Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (http://www.ub.tuwien.ac.at).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/).

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna University of Technology

Masterarbeit

Bewertung von Flexibilität in der Produktion

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines

Master of Science

unter der Anleitung von

Ao.Univ.-Prof. Mag. DDr. Thomas Dangl
(Institut für Managementwissenschaften, Bereich: Finanzwirtschaft und Controlling)

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Johannes Hornbachner

Mat.Nr.: 0625400

Jahngasse 5/5
A-1050 Wien

Wien, am 2. Juli 2012

Johannes Hornbachner
Jahngasse 5/5
A-1050 Wien

Ich habe zur Kenntnis genommen, dass ich zur Drucklegung meiner Arbeit unter der Bezeichnung Masterarbeit nur mit Bewilligung der Prüfungskommission berechtigt bin.

Ich erkläre weiters an Eides statt, dass ich meine Masterarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur, genannt habe. Weiters erkläre ich, dass ich das Thema dieser Masterarbeit bisher weder im In- noch Ausland (einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, den 2. Juli 2012

Johannes Hornbachner

Zusammenfassung

In einem unsicheren Umfeld sehen viele Unternehmen ihre Flexibilität als Schlüssel zum Wettbewerbserfolg. Flexible Produktionssysteme erfordern zwar hohe Anschaffungskosten, im Gegensatz zu speziellem Produktionsequipment geben sie dem Management aber die Fähigkeit, das Produktionsprogramm an Veränderungen der Unternehmensumwelt anzupassen. Ein möglichst hoher Grad an Flexibilität alleine ist aber keinesfalls zielführend, vielmehr müssen die Kosten zur Bereitstellung der Flexibilität auch einem entsprechenden Bedarf und Nutzen gegenüberstehen. In der vorliegenden Arbeit werden Methoden vorgestellt, die es ermöglichen, den Beitrag flexibler Produktionssysteme zur Verbesserung der Zielerreichung im Hinblick auf die Anforderungen eines unsicheren Unternehmensumfeldes zu messen. In einem ersten Schritt wird der durch Flexibilität geschaffene zukünftige Handlungsspielraum als Bündel realer Optionen interpretiert und kann anschließend aufgrund bestehender Analogien durch die Übertragung finanzwirtschaftlicher Optionspreismodelle bewertet werden. Als Ergebnis der Realoptionsanalyse erhält man nicht nur den Wert der Flexibilität, sondern auch die optimale zustandsabhängige Entscheidungsstrategie. In weiterer Folge wird auf Basis der Bayes'schen Entscheidungstheorie ein möglicher Zusammenhang zwischen dem Wert der Flexibilität und dem Informationswert untersucht. Dabei zeigt sich unter anderem, dass Flexibilität nicht mehr wert sein kann, als die Kosten zur Erlangung von vollständiger Gewissheit über die zukünftig eintretenden Zustände. Der Wert vollständiger Information kann daher in manchen Fällen eine gute Abschätzung liefern, wie viel Flexibilität in einem unsicheren Umfeld maximal wert sein kann. Einfache Beispiele untermauern den Zusammenhang der beiden Bewertungskonzepte.

In einem abschließenden Fallbeispiel wird unter Anwendung der Realoptionsanalyse untersucht, wie ein Unternehmen, das mit einer steigenden Nachfrage nach Produktvarianten bei unsicherer Preislage konfrontiert ist, seine Investitionsstrategie optimiert.

Executive Summary

Ziel der Arbeit

Auf Basis der Entscheidungstheorie soll ein umfassendes Bewertungsmodell zur monetären Erfassung der Handlungsflexibilität in Investitionsprojekten unter Unsicherheit entwickelt werden. Die gewonnenen Erkenntnisse werden im Anschluss an einem Fallbeispiel demonstriert.

Problemstellung

Das moderne Unternehmensumfeld ist von ständigem Wandel, Komplexität und wachsender Dynamik gekennzeichnet. Die damit einhergehenden technologischen und strategischen Unsicherheiten stellen besonders produzierende Unternehmen laufend vor neue Herausforderungen. Schwankende Absatzmengen, immer kürzer werdende Produktlebenszyklen und gleichzeitig steigende Variantenvielfalt sind nur einige Probleme, die sich durch ein weites Branchenspektrum ziehen. Die globale Marktpräsenz verstärkt diese Effekte noch zusätzlich. Vor diesem Hintergrund leistet die Flexibilität als Fähigkeit zur effizienten Anpassung an veränderte Rahmenbedingungen als strategischer Erfolgsfaktor einen entscheidenden Beitrag zur Wettbewerbskraft eines Unternehmens. Flexibilität um jeden Preis führt aber nicht automatisch zu einem profitablen Produktionssystem. Vielmehr muss der Nutzen der Flexibilität in Bezug auf die zukünftige Unsicherheit bei der Beurteilung der Investitionsentscheidung den entsprechenden Aufwand zur Installation der Flexibilität aufwiegen.

Grundlagen

Flexibilität ist ein schwer fassbares Konzept. Das zeigt sich bereits an der Terminologie, die nur unscharf von verwandten Begriffen wie Wandlungsfähigkeit, Agilität oder Reaktionsfähigkeit abgegrenzt werden kann. Existierende Ansätze zur Flexibilitätsbewertung fallen zumeist in die Kategorie der Kennzahlensysteme und können eine Investitionsentscheidung auf monetärer Basis bestenfalls unterstützen. Klassische Budgetierungsmethoden, wie sie heute in vielen Unternehmen eingesetzt werden, erfassen die Flexibilität wiederum nur unzureichend, in dem sie eine gänzlich starre Planung unterstellen. Dass das Management flexibel in den Verlauf eines Projektes eingreifen kann, um auf die Auflösung der Unsicherheit im Zeitablauf zu reagieren, bleibt dabei unberücksichtigt. Es gibt aber eine Möglichkeit, diesen fehlenden Wert zu identifizieren und in die Bewertung einer Investition einzubinden – die Realoptionsanalyse. Ein wesentlicher Teil der Diplomarbeit konzentriert sich auf die Darstellung der Grundgedanken dieser Methode.

Realoptionen

Entscheidungsflexibilitäten in Bezug auf reale Investitionen stellen Optionsrechte für das Management dar. Diese Realoptionen sind vergleichbar mit den Optionen eines Investors auf Finanzanlagen, wie z. B. Aktien. Eine Call-Option gibt seinem Eigentümer das Recht, aber nicht die Verpflichtung, einen zugrundeliegenden Vermögenswert zu einem festgelegten Preis in der Zukunft zu kaufen. Gleichermaßen ist eine Kapitalinvestition zum heutigen Zeitpunkt, die das Recht,

aber nicht die Verpflichtung beinhaltet, in der Zukunft eine weitere Investition zu tätigen, eine Realoption. Die Analogie zwischen Finanz- und Realoptionen geht so weit, dass im Allgemeinen dieselben Bewertungsmethoden eingesetzt werden können. Die einzelnen Werttreiber einer Realoption wirken dabei wie bei ihrem finanzwirtschaftlichen Pendant. In der Praxis treten Realoptionen selten isoliert auf, weshalb man Flexibilität nur als ein Bündel von verschiedensten, möglicherweise voneinander abhängigen Realoptionen adäquat erfassen kann. Die daraus resultierenden Anforderungen an das Optionspreisverfahren werden am ehesten von Gittermodellen erfüllt, die das stochastische Verhalten des zugrundeliegenden Wertprozesses in diskretisierter Form darstellen. Die eigentliche Bewertung erfolgt rekursiv mit Hilfe der Dynamischen Programmierung unter Anwendung des Bellman-Prinzips und hat nicht nur die Aufgabe, den Wert der Realoptionen zu ermitteln, sondern auch die optimale Ausübungsstrategie zu identifizieren. Die Realoptionsanalyse ist deshalb kein reines Bewertungskonzept, ihre wahre Stärke liegt in der Anwendung als strategisches Optimierungsinstrument.

Informationswert

Im Rahmen der Optionsbewertung lässt sich zeigen, dass der Wert einer Realoption und damit auch der Wert der Flexibilität mit zunehmender Unsicherheit steigt, d.h. je weniger Informationen über die zukünftige Entwicklung vorliegen, desto wertvoller wird der Handlungsspielraum, in dem betriebliche Entscheidungsträger agieren können. Umgekehrt ist Flexibilität wertlos, wenn vollständige Information vorliegt. Dieser Zusammenhang zwischen Flexibilität und Information wird in der vorliegenden Arbeit detailliert untersucht, mit dem Zweck, über die wahrscheinlichkeitstheoretische Modellierung von Information auf den Wert der Flexibilität zu schließen.

Operationalisierung

Die Operationalisierbarkeit ist eine wesentliche Voraussetzung, um die Realoptionsanalyse für die betriebliche Praxis zugänglich zu machen. Dazu gehört neben einem mehrstufigen Bewertungsprozess vor allem auch das Methodenwissen, um unsichere ökonomische Größen zu modellieren.

Fallbeispiel

Im abschließenden Fallbeispiel soll unter Einsatz der Realoptionstheorie untersucht werden, wie ein Produzent seine Investitionsstrategie als Reaktion auf eine steigende Nachfrage nach Produktvarianten optimiert. Die Analyse zeigt, dass (i) der Wert der Flexibilität steigt, je unsicherer die Stückpreise sind, (ii) laufend negative Deckungsbeiträge bis zu einem gewissen Ausmaß akzeptiert werden und nicht sofort stillgelegt wird, (iii) das Unternehmen durch eine Investition von der Zone der negativen Deckungsbeiträge direkt in die Gewinnzone springen kann, (iv) in Abhängigkeit der aktuellen Preissituation, der Restlaufzeit des Projektes und der Anzahl der noch nicht produzierten (aber nachgefragten) Varianten in Maschinen investiert werden sollte, die in der Lage sind, mehr als die bereits nachgefragten Varianten herstellen zu können.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis **5**

Tabellenverzeichnis **6**

1 Einleitung **7**
1.1 Motivation und Zielsetzung der Arbeit 7
1.2 Aufbau und Kapitelübersicht 9
1.3 Definition und Abgrenzung des Flexibilitätsbegriffs 10
1.4 Warum man versucht, Flexibilität zu bewerten 12

2 Theorie der Realoptionen **16**
2.1 Was sind Optionen 16
2.2 Optionen in der realwirtschaftlichen Welt 20
2.3 Arten von Realoptionen 22
2.4 Flexibilität als ein Set von Realoptionen 24
2.5 Realoptionen im Vergleich zur Kapitalwertmethode und Entscheidungsbäumen 24
2.6 Schlüsselannahmen bei der Bewertung von Realoptionen 30

3 Präskriptive Entscheidungstheorie **34**
3.1 Wert der vollständigen Information 34
3.2 Bayes-Theorem 37
3.3 Wahrscheinlichkeitstheoretische Modellierung von Information 38
3.4 Dynamische Programmierung 43
3.5 Flexibilität im Zusammenhang mit dem Wert der Information 44
3.6 Zwischenfazit und kritische Würdigung 45

4 Methode zur Flexibilitätsbewertung **47**
4.1 Optionspreismodelle 47
4.2 Operationalisierung der Flexibilitätsbewertung 48
4.3 Modellierung von Unsicherheit 50
4.3.1 Wiener Prozess 51
4.3.2 Poisson Prozess 57

5 Fallbeispiel **60**
5.1 Problemstellung 60
5.2 Lösung 60
5.2.1 Grundlegende Annahmen 61
5.2.2 Modellierung der Unsicherheiten 61

5.2.3 Investitionskosten 62
5.2.4 Stochastisches Modell 63
5.2.5 Rekursive Bewertung 63
5.3 Parametrisierung 66
5.4 Resultate 69
5.4.1 Projektwert ohne Flexibilität 69
5.4.2 Projektwert mit Flexibilität 70
5.4.3 Tobin's q 74
5.5 Sensibilitätsanalyse 75
5.6 Offene Fragen und Modellerweiterungen 77

6 Schlussbetrachtungen **79**
6.1 Ergebnisse der Arbeit 79
6.2 Diskussion und Ausblick 80

Literaturverzeichnis **81**

Abbildungsverzeichnis

1.1 Vier Aspekte der Wandlungsfähigkeit 12
1.2 Flexibilität: Kosten und Nutzen 13

2.1 Wert einer Kaufoption auf den Platin-Kurs mit Basispreis 1.500 € 17
2.2 Preisentwicklung und Cashflows über zwei Perioden 26
2.3 Entscheidungsbaum für das Projekt 27
2.4 Lösung DTA: Barwerte für das Projekt 28
2.5 Wert der Stilllegungsoption nach der DTA 29
2.6 Projektwerte: (a) ohne Flexibilität und (b) mit Flexibilität 31

3.1 Entscheidungsbaum (ohne vollständige Information) 36
3.2 Entscheidungsbaum (mit unvollständiger Information) 42

4.1 Überblick der Verfahren der Realoptionstheorie 47
4.2 Operationalisierung: Ein vierstufiger Prozess 49
4.3 Durchführung einer Realoptionsanalyse 50
4.4 Einteilung der stochastischen Prozesse 51
4.5 Realisierungen arithmetischer und geometrischer Brown'scher Bewegungen . . 53
4.6 Histogramm für simulierte Pfadwerte (arithmetisch Brown'sche Bewegung) . 54
4.7 Histogramm für simulierte Pfadwerte (geometrisch Brown'sche Bewegung) . . 54
4.8 Rekombinierender Binomialbaum (arithmetisch Brown'sche Bewegung) 55
4.9 Rekombinierender Binomialbaum (geometrisch Brown'sche Bewegung) 56
4.10 Realisierungen eines homogenen Poisson Prozesses 58
4.11 Histogramm der Endwerte für 10.000 simulierte Pfade 58
4.12 Rekombinierender Binomialbaum für den homogenen Poisson Prozess 59

5.1 Schema der rekursiven Bewertung 64
5.2 Investitionskosten $K_I(q)$ 67
5.3 Mischpreis für $p_t = 100$ € 68
5.4 Wert der Flexibilität für $n_{max} = 1$ 69
5.5 Optimale Ausübungsstrategie für $n_{pr} = 6$ und $n_{ex} = 2$ 70
5.6 Optimale Ausübungsstrategie für $n_{pr} = 2$ und $n_{ex} = 6$ 71
5.7 Optimale Ausübungsstrategie für $n_{pr} = 1$ und $n_{ex} = 11$ 72
5.8 Optimale Ausübungsstrategie für $n_{max} = 15$ 73
5.9 Berechnung des marginalen Tobin's q 74
5.10 Marginaler Tobin's q in Abhängigkeit von q und n_{ex} 75
5.11 Vergleich der Ausübungsstrategie bei unterschiedlicher Unsicherheit 76
5.12 Vergleich der Ausübungsstrategie bei unterschiedlichem Skaleneffekt 77

Tabellenverzeichnis

2.1 Ceteris paribus Analyse des Optionswertes 19

4.1 Definierende Parameter eines Binomialbaumes 55

5.1 Modellparameter 67
5.2 Auszug aus dem Preisprozess 68
5.3 Optimaler Projektwert in Abhängigkeit der Unsicherheit 76
5.4 Optimaler Projektwert in Abhängigkeit des Skaleneffektes 76

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung der Arbeit

Die Entwicklung von Unternehmen ist seit einigen Jahrzehnten maßgeblich von der Globalisierung und der damit verbundenen zunehmenden Dynamik der Märkte geprägt. Eine Konsequenz der globalen Marktverflechtung ist die Intensivierung des Wettbewerbs, die sich idealerweise in Produktivitätszuwächsen und Wohlfahrtssteigerungen äußert. Zumindest jene Länder, die sich in die globale Weltwirtschaft integrieren können,[1] profitieren dabei durch die kontinuierliche Verbesserung des allgemeinen Lebensstandards. Was die Globalisierung aber auch mit sich bringt, ist die zunehmende Unsicherheit in einer, sich immer schneller verändernden, globalen Weltwirtschaft.[2]

Vor diesem Hintergrund wird es immer schwieriger, sich Wettbewerbsvorteile zu verschaffen und besonders Unternehmen in Ländern mit hohem Lohnniveau landen häufig in der sog. *Commodity-Falle*. Dabei gleichen sich die Produkte zunehmend an, Kunden sehen Angebote als weitgehend austauschbar an und wandern letztlich zur preisgünstigeren Konkurrenz ab. Als Beispiele für commoditisierte Produkte können etwa Druckerpapier, Chemikalien und zahlreiche Normteile, wie Schrauben etc. genannt werden. Im Allgemeinen handelt es sich um Erzeugnisse, bei denen der Preis das einzige Unterscheidungsmerkmal darstellt und Wettbewerbsvorteile nur durch Prozessinnovation generiert werden können. Ob ein Unternehmen einen Ausweg aus dieser „Falle“ findet, hängt entscheidend von der Produktpolitik und Fähigkeit zur Innovation ab. Die effektivste und daher vorherrschende Strategie, um sich von der Commoditisierung, also der wachsenden Angleichung der auf dem Markt angebotenen Produkte und Dienstleistungen, zu schützen, ist die systematische Differenzierung.[3] Darunter fällt zwar auch die Preisdifferenzierung, aus Angst vor ruinösen Preiskriegen spiegelt sich die Differenzierungsstrategie aber viel häufiger in einer Steigerung der Produkt- und Variantenvielfalt wider.[4] Dies wiederum bringt im Zusammenhang mit der Commoditisierung eine weitere Herausforderung – immer kürzer werdende Produktlebenszyklen. Grund dafür ist, dass neue Angebote eines Unternehmens schon nach

[1] Im *Schatten der Globalisierung* können auch gegenteilige Effekte beobachtet werden. (Stiglitz 2003)
[2] Vgl. Walter 2009, S. 22 ff.; Farmer/Stadler 2005, S. 355 ff.
[3] Enke/Geigenmüller 2010, S. 16 ff.
[4] Natürlich kann Differenzierung auch noch auf andere Weise (z.B. über Zusatzleistungen oder besondere Kundenverhältnisse) erfolgen.

kurzer Zeit durch Innovation oder zumindest Nachahmung eines Wettbewerbers entwertet werden.[5]

Zusammen mit der exogenen Unsicherheit durch die Dynamik der Umwelt ergibt sich insgesamt ein Unternehmensumfeld, das von schwankenden Auftragsvolumina und kurzfristigen Stückzahländerungen bei gleichzeitig steigender Produktanzahl und Variantenvielfalt gekennzeichnet ist. Um in diesem Umfeld zu bestehen, bedarf es neben vielen anderen Komponenten auch einer Produktion, die sich an veränderte Marktanforderungen anpassen kann, ohne dabei die Effizienz zu verlieren.[6] Anders formuliert: Die Produktion erfordert ein bestimmtes Maß an Flexibilität oder – noch allgemeiner – Wandlungsfähigkeit.[7]

Dieses Ausmaß an Wandlungsfähigkeit optimal zu gestalten, ist die Herausforderung, vor der betriebliche Entscheidungsträger häufig stehen. So erfordert beispielsweise eine Anlage mit größerer Wandlungsfähigkeit zum Anschaffungszeitpunkt eine entsprechend höhere Investition. Dafür sind in weiterer Folge die Umstellungskosten im Falle veränderter Marktbedingungen, verglichen mit einem wandlungsträgen System, geringer und führen zu einem insgesamt erhöhten Nutzen über den Lebenszyklus.[8] Andererseits könnte es ebenso optimal sein, in eine weniger wandlungsfähige Anlage mit geringeren Anschaffungskosten zu investieren und diese gegebenenfalls zu höheren Kosten umzustellen. Beide Anlagen sind im Sinne einer Anpassungsfähigkeit flexibel, die eine mehr, die andere weniger. Zudem hat Flexibilität, wie diese Arbeit im weiteren Verlauf zeigt, immer einen positiven Wert. Man muss sich aber die Frage stellen, ob nicht der Preis, den man für die Flexibilität zahlen muss, ihren Wert überschreitet.[9] Wie bestimmt man nun den monetären Wert der Flexibilität? Genau dieser Frage widmet sich die vorliegende Arbeit.

Dass Flexibilität einen Wert hat, war nie umstritten. In der Fachliteratur existieren zahlreiche Ansätze, die eine Bewertung der Flexibilität versprechen. Einen guten Überblick über die unterschiedlichen Modelle geben die Arbeiten von Rogalski (2009) und Möller (2008). Ein Großteil der dort genannten Konzepte fällt allerdings in die Kategorie der Kennzahlensysteme und entspricht daher nicht der genannten Anforderung der monetären Flexibilitätsbewertung. Viele andere Bewertungsverfahren sind entweder nur eingeschränkt gültig oder vernachlässigen die vielfältigen Handlungsmöglichkeiten des Unternehmens, sich einer unsicheren Zukunft anzupassen.

Ein analytisch lückenloses Konzept für eine korrekte monetäre Flexibilitätsbewertung lieferte Myers (1977) mit dem Ansatz der *Realoptionstheorie*. Er erkannte, dass der zukünftige Handlungsspielraum auf Basis eines laufend unsicheren Unternehmensumfeldes wesentlichen Einfluss auf eine betrachtete Investitionsentscheidung hat. Orthodoxe Ansätze wie die Kapitalwertmethode (*Net Present Value NPV*) lassen den Wert zukünftiger Entscheidungen, damit auch den Wert der Flexibilität, völlig außer Acht und führen so zu einer systematischen Unterbewertung einer Investitionsmöglichkeit. Der Realoptionsansatz ist zwar auch ein Kapitalwertmodell, im Gegensatz zum traditionellen *NPV* werden hier aber die vielfältigen Optionen des Managements, die sich im Laufe der Lebensdauer eines Investitionsprojekts ergeben, nicht vernachlässigt. Dazu gehören etwa elementare Maßnahmen eines reagierenden

[5] Kreutzer 2009, S. 197
[6] Schuh et al. 2004 S. 1
[7] Die Begriffe *Flexibilität* und *Wandlungsfähigkeit* werden vorerst synonym verwendet. Eine Differenzierung der Begriffe erfolgt erst in Abschnitt 1.3.
[8] Vgl. Möller 2008, S. 3
[9] siehe Copeland/Antikarov 2001, S. 13

Managements, wie der Ausbau und die Erweiterung eines Projekts, falls sich die Zukunft besser entwickelt als erwartet, oder die Stilllegung des Projekts, falls Gegenteiliges eintritt. Darüber hinaus existieren aber auch noch viele weitere Handlungsoptionen, wie beispielsweise die Möglichkeit, Entscheidungen hinauszuschieben oder aus neuen Informationen zu lernen.[10] Mittlerweile gilt der Realoptionsansatz als gut abgesichert und hat in der wissenschaftlichen Literatur weite Verbreitung gefunden. Er wird daher als Grundstein der modernen Investitionstheorie die vorliegende Arbeit begleiten.

Ein weiteres Konzept, das im Rahmen dieser Arbeit beleuchtet werden soll, ist der *expected value of perfect information* (EVPI) – im Deutschen gerne als *erwarteter Wert der vollständigen Information* bezeichnet. Der Ansatz stammt aus der präskriptiven Entscheidungstheorie, basiert auf der sog. Bayes'schen Statistik und wird zur Bewertung von Information eingesetzt. Dabei gibt der EVPI die Kosten an, die ein Entscheidungsträger höchstens für die Gewinnung vollständiger Information aufwenden sollte.[11] Inwieweit hier ein Zusammenhang mit dem Wert von Flexibilität besteht, wird erst zu einem späteren Zeitpunkt dargestellt. Einleitend sei nur so viel erwähnt: Die „fairen" Kosten zur sofortigen Aufdeckung der vollständigen Information entsprechen dem maximalen Wert der Flexibilität, wenn man die Möglichkeit hat, diese Information abzuwarten. Rein intuitiv kann Flexibilität zumindest nicht mehr wert sein, als man zur Erlangung absoluter Gewissheit über die zukünftige Entwicklung zu zahlen bereit wäre.

Zusammenfassend lässt sich also festhalten, dass Unternehmen für eine erfolgreiche Umfeldbeherrschung in der Lage sein müssen, *„die Potentiale ihrer Produktionssysteme zur Anpassung an die veränderten Rahmenbedingungen erfassen und bewerten zu können"*.[12] Dadurch besteht konkret der Bedarf nach einem Verfahren, das die Flexibilität des zukünftigen Handlungsspielraums bewerten kann. Mit dem Realoptionsansatz hat man dazu ein geeignetes Werkzeug, welches zudem universell auf den jeweiligen Anwendungsfall angepasst werden kann. Daneben existiert aber auch noch der EVPI-Ansatz aus der präskriptiven Entscheidungstheorie, der die Obergrenze für die Kosten zur Erlangung vollständiger Information beziffert und unter gewissen Voraussetzungen ein Äquivalent zum Realoptionsansatz darstellt.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es – ausgehend von der genannten Problemstellung – ein Konzept zur umfassenden Flexibilitätsbewertung zu entwickeln. Dazu sollen zuerst die oben erwähnten Ansätze für eine monetäre Bewertung der Flexibilität und das dafür erforderliche theoretische Grundgerüst verständlich und nachvollziehbar aufgearbeitet werden, um sie anschließend hinsichtlich ihrer Eignung und möglicher Einschränkungen zu untersuchen. Im Anschluss daran werden die gewonnenen Erkenntnisse auf ein ausführliches Fallbeispiel aus der unternehmerischen Praxis übertragen.

1.2 Aufbau und Kapitelübersicht

Die Arbeit gliedert sich inklusive Einleitung und Schlussbetrachtungen in insgesamt 6 Kapitel. In Kapitel 1 wurden bereits Motivation und Zielsetzung der Arbeit geschildert. Anschließend folgt nun eine Definition des Flexibilitätsbegriffs, die angesichts der verschiedensten

[10] Siehe Dixit/Pindyck 1994, Copeland/Antikarov 2001, uva.
[11] Kasprik 2002, S. 348
[12] Schuh 2004, S. 1

Auffassungen in der Fachliteratur erforderlich ist. Im letzten Abschnitt des ersten Kapitels wird ein Argument aus der einleitenden Motivation weiter bekräftigt und mit kurzen Beispielen untermauert, um Sinn und Zweck der Flexibilitätsbewertung noch besser hervorzuheben.

Kapitel 2 widmet sich dem analytischen Grundgerüst der Realoptionstheorie. Das Konzept wird zuerst von der finanzwirtschaftlichen Perspektive betrachtet, bevor auf das realwirtschaftliche Pendant übergeleitet wird. Es wird gezeigt, dass der zukünftige Handlungsspielraum und somit auch die Flexibilität als Bündel von Realoptionen betrachtet und bewertet werden kann. Dies wird im Anschluss auch an einem einfachen Beispiel demonstriert. Besonders hervorzuheben sind die zum Teil sehr restriktiven Annahmen der Optionstheorie, die großen Einfluss auf die Gültigkeit der Ergebnisse haben.

In Kapitel 3 erfolgt eine kurze Einführung in die Bayes'sche Entscheidungstheorie. Im Vordergrund steht dabei der Wert der Information. Er liefert in vielen Fällen eine grobe Abschätzung, wieviel Flexibilität in einem unsicheren Umfeld überhaupt wert sein kann. Auch hier werden die Ausführungen wieder durch einfache Beispiele ergänzt. Danach widmet sich ein kurzer Abschnitt der rekursiven Bewertung im Rahmen der Dynamischen Programmierung unter Anwendung des Bellman-Prinzips. Im abschließenden Zwischenfazit werden Realoptionsansatz und Informationswert miteinander verglichen und deren Bedeutung bei der Bewertung der Flexibilität beurteilt.

Im 4. Kapitel wird ein Gesamtmodell zur Bewertung der Flexibilität eines Betrachtungsgegenstandes mit vielfältigen Handlungsoptionen über mehrere Perioden abgeleitet. Schwerpunkte des Kapitels bilden die Operationalisierung des Bewertungsvorganges und die stochastischen Prozesse zur Modellierung von Unsicherheit.

Die praktische Umsetzung der Flexibilitätsbewertung an einem Fallbeispiel wird in Kapitel 5 demonstriert. Nach Schilderung der Ausgangslage erfolgt zuerst die Definition der Problemstellung und das Treffen einiger Annahmen. Die tatsächliche Berechnung der abgeleiteten Modelle erfolgt numerisch im Statistikpaket R. Der restliche Teil des Kapitels widmet sich der Darstellung und Analyse der Ergebnisse.

Im abschließenden Kapitel 6 werden die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit noch einmal zusammengefasst und diskutiert. Abgerundet wird die Arbeit durch einen kritischen Ausblick, der auf die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten und zugleich auf die Ausbaufähigkeit der Modelle zur Flexibilitätsbewertung hinweisen soll.

1.3 Definition und Abgrenzung des Flexibilitätsbegriffs

Es gibt kaum ein Unternehmen, das nicht von sich behauptet, in hohem Maße flexibel zu sein. Über die letzten 25 Jahre hat sich eine fast unermessliche Menge an produktionsbezogener Literatur zum Thema *Flexibilität* angesammelt. Dies zeugt nicht nur von der zunehmenden Bedeutung der Flexibilität als Schlüsseldimension fortschrittlicher Produktionssysteme, sondern auch von der Schwierigkeit, Flexibilität als einheitliches Konzept zu erfassen und zu bewerten. Schon die Definition des Begriffs Flexibilität ist der wissenschaftlichen Fachwelt bislang nicht auf einheitliche, vollständige und konsistente Weise gelungen und könnte in unterschiedlichsten Ausführungen mittlerweile ganze Bücher füllen. Diese Tatsache verwundert aber angesichts der unscharfen Abgrenzung der Terminologie zu

verwandten Begriffen wie Anpassungsfähigkeit, Wandlungsfähigkeit, Variabilität, Agilität, Adaptionsfähigkeit, Reaktionsfähigkeit, Elastizität oder Mobilität nicht weiter.[13]

Trotz der unterschiedlichen Auffassungen über den Stellenwert der Flexibilität in der Produktion lassen sich in den meisten Definitionen doch auch grundlegende Gemeinsamkeiten ausmachen. So vertreten nahezu alle Autoren die Meinung, dass Flexibilität den Handlungs- und Entscheidungsspielraum charakterisiert, der im Zusammenhang mit dem Eintritt von Veränderungen genutzt werden kann.[14] In Anlehnung an diese Auffassung lässt sich folgende Definition formulieren.

Definition.[15] *(Flexibilität)*
Flexibilität ist die Fähigkeit eines Produktionssystems, sich

- *innerhalb kürzester Zeit*
- *sowohl proaktiv als auch reaktiv*
- *in einem gegebenen Handlungsspielraum*
- *auf Veränderungen durch interne und externe Einflüsse*

anpassen zu können, um die vorgegebenen Ziele zu realisieren.

Vor diesem Hintergrund spiegelt sich der Gewinn einer Flexibilisierungsmaßnahme im Schaffen zusätzlicher Handlungsoptionen wider, die bei Bedarf realisiert werden können. Was die neu geschaffenen Optionen an Mehrwert bringen, wie schnell und zu welchen Kosten sie realisiert werden können, äußert sich im Wert der Flexibilität. Es liegt damit auch auf der Hand, dass es sich bei der Flexibilität um ein relatives Konzept handelt, das für definierte Betrachtungen nur vergleichende („Strategie A ist flexibler als Strategie B“), aber keine absoluten Aussagen („A ist doppelt so flexibel wie B“) zulässt. Dieser Umstand schmälert jedoch nicht die Bedeutung der Flexibilitätsbewertung, denn solange man auf monetärer Basis quantifiziert, kann man die Kosten einer Flexibilisierungsmaßnahme dem erwarteten Nutzen gegenüberstellen. Vergleichsbasis ist im einfachsten Fall dasselbe Projekt mit starrer Planung und quasi-sicherer Zukunft, also ohne Flexibilität.[16] Jeder Wert, der über diese Vergleichsbasis hinausgeht, ist dem zukünftigen Handlungsspielraum zuzuschreiben und daher gleich dem Wert der Flexibilität.

