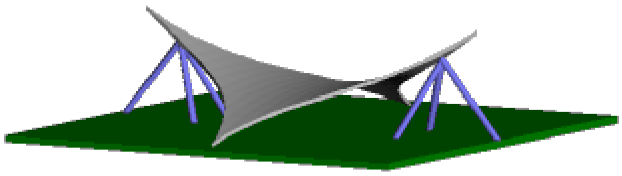
Diplomarbeit

Quadriken im Bauwesen mit CAD-3D© - ein Fernlehrzugang

(© Institut für Geometrie, TU Wien)



Ausgeführt am
Institut für Geometrie der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von
Ao. Univ. Prof. Mag. Dr. Peter Paukowitsch

durch

Michaela Gigon
Fadenweg 16
2301 Probstdorf

1 Inhaltsverzeichnis

2 Vorwort

Diese Diplomarbeit ist einem fünfteiligen Fernlehrkurs für CAD-3D© zugeordnet, der mit Unterstützung des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur im Rahmen des Projekts bau@home entsteht. An der Technischen Universität Wien ist das Institut für Geometrie unter der Leitung von O. Univ. Prof. Dr. Hellmuth Stachel Projektpartner dieser Bildungsinitiative, die unter dem Titel "Neue Medien in der Lehre an Universitäten und Fachhochschulen" läuft.

Ziel dieser Arbeit ist es, das Modellieren von Quadriken, die auch als krumme Flächen zweiter Ordnung bezeichnet werden, unter Verwendung der vom Institut für Geometrie an der TU Wien entwickelten Software CAD-3D© anhand von gebauten Beispielen zu erklären. Der Text ist so aufgebaut, dass Interessierte den Stoff auch im Selbststudium erlernen und erfassen können.

Dieser Teil des Kurses ist gedacht für Lernende, die sich schon mit dem Programm CAD-3D© befasst haben, und daher mit den Grundfunktionen des Programms vertraut sind. Ich gehe auch davon aus, dass der Leser eine solide mathematische Grundbildung auf Oberstufenniveau mitbringt. Es wird die Erstellung vieler, jedoch nicht aller Arten von Quadriken erklärt. Der größte Teil dieser Arbeit ist dem Thema HP-Flächen, das sind Sattelflächen, gewidmet, da diese unter den nichtkegeligen und nichtzylindrischen Quadriken die interessantesten Gestaltungsmöglichkeiten bieten und aufgrund ihres ästhetischen Aussehens wohl am häufigsten tatsächlich im Bauwesen angewendet werden.

Für die Darstellung in den Abbildungen habe ich jeweils jene Sichtbarkeitsvarianten gewählt, die mir am sinnvollsten und effektivsten für den betreffenden Arbeitsschritt erschienen. Um besser erkennen zu können, was in den Abbildungen neu hinzugekommen ist, habe ich in den meisten Fällen veränderte oder neu erstellte Komponenten rot eingefärbt, und bestehende Teile dagegen schwarz belassen. Die Kapitel können in beliebiger Reihenfolge durchgearbeitet werden, denn sie bauen nicht grundsätzlich aufeinander auf. Allerdings sind meist jene Beispiele, die im jeweiligen Kapitel zuerst kommen, einfacher zu realisieren. Im Rahmen der möglichen Abbildungsverfahren habe ich mich auf Parallelprojektionen beschränkt. Zentralrisse können nach Einlesen der Objektdateien von der beiliegenden CD-Rom problemlos angefertigt werden. Der Text wechselt zwischen Inhaltsvermittlung und den in Anleitungsform gestalteten Beispielen. In den Zeichnungen entspricht eine Zeicheneinheit in CAD-3D© einem Millimeter.

Ich habe dieses Diplomarbeitsthema sehr interessant und reizvoll gefunden, da ich mich gerne sowohl mit Geometrie, als auch mit dem Einsatz geometrischer Software befasse. Außerdem empfand ich die Beschäftigung mit Bauformen, insbesondere mit deren Geometrie, als große Herausforderung. Dieses Thema erschien mir daher insgesamt als ideale Kombination zur Vorbereitung auf meinen Lehrberuf.

Die Figuren der Diplomarbeit liegen auch in digitaler Form auf einer CD-ROM vor.

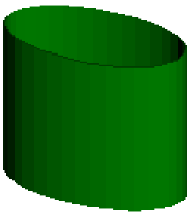
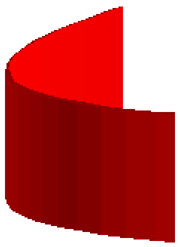
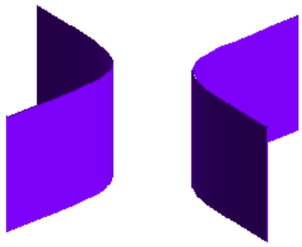
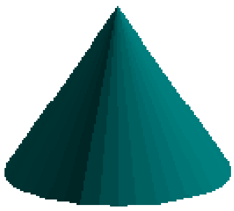
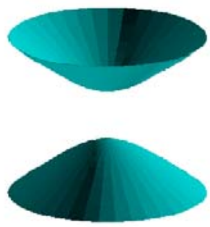
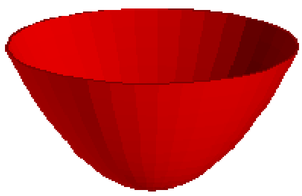
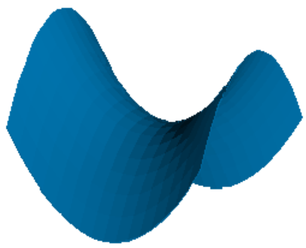
3 Quadriken

Quadriken gehören zu den *quadratischen Varietäten* oder *Flächen zweiter Ordnung*.

Die allgemeine mathematische Beschreibung einer quadratischen Varietät lautet:

$$F(x, y, z) = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{01}x + 2a_{02}y + 2a_{03}z + a_{00} = 0$$

Im Rahmen dieser anwendungsorientierten Diplomarbeit werden folgende Typen von quadratischen Varietäten als Quadriken bezeichnet:

1. Elliptische Zylinder (speziell Drehzylinder) 	2. Parabolische Zylinder 	3. Hyperbolische Zylinder 
4. Quadratische Kegel (speziell Drehkegel) 	5. Ellipsoide (speziell Kugeln) 	6. Zweischalige Hyperboloide (speziell Drehhyperboloide) 
7. Einschalige Hyperboloide (speziell Drehhyperboloide) 	8. Elliptische Paraboloide (speziell Drehparaboloide) 	9. Hyperbolische Paraboloide 

Neben diesen krummen quadratischen Varietäten können durch die angeführte quadratische Gleichung $F(x, y, z) = 0$ noch Ebenenpaare, eine Ebene, sowie die leere Menge beschrieben werden. Wir werden uns im Folgenden jedoch mit den Quadriken beschäftigen.

Schneidet eine Ebene eine Fläche zweiter Ordnung in einer krummen Kurve, so ist diese Kurve ein Kegelschnitt, also entweder eine Ellipse, eine Parabel, oder eine Hyperbel.

3.1 *Das hyperbolische Paraboloid, HP-Flächen*

3.1.1 Was ist eine HP-Fläche?

Die Entstehung einer HP-Fläche kann man sich auf zwei verschiedene Arten vorstellen.

- Als Schiebfläche
- Als Regelfläche

3.1.1.1 Die HP-Fläche als Schiebfläche

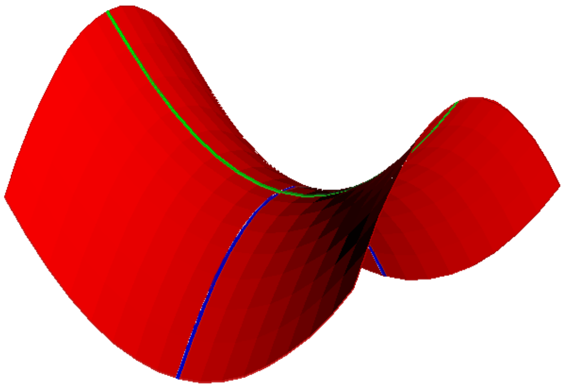


Abbildung 3.1.1

Die blaue Parabel wird entlang der grünen geschoben. Dabei wird die rote Fläche überstrichen. Diese rote Fläche ist eine HP-Fläche.

Genauso gut könnte man die grüne Parabel entlang der blauen schieben. Die selbe Fläche würde entstehen.

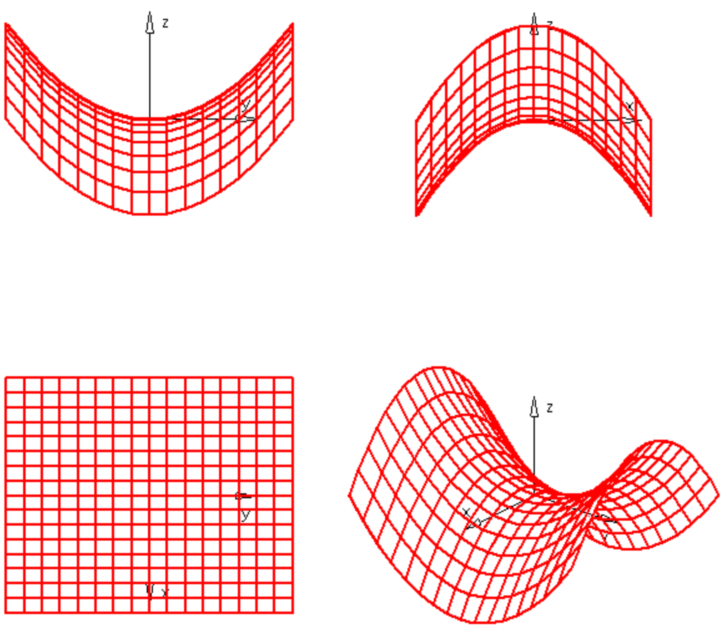


Abbildung 3.1.2

3.1.1.2 Die HP-Fläche als Regelfläche

Die grünen Geraden werden Leitgeraden f_1, f_2 genannt, und sind windschief zueinander. Eine der beiden blauen Geraden wird nun so bewegt, sodass sie einerseits immer die beiden grünen Geraden schneidet und andererseits stets parallel zur einer Ebene, der sogenannten Richtebene ρ_e (gelb in Abbildung 3.1.3) ist. Einzelne Lagen der bewegten blauen Geraden heißen Erzeugende e_1, e_2, e_3, ... und erzeugen die HP-Fläche.

Die selbe Fläche könnte man auch erhalten, wenn man die blauen Geraden als Leitgeraden e_1, e_2 verwendet und die grüne Gerade so bewegt, dass sie die beiden blauen Geraden schneidet und parallel zur dazugehörigen Richtebene ρ_f ist.

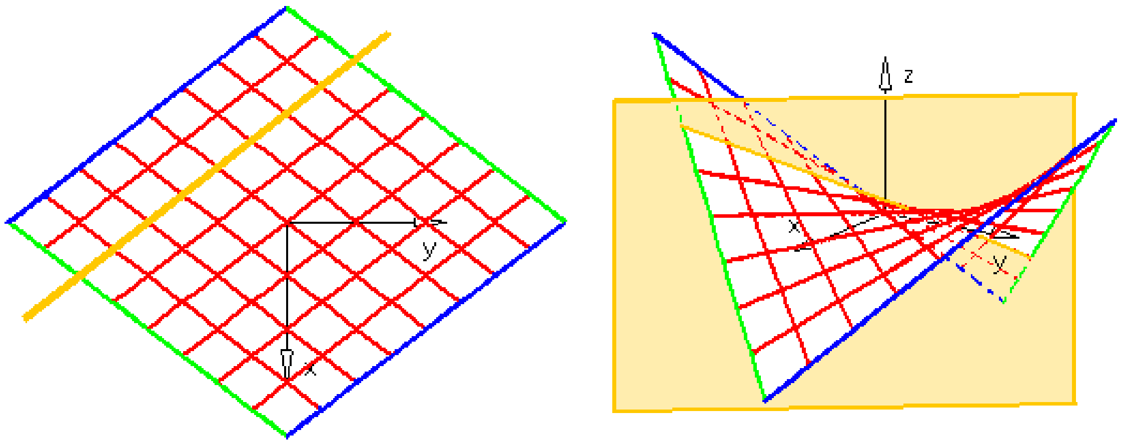


Abbildung 3.1.3

3.1.1.3 Eigenschaften einer HP-Fläche:

- Jede HP-Fläche hat also zwei Scharen von Erzeugenden e_1, e_2, e_3, ... bzw. f_1, f_2, f_3, ..., die jeweils zur Richtebene ρ_e bzw. ρ_f parallel sind.
- Jede Erzeugende einer Schar wird von allen Geraden der anderen geschnitten.
- Durch jeden Punkt der HP-Fläche verläuft genau eine Erzeugende der e-Schar und eine der f-Schar. Die Ebene, die sie dabei aufspannen, heißt Tangentialebene.
- Jede Gerade in Richtung der Schnittgeraden der beiden Richtebenen ρ_e und ρ_f heißt *Durchmessergerade* (grün in Abbildung 3.1.4) der HP-Fläche.
- Jede Durchmessergerade schneidet die HP-Fläche in genau einem Punkt. Der *Scheitel* ist der einzige Punkt der HP-Fläche, an dem an dem die Durchmessergerade orthogonal zur Tangentialebene ist.
- Die Durchmessergerade durch den Scheitel heißt *Achse* der HP-Fläche. In Abbildung 3.1.4 ist die Achse gleich der z-Achse.

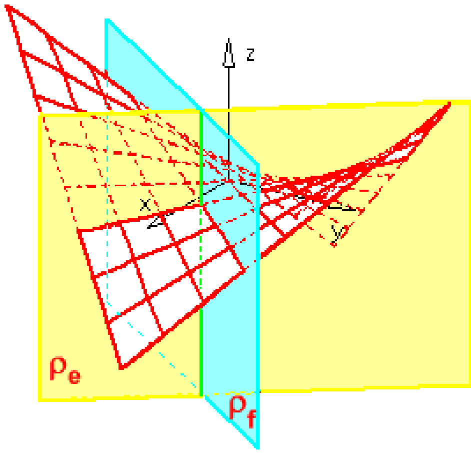


Abbildung 3.1.4

- Die beiden Leitgeraden und je zwei Erzeugende bestimmen immer ein windschiefes Vierseit.
- Mathematische Formel, wenn die Achse der HP-Fläche gleich der z-Achse ist, der Scheitel der Fläche in den Koordinatenursprung fällt und die yz-, bzw. zx-Ebene als Symmetrieebenen der durch die z-Achse gelegten Richtebene ρ_e, ρ_f gewählt werden (*Normalform* der HP-Fläche):

$$z = \frac{x^2}{2a} - \frac{y^2}{2b}$$

Formel 3.1.1

- Alle Ebenen, die nicht zur Achse parallel sind, schneiden die HP-Fläche entweder in zwei Erzeugenden (wenn die Schnittebene eine Tangentialebene ist), oder nach einer Hyperbel (siehe Abbildung 3.1.5). Daher kommt auch der Name *hyperbolisches Paraboloid*.
- Ebene Schnitte parallel zur Achse sind Geraden (wenn die Schnittebene parallel zu einer Richtebene ist) oder Parabeln (siehe Abbildung 3.1.6 und Abbildung 3.1.7).

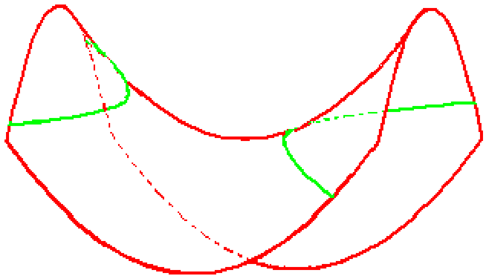


Abbildung 3.1.5

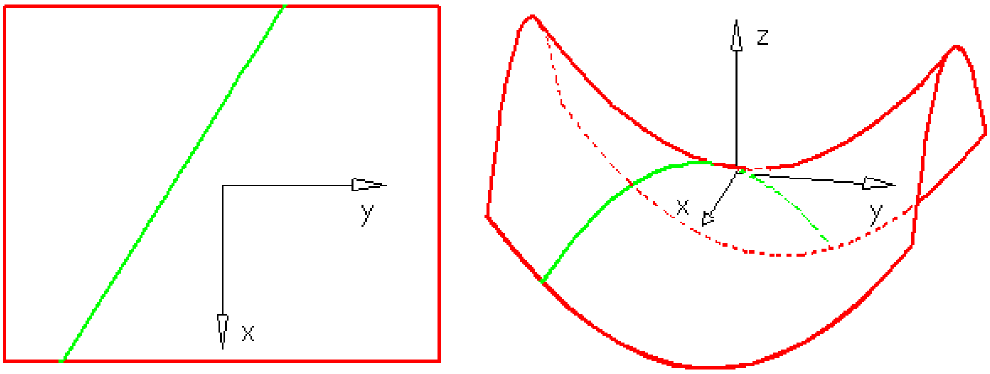


Abbildung 3.1.6

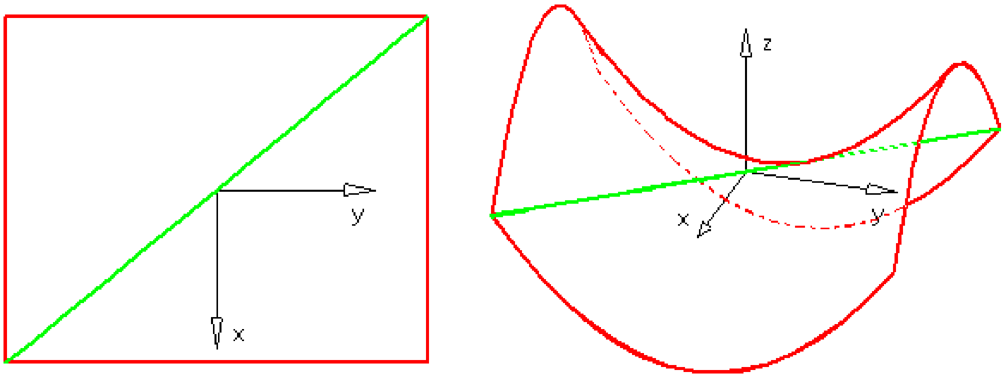


Abbildung 3.1.7

Der Umriss einer HP-Fläche bei Projektion parallel zu einem Sehstrahl s ist parabelförmig, falls s nicht parallel zu einer Richtebene ist.

HP-Flächen tauchen im Bauwesen fast ausschließlich bei Dächern auf. Als Baumaterial wurde früher Beton verwendet, heute setzt man sehr häufig verklebte Holzplatten ein.

3.1.2 Modellieren von HP-Flächen in CAD-3D©:

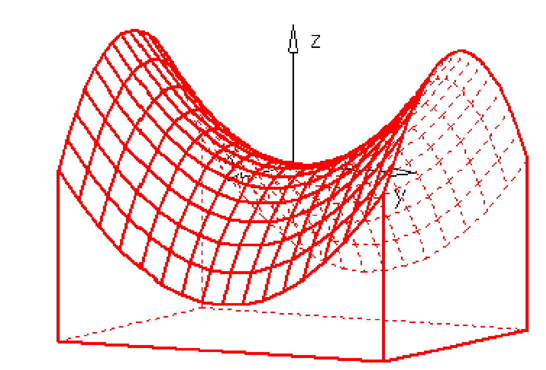


Abbildung 3.1.8

Die HP-Flächen sind nicht in der Ablagefläche am rechten Bildschirmrand zu finden, sondern müssen über *Modellieren – Entwerfen – HP-Fläche* gezeichnet werden. Da mit CAD-3D© nur Körper als Volumsmodelle und keine zweidimensionalen Flächen modelliert werden können, sitzt die HP-Fläche immer als „Dach“ auf einem Körper mit rechteckiger Grundfläche.

Der Scheitel der HP-Fläche liegt im Ursprung, und die Achse der HP-Fläche ist immer die z-Achse. Es erscheint das Fenster aus Abbildung 3.1.9, in dem die Eingabe von zwei Parametern gefordert wird. Der erste Parameterwert betrifft die nach unten geöffnete Parabel, die in der xz-Ebene liegt, der zweite die nach oben geöffnete, die in der yz-Ebene liegt. Der Parameter p ergibt sich aus der Formel für die Parabel:

$$y^2 - 2px = 0$$

Formel 3.1.2

also

$$p = \frac{y^2}{2x}$$

Formel 3.1.3

Abbildung 3.1.9

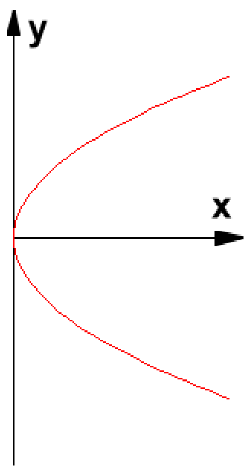


Abbildung 3.1.10

Eingabe der zwei Parameter:
Falls der Parameter p nicht bekannt ist, kann er berechnet werden, indem man von einer Parabel, bei der man einen beliebige Punkt (x|y) kennt, die Werte von x und y eingibt. Die Position von x und y in der Formel 3.1.3, gehen aus Abbildung 3.1.10 hervor.

Ist einem die erstellte HP-Fläche zu klein, so kann man unter *Einstellungen – Optionen – Achsen – Achsenlängen* die Länge der Achsen und damit auch die Größe von neuerstellten HP-Flächen einstellen. Bereits erstellte HP-Flächen werden davon nicht beeinflusst; will man das jedoch, so hat man im Menü *Modellieren – Neuaufbau* zu wählen.

Will man nicht nur die Größe, sondern auch die Form der HP-Fläche ändern, so greift man am besten auf die Funktion *Perspektive Affinität* oder *Affinität* zu.

3.1.3 Beispiele für HP-Flächen

3.1.3.1 Pringles

Ein sehr einfaches Beispiel für eine HP-Fläche sind die bekannten Kartoffelchips, auch wenn sie leicht in der Größe variieren und vielleicht nicht ganz hundertprozentig einer HP-Fläche entsprechen.

Abbildung 3.1.11

Maßstab 1:1

Alle Maße in Abbildung 3.1.12 sind in mm. Die Dicke des Chips ist etwa 1 mm.

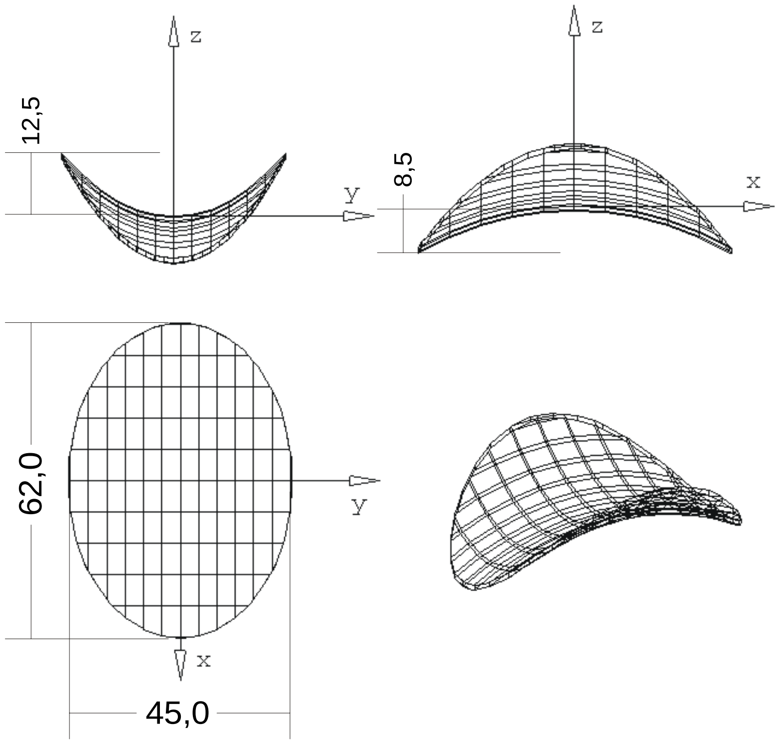


Abbildung 3.1.12

Beginnen Sie die Zeichnung, indem Sie die Parameter der Parabeln ausrechnen. Durch Einsetzen der Maße aus Abbildung 3.1.12 in die Formel 3.1.3 erhalten Sie folgende Parameterwerte:

$p_1 = \frac{y^2}{2x} = \frac{31^2}{2 \cdot 8{,}5} = 56{,}53$ (nach unten geöffnete Parabel)

$p_2 = \frac{y^2}{2x} = \frac{22{,}5^2}{2 \cdot 12{,}5} = 20{,}25$ (nach oben geöffnete Parabel)

Nun klicken Sie im Menü auf *Modellieren – Entwerfen – HP-Fläche*. Im Dialogfenster geben Sie die beiden soeben berechneten Parameter ein. Es entsteht eine HP-Fläche, wie in Abbildung 3.1.13 gezeigt.

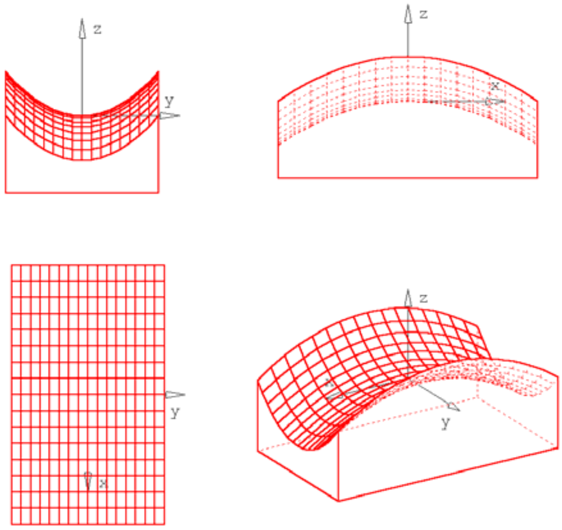
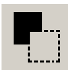


Abbildung 3.1.13

Diese HP-Fläche schieben Sie bei eingeschalteter *Copy*-Schaltfläche um 1 mm nach unten. Markieren Sie jetzt zuerst den oberen und dann den unteren der beiden Körper (Abbildung 3.1.14). Durch Anklicken Schaltfläche *Differenz*  aus dem Funktionsfenster *Bearbeiten* erhalten Sie Abbildung 3.1.15

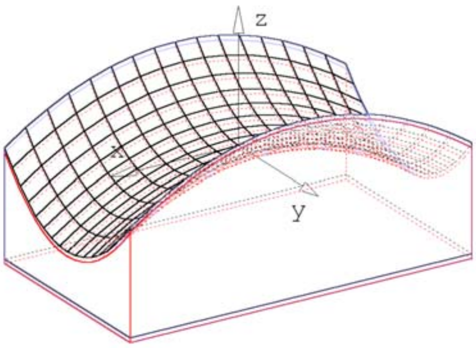
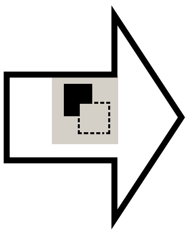


Abbildung 3.1.14



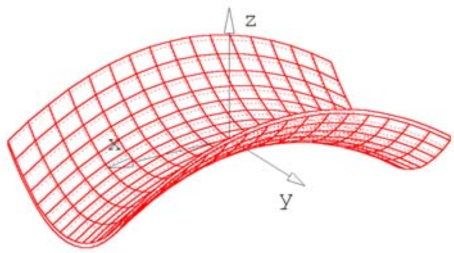
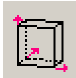


Abbildung 3.1.15

Zeichnen Sie als Nächstes einen Drehzylinder mit einem Durchmesser von 45mm und einer Höhe von 30mm.

Diesen Zylinder dehnen Sie mit Hilfe der Funktion *Achsenstreckung*  in x-Richtung von 45mm auf 62mm. Dazu müssen Sie den Streckfaktor in x-Richtung ausrechnen: $\frac{62mm}{45mm} = 1{,}38$
Die Streckfaktoren in y und z-Richtung bleiben 1.

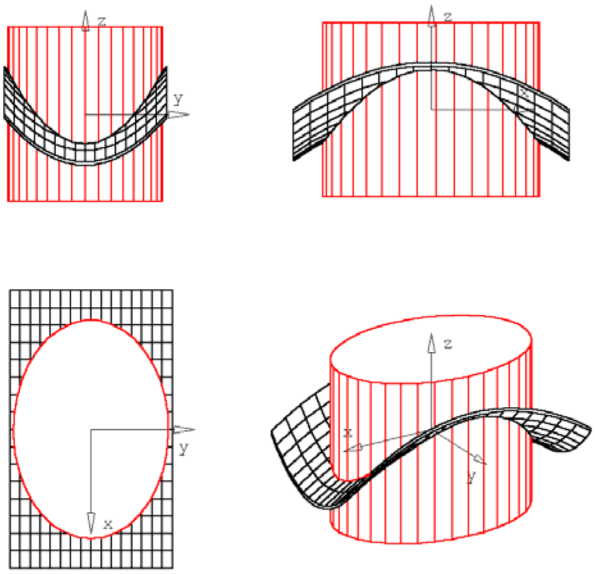
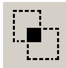
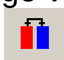
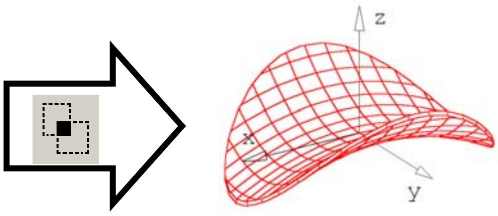


Abbildung 3.1.16

Schieben Sie den Zylinder, der durch die Streckung zu einem elliptischen Zylinder geworden ist, um 15 mm nach unten. (Abbildung 3.1.16)
Markieren Sie beide Körper und wenden Sie die Funktion *Durchschnitt*  an, um den Durchschnitt von Zylinder und HP-Fläche zu bilden. Zum Abschluss können Sie das fertige Werk noch mit Hilfe der Schaltfläche  anders einfärben.



3.1.3.2 Ausstellungshalle Euroflor Dortmund (Deutschland)

Sowohl die Tragwerkskonstruktion als auch das Dach der Ausstellungshalle wurden 1969 für die Bundesgartenschau aus Holz errichtet.

Abbildung 3.1.17

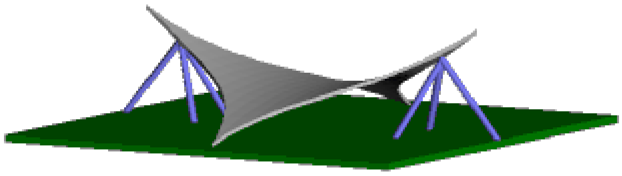


Abbildung 3.1.18

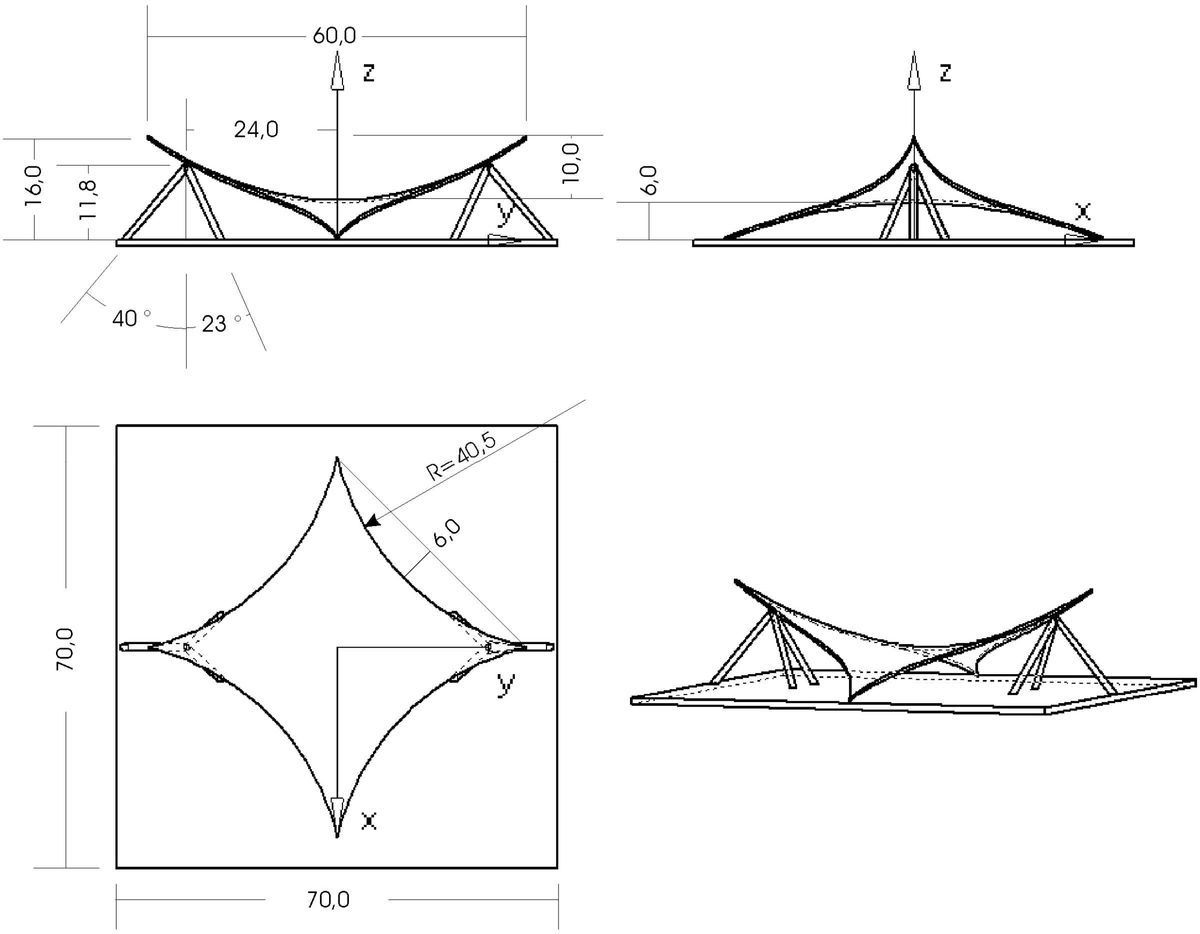


Abbildung 3.1.19

Maßstab 1:1000
Alle Angaben sind in Metern bemessen.

