 1<sup>st</sup> IAWC, 1993, 471-479

- [40] Honda, A.; Yamanaka, T.; Fujiwara, T.; Saito, T.: Wind tunnel test on rain-induced vibration of stay-cable. Proceedings International Symposium on Cable Dynamics, Liège, Belgium, 1995, 255-262
- [41] Matsumoto, M.; Ishizaki, H.; Kitazawa, M.; Aoki, J.; Fujii, D.: Cable aerodynamics and its stabilisation. Proceedings International Symposium on Cable Dynamics, Liège, Belgium, 1995, 289-296
- [42] Yoshimura, T.; Savage, M.G.; Tanaka, H.: Wind induced vibrations of bridge stay-cables. Proceedings International Symposium on Cable Dynamics, Liège, Belgium, 1995, 437-444
- [43] Ruscheweyh, H.; Verwiebe, C.: Rain-wind induced vibrations of steel bars. Proceedings International Symposium on Cable Dynamics, Liège, Belgium, 1995, 469-472
- [44] Kobayashi, H.; Minami, Y.: Prevention of rain-wind induced vibration of an inclined cable by surface processing. Proceedings of 9<sup>th</sup> International Conference on Wind Engineering, New Delhi, 1995, 753-758
- [45] Matsumoto, M.; Yamagishi, M.; Aoki, J.; Shiraishi, N.: Various mechanism of inclined cable aerodynamics. Proceedings of 9<sup>th</sup> International Conference on Wind Engineering, New Delhi, 1995, 759-796
- [46] Matsumoto, M.; Saitoh, T.; Masahiko, K.; Hiromichi, S.; Nishizaki, T.: Response characteristics of rain-wind induced vibration of stay-cables of cable-stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 57 (1995), 323-333
- [47] Flamand, O.: Rain-wind induced vibration of cables. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 57 (1995), 353-362
- [48] Bosdogianni, A.; Olivari, D.: Wind- and rain- induced oscillations of cables of stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 64 (1996), 171-185
- [49] Lüsse, G.; Ruscheweyh, H.; Verwiebe, C.; Günther, G.H.: Regen-Wind-induzierte Schwingungserscheinungen an der Elbebrücke Dömitz. Stahlbau 65 (1996), 105-114
- [50] Verwiebe, C.: Neue Erkenntnisse über die Erregermechanismen Regen-Wind-induzierter Schwingungen. Stahlbau 65 (1996), 547-550
- [51] Takano, H.; Ogasawara, M.; Ito, N.; Shimosato, T.; Takeda, K.; Murakami, T.: Vibrational damper for cables of the Tsurumi Tsubasa Bridge. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 69-71 (1997), 807-818
- [52] Ruscheweyh, H.; Verwiebe, C.: Regen-Wind-induzierte Schwingungen von Hängern einer Stabbogenbrücke. WTG-Berichte Nr.4, 1997, 227-240
- [53] Verwiebe, C.: Erregermechanismen von Regen-Wind-induzierten Schwingungen. Vortragsband der 5. Dreiländertagung D-A-CH, Braunschweig, 1997, 101-119
- [54] Ruscheweyh, H.; Verwiebe, C.: Recent research results concerning the exciting mechanisms of rain-wind induced vibrations. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 74-76 (1998), 1005-1013
- [55] Verwiebe, C.: Exciting mechanisms of rain-wind induced vibrations. Structural Engineering International 2/98, 112-117
- [56] Geurts, C.; Vrouwenvelder, T.; van Staalduinen, P.; Reusink, J.: Numerical modelling of rain-wind induced Vibration: Erasmus Bridge, Rotterdam. Structural Engineering International 2/98, 129-135
- [57] Reusink, J.H.; Kuijpers, M.L.J.: Dämpfer gegen Regen-Wind-induzierte Schwingungen an der Erasmusbrücke. Stahlbau 67 (1998), 768-775
- [58] Wang, L.Y.; Xu, Y.L.: Wind-rain induced vibration of prototype stay-cables: An analytical model. Proceedings of 3<sup>rd</sup> European and African Conference on Wind Engineering, Genua, 1997, 635-642
- [59] Geurts, C.P.W.; van Staalduinen, P.C.: Estimation of the effects of rain-wind induced vibration in the design stage of inclined stay cables. Proceedings 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, Denmark, 1999, 885-892