In produktionsbezogenen Publikationen der letzten Jahre findet man fallweise den Begriff Wandlungsfähigkeit an jenen Stellen, wo wenige Jahre zuvor ausschließlich das Wort Flexibilität verwendet wurde. So müssen Produktionssysteme heute nicht nur flexibel, sondern vielmehr wandlungsfähig sein. *Wodurch unterscheiden sich die beiden Konzepte?* Die Antwort auf diese Frage sollte aus Abbildung 1.1 hervorgehen. Demnach beinhaltet Wandlungsfähigkeit auch Aspekte wie Resilienz, Adaptivität und Agilität und erweitert zugleich die klassische Flexibilität um das Potential, über den vordefinierten Handlungsspielraum hinaus notwendige Veränderungen durchführen zu können.[17]. Das bedeutet auch, dass die Zustände, die das System im Zeitverlauf annimmt, zum Zeitpunkt der Inbetriebnahme ggf. nicht bekannt sind.[18]

[13] Vgl. Rogalski 2009, S. 31 f., Sethi/Sethi 1990, S. 289
[14] Vgl. Rogalski 2009, S. 32
[15] Bernd 2008, S. 409 ff.
[16] Möller 2008, S. 14 ff.
[17] Vgl. Morales 2003
[18] Möller 2008, S. 20

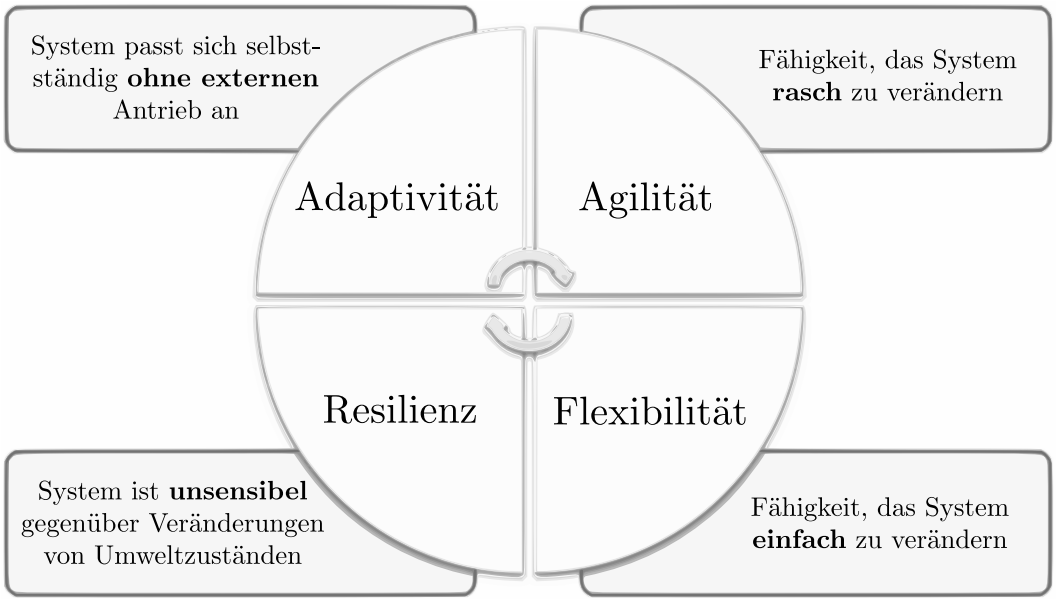


Abbildung 1.1: Vier Aspekte der Wandlungsfähigkeit[19]

Um sich nicht in Definitionen zu verlieren, sei hier auf ein übergeordnetes Wandlungsverständnis im Rahmen dieser Arbeit hingewiesen. Bei der Bewertung der Flexibilität schlägt sich daher alles nieder, was im vordefinierten Handlungsspielraum berücksichtigt wird. Es ist also durchaus möglich, bei der Quantifizierung der Flexibilität auch Aspekte der Wandlungsfähigkeit mitzubewerten.

1.4 Warum man versucht, Flexibilität zu bewerten

Flexibilität unterstützt die Fähigkeit von Unternehmen, sich auf unsichere zukünftige Entwicklungen und schwankende Absatzmengen einstellen zu können, ohne dabei Effizienz einzubüßen. Flexibilität leistet daher als strategischer Erfolgsfaktor einen entscheidenden Beitrag zur Wettbewerbskraft eines Unternehmens. Der Wert der Flexibilität ist auf der einen Seite (siehe Abbildung 1.2) auf eine Veränderung der direkten und indirekten Zahlungsströme zurückzuführen.[20] Allerdings verursacht Flexibilität auf der anderen Seite auch Kosten, nicht nur durch eine erhöhte Anschaffungsinvestition, sondern beispielsweise auch für das Bereithalten momentan nicht benötigter Ressourcen (Material, Personal und Betriebsmittel). Bei der Planung genügt es daher nicht bloß, einen technisch sinnvollen Grad an Flexibilität zu ermitteln,[21] vielmehr muss der Nutzen der Flexibilität in Bezug auf die zukünftige Unsicherheit bei der Beurteilung der Investitionsentscheidung den entsprechenden Aufwand zur Installation der Flexibilität aufwiegen.[22] Dabei gilt: Je größer die Unsicherheit, desto höher ist der Wert der Flexibilität, umgekehrt ist Flexibilität wertlos, wenn es keine Unsicherheit gibt.

[19] In Anlehnung an Fricke/Schulz 2005
[20] Kulatilaka 1988, S. 250
[21] Vgl. Rogalski 2009, S. 33
[22] Kulatilaka 1988, S. 250

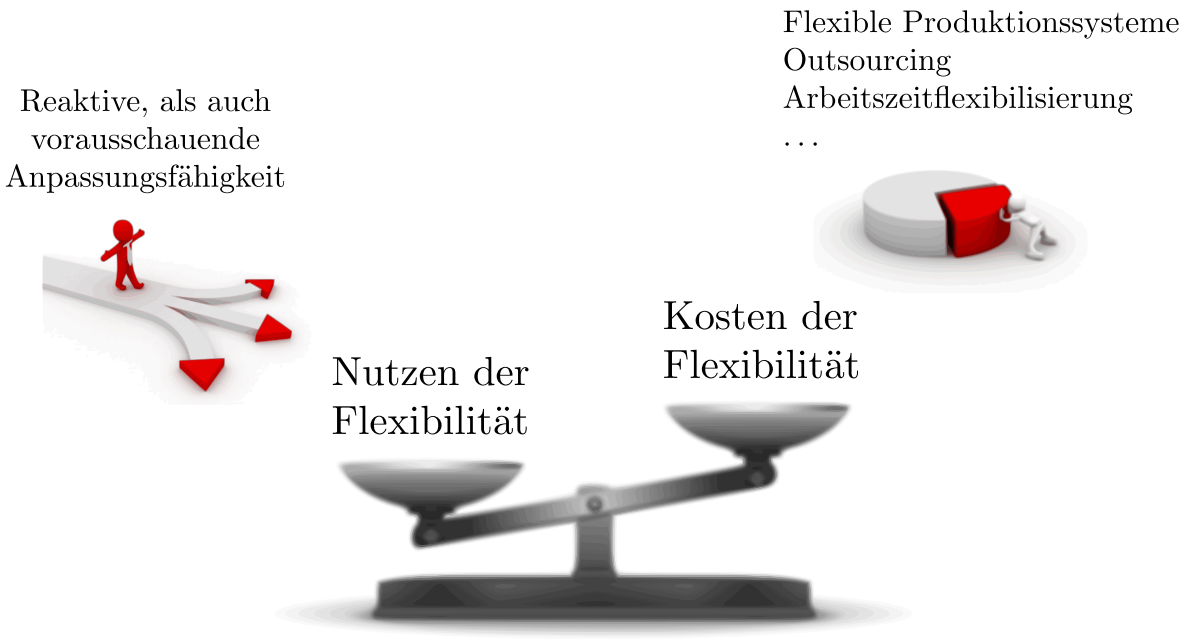


Abbildung 1.2: Flexibilität: Kosten und Nutzen

Die folgenden Problemstellungen (in Anlehnung an Bengtsson 2007) sollen stellvertretend für viele andere Herausforderungen der betrieblichen Praxis zusätzlich den Stellenwert der Flexibilitätsbewertung verdeutlichen:

Variantenvielfalt

Ein Unternehmen möchte ein Produkt produzieren, das in unregelmäßigen Abständen in einer neuen Variante nachgefragt wird. Neue Varianten sollen ohne große Zeitverzögerung angeboten werden können, zugleich will das Unternehmen bereits bestehende Varianten weiter herstellen. Nun soll im Rahmen der Produktionsplanung die Entscheidung getroffen werden, wie der zunehmenden Variantenvielfalt am besten begegnet wird. Zur Auswahl stehen mehrere Produktionssysteme, die sich im Wesentlichen durch ihren Preis und durch den Zeit- und Kostenaufwand für das Umrüsten unterscheiden. Es gibt also einerseits Systeme, die zwar teurer sind, dafür aber mit geringem Aufwand und beinahe ohne Zeitverzögerung an jede denkbare Variante angepasst werden können. Andererseits kommen aber auch Systeme mit geringeren Anschaffungskosten in Frage, die allerdings für neue Varianten nachgerüstet werden müssen und daher auch längere Rüstzeiten erfordern. Das Unternehmen steht daher vor dem Problem:

Soll das teuerste und flexibelste System angeschafft werden
oder ist eine günstigere Alternative besser?

Pauschal kann die Frage nach der optimalen Lösung nicht beantwortet werden, d.h. das teuerste und flexibelste System ist nicht von vornherein zu bevorzugen. Tatsächlich muss man sich die Frage stellen, ob nicht der Preis eines teureren Produktionssystems seinen Nutzen, ausgedrückt im Wert der Flexibilität, überschreitet. Im Hinblick auf modular erweiterbare Produktionsanlagen interessiert betriebliche Entscheidungsträger vor allem auch jener Punkt (falls er existiert), an dem eine Investition in zusätzliche Flexibilität unprofitabel wird. Noch ein weiteres Beispiel:

Schwankende Nachfrage

Ein Unternehmen möchte zwei Varianten eines Produktes herstellen und erwägt dazu die Anschaffung paralleler Produktionslinien. Die Linien können auf unterschiedlichste Weise kombiniert werden, denn es gibt flexible Anlagen, die für beide Varianten des Produktes geeignet sind und auch starre, auf denen jeweils nur eine Variante erzeugt werden kann. Die flexiblen Linien sind teurer in der Anschaffung, bieten dafür im Falle einer Nachfragespitze für eine bestimmte Variante die Möglichkeit, diese auf beiden Linien herstellen zu können, falls entsprechende Kapazitäten verfügbar sind. Das Unternehmen steht daher vor dem Problem:

Sollen alle Linien flexibel gestaltet werden
oder kommen auch starre Anlagen in Frage?

Auch hier ist die flexibelste Ausführung nicht zugleich die wirtschaftlichste. Abhängig von der Unsicherheit der Nachfrage könnte es optimal sein, in spezialisierte (also starre) Linien zu investieren und Spitzenlasten mit zusätzlichen flexiblen Maschinen abzudecken. Vielleicht ist es sogar noch besser, momentan nur starre Linien anzuschaffen und erst in weiterer Folge je nach Bedarf und Entwicklung der Nachfrage die erforderlichen Anpassungen und Erweiterungen im Maschinenpark durchzuführen. Für betriebliche Entscheidungsträger ist daher von großem Interesse, die optimale Maschinenkonfiguration zu bestimmen, die den perfekten Mix aus Flexibilität und dafür erforderliche Anschaffungskosten darstellt. Aber nicht nur im Zusammenhang mit der Anschaffung von Produktionsanlagen kann die Flexibilitätsbewertung Entscheidungen verbessern.

Flexibilisierung der Arbeit

Je nach Auftragslage werden in der Produktion eines Unternehmens über die Stammbelegschaft hinaus flexible Arbeitskräfte benötigt. Dazu bedient man sich eines Personaldienstleisters, auf dessen Mitarbeiterpool in arbeitsintensiven Phasen zurückgegriffen werden kann. Die Leih- bzw. Leasingarbeiter werden vom Verleiher im Rahmen sog. Überlassungsverträge an das Unternehmen verliehen. Natürlich hat diese Flexibilität ihren Preis, weshalb für Leiharbeitskräfte insgesamt deutlich höhere Monatsgehälter anfallen als für Mitarbeiter der Stammbelegschaft.[a] Dafür kann sich das Unternehmen bei schlechter Auftragslage im Rahmen des Tarifvertrages im Allgemeinen sehr rasch wieder vom Leiharbeitspersonal trennen. Im Gegensatz dazu sollten Mitarbeiter der vorhandenen Stammbelegschaft keinesfalls gekündigt werden, da sie durch ihr angesammeltes Know-how für das Unternehmen überlebensnotwendig sind. Das Unternehmen steht daher vor dem Problem:

Sollen zusätzliche Mitarbeiter in die Stammbelegschaft aufgenommen werden?
Wenn ja, wieviele?

[a] Schließlich will der Personaldienstleister auch ein Stück vom Kuchen, ist aber nach dem Arbeitnehmerüberlassungsgesetzt dazu verpflichtet, seinen Mitarbeiter das gleiche Arbeitsentgelt zu gewähren, wie es einem vergleichbaren Arbeitnehmer im Betrieb des Entleihers zusteht. (siehe §9 Nr.2 AÜG)

Wiederum lässt sich auch in diesem Beispiel pauschal keine optimale Strategie angeben. Abhängig vom aktuellen Bedarf und dessen Unsicherheit muss ein Modell aufgestellt werden, das zeigt, wie wertvoll die Möglichkeit ist, eine Arbeitskraft kurzfristig einzustellen und bei Bedarf wieder zu kündigen. Sind die Kosten zur Erlangung dieser Flexibilität höher, sollten

zusätzliche Mitarbeiter in die Stammbelegschaft aufgenommen werden. Zusätzlich könnte man auch noch in Betracht ziehen, inwiefern sich Maßnahmen wie Kurzarbeit auf das Ergebnis auswirken. Oder auch, ob sich die Entscheidungen ändern, wenn eine zweite unsichere Größe dazukommt, beispielsweise die Verfügbarkeit von Leiharbeitern.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass Flexibilität einen Wert hat, der als wichtige Eingangssgröße bei der Entscheidungsfindung einfließen sollte und Entscheidungen zum Vorteil des Unternehmens und seiner Interessensvertreter verbessern kann.[23]

[23] Bengtsson 2007

Kapitel 2

Theorie der Realoptionen

Wie bereits einleitend erwähnt, erfassen Realoptionen – im Gegensatz zu traditionellen Methoden der Investitionsbewertung – auch die Flexibilität beim Treffen von zukünftigen Entscheidungen unter Unsicherheit. Die herkömmliche Kapitalwertmethode wird dadurch in der Realoptionsanalyse (ROA) zu einem Spezialfall, in welchem es keine Handlungsflexibilität gibt. In diesem Kapitel werden zunächst die Charakteristika von Finanzoptionen dargestellt und erläutert, welche Analogien letztlich zur Übertragung des Konzeptes auf realwirtschaftliche Objekte geführt haben. Anschließend folgt ein kurzer Blick auf die verschiedenen Typen von Realoptionen und deren Identifikation, bevor auf die Beziehung zur Flexibilitätsbewertung in der Produktion eingegangen wird. Danach soll ein einfaches Beispiel zeigen, warum die traditionellen Analyseinstrumente Kapitalwertmethode und Entscheidungsbäume als Basis der Realoptionsbewertung genutzt werden. Am Ende des Kapitels werden daraus die wesentlichen Schlüsselannahmen für die Realoptionsanalyse abgeleitet, womit ein Großteil der Vorarbeit zur realoptionsorientierten Flexibilitätsbewertung abgeschlossen ist.

2.1 Was sind Optionen

Definition.[1] *(Finanzoption)*
Eine Option gibt seinem Eigentümer das Recht, aber nicht die Verpflichtung, eine Aktie des zugrunde liegenden Unternehmens (sog. Underlying) zu einem bestimmten Zeitpunkt (Europäische Option) oder während eines bestimmten Zeitraumes (Amerikanische Option) zu einem bestimmten Preis, der üblicherweise als Ausübungspreis bezeichnet wird, zu kaufen (Kaufoption, Call-Option) oder zu verkaufen (Verkaufsoption, Put-Option).

Optionen gibt es auch für Währungen und andere Güter wie Baumwolle, Getreide, Erdöl, Erdgas oder Gold, um nur einige zu nennen. Obwohl Optionen aller Art heute vielfach zum Spekulationsobjekt verkommen sind, dienen sie ihrem eigentlichen Zweck nach der Absicherung gegen Risiken wie Preis- oder Währungsschwankungen. Ziel ist es, das Risiko auf Wirtschaftsakteure zu transferieren, die in der Lage sind, diese zu tragen. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von der effizienten Allokation des Risikos.

[1] Vgl. Copeland et al. 2008, S. 266

Beispielhaft sei ein Hersteller medizinischer Implantate angeführt, der eine in der Zukunft liegende Rechnung für Platin durch ein Optionsgeschäft absichern will. Die Gründe dafür liegen ob des sehr volatilen Platinpreises und der damit verbundenen Schwierigkeiten bei der Planung auf der Hand. Im Detail funktioniert das Absicherungsgeschäft folgendermaßen: Das Unternehmen erwirbt gegen Zahlung einer Optionsprämie das Recht, eine bestimmte Menge an Platin zu einem bestimmten, im Rahmen einer Prognose ermittelten Zeitpunkt zu einem im Voraus festgelegten Preis (Ausübungs- oder Basispreis) zu kaufen. Es handelt sich also um eine physische Europäische Call-Option, mit der sich das Unternehmen durch einen Kapitalaufwand in Höhe der Optionsprämie völlig gegen steigende Platinpreise absichert. Liegt der Platinpreis am Fälligkeitstag über dem Basispreis, entspricht die Differenz zwischen aktuellem Marktpreis und Basispreis dem Wert der Option und das Unternehmen wird sie ausüben. Ansonsten ist die Option wertlos und verfällt.

Bei von Banken emittierten Optionsscheinen wird die verbriefte Option normalerweise nicht wahrgenommen. Vielmehr erfolgt am Ende der Laufzeit (bzw. bei amerikanischen Optionen auch während der Laufzeit) eine einfache Abrechnung, bei der die Differenz aus aktuellem Aktienkurs und Ausübungspreis, sofern positiv, ausbezahlt wird. Steht der Platinkurs beispielsweise bei 1.600 € pro Unze und man hätte das Recht, die gehandelte *Rohstoffaktie* um 1.500 € zu kaufen, wird diese Option meist nicht ausgeübt, sondern die Differenz von 100 € direkt an den Besitzer der Option ausbezahlt. Charakteristisch für eine Option ist daher ihr asymmetrisches Auszahlungsprofil aus Abbildung 2.1.

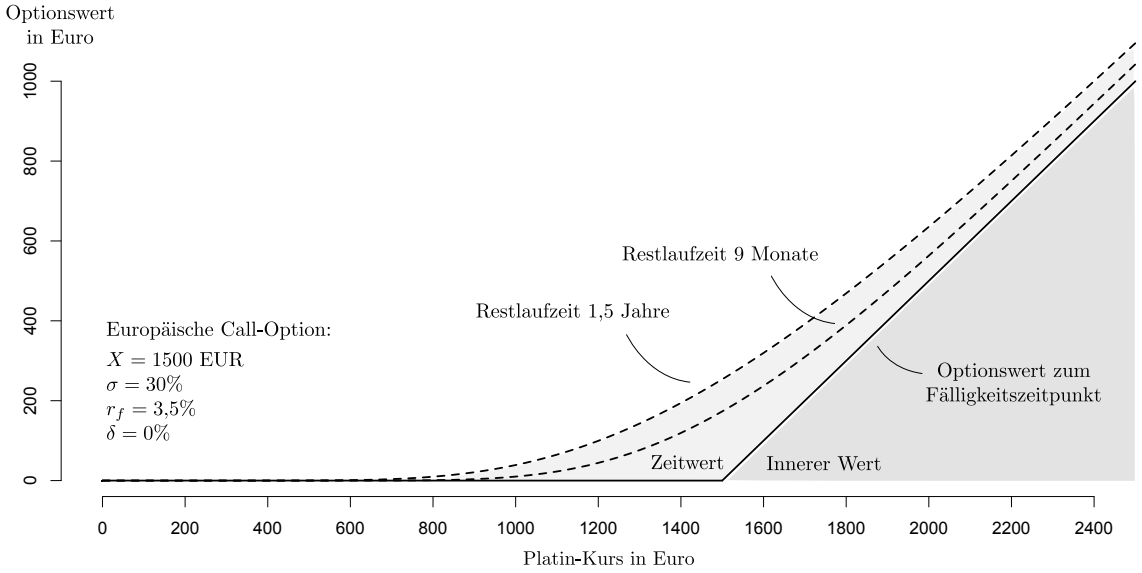


Abbildung 2.1: Wert einer Kaufoption auf den Platin-Kurs mit Basispreis 1.500 €

Mathematisch lässt sich der Wert einer Kaufoption am Ende der Laufzeit schreiben als

$$\text{Wert der Kaufoption} = \max\big[\,\text{Preis des Underlying} - \text{Ausübungspreis}\,;0\,\big]. \tag{2.1}$$

Schlechtestenfalls ist eine Option am Ende ihrer Laufzeit also nichts mehr wert, womit das Verlustrisiko auf den bezahlten Optionspreis begrenzt ist. Das restliche Risiko trägt der Verkäufer der Option (auch Stillhalter genannt). Grundsätzlich hängt es von der Risikoeinstellung eines Marktteilnehmers ab, wie viel er für die Übernahme von Risiko fordert. Jeder verlangt seine individuelle Risikoprämie. Aufgabe der Optionspreistheorie ist es nun,

den Preis eines Absicherungsgeschäftes – also die Optionsprämie – so zu ermitteln, dass sowohl Käufer, als auch Verkäufer einen fairen Handel sehen. Grundsätzlich hängt der Wert einer Option dabei von folgenden sechs Einflussfaktoren ab:

(1) aktueller Wert S_t des Basisinstruments
(2) Ausübungspreis X der Option
(3) Restlaufzeit $T - t$ bis zum Ausübungsdatum T (in Jahren)
(4) Volatilität σ des Underlying (in % p.a.)
(5) risikoloser Zinssatz r_f am Markt (in % p.a.)
(6) Dividendenrendite δ des Basiswertes (in % p.a.)

Eine geschlossene Lösungsformel zur Bewertung europäischer Kauf- und Verkaufsoptionen in Abhängigkeit der ersten fünf genannten Einflussfaktoren veröffentlichten erstmals Black und Scholes in einem Artikel aus dem Jahr 1973.[2] Ihr Modell ermöglicht eine sog. *risikoneutrale Optionsbewertung*, die nicht mehr von den Risikopräferenzen der einzelnen Markteilnehmer abhängig ist, sondern einen „fairen“ Preis für ein Optionsgeschäft angibt. Die risikoneutrale Bewertung ist zwar nur ein Hilfsmittel, es zeigt sich aber, dass der so ermittelte faire Preis auch in einer Welt gilt, in der die Anleger nicht risikoneutral sind. Merton (1973) erweiterte kurz darauf die Formel um den sechsten Einflussfaktor, womit schließlich auch Optionen auf Dividenden zahlende Aktien bewertet werden konnten. Aufgrund seiner Einfachheit eignet sich der Ansatz von Black/Scholes und Merton bestens zur Darstellung grundlegender Aspekte der Optionsbewertung und bildet daher auch in der Fachliteratur häufig den Einstieg in die Bewertung von Realoptionen.

Die risikoneutrale Optionsbewertung stützt sich auf einige, zum Teil sehr restriktive Annahmen[3] bezüglich der vorliegenden „Finanzwelt“. Der wichtigste Einschnitt und damit die zentrale Voraussetzung zur fairen Bewertung von Optionen ist das Vorhandensein vollständiger Kapitalmärkte. Auf vollständigen Kapitalmärkten gilt:

- Es gibt weder Transaktionskosten noch Steuern, weshalb Mittel in unbegrenzter Höhe jederzeit zum risikolosen Zinssatz angelegt bzw. aufgenommen werden können.
- Es gibt auch keine Beschränkung für Leerverkäufe. D.h. ein Marktteilnehmer kann auch Wertpapiere verkaufen, die sich zum Zeitpunkt der Veräußerung gar nicht in seinem Besitz befinden.
- Wertpapiere sind beliebig teilbar.
- Alle relevanten Informationen stehen allen Marktteilnehmern gleichzeitig und kostenlos zur Verfügung.
- *Arbitrage* ist nicht möglich. Als Arbitrage bezeichnet man das Ausnutzen von Preisungleichheiten bei Wertpapieren u. dgl. Auf arbitragefreien Märkten ist es nicht möglich, risikolose Gewinne zu erzielen, indem man einen Kredit zu einem bestimmten Zinssatz aufnimmt und das Geld wieder in ein Portfolio mit höherem Zinssatz investiert.
- Es gilt das *Gesetz des einen Preises*. Für gleiche Güter gibt es nur einen eindeutigen Preis und die doppelte Menge kostet auch doppelt so viel. Diese Eigenschaft wird durch die Arbitragefreiheit der Märkte impliziert.

[2] Vgl. Black/Scholes 1973
[3] Vgl. z.B. Copeland et al. 2008, S. 278; Hilpisch 2006, S.254 f.

- Es existieren stets perfekt korrelierende Zwillingsvermögenswerte, sodass jede beliebige Auszahlungsstruktur repliziert werden kann. Der Wert der Auszahlungsstruktur resultiert dann aus dem Gesetz des einen Preises. Diese Eigenschaft ist zumindest für Finanzoptionen gegeben, weil Basiswert und Optionswert in ihrer zeitlichen Entwicklung perfekt korrelieren. Man kann die Auszahlungsstruktur der Option daher eins zu eins mit dem Underlying nachbauen. Das Risiko fällt damit weg.

Zusätzlich treffen Black/Scholes und Merton die Annahme, dass der Wert des Basisinstrumentes einem stetigen, stationären, stochastischen Prozess folgt und lognormalverteilt ist. Außerdem gehen sie davon aus, dass risikoloser Zinssatz und Dividendenrendite über die Laufzeit der Option konstant bleiben. Demnach errechnet sich der Preis einer Europäischen Call- (C_t) oder Putoption (P_t) zum Zeitpunkt t zu:

$$C_t\left(S_t, T-t\right) = S_t \mathrm{e}^{-\delta(T-t)}\mathcal{N}(d_1) - X\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}\mathcal{N}(d_2)\,, \tag{2.2}$$

$$P_t\left(S_t, T-t\right) = -S_t \mathrm{e}^{-\delta(T-t)}\mathcal{N}(-d_1) + X\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}\mathcal{N}(-d_2)\,, \tag{2.3}$$

wobei $\mathcal{N}(d_i)$ die kumulierte Standard-Normalverteilungsfunktion ist, mit

$$d_1 = \frac{\ln\left(S_t/X\right) + \left(r_f - \delta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad \text{und} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}. \tag{2.4}$$

Im Auszahlungsprofil der Europäischen Kaufoption aus Abbildung 2.1 sind die nach Black/Scholes/Merton berechneten Optionswerte für zwei unterschiedliche Restlaufzeiten strichliert eingezeichnet. Je näher das Fälligkeitsdatum rückt, desto mehr schmiegt sich der aktuelle Optionswert der durchgezogenen Linie (Optionswert zum Ende der Laufzeit) an. Das liegt am sog. *Zeitwert* der Option, der bis zum Fälligkeitsdatum letztlich auf null schrumpft. Was dann noch übrig bleibt ist der *innere Wert* der Option. Er berechnet sich aus der Differenz zwischen dem aktuellen Preis des Underlying und dem Basispreis, sofern diese Differenz positiv ist. Der Zeitwert spiegelt somit die Wahrscheinlichkeit wider, dass bis zur Fälligkeit der Option noch zusätzlicher innerer Wert entsteht.[4]

Einflussfaktor	**Kaufoption**	**Verkaufsoption**
Preis des Underlying steigt	steigt	fällt
höherer Ausübungspreis	fällt	steigt
längere Restlaufzeit der Option	steigt	steigt
Volatilität des Underlying steigt	steigt	steigt
risikoloser Zinssatz steigt	steigt	fällt
Dividendenrendite steigt	fällt	steigt

Tabelle 2.1: Ceteris paribus Analyse des Optionswertes

Inwiefern sich die anderen Einflussfaktoren auf den Wert der Option auswirken, kann zusammenfassend Tabelle 2.1 entnommen werden. Die enthaltenen Informationen können durch eine Sensitivitätsanalyse des Black-Scholes-Merton-Modells gewonnen werden und

[4] Vgl. Feingold/Lang 2004, S. 66 f.

beschreiben die Wirkung der einzelnen Werttreiber qualitativ. Besonders hervorzuheben ist, dass der Wert einer Option mit zunehmender Unsicherheit (Volatilität) steigt. Wird im Anschluss das Optionskonzept von der Finanzwelt auf realwirtschaftliche Objekte übertragen und der Wert einer Realoption zur Berechnung der Flexibilität herangezogen, gewinnt die Flexibilität also an Wert je unsicherer die Zukunft ist.

Das Black/Scholes/Merton-Modell gehört zur Kategorie der analytischen Verfahren der Optionsbewertung und gilt nur für Europäische Optionen. Obwohl Realoptionen in der Regel Amerikanische Optionen sind, wird das Black/Scholes/Merton-Modell in vielen Fällen gerne als erste Abschätzung herangezogen. Ebenfalls in die Kategorie der analytischen Verfahren fällt die risikoneutrale Bewertung anhand replizierender Portefeuilles bzw. risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten (beide Ansätze sind gleichwertig). Darüber hinaus werden heute aber hauptsächlich numerische Methoden (z.B. Gittermodelle, Monte-Carlo Simulationen und Finite Differenzen) eingesetzt, um Optionen korrekt zu bepreisen.[5]

2.2 Optionen in der realwirtschaftlichen Welt

Mit der Entwicklung der finanzwirtschaftlichen Optionsbewertung wuchsen auch die Ambitionen, das Konzept auf realwirtschaftliche Betrachtungen zu übertragen, um den Wert *realer Optionen* bei Investitionsentscheidungen miteinzubeziehen. Der Begriff *Realoption* wurde von Myers (1977) geprägt. Ihm gelang es erstmals, die Optionspreistheorie auf nicht-finanzielle, also reale Investitionen wie mehrstufige F&E-Projekte oder die Erweiterung einer Produktionsanlage, zu übertragen. Myers Arbeit wurde zum Meilenstein, auf dessen Basis bis heute unzählige Publikationen entstanden sind, die das Konzept der Realoption immer wieder weiterentwickelten und so für unterschiedlichste Branchen und deren Aufgabenstellungen zugänglich machten. Einen guten Überblick, wie sich die Investitionstheorie unter Unsicherheit seit Myers verändert hat und inwiefern Entscheidungsträger von der neuen Investitionstheorie profitieren können, geben z.B. Dixit/Pindyck (1994) und Trigeorgis (1996).

Definition.[6] *(Realoption)*
Eine Realoption beinhaltet das Recht, aber nicht die Verpflichtung, eine Handlung (z.B. Warten, Stilllegen, Erweitern, Schrumpfen, ...) zu einem vorher festgelegten Preis (dem Ausübungspreis) eine definierte Zeit lang (Laufzeit der Option) ausüben zu dürfen.

Auf den ersten Blick lassen sich hier viele Parallelen zur Definition einer Finanzoption ziehen und tatsächlich können die einzelnen Parameter einer Finanzoption auch bei Realoptionen identifiziert werden.[7]

(1) Der *aktuelle Wert S_t des Basisinstruments* wird bei Finanzoptionen vom Markt bestimmt und spiegelt die Erwartungen an zukünftige Zahlungsströme, Dividenden und sonstige Gewinne im Zusammenhang mit der Aktie wider. Bei Realoptionen ist das der Kapitalwert (ohne Flexibilität) des betrachteten Projekts oder der betrachteten Investition, also alle zukünftigen Cashflows, die man sich von einem Vorhaben erwartet.

[5] Vgl. Cobb/Charnes 2007
[6] Vgl. Copeland/Antikarov 2001, S. 5
[7] Vgl. Leslie/Michaels 1997, S. 9

(2) Der *Ausübungspreis X der Option* ist die festgelegte Menge an Geld, zu der eine Option ausgeübt werden kann. Sein Äquivalent bei Realoptionen sind daher – abhängig von der Art der Realoption – beispielsweise die Kosten einer Investition (Kaufoption) oder auch die Erlöse, wenn eine Maschine wieder verkauft wird (Verkaufsoption). Der Ausübungspreis fällt natürlich nur dann an, wenn die Option ausgeübt wird.

(3) Die *Restlaufzeit $T - t$ bis zum Ausübungsdatum T* ist bei Realoptionen die gesamte Zeitspanne, während der die Möglichkeit (einer Investition, Erweiterung, Stilllegung, usw.) genutzt werden kann.