Die Maße stammen aus *Büren, S.108*, sind aber zur Vereinfachung der geometrischen Grundform etwas abgeändert worden. Alle Stützen sind als Drehzylinder mit einem Durchmesser von 1 m modelliert. Die Ausstellungshalle hat ein Dach in Form einer HP-Fläche, deren Dicke mit 0,5 m angenommen wird, die aber in der Realität dünner ist.

Fangen Sie mit der Dachfläche an. Für die Eingabe der HP-Fläche in CAD-3D© müssen Sie jedoch zuerst die Parameter der HP-Fläche berechnen. Die Werte für x und y können Sie aus Abbildung 3.1.19 ersehen.

$$p_1 = \frac{y^2}{2x} = \frac{30^2}{2 \cdot 6} = 75$$ (nach unten geöffnete Parabel)

$$p_2 = \frac{y^2}{2x} = \frac{305^2}{2 \cdot 10} = 45$$ (nach oben geöffnete Parabel)

Verschieben Sie die HP-Fläche mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 0,5 mm nach oben. Bilden Sie die Differenz zwischen der oberen und der unteren HP-Fläche, sodass eine dünne HP-Fläche entsteht.

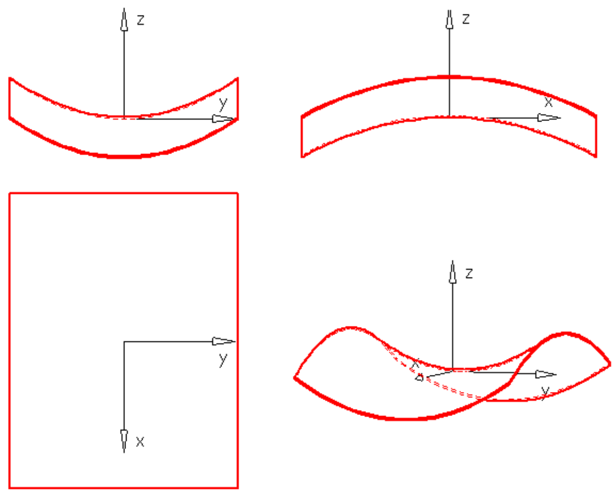


Abbildung 3.1.20

Um die HP-Fläche an den Rändern zu beschneiden, zeichnen Sie einen Drehzylinder mit einem Durchmesser von 40,5 mm und einer Höhe von 30 mm. Dieser Zylinder muss nun entlang des grünen Pfeiles in Abbildung 3.1.21 verschoben werden, sodass genau die Ecken der HP-Fläche ausgeschnitten werden können. Die Länge des Schiebvektors setzt sich also aus dem Radius des Zylinders plus dem blauen Stück in Abbildung 3.1.21 zusammen. Das blaue Stück berechnen Sie, indem Sie von der halben Diagonalenlänge (violett) das orange Stück, das in der Angabe in Abbildung 3.1.19 mit 6 mm angegeben ist, abziehen.

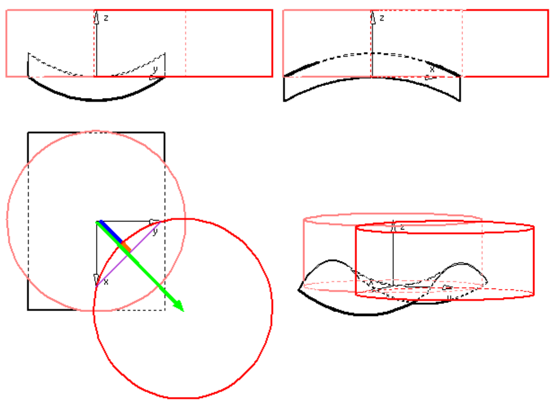


Abbildung 3.1.21

Die Gesamtlänge des Schiebvektors ist also:

$$l = 40{,}5mm + 30mm * \frac{\sqrt{2}}{2} - 6mm = 55{,}713mm$$

Geben Sie in den Dialogfenstern für die Schiebung zunächst einmal einen Schiebvektor von (1|1|0) ein, und dann erst im dritten Fenster als Länge die vorhin berechnete Länge von 39,395 mm. Nun liegt der Zylinder an der Stelle des roten Zylinders.

Dann müssen Sie den gerade verschobenen Zylinder noch einmal um 15 mm nach unten verschieben. Drehen Sie den Zylinder mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 90° um die z-Achse. Wiederholen Sie den Vorgang zwei Mal durch klicken mit der linken Maustaste, wenn in der Statuszeile die Frage „Transformation wiederholen?“ erscheint.

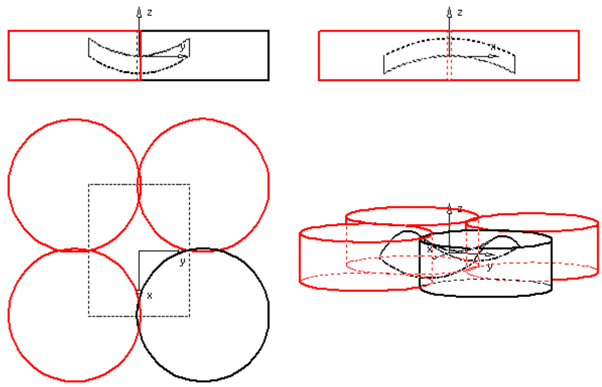


Abbildung 3.1.22

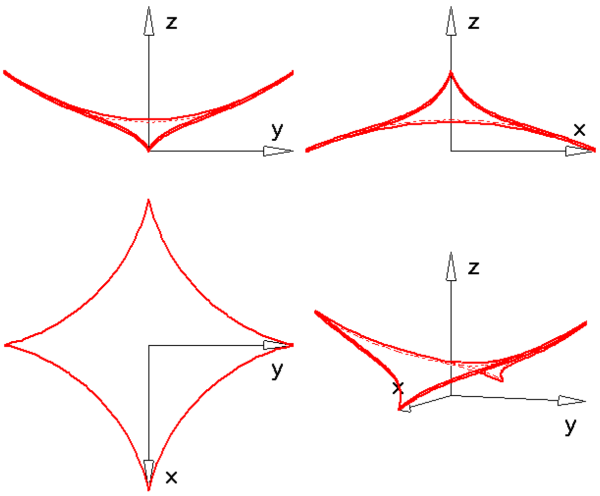


Abbildung 3.1.23

Bilden Sie die Differenz zwischen der HP-Fläche und den vier Drehzylindern. Es bleibt als Dach nur mehr der von oben kissenförmig aussehende Mittelteil der HP-Fläche übrig. Schieben Sie das Dach um 6 mm nach oben, sodass die untersten Spitzen gerade den „Boden“, also die xy-Ebene berühren.

Für den ersten Stützpfeiler zeichnen Sie einen Drehzylinder mit einem Radius von 0,5 mm und einer Höhe von 20 mm. Verschieben Sie den Zylinder mit einem Schiebvektor von (0|24|-8,2). Jetzt muss der Zylinder gedreht werden. Schalten Sie die *Copy*-Funktion ein. Die zur x-Achse parallele Drehachse definieren Sie mit folgenden zwei Punkten: P1(0|24|11,8) und P2(5|24|11,8). Geben Sie einen Drehwinkel von 40° ein.

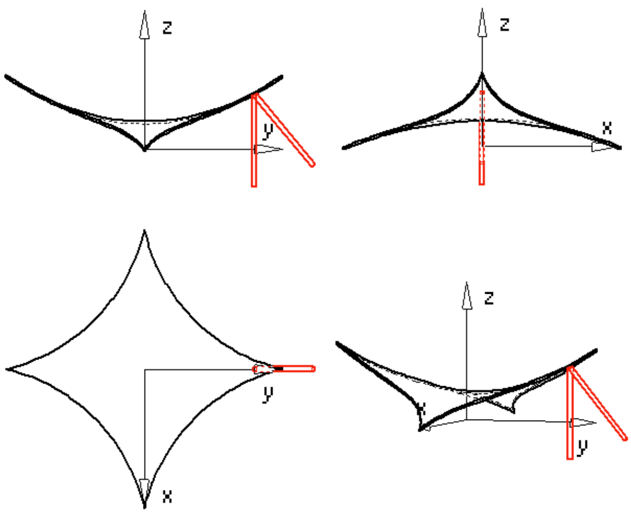


Abbildung 3.1.24

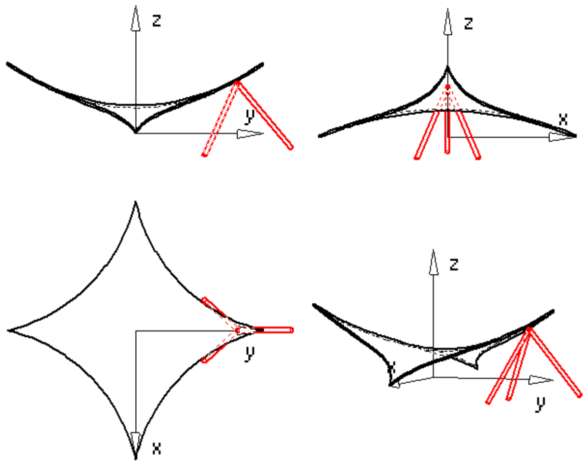


Abbildung 3.1.25

Den senkrechten Pfeiler nehmen Sie als Grundlage für die beiden anderen Stützen. Mit zwei Drehungen bekommen Sie den Zylinder an die richtige Stelle. Zuerst drehen Sie den Zylinder um die gleiche Achse wie vorhin, aber um –23°. Für die zweite Drehung wählen Sie eine Achse durch folgende zwei Punkte: P1(0|0|11,8) und P2(0|5|11,8). Drehwinkel ist 23°. Spiegeln Sie den zwei Mal gedrehten Zylinder mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der yz-Ebene.

Die drei Stützen sind noch etwas zu lang. Markieren Sie daher alle drei und sägen Sie diese an der xy-Ebene durch. Löschen Sie die Teile unterhalb der xy-Ebene. Spiegeln Sie jetzt die drei Stützpfeiler mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der xz-Ebene, sodass Sie auf beiden Seiten je drei Stützen haben.

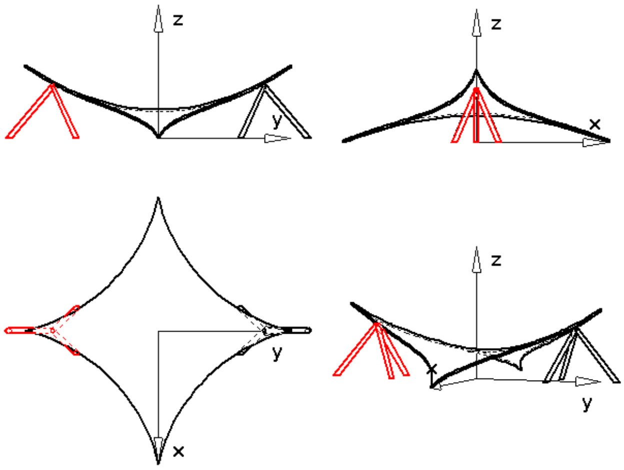


Abbildung 3.1.26

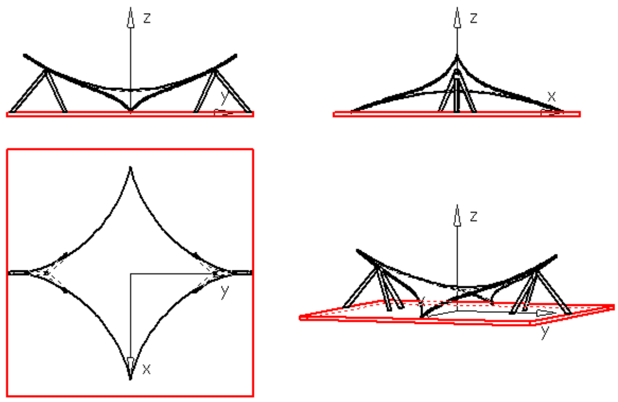


Abbildung 3.1.27

Damit es nicht aussieht, als würde die Halle in der Luft fliegen, zeichnen Sie einen Boden darunter. Zeichnen Sie dafür einen Quader mit den Maßen (70|70|1), den Sie mit dem Schiebvektor (-35|-35|-1) unter die Ausstellungshalle schieben. Zur Verschönerung können Sie die Halle einfärben.

3.1.3.3 Sportpalast Limoges (Frankreich)

Der Sportpalast von Limoges wurde 1979 aus einer Schale aus Stahlbeton mit einem Deckel aus Brettholz gebaut. Die anderen Maße sind anhand eines Fotos in *Natterer (S. 224)* in Relation zur Länge des Daches gewählt. Länge und Breite des Daches sind in *Natterer* angegeben.
Maßstab: 1:1000

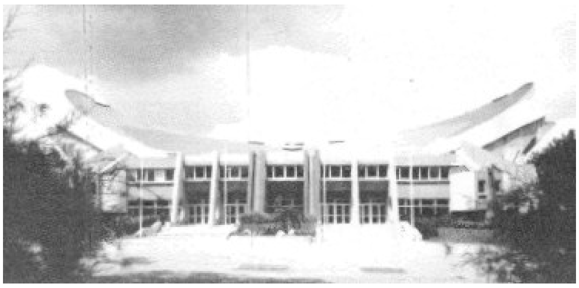


Abbildung 3.1.28

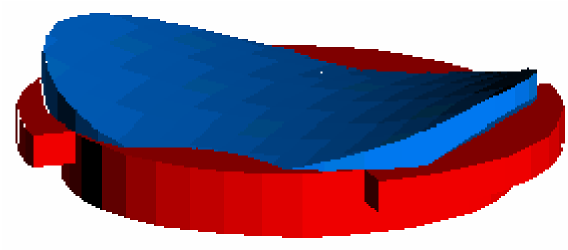


Abbildung 3.1.29

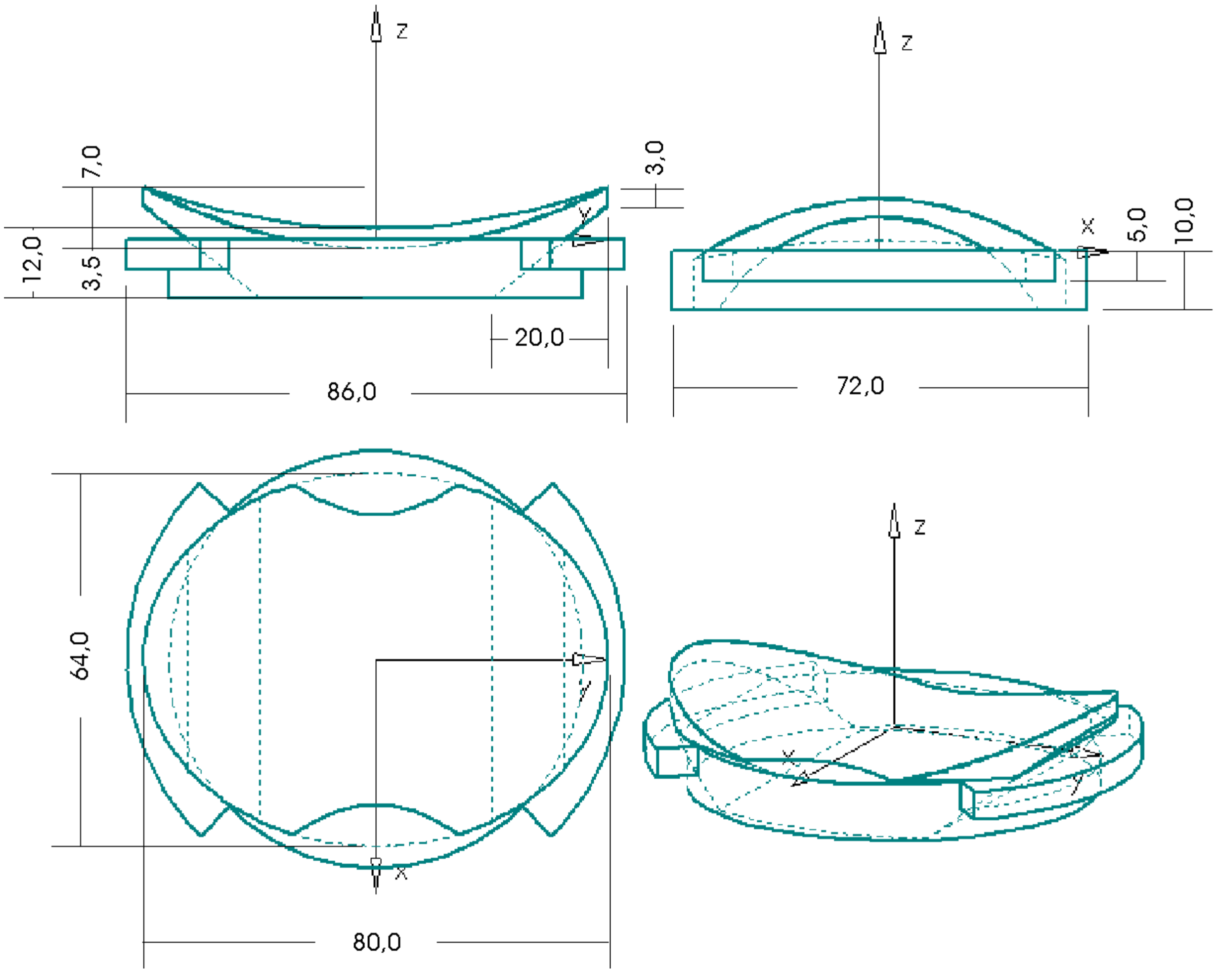


Abbildung 3.1.30

Stellen Sie, bevor Sie mit dem Zeichnen beginnen die Achsen auf Länge 40, damit die HP-Fläche groß genug wird. Das Dialogfenster zum Einstellen der Achsenlänge erscheint, wenn Sie im Menü *Einstellungen – Optionen* auswählen. Im Registerblatt *Achsen* geben Sie bei *Achsenlänge* nun 40 statt der vermutlich standardmäßig gesetzten 30 ein.

Zunächst müssen die Parameter der HP-Fläche berechnet werden. Die x und y-Werte für die Formeln ergeben sich aus der Zeichnung. Durch Einsetzen in die Formel 3.1.3 erhält man folgende Parameterwerte:

$p_1 = \frac{y^2}{2x} = \frac{32^2}{2 \cdot 3{,}5} = 146{,}29$ für die nach unten geöffnete Parabel, wobei y die halbe Länge des Daches ist und x der Höhenunterschied zwischen Scheitel des Daches und dem untersten Punkt des Daches, der eigentlich schon im Gebäude versteckt ist.

$p_2 = \frac{y^2}{2x} = \frac{40^2}{2 \cdot 7} = 114{,}29$ für die nach oben geöffnete Parabel, wobei y die halbe Breite des Daches ist, und x der Höhenunterschied zwischen Scheitel und höchstem Punkt des Daches.

Nun zeichnen Sie eine HP-Fläche mit diesen Parameterwerten. (*Modellieren – Entwerfen – HP-Fläche*)

Als Nächstes muss ein elliptischer Zylinder mit der Länge 80 mm und der Breite 64 mm erzeugt werden. Dazu zeichnen Sie zuerst einmal einen Drehzylinder mit dem Durchmesser 40 mm und einer Höhe von 50 mm. Mit Hilfe von *Achsenstreckung* stauchen den Zylinder in x-Richtung zusammen. (Streckfaktor= $\frac{64mm}{80mm} = 0{,}8$)

Schieben Sie den Zylinder um 30 mm nach unten. Dann kann der elliptische Zylinder mit Hilfe der Funktion *Durchschnitt* mit der HP-Fläche geschnitten werden. Das Ergebnis sehen Sie in Abbildung 3.1.31.

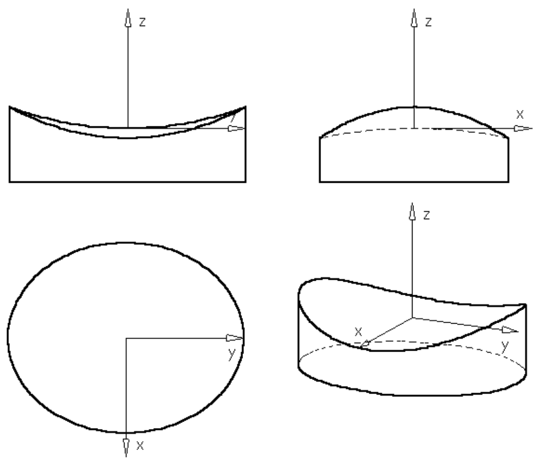


Abbildung 3.1.31

Schieben Sie nun die HP-Fläche um 12 mm nach oben und schneiden alles, was unterhalb der xy-Ebene liegt, weg.

Schneiden Sie nun die schrägen Teile an den Enden der HP-Flächen mit Hilfe der Funktion *Durchsägen* weg.

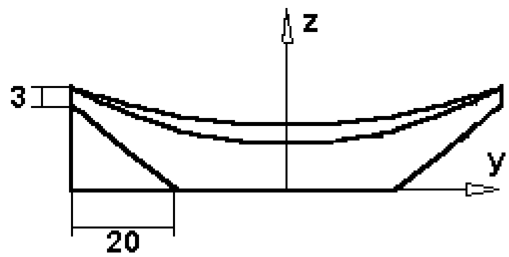


Abbildung 3.1.32

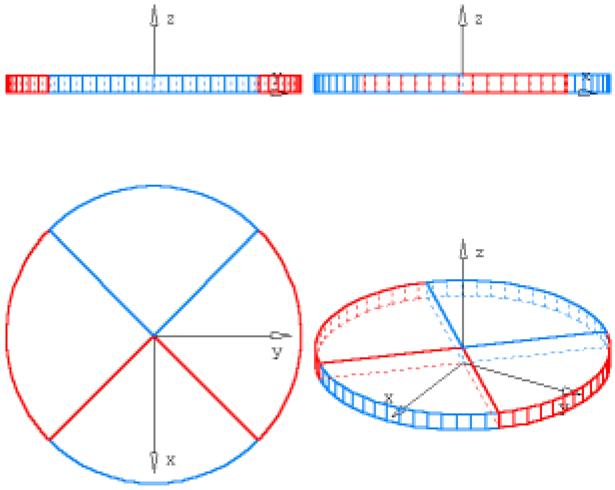


Abbildung 3.1.33

Für den unteren Teil der Sporthalle zeichnen Sie einen Drehzylinder mit einem Radius von 36 mm und der Höhe 10 mm und noch einen zweiten mit einem Radius von 43 mm und der Höhe 5 mm. Den zweiten Zylinder schneiden Sie mit *Durchsägen*, wie in Abbildung 3.1.33 gezeigt, in vier gleich große Segmente, von denen Sie die beiden in Abbildung 3.1.33 blau markierten weglöschen. Die restlichen beiden Segmente schieben Sie um 5 mm nach oben.

Sie können die drei Teile des Unterteils noch miteinander vereinigen und dem Dach und dem Unterteil verschiedenen Farben zuweisen.

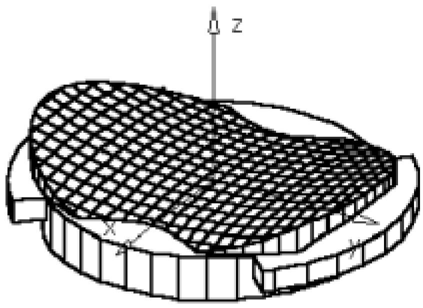


Abbildung 3.1.34

3.1.3.4 Kirche St. Pius in Krefeld (Deutschland) – Einsatz von perspektiven Affinitäten

Maßstab 1:500
Alle Maße sind in Metern angegeben.
Die Maße stammen zum Großteil aus einem bemaßten Plan aus *Natterer, S. 262*. Im Buch nicht angegebene Maße, wie die Größe der Türen habe ich im Verhältnis zu den anderen Größen bestimmt.

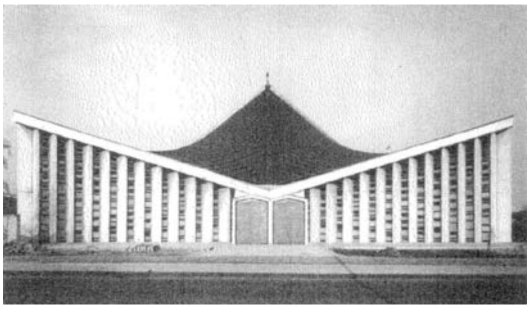


Abbildung 3.1.35

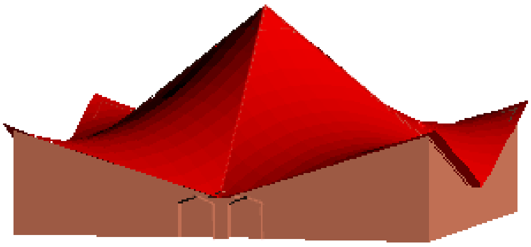


Abbildung 3.1.36

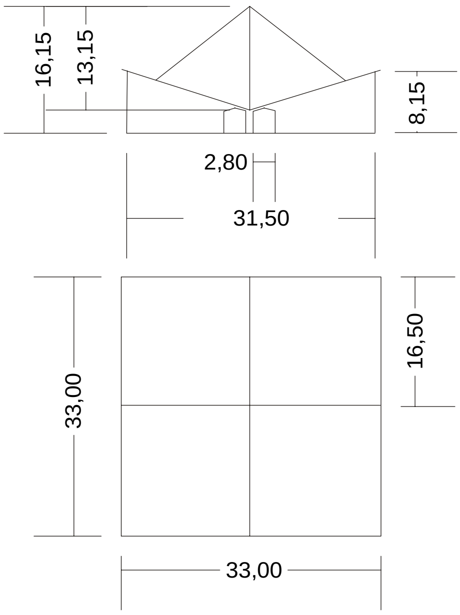


Abbildung 3.1.37

Hier sind die Achsen der HP-Flächen, die das Dach der Kirche bilden nicht parallel zur z-Achse. Um die Standard-HP-Fläche in die richtige Lage am Bauobjekt zu bringen, verwendet man die Funktion *perspektive Affinität* oder *Affinität*.

Man beginnt die Zeichnung mit einer der vier kongruenten HP-Schalen und vervielfältigt sie erst dann, wenn die geometrische Modellierung fertig ist. Die Grundfläche jeder der vier HP-Schalen ist ein Quadrat, wie in Abbildung 3.1.37 zu sehen ist.

Zuerst erstellen Sie eine HP-Fläche mit beliebigen Parametern. Es empfiehlt sich, die standardmäßig eingestellten 30 für den ersten, und 20 für den zweiten Parameter zu verwenden. Von dieser HP-Fläche schneiden Sie, wie in Abbildung 3.1.38 gezeigt, die Ecken weg.

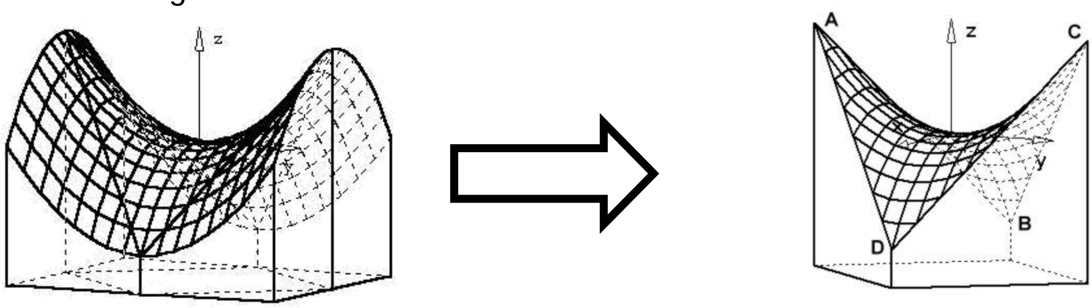


Abbildung 3.1.38

Zur Vereinfachung der Erklärung werden die vier neuen Eckpunkte der HP-Fläche, wie aus der Grafik ersichtlich, mit A, B, C, D benannt.

Der verbleibende Teil muss nun in die richtige Form gebracht werden. Dazu stauchen Sie ihn in X-Richtung mit Hilfe der Funktion *Achsenstreckung* auf die richtige Breite. Den Streckfaktor in X-Richtung berechnen Sie folgendermaßen:

$$\frac{Sollbreite}{aktuelleBreite} = \frac{\overline{BD}_{soll}}{\overline{BD}_{aktuell}}$$

Mit $\overline{BD}_{soll} = 33 \cdot \sqrt{2}$, da BD ja die Diagonale des Grundflächenquadrates ist. $\overline{BD}_{aktuell}$ können Sie in Ihrer Zeichnung messen. Wählen Sie dazu im Menü *Messen – Längen – Strecke*. Snappen Sie am besten die Punkte B und D für die Messung. In Y- und Z-Richtung bleiben die Streckfaktoren 1.

Nun drehen Sie die HP-Fläche um 45° und schieben sie so, dass die Punkte B und D in der xy-Ebene in der Diagonale liegen. Als Anfangspunkt für die Schiebung snappen Sie Punkt B der HP-Fläche und als Endpunkt geben Sie den Punkt (0|33|0) ein.

Nun müssen Sie die Fläche so transformieren, dass sie die gewünschte Form erhält, die vier Eckpunkte A, B, C, D also die Koordinaten des Bauobjektes einnehmen. Dazu verwenden Sie die Funktion *Perspektive Affinität*. Diese Funktion müssen Sie zweimal anwenden. Die Achse BD ist ja schon an der richtigen Position, nur die Punkte A und C müssen mitsamt der Fläche dazwischen in die korrekte Lage gebracht werden.

Bei der ersten Anwendung der *perspektiven Affinität* ist der Urpunkt der Punkt A und Bildpunkt ist der Punkt (0|0|26,3), der später zur Spitze der Kirche wird. Die Fixpunktebene ist die Ebene BCD (in Abbildung 3.1.39 grün eingezeichnet).