- [60] Main, J.A.; Jones, N.P.: Full-scale measurements of stay cable vibration. Proceedings 10<sup>th</sup> International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, Denmark, 1999, 963-970
- [61] Persoon, A.J.; Noorlander, K.: Full-scale measurements on the Erasmus Bridge after rain-wind induced vibrations. Proceedings 10<sup>th</sup> International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, Denmark, 1999
- [62] Ruscheweyh, H.P.: The mechanism of rain-wind induced vibration. Proceedings 10<sup>th</sup> International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, Denmark, 1999, 1041-1047
- [63] Main, J.A.; Jones, N.P.: A comparison of full-scale measurements of stay cable vibration. Proceedings Structures Congress 2000, Philadelphia, 2000
- [64] Flamand, O.: An explanation of the rain-wind induced vibration of inclined stays. Proceedings 4<sup>th</sup> International Symposium on Cable Dynamics, Montréal, Canada, 2001, 69-76
- [65] Main, J.A.; Jones, N.P.: Characterization of rain-wind induced stay-cable vibrations from full-scale measurements. Proceedings 4<sup>th</sup> International Symposium on Cable Dynamics, Montréal, Canada, 2001, 235-242
- [66] Cao, D.Q.; Tucker, W.; Wang, C.: Aeroelastic stability of a cosserat stay cable. Proceedings 4<sup>th</sup> International Symposium on Cable Dynamics, Montréal, Canada, 2001, 369-376
- [67] Matsumoto, M.; Yagi, T.; Shigemura, Y.; Tsushima, D.: Vortex-induced cable vibration of cable-stayed bridges at high reduced wind velocity. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89 (2001), 633-647
- [68] Main, J.A.; Jones, N.P.: Evaluation of viscous dampers for stay-cable vibration mitigation. *Journal of Bridge Engineering*, Nov/Dez 2001, 385-397
- [69] Kirchmair, W.: Beurteilung der beobachteten Kabelschwingungen an der Donaustadtbrücke. Unveröffentlichtes Gutachten, 1995
- [70] Bauträger Ges.m.b.H. Vienna Consulting Engineers.: Kabel der Donaustadtbrücke, Dynamische Charakteristik, Messungen und Interpretation der Ergebnisse. Bericht Nr. 96/009-2, Unveröffentlichtes Gutachten, 1998
- [71] Günther, G.H.; Hortmanns, M.; Schwarzkopf, D.; Sedlacek, G.; Bohrmann, D.: Dauerhafte Ausführung von Hängeranschlüssen an stählernen Bogenbrücken. *Der Stahlbau* 69 (2000), 894-908
- [72] Parkinson, G.V.; Brooks, N.P.H.: On the Aeroelastic Instability of bluff Cylinders. *Transactions of the ASME*, June 1961, 252-258
- [73] Novak, M.; Tanaka, H.: Effect of turbulence on galloping instability. *American Society of Civil Engineers, Journal of Engineering Mechanics*. 100 (1974), 27-47
- [74] Skarecky, R.: Yaw effects on galloping instability. *American Society of Civil Engineers, Journal of Engineering Mechanics*. 101 (1975), 739-754
- [75] Richardson, A.S.: Bluff body aerodynamics. *Journal of Structural Engineering*, 112 (1986), 1723-1726
- [76] Büche, R.; Miri, A.M.; Schwab, A.J.: Modellbildung winderregter Leiterseilschwingungen großer Amplitude. *Elektrizitätswirtschaft*, 88 (1989), 307-315
- [77] Büche, R.; Miri, A.M.; Schwab, A.J.: Über den Mechanismus des Seiltanzens und Maßnahmen zu seiner Unterdrückung. *Elektrizitätswirtschaft*, 89 (1990), 1316-1321
- [78] Kathleen, F.J.: Coupled vertical and horizontal Galloping. *American Society of Civil Engineers, Journal of Engineering Mechanics*. 118 (1992), 92-107
- [79] Desai, Y.M.; Popplewell, N.; Yu, P.; Shah, A.H.: Three-degree-of-freedom model for galloping. Part 1: Formulation. *American Society of Civil Engineers, Journal of Engineering Mechanics*. 119 (1992), 2404-2425
- [80] Desai, Y.M.; Popplewell, N.; Yu, P.; Shah, A.H.: Three-degree-of-freedom model for galloping. Part 2: Solutions. *American Society of Civil Engineers, Journal of Engineering Mechanics*. 119 (1992), 2426-2448