(4) Die *Volatilität σ des Underlying*, genauer gesagt die Volatilität der Rendite der zukünftigen Zahlungsströme in Bezug auf die zugrundeliegende Aktie ist im Falle von Realoptionen genauso die Volatilität der zukünftigen Zahlungsströme, aber in Bezug auf den realen Anlagegegenstand.

(5) Der *risikolose Zinssatz r_f am Markt* ist sowohl für Finanz- als auch für Realoptionen der Zinssatz einer sicheren Alternativanlage, deren Laufzeit relativ genau mit jener der Option übereinstimmt.

(6) Die *Dividendenrendite δ des Basiswertes* bestimmt im Falle einer Kaufoption die Höhe der laufend entgangenen Zahlungsströme, die an die Aktionäre ausgeschüttet werden. Bei Realoptionen sind das Zahlungsströme, die über die Laufzeit einer Option beispielsweise an die Konkurrenz verloren gehen. Sie könnten ein Grund sein, warum man Flexibilität aufgibt und eine Option vorzeitig ausübt.

Die einzelnen Werttreiber einer Realoption wirken dabei wie bei ihrem finanzwirtschaftlichen Pendant nach Tabelle 2.1. Trotz der engen Beziehungen gibt es aber auch gravierende Unterschiede. Da wäre zuallererst der Wert des Underlying. Er wird bei Finanzoptionen durch den Handel an der Börse bestimmt und kann von einem einzelnen Investor in der Regel nicht wesentlich beeinflusst werden. Anders verhält es sich bei Realoptionen: Hier wird das Basisinstrument, also beispielsweise ein Projekt, normalerweise nicht gehandelt, folglich kann sein Wert auch nirgends direkt beobachtet werden. Die Ausübung einer Realoption hat dagegen unmittelbaren Einfluss auf seinen Basiswert und dieser wiederum schlägt sich in weiterer Folge auf den Wert aller anderen Realoptionen, denen dasselbe Basisinstrument zugrunde liegt, nieder. Das Fehlen eines marktgängigen Referenzwertes für den Basiswert einer Realoption umgeht man häufig mit der „Marketed Asset Disclaimer“ Annahme. Mehr dazu wird im Verlauf dieser Arbeit angeführt. Unterschiede gibt es aber nicht nur hinsichtlich des Basiswertes, auch die Bestimmung aller anderen Parameter einer Realoption gestaltet sich ungleich aufwändiger. Das setzt sich beim Ausübungspreis, dessen Höhe bei Realoptionen oft nur mit großer Unsicherheit festzustellen ist, fort, geht über den ebenfalls unsicheren Wert der (entgangenen) Dividendenzahlungen und endet bei deren Volatilität, über die in der Regel kaum Informationen vorliegen. Und das, obwohl es gerade die Unsicherheit ist, die einer Option ihren Wert verleiht. Das liegt am bereits vorhin dargestellten asymmetrischen Auszahlungsprofil, wonach man eine Option bei günstiger Entwicklung ausüben kann, dazu aber nicht verpflichtet ist, falls Gegenteiliges eintritt. In Bezug auf die Volatilität ist noch ein weiterer wichtiger Unterschied zwischen Finanz- und Realoptionen zu nennen. So hat der Eigentümer einer Finanzoption kaum die Möglichkeit, die Volatilität des zugrunde liegenden Basiswertes zu beeinflussen, wohingegen die Ausübung einer Realoptionen ohne weiteres zusätzliche Unsicherheit auslösen könnte.[8]

[8] Vgl. Copeland/Antikarov 2001, S. 111

Was sowohl bei Finanz- als auch bei Realoptionen aber immer vorliegt, sind die drei konstitutiven Eigenschaften: Flexibilität, Unsicherheit und Irreversibilität.[9] Demnach beinhaltet eine Option das Recht, aber nicht die Verpflichtung (Flexibilität) zur Ausübung einer zum heutigen Zeitpunkt noch nicht absehbaren Entscheidung (Unsicherheit), welche bei Ausübung nicht mehr (vollständig) rückgängig gemacht werden kann (Irreversibilität).

Insgesamt bleibt festzuhalten, dass man bei der Realoptionsbewertung über eine Schätzung einzelner Parameter nicht hinwegkommen wird. Wenn es allerdings gelingt, die analogen Werttreiber einer Realoption zu bestimmen, kann jede Methode zur Bewertung von Finanzoptionen potentiell auch zur Ermittlung des Realoptionswertes herangezogen werden.[10] Man darf dabei aber nicht vergessen, dass das übertragene Konzept weiterhin auf fundamentalen Annahmen, wie der Vollkommenheit der Kapitalmärkte basiert. Demnach geht die Realoptionstheorie davon aus, dass die Zahlungsströme eines Projekts mit Hilfe eines, sich im Handel befindlichen Zwillingsvermögenswertes, perfekt repliziert werden können. Inwieweit diese oder andere Annahmen für eine betrachtete Realoption zutreffen, muss stets gesondert festgestellt werden. Beispielsweise wird es Unternehmen in rohstoffnahen Branchen leichter fallen, den Bezug zum Kapitalmarkt herzustellen, als das für die meisten Produktionsunternehmen zutrifft. Einige Autoren, darunter z.B. Copeland/Antikarov (2001) haben Schritt für Schritt Anleitungen für die praktische Anwendung der Realoptionsanalyse entwickelt. Sie können die erforderliche Arbeit bei der Bewertung von Realoptionen wesentlich erleichtern.

2.3 Arten von Realoptionen

Bisher wurden Optionen nur in *Call* und *Put* bzw. *Europäisch* und *Amerikanisch* unterschieden. Diese grundsätzlichen Unterscheidungsmerkmale charakterisieren die wesentlichen Eigenschaften einer Option hinsichtlich Auszahlungsprofil und Ausübungsmöglichkeit und gelten deshalb nach wie vor auch in der Realoptionstheorie. Zusätzlich hat sich über die Jahre aber noch eine feinere Klassifizierung, die sich mehr an den ökonomischen Handlungsmotiven von Realoptionen orientiert, als nützlich erwiesen. Im Folgenden wird die von Copeland/Weston/Shastri (2008) vorgeschlagene Strukturierung übernommen und das neue Vokabular mit kurzen Beispielen veranschaulicht, um ein detaillierteres Bild der vielfältigen Einsatzmöglichkeiten der Realoptionsanalyse zu geben. Darüber hinaus lassen sich Realoptionen durch diese Gliederung leichter identifizieren und zur Bewertung einordnen.

Erweiterungsoptionen (häufig auch als *Wachstumsoptionen* bezeichnet) ergeben sich durch die Möglichkeit, auf steigende Nachfrage mit dem Ausbau der Produktionseinrichtungen etc. zu reagieren. Der Ausübungspreis entspricht den Kosten der Erweiterungsinvestition und eine Ausübung könnte jederzeit erforderlich bzw. gewinnbringend sein. Es handelt sich daher um eine Amerikanische Call-Option. Eine Taktzeitverkürzung in der Serienproduktion (mit allen dazu erforderlichen Maßnahmen) könnte als Erweiterungsoption formuliert werden.

Verlängerungsoptionen ergeben sich häufig im Zusammenhang mit Miet- und Pachtverträgen. Gegen Zahlung einer Prämie erhält der Mieter bzw. Pächter das Recht, aber nicht die Verpflichtung, am Ende der Vertragslaufzeit verlängern zu können – eine Europäische Call-

[9] Vgl. Dixit/Pindyck 1994, S.3 ff.
[10] Vgl. Cobb/Charnes 2007

Option. Das Konzept kann auch auf andere Vertragsverhältnisse z.B. mit Zulieferunternehmen oder auf Dienstverhältnisse übertragen werden.

Verkleinerungsoptionen erlauben es Unternehmen, einen Teil des investierten Kapitals rückzugewinnen, indem nicht benötigte Ressourcen einer alternativen Verwendung zugeführt werden – eine Amerikanische Put-Option. Dazu zählt beispielsweise der Verkauf einer nicht mehr benötigten Produktionslinie zu einem fixen Preis. Die drastische Variante davon wird als *Abbruchsoption* bezeichnet. Hier wird sozusagen die Reißleine gezogen und ein gesamtes Projekt zu einem bestimmten Preis (der sich natürlich mit der Zeit verändern kann) verkauft. Zur Ausübung dieser Option kommt es regelmäßig in hochriskanten F&E-Projekten oder auch bei Explorationsvorhaben.

Aufschub- oder *Lernoptionen* beinhalten das Recht, eine Investition aufzuschieben, um neue Informationen abzuwarten. Diese Option ist mit besonderer Vorsicht zu behandeln, da eine mögliche Wettbewerbssituation in vielen Modellen nicht adäquat erfasst werden kann. Spielt der Wettbewerb z.B. aufgrund bestimmter Patente oder Rechte, die ein Unternehmen hält, keine große Rolle, besteht praktisch bei jedem Projekt die Möglichkeit, seinen Beginn hinauszuschieben. Es handelt sich dabei um eine Amerikanische Call-Option, der Ausübungspreis ist die Höhe der erforderlichen Investition. Als Beispiel könnte man sich ein erdölförderndes Unternehmen vorstellen, das bereits heute die Förderrechte für ein bestimmtes Vorkommen besitzt, obwohl die Kosten für die Förderung momentan noch zu hoch sind. Das Projekt wird daher erst umgesetzt werden, wenn der Ölpreis entsprechend gestiegen ist und sich eine Förderung lohnt. Ungenutzte (schlafende) Patente könnten genauso als Aufschuboption identifiziert werden. Aufschuboptionen machen sich vor allem auch zu Zeiten hoher wirtschaftlicher und politischer Unsicherheit bemerkbar. Der Wert des Wartens ist dann besonders hoch und es wird insgesamt weniger investiert.

Wecheloptionen erlauben es Unternehmen, zwischen verschiedenen Technologien oder Verfahren zu wechseln. Dabei handelt es sich eigentlich um ein Portefeuille aus zwei Amerikanischen Optionen, einer Put-Option zur vorübergehenden Stilllegung des momentanen Betriebsmodus und einer Call-Option zur Inbetriebnahme der Alternative. Ein universell für den Winter- und Sommerdienst einsetzbares Instandhaltungsfahrzeug eines Bahnunternehmens könnte als Wechseloption beschrieben werden. Im Winterdienst mit Räumschild und seitlichen Schneefräsen ausgestattet, kann es durch einen Umbau zu fixen Kosten auch für den Sommerdienst (Kran, Astsäge, Kehrbürste, usw.) eingesetzt werden.

Die Liste der genannten Optionsarten ist keinesfalls vollständig, dafür ist das Anwendungsspektrum der Realoptionen einfach zu weitreichend. Einige spezielle Realoptions-Bezeichnungen sollen an dieser Stelle noch erläutert werden: Sog. *Compound Options* sind Optionen auf Optionen. Sie entstehen, wenn ein Projekt über mehrere Phasen aufgebaut wird und es am Ende jeder Phase die Möglichkeit gibt, entweder das Vorhaben gleich zu beenden, oder die weiteren Schritte aufzuschieben. Compound Options sind bei einer realistischen Abbildung eines Projekts eher die Regel als die Ausnahme. Beispielsweise kann bei einem Bergbauprojekt die Option einer späteren Rohstoffförderung nur aufrecht erhalten werden, wenn nach der Exploration nicht schon die Abbruchoption ausgeübt werden muss. Gleichzeitig handelt es sich bei dem betrachteten Beispiel auch um eine sog. *Regenbogenoption*. Bei Regenbogenoptionen existieren immer mehrere Quellen von Unsicherheit. So ist z.B. die Größe des Rohstoffvorkommens unsicher, genauso wie der Rohstoffpreis am Markt. Mit Monte-Carlo Simulationen gelingt es oft, die unsicheren Größen auf eine Zufallsvariable zusammenzuführen. Manchmal kann es aber auch ratsamer sein, Unsicherheiten getrennt

zu behandeln. Wie das funktionieren könnte, zeigen z.B. Copeland/Antikarov (2001).

2.4 Flexibilität als ein Set von Realoptionen

Im Folgenden soll die Beziehung zwischen der Flexibilität und der Realoptionstheorie etwas intuitiver erfasst werden. Flexibilität, wie schon in Abschnitt 1.3 erläutert, kann als grundlegende Eigenschaft eines Unternehmens verstanden werden, sich auf veränderte Rahmenbedingungen anpassen zu können. Sie ist daher wesentlicher Bestandteil eines nachhaltigen Erfolges. Der Begriff Flexibilität liegt aber im Auge des Betrachters. Jeder Einzelne wird dem Wort unterschiedliche Bedeutung zumessen, das zeigen auch die bereits angesprochenen unzähligen Definitionen des Begriffes. Wird jedoch – so wie in dieser Arbeit – Flexibilität als vordefinierter zukünftiger Handlungsspielraum beschrieben, der sich in Bezug auf ein Projekt, ein Produktionssystem oder eine sonstige Investition ergibt, ist eindeutig festgelegt was darunter zu verstehen ist. Für eine objektive und konsistente Bewertung ist diese Voraussetzung unumgänglich.

Wenn erst einmal definiert ist, welche Entscheidungen (Erweiterung, Schrumpfung, Stilllegung, usw.) im Laufe eines Vorhabens getroffen werden können (Festlegen des Handlungsspielraumes), beginnt die eigentliche Bewertung. Man möchte schließlich wissen, unter welchen äußeren Gegebenheiten (Zustand der relevanten Umwelt) eine vordefinierte Maßnahme auf Basis einer weiterhin unsicheren Zukunft umgesetzt werden sollte. Außerdem interessiert es vor allem betriebliche Entscheidungsträger, ob eine vorab installierte Flexibilität (z.B. ein flexibles Produktionssystem) seine Kosten aufwiegen wird. Der entscheidende Punkt ist, dass die zukünftigen Handlungsmöglichkeiten, die einem Projekt die Eigenschaft der Flexibilität geben, auch als ein Set oder Bündel von Optionen interpretiert werden können. Deshalb ist es potentiell möglich, die Flexibilität eines Projekts (oder allgemein eines Systems) mit Hilfe der Realoptionstheorie zu bewerten.

2.5 Realoptionen im Vergleich zur Kapitalwertmethode und Entscheidungsbäumen

Die Kapitalwertmethode (z.B. nach Goetze 2008, S. 71 ff.) ist ein Verfahren der dynamischen Investitionsrechnung und dient zur monetären Beurteilung von Investitionsalternativen. „Dynamisch“ deshalb, weil der Zeitwert des Geldes anhand der gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten $WACC$ in die Rechnung miteinbezogen wird. Die Ermittlung des Kapitalwertes erfolgt über die Abdiskontierung der erwarteten Zahlungsströme $E\left(CF_t\right)$, die vom betrachteten Investitionsobjekt über die gesamte Laufzeit T bewirkt werden, auf den Beginn des Planungshorizontes, abzüglich der Anfangsauszahlung I_0. Ist der Kapitalwert größer Null, wird angenommen, dass das Vermögen der Anteilseigner steigt, wenn das Investitionsprojekt durchgeführt wird. Das lässt sich mathematisch formulieren als

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{E\left(CF_t\right)}{\left(1 + WACC\right)^t} > 0. \tag{2.5}$$

Der Barwert *NPV* (*Net Present Value*) kann als Geldvermögenszuwachs, den das Investitionsprojekt zu Beginn des Planungshorizontes unter Berücksichtigung der Kapitalkosten (Zinsen) erbringt, interpretiert werden.

Definition.[11] *(Cashflow)*
Der Cashflow CF drückt den in einer Periode erwirtschafteten finanzwirtschaftlichen Einnahmenüberschuss des Unternehmens aus. Er ergibt sich aus der Differenz zwischen Geldströmen, die in das Unternehmen herein- und aus dem Unternehmen hinausfließen.

Die Kapitalwertmethode hat zwei wesentliche Nachteile. Zum einen bleibt die Diskontrate *WACC*, mit der zukünftige Zahlungsströme unter Berücksichtigung der Finanzierungsstruktur zum gegenwärtigen Barwert abgezinst werden, über die gesamte Projektdauer konstant. Die Kapitalkosten werden in Unternehmen üblicherweise vom Finanz- und Treasury-Management vorgegeben, spiegeln die Risikoeinstellung der Investoren und der Fremdkapitalgeber wider und berücksichtigen üblicherweise kein projektspezifisches Risiko. Es macht im Rahmen der Kapitalwertmethode beispielsweise keinen Unterschied, ob aus einem Projekt im nächsten Jahr mit Sicherheit genau 6 Millionen Euro rückfließen oder mit gleichen Wahrscheinlichkeiten zwischen 2 und 10 Millionen, was im Mittel wieder einem Wert von 6 Millionen Euro entspricht. In beiden Fällen wird mit den gewichteten Kapitalkosten *WACC* abdiskontiert, obwohl die sichere Zahlung eigentlich mehr wert sein sollte. Außerdem bleiben wegen des konstanten Abzinsungsfaktors Zahlungsströme, die noch in weiter Ferne liegen, genauso sicher bzw. unsicher wie Zahlungsströme am Beginn des Projekts, was eher unrealistisch scheint.[12]

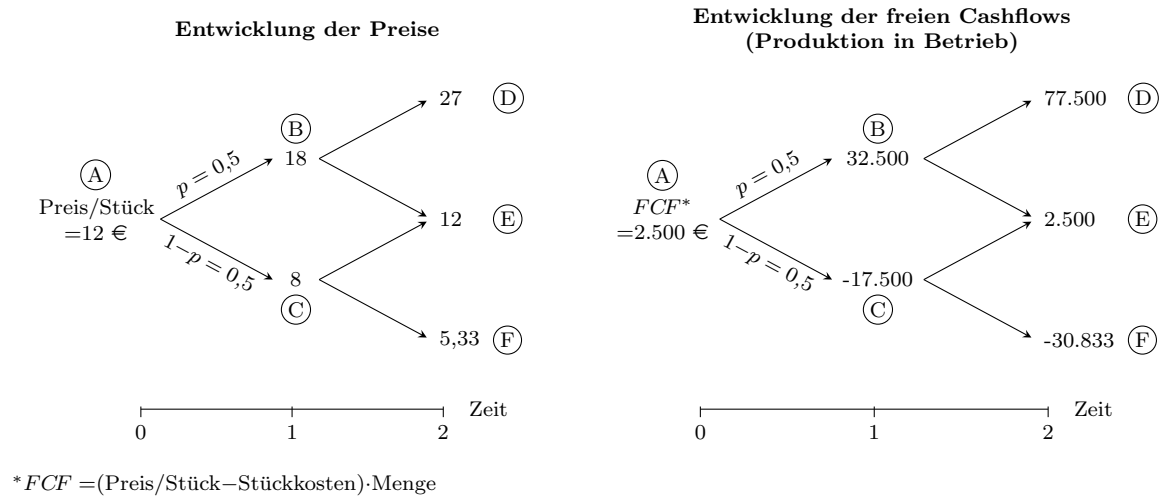
Der zweite und noch viel bedeutendere Nachteil ist, dass die Kapitalwertmethode von einer statischen Investitionsentscheidung ausgeht und die vielfältigen Handlungsoptionen im Zeitablauf ignoriert. Das soll nachfolgend an einem einfachen Beispiel verdeutlicht werden.

Beispiel

Ein Unternehmen hat das Recht, innerhalb der nächsten drei Jahre ein bestimmtes Produkt zu verkaufen. Nach Inbetriebnahme der entsprechenden Produktionsmittel zu Kosten von 25.000 € können jährlich 5.000 Stück hergestellt und abgesetzt werden. Der Preis des Produktes wird vom Markt vorgegeben und beträgt zu Beginn des ersten Jahres 12 €, kann aber jedes Jahr mit jeweils 50%iger Wahrscheinlichkeit entweder um die Hälfte steigen oder um ein Drittel fallen (Abbildung 2.2 links). Die variablen Stückkosten betragen 11,50 € und für den Kapitalkostensatz sollen 10% angenommen werden. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die Anlage für 10.000 € stillzulegen.

Wie lautet die optimale Strategie, wenn das Unternehmen das Ziel hat, den erwarteten Barwert der zukünftigen Cashflows zu maximieren?

[11] Vgl. Preissler 2008, S. 39
[12] Vgl. Rhee et al. 2008



$^*FCF$ =(Preis/Stück−Stückkosten)·Menge

Abbildung 2.2: Preisentwicklung und Cashflows über zwei Perioden

Der Ereignisbaum für die freien Cashflows mit den objektiven Wahrscheinlichkeiten ist in Abbildung 2.2 (rechts) angegeben, unter der Annahme, dass die Produktion in Betrieb ist. Demzufolge errechnet sich der Kapitalwert des Projekts zu

$$NPV = -25.000 + 2.500 + \frac{0,5 \cdot 32.500 + 0,5 \cdot (-17.500)}{1 + 0,1} + \frac{0,25 \cdot 77.500 + 0,5 \cdot 2.500 + 0,25 \cdot (-30.833)}{(1 + 0,1)^2} = -5.006,88\,€$$

und das Projekt würde nicht durchgeführt werden. Dabei vernachlässigt das Kapitalwertkriterium allerdings die Möglichkeit, das Projekt vorzeitig stillzulegen, falls es die zukünftige Preisentwicklung erforderlich macht. Außerdem gäbe es auch die Möglichkeit, den Zeitpunkt der Inbetriebnahme aufzuschieben (zu warten). Zur Erfassung dieser zustandsabhängigen zukünftigen Ereignisse soll im nächsten Schritt eine Entscheidungsbaumanalyse (decision tree analysis, DTA) durchgeführt werden.

Im Entscheidungsbaum steht jeder Knoten entweder für eine Entscheidung (eckig) oder für ein Zufallsexperiment (rund). Abbildung 2.3 zeigt den Entscheidungsbaum mit den jeweiligen Cashflows, angewendet auf das obige Beispiel. Am Beginn der ersten Periode steht die Entscheidung „betreiben“ oder „warten“, wobei angenommen wird, dass keine Kosten anfallen, wenn die Inbetriebnahme der Produktion aufgeschoben wird. Die beiden restlichen Perioden beginnen jeweils mit einem Zufallsknoten (Preis steigt bzw. fällt), wiederum gefolgt von möglichen Entscheidungen über Betrieb, Stilllegung oder Aufschub. Die Kosten für die Inbetriebnahme fallen nur einmalig an, außer es kommt zwischendurch zur Stilllegung. Die eingekreisten Buchstaben kennzeichnen, welche Preise gerade vorherrschen (Vergleich mit Abbildung 2.2).

Um vom Entscheidungsbaum auf den Projektwert zu schließen, bedient man sich des sog. Rollback-Verfahrens (auch Rückwärtsinduktion genannt). Es basiert auf dem Prinzip der Dynamischen Programmierung, mit dem sich eine Entscheidungsfolge optimal bestimmen

lässt (siehe Abschnitt 3.4). Eine detaillierte Beschreibung des Verfahrens findet sich z.B. in Thonemann (2009).

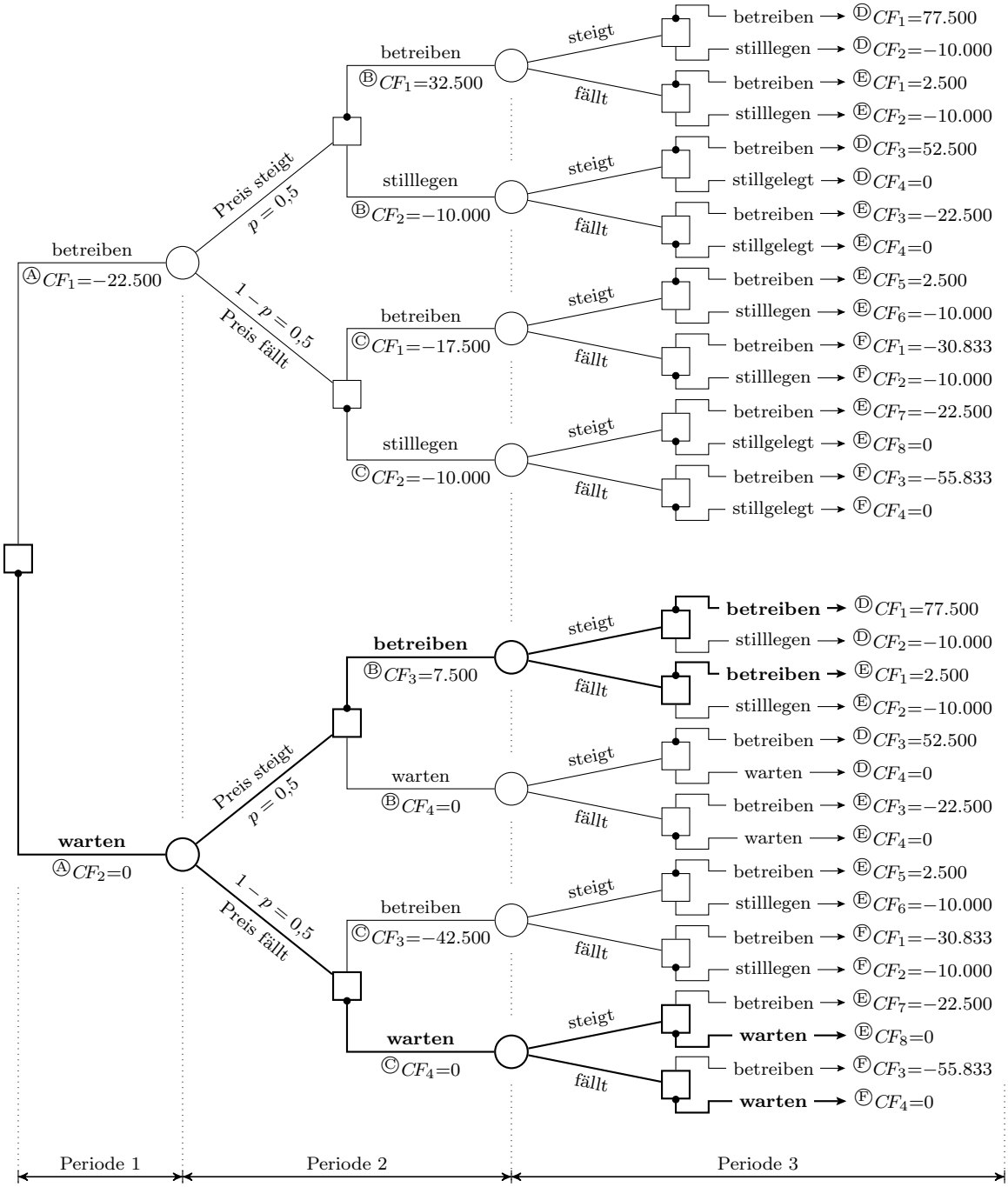


Abbildung 2.3: Entscheidungsbaum für das Projekt

Da das betrachtete Beispiel nur über drei Perioden geht, ist die Lösung einfach. Zuerst wird in der letzten Periode jeweils die richtige Entscheidung aus zwei Möglichkeiten gesucht (16 Entscheidungen in Periode 3). Natürlich ist jene Entscheidung zu bevorzugen, die zu einem höheren Cashflow führt. Danach werden die ausgewählten Cashflows aus Periode 3

mit ihren jeweiligen Wahrscheinlichkeiten eine Periode abdiskontiert und auf die Cashflows aus Periode 2 aufaddiert. Dann erfolgt wieder ein Vergleich, um die optimalen Entscheidungen in Periode 2 zu identifizieren (4 Entscheidungen in Periode 2). Auf diese Weise wird der gesamte Entscheidungsbaum von $t = T$ bis $t = 0$ rekursiv durchschritten, bis letztlich auch die Entscheidung zu Beginn aufgelöst wird (eine Entscheidung in Periode 1). Die optimale Strategie in jeder Periode ist in Abbildung 2.3 durch ausgefüllte Punkte an den Entscheidungsknoten gekennzeichnet. Als Beispiel soll die Entscheidung betrachtet werden, die ansteht, wenn die Anlage zu Beginn in Betrieb geht und der Preis am Anfang der zweiten Periode steigt. Die optimale Entscheidung ergibt sich aus dem höheren Barwert aus:

$$\max\left[\underbrace{32.500 + \frac{0,5 \cdot 77.500 + 0,5 \cdot 2.500}{1 + 0,1}}_{\textit{betreiben 68.863,64}} ; \underbrace{-10.000 + \frac{0,5 \cdot 52.500 + 0,5 \cdot 0}{1 + 0,1}}_{\textit{stilllegen 13.863,64}}\right] = 68.863{,}64\,€$$

In diesem Entscheidungsknoten sollte die Anlage daher weiter betrieben werden.

Im letzten Schritt durchläuft man den Entscheidungsbaum entlang der optimalen Entscheidungen noch einmal von vorne nach hinten und erhält folgende Lösung: Zu Beginn wird mit der Inbetriebnahme gewartet, fällt danach der Preis, so bleibt die Anlage auf alle Fälle außer Betrieb. Steigt der Preis aber nach der ersten Periode, wird die Anlage in Betrieb genommen und verbleibt bis am Ende in diesem Zustand. Die entsprechenden Barwerte sind abschließend in Abbildung 2.4 dargestellt. Für die Kapitalkosten werden weiterhin 10% angenommen.

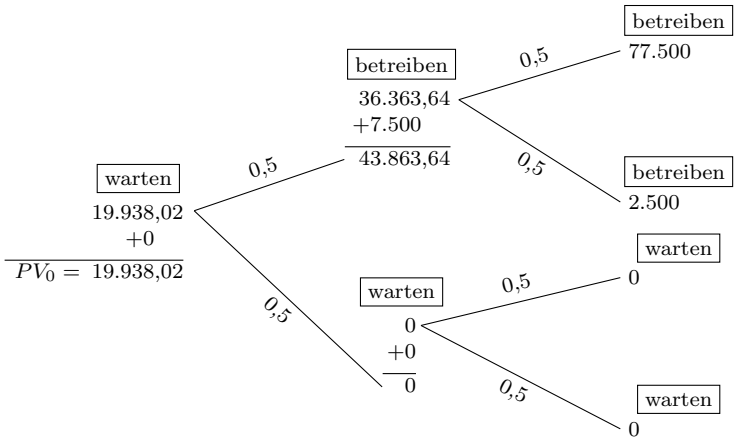


Abbildung 2.4: Lösung DTA: Barwerte für das Projekt

Der Kapitalwert des Projekts mit Aufschub- und Stilllegungsoption beläuft sich anhand der DTA auf 19.938 €. Verglichen mit dem Projektwert, der mit Hilfe der klassischen Kapitalwertmethode ermittelt wurde, ist dies eine Erhöhung um 24.945 €. Diese Differenz zwischen dem Wert des Projekts mit Stilllegungsoption und dessen Wert ohne Handlungsspielraum entspricht dem Wert der Flexibilität (Abbildung 2.5).

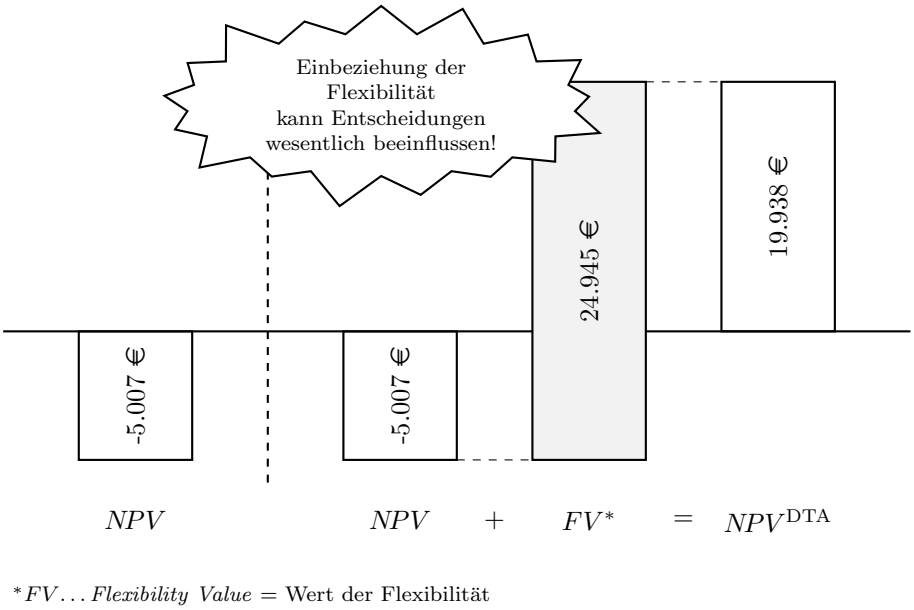


Abbildung 2.5: Wert der Stilllegungsoption nach der DTA

Die DTA kommt dem Realoptionsansatz schon sehr nahe, es gibt jedoch einen wichtigen Unterschied. Wie schon bei der Kapitalwertmethode bleibt auch bei der DTA-Analyse die Diskontrate über den gesamten Baum hinweg konstant. Im obigen Beispiel wurde mit den gewichteten durchschnittlichen Kapitalkosten abgezinst. Nach Ansicht einiger Autoren ist manchmal auch der risikolose Zinssatz zur Diskontierung angemessen, wenn das Projektrisiko nicht vom Markt abhängt[13] und der Investor *präferenzfrei* bewertet.[14] Ein risikoneutraler Bewerter diskontiert zukünftige Zahlungsströme immer mit dem risikolosen Zinssatz, egal ob diese sicher oder unsicher sind.[15] Die Realoptionsanalyse wählt hingegen den Zugang über einen vollkommenen Kapitalmarkt. Demzufolge kann jede beliebige Auszahlungsstruktur anhand eines, sich im Handel befindlichen Zwillingsvermögenswertes repliziert werden, womit ihr Wert über das Gesetz des einen Preises eindeutig bestimmt ist. Wie sich zeigen lässt, kommt es dadurch in jedem Ast automatisch zu einer risikoadäquaten Anpassung des Diskontierungssatzes. Der so ermittelte Barwert eines Projekts mit Flexibilität entspricht dann einem risikoneutralen fairen Marktwert.