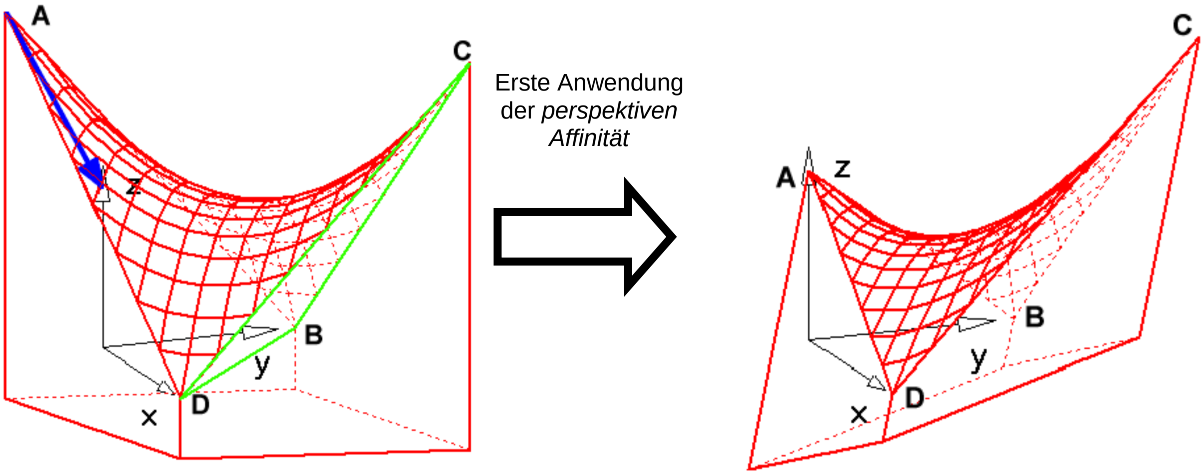


Abbildung 3.1.39

Bei der zweiten Anwendung nehmen Sie C als Urpunkt, und (33|33|10,3) als Bildpunkt. Die Fixpunktebene ist jetzt ABD.

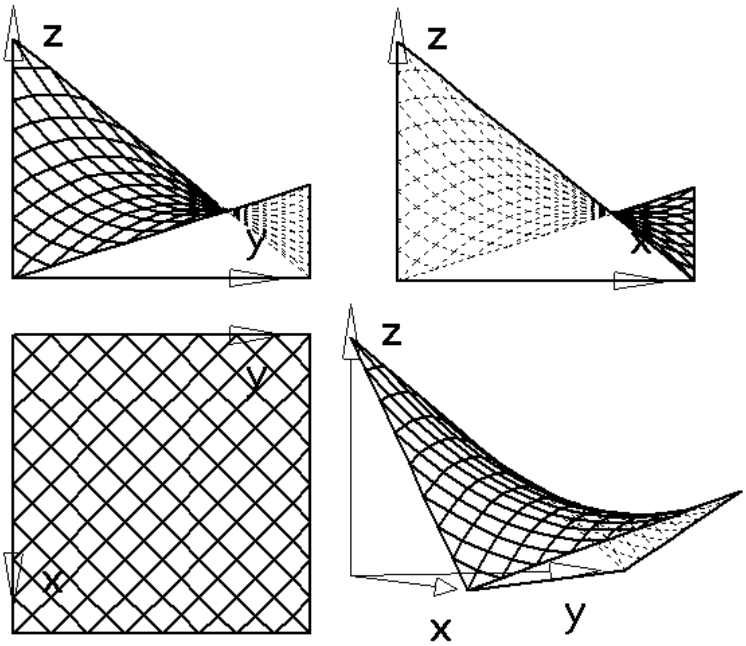


Abbildung 3.1.40

Jetzt hat die HP-Fläche die richtige Form und es muss der Unterteil weggeschnitten werden. Dazu durchsägen Sie den Körper zwei Mal. Zuerst in der Ebene ABD und dann in der Ebene BCD. Die nun unnötigen Unterteile löschen Sie weg. Nun sollte die Zeichnung so aussehen, wie in Abbildung 3.1.40.

Für die Wände der Kirche fertigen Sie einen Quader mit quadratischer Grundfläche (Seitenlänge=31,5 mm) und einer Höhe von mindestens 35 mm an. Schieben Sie diesen Quader um 6 mm nach unten und schneiden ihn auch zwei Mal durch. Beim ersten Mal snappen Sie als Schnittebene die Ebene ABD und beim zweiten Mal die Ebene BCD. Löschen Sie den jetzt nicht mehr benötigten oberen, in Abbildung 3.1.41 rosa gezeichneten Teil weg. Vereinigen Sie nun die beiden zerschnittenen roten Unterteile miteinander.

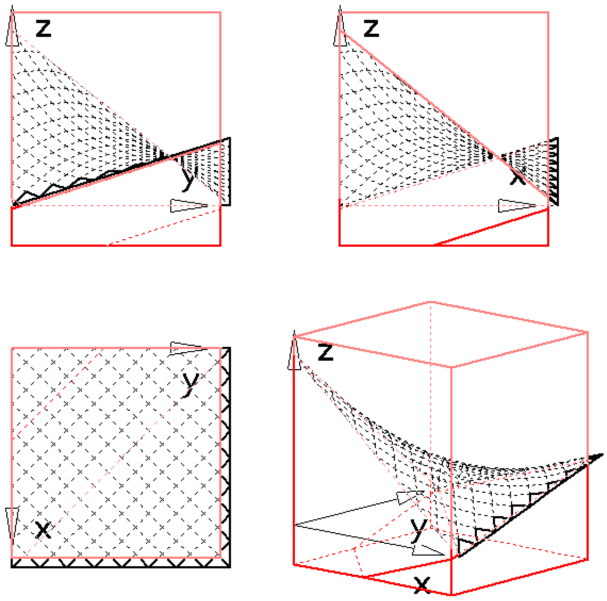


Abbildung 3.1.41

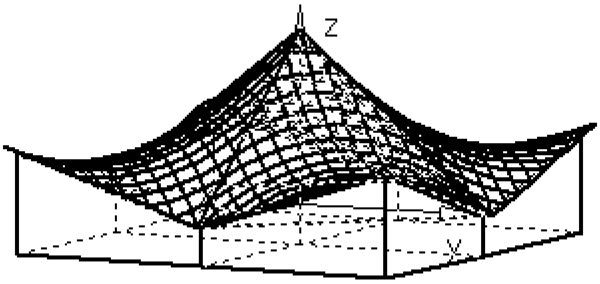


Abbildung 3.1.42

Drehen Sie die den fertigen Teil (Dach und Unterteil) mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um die z-Achse. (Drehwinkel 90°). Wiederholen Sie die Drehung noch zweimal, um vier Teile der Kirche zu erhalten. Vereinigen Sie die vier Unterteile miteinander und auch die vier Dachteile.

Die Kirche ist jetzt fast fertig. Es fehlen nur noch die Türen. Dazu erzeugen Sie einen Quader mit den Maßen (2|5,6|5), auf den Sie ein vorher bearbeitetes Prisma setzen. Zeichnen Sie dazu ein dreieckiges Prisma mit Kantenlänge 5,6 und Höhe 2, mit Achse in x-Richtung. Drehen Sie es um 60° um die x-Achse stauchen Sie es mit der Funktion *Achsenstreckung* in z-Richtung auf 20% der ursprünglichen Höhe. Schieben Sie es auf den Quader. Für den Schiebvektor snappen Sie eine der unteren Ecken des Prismas als Anfangspunkt und ein passendes Eck des Quaders als Endpunkt.

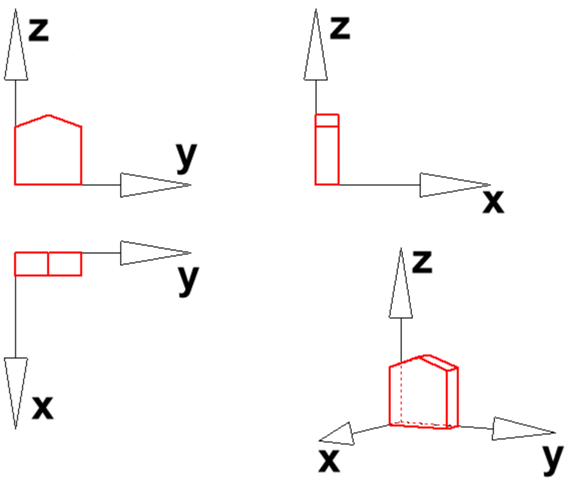


Abbildung 3.1.43

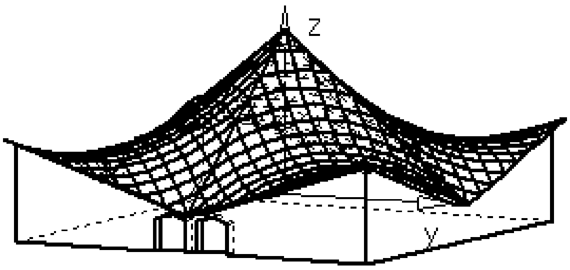


Abbildung 3.1.44

Schieben Sie nun die Türe mit dem Schiebvektor (29,5|1|-6) an die richtige Position, spiegeln Sie diese noch mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der XZ-Ebene und schneiden Sie die Türe mit Hilfe der Funktion *Differenz* aus der Mauer heraus.

Neben der Verwendung der Funktion *perspektive Affinität* gibt es noch eine andere, schnellere Möglichkeit, um die Grundform der HP-Fläche an die Baumasse anzupassen: Mit der Funktion *Affinität*. Hier können gleich alle vier Eckpunkte der beliebigen HP-Fläche als Urpunkte eingegeben werden, und die vier gewünschten Eckpunkte als Bildpunkte. Man erspart sich also die Drehung der HP-Fläche, die Streckung der Stecke BD und das zweimalige Anwenden der *perspektiven Affinität*.

3.1.3.5 Pavillon einer Pharmafabrik in Pasadena (USA) – Einsatz von Affinitäten

Der Pavillon ist aus zehn kongruenten, vorgefertigten Sperrholzschalen aufgebaut und dient als Schattenspender für die Angestellten einer Pharmafabrik.
Die Maße (in Metern) wurden anhand eines Fotos in *Büren, S. 158* geschätzt.
Maßstab: 1:250

Abbildung 3.1.45

Abbildung 3.1.46

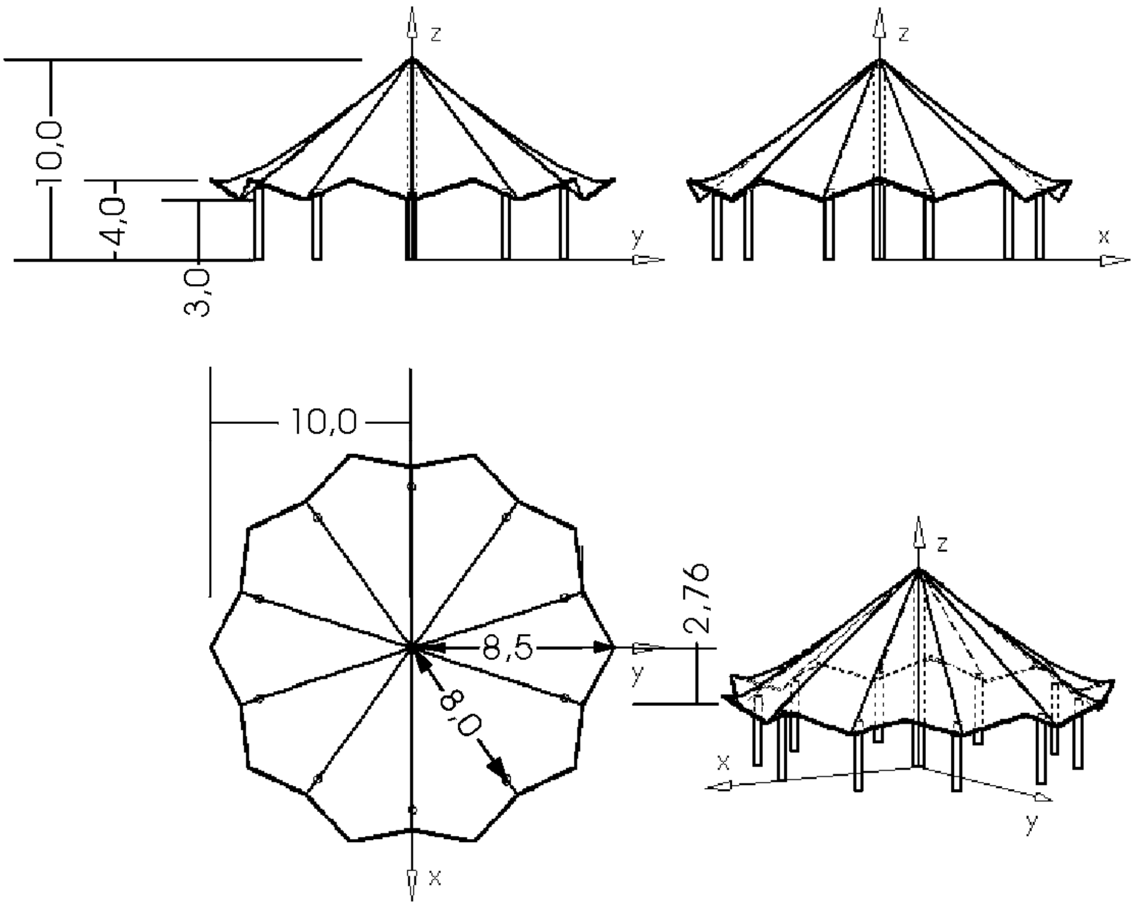


Abbildung 3.1.47

Nachdem es sich um 10 kongruente Schalen handelt, ist es natürlich zweckmäßig, erst einmal eine zu zeichnen, und sie dann, wenn sie fertig ist, zu vervielfältigen.

Erstellen Sie, wie im vorigen Beispiel, eine beliebig große HP-Fläche. Schneiden Sie auch wieder, wie in der Abbildung 3.1.48 gezeigt, die Ecken weg.

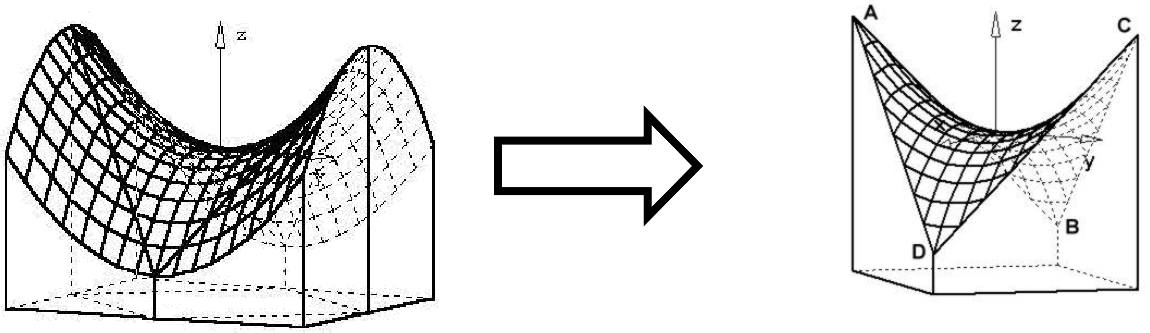


Abbildung 3.1.48

Die weitere Vorgangsweise unterscheidet sich jedoch vom vorigen Beispiel, da jetzt übungsweise anstatt der *perspektiven Affinität* die *Affinität* angewendet wird. Hier müssen Sie der Software nur „sagen“, welcher der vier Eckpunkte der HP-Fläche in welchen Punkt übergehen soll, und sind damit schon fast fertig. Bevor Sie die *Affinität* anwenden, schieben Sie die HP-Fläche noch mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 1 mm nach oben und bilden Sie die Differenz zwischen oberem und unterem Körper, sodass nur eine dünne Schale übrig bleibt.

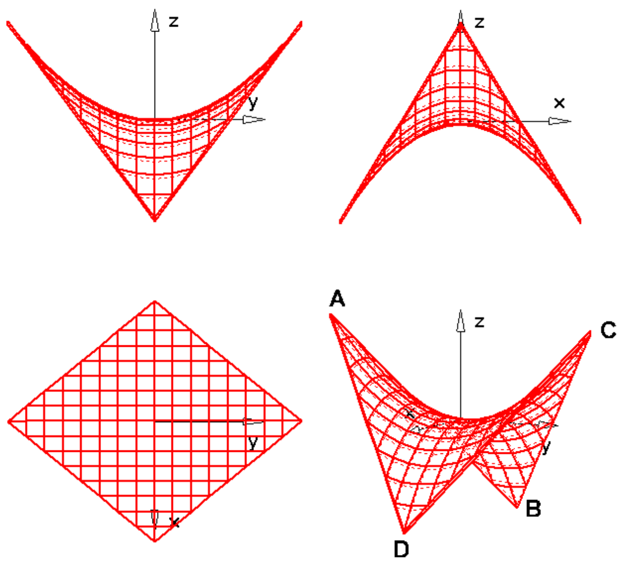


Abbildung 3.1.49

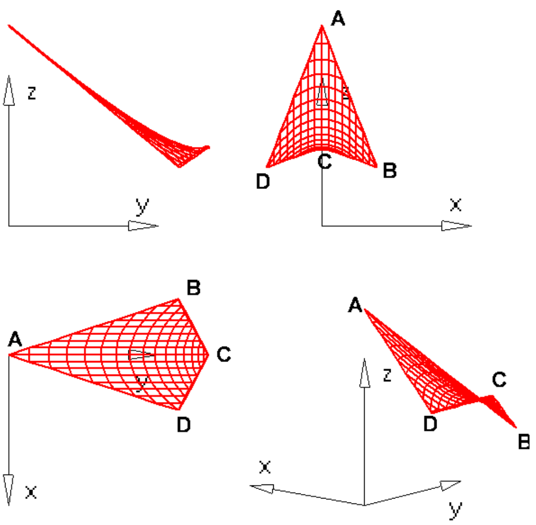


Abbildung 3.1.50

Wählen Sie dann im Menü *Modellieren – Verlagern – Affinität*. Geben Sie auf Aufforderung des Programms die Punkte aus der Tabelle ein. Die Punkte A, B, C und D (siehe Abbildung 3.1.49) können Sie in Ihrer Zeichnung snappen. Achten Sie darauf, dass Sie jeweils den Punkt an der Oberkante erwischen.

Nummer	Urpunkt	Bildpunkt
1	Punkt A	(0|0|40)
2	Punkt B	(-11,05|34|12)
3	Punkt C	(11,05|34|12)
4	Punkt D	(0|40|16)

Zeichnen Sie einen Drehzylinder mit einem Durchmesser von 0,8 mm und einer Höhe von 14 mm als Stützpfeiler. Dieser Stützpfeiler muss an seine richtige Position geschoben werden. Um sich etwas Herumrechnerei zu sparen, bestimmen Sie den Schiebvektor wie folgt: Als Urpunkt nehmen Sie den Ursprung (0|0|0). Für den Bildpunkt wählen Sie beim Snappen in der Kategorie *Spezielle Elemente* den *Normalenfußpunkt auf Ebene* . Sie werden dann aufgefordert, einen Punkt und eine Ebene einzugeben. Als Punkt snappen Sie Punkt D und als Ebene die xy-Ebene. Im letzten Dialogfenster für die Schiebung geben Sie als Länge 32mm ein.

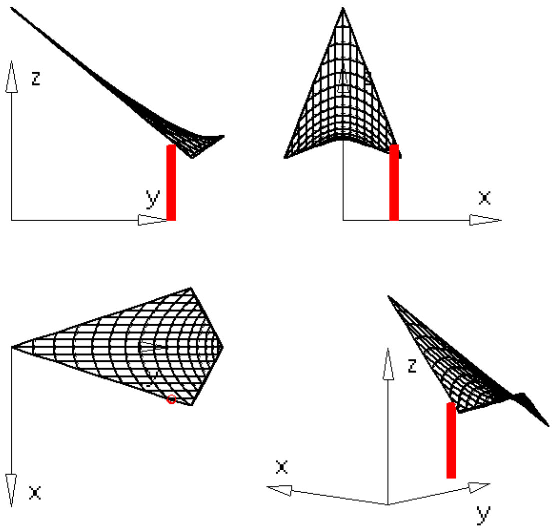


Abbildung 3.1.51

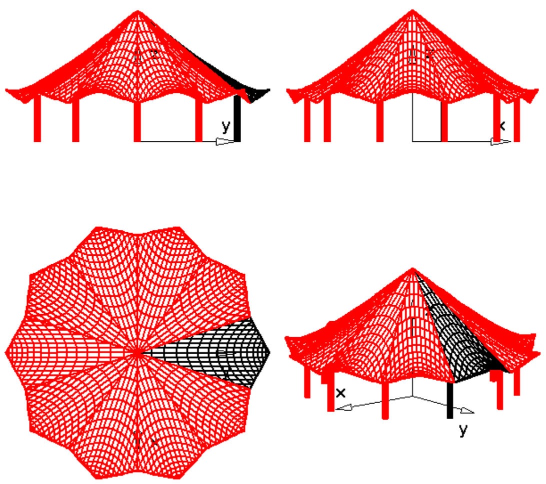


Abbildung 3.1.52

Markieren Sie Stützpfeiler und Dachelement und drehen Sie beide Elemente mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 36° um die z-Achse. Wiederholen Sie die Drehung acht Mal, sodass Sie 10 Dachelemente mit Pfeilern haben.

Jetzt fehlt nur mehr der Pfeiler in der Mitte. Zeichnen Sie dafür einen Drehzylinder mit einem Durchmesser von 1 mm und einer Höhe von 38 mm.

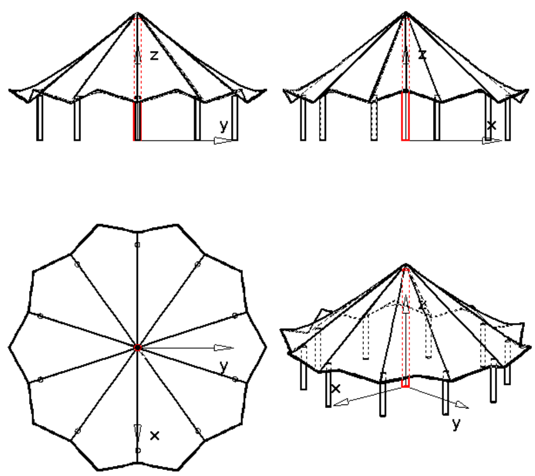


Abbildung 3.1.53

3.2 *Das einschalige Drehhyperboloid*

3.2.1 Was ist ein einschaliges Drehhyperboloid?

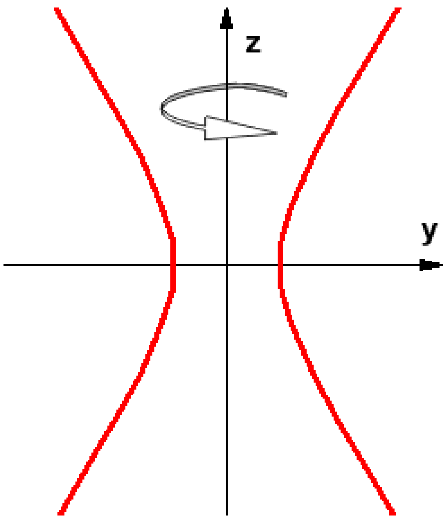


Abbildung 3.2.1

Ein einschaliges Drehhyperboloid erhält man, in dem man eine Hyperbel im dreidimensionalen Raum um die Nebenachse (hier die z-Achse) dreht.

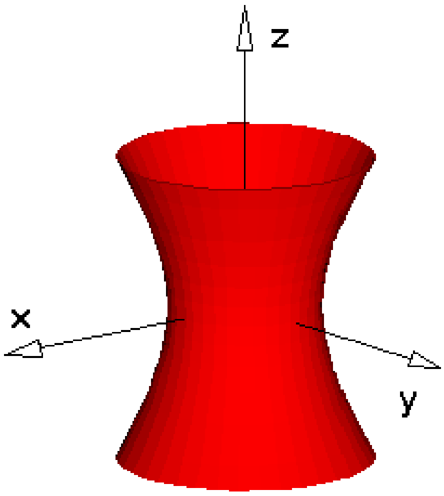


Abbildung 3.2.2

Dreht man eine Gerade g um eine zu ihr windschiefen Achse a (hier die z-Achse), so entsteht ebenfalls ein einschaliges Drehhyperboloid, falls g nicht orthogonal zu a liegt. Die aus der Drehung entstehenden Geradenscharen heißen Erzeugende. Diese Erzeugung eines einschaligen Drehhyperboloids geht übrigens auf den Erbauer der Londoner St. Paul's Kathedrale, Christopher Wren (1699) zurück.

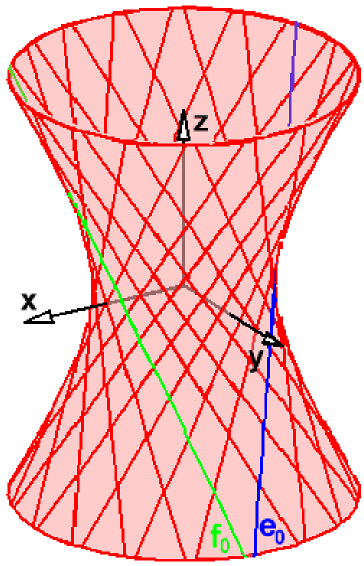


Abbildung 3.2.3

Es ist egal, ob man die Gerade e_0 oder f_0 um die z-Achse dreht. Dabei entstehen verschiedene Erzeugendenscharen, jedoch das selbe Drehhyperboloid.

Würde man das Drehhyperboloid als Modell aus Stäben, die durch Gelenke miteinander verbunden sind, aufbauen, so bleibt es beweglich und in jeder Gestalt ein einschaliges Drehhyperboloid.

Dreht man die Asymptote der Meridianhyperbel mit, so entsteht der Asymptotenkegel der Fläche.

Die mathematische *Normalform* für ein einschaliges Drehhyperboloid lautet:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0$$

Formel 3.2.1

Dabei fällt der Flächenmittelpunkt in den Koordinatenursprung und die Drehachse in die z-Achse.

Durch *Achsenstreckung* etwa in Richtung der y-Achse erhält man ein nichtdrehförmiges einschaliges Hyperboloid mit der *Normalform*:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2} - \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0$$

Formel 3.2.2

Der Asymptotenkegel des einschaligen Drehhyperboloids geht dabei in den Asymptotenkegel des Nichtdrehtyps über.

Der Flächenumriss bei Parallelprojektion ist ellipsenförmig oder hyperbelförmig, je nachdem ob der Sehstrahl durch den Flächenmittelpunkt innerhalb oder außerhalb des Asymptotenkegels fällt.

3.2.2 Modellieren von einschaligen Drehhyperboloiden in CAD-3D©:

Will man ein einschaliges Drehhyperboloid erzeugen, so klickt man entweder auf die Schaltfläche , oder wählt im Menü *Modellieren – Entwerfen – einschaliges Drehhyperboloid.* Es erscheint das Fenster aus Abbildung 3.2.4. Der Parameter *Kehlkreis* entspricht der halben Hauptachsenlänge a, und *Nebenachse* ist b in Abbildung 3.2.5. Die blauen Linien sind die Asymptoten der Hyperbel.

Abbildung 3.2.4

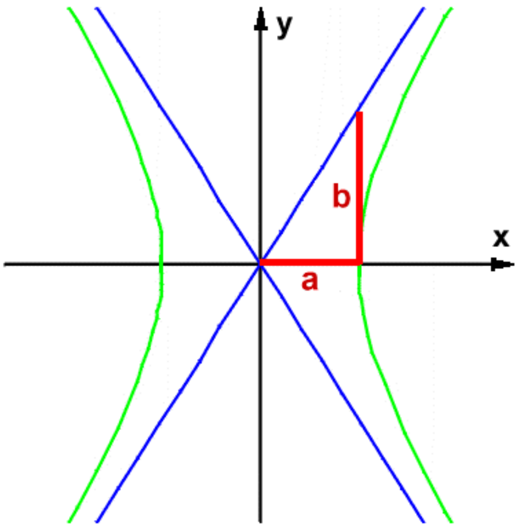


Abbildung 3.2.5

Da b von der Steigung der Asymptote abhängt, und diese häufig nicht bekannt ist, kann man, wenn man einen beliebigen Punkt (x|y) und den Kehlkreisradius a der Hyperbel kennt, aus der Hyperbelgleichung

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

Formel 3.2.3

b berechnen:

$$b = \frac{y}{\sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1}}$$

Formel 3.2.4

3.2.3 Beispiele für gebaute einschalige Drehhyperboloide

3.2.3.1 Planetarium des St. Luis Science Center (USA)

Maßstab 1:1000

Die in Metern angegebenen Maße stammen teilweise aus der Internetseite des St. Luis Science Center und sind zum Teil anhand eines Fotos auf der Internetseite geschätzt.

Abbildung 3.2.6

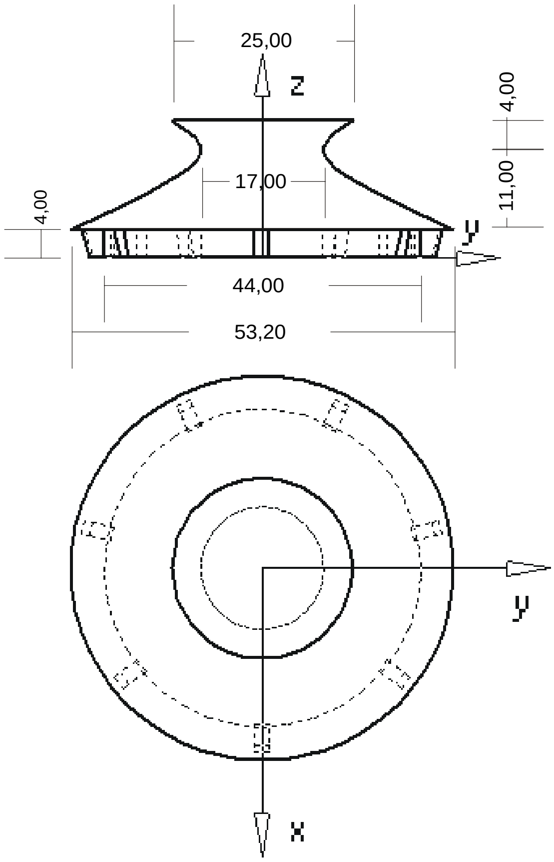


Abbildung 3.2.8

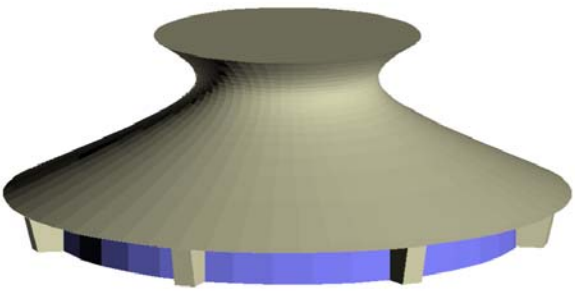


Abbildung 3.2.7

Berechnen Sie zuerst die Parameter a und b für die Eingabe der Hyperbel. Dazu setzen Sie die passenden Werte für a, x und y aus der Abbildung 3.2.8 in die Formel 3.2.4 ein.

z.B.: $b = \dfrac{4}{\sqrt{\dfrac{12{,}5^2}{8{,}5^2} - 1}} = 3{,}71$ oder $b = \dfrac{11}{\sqrt{\dfrac{26{,}56^2}{8{,}5^2} - 1}} = 3{,}71$

Nun erstellen Sie ein einschaliges Drehhyperboloid mit den Parametern Kehlkreis=8,5 mm und Nebenachse=3,71 mm. Dieses Drehhyperboloid sägen Sie oben parallel zur xy-Ebene auf Höhe 4 mm durch und unten auf Höhe –11 mm. (Abbildung 3.2.9) Löschen sie die unnötigen Teile oben und unten weg.