- [81] Desai, Y.M.; Popplewell, N.; Shah, A.H.: Finite element modelling of transmission line galloping. *Computers & Structures*, 57 (1995), 407-420
- [82] Boué, P.; Höft, H.\_D.: Austausch der Tragseile der Köhlbrandbrücke in Hamburg. *Der Bauingenieur* 65 (1990), 59-71
- [83] Wootton, L.R.; Warner, M.H.; Cooper, D.H.: Some aspects of the oscillations of Full-Scale piles. in: Naudascher (ed.), *Flow-induced Structural Vibrations*, Springer Verlag 1974, S. 586-601
- [84] Cooper, K.R.: Wake galloping, an aeroelastic instability. in: Naudascher (ed.), *Flow-induced Structural Vibrations*, Springer Verlag 1974, S. 762-766
- [85] Currie, I.G.; Martin, W.W.: *Streamwise oscillations of cylinders*. American Society of Civil Engineers, *Journal of Engineering Mechanics*. 107 (1981), 589-607
- [86] Matsumoto, M.; Yagi, T.; Shigemura, Y.; Mitsutaka, G.; Seiichiro, S.: Rain-wind-induced vibration of inclined cables at limited high reduced wind velocity region. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91 (2003), 1-12
- [87] Matsumoto, M.; Yagi, T.; Shirato, S.; Tomomi, Y.; Mitsutaka, G.; Sakai, S.; Ohya, J.: Field observation of the full-scale wind-induced cable vibration. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91 (2003), 13-26
- [88] Xu, Y.L.; Wang, L.Y.: Analytical study of wind-rain-induced cable vibration: SDOF model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91 (2003), 27-40
- [89] Försting, H.; Manea, V.: Zur analytischen Behandlung des nichtlinearen aeroelastischen Galloping-Problems. *Ingenieur Archiv* 42 (1973), 178-193
- [90] Miyata, T.; Yamada, H.; Fujiwara, T.; Hojo, T.: Wind-resistant Design of Cables for the Tataro Bridge. *IABSE Reports Vol. 79 Long-Span and High-Rise Structures, IABSE Symposium Kobe, September 2-4, 1998*
- [91] Kovács, I.: Zur Frage der Seilschwingung und Seildämpfung. *Die Bautechnik*, 10 (1982), 325-332
- [92] Pacheco, M.B.; Fujino, Y.; Sulekh, A.: Estimation Curve for Modal Damping in Stay Cables with Viscous Damper. *Journal of Structural Engineering*, 119 (1993), 1961-1979
- [93] Peil, U., Narath, N.: Modellierung Regen-Wind-induzierter Schwingungen. *WTG-Tagungsberichte Nr. 7., Windtechnologische Gesellschaft e.V., 2001.*
- [94] Yamaguchi, H.; Nagahawatta, H. D.: Damping effects of cable cross ties in cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 54/55 (1995), 35-43
- [95] Yamaguchi, H.; Ishizaki, H.: Control of cable vibration with secondary cables. *Proceedings International Symposium on Cable Dynamics, Liège, Belgium, 1995, 445-452*
- [96] Tschemmerneegg, F.; Obholzer, A.: Einfach abgespannte Seile bei Schrägseilbrücken. *Bauingenieur* 56 (1981), 325-330
- [97] Scheer, J.; Peil, U.: Zur Berechnung von Tragwerken mit Seilabspannungen, insbesondere mit gekoppelten Seilabspannungen. *Bauingenieur* 59 (1984), 273-277

## WEITERE QUELLEN

- [98] Firmenprospekte der Firma DYWIDAG-Systems International: *DYWIDAG Multistrand Stay Cables Systems*
- [99] Firmenprospekt der Firma MULTICON Schwingungsdämpfer und Planung GmbH
- [100] Skriptum des Instituts für Allgemeine Mechanik der TU Wien zur UE Baudynamik

# TABELLARISCHER LEBENS LAUF

## PERSÖNLICHE DATEN

Name: Jörgen Robra  
Geburtsdatum,  
Geburtsort : 28.09.1973 in Burg (Deutschland)  
Staatsbürgerschaft: deutsch  
Familienstand: ledig

## WERDEGANG

1980 – 1990 Polytechnische Oberschule Adolf Diesterweg in Genthin  
1990 – 1992 Bismarck Gymnasium in Genthin (allgemeines Gymnasium )  
1992 Abitur  
1992 – 1998 Bauingenieurstudium an der Brandenburgischen Technischen  
Universität Cottbus  
1994 Diplom-Vorprüfung  
1998 Diplom  
1998 – 1999 Vertragsassistent am Institut für Stahlbau der TU Wien  
seit 1999 Universitätsassistent am Institut für Stahlbau der TU Wien