Anhand der vorangegangenen Erläuterungen kann Folgendes zusammengefasst werden: Die Kapitalwertmethode gilt als das Standardverfahren zur Beurteilung von Investitionsmöglichkeiten. Die erwarteten Rückflüsse für das eingesetzte Kapital werden zu Opportunitätskapitalkosten abgezinst und dadurch einer alternativen Anlageform gegenübergestellt. Allerdings impliziert das Kapitalwertkriterium eine statische Zukunft, da es davon ausgeht, dass alle Entscheidungen bereits zum Bewertungszeitpunkt getroffen sind. Unternehmerischer Handlungsspielraum auf Basis einer unsicheren Zukunft wird dadurch nicht in die Bewertung miteinbezogen, was zur systematischen Unterbewertung von Investitionsmöglichkeiten führt und Fehlentscheidungen auslösen kann.[16] Bei der Entscheidungsbaumanalyse (DTA)

[13] Ist das Projektrisiko völlig unkorreliert mit dem Markt, folgt aus dem Capital Asset Pricing Model (CAPM), dass es keine Risikoprämie geben soll.
[14] Vgl. Copeland et al. 2008, S. 396
[15] Vgl. Hull/Hoffmann 2009, S. 362 f.
[16] Vgl. Rhee et al. 2008

lässt sich die zukünftige Handlungsflexibilität strukturiert und übersichtlich darstellen. Optimale Entscheidungen werden durch Rückwärtsinduktion identifiziert und der Wert einer Investitionsmöglichkeit errechnet sich schließlich auf Basis der optimalen Strategie. Die DTA ermöglicht es, die strategische Handlungsflexibilität zu erfassen und zu bewerten. Problematisch ist allerdings die Wahl des Abzinsungsfaktors, um das systematische Risiko adäquat abzubilden. Dieser ist theoretisch für jeden Knoten individuell anzupassen, bleibt bei der DTA aber über den gesamten Baum hinweg konstant. Die Marktwertorientierung ist daher nicht mehr gewährleistet. Außerdem entsprechen die Annahmen über die Zustandsentwicklung einer unsicheren Größe im Rahmen der DTA kaum der Realität. Im obigen Beispiel kann z.B. der Preis in jeder Periode nicht nur stark steigen oder stark fallen, sondern auch beliebige dazwischenliegende Werte annehmen. Erweitert man den Entscheidungsbaum dahingehend, stößt man allerdings rasch an die Grenzen der Überschaubarkeit.[17]

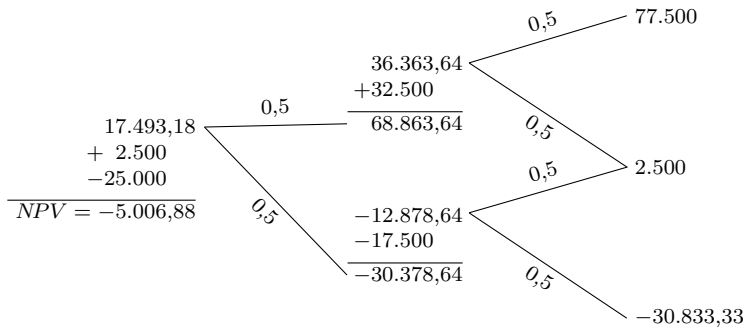
Die Realoptionstheorie vermag es, die beschriebenen Schwächen der traditionellen Budgetierungsmethoden zu beseitigen. Sie stellt den Bezug zum Markt her und ermöglicht eine Bewertung, die unabhängig vom einzelnen Entscheidungsträger und dessen Risikoeinstellung ist.

2.6 Schlüsselannahmen bei der Bewertung von Realoptionen

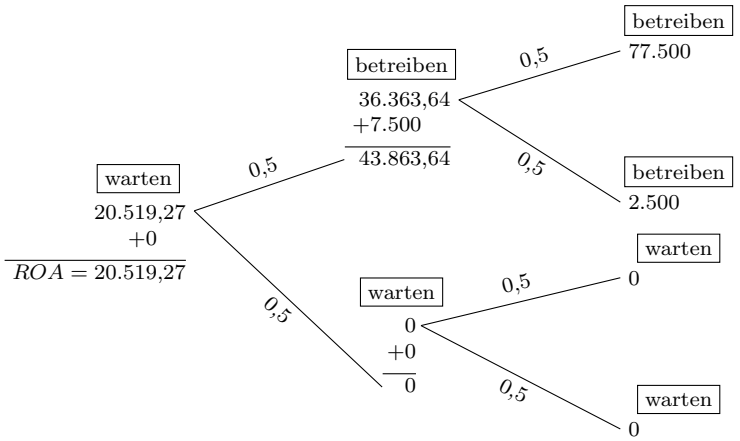
Zentrale Voraussetzung der Realoptionsbewertung ist das Vorliegen vollkommener Kapitalmärkte und die bereits beschriebene Möglichkeit, dass ein am Markt gehandeltes Portefeuille gefunden werden kann, das die Zahlungsstruktur eines Projekts perfekt repliziert. Dazu wird ein gehandelter Vermögenswert benötigt, der die möglichen Zustände des Projekts exakt abbildet. Sobald ein solcher *Zwillingsvermögenswert* identifiziert ist, können alle Realoptionen einer Investitionsmöglichkeit wie gewöhnliche Finanzoptionen über die no-arbitrage Bedingung und das Gesetz des einen Preises bewertet werden. Soweit die Theorie. Die Praxis zeigt, dass ein perfekt korrelierender Zwillingsvermögenswert nur in den seltensten Fällen existiert. Copeland/Antikarov (2001) schlagen deshalb den etwas praxisnäheren Ansatz vor, den Barwert des Projekts selbst (traditioneller *NPV* ohne Flexibilität) als Zwillingsvermögenswert heranzuziehen. „*Was korreliert schließlich besser mit dem Projekt als das Projekt selbst?*“[18] Diese Annahme wird als *marketed asset disclaimer (MAD)* bezeichnet und impliziert, dass der Barwert des Projekts *ohne* Flexibilität am Markt gehandelt wird. Dies mag zwar auf den ersten Blick ein wenig unrealistisch anmuten, Copeland und Antikarov (2001, S.94 f.) argumentieren jedoch, dass die MAD-Annahme stillschweigend bereits im traditionellen Kapitalwertmodell vorausgesetzt wird. Man macht daher im Vergleich zur Kapitalwertmethode zumindest nichts „schlechter“.

Mit Hilfe der MAD-Annahme und replizierender Portefeuilles soll im Folgenden das Beispiel von vorhin korrekt bewertet werden. Das Underlying bildet das Projekt selbst, ohne Flexibilität (Abbildung 2.6(a)).

[17] Vgl. Hommel/Pritsch 1999, S. 128
[18] Siehe Copeland et al. 2008, S. 399



(a) Wert des zugrundeliegenden Projekts (ohne Flexibilität)



(b) Wert der Realoption

Abbildung 2.6: Projektwerte: (a) ohne Flexibilität und (b) mit Flexibilität

Um Zeit und Platz zu sparen, sei die optimale Strategie an dieser Stelle bereits vorweggenommen. Sie ist ident mit jener aus der DTA (was natürlich nicht hätte sein müssen), ihr Wert hat sich jedoch geändert.

Jeder zustandsabhängige Wert aus Abbildung 2.6(b) errechnet sich anhand des zugrundliegenden Basiswertes durch die Bildung eines replizierenden Portefeuilles. Ein solches Replikationsportefeuille setzt sich aus m Stück des Zwillingsvermögenswertes und B Euros einer risikolosen Veranlagung zusammen. Zugrundeliegende Basiswerte werden mit V bezeichnet und C steht für Werte des Projekts mit Flexibilität. Die Indizes 0 und u bzw. d kennzeichnen Ausgangswerte und darauffolgende Werte der Auf- bzw. Abwärtsbewegung. Zwei mögliche Ausschüttungen C_u und C_d können demnach durch ein Portefeuille repliziert werden, für das folgende Gleichungen gelten:

$$mV_u + B\,(1 + r_f) = C_u, \tag{2.6}$$

$$mV_d + B\,(1 + r_f) = C_d. \tag{2.7}$$

Das sind zwei Gleichungen, die linear in zwei Unbekannten sind. Daher gibt es immer eine Lösung, vorausgesetzt $V_u \neq V_d$. Als Beispiel soll der Wert am Beginn der ersten Periode ermittelt werden. Unter der Annahme, dass der risikolose Zinssatz 5% beträgt, gilt für das

replizierende Portefeuille:

$$m \cdot 68.863{,}64 + B\,(1 + 0{,}05) = 43.863{,}64,$$
$$m \cdot (-30.378{,}64) + B\,(1 + 0{,}05) = 0.$$

Löst man die beiden Gleichungen auf, resultiert für m und B

$$m = \frac{C_u - C_d}{V_u - V_d} = \frac{43.863{,}64 - 0}{68.863{,}64 - (-30.378{,}64)} = 0{,}442 \text{ Einheiten},$$

$$B = \frac{C_u - mV_u}{1 + r_f} = \frac{43.863{,}64 - 0{,}442 \cdot 68.863{,}64}{1 + 0{,}05} = 12.787{,}54\,€.$$

D.h. ein Portefeuille bestehend aus 0,442 Einheiten des zugrundeliegenden Basiswertes und ein risikolos angelegter Betrag von 12.788 € bildet die möglichen Rückflüsse aus dem Projekt mit Flexibilität perfekt ab. Nach dem Gesetz des einen Preises muss der heutige Wert dieses Portefeuilles auch gleich dem aktuellen Projektwert sein, da die Rückflüsse in allen Umweltzuständen ident sind.[19] Der Wert des Projekts mit Flexibilität beträgt daher

$$\begin{aligned} C_0 &= mV_0 + B = \\ &= 0{,}442 \cdot 17.493{,}18 + 12.787{,}54 = 20.519{,}27\,€. \end{aligned}$$

Da beim Aufschieben der Inbetriebnahme keine Kosten anfallen, verbleibt ein Projektwert von 20.519 €. Der Wert der Aufschub- und Stilllegungsoption beläuft sich daher auf $20.519 - (-5.006) = 25.525$ €. Zur Erinnerung, bei der DTA waren es 24.945 €. Der Unterschied fällt in diesem Beispiel relativ gering aus, dass sich die optimale Strategie durch die Anpassung der Diskontfaktoren in jedem Knoten aber durchaus ändern kann, zeigen Copeland et al. (2008).

Zusätzlich können nun die risikoadjustierten Diskontsätze retrograd ermittelt werden. Für die eben betrachtete Periode gilt:

$$\begin{aligned} 20.519{,}27 &= \frac{0{,}5 \cdot 43.863{,}64 + 0{,}5 \cdot 0}{1 + WACC} \longrightarrow \\ WACC &= \frac{0{,}5 \cdot 43.863{,}64 + 0{,}5 \cdot 0}{20.519{,}27} - 1 = 6{,}88\% \end{aligned}$$

Man erhält einen Diskontsatz, der weder den Kapitalkosten (10%), noch dem risikolosen Zinssatz (5%) entspricht. Vielmehr ergeben sich die Abzinsungsfaktoren in der Realoptionsanalyse automatisch durch das Gesetz des einen Preises und der impliziten Mischung von riskanter und risikoloser Investition.

Neben der Bewertung von Realoptionen über replizierende Portefeuilles gibt es auch noch den Ansatz der *risikolosen Wahrscheinlichkeiten*. Die beiden Bewertungsmethoden sind mathematisch völlig äquivalent und führen daher auch zum selben Ergebnis. Auf eine nähere Betrachtung der Methode der risikolosen Wahrscheinlichkeiten wird daher nicht eingegangen.

Abschließend können in Anlehnung an Copeland et al. (2008) folgende Schlüsselannahmen bei der Bewertung von Realoptionen zusammengefasst werden:

[19] Vgl. Copeland et al. 2008, S. 395

- *Vollkommene arbitragefreie Kapitalmärkte:*
  Die Rückflüsse aus einem Projekt können anhand replizierender Portefeuilles exakt nachgebaut werden. Ihr Wert ergibt sich über das Gesetz des einen Preises (siehe Annahmen aus Abschnitt 2.1).

- *Preise schwanken zufällig:*
  Diese Annahme ergibt sich aus der Forderung nach vollkommenen Kapitalmärkten. Wenn jeder Marktteilnehmer alle relevanten Informationen kennt, ist alles, was man heute wissen kann, im Marktpreis verarbeitet. Die Preisentwicklung von heute auf morgen ist dann auf Information zurückzuführen, die zwischen heute und morgen bekannt wird. Diese kann allerdings nur zufällig sein, ansonsten wäre sie ja prognostizierbar und letztlich bereits am Markt eingepreist.[20] In Anbetracht dessen ist es einem Investor auch nicht möglich, Informationen aus historischen Daten über Preise zu gewinnen, um dadurch Überrenditen zu erzielen (*schwache Kapitalmarkteffizienz*). Der Wert eines Projekts kann daher als stochastischer Prozess bzw. in diskretisierter Form als rekombinierender Binomialbaum dargestellt werden (siehe Abschnitt 4.3).[21]

- *marketed asset disclaimer (MAD):*
  Der Barwert des Projekts ohne Flexibilität bildet den zugrundeliegenden Basiswert. Anhand der MAD-Annahme wird es potentiell möglich, unternehmerische Handlungsspielräume für beliebige Problemstellungen zu bewerten. Dennoch ist Vorsicht geboten: Von präferenzfreien Marktwerten kann nach wie vor nur dann gesprochen werden, wenn entweder die strengen Voraussetzungen aus Abschnitt 2.1 gelten oder der Projektwert ohne Flexibilität tatsächlich auf einem vollkommenen Markt gehandelt wird. Der strenge Bezug zum Kapitalmarkt wird mit der MAD-Annahme daher nur scheinbar gelöst. Welche Bedeutung der vollkommene Kapitalmarkt für die Anwendung des Realoptionsansatzes hat und wo die Grenzen der präferenzfreien Bewertung liegen, diskutieren Dangl/Kopel (2003) ausführlich.

[20] Siehe Spremann 2004, S. 521
[21] Vgl. Dixit/Pindyck 1994, S. 63

Kapitel 3

Präskriptive Entscheidungstheorie

Die präskriptive Entscheidungstheorie liefert die Grundlagen für das Treffen rationaler Entscheidungen. Sie stellt Methoden zur Strukturierung und Bewertung von Entscheidungsalternativen unter Unsicherheit zur Verfügung und gibt Regeln an, nach denen Entscheidungen getroffen werden sollten. Ein bedeutendes entscheidungstheoretisches Konzept wurde mit der Realoptionsanalyse bereits im vorigen Kapitel dargestellt. Unter anderem konnte dabei festgehalten werden, dass der Wert der Flexibilität mit zunehmender Unsicherheit steigt, d.h. je weniger Informationen über die zukünftige Entwicklung vorliegen, desto wertvoller wird der Handlungsspielraum in dem betriebliche Entscheidungsträger agieren können.

Was aber, wenn man Informationen kaufen könnte, die die Unsicherheit über eintretende Zustände auflösen? Mit kleiner werdender Unsicherheit verliert auch die Flexibilität an Wert, bis sie letztlich, im Falle vollständiger Information (also sicherer Zukunft) völlig wertlos ist. Klarerweise würde niemand einen höheren Betrag für Information bezahlen, als diese eigentlich wert ist. Die Frage, die im Folgenden beantwortet werden soll, lautet deshalb: *Wie viel wäre man bereit für zusätzliche Information zu bezahlen und in welchem Zusammenhang steht dieser Preis mit dem Wert der Flexibilität?*

3.1 Wert der vollständigen Information

Entscheidungen müssen häufig auf Basis unvollständiger Informationen getroffen werden. Hätte ein Entscheidungsträger aber die Möglichkeit, an zusätzliche Information zu gelangen, würde er bis zu einem gewissen Betrag sogar dafür bezahlen. Schließlich kann er auf deren Grundlage bessere Strategien entwickeln, das Risiko verringern und höhere Erträge erzielen.[1] Nicht umsonst beschäftigen Unternehmen ganze Abteilungen, die sich mit der Informationsgewinnung auseinandersetzen (beispielsweise um das Absatzpotenzial eines neuen Produktes zu prognostizieren). Dabei ist nicht immer klar, ob der erwartete Nutzen der zusätzlichen Information die Kosten der Informationsbeschaffung aufwiegen kann.

Angenommen es wäre möglich, einen vollkommenen Informationsstand zu erlangen, dann lässt sich dieser als *expected value of perfect information* (EVPI) quantifizieren. Der EVPI gibt eine Preisobergrenze an, die ein Unternehmen bei der Beschaffung vollständiger Information nicht

[1] Vgl. Pindyck et al. 2009, S. 237

überschreiten sollte und errechnet sich als Differenz zwischen dem Erwartungswert einer Entscheidung bei vollständiger Information und dem Erwartungswert bei unvollständiger Information.[2] In einer Entscheidungssituation der realen Geschäftswelt ist die Chance, an vollständige Information zu gelangen, zwar gering, nichtsdestotrotz gibt der EVPI eine einfach zu berechnende Benchmark für den Wert zusätzlicher Information an. So dürfen alle Maßnahmen zur Informationsgewinnung zumindest nicht mehr kosten als der EVPI, denn keine Informationsquelle kann mehr wert sein als der Wert der vollständigen Information. Zur Veranschaulichung soll das folgende einfache Beispiel betrachtet werden:

Beispiel

Ein Pharmaunternehmen hat sich verpflichtet, alle österreichischen Bundesländer mit Grippe-Impfstoff zu versorgen. Nun rollt eine neue Grippewelle heran, für die das Unternehmen die optimale Menge an Impfstoff bereithalten will. Eine Dosis kann zu Kosten von 2 € hergestellt und versandfertig eingelagert werden. Der Erlös aus dem Verkauf einer Dosis beträgt 12 €. Zu Planungszwecken geht das Management von drei möglichen Szenarien aus:

(1) Die Grippe ist *gefährlich*, hochgradig ansteckend und breitet sich rasant aus. 4.000.000 Menschen wollen sich durch eine Impfung schützen. (Wahrscheinlichkeit 10%)

(2) Es handelt sich um eine gewöhnliche saisonale Grippe, die relativ *mild* verläuft und sich mäßig ausbreitet. 500.000 Impfdosen werden benötigt. (Wahrscheinlichkeit 60%)

(3) Die Grippewelle ist *harmlos* und lediglich 50.000 Menschen lassen sich vorsorglich impfen. (Wahrscheinlichkeit 30%)

Entsprechend der möglichen Szenarien berücksichtigt das Unternehmen auch nur drei Strategien, in denen entweder 4 Mio. (1), 500 Tsd. (2) oder 50 Tsd. (3) Dosen hergestellt werden. Sollte sich herausstellen, dass zu wenige Dosen auf Lager gelegt wurden, gibt es die Option, kurzfristig Ersatz zu beschaffen. Allerdings fallen in diesem Fall nicht Kosten von 2 €, sondern 17 € pro Dosis an. Die Haltbarkeit des Impfstoffs reicht nicht bis zur nächsten Grippewelle. Was also am Ende der Grippesaison übrig bleibt, verkommt zu Restmüll und ist wertlos. Der Einfachheit halber soll davon ausgegangen werden, dass die Impfdosen bereits versandbereit sein müssen, bevor die Grippesaison beginnt. D.h. die Produktionsentscheidung muss auf Basis der unsicheren Entwicklung getroffen werden und kann vorerst nicht abgewartet werden.

Wie viel würde das Unternehmen für vollständige Information bezahlen?

Erwartungswert des Ergebnisses ohne Information:

Das Pharmaunternehmen steht vor dem in Abbildung 3.1 skizzierten Entscheidungsproblem. Die Cashflows errechnen sich, indem für jede ab Lager verkaufte Dosis 10 € Deckungsbeitrag erwirtschaftet werden, jede zum Schluss noch im Lager befindliche Dosis Kosten von 2 € verursacht und sich jede nicht auf Lager produzierte aber benötigte Dosis mit Verlusten von 5 € niederschlägt. Weil der eintretende Zustand a priori nicht bekannt ist, wählt das Management die Strategie mit dem höchsten Erwartungswert. Dabei handelt es sich um Strategie 2 mit einem Erwartungswert E_{oI} (ohne Information) von 1.630.000 €. Die Bewertung erfolgt risikoneutral mit Hilfe des Erwartungswertkriteriums, sie könnte aber auch entsprechend der Risikoeinstellung des Unternehmens gewichtet werden.

[2] Siehe Grob/Schultz 2000, S. 11; Pindyck et al. 2009, S. 237

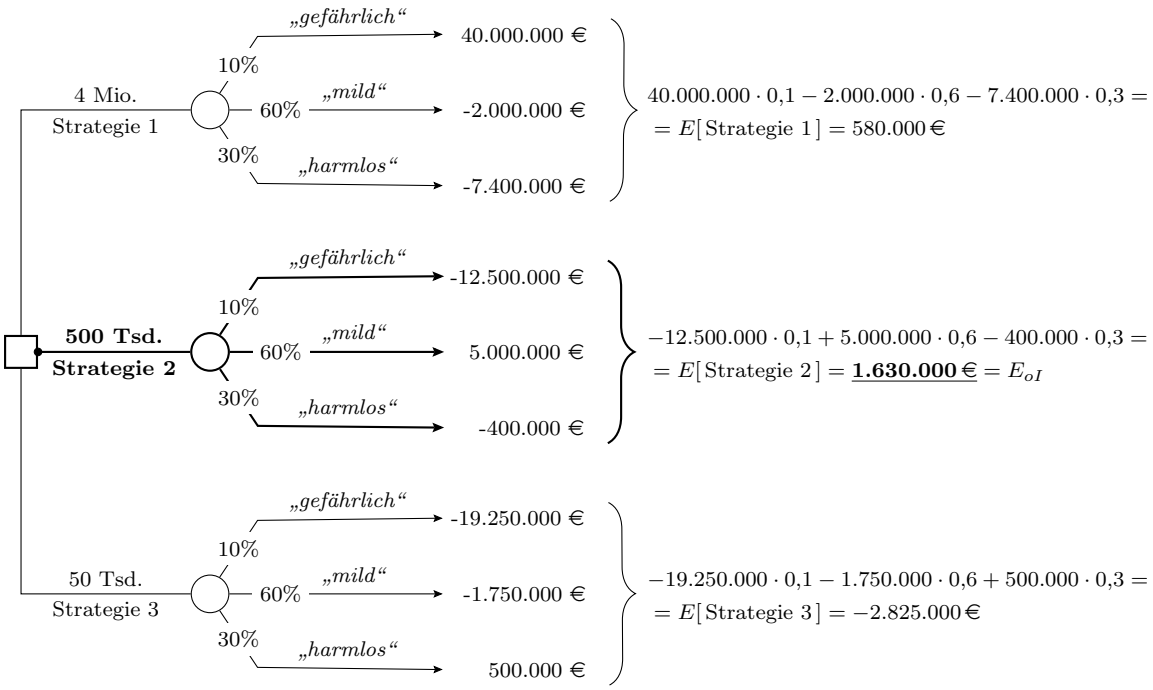


Abbildung 3.1: Entscheidungsbaum (ohne vollständige Information)

Erwartungswert des Ergebnisses mit Information:

Nun soll angenommen werden, dass das Unternehmen Informationen einholen kann, mit denen ein sicherer Rückschluss auf den zukünftigen Zustand möglich ist. In diesem Fall wird die Entscheidung erst nach dem Informationszugang gefällt. Mit sicherem Wissen über das eintretende Szenario wird das Unternehmen jene Strategie wählen, die jeweils den höchsten Gewinn verspricht. Bei vollständiger Information sind deshalb folgende Cashflows möglich:

$$\begin{aligned}
\text{Szenario 1} &\longrightarrow \text{Strategie 1} \longrightarrow 40.000.000\,€\\
\text{Szenario 2} &\longrightarrow \text{Strategie 2} \longrightarrow 5.000.000\,€\\
\text{Szenario 3} &\longrightarrow \text{Strategie 3} \longrightarrow 500.000\,€
\end{aligned}$$

Klarerweise erfolgt die Bewertung der vollständigen Information noch bevor diese zur Verfügung steht. Die einzelnen Szenarien treten deshalb nach wie vor mit den a priori-Wahrscheinlichkeiten ein. Der Erwartungswert E_{mI} (mit Information) ergibt sich damit zu

$$E_{mI} = 40.000.000 \cdot 0{,}1 + 5.000.000 \cdot 0{,}6 + 500.000 \cdot 0{,}3 = 7.150.000\,€.$$

Dieser Wert entspricht zugleich der sog. *„wait-and-see“* Lösung des Problems, also dem erwarteten Rückfluss, wenn man die Möglichkeit hätte, die Information abzuwarten.

Wert der vollständigen Information:

Hätte das Unternehmen Zugang zu vollständiger Information, würde der erwartete Gewinn um $7.150.000 - 1.630.000 = 5.520.000\,€$ steigen. Dies ist gleichzeitig der Wert der vollständigen Information (EVPI) und jener Betrag, den das Unternehmen maximal aufwenden sollte, um Sicherheit über die eintretenden zukünftigen Zustände zu erlangen. Angenommen

die vollständige Information könnte um 5.520.000 € zugekauft werden, dann wäre das Management indifferent zwischen:

- der Situation ohne Information, in der Strategie 2 den höchsten Erwartungswert erzielt
- und der Situation, in der die Information gekauft wird und die Entscheidung erst danach fällt.

Ist die Information aber günstiger, sollte sie beschafft werden.

Auf Basis des Bayes'schen Theorems ist noch ein umfassenderes Modell der Informationsgewinnung möglich, bei dem auch unvollständige Information berücksichtigt werden kann. Wird die Information erst nach und nach im Zeitablauf aufgedeckt, so kann dieser Vorgang ebenfalls im Entscheidungsbaum modelliert werden.

3.2 Bayes-Theorem

Das Bayes'sche Theorem ist eine einfache mathematische Formel aus der Statistik, die den Zusammenhang zwischen bedingten, gemeinsamen und A-priori-Wahrscheinlichkeiten angibt.

Definition. *(Bayes-Theorem)*
Es seien A und B zwei Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$, dann gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeit

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}. \tag{3.1}$$

Folgendes Beispiel soll diesen Zusammenhang verdeutlichen:

Beispiel

Ein Unternehmen weiß aus Erfahrung, dass 5% der Produktionsmaschinen innerhalb des nächsten Jahres aufgrund von Defekten repariert werden müssen. Welche Maschinen betroffen sein werden, kann nicht gesagt werden. Es gibt aber die Möglichkeit, zum heutigen Zeitpunkt eine Überprüfung durch einen Techniker zu veranlassen. Dieser kann sich natürlich auch irren, aber in 90% der Fälle liegt er mit seiner Einschätzung richtig.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Maschine tatsächlich innerhalb des nächsten Jahres reparaturbedürftig wird, wenn es der Techniker im Zuge der Überprüfung feststellt?

Angenommen das Ereignis A sei der Ausfall einer Maschine innerhalb des nächsten Jahres, dann ist $P(A) = 5\%$ die A-priori-Wahrscheinlichkeit für einen Maschinenausfall. „A-priori" bedeutet, dass sich diese Wahrscheinlichkeit auf jenen Informationsstand bezieht, der zu Beginn der Analyse, also noch vor der Einholung zusätzlicher Information, vorliegt.[3] Das Ereignis B tritt ein, wenn der Techniker bei der Überprüfung der Maschine Mängel feststellt, die auf einen Reparaturbedarf hindeuten. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist zunächst noch nicht bekannt. Das Unternehmen weiß aber, dass der Techniker eine reparaturbedürftige Maschine mit einer Wahrscheinlichkeit von $P(B|A) = 90\%$ erkennt. Umgekehrt kann es mit $P(B|A^c) = 10\%$ aber auch passieren, dass eine Maschine ohne Mangel vom Techniker

[3] Siehe Nitzsch 2007, S. 220

als reparaturbedürftig eingestuft wird, wobei A^c das Komplement von A darstellt. Die Wahrscheinlichkeiten $P(B|A)$ und $P(B|A^c)$ werden in der Literatur gerne als sog. *Likelihoods* bezeichnet. Sie drücken mehr oder weniger aus, wie zuverlässig die eingeholte Information ist.

Für die Berechnung der gefragten Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$ fehlt jetzt nur noch $P(B)$. Diese Wahrscheinlichkeit lässt sich aber einfach aus zwei Fällen zusammensetzen:

Fall 1: Maschine ist mangelhaft, wird innerhalb des nächsten Jahres reparaturbedürftig ($P(A) = 5\%$) und der Techniker schätzt das richtig ein ($P(B|A) = 90\%$).

Fall 2: Maschine ist eigentlich in Ordnung ($P(A^c) = 95\%$), aber der Techniker diagnostiziert irrtümlicherweise einen Mangel ($P(B|A^c) = 10\%$).

Die Wahrscheinlichkeit $P(B)$, dass der Techniker bei einer Maschine Reparaturbedarf ermittelt, ist daher gleich

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A) \cdot P(B|A) + P(A^c) \cdot P(B|A^c) = \\ &= 0{,}05 \cdot 0{,}90 + 0{,}95 \cdot 0{,}10 = 14\%. \end{aligned}$$

Damit errechnet sich die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit, dass eine Maschine tatsächlich innerhalb des nächsten Jahres reparaturbedürftig wird, wenn dies der Techniker im Zuge der Überprüfung feststellt, mit Hilfe des Bayes'schen Theorems letztlich zu

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}90}{0{,}14} = 32{,}14\%.$$

Dieses Ergebnis ist durchaus überraschend, denn obwohl der Techniker eine mangelhafte Maschine in 90% der Fälle richtig identifiziert, besteht eine 67,86%ige Wahrscheinlichkeit, dass eine als reparaturbedürftig eingeschätzte Maschine doch nicht ausfallen wird. Die Ursache dafür liegt in den Relationen der Wahrscheinlichkeiten. Eine Maschine wird nur mit 5%iger Wahrscheinlichkeit ausfallen, wohingegen sich der Techniker mit der doppelten Wahrscheinlichkeit von 10% bei seiner Beurteilung irrt.

Wofür man das Bayes'sche Theorem im Kontext der Entscheidungstheorie verwenden kann, wird im nächsten Abschnitt anhand der Fortführung des Beispiels aus Abschnitt 3.1 erläutert.

3.3 Wahrscheinlichkeitstheoretische Modellierung von Information

Der Wert eines Projekts hängt wesentlich von der Information ab, die zum gegenwärtigen Zeitpunkt verfügbar ist. Da Information üblicherweise im Zeitablauf frei wird, besteht großes Interesse daran, den Prozess der Informationsaufdeckung detailliert abzubilden. Formal kann dies mit Hilfe sogenannter *σ-Algebren* und dem Konzept der *Filtration* geschehen. Die Grundlage bildet dabei ein Wahrscheinlichkeitsraum mit folgender Definition:

Definition. *(Wahrscheinlichkeitsraum)*
Ein Wahrscheinlichkeitsraum ist gegeben durch das Tupel $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, mit

(a) der Grundgesamtheit Ω, bestehend aus den Elementarereignissen ω_j,
(b) $\mathcal{F}$, einer Menge an möglichen Ereignissen, bestehend aus Teilmengen von Ω und

(c) dem Wahrscheinlichkeitsmaß P, das jedem Ereignis in $\mathcal{F}$ eine Wahrscheinlichkeit zuordnet.