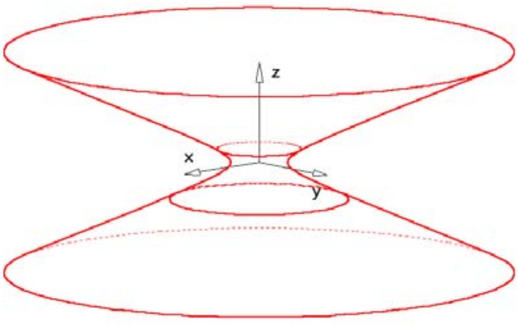
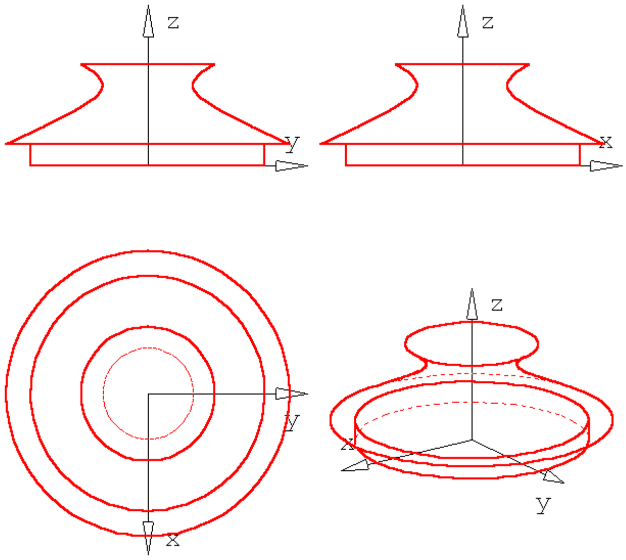


Abbildung 3.2.9



Schieben Sie das Drehhyperboloid um 15 mm nach oben. Für den Unterteil des Planetariums zeichnen Sie einen Zylinder mit Radius 22 mm und Höhe 4 mm.

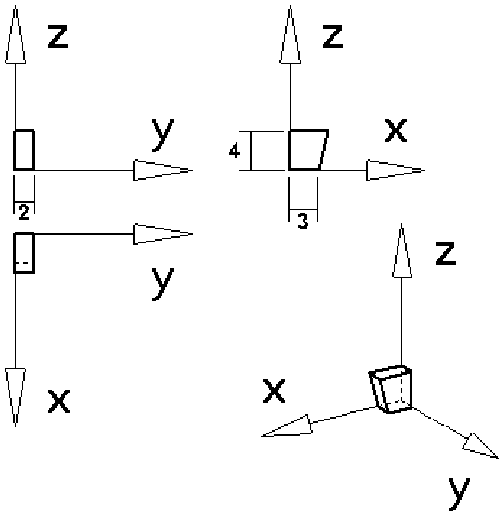


Abbildung 3.2.10

Zum Schluss erzeugen Sie die sieben Stützsäulen. Dazu zeichnen Sie einen Quader mit den Maßen 4 mm x 2 mm x 4 mm. Von diesem Quader schneiden Sie die Schräge ab. (Abbildung 3.2.10)

Verschieben Sie die Stützsäule nach vorne. (Schiebvektor (21,5|-1|0))

Nun drehen Sie die Säule mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um die z-Achse, sodass die Säulen gleichmäßig rundherum verteilt sind.
(Drehwinkel= $\frac{360°}{7} = 51{,}43°$)

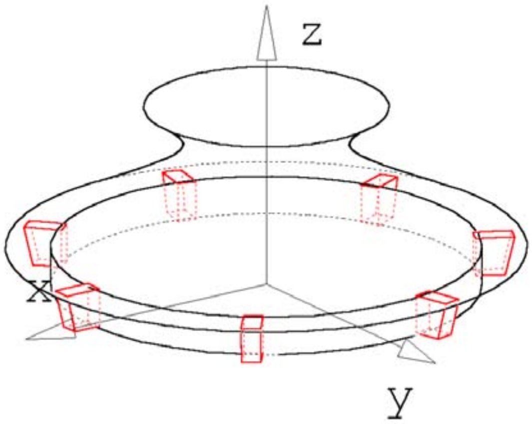


Abbildung 3.2.11

3.2.3.2 Parlament Chandigarh (Indien)

In den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts wurde eine ganze Stadt vom französischen Architekten Le Corbusier geplant und verwirklicht. Das Herzstück des 114 km² großen Gebietes ist das aus Stahlbeton gebaute Parlament.

Abbildung 3.2.12

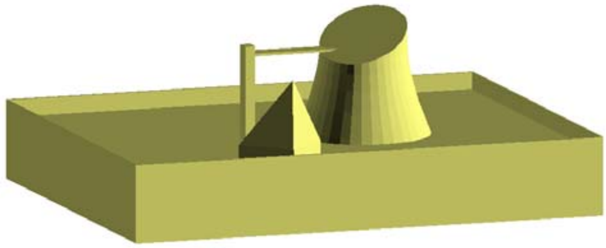


Abbildung 3.2.13

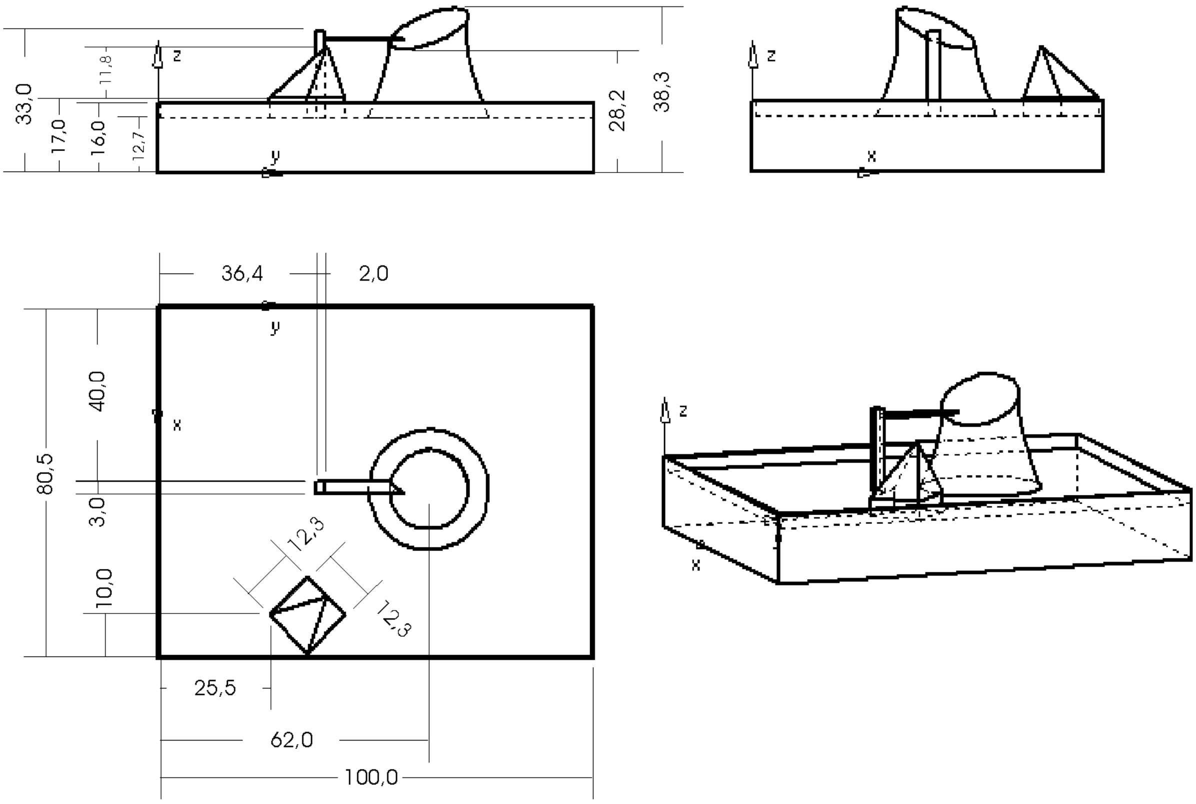


Abbildung 3.2.14

Maßstab: 1:1000

Alle Maße sind in Metern angegeben und wurden aus einer maßstabsgetreuen Skizze aus *Le Corbusier, S. 84* entnommen.

Der Turm hat die Form eines Drehhyperboloids. Der Radius des Drehhyperboloids bei z=0, also am Boden ist: r=19,5m.

Der Kehlkreis liegt 32 m über dem Boden mit einem Kehlkreisradius von 8,8 m.

Im Prinzip ist es egal, mit welchem Teil Sie beginnen. Fangen Sie mit dem Drehhyperboloid an. Für die Angabe des Drehhyperboloids in CAD-3D© ist der Kehlkreis bekannt, also muss nur noch die Nebenachse herausgefunden werden. Setzen Sie in die Formel 3.2.4 den Kehlkreisradius a, und einen beliebigen (x|y) Punkt der Hyperbel ein. Dazu eignet sich der Punkt (19,5|-32). (siehe Abbildung 3.2.16)

$$b = \frac{32}{\sqrt{\frac{19{,}5^2}{8{,}8^2} - 1}} = 16{,}18$$

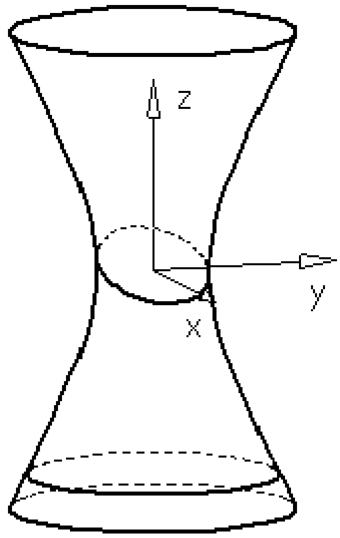


Abbildung 3.2.15

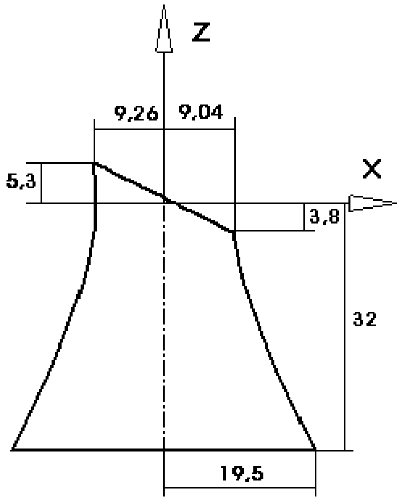


Abbildung 3.2.16

Nun sägen Sie das Drehhyperboloid unten parallel zur xy-Ebene auf Höhe –32 mm durch. Für das Durchsägen oben nehmen Sie die Maße aus Abbildung 3.2.16.

Löschen Sie die nun unnötigen Teile des Hyperboloids oben und unten weg.

Drehen Sie das Hyperboloid um -40° um die z-Achse und schieben Sie es an die richtige Position. Schiebvektor (42|62|32).

Als Nächstes gehen Sie die Pyramide an. Zeichnen Sie dazu einen Quader mit den Maßen (12,3|12,3|11,8). Durchsägen Sie den Quader, wie in Abbildung 3.2.17 gezeigt. Snappen Sie für die Schnittebene die Punkte A, B und G.

Löschen Sie den oberen Teil weg und sägen Sie den verbleibenden unteren Teil durch. Als Schnittebene snappen Sie die Kantenmitte der grünen Kante in Abbildung 3.2.17 und die Punkte B und C.

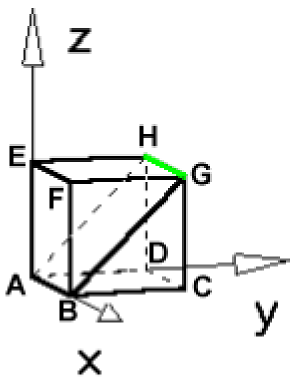


Abbildung 3.2.17

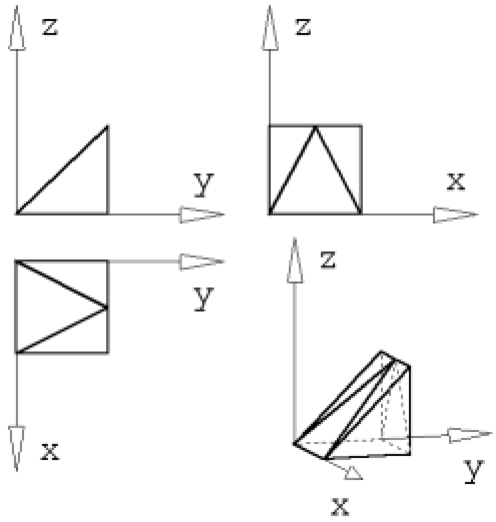


Abbildung 3.2.18

Sägen Sie den unteren Teil noch einmal durch. Diesmal snappen Sie für die Schnittebene die Punkte A, D und den Punkt, der vorher an der grünen Kantenmitte gelegen ist.

Jetzt sollte es so aussehen, wie in Abbildung 3.2.18. Löschen Sie die beiden äußeren Teile weg und schieben die nun verbleibende schiefe Pyramide um 17 mm nach oben.

Unter die Pyramide zeichnen Sie einen Quader mit den Maßen (12,3|12,3|17) als Sockel.

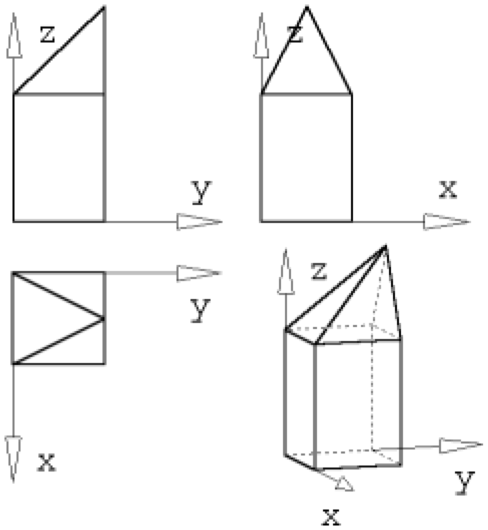


Abbildung 3.2.19

Vereinigen Sie den Sockel mit der Pyramide. Drehen Sie das Ganze um 45° um die z-Achse.

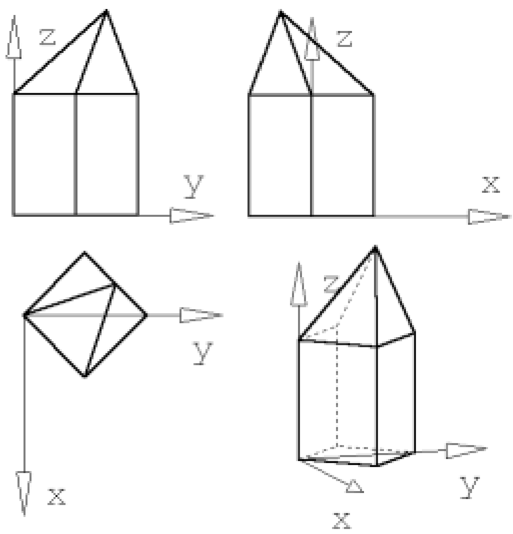


Abbildung 3.2.20

Schieben Sie die fertige Pyramide an die Endposition. (Schiebvektor (70,5|25,5|0))

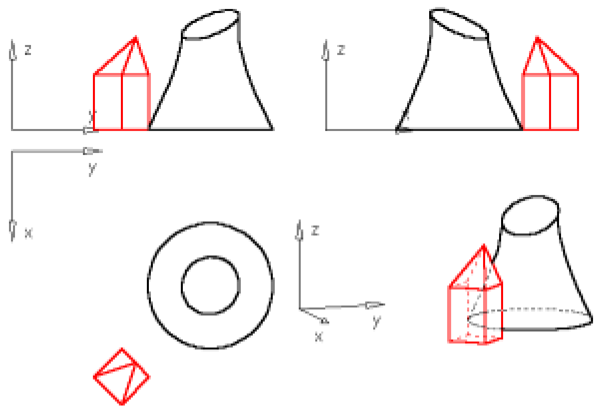


Abbildung 3.2.21

Für den Liftturm erstellen Sie einen Quader mit den Maßen (3|2|33) und für den Übergang zum Drehhyperboloid einen mit (3|25|0,5). Schieben Sie den Übergang um 30 mm nach oben. Vereinigen sie den Turm mit dem Übergang.

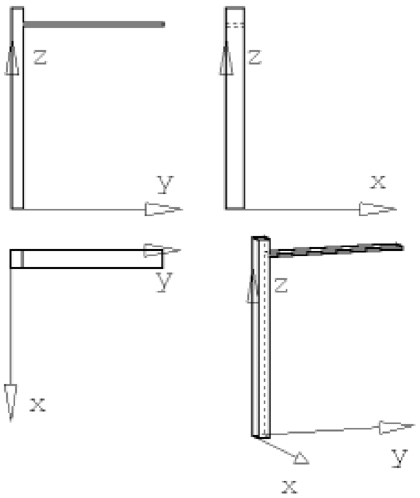


Abbildung 3.2.22

Schieben Sie den Liftturm an die Endposition.
Schiebvektor (40|36,4|0)

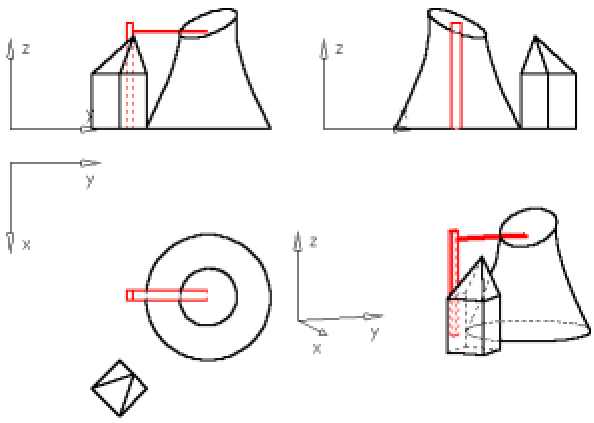


Abbildung 3.2.23

Jetzt fehlt nur noch das Hauptgebäude. Dafür brauchen Sie einen Quader mit den Maßen (80,5|100|16). Von diesem Quader muss oben ein Stück ausgehöhlt werden.

Zu diesem Zweck zeichnen Sie einen etwas kleineren Quader mit den Maßen (79,5|99|10) und schieben ihn gleich in Position: Schiebvektor (0,5|0,5|12,7)

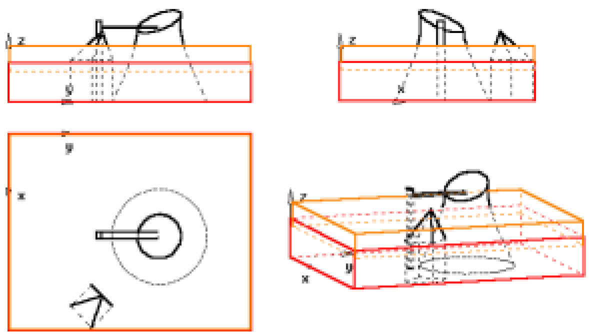


Abbildung 3.2.24

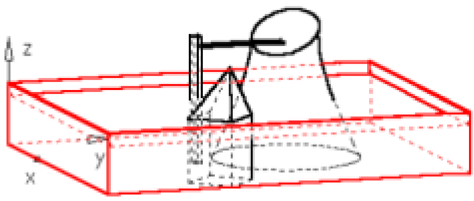
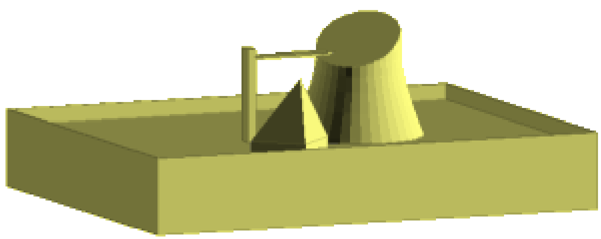


Abbildung 3.2.25

Bilden Sie die Differenz von dem großen, roten und dem kleineren, orangen Quader in Abbildung 3.2.24.

Vereinigen Sie zum Schluss alle Objekte und färben Sie das Gesamtwerk noch ein.



3.3 *Das Drehparaboloid*

3.3.1 Was ist ein Drehparaboloid?

Ein Drehparaboloid erhält man, in dem man eine Parabel um ihre Achse dreht. Der Scheitel der Profilparabel wird auch als Flächenscheitel bezeichnet.

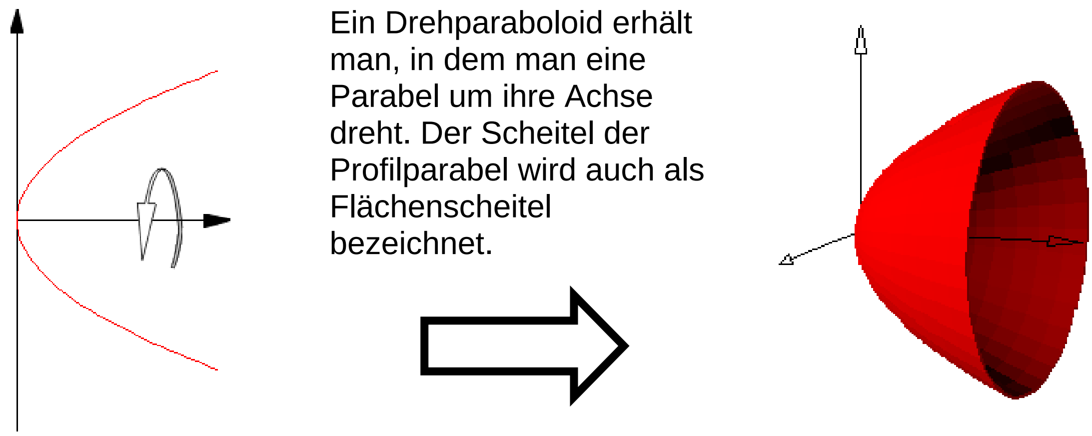


Abbildung 3.3.1

Ein Drehparaboloid kann aber auch als Schiebfläche erzeugt werden.

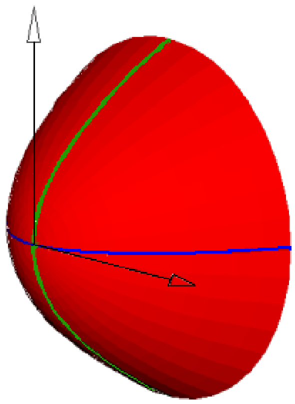


Abbildung 3.3.2

Die blaue Parabel wird entlang der grünen geschoben. Dabei wird die rote Fläche, das Drehparaboloid überstrichen. Genauso gut könnte man die grüne Parabel entlang der blauen schieben. Das selbe Drehparaboloid würde entstehen.

Mathematisch wird ein Drehparaboloid, dessen Achse der z-Achse des Koordinatensystems entspricht, und dessen Flächenscheitel in den Koordinatenursprung fällt, durch folgende *Normalform* beschrieben:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - 2z = 0$$

Formel 3.3.1

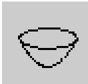
Jede zur Achse des Drehparaboloids parallele Ebene schneidet es nach einer Parabel, wobei parallele Ebenen dann kongruente Schnitte ergeben.

Jeder krumme ebene Schnitt des Drehparaboloids, der zur Achse des Paraboloids nicht parallel liegt, ist eine Ellipse.

Der Flächenumriss bei Parallelprojektion ist parabelförmig, falls die Sehstrahlen nicht parallel zur Flächenachse verlaufen.

3.3.2 Modellieren von Drehparaboloiden mit CAD-3D©

Um ein Drehparaboloid zu zeichnen,

klickt man entweder auf  im Funktionsfenster *Standardkörper* oder wählt im Menü *Modellieren – Entwerfen – Drehparaboloid*. Es erscheint das Fenster aus Abbildung 3.3.3.

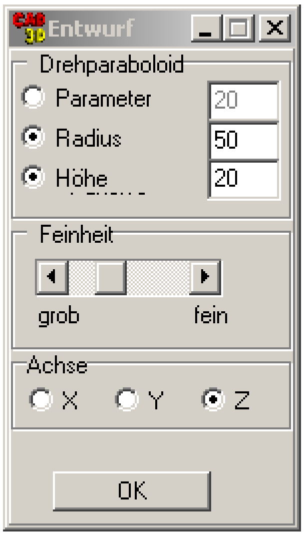


Abbildung 3.3.3

Es gibt drei Möglichkeiten, in CAD-3D© ein Drehparaboloid zu bestimmen:
Durch Eingabe von

- Parameter und Radius
- Parameter und Höhe
- Radius und Höhe

In Abbildung 3.3.3 wurde die zweite Möglichkeit gewählt. Das ist daran erkennbar, dass die Optionsfelder für Parameter und Höhe aktiv  sind, und das Optionsfeld für den Radius inaktiv  ist.

Die Achse des Drehparaboloids liegt in der Richtung, wie im Dialogfenster Abbildung 3.3.3 ausgewählt. Falls man sich entscheidet, den Parameter anzugeben ergibt sich der Parameter p aus der Formel für die Parabel:

$$y^2 - 2px = 0$$

Formel 3.3.2

also

$$p = \frac{y^2}{2x}$$

Formel 3.3.3

Falls p nicht bekannt ist, kann es berechnet werden, indem man von einer Parabel, bei der man einen beliebige Punkt (x|y) kennt, die Werte von x und y eingibt. Woher man x und y für die Eingabe in die Formel erhält, geht aus Abbildung 3.3.4 hervor.

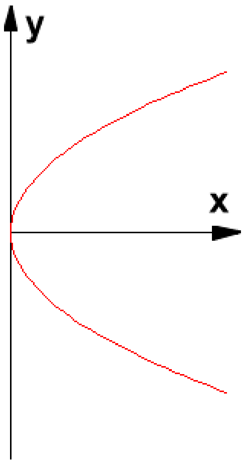


Abbildung 3.3.4

3.3.3 Beispiele für gebaute Drehparaboloide

3.3.3.1 Zeiss Planetarium Bochum (Deutschland)

Die Maße (in Metern) stammen aus *Rühle.*
Maßstab: 1:1000

Abbildung 3.3.5

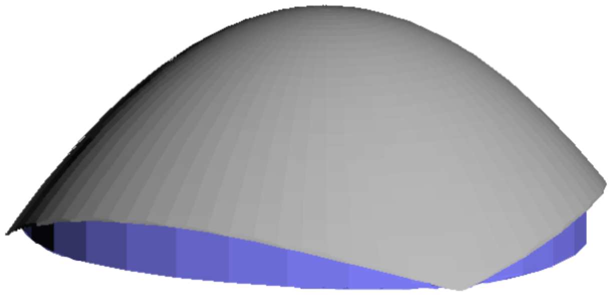


Abbildung 3.3.6

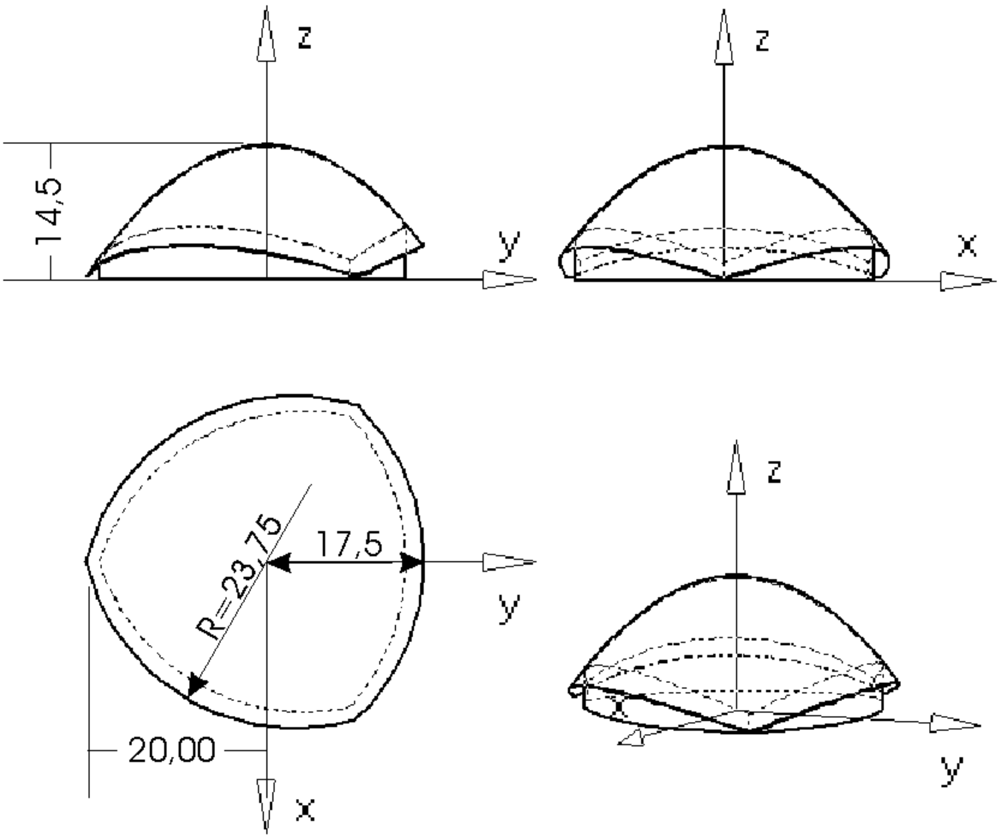


Abbildung 3.3.7

Für die Kuppel des Planetariums zeichnen Sie ein Drehparaboloid. Nachdem die Höhe von 14,5 mm und der Radius von 20 mm bekannt sind, empfiehlt es sich, gleich diese beiden Werte im Dialogfenster einzugeben. Das Drehparaboloid steht nun auf dem Kopf.

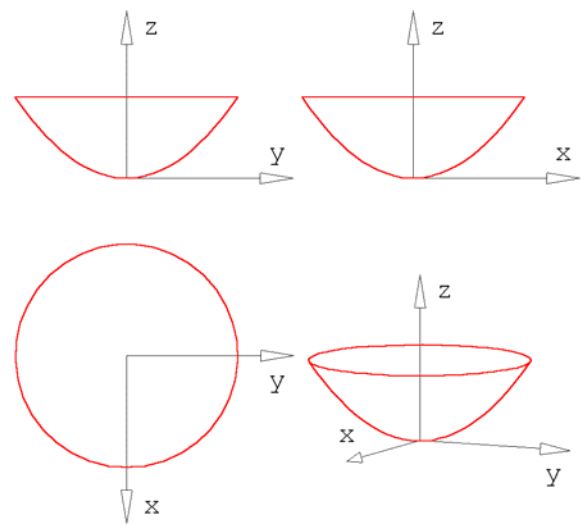


Abbildung 3.3.8

Drehen Sie es um, indem Sie es an einer Ebene parallel zur xy-Ebene auf Höhe 7,25 mm, das ist genau auf halber Höhe der Kuppel, spiegeln.

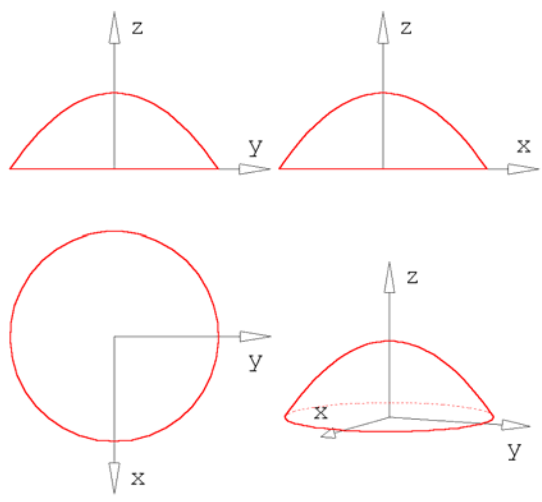


Abbildung 3.3.9

Jetzt verschieben Sie die Kuppel mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 0,2 mm nach unten. Wiederholen Sie diese Operation, indem Sie mit der linken Maustaste klicken, noch während das Fragezeichen neben dem Mauspfeil steht.

Die drei Kuppeln liegen so eng beieinander, dass sie am Bildschirm nicht voneinander zu unterscheiden sind. Zoomen Sie daher den Aufriss etwa 4-fach. Drücken Sie dazu die rechte Maustaste und wählen Sie aus dem aufscheinenden Kontextmenü *Zoom* aus. Im daraufhin erscheinenden Dialogfenster tragen Sie als Faktor 4 ein. Beachten Sie, dass für das Zoomen des Aufrisses das Fenster mit dem Aufriss aktiv sein muss. Das erkennen Sie daran, dass die Titelleiste des Fensters blau ist, und nicht grau wie bei den anderen Rissen. Sollte das richtige Fenster nicht aktiv sein, klicken Sie mit der linken Maustaste einmal in den Aufriss hinein.

Nach dem Zoomen sollte es möglich sein, die drei Kuppeln getrennt voneinander zu sehen und zu markieren. Markieren Sie zuerst die unterste Kuppel und blenden Sie sie aus, denn sie wird erst später gebraucht. Dafür müssen Sie die unterste Kuppel markieren und im Menü *Modellieren – Körper verbergen* auswählen. Sie erscheint nun in einem hellen Grauton und kann nicht mehr durch Anklicken markiert werden.

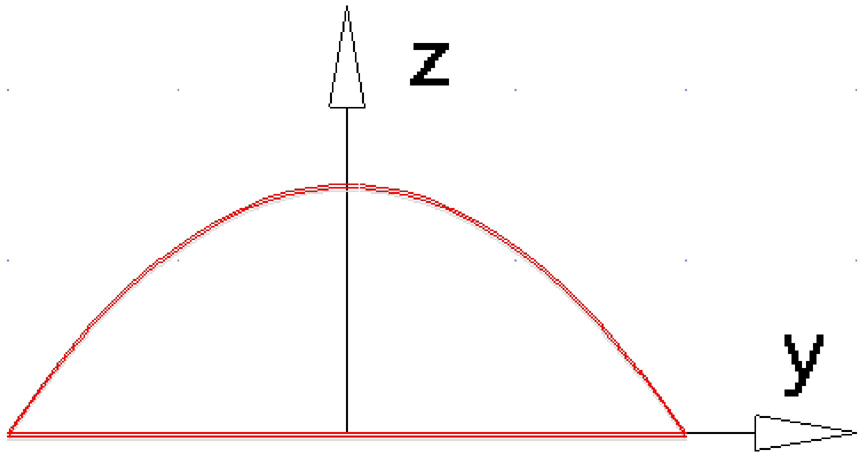
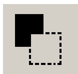
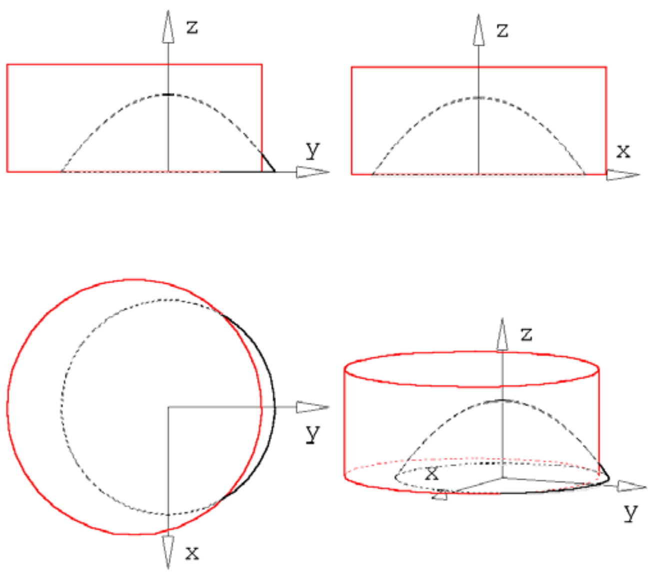


Abbildung 3.3.10

Markieren Sie jetzt die obere Kuppel und dann die untere noch sichtbare Kuppel.

Durch Anklicken der Schaltfläche *Differenz*  entsteht eine sehr dünne parabolische Fläche, die das Dach des Planetariums darstellt.



Zeichnen Sie jetzt einen Drehzylinder mit Radius 23,75 mm und Höhe 20 mm. Verschieben Sie den Zylinder um 6,25 mm in -y-Richtung, sodass er an der Stelle des links liegenden Zylinders in Abbildung 3.3.11 liegt.

Abbildung 3.3.11

Drehen Sie diesen Zylinder nun mit eingeschalteter *Copy*-Funktion mit einem Drehwinkel von 120° um die z-Achse. Wiederholen Sie diese Operation gleich durch Drücken der linken Maustaste. Es entsteht Abbildung 3.3.12.

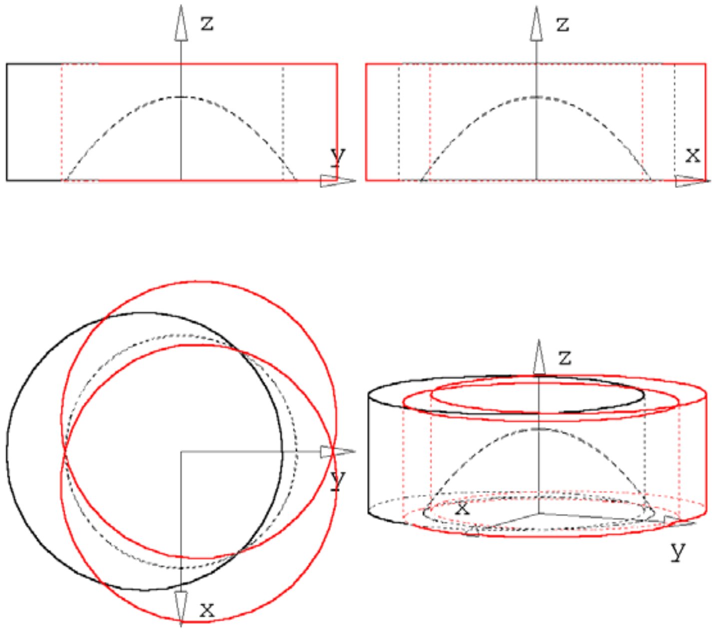


Abbildung 3.3.12

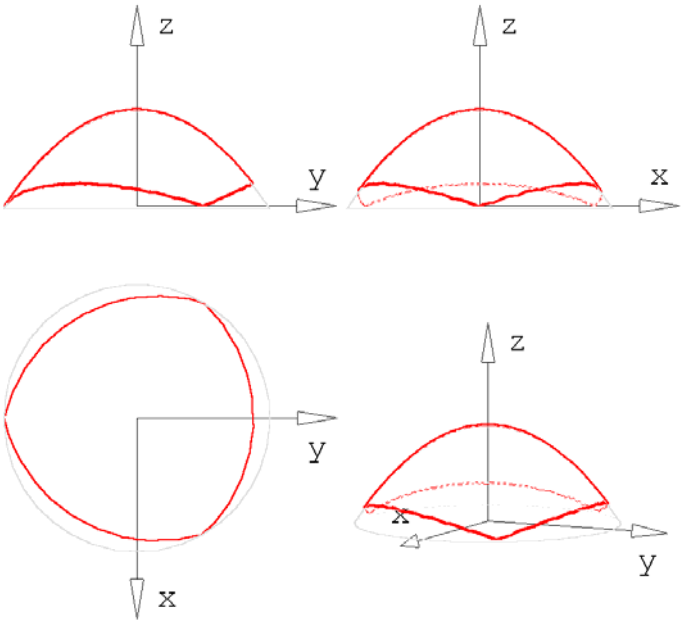
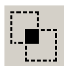


Abbildung 3.3.13

Bilden Sie nun den Durchschnitt der vier bereits gezeichneten Objekte, indem Sie die drei Drehzylinder und das Drehparaboloid markieren und die Schaltfläche *Durchschnitt*  anklicken.

Um den Unterteil des Planetariums zeichnen zu können, blenden Sie zuerst alle Körper durch wählen von *Modellieren – Körper aufdecken* im Menü wieder ein und blenden Sie dann das vorhin erstellte Dach aus.

Den Hauptteil des Unterteils haben Sie schon gezeichnet. Es ist die unterste der ursprünglichen drei Kuppeln, die jetzt nicht ausgeblendet sein sollte. Sie muss nur noch auf ähnliche Art wie vorhin das Dach zugeschnitten werden.

Zeichnen Sie wieder einen Drehzylinder mit einem Radius von 23,75 mm und einer Höhe von 20 mm und schieben Sie ihn diesmal um 8 mm in -y-Richtung. Drehen Sie ihn auch mit eingeschalteter *Copy*-Funktion mit einem Drehwinkel 120° um die z-Achse und wiederholen Sie diese Aktion einmal, sodass Sie drei Zylinder haben.

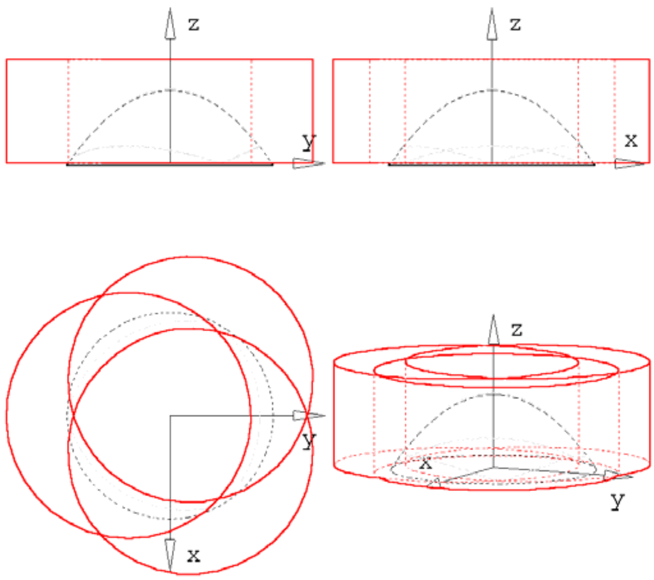
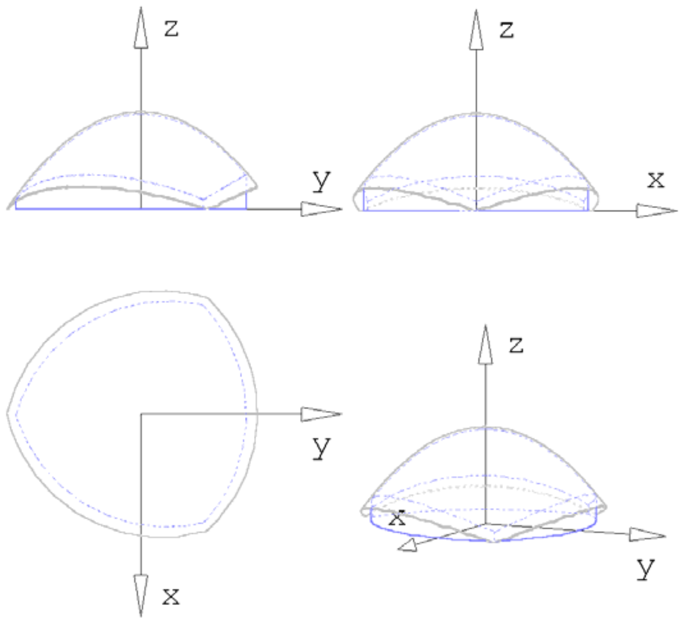


Abbildung 3.3.14



Bilden Sie den Durchschnitt der drei Zylinder und der Kuppel. Blenden Sie zum Abschluss das Dach wieder ein.

Um das Planetarium naturgemäß zu gestalten, können Sie Unterteil und Dach des Planetariums noch einfärben.

3.3.3.2 Radioteleskop Effelsberg (Deutschland)

Mit 100 m Durchmesser und 3200 Tonnen ist das Radioteleskop in Effelsberg (40 km südwestlich von Bonn) eines der größten frei beweglichen Radioteleskope der Welt. Es wurde 1972 nach dreieinhalb Jahren Bauzeit vom *Max Planck Institut für Radioastronomie* in Betrieb genommen. Das Radioteleskop Effelsberg hat vier Kippmotoren, die das Teleskop in einen Winkel von 7° bis 94° positionieren können. Außerdem kann es um 360° gedreht werden.
Die Informationen über das Teleskop stammen aus der Internetseite des Max Planck Instituts für Radioastronomie.

Maßstab: 1:1000
Alle Maße sind in Metern angegeben.

Abbildung 3.3.15

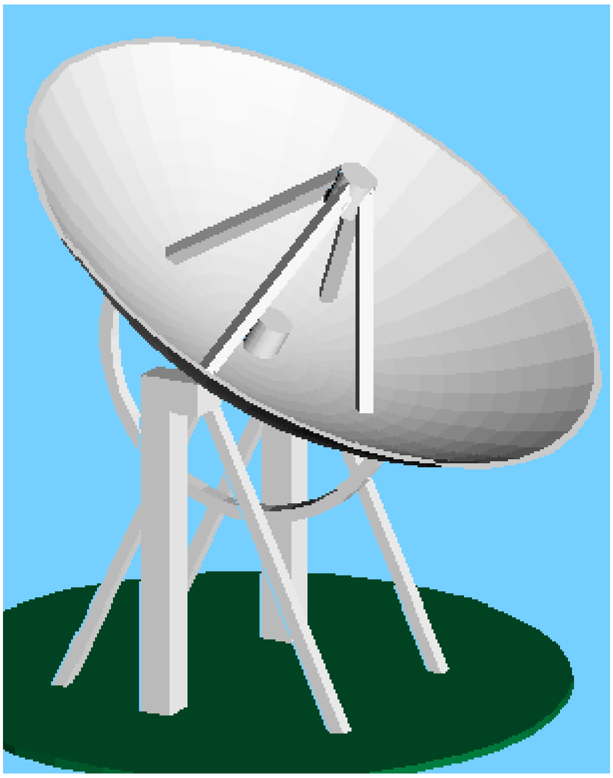


Abbildung 3.3.16

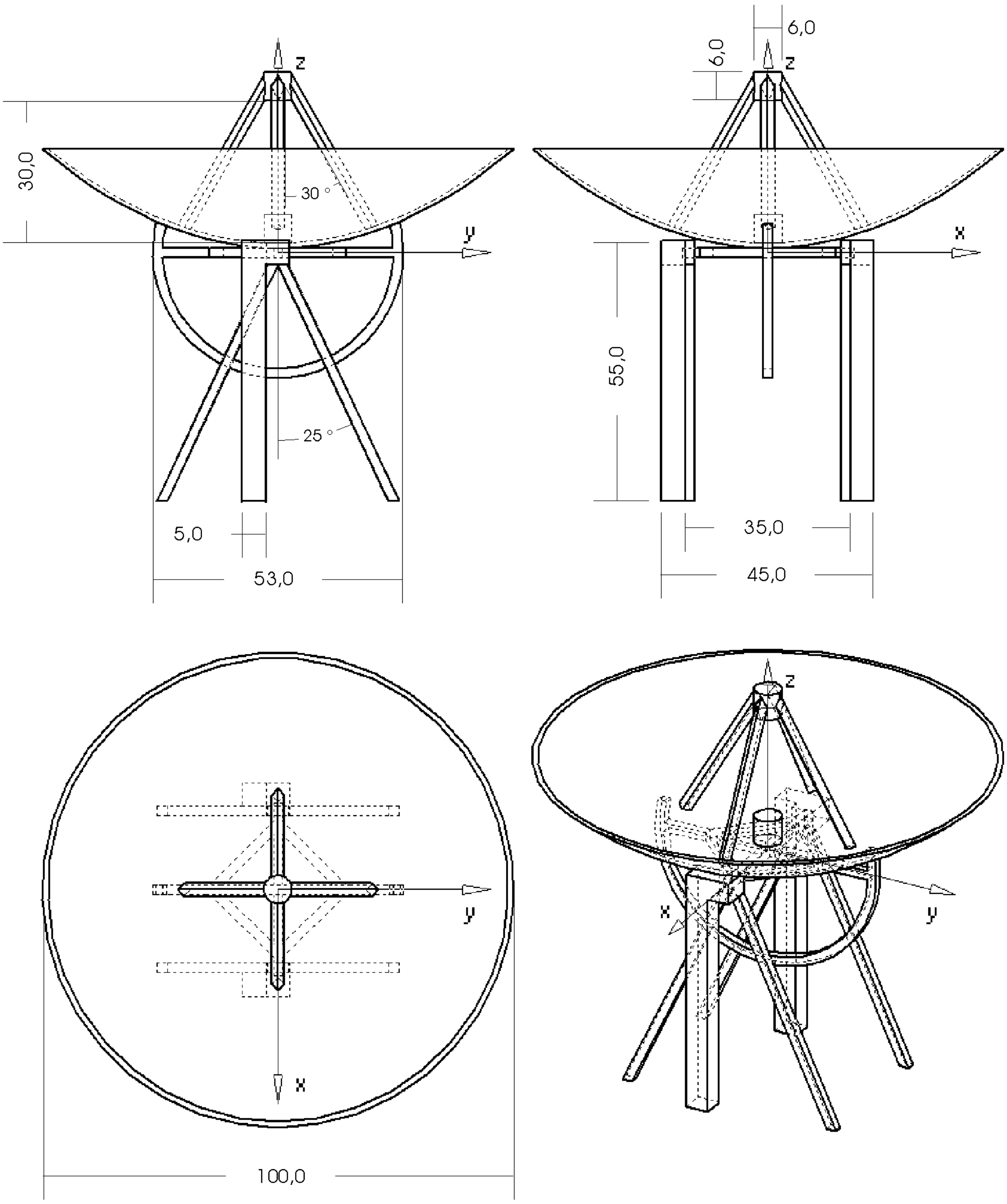


Abbildung 3.3.17

Bei allen Verstrebungen habe ich ein quadratisches Profil von 2 m x 2 m angenommen. Zur Vereinfachung sind nur die wichtigsten Streben ausgeführt. Der Brennpunkt liegt 30 m über dem Boden der „Schüssel“.

Hier ist es am günstigsten, wenn Sie mit dem Unterbau des Teleskops beginnen. Zeichnen Sie das Gestell des Teleskops gleich so, dass Sie am Schluss nur noch das Paraboloid für die „Schüssel“ draufsetzen müssen. Es ist darauf zu achten, dass die x-Achse gleich der späteren Drehachse für das Schwenken der „Schüssel“ ist.

Beginnen Sie mit einer Strebe in Form eines Quaders mit den Maßen (2|52|2). Schieben Sie diesen Quader mit dem Schiebvektor (-1|-26|-1) an die richtige Position.

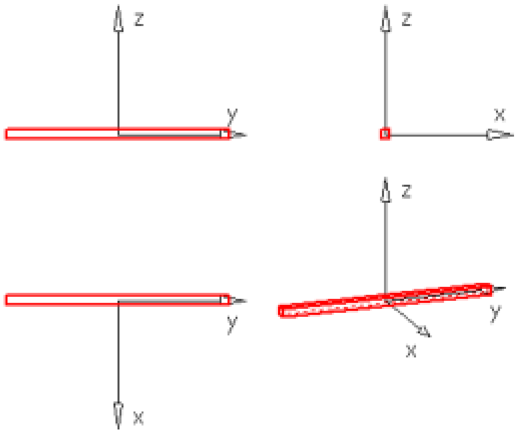


Abbildung 3.3.18

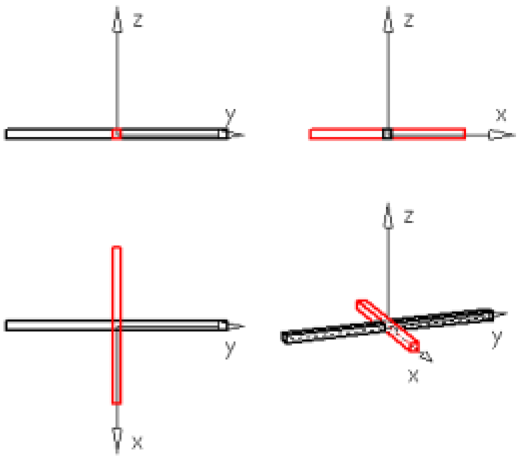
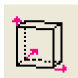


Abbildung 3.3.19

Drehen Sie nun den soeben gezeichneten Quader mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 90° um die z-Achse. Mit Hilfe der Funktion *Achsenstreckung*  stauchen Sie nur den gedrehten Quader (rot in Abbildung 3.3.19) in x-Richtung mit dem Faktor 0,7.

Drehen Sie den roten Quader aus Abbildung 3.3.19 mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um eine senkrechte Achse (grün in Abbildung 3.3.20), die durch den Punkt (14|0|0) geht, um 45°.

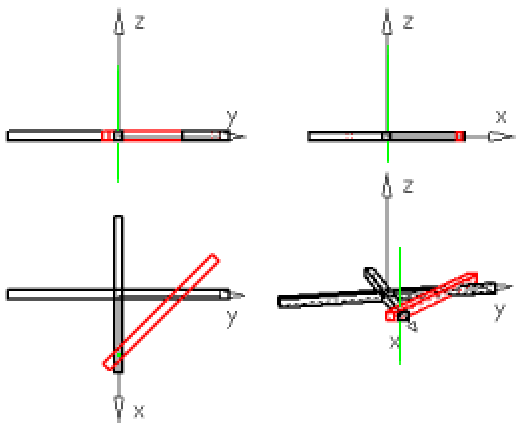


Abbildung 3.3.20

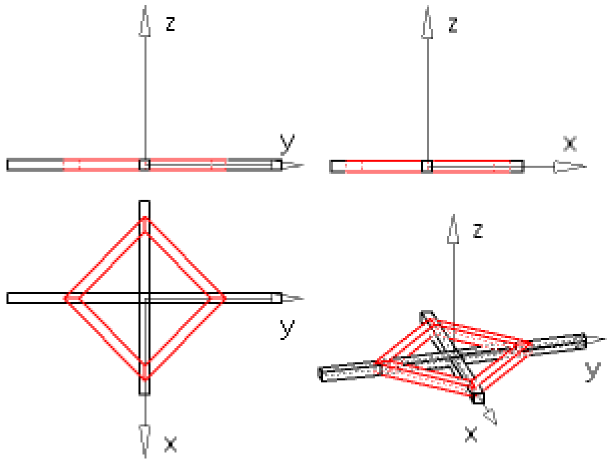


Abbildung 3.3.21

Sägen Sie den roten Quader zweimal durch. Zum ersten Mal mit der xz-Ebene als Schnittebene und zum zweiten Mal mit der yz-Ebene als Schnittebene. Löschen Sie die überstehenden Teile weg. Drehen Sie den verbleibenden Quader mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 90° um die z-Achse. Wiederholen Sie die Drehung noch zweimal, indem Sie auf die in der Statuszeile erscheinende Frage: „Transformation wiederholen?“ am Schluss des Drehvorgangs mit der linken Maustaste zweimal klicken.

Erstellen Sie jetzt zwei Drehzylinder, den ersten mit einem Radius von 26,5 mm und den zweiten mit 24,5 mm als Radius. Beide Drehzylinder sollen 2 mm Höhe haben. Achten Sie darauf, dass Sie als Achse für beide Zylinder die x-Achse wählen. Mit der Schaltfläche *Differenz* bilden Sie die Differenz des größeren mit dem kleineren Zylinder. Schieben Sie den verbleibenden Teil des Zylinders mit dem Schiebvektor (-1|0|0) an die richtige Stelle. Sägen Sie diesen Teil noch mit einer Ebene, die parallel zur xy-Ebene ist, auf einer Höhe von 6,5 mm durch und löschen Sie den oberen Teil weg.

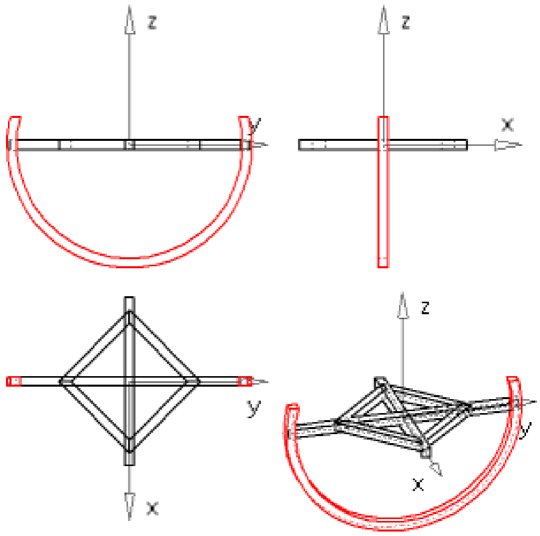


Abbildung 3.3.22

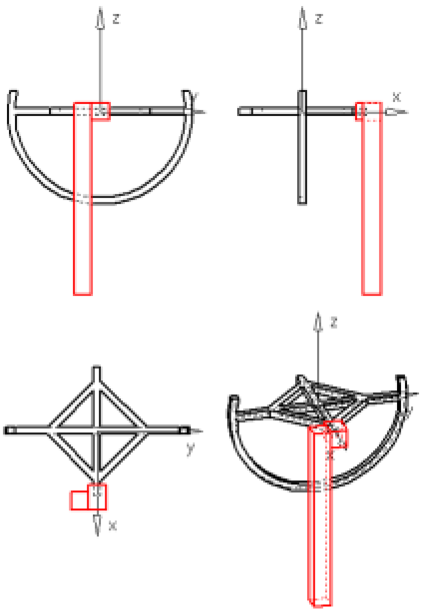


Abbildung 3.3.23

Vereinigen Sie jetzt alle Objekte, die Sie bisher gezeichnet haben, indem Sie alle markieren und die Schaltfläche

Vereinigung  anklicken.

Als Nächstes sollen die Stützpfeiler angefertigt werden. Zeichnen Sie zunächst einen Quader mit den Maßen (5|5|55) und schieben Sie ihn an die passende Stelle (Schiebvektor: (17,5|-7,5|-52,5). Dann erstellen Sie einen Quader mit den Maßen (7|5|5) und schieben ihn mit dem Schiebvektor (15,5|-2,5|-2,5) in Position.

Jetzt kommen die schrägen Stützpfeiler dran. Zeichnen Sie wieder einen Quader, diesmal mit den Maßen (2|2|60). Schieben Sie ihn mit dem Schiebvektor (15,5|-1|-60) an die richtige Stelle. Nun drehen Sie den neuen Quader um 25° um die x-Achse. Schneiden Sie diesen Quader mit einer Ebene, die parallel zur xy-Ebene auf Höhe –52,5 liegt, durch und löschen Sie den nach unten überstehenden Teil weg. Als Schnittebene können Sie auch die Ebene, die den dicken Stützpfeiler nach unten hin abschließt, snappen.

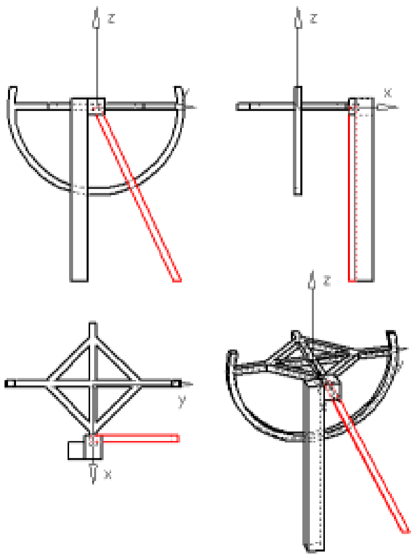


Abbildung 3.3.24

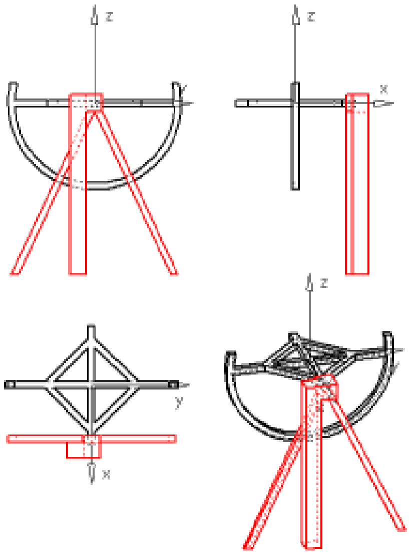


Abbildung 3.3.25

Spiegeln Sie den soeben gezeichneten schrägen Quader mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der xz-Ebene. Vereinigen Sie alle vier Teile, die zum Stützsystem des Teleskops gehören (rot in Abbildung 3.3.25).

Spiegeln Sie die in Abbildung 3.3.25 roten Stützen mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der yz-Ebene.

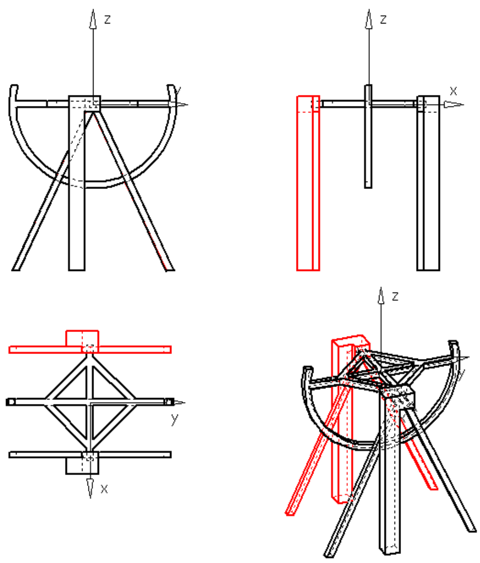


Abbildung 3.3.26

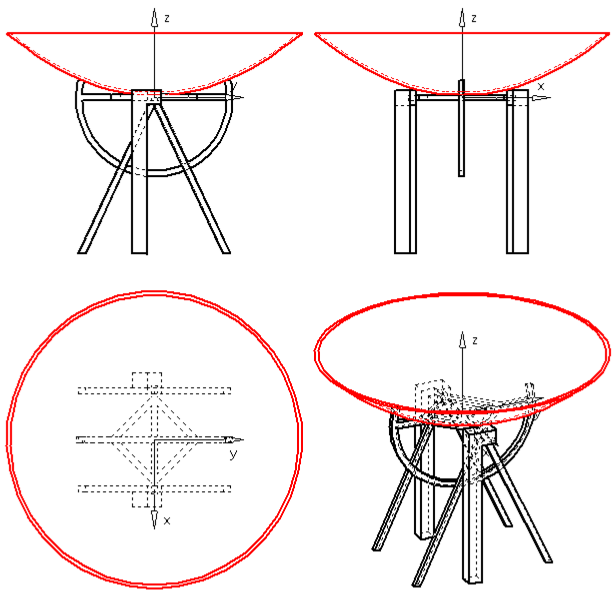


Abbildung 3.3.27

Jetzt ist es endlich Zeit für das Aufsetzen der paraboloidförmigen „Schüssel“. Nachdem die Höhe des Fokus *F* von 30 m bekannt ist, kann man sich den Parameter des Paraboloids folgendermaßen ausrechnen:

$$p = 2 \cdot F = 2 \cdot 30m = 60m$$

Zeichnen Sie also ein Paraboloid mit einem Radius von 50 mm und einem Parameter von 60. Schieben Sie das Paraboloid um 1 mm nach oben. Führen Sie noch eine zweite Schiebung, diesmal jedoch mit eingeschalteter *Copy*-Funktion, wieder um 1 mm nach oben durch. Bilden Sie jetzt die Differenz zwischen dem unteren und dem oberen Paraboloid. Die „Schüssel“ hat in Wirklichkeit zwar sicher keine Dicke von 1 m, aber aus zeichentechnischen Gründen ist es einfacher, bei dieser Dicke zu bleiben.

Auf das Paraboloid müssen jetzt die Empfängereinheiten aufgesetzt werden. Unten am Boden der „Schüssel“ liegt der Sekundärempfänger in Form eines Drehzylinders mit einem Radius von 3 mm und einer Höhe von 6 mm. Schieben Sie den Sekundärempfänger von der Entwurfsposition aus um 2 mm nach oben. Der Primärempfänger liegt genau 30 mm über dem Grund der „Schüssel“ im Fokus des Paraboloids und hat die gleiche Form wie der Sekundärempfänger. Schieben Sie daher den soeben gezeichneten Drehzylinder mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 30 mm nach oben.