Die Grundgesamtheit Ω repräsentiert die Struktur des betrachteten Zufallsexperiments (Menge aller möglichen Versuchsausgänge). Wird im Folgenden wieder das Beispiel aus Abschnitt 3.1 betrachtet, dann ist

$$\Omega = \{\textit{gefährlich, mild, harmlos}\}.$$

Das Mengensystem $\mathcal{F}$ besteht aus messbaren Teilmengen der Grundgesamtheit. Bei einer abzählbaren Menge an Elementarereignissen könnte $\mathcal{F}$ alle möglichen Kombinationen dieser Ereignisse enthalten. Bei nicht abzählbarer Grundgesamtheit lassen sich Teilmengen beispielsweise in Form von Intervallen bilden. Neben beliebigen Teilmengen findet sich in $\mathcal{F}$ in jedem Fall das *sichere* Ereignis, also die Menge Ω selbst und alle weiteren Mengen, die durch Operationen wie *Durchschnitt*, *Vereinigung* und *Komplementbildung* entstehen können. Damit eingeschlossen ist auch die leere Menge $\emptyset$, die das sogenannte *unmögliche* Ereignis beschreibt. Ein solches Mengensystem $\mathcal{F}$ wird auch als σ-Algebra bezeichnet.[4]

Definition.[5] *(σ-Algebra)*
Sei Ω eine nichtleere Menge und $\mathcal{F}$ ein System von Teilmengen aus Ω, dann ist $\mathcal{F}$ eine σ-Algebra, falls gilt:

(a) $\Omega \in \mathcal{F}$ und $\emptyset \in \mathcal{F}$.
(b) Ist ein Ereignis $A \in \mathcal{F}$, dann folgt für das Komplementärereignis $A^c := \Omega \setminus A \in \mathcal{F}$.
(c) Aus A, $B \in \mathcal{F}$ folgt $A \cup B \in \mathcal{F}$, $A \cap B \in \mathcal{F}$ und $A \setminus B \in \mathcal{F}$.
(d) Sind A_1, A_2, $\ldots \in \mathcal{F}$, so ist auch $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$ und $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$.

Die σ-Algebra $\mathcal{F}$ beschreibt die Gesamtheit aller beobachtbaren Ereignisse auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Berücksichtigt man zusätzlich auch den zeitlichen Ablauf, so gibt die σ-Algebra $\mathcal{F}_t$ alle bis zum Zeitpunkt t beobachtbaren Ereignisse an.[6] Dem Beispiel aus Abschnitt 3.1 liegen drei Zeitpunkte zugrunde: Zu $t = 0$ erfolgt die Produktionsentscheidung (Strategie 1 bis 3) und zu $t = 2$ stellt sich ein Zustand ein (Szenario 1 bis 3). Der dazwischenliegende Zeitpunkt $t = 1$ wird im Anschluss für die Erweiterung des Beispiels benötigt und spielt momentan noch keine Rolle. Die σ-Algebren lauten daher:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_0 =& \{\emptyset, \Omega\} \\
\mathcal{F}_2 =& \{\emptyset, \Omega, \{\textit{gefährlich}\}, \{\textit{mild}\}, \{\textit{harmlos}\}, \\
& \{\textit{gefährlich, mild}\}, \{\textit{gefährlich, harmlos}\}, \{\textit{mild, harmlos}\}\}
\end{aligned}$$

Wie man sieht, ist $\mathcal{F}_0$ in $\mathcal{F}_2$ enthalten. Diese Eigenschaft wird wahrscheinlichkeitstheoretisch als *Filtration* bezeichnet und bedeutet, dass im Zeitablauf keine Information verloren geht. Die Filtration spiegelt demnach auch die zeitliche Informationsenthüllung wider.

Definition.[7] *(Filtration)*
Die Familie $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in T}$ heißt eine Filtration (in Ω), wenn sie isoton ist, wenn also gilt

$$s \leq t \;\Rightarrow\; \mathcal{F}_s \subseteq \mathcal{F}_t \qquad (s, t \in T)\,. \tag{3.2}$$

[4] Vgl. Hänsler 2001, S. 15
[5] Siehe Eckle-Kohler/Kohler 2009, S. 80
[6] Vlg. Wallmeier 2003, S. 248
[7] Siehe Bauer 2002, S. 138

Zur vollständigen Charakterisierung des Wahrscheinlichkeitsraumes fehlt jetzt noch das Wahrscheinlichkeitsmaß P. Dieses ist erforderlich, um die einzelnen Ereignisse überhaupt messbar zu machen. Ohne die Zuweisung von Wahrscheinlichkeiten wäre es unmöglich, den Wert zusätzlicher Information zu beurteilen.

Definition.[8] *(Wahrscheinlichkeitsmaß)*
Sei Ω eine nichtleere Menge und $\mathcal{F}$ eine σ-Algebra über Ω. Dann ist eine Abbildung $P : \mathcal{F} \to \mathbb{R}$ genau dann ein Wahrscheinlichkeitsmaß, wenn sie folgende Eigenschaften hat:

(a) $P(A) \geq 0$ *für alle* $A \in \mathcal{F}$.
(b) $P(\Omega) = 1$.
(c) Für alle $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{F}$ *mit* $A_i \cap A_j = \emptyset$ *für alle* $i \neq j$ *gilt*

$$P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n).$$

Bei dem Beispiel aus Abschnitt 3.1 lauteten die Wahrscheinlichkeiten für *gefährlich* 10%, für *mild* 60% und für *harmlos* 30%. Damit gilt für das Wahrscheinlichkeitsmaß P:

$$P(\emptyset) = 0 \quad P(\Omega) = 1$$
$$P(\{\textit{gefährlich}\}) = 10\% \quad P(\{\textit{mild}\}) = 60\% \quad P(\{\textit{harmlos}\}) = 30\%$$
$$P(\{\textit{gefährlich, mild}\}) = 70\% \quad P(\{\textit{gefährlich, harmlos}\}) = 40\% \quad P(\{\textit{mild, harmlos}\}) = 90\%$$

Im nächsten Schritt soll das Beispiel um eine Zwischenstufe der Informationsgewinnung zum Zeitpunkt $t = 1$ erweitert werden, um danach mit Hilfe des Bayes'schen Theorems den Wert der unvollständigen Information zu ermitteln.

Erweiterung des Beispiels aus Abschnitt 3.1

Das Management des Pharmaunternehmens erwägt, die Produktionsentscheidung noch einen Monat hinauszuschieben. Man ist davon überzeugt, dass bis zu diesem Zeitpunkt Informationen gesammelt werden können, die bezüglich der anstehenden Grippewelle eine der folgenden Prognosen zulassen würden:

Prognose 1: Die Grippewelle wird *stark* ausfallen.

Prognose 2: Die Grippewelle wird *schwach* ausfallen.

Zur Abschätzung der Likelihood-Wahrscheinlichkeiten analysiert das Unternehmen historische Daten. Dabei wird untersucht, welche Prognose (*stark* oder *schwach*) bezüglich der Intensität der anstehenden Grippewelle zu einem vergleichbaren Zeitpunkt vor dem tatsächlichen Ausbruch der Grippewelle getroffen wurde. Es wird ermittelt, dass eine, sich als *gefährlich* herausgestellte Grippewelle in 85% der Fälle richtig (*stark*) prognostiziert worden ist. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 15% hat die Prognose aber fälschlicherweise auf eine *schwache* Grippewelle hingedeutet. Ist die Grippe tatsächlich *mild* ausgefallen, so lautete die Prognose mit jeweils 50% Wahrscheinlichkeit *stark* bzw. *schwach*. Konnte aber eine *harmlose* Grippe beobachtet werden, so wurde diese auch in 100% der Fälle richtig (*schwach*) prognostiziert.

Wie viel ist die zusätzliche (unvollständige) Information wert,
die bei Hinauszögerung der Entscheidung gesammelt werden kann?

[8] Siehe Eckle-Kohler/Kohler 2009, S. 83

Zur Lösung soll zunächst wieder der Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ betrachtet werden. Die Grundgesamtheit lautet nun

$$\begin{aligned}\Omega = \{ &(\textit{stark, gefährlich}), (\textit{stark, mild}), (\textit{stark, harmlos}),\\ &(\textit{schwach, gefährlich}), (\textit{schwach, mild}), (\textit{schwach, harmlos})\}.\end{aligned}$$

Mit dem Zwischenschritt $t = 1$, an dem aus den gesammelten Informationen letztlich die Prognose erstellt wird, lauten die σ-Algebren:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_0 =& \{\emptyset, \Omega\}\\ \mathcal{F}_1 =& \{\emptyset, \Omega, \{(\textit{stark, gefährlich}), (\textit{stark, mild}), (\textit{stark, harmlos})\},\\ &\{(\textit{schwach, gefährlich}), (\textit{schwach, mild}), (\textit{schwach, harmlos})\}\}\\ \mathcal{F}_2 =& \{\emptyset, \Omega, \{(\textit{stark, gefährlich}), (\textit{stark, mild}), (\textit{stark, harmlos})\},\\ &\{(\textit{schwach, gefährlich}), (\textit{schwach, mild}), (\textit{schwach, harmlos})\},\\ &\{(\textit{stark, gefährlich})\}, \{(\textit{stark, mild})\}, \{(\textit{stark, harmlos})\},\\ &\{(\textit{schwach, gefährlich})\}, \{(\textit{schwach, mild})\}, \{(\textit{schwach, harmlos})\}, \dots\}\\ &\text{und es gilt:} \quad \mathcal{F}_0 \subset \mathcal{F}_1 \subset \mathcal{F}_2\end{aligned}$$

Die zum Zeitpunkt $t = 1$ vorhandene Information wird durch die σ-Algebra $\mathcal{F}_1$ repräsentiert. Wenn das Pharmaunternehmen die Produktionsentscheidung bis zu diesem Zeitpunkt hinausschiebt, muss die Bewertung der Zahlungsstruktur daher bezüglich $\mathcal{F}_1$ erfolgen. Die tatsächlich eintretenden Zustände sind zum Zeitpunkt $t = 1$ zwar noch nicht bekannt, mit Hilfe des Bayes'schen-Theorems können aber die bedingten Erwartungen über die Zahlungen ermittelt werden. Mit den Wahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned}P(\{\textit{stark}\}) = &P(\{\textit{gefährlich}\}) \cdot P(\{\textit{stark}\}|\{\textit{gefährlich}\}) +\\ &P(\{\textit{mild}\}) \cdot P(\{\textit{stark}\}|\{\textit{mild}\}) +\\ &P(\{\textit{harmlos}\}) \cdot P(\{\textit{stark}\}|\{\textit{harmlos}\}) = 0{,}1 \cdot 0{,}85 + 0{,}6 \cdot 0{,}5 + 0{,}3 \cdot 0 = 38{,}5\%\end{aligned}$$

bzw.

$$P(\{\textit{schwach}\}) = 1 - P(\{\textit{stark}\}) = 1 - 0{,}385 = 61{,}5\%$$

zu $t = 1$ die Prognose *stark* bzw. *schwach* zu erhalten, errechnen sich die A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten zu

$$P(\{\textit{gefährlich}\}|\{\textit{stark}\}) = \frac{P(\{\textit{gefährlich}\}) \cdot P(\{\textit{stark}\}|\{\textit{gefährlich}\})}{P(\{\textit{stark}\})} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}85}{0{,}385} = 22{,}08\%,$$

$$P(\{\textit{mild}\}|\{\textit{stark}\}) = \frac{P(\{\textit{mild}\}) \cdot P(\{\textit{stark}\}|\{\textit{mild}\})}{P(\{\textit{stark}\})} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}5}{0{,}385} = 77{,}92\%,$$

$$P(\{\textit{harmlos}\}|\{\textit{stark}\}) = \frac{P(\{\textit{harmlos}\}) \cdot P(\{\textit{stark}\}|\{\textit{harmlos}\})}{P(\{\textit{stark}\})} = \frac{0{,}3 \cdot 0}{0{,}385} = 0\%,$$

$$P(\{gefährl.\}|\{schwach\}) = \frac{P(\{gefährl.\}) \cdot P(\{schwach\}|\{gefährl.\})}{P(\{schwach\})} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}15}{0{,}615} = 2{,}44\%,$$

$$P(\{mild\}|\{schwach\}) = \frac{P(\{mild\}) \cdot P(\{schwach\}|\{mild\})}{P(\{schwach\})} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}5}{0{,}615} = 48{,}78\%,$$

$$P(\{harmlos\}|\{schwach\}) = \frac{P(\{harmlos\}) \cdot P(\{schwach\}|\{harmlos\})}{P(\{schwach\})} = \frac{0{,}3 \cdot 1}{0{,}615} = 48{,}78\%.$$

Mit den eben ermittelten bedingten Wahrscheinlichkeiten ergibt sich der folgende Entscheidungsbaum:

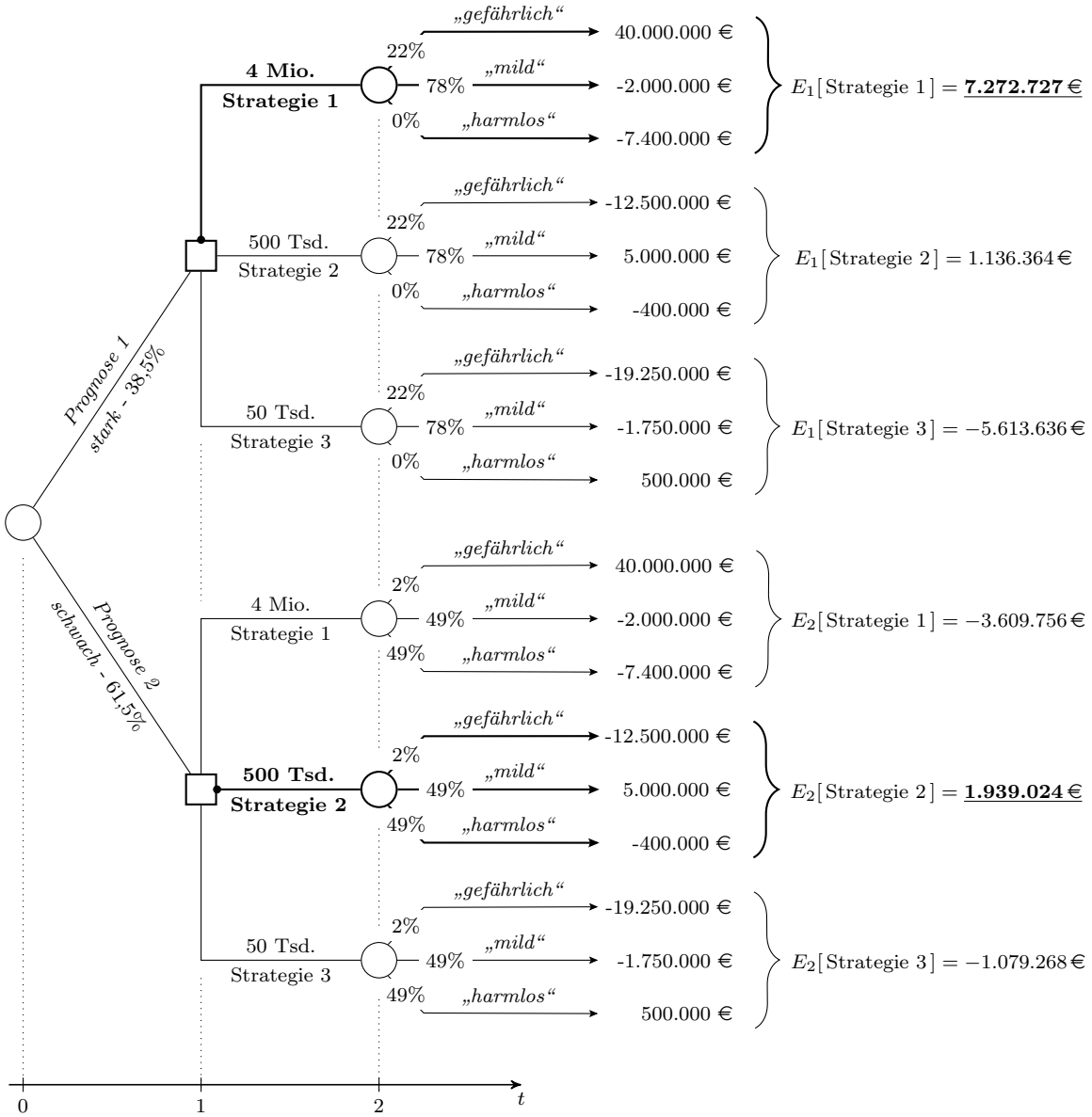


Abbildung 3.2: Entscheidungsbaum (mit unvollständiger Information)

Abbildung 3.2 kann entnommen werden, dass, abhängig von der Prognose, entweder *Strategie 1* oder *Strategie 2* zu wählen ist. Insgesamt errechnet sich der Projektwert E_{uI} (bei unvollständiger Information) zu

$$\begin{aligned} E_{uI} &= P\left(\{stark\}\right) \cdot E_1[\,\text{Strategie 1}\,] + P\left(\{schwach\}\right) \cdot E_2[\,\text{Strategie 2}\,] = \\ &= 0{,}385 \cdot 7.272.727 + 0{,}615 \cdot 1.939.024 = 3.992.500\,€. \end{aligned}$$

Mit dem bereits in Abschnitt 3.1 ermittelten Projektwert ohne Information ergibt sich der erwartete Wert der unvollständigen Information EVII (*expected value of imperfect information*) letztlich zu

$$\text{EVII} = E_{uI} - E_{oI} = 3.992.500 - 1.630.000 = 2.362.500\,€.$$

Bei risikoneutraler Bewertung steigt der erwartete Rückfluss bei unvollständiger Information um diesen Betrag. Gleichzeitig sollte das Pharmaunternehmen diese Information nur dann abwarten, wenn damit keine höheren Kosten als 2.362.500 € verbunden sind. Auf den höchsten Erwartungswert bei vollständiger Information fehlen noch immer 7.272.727 − 3.992.500 = 3.280.227 €. Zusätzliche Information, die zur Auflösung der verbleibenden Unsicherheit führt, ist daher nach wie vor etwas wert.

3.4 Dynamische Programmierung

Um eine optimale Strategie für ein mehrstufiges Optimierungsproblem zu bestimmen, gibt es mehrere Möglichkeiten. Beispielsweise wäre es möglich, alle zulässigen Lösungen aufzulisten und in einem anschließenden Vergleich die beste Alternative auszuwählen. Dieses Verfahren wird als vollständige Enumeration bezeichnet. Der erhebliche Nachteil ist, dass Teillösungen mehrfach berechnet werden und mit zunehmender Größe des Entscheidungsbaumes der erforderliche Rechenaufwand explodiert. Dies trifft umso mehr zu, wenn es durch die Modellierung risikobehafteter Variablen zu weiteren Verzweigungen im Entscheidungsbaum kommt. Für praktische Anwendungen ist diese Vorgehensweise daher ungeeignet. Die dynamische Programmierung hingegen bietet einen weitaus effizienteren Lösungsalgorithmus. Wie bereits bei der Lösung der bisherigen Beispiele demonstriert wurde, arbeitet man sich rekursiv von hinten nach vorne. Teillösungen werden dabei nur einmal berechnet und für den späteren Zugriff zwischengespeichert. Das Problem der Mehrfachberechnung von Teilproblemen wird dadurch umgangen.

Die Grundlage für den Algorithmus der dynamischen Programmierung bildet das Optimalitätsprinzip von Bellman. Demzufolge „*hat eine optimale Entscheidungsfolge die Eigenschaft, dass, wie auch immer der Anfangszustand war und die erste Entscheidung ausfiel, die verbleibenden Entscheidungen eine optimale Entscheidungsfolge bilden müssen, bezogen auf den Zustand, der aus der ersten Entscheidung resultiert.*“[9]

Zur mathematischen Formulierung des Prinzips betrachte man das zeitdiskrete dynamische Programm unter Unsicherheit

$$\max_{a_t} \sum_{t=1}^{T} D^t \cdot E\{r_t\left(s_{t-1}, a_t\right)\} \tag{3.3}$$

[9] Siehe Bellman 1957

zur Maximierung des Erwartungswertes E einer Belohnungsfunktion r_t (z.B. Investitionsrückfluss) über den Zeitraum von $t = 1$ bis $t = T$ unter Berücksichtigung des Diskontfaktors $D < 1$. Dabei bezeichnet a die Elemente des Aktionsraums A und s die Elemente des Zustandsraums S. Für jedes $t \in \{1, \ldots, T\}$ gibt es eine Menge Φ_t an erlaubten Aktionen, sodass gilt $a_t \in \Phi_t(s_{t-1})$. Des weiteren existiert jeweils eine Zustands-Übergangsfunktion f_t, die den aktuellen Zustand s_t in Abhängigkeit des vorangehenden Zustands s_{t-1} und der aktuellen Aktion a_t angibt ($s_t = f_t(s_{t-1}, a_t)$ für $t = 1, \ldots, T$).

Gesucht ist die optimale Abfolge der Aktionen a_t in Abhängigkeit davon, was bis zum jeweiligen Zeitpunkt passiert ist. Dies wird auch als die optimale Strategie bezeichnet. Unterstellt man zusätzlich die Markov-Eigenschaft (siehe Abschnitt 4.3), dann hängt eine optimale Aktion a_t^* zum Zeitpunkt t nur vom Zustand s_{t-1} und ansonsten nicht weiter von der Historie ab. Die Lösung des dynamischen Optimierungsproblems erhält man durch die Abarbeitung folgender Schritte:

1.) Aufstellen eines Entscheidungsbaums für das gesamte Problem mit allen möglichen Handlungsalternativen und den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten. Damit sind Aktions-, Zustands- und Wahrscheinlichkeitsraum, sowie der Zeithorizont festgelegt.

2.) Beginne in der letzten Stufe und berechne die erwartete Belohnungsfunktion (Wertefunktion zum Zeitpunkt T) für jede mögliche Aktion Φ_T, ausgehend von den Zuständen s_{T-1}. Wähle für jeden Zustand s_{T-1} die Aktion a_T mit der höchsten erwarteten Belohnung und streiche alle anderen Alternativen. Die Wertefunktion der letzten Stufe lautet:

$$V_T(s_{T-1}) = \max_{a_T \in \Phi_T} \{r_T(s_{T-1}, a_T)\} \tag{3.4}$$

3.) Gehe einen Zeitschritt nach vorne und ermittle in Abhängigkeit von der optimalen Entscheidung der letzten Stufe die Lösung, die für die vorletzte Stufe optimal ist. Dabei kommt das Optimalitätsprinzip nach Bellman zur Anwendung:

$$V_t(s_{t-1}) = \max_{a_t \in \Phi_t} \{r_T(s_{T-1}, a_T) + D \cdot E\{V_{t+1}(f_t(s_{t-1}, a_t))\}\} \tag{3.5}$$

4.) Wiederhole Schritt 3 und durchlaufe so den gesamten Entscheidungsbaum von hinten nach vorne bis die optimale Entscheidung der ersten Stufe in Abhängigkeit aller anderen nachfolgenden getroffenen Entscheidungen identifiziert wurde.

5.) Die optimale Strategie kann nun als bedingte Sequenz an optimalen Entscheidungen abgelesen werden.

Die dynamische Programmierung kann auch auf Problemstellungen ohne zeitliche Abhängigkeit angewendet werden. Auf weiterführende Literatur wird beispielsweise in Thonemann (2009, S. 610) hingewiesen.

3.5 Flexibilität im Zusammenhang mit dem Wert der Information

Flexibilität dient per Definition zur Anpassung an Veränderungen, die mit der Unsicherheit der Zukunft einhergehen. Unterstellt man das Vorliegen von vollständiger Information, so

geht man davon aus, dass alle zukünftig eintretenden Zustände bereits zum gegenwärtigen Zeitpunkt bekannt sind. Die Unsicherheit ist damit vollständig aufgelöst und Flexibilität wird in diesem Fall gänzlich überflüssig. Wie in Abschnitt 3.1 dargestellt, kann in dieser Situation der höchste Projektwert (E_{mI}) erwartet werden. Es lässt sich damit ein Maximalwert bestimmen, der über den Basiswert des Projektes (ohne Information) hinaus mit Hilfe zusätzlicher Information generiert werden kann – der EVPI.

Nun existiert in der Realität leider kaum die Möglichkeit, an vollständige Information zu gelangen. An die Stelle der fehlenden Information tritt deshalb die Flexibilität, um selbst bei unsicherer Zukunft optimal auf Entwicklungen reagieren zu können. Was aber bleibt, ist der Betrag EVPI, der durch die geschaffenen Handlungsoptionen maximal „gehoben“ werden kann. Der EVPI gibt also eine Obergrenze für den Wert der Flexibilität an. Unter gewissen Voraussetzungen, so zeigen Herath und Park (2001), ist der Realoptionswert und damit auch der Wert der Flexibilität sogar äquivalent zum *expected value of perfect information* (EVPI).

3.6 Zwischenfazit und kritische Würdigung

Die Analyse des Informationswertes weist einige Parallelen zur Realoptionsanalyse auf. Beispielsweise wird der Mehrwert von Information bzw. der Mehrwert von Handlungsoptionen immer auf Grundlage der Situation ohne Information bzw. ohne Handlungsoptionen bewertet. Außerdem greifen beide Methoden auf Entscheidungsbäume zurück, um das zugrundeliegende Entscheidungsproblem strukturiert darzustellen und die optimale Strategie zu identifizieren. Tatsächlich ist die Möglichkeit, an zusätzliche Information zu gelangen, nichts anderes als eine Realoption. Hinsichtlich der eigentlichen Bewertung gibt es jedoch grundlegende Unterschiede zwischen den Ansätzen. Während die Entscheidungstheorie Regeln bereitstellt, die eine Gewichtung entsprechend der Risikopräferenzen des Entscheidungsträgers ermöglicht, erfolgt die Bewertung einer Realoption risikoneutral und marktbezogen. Deutlich wird dies bei der Diskontierung der zukünftigen Zahlungsströme, die bei Realoptionen über den risikolosen Zinssatz und die Methode der replikativen Portefeuilles abläuft. Es ist daher kein Rückgriff auf einen risikoadjustierten Diskontierungsfaktor erforderlich. Außerdem ist es im Rahmen der Realoptionsbewertung nicht erforderlich, subjektive Eintrittswahrscheinlichkeiten zu bestimmen.[10]

Trotz der konzeptionellen Überlegenheit erntet die Realoptionstheorie immer wieder Kritik, die hauptsächlich auf die eingeschränkte Analogie zwischen Finanz- und Realoptionen in der Praxis abzielt. Im Zentrum steht dabei die Frage, ob bzw. inwieweit Abweichungen von den theoretischen Modellannahmen in realen Anwendungen tolerierbar sind. In diesem Zusammenhang wird besonders häufig das Fehlen eines am Markt gehandelten Zwillingsvermögenswertes, der die Auszahlungsstruktur des Investitionsprojektes perfekt abbildet, beanstandet.[11] Außerdem leidet das Konzept unter seiner Komplexität, weshalb der Einzug in die unternehmerische Praxis bislang nur zögerlich erfolgte.[12]

Die meisten Autoren sind dennoch davon überzeugt, dass die Realoptionsanalyse momentan noch vorherrschende Budgetierungstechniken nach und nach ablösen wird. Obwohl derzeit

[10] Vgl. Hungenberg et al. 2005, S. 7 ff.
[11] Vgl. Möller 2008, S. 84
[12] Vgl. Hommel et al. 2001, S. 46 ff.

nur wenige empirische Nachweise vorliegen, herrscht im Allgemeinen Einigkeit darüber, dass Entscheidungen durch die Einbeziehung von Handlungsoptionen verbessert werden können. Darüber hinaus beinhaltet das Konzept der Realoptionsanalyse auch einen strategischen Aspekt, der Managern einen besseren Umgang mit Unsicherheit vermittelt und damit weit über das Rahmenwerk der traditionellen Investitionsrechnung hinaus geht.[13] Aus diesen Gründen wird in dieser Arbeit die Realoptionsanalyse als geeignetes Werkzeug angesehen, um die Flexibilität in der Produktion zu beurteilen.

[13] Vgl. Leslie/Michaels 1997, S. 7

Kapitel 4

Methode zur Flexibilitätsbewertung

4.1 Optionspreismodelle

Zur Bewertung von Realoptionen existieren mehrere Verfahren, die in der Theorie zum selben Ergebnis führen, aber hinsichtlich ihrer Praxistauglichkeit große Unterschiede aufweisen. Abbildung 4.1 gibt einen Überblick über das Spektrum der Berechnungsmethoden und führt exemplarisch jeweils einige Modellvertreter an.

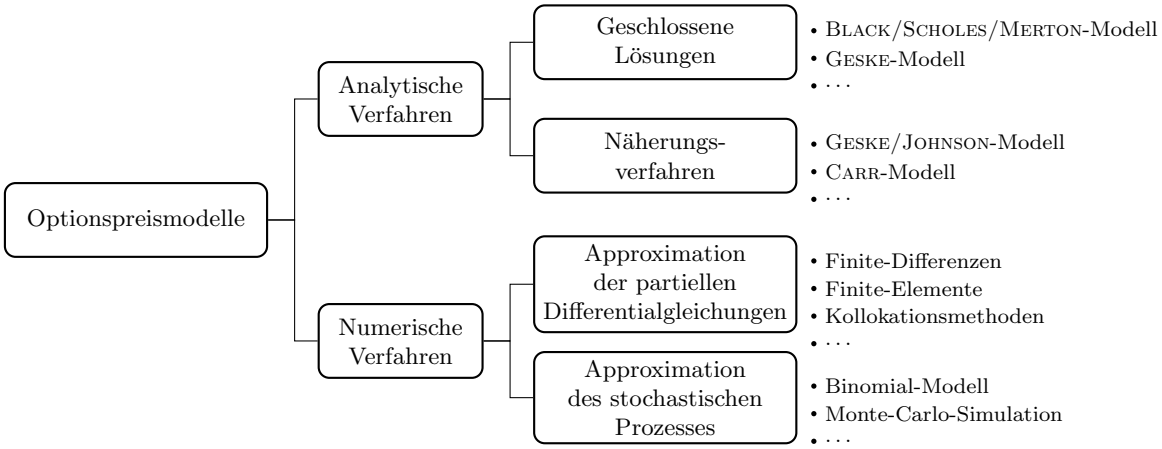


Abbildung 4.1: Überblick der Verfahren der Realoptionstheorie[1]

Analytische Verfahren stehen nur für wenige einfache Bewertungsprobleme zur Verfügung. Der bekannteste Vertreter aus dieser Kategorie wurde mit dem Black/Scholes/Merton-Modell bereits in Abschnitt 2.1 vorgestellt. Aufgrund der geschlossenen Form der Lösung reduziert sich die Bewertung einer Realoption auf die Ermittlung der Modellparameter und das Einsetzten in die Lösungsformel. Bei den übrigen analytischen Verfahren handelt es sich größtenteils um Erweiterungen des Black/Scholes/Merton-Modells. Das Geske-Modell berücksichtigt beispielsweise, dass auch die Dividendenrendite eine stochastische Größe ist.[2]

[1] In Anlehnung an Hungenberg et al. 2005, S. 8
[2] Vgl. Steiner/Uhlir 2000, S.262

Die meisten praktischen Anwendungsfälle sind jedoch komplexer und gehen über eine einfache Call- bzw. Put-Analogie hinaus. Die Wertefunktion einer Realoption liegt daher in der Regel als nicht-lineare partielle Differentialgleichung (PDG) vor und kann nicht mehr analytisch gelöst werden. Da zudem keine allgemein gültige Lösungsmethodik existiert, treten verschiedenste numerische Methoden an die Stelle von analytischen Lösungsverfahren. Die Approximation mit finiten Differenzen bzw. finiten Elementen findet vorwiegend in der Finanzmathematik Verwendung, nachteilig ist aber ihre langsame Konvergenz. Dangl und Wirl (2004) zeigen, dass Kollokationsmethoden eine schnellere und robustere Alternative darstellen, speziell wenn die Option über einen sehr langen Zeitraum ausgeübt werden kann.