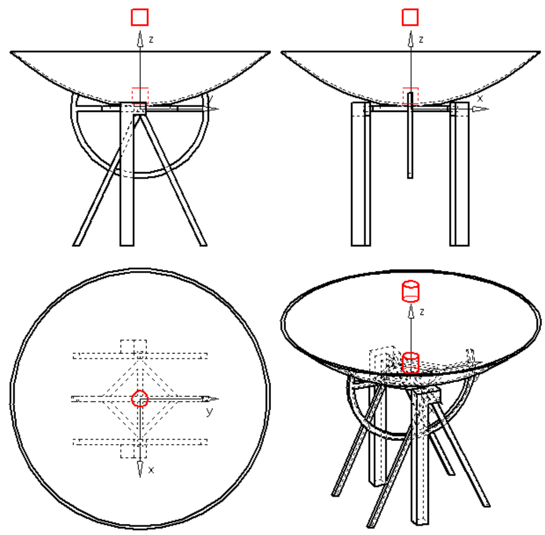


Abbildung 3.3.28

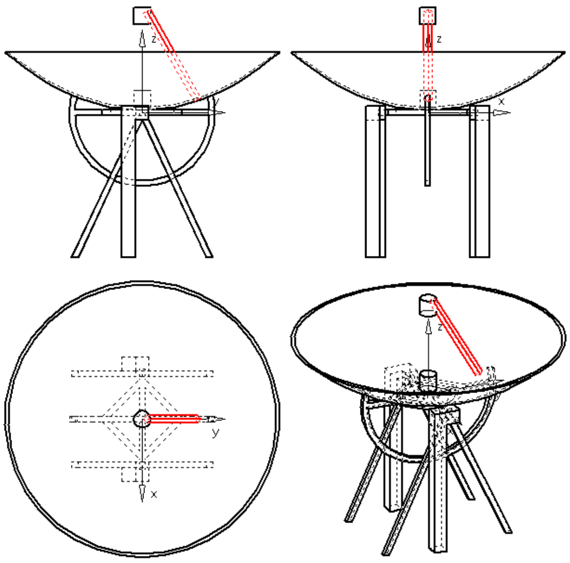


Abbildung 3.3.29

Nachdem der Primärempfänger nicht einfach in der Luft fliegen kann, ist er auf vier Stützbeinen montiert. In einem der Stützbeine führt eine Leiter hinauf zum Primärempfänger. Für das erste Stützbein erstellen Sie einen Quader mit den Maßen (2|2|37) und schieben Sie diesen Quader gleich um 1 mm nach unten. Jetzt müssen Sie den Quader zwei Mal drehen, um ihn in die richtige Position zu bekommen. Drehen Sie ihn zuerst um 45° um die z-Achse. Die zweite Drehung erfolgt dann um eine Achse, die parallel zur x-Achse liegt, und durch den Punkt (0|0|37) geht, um 30°.

Um vier Stützbeine zu erhalten, drehen Sie das schon fertige Stützbein mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 90° um die z-Achse und wiederholen Sie diesen Vorgang zwei Mal.

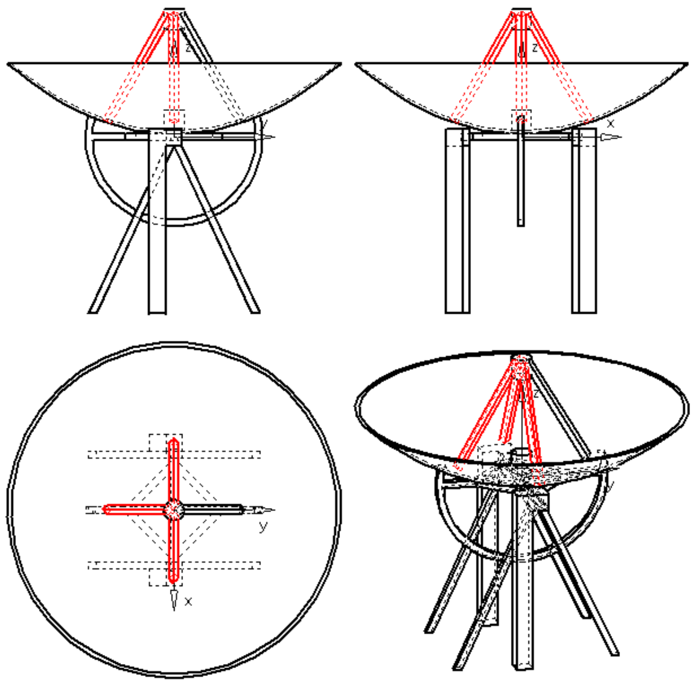


Abbildung 3.3.30

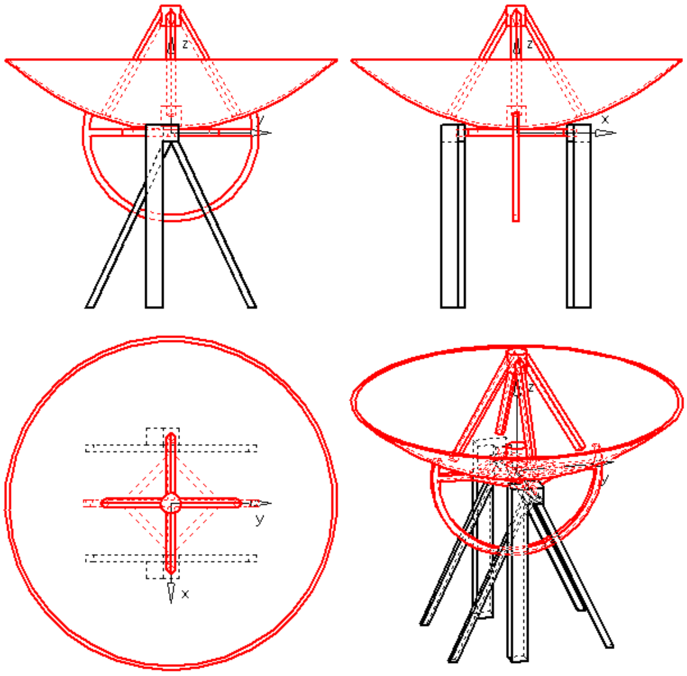


Abbildung 3.3.31

Vereinigen Sie jetzt die Schüssel, mit den Empfängern, den dazugehörigen Stützbeinen und dem Tragegestell. All diese Teile sind rot in Abbildung 3.3.31 dargestellt.

Sie können natürlich noch weitere Verstrebungen und mehrere Teile des Stützwerkes einzeichnen, aber das soll jetzt nicht Ziel dieser Arbeit sein.

Noch befindet sich das Radioteleskop in Zenitlage, das heißt, es zeigt gerade nach oben. Sie können die Neigung ganz einfach verstellen, indem Sie den oberen Teil mit der Schüssel um die x-Achse drehen. Besonders eindrucksvoll ist es, wenn Sie nur einen kleinen Drehwinkel (etwa 2°) eingeben und die Drehung mehrmals wiederholen. Da können Sie beobachten, wie das Teleskop langsam kippt.

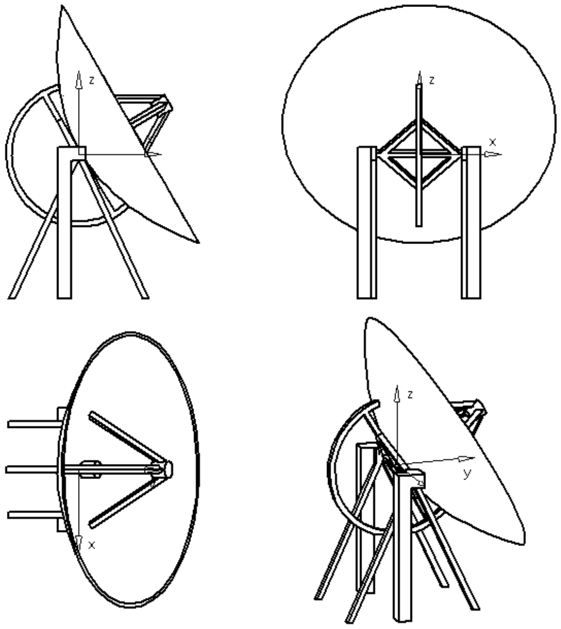


Abbildung 3.3.32

3.4 *Der parabolische Zylinder*

3.4.1 Was ist ein parabolischer Zylinder?

Ein parabolischer Zylinder wird in *Normalform* durch

$$x^2 = 2py\,,$$

Formel 3.4.1

das ist die Gleichung der Leitparabel in der xy-Ebene, beschrieben. Dabei sind die Zylindererzeugenden parallel zur z-Achse. Alle ebenen Schnitte, bei denen die Schnittebene nicht parallel zur Achse ist, sind Parabeln.

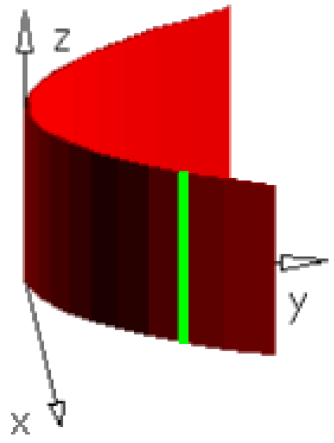


Abbildung 3.4.1

Achtung! Im CAD-3D©-Menü wird die Erzeugendenrichtung auch als „Achse“ bezeichnet.

Der Flächenumriss bei Parallelprojektion ist geradlinig.

3.4.2 Modellieren von parabolischen Zylindern in CAD-3D©

Parabolische Zylinder können nicht mit Hilfe des Fensters *Standardkörper* gezeichnet werden, sondern nur über das Menü *Modellieren – Entwerfen – Parabolischer Zylinder*.
Es erscheint das Fenster aus Abbildung 3.4.2, in dem der Parameter p der Parabel, die Höhe und die Richtung der Achse eingegeben werden muss. In Abbildung 3.4.1 wurde als Achse die z-Achse gewählt. Die Höhe ist in Abbildung 3.4.1 grün eingezeichnet. Den Parameter errechnen Sie indem Sie Formel 3.4.1 umformen und in die daraus folgende Formel 3.4.2 einsetzen.

$$p = \frac{x^2}{2y}$$

Formel 3.4.2

Abbildung 3.4.2

3.4.3 Beispiele für gebaute parabolische Zylinder

3.4.3.1 Thermal- und Mineralbad, Bad Cannstatt (Deutschland)

Die Maße des 1995 fertiggestellten Bades wurden einer maßstabsgetreuen Skizze im *Krewinkel, S. 150* entnommen.
Maßstab 1:1000

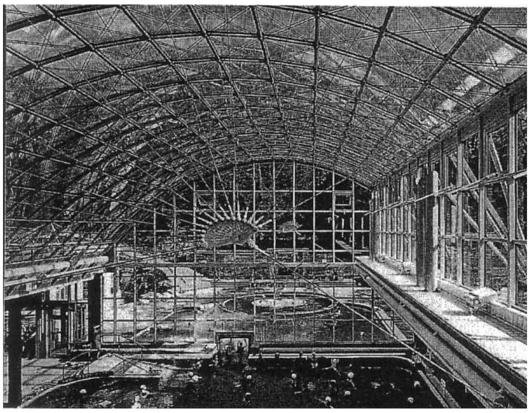


Abbildung 3.4.3

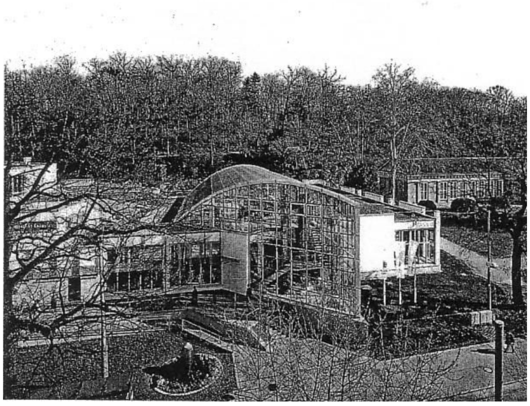


Abbildung 3.4.4

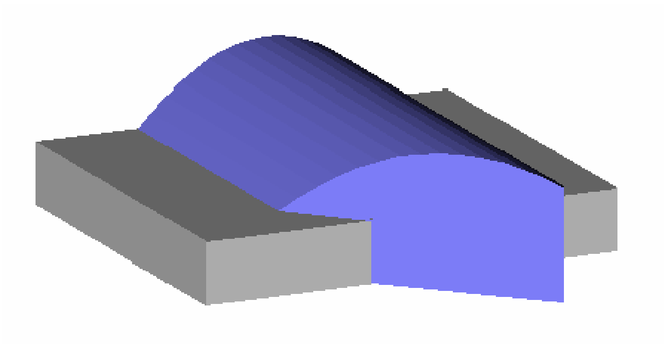


Abbildung 3.4.5

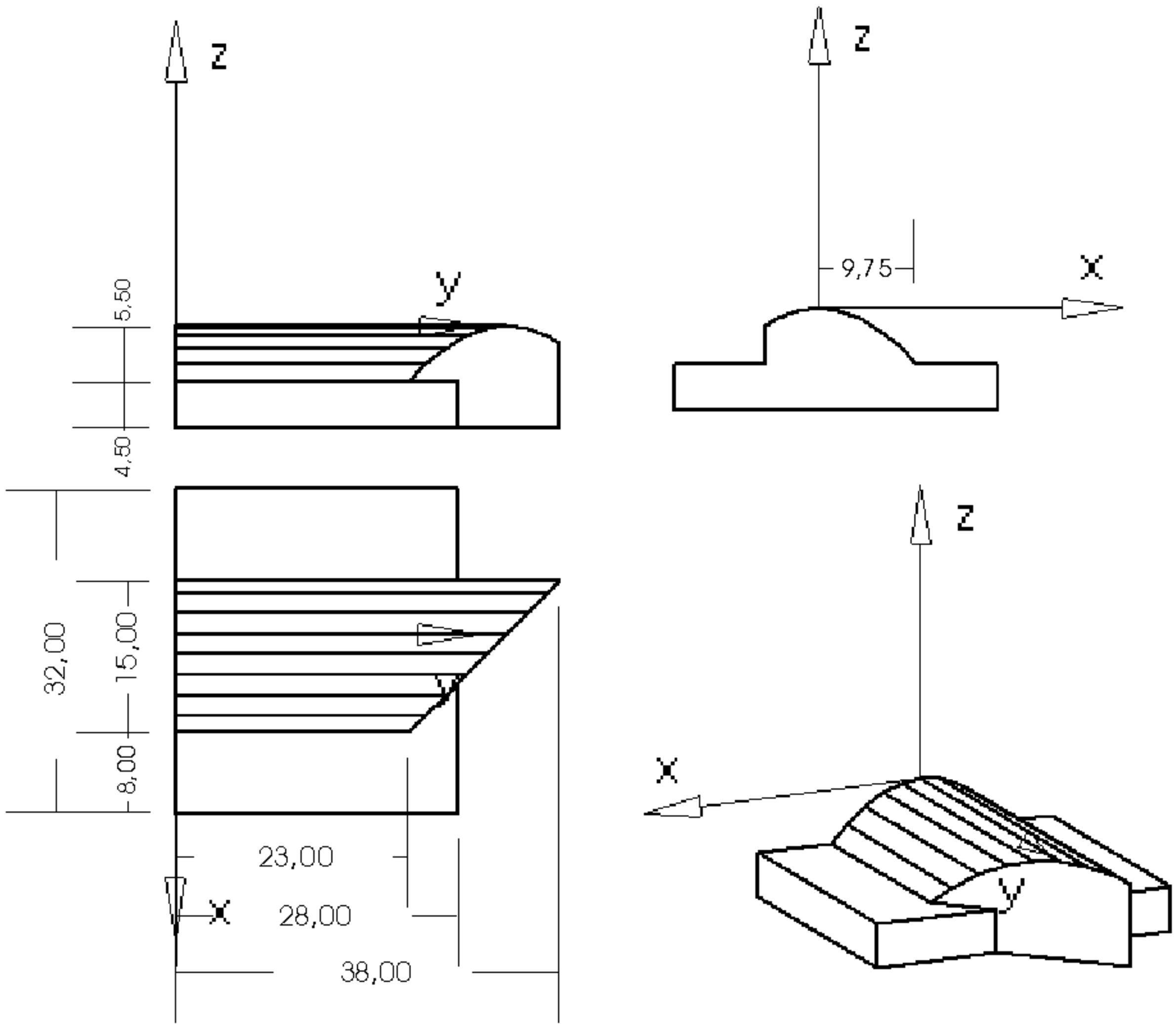


Abbildung 3.4.6

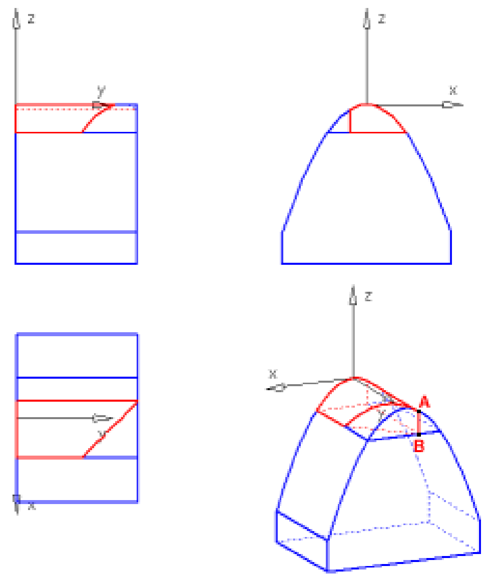


Abbildung 3.4.7

Beginnen Sie mit dem parabolischen Zylinder. Den Parameter für die Eingabe der Parabel im Dialogfenster können Sie aus den Angaben aus Abbildung 3.4.6 berechnen:

$$p = \frac{y^2}{2x} = \frac{9{,}75^2}{2 \cdot 5{,}5} = 8{,}64 .$$

Die Länge ist 38 mm. Damit Sie den Zylinder später nicht noch drehen müssen, geben Sie im Dialogfenster gleich die y-Achse als Richtung für den Zylinder an.

Von dem sehr großen parabolischen Zylinder wird nur ein kleiner Teil benötigt. Sie müssen ihn daher auf die passenden Maße zuschneiden. Die in Abbildung 3.4.7 blauen Teile sollen weggeschnitten werden, der rote Teil soll am Schluss übrig bleiben. Schneiden Sie zuerst den Unterteil weg. Dazu durchschneiden Sie den parabolischen Zylinder mit Hilfe der Funktion *Durchsägen* mit einer Ebene, die parallel zur xy-Ebene ist, und auf Höhe z=-10 mm liegt.
Als Nächstes durchsägen Sie den noch übrigen Zylinder mit einer Ebene parallel zur yz-Ebene bei x=-5,25.
Zuletzt ist noch die Schräge wegzuschneiden. Sie können die Punkte A und B aus Abbildung 3.4.7 snappen und können als dritten Punkt für die Bestimmung der Schnittebene den Punkt (9,75|23|0) wählen. Falls Sie die unnötigen Teile noch nicht gelöscht haben, tun Sie das jetzt. Es sollte nur mehr der rote Teil übrig sein.

Zeichnen Sie nun einen Quader mit den Maßen (32|28|4,5).

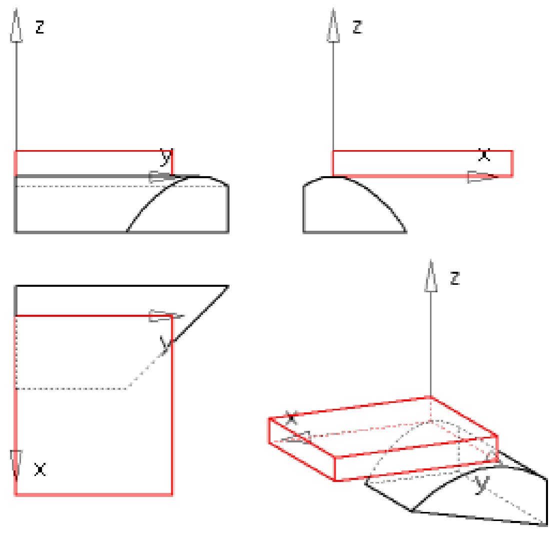


Abbildung 3.4.8

Schieben Sie diesen Quader an die richtige Position (Schiebvektor: (-14,25|0|-10) und geben Sie den beiden Teilen noch eine ansprechende Farbe.

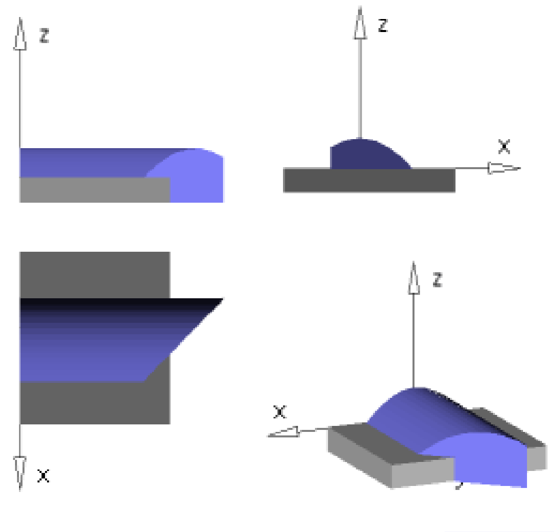


Abbildung 3.4.9

3.4.3.2 Zollhalle Candela

Lagerhallen der Zollverwaltung, Vallejo, Mexiko City, gebaut 1953-54
Maßstab: 1:1000
Die Maße sind aus *Faber (S. 77)* aus einer maßstabsgetreuen und teilweise bemaßten Skizze.

Abbildung 3.4.10

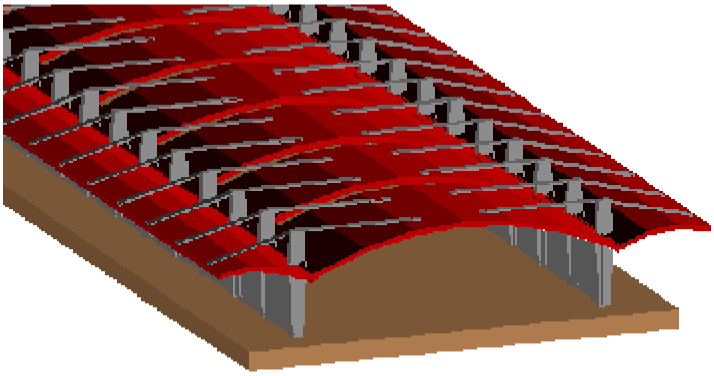


Abbildung 3.4.11

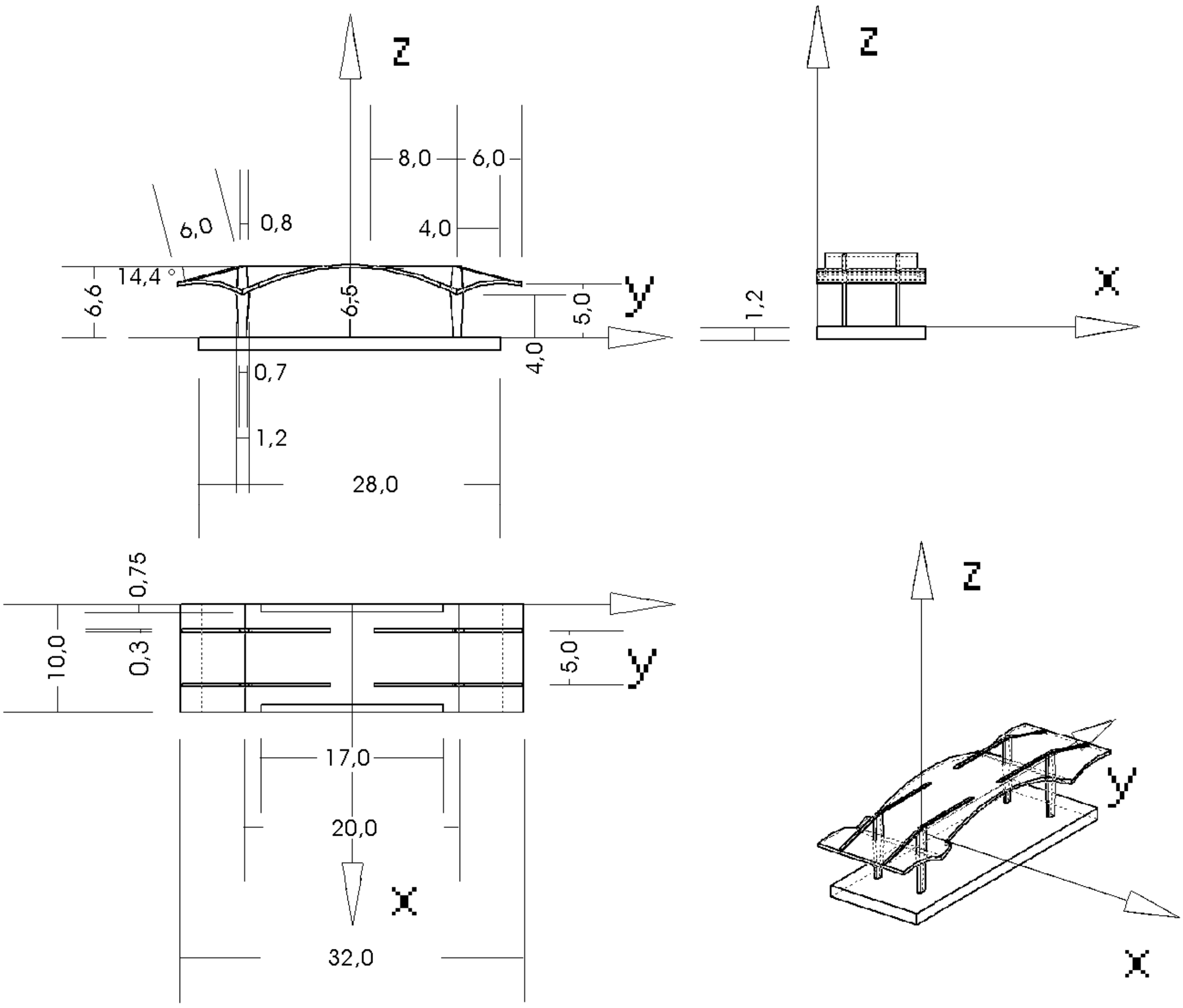


Abbildung 3.4.12

Die Zollhalle besteht aus 9 kongruenten Segmenten, sowie zwei Elementen am Anfang und Ende, welche sich von den mittleren Segmenten nur durch das am Rand nicht vorhandene Dachfenster unterscheiden. Es empfiehlt sich daher, zuerst ein Segment fertig zu stellen, und es dann zu kopieren. Nur die von vorne bis ganz hinten durchgehenden Wände und die Nebendächer werden erst zum Schluss erstellt, damit man sich das mühsame Vereinigen dieser Teile spart. In der bemaßten Abbildung 3.4.12 ist der Übersichtlichkeit halber nur ein Segment zu sehen.

Alle drei gebogenen Teile des Daches sind parabolische Zylinder. Fangen Sie mit dem mittleren an. Den Parameter, den Sie für die Eingabe des parabolischen Zylinders in CAD3D© brauchen berechnen Sie mit Hilfe der Formel 3.4.2:

$$p = \frac{x^2}{2y} = \frac{10^2}{2 \cdot 2{,}5} = 20$$

Die Höhe des parabolischen Zylinders ist 10 mm. Wählen Sie als Achse des Zylinders die x-Achse und eine etwas höhere als die standardmäßig eingestellte Feinheit. Verschieben Sie den soeben gezeichneten Zylinder mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 0,3 mm in –y-Richtung (Schiebvektor (0|-0,3|0)). Bilden Sie die Differenz zwischen dem zweiten und dem ersten parabolischen Zylinder. Es sollte jetzt nur noch eine dünne Schale übrig sein.

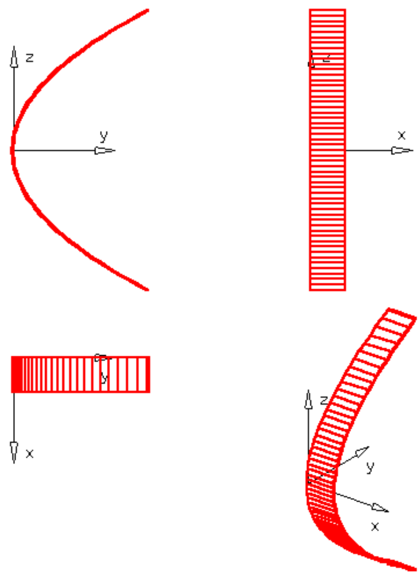


Abbildung 3.4.13

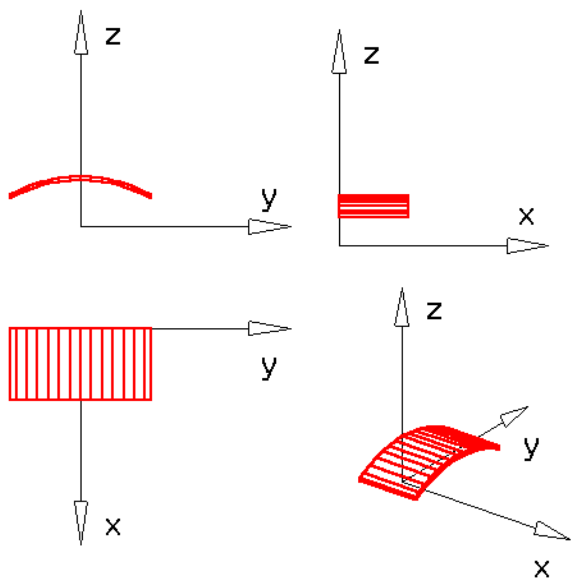


Abbildung 3.4.14

Diese dünne Schale sägen Sie zweimal durch. Beide Male verwenden Sie als Schnittebene eine Ebene, die parallel zur xy-Ebene ist. Beim ersten Schnitt nehmen Sie eine Ebene in der Höhe von z=10 mm und beim zweiten Schnitt eine Ebene in Höhe z=-10 mm. Löschen Sie die nicht mehr benötigten Teile oben und unten weg, sodass nur mehr der mittlere Teil übrig bleibt. Drehen Sie diesen Teil, der den Mittelteil des Daches darstellt, um 90° um die x-Achse, sodass die Parabel nun nach unten geöffnet ist. Schieben Sie das Dach um 6,5 mm nach oben.

Als Nächstes erstellen Sie einen Stützpfeiler mit den Verstrebungen. Zeichnen Sie dafür einen Quader mit den Maßen (0,3|1,2|6,7). Sie müssen nun die überschüssigen Teile des Quaders wegsägen. Dazu sind eigentlich vier Schnitte nötig. Hier lösen wir das Problem durch zwei Schnitte und dann durch Differenzbildung. Als erste Schnittebene geben Sie eine Ebene durch die folgenden drei Punkte ein: P1 (0|0,25|0), P2 (5|0,25|0), P3 (0|0|4). Für den zweiten Schnitt nehmen Sie eine Ebene durch folgende drei Punkte: P1 (0|0|4), P2 (0,3|0|4), P3 (0|0,2|6,7), wobei Sie P1 und P2 auch snappen können. In der Abbildung 3.4.15 fehlt der Übersichtlichkeit halber die vorhin gezeichnete Schale.

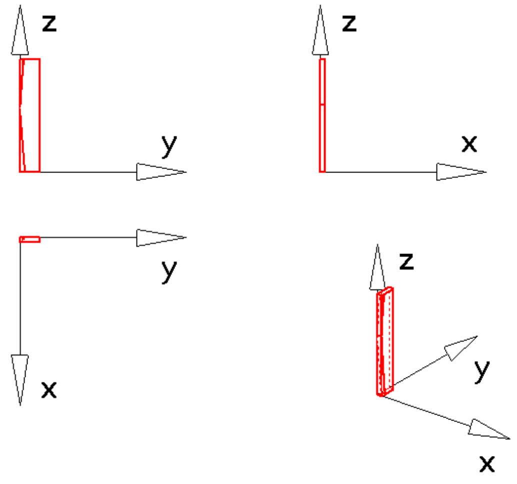


Abbildung 3.4.15

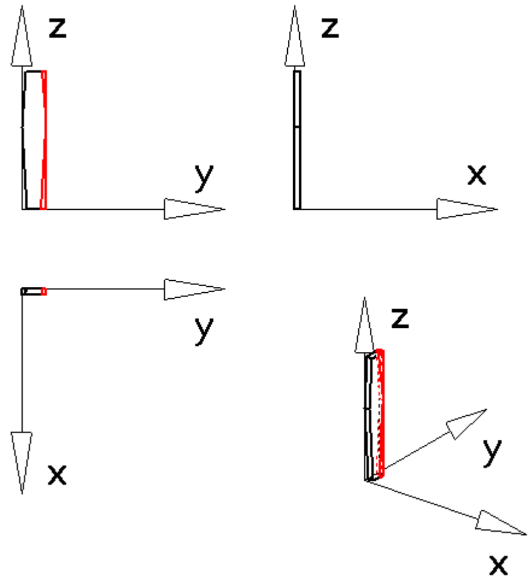


Abbildung 3.4.16

Die „Abfallprodukte“ Ihrer Schnitte dürfen Sie zur Abwechslung einmal nicht weglöschen. Um besser weiterarbeiten zu können, zoomen Sie jetzt alle Risse achtfach. Markieren Sie die beiden schmalen, keilförmigen Teile, die Sie soeben vom Quader abgeschnitten haben und spiegeln Sie diese beiden Teile an einer Ebene, parallel zur xz-Ebene, bei y=0,6 mm. Bilden Sie die Differenz zwischen dem in Abbildung 3.4.16 schwarzen Stützpfeiler und den beiden roten Keilen.

Schieben Sie den fertigen Stützpfeiler mit dem Schiebvektor (2,35|9,4|0) an seine endgültige Position. Für erste Verstrebung zeichnen Sie einen Quader mit den Maßen (0,3|8|0,1). Schieben Sie den Quader mit dem Schiebvektor (2,35|2|6,6) an seine Position.

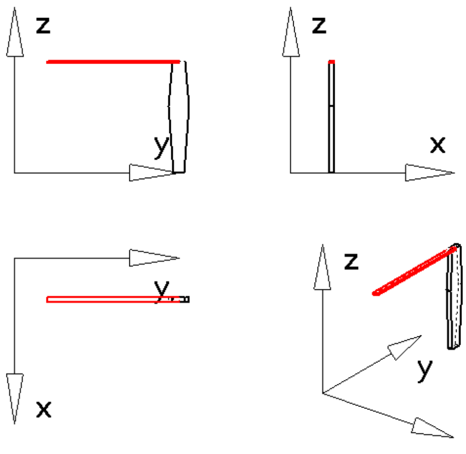
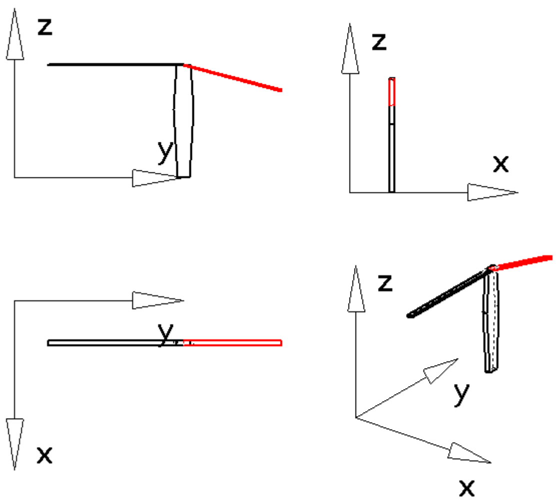


Abbildung 3.4.17



Zeichnen Sie einen Quader mit den Maßen (0,3|6|0,1) für die schräge Verstrebung. Drehen Sie diesen Quader um 14,4° um die x-Achse, sodass er schräg nach unten liegt. Verschieben Sie ihn jetzt mit dem Schiebvektor (2,35|10|6,6) an seinen Platz. Vereinigen Sie die beiden Verstrebungen mit dem Stützpfeiler.

Abbildung 3.4.18

Nachdem Sie vier Stützpfeiler mitsamt Verstrebungen für jedes Segment brauchen, erzeugen Sie einmal einen zweiten, indem Sie den vorhin gezeichneten Stützpfeiler mit eingeschalteter *Copy*-Funktion mit dem Schiebvektor (5|0|0) verschieben. Die restlichen zwei Stützpfeiler erhalten Sie dadurch, dass Sie die ersten beiden markieren und mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der xz-Ebene spiegeln.

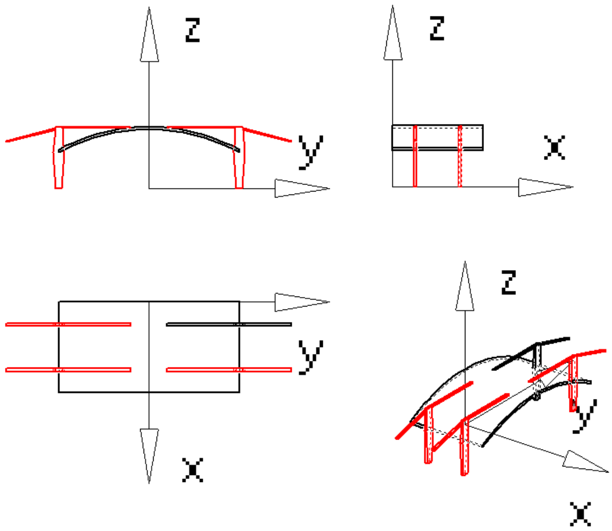
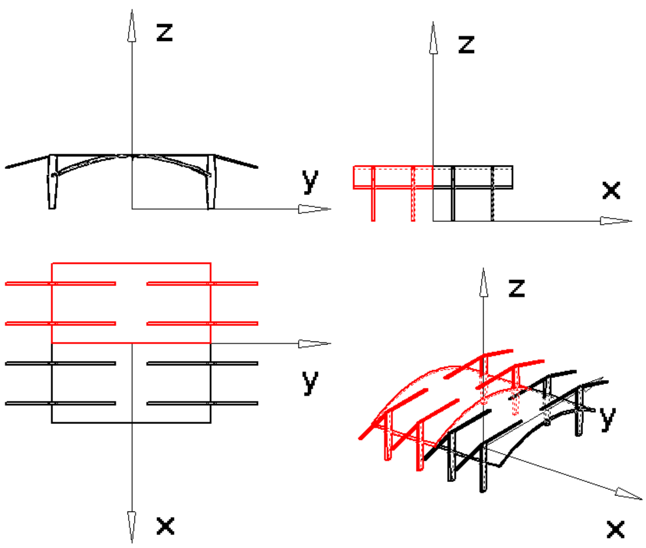


Abbildung 3.4.19



Markieren Sie alle bisher gezeichneten Objekte und verschieben Sie alles mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 10 mm in -x-Richtung (Schiebvektor (-10|0|0).

Abbildung 3.4.20

Jetzt sollen die Dachfenster aus den Schalen herausgeschnitten werden. Zu diesem Zweck brauchen Sie drei Quader, denn in das erste Segment soll ein Loch, und in das zweite zwei Löcher geschnitten werden. Zeichnen Sie einen Quader mit den Maßen (1,5|14|10) und verschieben Sie ihn gleich mit dem Schiebvektor (-0,75|-7|0). Schieben Sie den Quader, jetzt mit eingeschalteter *Copy*-Funktion, um 10 mm in -x-Richtung. Verschieben Sie nochmals den ersten Quader mit eingeschalter *Copy*-Funktion, aber diesmal um 2 mm nach oben.

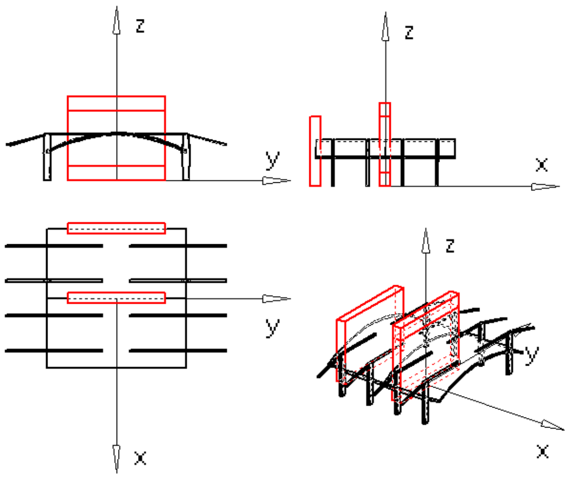


Abbildung 3.4.21

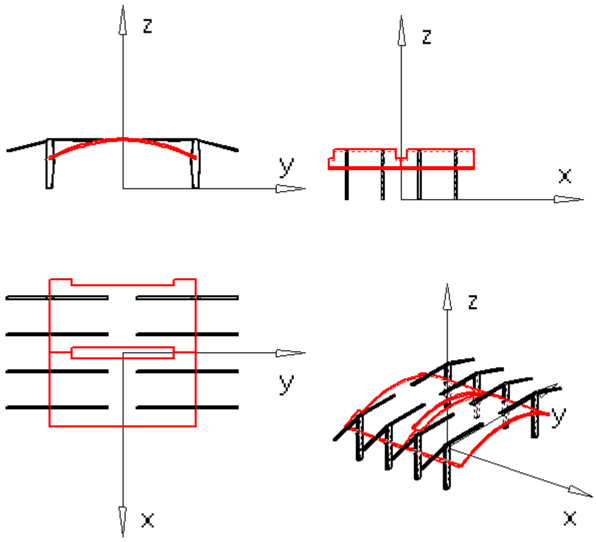


Abbildung 3.4.22

Bilden Sie die Differenz zwischen den Schalendächern und den Quadern, sodass Abbildung 3.3.22 übrigbleibt.

Kopieren Sie jetzt das Segment mit den zwei ausgeschnittenen Teilen acht Mal, sodass eine zusammenhängende Halle entsteht. (Schiebvektor (-10|0|0), *Copy*-Funktion einschalten!)

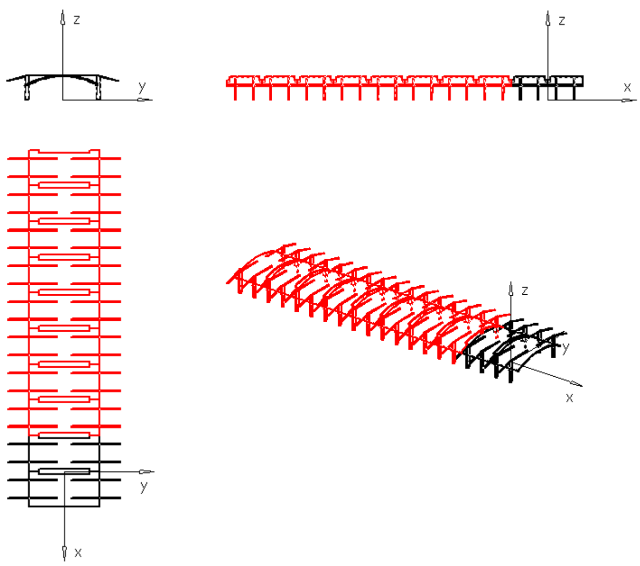
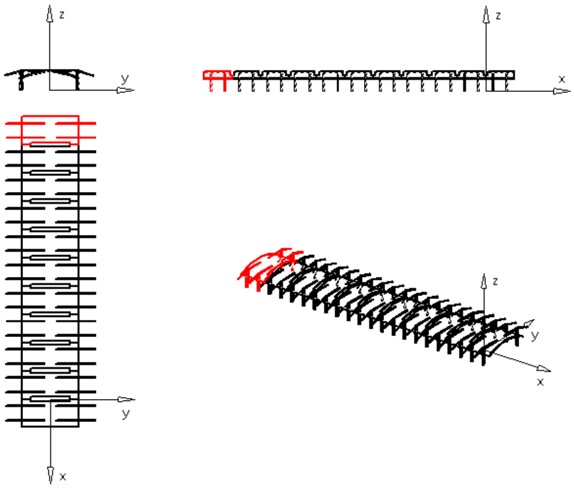


Abbildung 3.4.23



Das hinterste Segment ist im Prinzip gleich dem ersten, Sie müssen es nur mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an einer Ebene, parallel zur yz-Ebene bei x=-45 spiegeln.

Abbildung 3.4.24

Jetzt kommen alle Teile der Halle, die von vorne bis hinten durchgehen dran. Für erste Wand zeichnen Sie einen Quader mit den Maßen (105|0,2|4), den Sie mit dem Schiebvektor (-97,5|9,9|0) an die Endposition schieben. Spiegeln Sie die Wand mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der xz-Ebene, sodass Sie auf jeder Seite eine Wand haben. In der Wand sind eigentlich auch Türen, die Sie ausschneiden können, wenn Sie wollen. Hier wird aber darauf verzichtet.

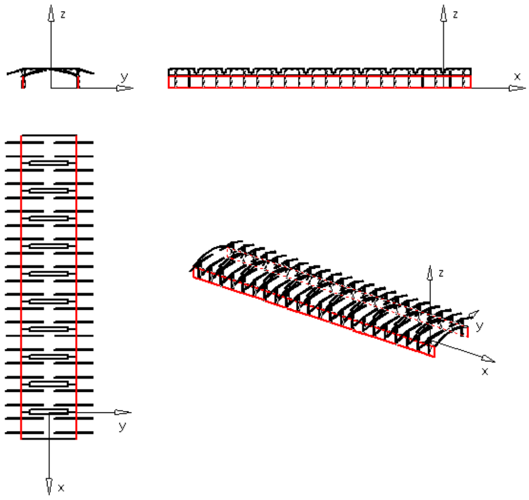


Abbildung 3.4.25

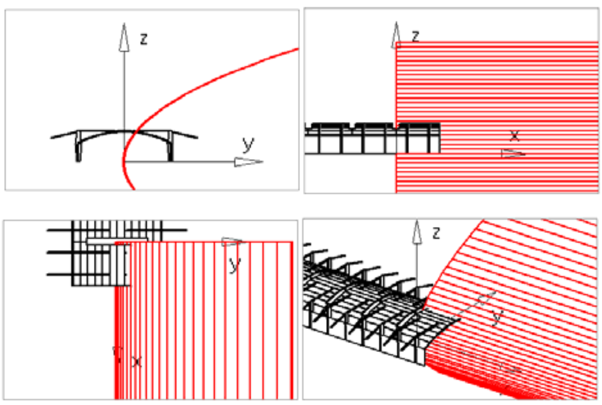


Abbildung 3.4.26

Die Seitendächer sind auch parabolische Zylinder und werden im gleichen Verfahren wie das Hauptdach in der Mitte erstellt. Sie müssen zuerst den Parameter p der Parabel berechnen:

$$p = \frac{x^2}{2y} = \frac{4^2}{2 \cdot 1} = 8$$

Zeichnen Sie also einen parabolischen Zylinder mit dem soeben berechneten Parameter und einer Höhe von 110 mm. Als Achse wählen Sie die x-Richtung. Verschieben Sie den gerade erstellten Zylinder mit eingeschalteter *Copy*-Funktion um 0,3 mm in -y-Richtung. Bilden Sie die Differenz zwischen dem zweiten und dem ersten parabolischen Zylinder, sodass eine dünne Schale übrigbleibt.

Durchsägen Sie die Schale zweimal. Das erste Mal mit einer Ebene parallel zur xy-Ebene auf Höhe z=4 mm und das zweite Mal auch mit einer zur xy-Ebene parallelen Ebene, aber auf Höhe z=-2 mm. Schneiden Sie die beiden überschüssigen Teile oben und unten weg. Drehen Sie die Schale um 90° um die x-Achse, sodass die Parabel nach unten geöffnet ist. Schieben Sie das Dach mit dem Schiebvektor (-100|-14|5) an seine endgültige Stelle. Spiegeln Sie das Seitendach mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der xz-Ebene.

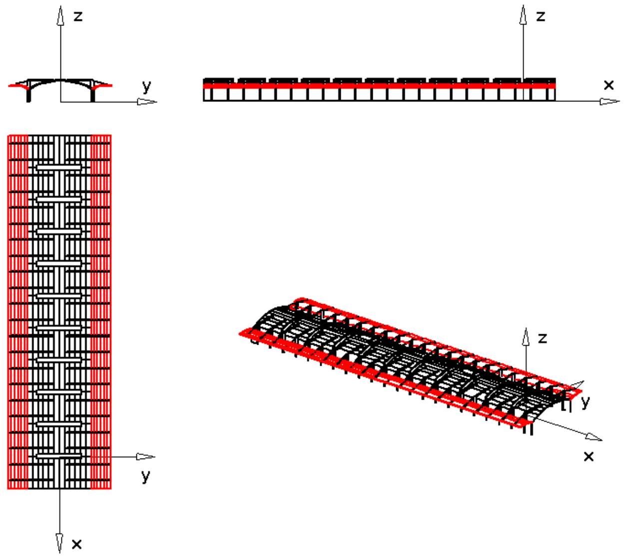


Abbildung 3.4.27

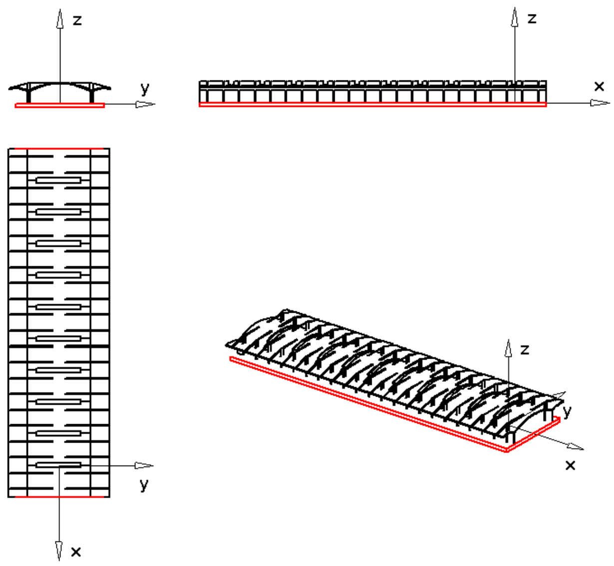


Abbildung 3.4.28

Zum Schluss zeichnen Sie den Sockel, auf dem die Halle steht. Dafür erstellen Sie einen Quader mit den Maßen (110|36|1,2), den Sie mit dem Schiebvektor (-100|18|-1,2) unter die Halle schieben.

Sie können die Halle noch nach Belieben einfärben. Das Original ist aus Stahlbeton gebaut, also grau.

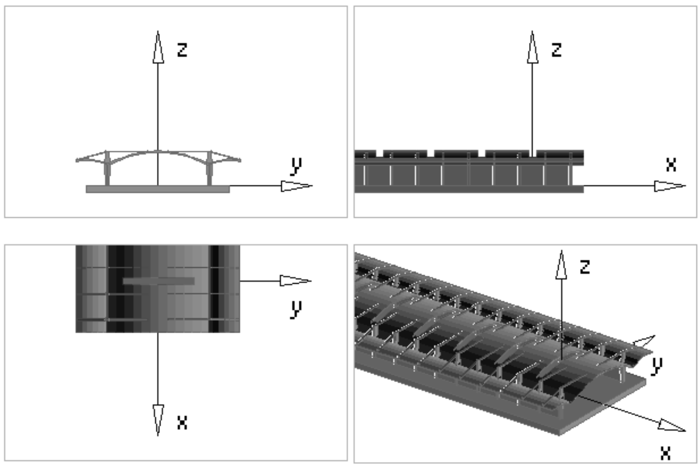


Abbildung 3.4.29

3.5 *Das Ellipsoid*

3.5.1 Was ist ein Ellipsoid?

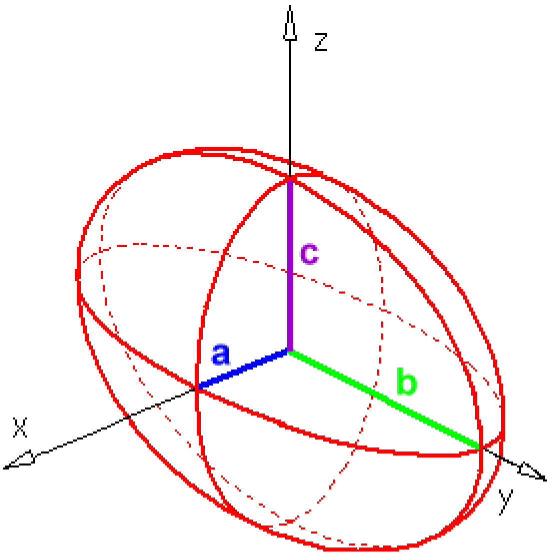


Abbildung 3.5.1

Die mathematische *Normalform* für ein Ellipsoid lautet:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Formel 3.5.1

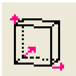
Dabei fallen die Koordinatenachsen in die Achsen des Ellipsoids, und a, b und c sind die drei Halbachsenlängen des Ellipsoids. Sind zwei der Halbachsenlängen gleich, so handelt es sich um ein Rotationsellipsoid. Stimmen alle drei Halbachsenlängen überein, so liegt der Spezialfall einer Kugel vor.

Die in den drei Koordinatenebenen x=0, y=0 und z=0 verlaufenden Hauptschnitte des Ellipsoids aus Abbildung 3.5.1 sind Ellipsen mit den Halbachsen b, c bzw. a, c bzw. a, b. Sie bilden sozusagen das Hauptgerüst des Ellipsoids und sind gleichzeitig die Umrisse für die Abbildung und Kreuz-, Auf- und Grundriss. Der Umriss eines Ellipsoids bei Parallelprojektion ist immer eine Ellipse.

3.5.2 Modellieren von Ellipsoiden in CAD-3D©

In CAD-3D© ist es nicht direkt möglich, ein Ellipsoid zu zeichnen, sondern Sie müssen den Umweg über die Kugel gehen. Wollen Sie also ein Ellipsoid mit den bekannten Halbachsenlängen a, b und c zeichnen, beginnen Sie mit einer Kugel und wählen als Radius eine der drei Halbachsenlängen.

Zeichnen Sie zum Beispiel eine Kugel mit Radius a. (blaue Kugel in Abbildung 3.5.2) Dann müssen Sie die Kugel in y- und in z-Richtung strecken oder stauchen, je nachdem ob b und c länger oder kürzer als a sind. Das können Sie mit der

Funktion *Achsenstreckung*  machen. Dazu müssen Sie die Streckfaktoren ausrechnen, um sie ins Fenster aus Abbildung 3.5.3 eingeben zu können. Wenn Sie a als Kugelradius gewählt haben, so bleibt der Streckfaktor für die x-Richtung gleich 1. Den Streckfaktor s_y für die y- und s_z für die z-Richtung erhalten Sie, indem Sie die gewünschten Halbachsenlängen b und c durch den Radius der Kugel a dividieren, also:

$s_y = \frac{b}{a}$ bzw. $s_z = \frac{c}{a}$

Nach der Streckung sollte sich die Kugel zu einem Ellipsoid, wie z. B. das rote Ellipsoid in Abbildung 3.5.2 verformt haben.

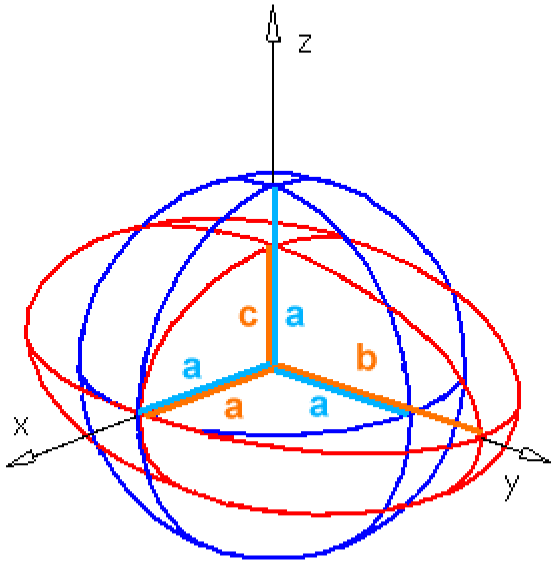


Abbildung 3.5.2

Abbildung 3.5.3

3.5.3 Beispiele für gebaute Ellipsoide

3.5.3.1 New Song United Methodist Church (USA)

Die Kirche der New Song Gemeinschaft in New Bern (North Carolina, USA) wurde mit der Monolithic-Technik im Jahr 2002 aus stahlverstärktem Beton errichtet. Die Informationen über die Kirche erhielt ich aus den Internetseiten der New Song United Methodist Church und des Monolithic Dome Institutes.
Durchmesser und Höhe der Kirche waren in einer der Interseiten angegeben, die restlichen Maße errechnete ich aus Fotos und einem Grundriss im Verhältnis zu den bekannten Größen. Alle Maße sind in Metern angegeben.
Maßstab: 1:1000

Abbildung 3.5.4

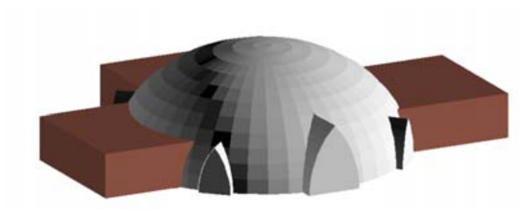


Abbildung 3.5.5

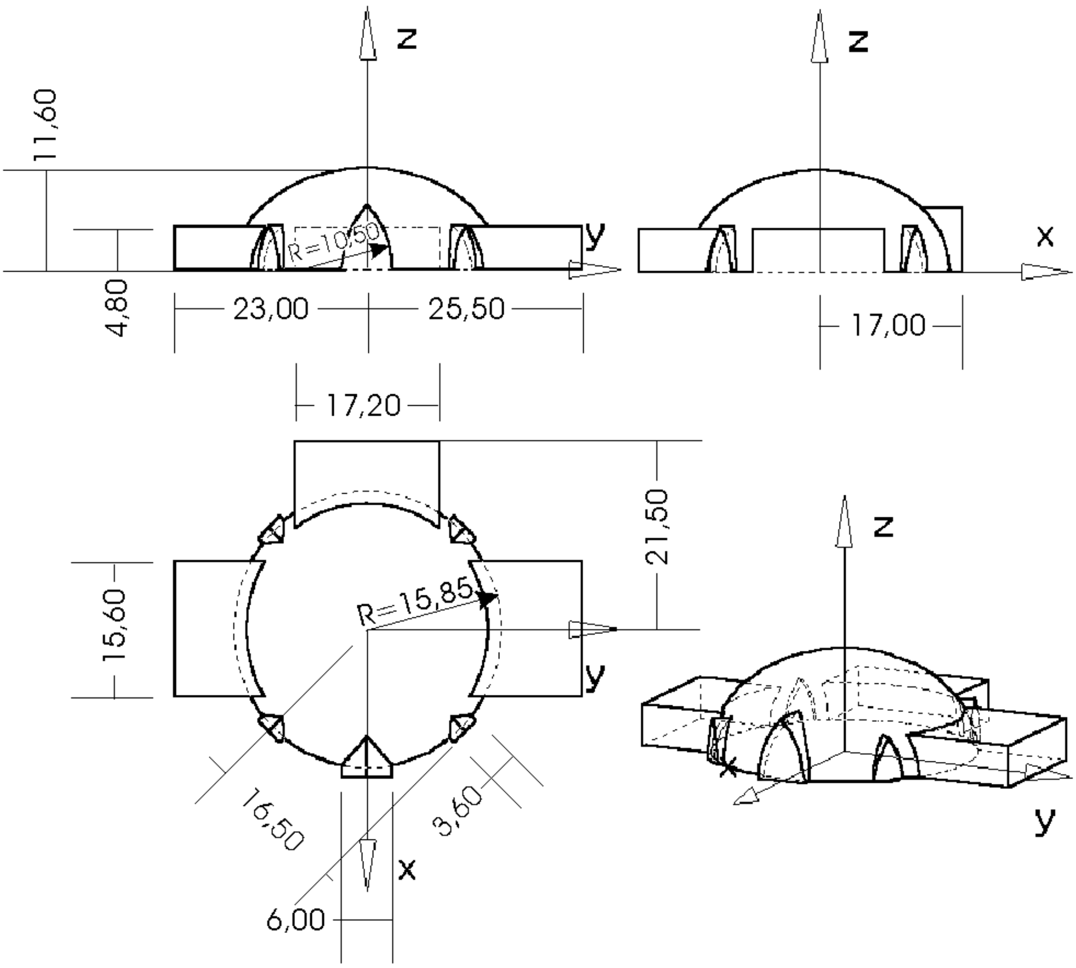
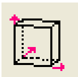


Abbildung 3.5.6

Der Hauptteil der Kirche ist ein Rotationsellipsoid, dessen Ursprung in der Ebene des Bodens der Kirche, also der xy-Ebene liegt. Beginnen Sie die Zeichnung mit dem Ellipsoid. Dafür zeichnen Sie eine Kugel mit einem Durchmesser von 15,85 mm. Diese Kugel stauchen Sie mit der Funktion

Achsenstreckung  auf die gewünschte Höhe von 11,6 mm. Die Streckfaktoren für die x- und y-Richtung bleiben gleich 1, da das Ellipsoid in diese Richtungen schon die richtige Größe hat. Nur der Streckfaktor s_z für die z-Richtung muss berechnet werden. Das tun Sie, indem Sie die gewünschte Höhe des Ellipsoids durch die aktuelle Höhe der Kugel dividieren:

$$s_z = \frac{11{,}6}{15{,}85} = 0{,}732$$

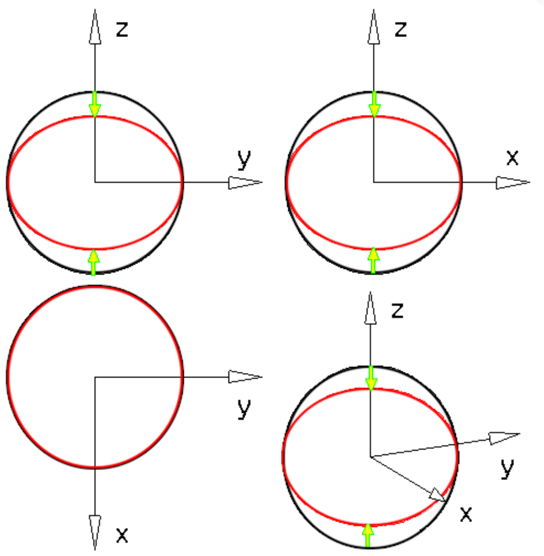


Abbildung 3.5.7

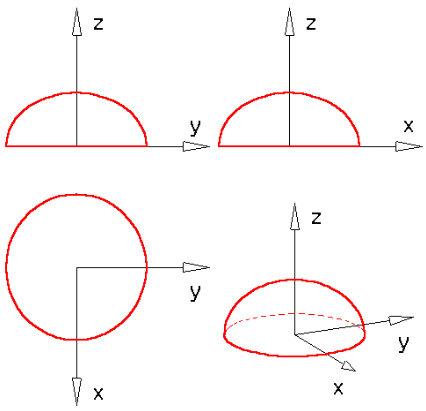


Abbildung 3.5.8

Als Nächstes sägen Sie das Ellipsoid an der xy-Ebene durch und löschen den unteren Teil. Der verbleibende Teil bildet das Hauptgebäude der Kirche.

Als Nächstes kommt der Haupteingang an die Reihe. Dieser besteht aus zwei Teilen eines Drehzylinders. Zeichnen Sie einen Drehzylinder mit einem Radius von 10,5 mm und einer Höhe von 17 mm. Beachten Sie, dass Sie die x-Achse als Achse des Zylinders annehmen. Verschieben Sie den soeben erstellten Zylinder um 7,5 mm in –y-Richtung. Sägen Sie jetzt den Zylinder zweimal durch. Einmal in der xz-Ebene und beim zweiten Mal sägen Sie das kleinere Stück in der xy-Ebene durch. Die nicht mehr benötigten Teile (in Abbildung 3.5.9 rosa) löschen Sie weg.

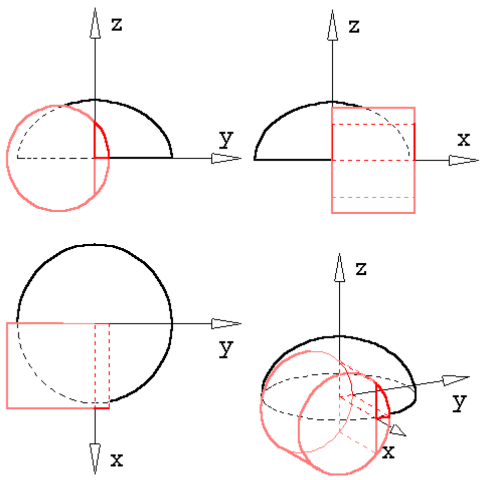


Abbildung 3.5.9

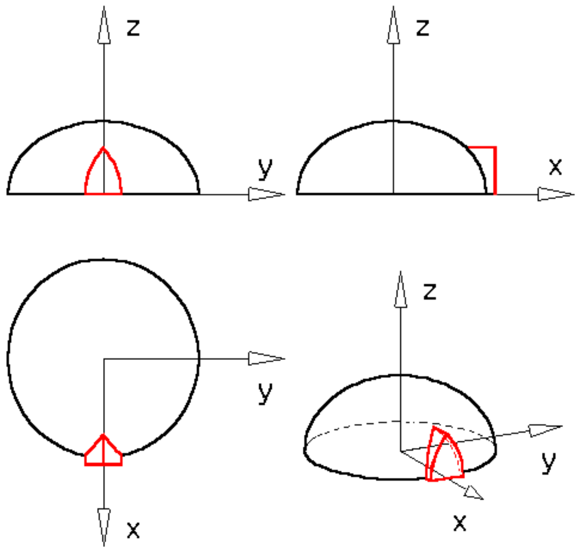


Abbildung 3.5.10

Spiegeln Sie den vom Drehzylinder übrig gebliebenen Teil mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der xz-Ebene. Vereinigen Sie alle bisher gezeichneten Teile, das heißt, die beiden Teile des Haupteinganges mit dem Hauptteil der Kirche.