Neben numerischen Verfahren, die die PDG direkt approximieren, gibt es auch die Möglichkeit, den zugrundeliegenden stochastischen Prozess zu diskretisieren. In erster Linie geschieht dies in rekombinierenden Binomialbäumen, in denen sowohl Zeit- als auch Zustandsraum in geeignete Intervalle unterteilt sind. Für die Zusammenführung mehrerer unsicherer Größen eignet sich ergänzend eine Monte-Carlo Simulation, um die Parameter des resultierenden Zufallsprozesses zu bestimmen. Erfordert die Aufgabenstellung eine separate Berücksichtigung mehrerer Quellen der Unsicherheit, können aber auch Gittermodelle mit mehr als jeweils zwei Folgezuständen eingesetzt werden.[3]

Gittermodelle in Kombination mit Entscheidungsbäumen und der dynamischen Programmierung bilden ein wirkungsvolles Instrument, mit dem Investitionsprojekte mit vielfältigen, möglicherweise voneinander abhängigen Realoptionen adäquat bewertet werden können. Die Abbildung von Entscheidungsprozessen in Bäumen erhöht zudem die Transparenz und erfordert keine fundierten finanzmathematischen Kenntnisse zu deren Bewertung. Gerade aus diesen Gründen sind Gittermodelle für praktische Anwendungen besonders relevant. Auch für das erklärte Ziel der Arbeit, ein nachvollziehbares Konzept zur umfassenden Flexibilitätsbewertung bereitzustellen, eignet sich der Baumansatz am besten.

4.2 Operationalisierung der Flexibilitätsbewertung

Wesentliche Voraussetzung für die erfolgreiche betriebliche Implementierung einer Bewertungsmethodik ist ihre Operationalisierbarkeit. Hinsichtlich der Analyse von Realoptionen steht dabei weniger die Frage im Vordergrund, ob alle erforderlichen Parameter für ein Modell ermittelt werden können, sondern vielmehr, ob es möglich ist, die Methode in den unternehmerischen Entscheidungsprozess zu integrieren.

Untersuchungen[4] der 1.000 umsatzstärksten Unternehmen zeigen, dass die Implementierung der ROA in erster Linie an der fehlenden Unterstützung des Top-Managments scheitert. Im Zuge der Befragungen wurde festgestellt, dass sie als sehr komplex und arbeitsintensiv empfunden wird und es häufig am erforderlichen Methodenverständnis fehlt. Erschwerend kommt hinzu, dass in Abhängigkeit von Art und Anzahl der Unsicherheiten, der vielfältigen, möglicherweise voneinander abhängigen Handlungsoptionen und der Struktur der erwarteten Zahlungsströme praktisch kein Anwendungsfall dem anderen gleicht. Darüber hinaus spielen aber auch noch andere Aspekte eine Rolle. Beispielweise deutet manches auf eine gewisse Besorgnis der Unternehmensleitung hin, die strategische Führung in die Hände von Mathematikern und Realoptionsexperten abgeben zu müssen. Angesichts dessen, sollte

[3] Vgl. Copeland/Antikarov 2001, S. 270 ff.
[4] Siehe Block 2007

die Operationalisierung der ROA in einer Form erfolgen, die keine Restrukturierung der Entscheidungskompetenz erfordert.

Wie schon im vorigen Abschnitt dargestellt, eignen sich Gittermodelle am ehesten dazu. Sie fördern die Transparenz, indem sie Einblick in die Veränderung der Cashflow-Struktur gewähren und stellen nur geringe Ansprüche an die finanzmathematischen Kenntnisse des Anwenders. Copeland und Antikarov (2001) schlagen einen vierstufigen Bewertungsablauf vor:

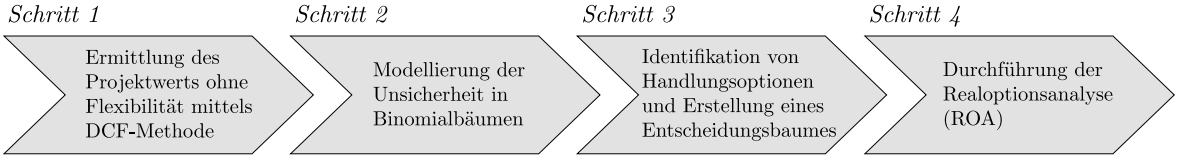


Abbildung 4.2: Operationalisierung: Ein vierstufiger Prozess

Schritt 1: Ermittlung des Projektwertes ohne Berücksichtigung von Handlungsoptionen (ohne Flexibilität). Dabei werden die erwarteten Rückflüsse aus einem Projekt mit Hilfe klassischer Bewertungsmethoden auf einen Kapitalwert abdiskontiert.

Schritt 2: Modellierung der Unsicherheit in Ereignisbäumen. Liegen mehrere Quellen der Unsicherheit vor, können diese in vielen Fällen mit Hilfe einer Monte-Carlo Simulation zu einer einzigen werttreibenden Unsicherheit zusammengefasst werden. Ist es aber erforderlich, Entscheidungen an den Verlauf einer unsicheren Größe zu binden, empfiehlt sich die Verwendung eines getrennten Ansatzes. Zur Bestimmung der Volatilität stehen mehrere Methoden zur Verfügung: Schätzung aus historischen Daten, Messung impliziter Volatilitäten und Cashflow-Simulationen.

Schritt 3: Handlungsflexibilität des Managements wird identifiziert und an den passenden Stellen im Ereignisbaum eingefügt. Daraus resultiert eine Umwandlung der Ereignisbäume in Entscheidungsbäume. Im Entscheidungsbaum werden für jeden Zustand die möglichen Entscheidungen und deren Ein- oder Auszahlungen ersichtlich.

Schritt 4: Durchführung der Realoptionsanalyse. Unter Anwendung der Dynamischen Programmierung und des Prinzips von Bellman wird sowohl der Projektwert, als auch die optimale Ausübungsstrategie bestimmt. Die Zahlungsstruktur wird dabei durch die Bildung replikativer Portefeuilles oder anhand von risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten rekursiv von hinten nach vorne abdiskontiert. Zentrale Annahme bildet der Marketed Asset Disclaimer (MAD), auf dessen Grundlage der Projektwert ohne Flexibilität als gehandelter Zwillingsvermögenswert herangezogen werden kann. Der ermittelte Realoptionswert setzt sich aus dem Projektwert ohne Flexibilität und dem Wert der Realoptionen (Wert der Flexibilität) zusammen. In Abbildung 4.3 ist der letzte Schritt des Bewertungsprozesses noch einmal illustrativ zusammengefasst.

Trotz vereinfachter Annahmen bleibt der Bewertungsprozess relativ komplex und arbeitsintensiv. Ein Großteil der Implementationshürden könnte aber durch den Einsatz moderner Softwarelösungen, die die eigentliche Knochenarbeit der ROA übernehmen, überwunden werden.

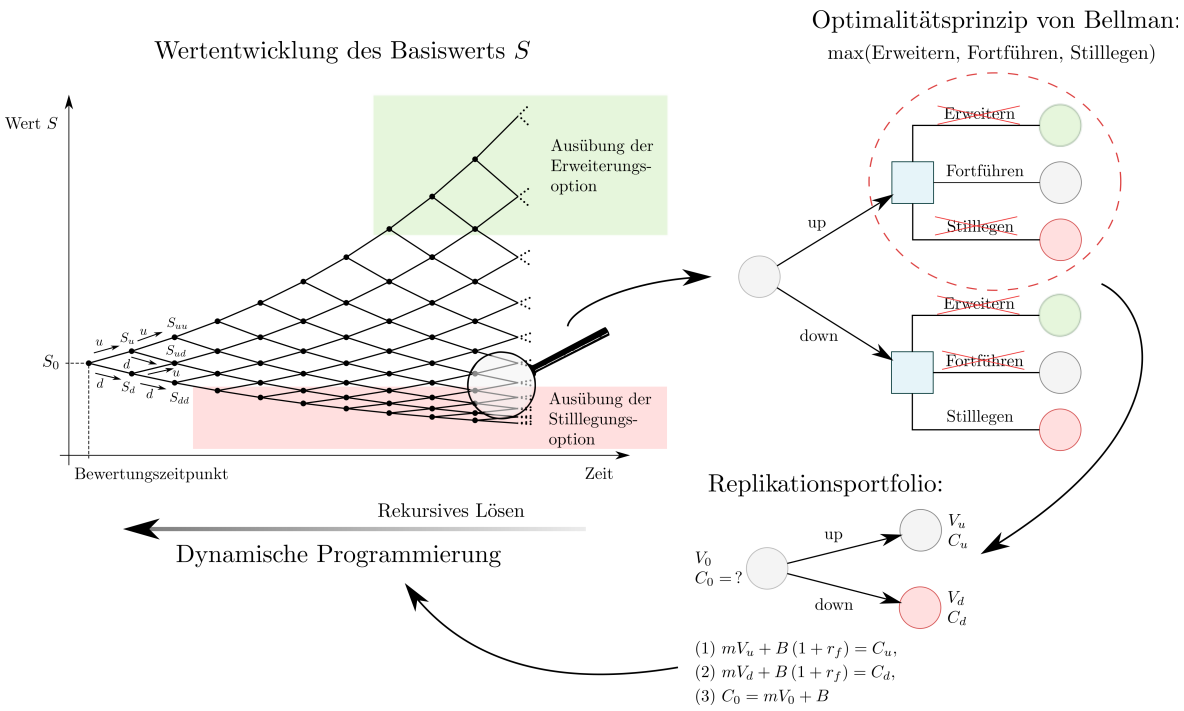


Abbildung 4.3: Durchführung einer Realoptionsanalyse

4.3 Modellierung von Unsicherheit

Bei der Planung der Produktion sehen sich betriebliche Entscheidungsträger stets mit der Unsicherheit und Unvollkommenheit der planungsrelevanten Informationen konfrontiert.[5] Auch wenn Planungsdaten bis zu einem gewissen Grad beispielsweise auf Basis historischer Daten prognostiziert werden können, sind sie in einem dynamischen Umfeld immer mit Unsicherheit belastet. Die zukünftige Entwicklung einer unsicheren Größe muss deshalb auf Basis eines mathematischen Modells in geeigneter Weise abgebildet werden. Im Rahmen der Realoptionstheorie sind es häufig unsichere Zinssätze, Technologiesprünge, Absatzmengen, Preise und andere ökonomische Variablen, die daher entsprechend modelliert werden müssen. Je nach Charakter der stochastischen Beeinflussung existieren dazu verschiedene Ansätze, die als sog. *stochastische Prozesse* in das Fachgebiet der Wahrscheinlichkeitstheorie einzuordnen sind.

Definition.[6] *(Stochastischer Prozess)*
Ein stochastischer Prozess mit Zeitmenge T und Zustandsraum S ist eine Familie von Zufallsvariablen $(X_t)_{t \in T}$ auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$.

Die Zeitmenge T, im Allgemeinen auch als Indexmenge oder Parameterraum bezeichnet, ist die geordnete Menge an Zeitpunkten t, zu denen ein Zufallsexperiment X_t stattfindet. Der Zustandsraum S, häufig auch Messraum genannt, ist der Wertebereich, den die stochastische Größe X_t annehmen kann. Ein einzelner Durchlauf, bei dem zu jedem Zeitpunkt $t \in T$ ein zufälliges x_t realisiert wird, heißt Pfad, Trajektorie oder Realisierung des Prozesses. Die

[5] Vlg. Scholl 2001, S. 7 ff; Gebhard 2009, S. 21.
[6] Eine umfangreichere Definition findet sich z.B. in Deck 2005, S. 15 ff.

Einteilung der stochastischen Prozesse erfolgt über einen diskreten bzw. stetigen Parameter- bzw. Zustandsraum in vier Klassen (siehe Abbildung 4.4).[7]

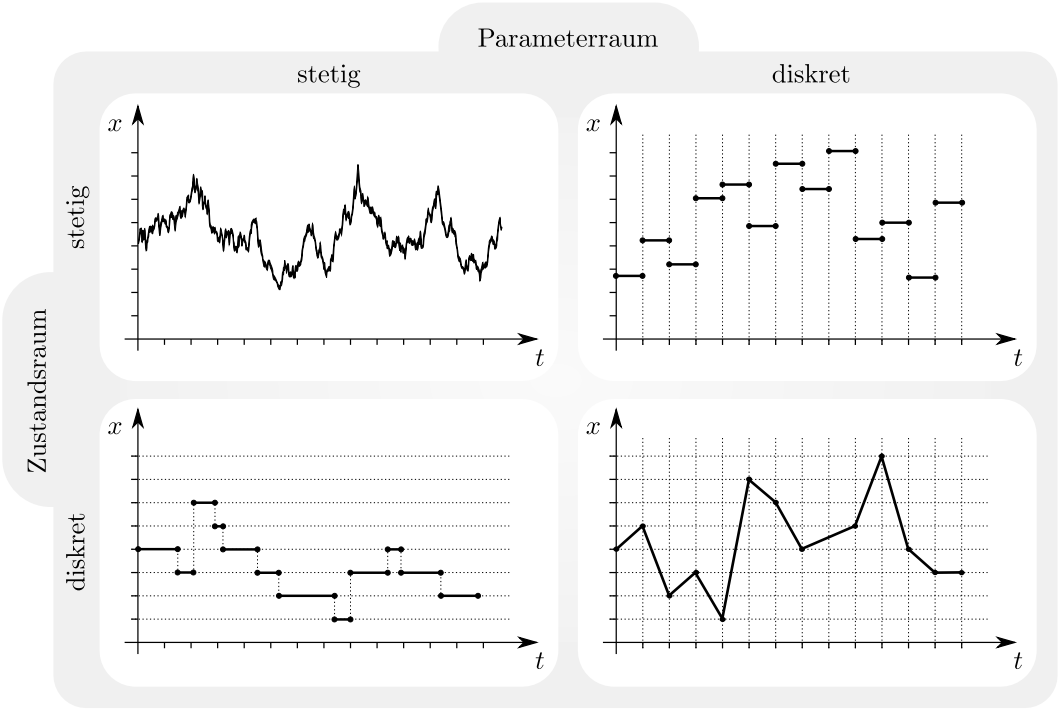


Abbildung 4.4: Einteilung der stochastischen Prozesse

Eine spezielle Eigenschaft von bestimmten stochastischen Prozessen ist die sog. *Markov-Eigenschaft* oder auch *Gedächtnislosigkeit*. Sie besagt, dass der Zustandsübergang auf einen beliebigen Zeitpunkt $t + 1$ *(und dadurch die optimale Entscheidung zum Zeitpunkt t)* nur vom aktuellen Zustand zum Zeitpunkt t und ansonsten nicht weiter von der Historie abhängt. Diese Eigenschaft ist beispielsweise beim Schachspiel erfüllt: Unabhängig davon, wie man in eine bestimmte Situation gekommen ist, sind alle Informationen für den nächsten Zug im gegenwärtigen Zustand enthalten. Damit ist auch gewährleistet, dass auf Basis historischer Daten keine Informationen zur Prognose der zukünftigen Wertentwicklung gewonnen werden können. Dies wird als schwache Form der Markteffizienz bezeichnet. Wäre diese Eigenschaft nicht gegeben, könnte man durch die Analyse der Historie den Markt sozusagen „schlagen“. Die Markov-Eigenschaft wird im Rahmen der dynamischen Optimierung gefordert und ermöglicht eine wesentliche Vereinfachung der numerischen Analyse stochastischer Prozesse.[8] Im Folgenden werden daher nur mehr sog. *Markov-Prozesse* behandelt.

4.3.1 Wiener Prozess

Wie unter anderen auch Dixit/Pindyck (1994, S. 62 ff.) erläutern, ist ein *Wiener Prozess* – auch als *Brown'sche Bewegung (BB)* bezeichnet – ein zeitkontinuierlicher stochastischer Diffusionsprozess mit Markov-Eigenschaft.

[7] Vgl. Meintrup/Schäffler 2004, S. 68
[8] Vgl. Dixit/Pindyck 1994, S. 62 f.

Definition. *(Wiener Prozess)*
Ein stochastischer Prozess W heißt Wiener Prozess, wenn er folgende vier Eigenschaften erfüllt

1. $W_0 = 0$.
2. *Die Inkremente des Prozesses sind unabhängig. D.h., für $r < s \leq t < u$ sind die Differenzen $W_u - W_t$ und $W_s - W_r$ unabhängig verteilte Zufallsvariablen.*
3. *Für $s < t$ ist das Inkrement $W_t - W_s$ normalverteilt mit Erwartungswert 0 und Varianz $t - s$.*
4. *Die Trajektorie von W ist stetig.*

Über die additive bzw. arithmetische Standardform des Wiener Prozesses hinaus existieren auch noch einige Abwandlungen, die speziell auf den jeweiligen Charakter der zu modellierenden Größe abgestimmt wurden. Im Speziellen ist die multiplikative bzw. geometrische Brown'sche Bewegung hier von Interesse. Aber zuerst zur gewöhnlichen (arithmetischen) Brown'schen Bewegung. Mit ihr wird ein Vorgang beschrieben, bei dem – ausgehend vom Startwert X_0 – für jeden kleinen Zeitschritt dt sowohl ein deterministischer Drift $\mu\, dt$ (stetige Rendite), als auch ein stochastischer Anteil $\sigma\, dz$ aufaddiert wird. Die entsprechende stochastische Differentialgleichung lautet

$$dX = \mu\, dt + \sigma\, dz, \tag{4.1}$$

wobei dz das Inkrement des Wiener Prozesses repräsentiert. Für den Gebrauch am Computer wird der Wiener Prozess über einen kleinen Zeitschritt dt diskretisiert durch

$$dz \sim \varepsilon_t \sqrt{dt}, \tag{4.2}$$

wobei ε_t normalverteilt ist mit Mittelwert Null und Standardabweichung 1, also $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Der Drift μ wird auch als Wachstumsrate bezeichnet und entspricht dem mittleren Zuwachs pro Periode, σ steht für die Standardabweichung. Für unabhängige und gleichverteilte Zufallszahlen kann der Zentrale Grenzwertsatz der Statistik[9] angewendet werden, demzufolge ist jede Änderung ΔX normalverteilt mit Erwartungswert $\mu \Delta t$ und Varianz $\sigma^2 \Delta t$. Letzteres ist eine wichtige Eigenschaft der Wiener Prozesse und bedeutet, dass die Varianz einer Änderung linear mit der Zeit wächst.

Die stochastische Differentialgleichung für den Standard Wiener Prozess (4.1) lässt auch eine Wertentwicklung in den negativen Bereich zu. Für Aktienkurse, Preise und andere Variablen ist das eine unerwünschte Eigenschaft, die mit der geometrisch Brown'schen Bewegung umgangen werden kann. Im Gegensatz zu den absoluten Wertänderungen der arithmetischen BB erfolgen bei der geometrischen BB nur relative (prozentuelle) Änderungen. Die stochastische Differentialgleichung lautet

$$dX = \mu\, X\, dt + \sigma\, X\, dz, \tag{4.3}$$

wobei für die einzelnen Parameter dasselbe gilt wie bei der arithmetischen BB. Die relativen Änderungen von X, $\frac{dX}{X}$ sind wieder normalverteilt, aus (4.3) folgt aber für die absoluten Änderungen eine logarithmische Normalverteilung (auch Lognormal-Verteilung genannt) mit dem Erwartungswert $\left(\mu - {}^1\!/_2\, \sigma^2\right) t$ und der Varianz $\sigma^2\, t$.

[9] Es gilt für die Varianz $var\,(\varepsilon_t) = 1$, und insgesamt $var\left(\sigma\, \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}\right) = \sigma^2 \Delta t$.

Monte-Carlo Simulation:

Zur Simulation der Brown'schen Bewegung kann – ausgehend von einem Startwert X_0 – für kleine Δt folgende Approximationen verwendet werden. Dabei gilt (4.4) für die arithmetische und (4.5) für die geometrische BB:

$$x_{t+1} = x_t + \mu\,\Delta t + \sigma\,\varepsilon_{t+1}\sqrt{\Delta t} \qquad \text{mit} \quad x_0 = X_0, \text{ und} \tag{4.4}$$

$$x_{t+1} = x_t\ \exp\left\{\left(\mu - \frac{1}{2}\,\sigma^2\right)\Delta t + \sigma\,\varepsilon_{t+1}\sqrt{\Delta t}\right\} \qquad \text{mit} \quad x_0 = X_0. \tag{4.5}$$

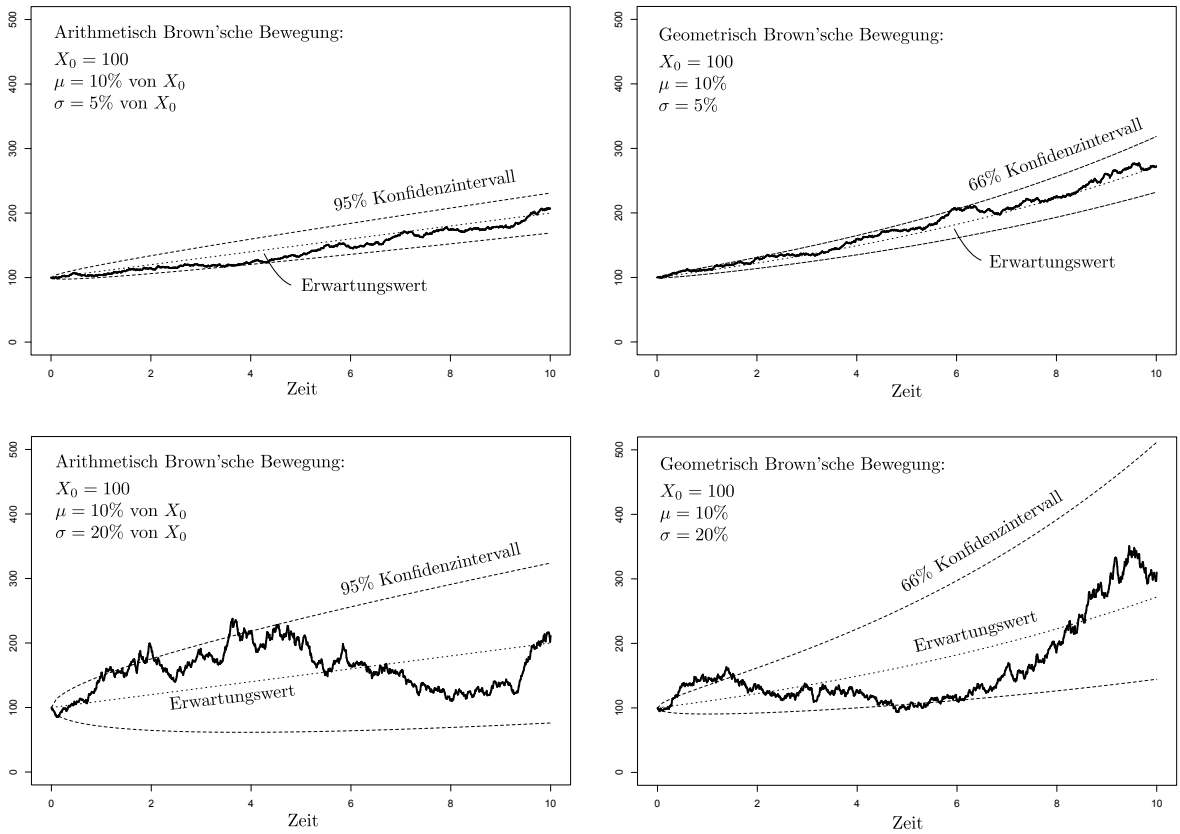


Abbildung 4.5: Realisierungen arithmetischer und geometrischer Brown'scher Bewegungen

Abbildung 4.5 zeigt beispielhaft jeweils zwei simulierte Pfade für die beiden beschriebenen Prozesse. Es lassen sich zwei augenscheinliche Merkmale ablesen, die man auch in der Realität so erwarten würde: Zum einen nimmt die Unsicherheit mit der Zeit zu, was man an den auseinanderlaufenden Konfidenzbereichen erkennen kann. Zum anderen kann der tatsächliche Kurs umso stärker um den Erwartungswert schwanken, je größer die Unsicherheit (Volatilität) ist. Wenn man nicht nur einen, sondern sehr viele Pfade simuliert und die Werteverteilung zu einem bestimmten Zeitpunkt in ein Histogramm überträgt, können die vorhin beschriebenen Verteilungen beobachtet werden. Abbildung 4.6 zeigt die normalverteilten Werte der arithmetischen BB und Abbildung 4.7 die lognormal-verteilten Werte der geometrischen BB für je 10.000 Durchläufe. Die theoretischen Dichtefunktionen sind jeweils strichliert eingezeichnet.

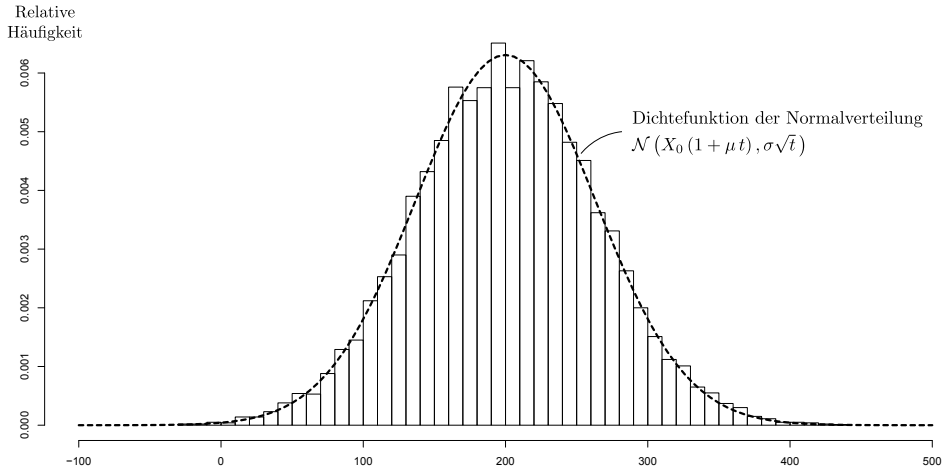


Abbildung 4.6: Histogramm für simulierte Pfadwerte
(arithmetisch Brown'sche Bewegung)

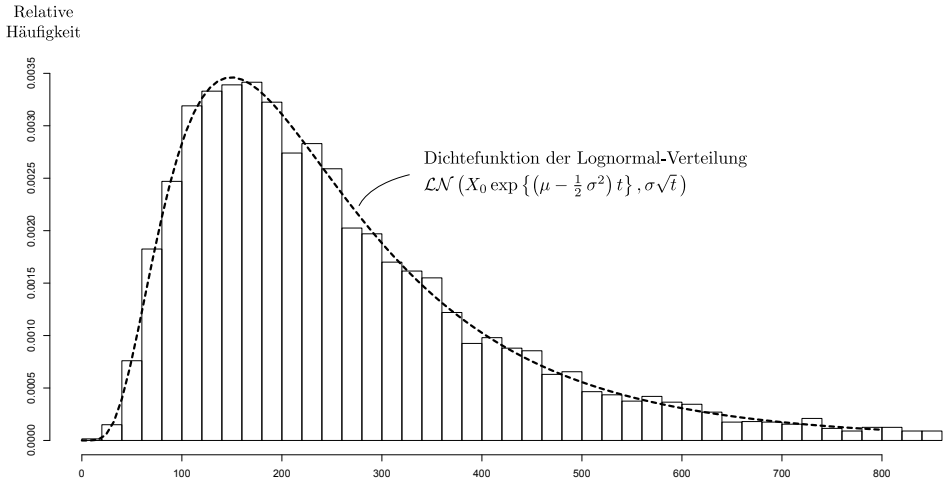


Abbildung 4.7: Histogramm für simulierte Pfadwerte
(geometrisch Brown'sche Bewegung)

Diskretisierung:

Zur praktischen Umsetzung der Realoptionsbewertung bedient man sich häufig der Darstellung in Lattice- bzw. Baummodellen. Wiener Prozesse werden dabei in der Regel als rekombinierende Binomialbäume modelliert. Wie das funktioniert soll im Folgenden in Anlehnung an Copeland/Antikarov (2001) und Kremer (2005) dargestellt werden.

Wie schon der Name sagt, spaltet sich im Binomialbaum jeder Zustand zum Zeitpunkt t in zwei Folgezustände zum Zeitpunkt $t+1$ auf. Da im Inneren des Baumes aber jeweils zwei Pfade rekombinieren, steigt die Anzahl der Knoten nur linear, d. h. nach n Stufen gibt es genau $n+1$ Zustände. Die Anzahl der möglichen Pfade, auf denen der Baum durchlaufen werden kann, steigt aber exponentiell (2^n Pfade). In Tabelle 4.1 sind alle Parameter aufgelistet, die einen Binomialbaum vollständig bestimmen.

Symbol	Parameter
X_0	Anfangswert der modellierten Größe
T	Endzeitpunkt
n	Anzahl der Zeitschritte im Intervall $[0, T]$
u, d	Faktoren für Wertänderung pro Zeitschritt $\Delta t = {}^{T}/_{n}$, $u > d$
p, q	Wahrscheinlichkeiten für Auf- und Abbewegung pro Zeitschritt

Tabelle 4.1: Definierende Parameter eines Binomialbaumes

Die Parameter für Höhe und Wahrscheinlichkeit einer Aufwärts- bzw. Abwärtsbewegung (u und p bzw. d und q) müssen dabei so definiert werden, dass die vorgegeben Eigenschaften (Erwartungswert μ und Volatilität σ^2) der zu modellierenden Größe korrekt abgebildet werden. Für den Standard Wiener Prozess wird das durch folgende Zusammenhänge gewährleistet:

$$u = \sigma\sqrt{\Delta t} \qquad \text{mit} \qquad p = \frac{\mu \Delta t + u}{2\,u} \tag{4.6}$$

$$d = -\sigma\sqrt{\Delta t} \qquad \text{mit} \qquad q = 1 - p \tag{4.7}$$

Abbildung 4.8 zeigt die ersten vier Schritte im Binomialbaum eines Standard Wiener Prozesses. Die Auf- und Abbewegungen sind in jedem Zeitschritt gleich groß. Je kleiner man die Schrittweite Δt wählt, desto besser nähert sich die Binomialverteilung der in Abbildung 4.6 dargestellten Normalverteilung an. Das folgt aus dem Satz von Moivre-Laplace. Es können daher für n gegen Unendlich bzw. Δt gegen Null beliebig große und kleine Werte erreicht werden.

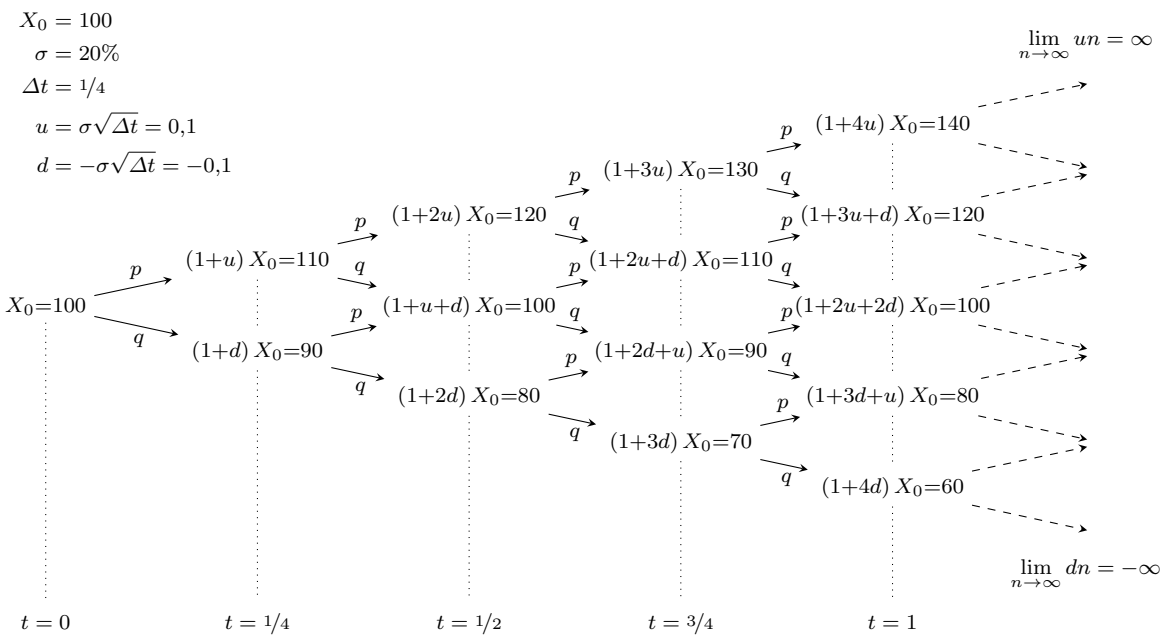


Abbildung 4.8: Rekombinierender Binomialbaum
(arithmetisch Brown'sche Bewegung)

Für die geometrisch Brown'sche Bewegung errechneten Cox, Ross und Rubinstein (1979) die Parameter des Binomialbaumes zu:

$$u = \mathrm{e}^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \qquad \text{mit} \qquad p = \frac{u\,\mathrm{e}^{\mu\Delta t} - 1}{u^2 - 1} \tag{4.8}$$

$$d = \mathrm{e}^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \qquad \text{mit} \qquad q = 1 - p \tag{4.9}$$

Aus Abbildung 4.9 werden wieder die ersten vier Schritte für einen beispielhaften multiplikativen Binomialprozess ersichtlich. Im Vergleich zum additiven Baum aus Abbildung 4.8 steigen die Werte schneller, fallen aber langsamer. So können für n gegen Unendlich bzw. Δt gegen Null zwar beliebig große, aber keine negativen Werte erreicht werden. Die Verteilung entspricht im Grenzfall der Lognormal-Verteilung aus Abbildung 4.7.