Auf ganz ähnliche Weise wie den Haupteingang zeichnen Sie die Nebeneingänge. Erstellen Sie wieder einen Drehzylinder, dieses Mal mit einem Durchmesser von 8 mm und einer Höhe von 16,5 mm. Als Achse wählen Sie die y-Achse, damit Sie beim Zeichnen des Nebeneinganges nicht dem Haupteingang in die Quere kommen. Schieben Sie den Zylinder um 6,2 mm in –x-Richtung. Sägen Sie den Zylinder auch zwei Mal durch, diesmal mit der yz-Ebene und mit der xy-Ebene. Löschen Sie die nicht benötigten Teile weg.

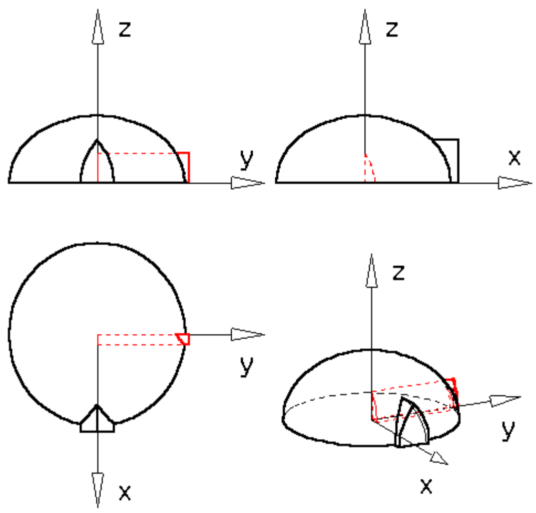


Abbildung 3.5.11

Spiegeln Sie die soeben gezeichnete Hälfte des Nebeneinganges mit eingeschalteter *Copy*-Funktion an der yz-Ebene. Vereinigen Sie die beiden Teile des Nebeneinganges miteinander.

Jetzt bringen Sie die Nebeneingänge an ihre richtigen Positionen: Drehen Sie den Nebeneingang einmal um 45° um die z-Achse. Nach dieser ersten Drehung schalten Sie die *Copy*-Funktion ein und drehen ihn um 90° um die z-Achse. Wiederholen Sie diesen Vorgang gleich noch zwei Mal, sodass Sie jetzt die vier Nebeneingänge kreuzförmig angeordnet haben. Vereinigen Sie die vier Nebeneingänge mit dem Rest der Kirche.

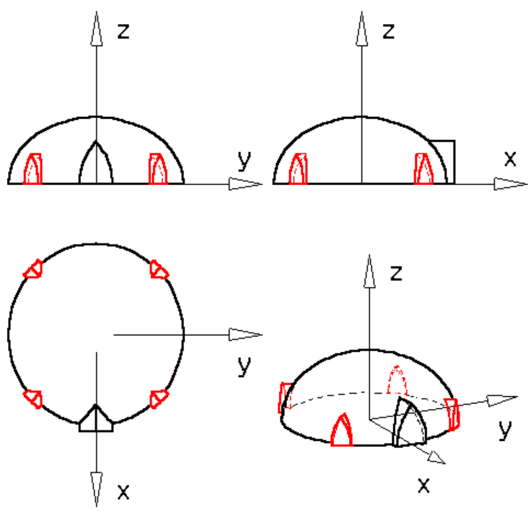


Abbildung 3.5.12

Es fehlen noch die Nebenräume der Kirche, in denen diverse Lehrsäle untergebracht sind. Es reicht, wenn Sie einen durchgehenden Quader für die Nebengebäude links und rechts zeichnen. Der Quader hat die Maße (15,6|45,5|4,8). Schieben Sie diesen Quader mit dem Schiebvektor (-7,8|-23|0) an seine richtige Position.

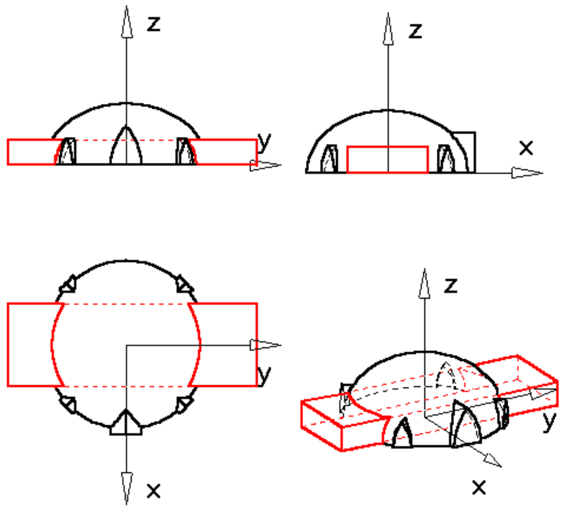


Abbildung 3.5.13

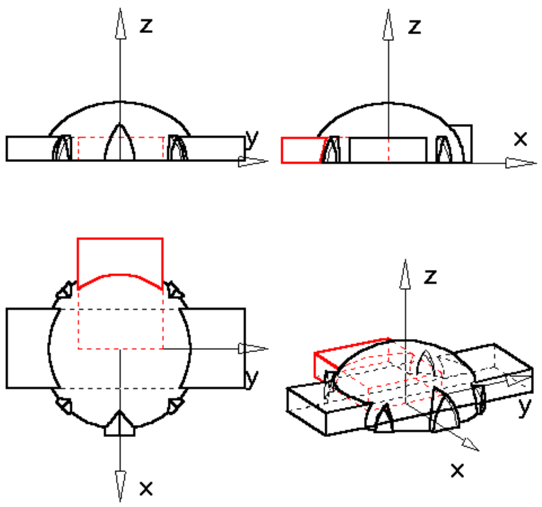


Abbildung 3.5.14

Für die Nebenräume hinter der Kirche zeichnen Sie einen Quader mit den Maßen (21,5|17,2|4,8). Schieben Sie den Quader unter Verwendung des Schiebvektors (-21,5|8,6|0) an die richtige Stelle.

Zum Schluss geben Sie der Kirche mit ihren Nebengebäuden entsprechende Farben. Da Kirche und Nebengebäude verschiedene Farben haben, können Sie nicht alles miteinander vereinigen. Daher sieht das Gesamtwerk nur in der Schattierungsansicht ansprechend aus.

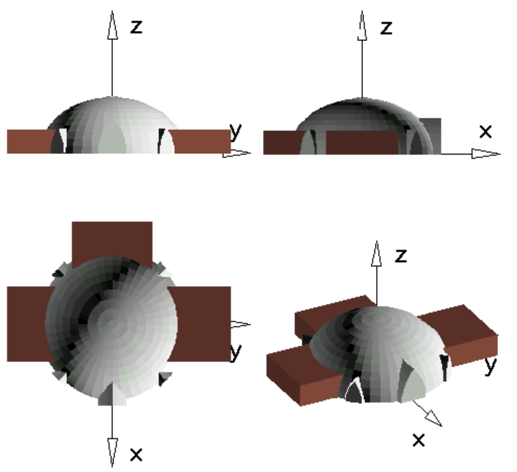


Abbildung 3.5.15

3.5.3.2 Wallonisches Forstwirtschaftszentrum (Belgien)

Das forstwirtschaftliche Zentrum liegt inmitten der waldreichen Ardennen in der Nähe von Marche-en-Famenne. Es besteht aus einem Holzgerüst aus gebogenem Holz, das mit Scheiben aus Verbundglas bedeckt ist.
Fertigstellung: 1995
Die Maße (in Metern) stammen aus *Krewinkel, S. 81*
Maßstab: 1:1000

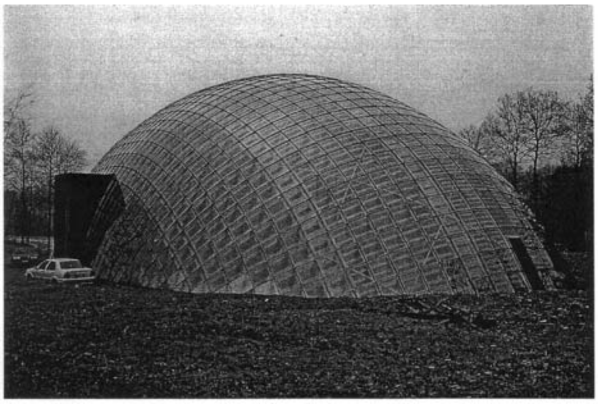


Abbildung 3.5.16

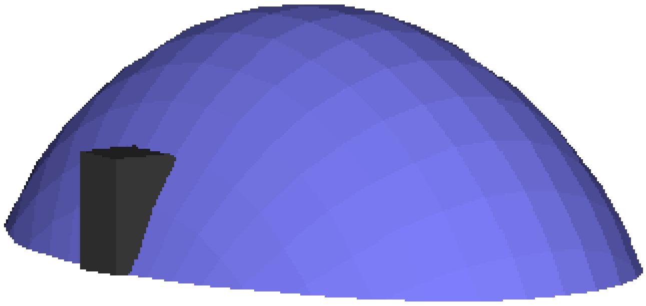


Abbildung 3.5.17

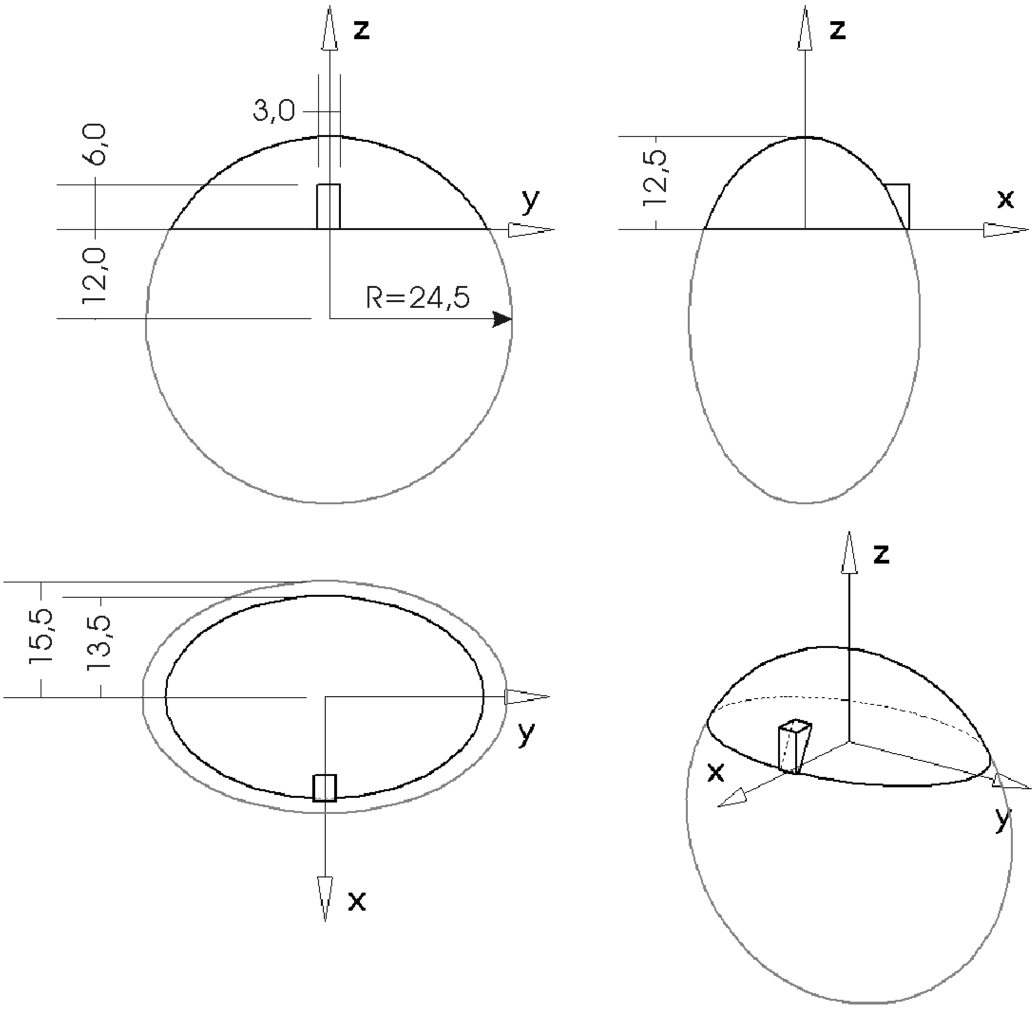


Abbildung 3.5.18

Hier handelt es sich um ein Rotationsellipsoid, wobei in diesem Fall die Halbachsen in y- und z-Richtung gleich lang sind.

Da Sie in CAD-3D© nicht direkt ein Ellipsoid zeichnen können, beginnen Sie mit einer Kugel mit dem Radius 24,5mm. Als Achse der Kugel nehmen Sie die x-Richtung, damit die Richtung des Kugelnetzes mit der Richtung der Holzverstrebungen übereinstimmt.

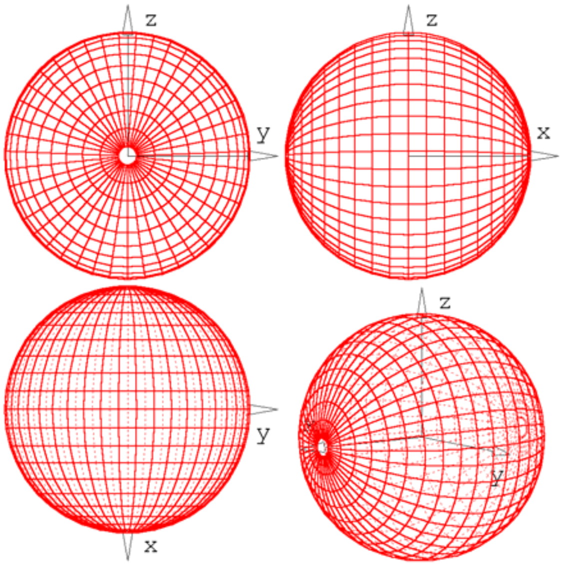


Abbildung 3.5.19

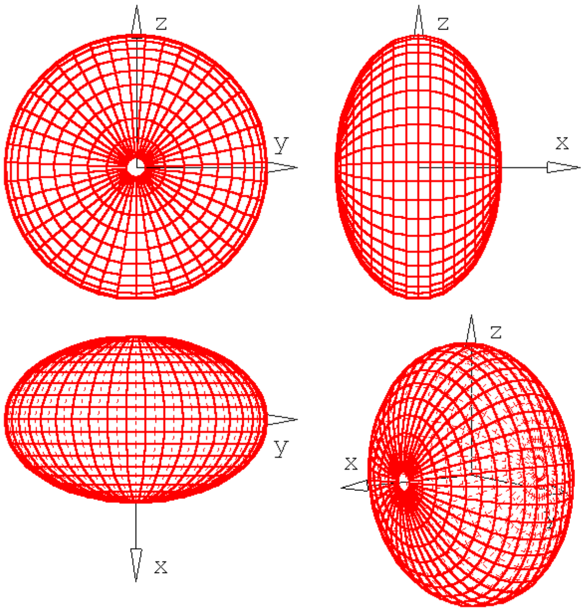
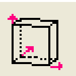


Abbildung 3.5.20

Mit Hilfe der Schaltfläche *Achsenstreckung*  können Sie nun die Kugel in x-Richtung so stauchen, dass sie zu einem Rotationsellipsoid wird. Den Streckfaktor s_x berechnen Sie einfach, indem Sie die gewünschte Halbachsenlänge durch den Kugelradius dividieren:

$$s_x = \frac{13{,}5}{24{,}5} = 0{,}551 .$$

Die Streckfaktoren für y- und z-Richtung bleiben gleich 1.

Schieben Sie nun das Ellipsoid um 12 mm nach unten und sägen Sie es nach der Schiebung an der xy-Ebene durch. Löschen Sie den unteren, in Abbildung 3.5.21 rosa gezeichneten, jetzt nicht mehr gebrauchten Teil des Ellipsoids weg.

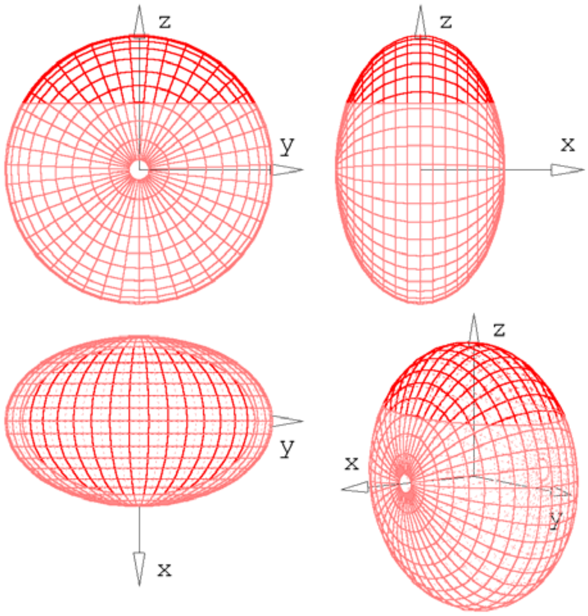


Abbildung 3.5.21

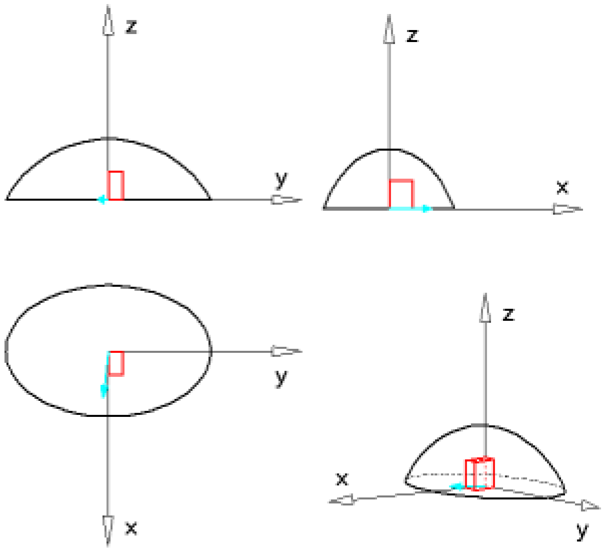


Abbildung 3.5.22

Es fehlt nur noch der Eingang für das Forstwirtschaftszentrum. Zeichnen Sie für diesen einen Quader mit den Maßen (5|3|6). Diesen Quader schieben Sie an die passende Stelle (Schiebvektor: (9|-1,5|0)

Geben Sie dem Forstwirtschaftszentrum noch eine ansprechende Farbe.

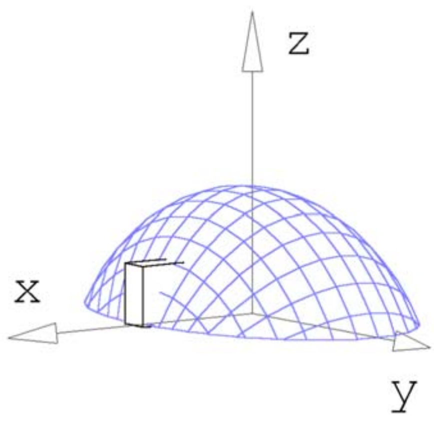


Abbildung 3.5.23

4 Affinitäten

4.1 *Perspektive Affinität*

4.1.1 Was ist eine perspektive Affinität?

In der Ebene ist die *perspektive Affinität* folgendermaßen definiert:

Eine Bijektion α einer Ebene π auf sich, die kollinearen Punkten stets kollineare Punkte zuordnet, heißt eine *perspektive Affinität*, falls parallele Perspektivitätsgeraden in π so existieren, dass der einem Punkt $P \in \pi$ zugeordnete Punkt $P^{\alpha} \in \pi$ stets der Perspektivitätsgeraden durch P angehört. (vgl. Brauner, S. 45)

Eigenschaften der *perspektiven Affinität* in der Ebene:

- teilverhältnistreu
- geradentreu (d. h. eine Gerade bleibt auch nach Anwendung einer *perspektiven Affinität* eine Gerade)
- parallelentreu (d. h. parallele Geraden sind nach Anwendung einer *perspektiven Affinität* parallel)
- umkehrbar
- Winkel werden im Allgemeinen verzerrt
- Eine *perspektive Affinität* ist durch die *Affinitätsachse* a und durch ein Punktepaar P, P' eindeutig bestimmt.
- Entsprechende Geraden g und g' zweier affiner Figuren schneiden einander auf der Affinitätsachse a.
- Die Affinitätsachse ist eine Fixpunktgerade. Das heißt, ein Punkt, der auf der Affinitätsachse liegt, ist gleichzeitig auch sein eigener Bildpunkt.

Die letzten drei Punkte werden für die Vervollständigung einer *perspektiven Affinität* verwendet. Hat man die Affinitätsachse a und die zwei Punkte P und P' gegeben, kann man das affine Bild Q' eines beliebigen Punktes Q in folgender Weise zeichnen:

Man legt eine zu der Perspektivitätsgeraden b parallele Perspektivitätsgerade b_1 durch den Punkt Q. Dann legt man eine Gerade g durch die Punkte P und Q. Den Schnittpunkt von g mit der Affinitätsachse a verbindet man mit dem gegebenen P' und nennt die Verbindungsgerade g'. Am Schnittpunkt von g' und b_1 liegt Q'.

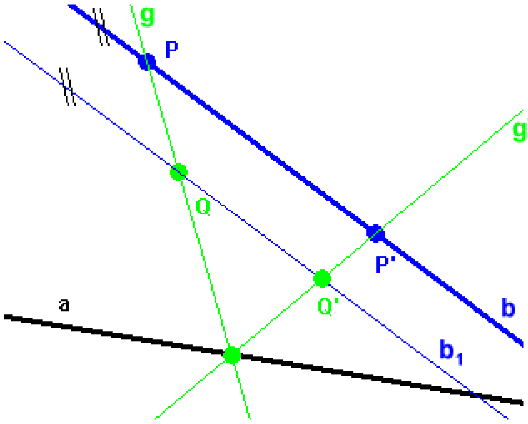


Abbildung 4.1.1

Im dreidimensionalen Raum ist die *perspektive Affinität* ganz ähnlich wie in der Ebene definiert. Anstatt der Affinitätsachse a hat man jedoch eine Affinitätsebene π.

Eigenschaften der *perspektiven Affinität* im dreidimensionalen Raum:

- teilverhältnistreu
- geradentreu
- ebenentreu
- parallelentreu
- umkehrbar
- Winkel werden im Allgemeinen verzerrt
- Eine *perspektive Affinität* ist durch die *Affinitätsebene* π und durch ein Punktepaar P, P' eindeutig bestimmt.
- Entsprechende Geraden g und g' zweier affiner Figuren schneiden einander auf der Affinitätsebene.
- Die Affinitätsebene ist eine Fixpunktebene. Das heißt, ein Punkt, der auf der Affinitätsebene liegt, ist gleichzeitig auch sein eigener Bildpunkt.

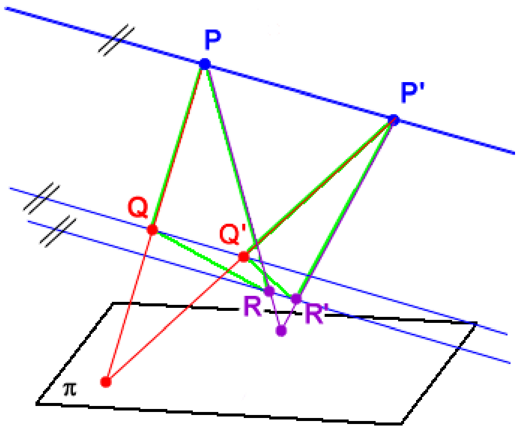


Abbildung 4.1.2

4.1.2 Anwenden von perspektiven Affinitäten in CAD-3D©

Markieren Sie das Objekt, auf das Sie die *perspektive Affinität* anwenden wollen. Da Sie die *perspektive Affinität* nicht in der Ablagefläche am rechten Bildschirmrand finden werden, müssen Sie im Menü auf *Modellieren – Verlagern – perspektive Affinität* klicken. Sie werden daraufhin aufgefordert, zuerst den Urpunkt, dann den Bildpunkt und zum Schluss die Affinitätsebene, die hier Fixpunktebene genannt wird, einzugeben. Die Information, was genau gerade einzugeben ist, steht unten in der Statuszeile.

Im Beispiel in Abbildung 4.1.3 ist es egal, welchen Punkt Sie als Urpunkt wählen, Sie müssen nur wissen, wo der dazugehörige Bildpunkt liegen soll. Es empfiehlt sich allerdings, als Urpunkt im Beispiel einen der Eckpunkte des Würfels zu nehmen.

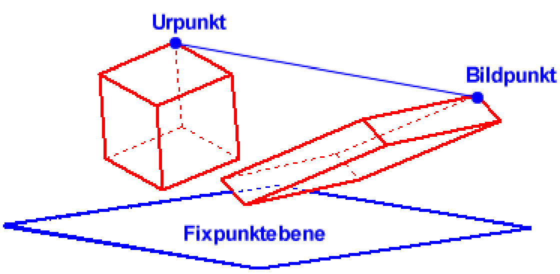


Abbildung 4.1.3

4.2 *Affinität*

4.2.1 Was ist eine Affinität?

Die vorhin besprochene *perspektive Affinität* ist ein Spezialfall der Affinität. Jede *Affinität* im dreidimensionalen Raum lässt sich aus maximal drei hintereinander ausgeführten *perspektiven Affinitäten* zusammensetzen.

Eigenschaften der Affinität

- teilverhältnistreu
- geradentreu
- ebenentreu
- parallelentreu
- umkehrbar
- Winkel werden im Allgemeinen verzerrt
- Eine *Affinität* ist durch vier Urpunkte (grün in Abbildung 4.2.1), die nicht in einer Ebene liegen dürfen, und vier jeweils dazugehörige Bildpunkte (blau in Abbildung 4.2.1), die auch nicht in einer Ebene liegen dürfen, eindeutig bestimmt.

Kurz: Tetraeder und Bildtetraeder legen eine *Affinität* fest.

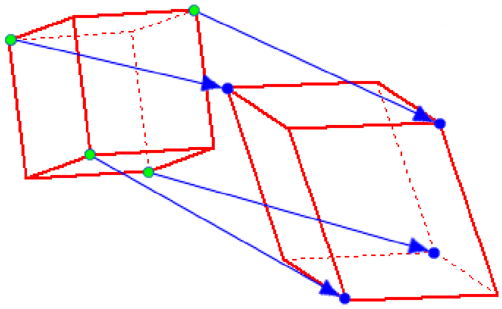


Abbildung 4.2.1

4.2.2 Anwenden von Affinitäten in CAD-3D©

Zuerst müssen Sie das Objekt, auf das Sie die *Affinität* anwenden wollen, markieren. Dann wählen Sie im Menü *Modellieren – Verlagern – perspektive Affinität*. Nun werden Sie aufgefordert, vier Urpunkte U_1, U_2, U_3, U_4 mit den dazugehörigen Bildpunkten B_1, B_2, B_3, B_4 einzugeben. Es wird jeweils ein Urpunkt und gleich darauf der dazu passende Bildpunkt abgefragt. Auch hier steht die Information, welcher Punkt gerade gefragt ist, in der Statuszeile. Achten Sie darauf, dass Sie nicht vier Urpunkte oder vier Bildpunkte eingeben, die in einer Ebene liegen. Sonst kommt die Meldung: „Abmessungen ungültig, sie werden angepasst."

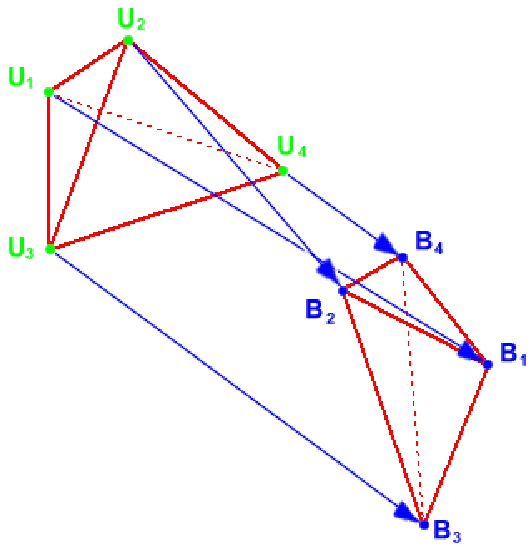


Abbildung 4.2.2

5 Literaturverzeichnis

5.1 Literatur

Brauner, Heinrich
Lehrbuch der Konstruktiven Geometrie
1986, Springer-Verlag, Wien

Brauner H., Kickinger W.
Baugeometrie Band 1
1989, Bauverlag

Büren, Charles von
Funktion & Form: Gestaltungsvielfalt im Ingenieur-Holzbau
1985 Birkhäuser Verlag, Basel

Faber, Colin
Candela und seine Schalen
1965 Verlag Georg D.W. Callwey, München

Gast, Klaus-Peter
Le Corbusier – Paris – Chandigarh
2000 Birkhäuser-Verlag für Architektur, Basel – Berlin – Boston

Haack, Wolfgang
Darstellende Geometrie 1
1954, Walter de Druyter & Co., Berlin

Kinold, Klaus
Bauen in Beton, Zeitschrift für Architektur
1993 Lichtdruck AG, Dielsdorf
Atelier Kinold, München

Klix Wolf-Dieter, Nickel Heinz
Darstellende Geometrie
1990 VEB Fachbuchverlag Leipzig

Krewinkel, Heinz W.
Glasarchitektur
1998, Birkhäuser-Verlag für Architektur, Basel – Berlin – Boston

Müller Emil, Kruppa Erwin
Lehrbuch der darstellenden Geometrie, Band 1-3
1936 B. G. Teubner, Leipzig und Berlin

Le Corbusier
Le Corbusier 1957-65, Vol. 7 de l'œuvre compléte
1965, Verlag für Architektur, Zürich

Natterer Julius, Herzog Thomas, Volz Michael
Holzbau Atlas Zwei
1991 Birkhäuser Verlag, Basel

Rühle, Herrmann
Räumliche Dachtragwerke, Konstruktion und Ausführung, Band 1 und 2
1970 VEB Verlag für Bauwesen, Berlin

Siegel, Curt
Strukturformen der modernen Architektur
1960 Verlag Georg D.W. Callwey, München

Wunderlich, Walter
Darstellende Geometrie Band 1 und 2
1966-1967 Bibliografisches Institut, Mannheim

5.2 Internetverzeichnis

St. Luis Science Center
http://www.slsc.org/
http://www.slsc.org/NEWSITE/whattodo/planetarium.htm

New Song United Methodist Church
http://www.new-song.org

Monolithic Dome Institute (First Monolithic Church in North Carolina)
http://www.monolithic.com/gallery/churches/newsong/index.html

Max Planck Institut für Radioastronomie
http://www.mpifr-bonn.mpg.de/div/effelsberg
http://www.mpifr-bonn.mpg.de/staff/peter/100m

Chandigarh Industrial & Tourism Development Corporation Limited
http://citco.nic.in/
http://citco.nic.in/chd_arch.htm

Zeiss Planetarium Bochum
http://www.planetarium-bochum.de/

5.3 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 3.1.17 aus: Büren, S. 108
Abbildung 3.1.28 aus: Büren, S. 164
Abbildung 3.1.35 aus: Natterer, S. 262
Abbildung 3.1.45 aus: Büren, S. 158
Abbildung 3.2.6 aus: http://www.slsc.org/NEWSITE/whattodo/planetarium.htm
Abbildung 3.2.12 aus: http://citco.nic.in/chd_arch.htm
Abbildung 3.3.5 aus: http://www.planetarium-bochum.de/
Abbildung 3.3.15 aus: http://www.mpifr-bonn.mpg.de/div/effelsberg/
Abbildung 3.4.3 und Abbildung 3.4.4 aus: Krewinkel, S. 151
Abbildung 3.4.10 aus: Faber, S. 77
Abbildung 3.5.4 aus: http://www.monolithic.com/gallery/churches/newsong/index.html
Abbildung 3.5.16 aus: Krewinkel, S. 81