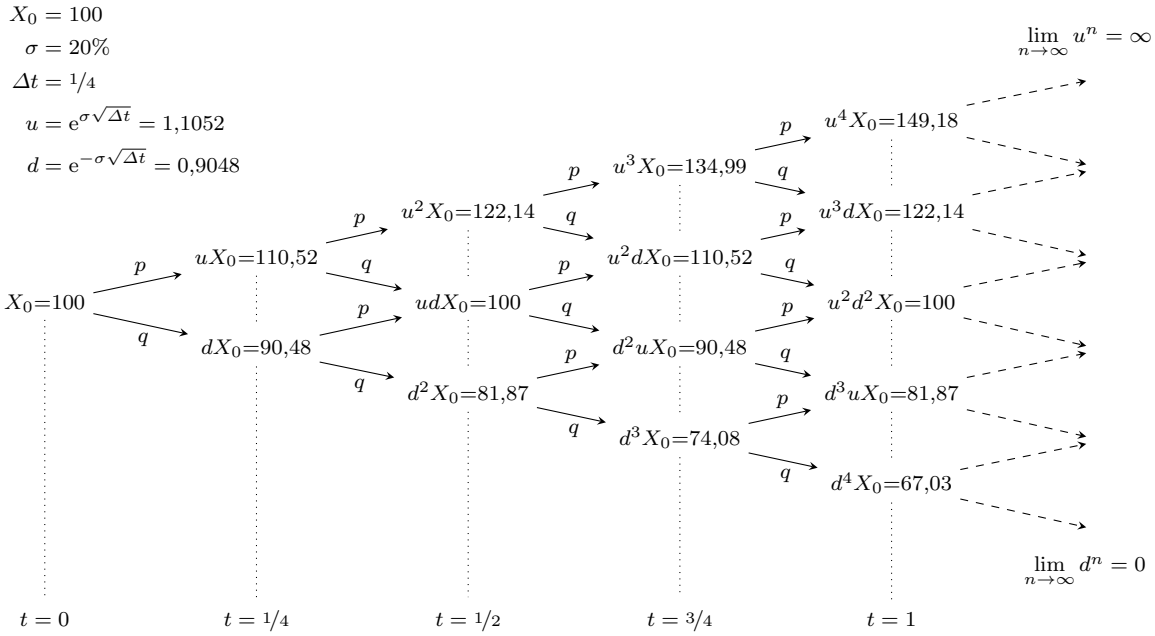


Abbildung 4.9: Rekombinierender Binomialbaum
(geometrisch Brown'sche Bewegung)

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Pfad nach n Zeitschritten genau k Aufwärtsbewegungen vollzogen hat und durch den Knoten mit dem Wert $(1 + ku + (n-k)\,d)\,X_0$ (arithmetische BB) bzw. $u^k d^{n-k} X_0$ (geometrische BB) läuft, errechnet sich mit Hilfe der Binomialverteilung zu

$$P\,(k \mid p, n) = \binom{n}{k} p^k\,(1-p)^{n-k}. \tag{4.10}$$

Als Binomialbäume modellierte Wiener Prozesse bilden den Zustandsraum einer großen Bandbreite an ökonomischen Größen erstaunlich gut ab, weshalb sich diese Methode zu einem zentralen Bestandteil der Realoptionsbewertung entwickelt hat.

4.3.2 Poisson Prozess

Obwohl sich die Wertentwicklung vieler ökonomischer Größen als kontinuierlicher Diffusionsprozess modellieren lässt, macht das nicht immer Sinn. Man betrachte beispielsweise die Anzahl der Wettbewerber auf einem dynamischen Markt, den Ausfall einer Maschine oder die Verfügbarkeit neuer Technologien. Die damit assoziierten ökonomischen Größen können sich zwar jederzeit ändern, dabei aber keine beliebigen Zwischenwerte annehmen. Außerdem ist es sehr unwahrscheinlich, dass sich die entsprechenden Ereignisse (Marktein- bzw. austritt eines Wettbewerbers, Maschinenausfall oder neue Technologie) innerhalb einer gewissen Zeitspanne mehrmals ereignen. Es liegen daher keine kontinuierlichen, sondern diskrete Zustandsräume vor und Wertänderungen, die in diesem Zusammenhang auch als *Sprünge* bezeichnet werden, treten nur in unregelmäßigen Abständen auf. Um die stochastische Entwicklung solcher Größen zu modellieren, eignet sich häufig ein *Poisson Prozess.*[10]

Ein Poisson Prozess beschreibt eine Folge von Ereignissen, die zu zufälligen Zeitpunkten stattfinden. Ein solches Ereignis kann dabei je nach Modellierung einen Wertsprung fixer oder zufälliger Größe auslösen. Die Anzahl der Ereignisse X_t innerhalb eines Zeitintervalls $[0, t]$ gibt dem Prozess seinen Namen, weil es sich dabei um eine poissonverteilte Zufallsvariable handelt. Der Parameter λ gibt an, wie viele Ereignisse im Mittel pro Zeitperiode auftreten und wird auch als Intensität bezeichnet. Unter Voraussetzung unendlich kleiner Schrittweiten dt beträgt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses $\lambda\, dt$, und mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1-\lambda\, dt$ passiert nichts. Ist die Intensität λ konstant, spricht man von einem homogenen Poisson Prozess (im Vergleich zum inhomogenen Poisson Prozess, bei dem die Intensität $\lambda\,(t)$ eine Funktion der Zeit ist). Die Zuwächse sind voneinander unabhängig und der Prozess besitzt wieder die Markov-Eigenschaft. Das bedeutet, dass es zwischen der Restwartezeit bis zum nächsten Sprung und der bisherigen Wartezeit keinen Zusammenhang gibt. Die Zeit zwischen zwei Sprüngen ist außerdem exponentialverteilt mit dem Parameter λ. Man kann Folgendes herleiten:

$$X_t \sim \mathcal{PO}\Big(\lambda\, t, \sqrt{\lambda\, t}\Big) \tag{4.11}$$

D.h. die in einem Intervall $[0, t]$ erzeugten Ereignisse X_t sind poissonverteilt mit Erwartungswert und Varianz jeweils $\lambda\, t$. Die diskrete Poisson-Verteilung ist also durch die Intensität λ vollständig definiert. Die Wahrscheinlichkeit, dass in der Zeit t genau k voneinander unabhängige Ereignisse passieren, errechnet sich zu

$$P_\lambda\,(k, t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!}\, \mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{4.12}$$

Monte-Carlo Simulation:

Ohne näher darauf einzugehen, kann die Simulation eines Poisson Prozesses auf verschiedenste Weise realisiert werden, indem zugrundeliegende Eigenschaften ausgenutzt werden. Abbildung 4.10 zeigt einige Pfade eines homogenen Poisson Prozesses bei unterschiedlichen Intensitäten.

[10] Vgl. Dixit/Pindyck 1994, S. 85

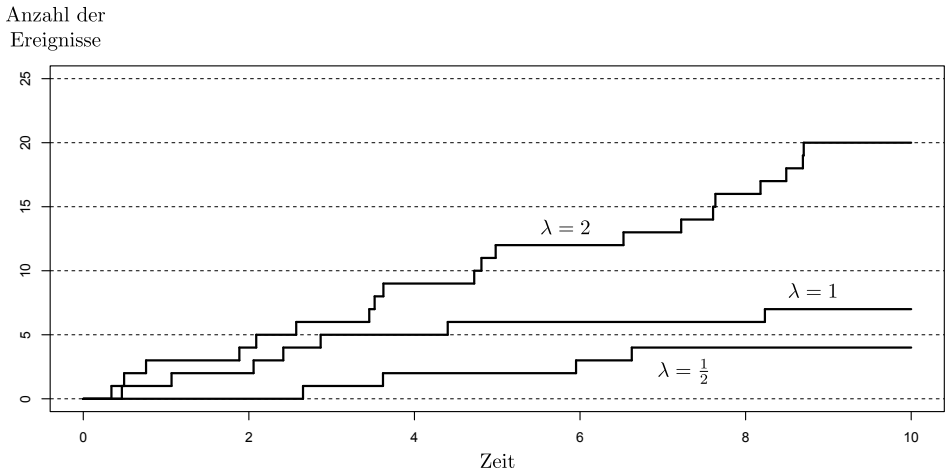


Abbildung 4.10: Realisierungen eines homogenen Poisson Prozesses
bei unterschiedlichen Intensitäten

Wenn man wiederum sehr viele Pfade eines homogenen Poisson Prozesses simuliert und die relativen Häufigkeiten der erzeugten Ereignisse nach einer gewissen Zeit t in einem Histogramm darstellt, kann die oben beschriebene Poisson-Verteilung beobachtet werden. In Abbildung 4.11 wurde das mit insgesamt 10.000 Realisierungen ausgeführt. Für jede Anzahl an Ereignissen ist die theoretische Wahrscheinlichkeit strichliert eingezeichnet (Dichte der Poisson-Verteilung).

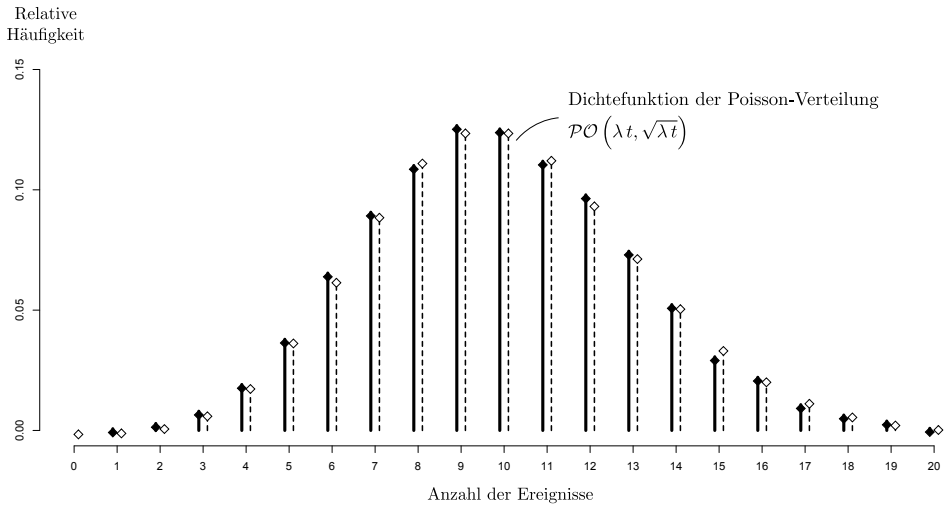


Abbildung 4.11: Histogramm der Endwerte für 10.000 simulierte Pfade

Die Monte-Carlo Simulation bestätigt also wiederum die vorhin getätigten Angaben zur Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Diskretisierung:

Auch der Zustandsraum eines Poisson Prozesses kann für die numerische Realoptionsbewertung als Binomialbaum dargestellt werden. Für jeden Zeitschritt Δt errechnet sich die

Wahrscheinlichkeit p für einen Sprung anhand der Exponentialverteilung zu

$$p = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t}. \tag{4.13}$$

Dementsprechend erfolgt in jedem Zeitschritt Δt mit der Gegenwahrscheinlichkeit

$$q = 1 - p = \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t} \tag{4.14}$$

kein Ereignis. Abbildung 4.12 zeigt die ersten vier Zeitschritte des Binomialbaumes. Die sich daraus ergebende Binomialverteilung konvergiert mit immer kleiner werdender Schrittweite Δt gegen die Poisson-Verteilung.

Wie schon bei den Wiener Prozessen, existieren auch einige Abwandlungen des Poisson Prozesses. Beispielweise könnte die Intensität $\lambda(t)$ selbst wieder als Zufallsvariable modelliert werden (sog. *Cox-Prozess*). Zusammenfassend handelt es sich beim Poisson Prozess also um einen diskreten Prozess in stetiger Zeit, der zur Modellierung sprunghafter Größen oder von Störfällen eingesetzt werden kann.

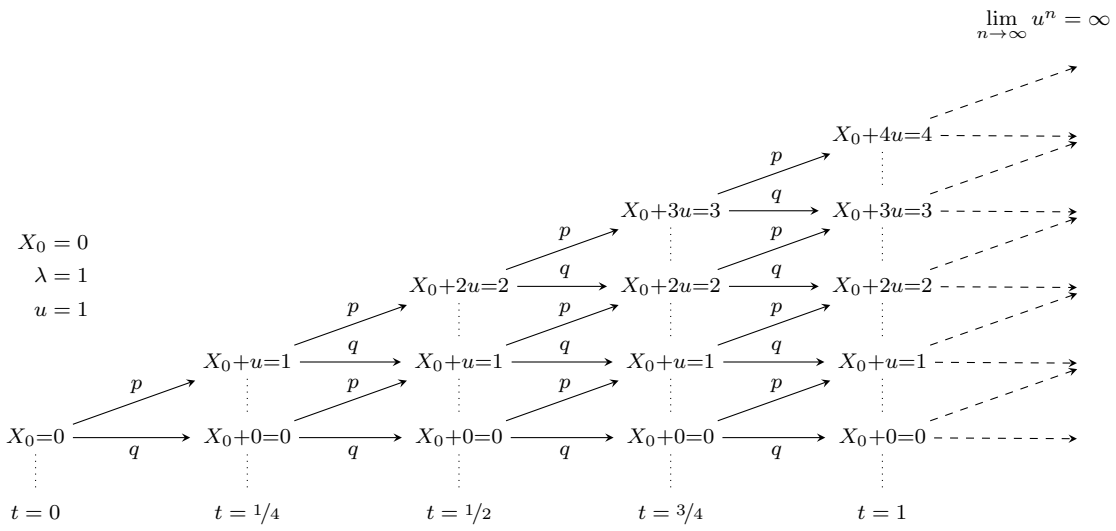


Abbildung 4.12: Rekombinierender Binomialbaum für den homogenen Poisson Prozess

Kapitel 5

Fallbeispiel

Die nachfolgende Problemstellung geht auf ein aktuelles Forschungsthema der Fraunhofer Austria Research GmbH zurück. Im Zentrum steht die Frage, wie ein Produzent seine Investitionsstrategie als Reaktion auf eine steigende Nachfrage nach Produktvarianten optimal gestaltet.

5.1 Problemstellung

Ein Unternehmen produziert und verkauft ein Produkt, das in unregelmäßigen Abständen in neuen Varianten nachgefragt wird. Eine neue Variante kann unter der Voraussetzung, dass entsprechende Produktionseinrichtungen vorhanden sind, sofort in das Produktionsprogramm aufgenommen werden. Ist das nicht der Fall, kann das Unternehmen entweder (i) eine Investition tätigen, um die neue Variante herstellen zu können oder (ii) sich entscheiden, mit einer Investition zu warten und die neue Variante vorerst nicht zu produzieren. Sobald eine Variante ins Produktionsprogramm aufgenommen wird, verbleibt sie auch dort. Die Variantenvielfalt kann daher nur wachsen.

Am Markt herrscht reger Wettbewerb. Falls das Unternehmen eine neue Variante nicht gleich produziert (die Investition aufschiebt), wird diese dennoch von einem Konkurrenten am Markt angeboten. Weil neue Varianten stets besonders stark nachgefragt werden, sinkt mit jeder neuen Variante die Gewinnmarge auf die alten Varianten. Rein intuitiv gerät dadurch ein Unternehmen, das neue Varianten ignoriert und Investitionen ständig hinausschiebt, zunehmend unter Druck. Es stellt sich daher die Frage, wie das Unternehmen seine Investitionsstrategie – abhängig vom aktuellen Preisniveau und der zunehmenden Variantenvielfalt – gestalten sollte, um seine Deckungsbeiträge zu maximieren.

5.2 Lösung

Die Vorgehensweise orientiert sich so gut es geht an dem in Abbildung 4.2 dargestellten Bewertungsprozess. Zuvor ist es jedoch erforderlich, einige Annahmen zu treffen und die Problemstellung etwas zu präzisieren.

5.2.1 Grundlegende Annahmen

Zu $t = 0$ wird nur eine einzige Variante nachgefragt und das betrachtete Unternehmen bietet diese auch an. Mit den vorhandenen Maschinen ist es aber nicht möglich, eine weitere Variante zu produzieren. Eine entsprechende Nachfrage kann daher nur bedient werden, wenn zusätzliche Produktionseinrichtungen erworben werden. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass eine Investition ohne Zeitverzögerung umgesetzt werden kann. Zwischen Kaufentscheidung und Nutzung einer Maschine gibt es also keine Wartezeit. Eine Investition selbst kann grundsätzlich jederzeit erfolgen. Außerdem besteht die Möglichkeit, Produktionseinrichtungen für mehrere neue Varianten gleichzeitig anzuschaffen, noch bevor diese tatsächlich nachgefragt werden. Gibt es am Markt schon mehrere Varianten, die das Unternehmen nicht anbietet (weil es länger nicht investiert hat), so müssen im Falle einer Investition zuerst die bereits am Markt befindlichen Varianten in das Produktionsprogramm aufgenommen werden. Die Möglichkeit, einzelne Varianten auszulassen, existiert nicht.

Falls es die Umweltzustände erfordern, kann sich das Unternehmen neben der Erweiterungsoption (Investition) auch jederzeit zur dauerhaften Stilllegung der Produktion gegen Zahlung des Betrages D entscheiden. Der Planungshorizont beträgt $T = 10$ Jahre, danach muss die Produktion jedenfalls stillgelegt werden.

Für die Bewertung des Projektes soll der Binomialansatz gewählt werden. Auf die Bildung risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten oder replizierender Portefeuilles wird verzichtet und stattdessen ein risikoloser Bewerter unterstellt, der Zahlungen mit $r = 5\%$ p.a. diskontiert. Insofern handelt es sich um eine sehr vereinfachte Realoptionsanalyse. Der Optionsgedanke bleibt aber erhalten und soll hier auch im Vordergrund stehen.

Für die Zwecke des Binomialmodells wird der Zeitraum von $t = 0$ bis T diskretisiert. Der erwitschaftete Cashflow des Unternehmens im Zeitintervall $[t, t+1)$ ergibt sich als Summe der Deckungsbeiträge über alle angebotenen Varianten n_{pr} und beträgt

$$c_t = \sum_{i=1}^{n_{pr}} \left({}^i p_t - {}^i k_t\right) {}^i x_t. \tag{5.1}$$

Dabei ist p_t der aktuelle Preis, k_t sind die aktuellen Stückkosten und x_t bezeichnet die Absatzmenge im aktuellen Zeitschritt. Ziel ist, eine optimale Investitionsstrategie zu finden, die den erwarteten Barwert der zukünftigen Cashflows über den gesamten Planungshorizont maximiert.

$$V = \sum_{t=0}^{T} \frac{c_t}{(1+r)^t} \rightarrow \max_{\text{Investitionsstrategie}} \tag{5.2}$$

5.2.2 Modellierung der Unsicherheiten

Der Großteil der planungsrelevanten Daten ist mit Unsicherheit behaftet. Um das Modell aber einfach und dennoch aussagekräftig zu halten, müssen die primären Werttreiber des Projektwertes herausgefiltert werden. Dabei handelt es sich um die Nachfrageentwicklung hinsichtlich neuer Varianten und um den Absatzpreis, der als *Mischpreis* alle Unsicherheiten in der Cashflowberechnung vereint.

Variantennachfrage

Klarerweise spielt die Nachfrage nach neuen Varianten eine besonders große Rolle. Wird sie bedient, ist zwar zuerst eine Investition erforderlich, dafür können potentiell hohe Deckungsbeiträge erwartet werden. Bedient das Unternehmen die Nachfrage nach neuen Varianten nicht, spart es Investitionskosten, dafür sinken die Deckungsbeiträge für alle bereits angebotenen Varianten. Es besteht daher besonderes Interesse daran, festzustellen, wie das Unternehmen auf die Entstehung einer neuen Variante reagiert. Realisiert wird dies mit Hilfe eines Poisson-Prozesses (siehe Abschnitt 4.3.2), wobei jedes Ereignis die Entstehung einer neuen Variante signalisiert. Zum Zeitpunkt $t = 0$ existiert schon eine Variante, danach entstehen im Mittel λ neue Varianten pro Zeitperiode. Die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb eines kleinen Zeitschrittes Δt eine neue Variante kommt ist

$$p_\lambda = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t} \tag{5.3}$$

und mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - p_\lambda = \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t}$ passiert nichts. Theoretisch könnte in jedem Zeitschritt eine neue Variante entstehen, was für kleine Δt aber sehr unwahrscheinlich ist. Um die Rechenzeit des Modells in Grenzen zu halten, muss die maximal mögliche Anzahl n_{max} an Varianten deshalb sinnvoll festgelegt werden.

Mischpreis

Die Formel 5.1 für den Cashflow über einen kleinen Zeitraum zeigt, dass grundsätzlich jede produzierte Variante über unterschiedlichen Preis, Stückkosten und Absatzmenge verfügt. Eine Modellierung all dieser Größen würde nur unnötige Komplexität erzeugen und den Modellrahmen vorzeitig sprengen. Aus diesem Grund wird die Volatilität der Cashflows einzig und allein auf die unsichere Entwicklung des Preises reduziert. Dies lässt sich unter Anwendung der geometrisch Brown'schen Bewegung (siehe Abschnitt 4.3.1) einfach bewerkstelligen. Stückkosten k und Absatzmenge pro Zeitperiode x werden fixiert und bleiben immer konstant, egal wie viele Varianten produziert werden. Im Preis muss daher noch Berücksichtigung finden, dass der Cashflow (i) davon abhängt, wie viele Varianten bereits produziert werden und (ii) wie viele Varianten zusätzlich nachgefragt werden. Dies wiederum gelingt durch die Adjustierung des Preises anhand eines Vorfaktors β_{adj}, der vom aktuellen Produktionsprogramm und der zusätzlich nachgefragten (noch nicht in Produktion befindlichen) Varianten abhängt. Der Preis ist daher als Mischpreis zu interpretieren. Die neue Formel für den Cashflow im Zeitintervall $[t, t+1)$ lautet

$$c_t = \left(\beta_{adj}\left(n_{pr}, n_{ex}\right) p_t - k\right) x \Delta t. \tag{5.4}$$

Der Anpassungsfaktor β_{adj} wird so gestaltet, dass der Absatzpreis für die angebotenen Varianten mit jeder zusätzlich ins Produktionsprogramm aufgenommenen Variante steigt, aber für jede darüber hinaus nachgefragte (nicht produzierte) Variante fällt.

5.2.3 Investitionskosten

Die Investitionskosten $K_I(q)$ werden deterministisch modelliert. Sie sind abhängig von der Anzahl q an Varianten, für die die Voraussetzungen zur Produktion geschaffen werden. Grundsätzlich ist von degressiven Investitionskosten auszugehen, d. h. eine neue Maschine, die zwei verschiedene Varianten herstellen kann, kostet weniger als zwei neue Maschinen, die jeweils nur eine Variante herstellen können.

5.2.4 Stochastisches Modell

Die Markov-Eigenschaft der stochastisch modellierten Prozesse für Variantennachfrage und Mischpreis gewährleistet, dass die optimale Entscheidung zum Zeitpunkt t nur vom aktuellen Zustand s_t abhängt. Dieser ist beschrieben durch den Preis p, die Anzahl n_{pr} an produzierten Varianten, die Anzahl n_{ex} an zusätzlich nachgefragten Varianten, die Anzahl n_{rs} an Varianten, die ohne Investition aufgenommen werden können und die Zeit t selbst:

$$s_t = s_t \left(p_t, (n_{pr})_t, (n_{ex})_t, (n_{rs})_t, t\right) \tag{5.5}$$

Die Anzahl n_{rs} an Varianten, die ohne Investition aufgenommen werden können, ergibt sich aus der Möglichkeit, eine Investition zu tätigen, die im Hinblick auf die Aufnahme neuer Varianten über Reserven verfügt. Folgendes Beispiel schafft Klarheit: Werden momentan insgesamt 5 Varianten nachgefragt, davon aber nur 3 produziert, so ist $n_{pr} = 3$, $n_{ex} = 2$ und $n_{rs} = 0$. Investiert man nun in eine Maschine für $q = 4$ neue Varianten, erhält man durch die Inproduktionsnahme der beiden noch nachgefragten Varianten $n_{pr} = 5$, $n_{ex} = 0$ und $n_{rs} = 2$.

Der Aktionsraum unterscheidet drei Fälle und ist abhängig von der Zeit t, der Anzahl n_{pr} an Varianten, die produziert werden und der Anzahl n_{rs} an Varianten in Reserve:

$$\Phi(s_t) = \begin{cases} \{\text{„Stilllegen“}\}, & \text{wenn } t = T. \\ \{\text{„Warten“, „Stilllegen“}\}, & \text{wenn } (n_{pr})_t + (n_{rs})_t = n_{max},\ t < T. \\ \{\text{„Warten“, „Investieren } q\text{“, „Stilllegen“}\}, & \text{wenn } (n_{pr})_t + (n_{rs})_t < n_{max},\ t < T. \end{cases} \tag{5.6}$$

Fall 1 bedeutet, dass am Ende des Planungshorizontes stillgelegt werden muss. **Fall 2** betrifft den Zustand, in dem bereits Produktionseinrichtungen für die, als Modellgrenze festgelegte, maximale Anzahl an Varianten zur Verfügung stehen. In diesem Fall ist keine Investition mehr möglich. Im **Fall 3** ist diese Grenze noch nicht erreicht, demnach kann jederzeit (mit Ausnahme t=T) investiert, fortgeführt oder stillgelegt werden. „Investieren q“ bedeutet, dass in Produktionseinrichtungen für eine Anzahl q an Varianten investiert wird, mit $q = 1, 2, \ldots, n_{max} - (n_{pr})_t - (n_{rs})_t$.

5.2.5 Rekursive Bewertung

Die Bewertung des Projektes erfolgt mit Hilfe der Dynamischen Programmierung unter Anwendung des Bellman-Prinzips (siehe Abschnitt 3.4). Dabei muss für jede mögliche Kombination von n_{pr}, n_{ex} und n_{rs} ein Wertebaum generiert und von hinten nach vorne durchlaufen werden. Grundlage eines jeden Wertebaumes bildet der stochastische Preisprozess, der mit dem Faktor β_{adj} an die jeweiligen Zustände n_{pr} und n_{ex} angepasst wird. Die Anzahl n_{rs} an produzierbaren Varianten in Reserve, hat keinen Einfluss auf den Mischpreis. Durch eine Investition ist es möglich, von einem Wertebaum auf einen anderen zu springen. In ähnlicher Weise bewirkt die Entstehung einer neuen Variante, dass man von einem Wertebaum zu einem anderen gelangt. Dies beruht auf der Tatsache, dass sich die Zustände der Größen n_{pr}, n_{ex} und n_{rs} durch eine Investition oder die Entstehung einer neuen Variante ändern. Das Schema aus Abbildung 5.1 lässt eine übersichtliche Darstellung der Bewertungsergebnisse zu, ist jedoch mit einer gewissen Einarbeitungszeit verbunden.

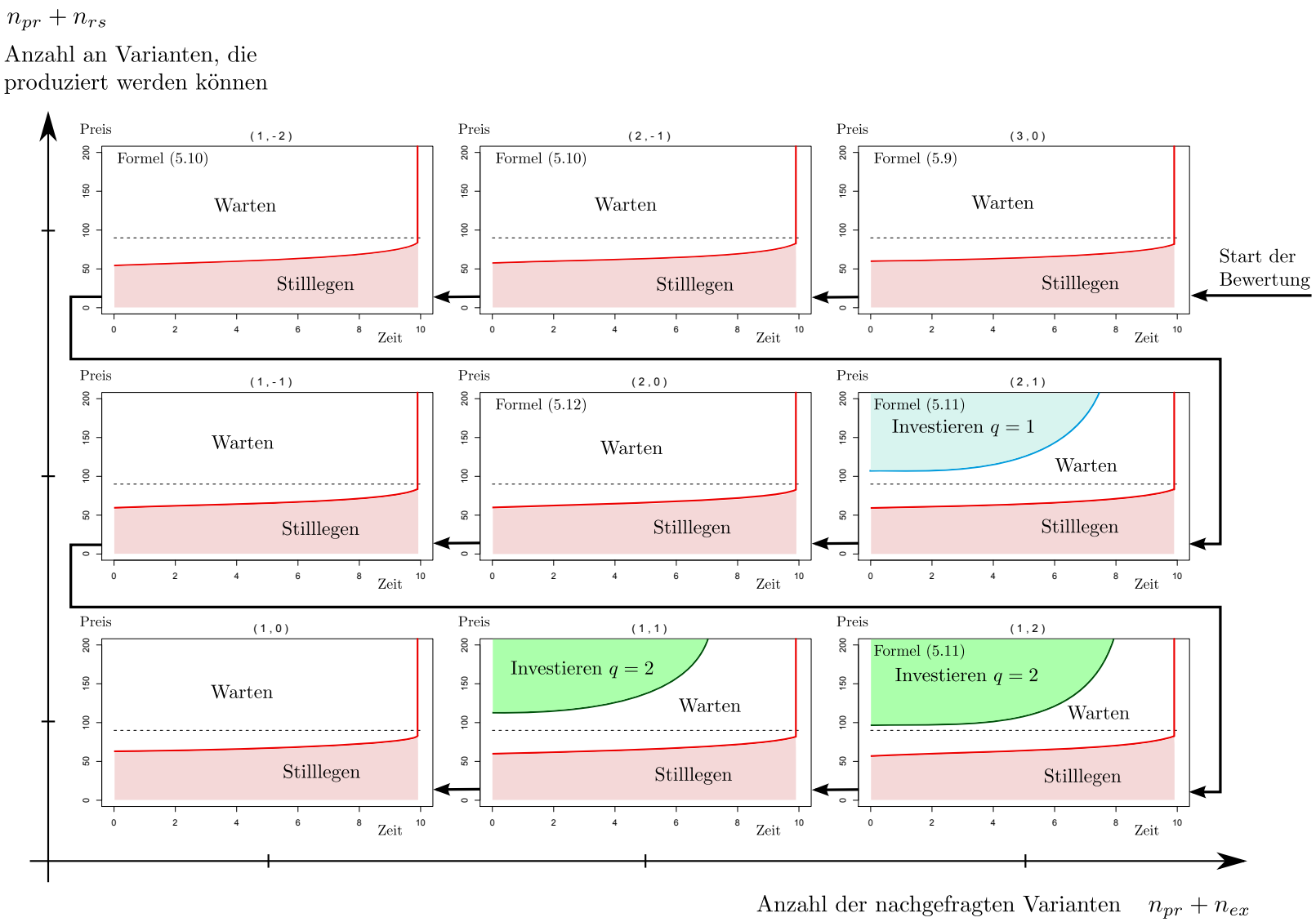


Abbildung 5.1: Schema der rekursiven Bewertung

Auf der horizontalen Achse ist die Anzahl der nachgefragten Varianten aufgetragen. Diese ergibt sich als Summe der Anzahl n_{pr} an produzierten Varianten und der Anzahl n_{ex} an darüber hinaus nachgefragten Varianten. Auf der vertikalen Achse findet sich die Anzahl an Varianten, die produziert werden können. Sie setzt sich wiederum zusammen aus der Anzahl n_{pr} an produzierten Varianten und der Anzahl n_{rs} an produzierbaren Varianten in Reserve. Beide Achsen sind begrenzt durch die Anzahl n_{max}, die entsprechend des Planungshorizontes T und der mittleren Ankunftsrate neuer Varianten λ sinnvoll gewählt werden sollte. Durch eine Investition bewegt man sich entlang der vertikalen Achse nach oben und mit jeder neuen Variante, die nachgefragt wird, wandert man auf der horizontalen Achse weiter nach rechts. Dargestellt wir nicht der Wertebaum selbst, sondern die optimalen Aktionen in Abhängigkeit vom Preis p und der Zeit t.

Die Bewertung startet in der rechten oberen Ecke. Von dort geht es entlang der eingezeichneten Pfeile bis zur linken unteren Ecke, von der das Projekt seinen Ausgang nimmt. Die einzelnen Wertebäume werden immer vollständig von hinten nach vorne durchlaufen, bevor zum nächsten übergegangen wird. Oberhalb jeder Teilgrafik ist angegeben, welcher Zustand gerade vorliegt. $(2,1)$ steht beispielsweise für den Zustand $n_{pr} = 2$ und $n_{ex} = 1$. Die erste Ziffer steht also für die Anzahl n_{pr} an produzierten Varianten und die zweite Ziffer (i) für die Anzahl n_{ex} an zusätzlich nachgefragten Varianten, falls das Vorzeichen positiv ist oder (ii) für die Anzahl n_{rs} an produzierbaren Varianten in Reserve, falls das Vorzeichen negativ ist. Die zweite Ziffer vereint also gleich zwei Zustandsvariablen. Das ist zulässig, weil n_{ex} und n_{rs} nicht gleichzeitig positiv sein können, sondern mindestens eine der beiden Größen immer gleich null ist. Zur Verdeutlichung noch ein paar Beispiele:

- $(3,0)$: $n_{pr} = 3$, $n_{ex} = 0$ und $n_{rs} = 0$
- $(2,-1)$: $n_{pr} = 2$, $n_{ex} = 0$ und $n_{rs} = 1$
- $(2,1)$: $n_{pr} = 2$, $n_{ex} = 1$ und $n_{rs} = 0$

Diese Eigenschaft wird in der Folge auch weiter genutzt, indem die Größe n_{rs} nicht mehr gesondert angegeben wird, sondern auf die Größe n_{ex} reduziert wird. Wenn n_{ex} also negativ ist, handelt es sich nicht mehr um die Anzahl an zusätzlich nachgefragten Varianten, sondern um die Anzahl an Varianten, die noch ohne zusätzliche Investition produziert werden können. Der Zustandsraum vereinfacht sich damit zu:

$$s_t = s_t\left(p_t, (n_{pr})_t, (n_{ex})_t, t\right) \tag{5.7}$$

Die Berechnung der Wertefunktion für jeden Zustand s_t hängt davon ab, welcher der drei möglichen Fälle im Aktionsraum (Fälle nach (5.6)) gerade vorliegt. **Fall 1** bezieht sich lediglich auf die Stilllegung am Ende des Planungshorizontes. Die Wertefunktion lautet dort

$$V[s_T] = V[p_T, n_{pr}, n_{ex}, T] = -D. \tag{5.8}$$

Fall 2 betrifft die oberste Zeile der Wertebäume aus Abbildung 5.1. Anhand des Prinzips von Bellman muss entschieden werden, welche der beiden Aktionen „Warten“ oder „Stilllegen“ optimal ist. Für $n_{ex} = 0$ (das ist der Wertebaum in der rechten oberen Ecke) gilt die Berechnung der Wertefunktion nach Formel (5.9). Für $n_{ex} < 0$ (insgeheim bedeutet das $n_{rs} > 0$) gilt Formel (5.10).

$$\begin{aligned} &V[p_t, n_{pr}, n_{ex}, t] = \max\{\text{„Warten“}, \text{„Stilllegen“}\} = \max\{c_t + \\ &\frac{1}{(1+r)^{\Delta t}} \cdot \Big(p_u V_u[p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1] + p_d V_d[p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1]\Big), -D\}. \end{aligned} \tag{5.9}$$

$$V[\,p_t, n_{pr}, n_{ex}, t\,] = \max\{\text{„Warten“}, \text{„Stilllegen“}\} = \max\{c_t + \frac{1}{(1+r)^{\Delta t}} \cdot \Big(p_u\big(p_\lambda V_u[\,p_{t+1}, n_{pr}{+}1, n_{ex}{+}1, t{+}1\,] + (1{-}p_\lambda)\, V_u[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1\,]\big) + p_d\big(p_\lambda V_d[\,p_{t+1}, n_{pr}{+}1, n_{ex}{+}1, t{+}1\,] + (1{-}p_\lambda)\, V_d[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1\,]\big)\Big), -D\}. \tag{5.10}$$

Alle restlichen Wertebäume sind (jeweils mit Ausnahme des Zeitpunktes $t = T$) **Fall 3** zuzuordnen. Dort muss wiederum für jeden Zustand unter Anwendung des Bellman-Prinzips errechnet werden, welche Aktion („Warten“, „Investieren q“, „Stilllegen“) den höchsten Wert generiert. Für $n_{pr} + n_{ex} = n_{max}$ gilt Formel (5.11).

$$V[\,p_t, n_{pr}, n_{ex}, t\,] = \max\{\text{„Warten“}, \text{„Investieren } q\text{“}, \text{„Stilllegen“}\} = \max\{c_t + \frac{1}{(1+r)^{\Delta t}} \cdot \Big(p_u V_u[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1\,] + p_d V_d[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1\,]\Big), V[\,p_t, n_{pr}{+}q, n_{ex}{-}q, t\,] - K_I\,(q) \quad \forall\, q \in (1, n_{max}{-}n_{pr})\,, -D\}. \tag{5.11}$$

Von einer weiteren Differenzierung der Wertefunktionen wird in der Folge abgesehen, das Prinzip ist hinreichend erklärt. Ein letztes Beispiel soll dennoch angegeben werden: Für die Zustände im Wertebaum für $n_{pr} = 2$ und $n_{ex} = 0$ gilt

$$V[\,p_t, n_{pr}, n_{ex}, t\,] = \max\{\text{„Warten“}, \text{„Investieren } q\text{“}, \text{„Stilllegen“}\} = \max\{c_t + \frac{1}{(1+r)^{\Delta t}} \cdot \Big(p_u\big(p_\lambda V_u[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}{+}1, t{+}1\,] + (1{-}p_\lambda)\, V_u[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1\,]\big) + p_d\big(p_\lambda V_d[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}{+}1, t{+}1\,] + (1{-}p_\lambda)\, V_d[\,p_{t+1}, n_{pr}, n_{ex}, t{+}1\,]\big)\Big), V[\,p_t, n_{pr}, n_{ex}{-}1, t\,] - K_I\,(1)\,, -D\}. \tag{5.12}$$

5.3 Parametrisierung

In der folgenden Tabelle wird jedem Modellparameter ein Wert bzw. eine Formel zugeordnet. Auch alle sonstigen Modellgrößen werden noch einmal aufgelistet.

Symbol	**Wert/Formel**	**Beschreibung**
n_{pr}		Anzahl der produzierten Varianten
n_{ex}		Anzahl der nicht produzierten, aber nachgefr. Varianten
n_{rs}		Anzahl der produzierbaren Varianten in Reserve
n_{max}	15	Maximale Anzahl an Varianten *(Modellgrenze)*
k	90 €	Stückkosten
x	100 Stk. p.a.	Absatzmenge pro Zeitperiode
r	5%	Diskontierungsrate
T	10 Jahre	Planungshorizont
Δt	$\frac{1}{20}$ Jahr	Zeitliche Diskretisierung

D	5.000 €	Kosten zur dauerhaften Stilllegung
q		Anzahl an Varianten (bei Investition)
K_I	$5.000 \cdot q^{0.8}$ €	Investitionskosten in Abhängigkeit von q
$(n_{pr})_0$	1	Anzahl an produzierten Varianten zum Zeitpunkt $t = 0$
λ	1	Mittlere Anzahl an neuen Varianten pro Jahr
p_λ	$1 - \mathrm{e}^{-\lambda \Delta t}$	Wahrscheinlichkeit für neue Variante innerhalb Δt
p_t	100 €	Preis zum Zeitpunkt t ohne Anpassung
β_{adj}	$1.05^{n_{pr}-1} \cdot 0.95^{n_{ex}}$	Anpassungsfaktor für Mischpreis
c_t	$(\beta_{adj} \cdot_t - k)\, x \Delta t$	Cashflow zum Zeitpunkt t
P_0	100 €	Startpreis zum Zeitpunkt $t = 0$
σ	20%	Volatilität des Preises
μ	0%	Drift des Preises
u	$\mathrm{e}^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$	Aufwärtsbewegung des Preises
d	$\mathrm{e}^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$	Abwärtsbewegung des Preises
p_u	$\frac{u\,\mathrm{e}^{\mu \Delta t}-1}{u^2-1}$	Wahrscheinlichkeit für Aufwärtsbewegung
p_d	$1 - p_u$	Wahrscheinlichkeit für Abwärtsbewegung
s_t	$s_t\,(p_t, n_{pr}, n_{ex}, t)$	Zustand zum Zeitpunkt t
Φ_t	$\Phi\,(s_t)$	Aktionsraum zum Zeitpunkt t
V	$V\,(s_t)$	Wertefunktion zum Zeitpunkt t
V_u	$V_u\,(s_t)$	Wert nach Aufwärtsbewegung
V_d	$V_d\,(s_t)$	Wert nach Abwärtsbewegung

Tabelle 5.1: Modellparameter

Investitionskosten

Abbildung 5.2 zeigt den degressiven Verlauf der Investitionskosten.

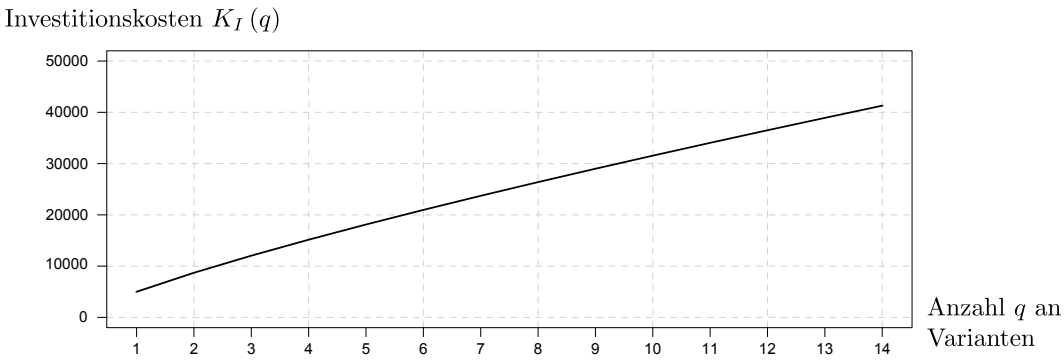


Abbildung 5.2: Investitionskosten $K_I\,(q)$

Mischpreis

Der gesamte Preisprozess wird nur einmal berechnet und hinterlegt. Einen Auszug davon zeigt die nachstehende Tabelle.

$t = 0$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	...10
100	104,57	109,36	114,36	119,59	125,06	130,78	136,76	143,01	149,55	
	95,63	100,00	104,57	109,36	114,36	119,59	125,06	130,78	136,76	
		91,44	95,63	100,00	104,57	109,36	114,36	119,59	125,06	
			87,44	91,44	95,63	100,00	104,57	109,36	114,36	
				83,62	87,44	91,44	95,63	100,00	104,57	
					79,96	83,62	87,44	91,44	95,63	
						76,47	79,96	83,62	87,44	
							73,12	76,47	79,96	
								69,92	73,12	
									66,87	

Tabelle 5.2: Auszug aus dem Preisprozess

Die Anpassung des Preises an die Zustandsgrößen n_{pr} und n_{ex} erfolgt durch den Parameter β_{adj}. In Abbildung 5.3 kann man erkennen, wie ein Preis von 100 € durch den Anpassungsfaktor β_{adj} zustandsabhängig *adjustiert* wird.

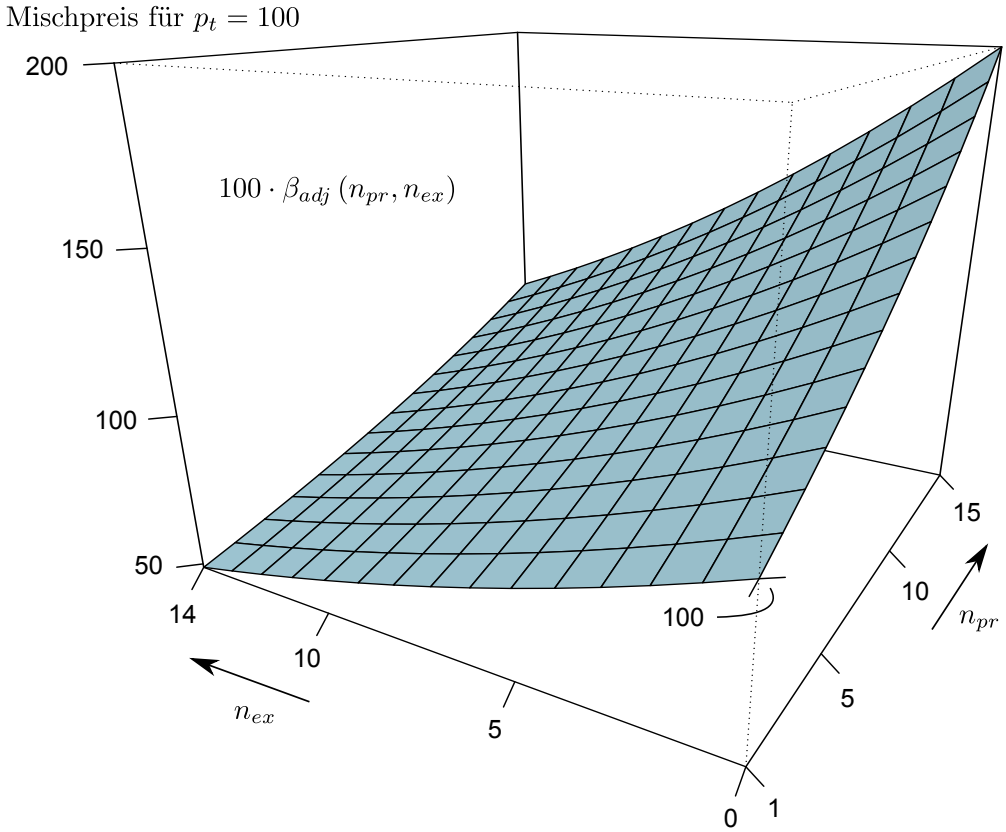


Abbildung 5.3: Mischpreis für $p_t = 100$ €

5.4 Resultate

Das Modell wurde im Softwarepaket R-Project implementiert.

5.4.1 Projektwert ohne Flexibilität

Der Projektwert ohne Flexibilität wird ermittelt, indem man eine starre Planung unterstellt und alle Handlungsoptionen ignoriert. Werden diese im Anschluss miteinbezogen, kann anhand der Differenz der beiden Projektwerte auf den Wert der Flexibilität geschlossen werden. Abbildung 5.4 zeigt das Ergebnis dieser Analyse für den Fall, dass innerhalb des Planungshorizontes keine neuen Varianten nachgefragt werden (d. h. $n_{max} = 1$). Die einzige Handlungsoption lautet in diesem Fall „Stilllegen“. Wie man gut erkennen kann, wird die Stilllegung dann ausgeübt, wenn die Preise schlecht sind. Die strichlierte Linie kennzeichnet die Stückkosten von 90 €. Der Vergleich der beiden Projektwerte zeigt schließlich, dass die Option zur frühzeitigen Stilllegung der Produktion den Projektwert um 6.046 € hebt. Das ist also der Wert der Flexibilität.

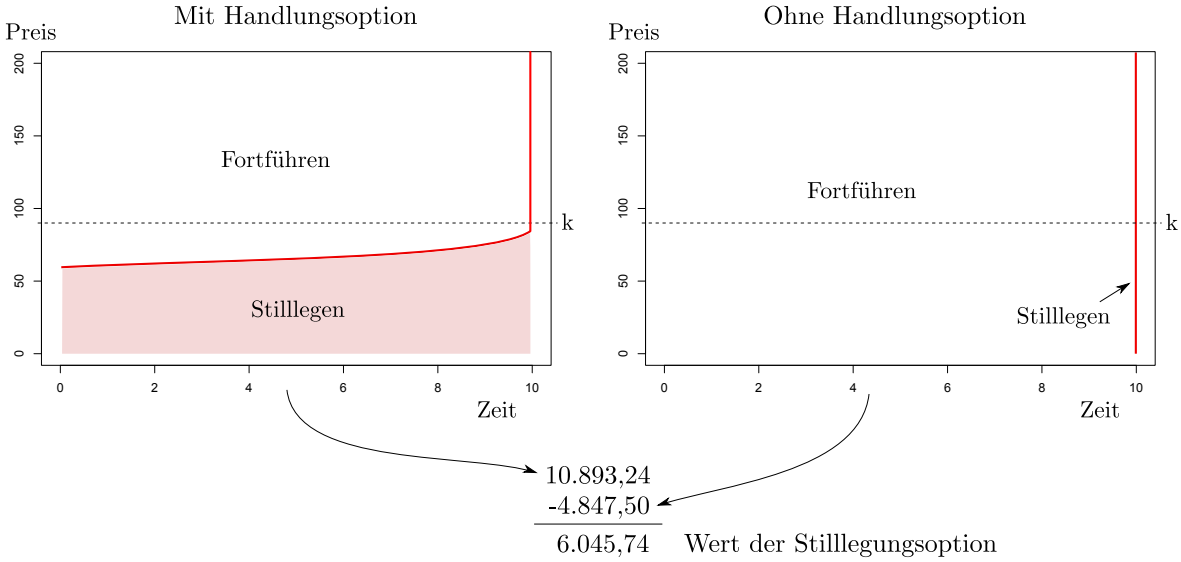


Abbildung 5.4: Wert der Flexibilität für $n_{max} = 1$

Dass innerhalb des Planungshorizontes keine neuen Varianten nachgefragt werden, entspricht nicht der vorgeschlagenen Parametrisierung. Dieser Fall wurde nur gewählt, weil er sich im Vergleich zu $n_{max} = 15$ noch einfach darstellen lässt.

Geht man jetzt aber davon aus, dass innerhalb von $T = 10$ Jahren maximal 15 neue Varianten entstehen können, so erhält man einen Projektwert ohne Flexibilität von $V_0 = -10.352$ €. Dieser fällt entsprechend niedrig (sogar negativ) aus, weil (i) über den gesamten Zeitraum von 10 Jahren nur eine Variante produziert wird, (ii) der Deckungsbeitrag für diese Variante aufgrund der zunehmenden Variantennachfrage laufend sinkt und (iii) weder investiert, noch stillgelegt werden kann.

Anmerkung: Dass innerhalb von 10 Jahren keine einzige Investition erfolgt, ist als eher unrealistisch anzusehen. Besser wäre beispielsweise die Annahme einer starren Planung,

bei der jeweils zu Beginn eines jeden Jahres die Möglichkeit zur Produktion einer neuen Variante geschaffen wird. Den Projektwert ohne Flexibilität würde diese Maßnahme positiv beeinflussen, was den Wert der Flexibilität wiederum sinken ließe. Hier zeigt sich also eindeutig, dass der Wert der Flexibilität „nur“ eine Vergleichsgröße darstellt. Das primäre Ziel der Flexibilitätsbewertung bleibt dennoch, Handlungsoptionen miteinzubeziehen. Ihnen einen genauen Wert beizumessen, ist daher eher von untergeordneter Bedeutung.

5.4.2 Projektwert mit Flexibilität

Unter Berücksichtigung aller Flexibilitäten durch die möglichen Handlungsoptionen „Warten“, „Investieren q“ oder „Stilllegen“ erhält man als zentrales Ergebnis der Flexibilitätsbewertung die optimale Ausübungsstrategie nach Abbildung 5.8. Entsprechend der mittleren Ankunftsrate einer neuen Variante $\lambda = 1$ ist innerhalb von 10 Jahren im Schnitt mit 10 neuen Varianten zu rechnen. Weil es sich dabei aber um einen Erwartungswert handelt, wurde die Modellgrenze auf $n_{max} = 15$ erweitert. Das Schema aus Abbildung 5.1 resultiert daher in einer Darstellung, die aus 15 x 15 kleinen Teilbildern besteht.

Durch die Analyse von Abbildung 5.8 können genaue Aussagen getroffen werden, wie sich das Unternehmen in Abhängigkeit einer unsicheren Preis- und Nachfragesituation verhalten sollte. Am Ende dieser Arbeit findet sich ein großer Ausdruck im Format A0. Jede Farbe markiert die Ausübung einer Option. Die rote Linie steht beispielsweise für die Stilllegung der Produktion. Die restlichen Farben kennzeichnen die Ausübung einer Erweiterungsoption, wobei für jedes q eine andere Farbe verwendet wurde. Was auf den ersten Blick auffällt, ist die diagonale Trennung. Im Vergleich zur besonders hervorstechenden rechten Hälfte unterhalb der Diagonale enthalten die Grafiken der linken oberen Hälfte lediglich die rote Linie (Stilllegungsgrenze). Daran lässt sich erkennen, dass nicht investiert werden sollte, solange noch Produktionseinrichtungen für zusätzliche Varianten vorhanden sind (n_{ex} ist dort negativ). Um weitere Aussagen zu treffen, werden in der Folge einige Teilgrafiken herausgegriffen.

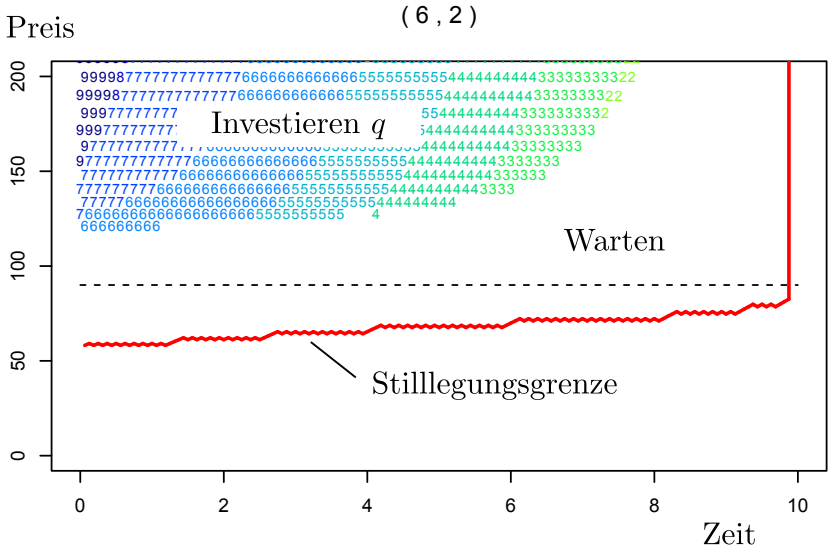


Abbildung 5.5: Optimale Ausübungsstrategie für $n_{pr} = 6$ und $n_{ex} = 2$

Abbildung 5.5 zeigt die optimale Ausübungsstrategie für $n_{pr} = 6$ und $n_{ex} = 2$. Am Verlauf der Stilllegungsgrenze kann man erkennen, dass laufend negative Deckungsbeiträge akzeptiert werden, das Ausmaß nimmt jedoch mit fortschreitender Zeit ab. Die Erklärung dafür ist einfach und darin begründet, dass auch die Stilllegung etwas kostet. Außerdem existiert eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass in der Zukunft wieder die Zone der positiven Deckungsbeiträge erreicht wird. Neben der farblichen Unterscheidung sind Zustände, in denen investiert werden sollte, direkt mit der Anzahl q an Varianten gekennzeichnet[1].

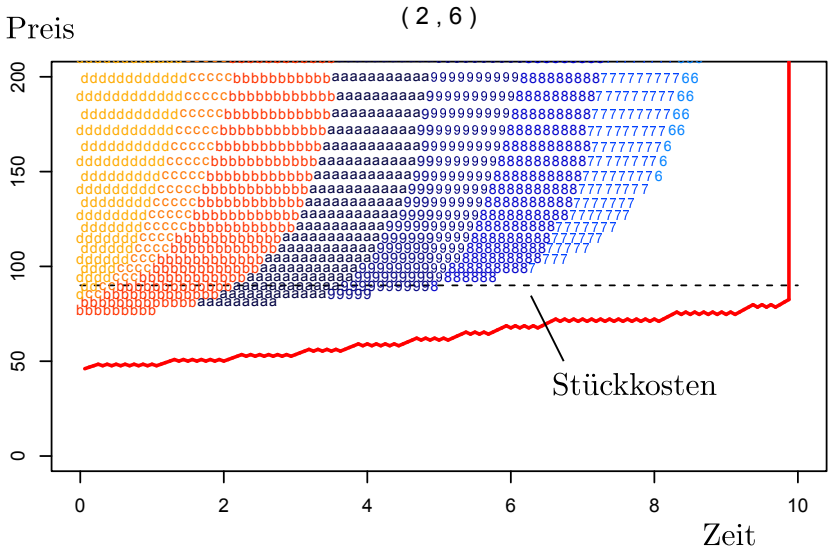


Abbildung 5.6: Optimale Ausübungsstrategie für $n_{pr} = 2$ und $n_{ex} = 6$

Grundsätzlich kommt es nur bei sehr guten Preisen zur Ausübung einer Erweiterungsoption. Bei mittelmäßigem Preisniveau werden Investitionen eher aufgeschoben und gewartet, wie sich die Nachfrage nach neuen Varianten entwickelt. Werden bereits einige Varianten zusätzlich nachgefragt, wie in Abbildung 5.6, so ist auch bei niedrigem Preis eine Investition optimal. Tatsächlich ist es dann sogar möglich, sich durch eine Investition aus einer Zone mit negativen Deckungsbeiträgen in die Gewinnzone zu retten. Auffällig ist auch, dass die einzelnen Werte q in der Regel größer sind als der aktuelle Zustand n_{ex}. Bei degressiven Investitionskosten sollten also Investitionen getätigt werden, mit denen man nicht nur die bereits zusätzlich nachgefragte Anzahl n_{ex} an Varianten ins Produktionsprogramm aufnehmen kann, sondern die darüber hinaus noch über Reserven verfügen. Mit abnehmender Restlaufzeit nimmt das Ausmaß einer Investition tendenziell ab.

In Abbildung 5.7 hat es das Unternehmen lange Zeit verabsäumt, notwendige Investitionen zu tätigen. In dieser Situation gibt es nur zwei Optionen: Entweder die Produktion wird stillgelegt oder es erfolgt eine massive Investition. Einfaches Fortführen des Projektes ist hier praktisch keine Option mehr.

[1] Für $q = 1 \ldots 9$ werden Ziffern verwendet, danach Kleinbuchstaben von a bis e für die Zahlen von 10 bis 14.

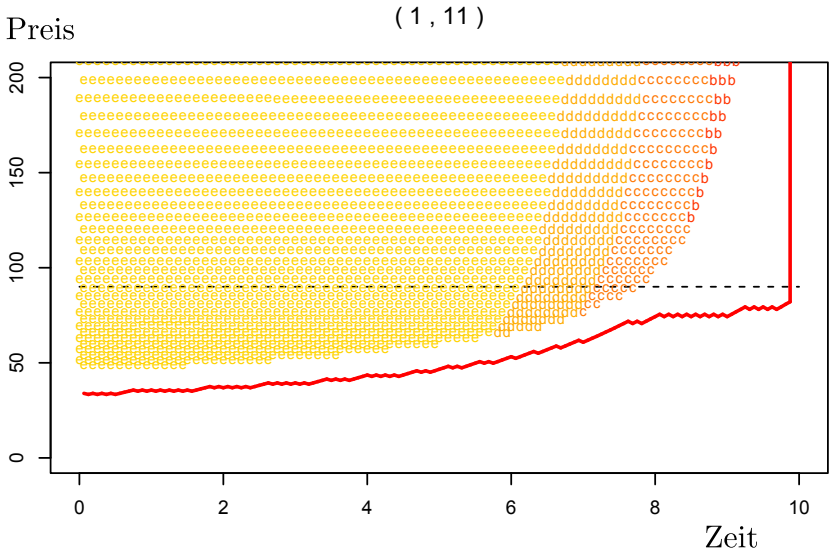


Abbildung 5.7: Optimale Ausübungsstrategie für $n_{pr} = 1$ und $n_{ex} = 11$

Der Projektwert unter Einbeziehung der Flexibilität beträgt $(V_{ROA})_0 = 8.583$ €. Im Vergleich zum Projektwert ohne Flexibilität ist das eine Steigerung um 18.935 €.

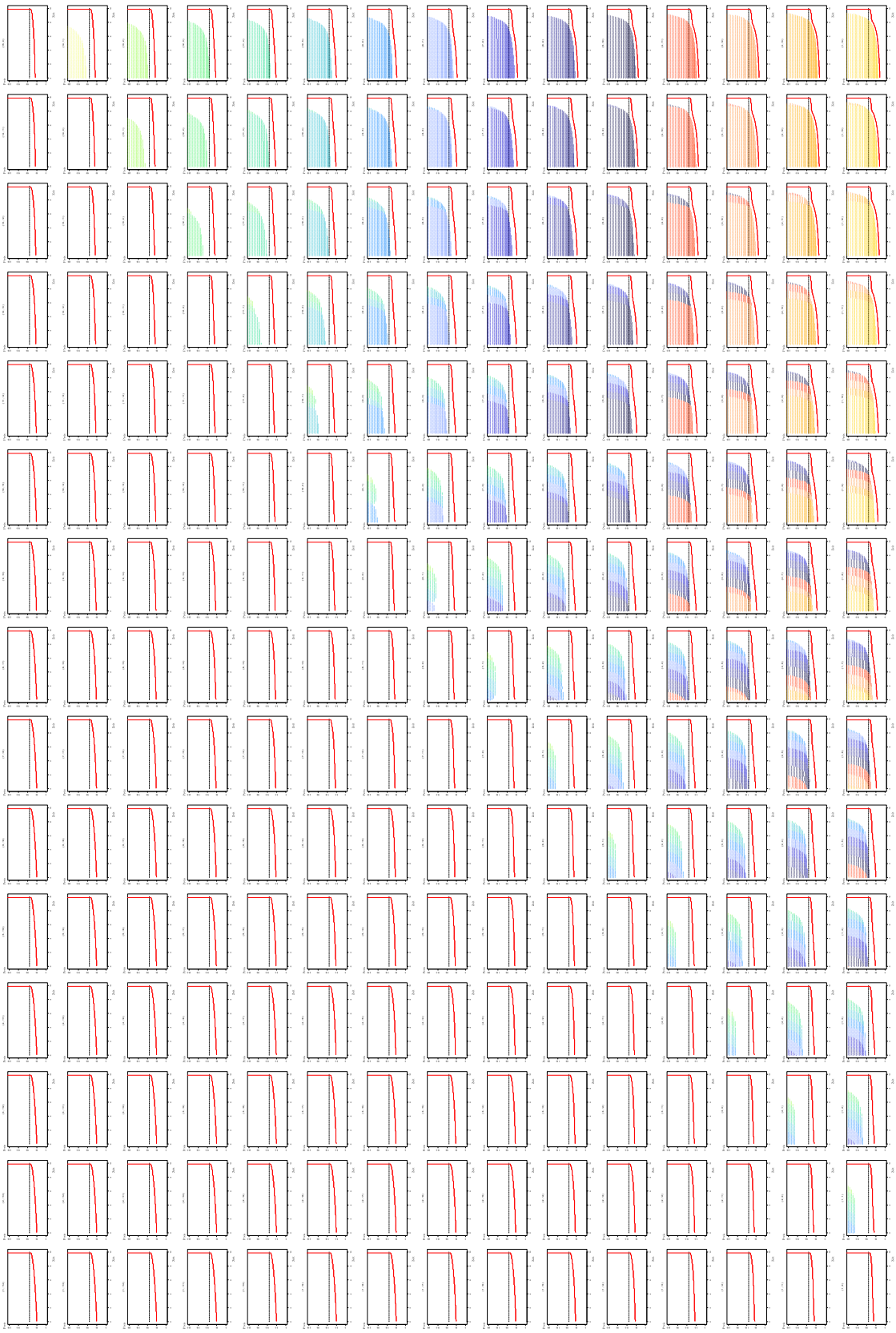


Abbildung 5.8: Optimale Ausübungsstrategie für $n_{max} = 15^2$

5.4.3 Tobin's q

Tobin's q ist ein Marktwert-Buchwert Verhältnis, das bei einer Investitionsentscheidung helfen kann. Ein Unternehmen an der Kapazitätsgrenze ist besonders daran interessiert, festzustellen, ob die Investition von einem Euro den Kapitalwert des Unternehmens um mehr als einen Euro erhöhen würde. Grob gesagt will man wissen, ob eine Investition mehr wert ist, als das Unternehmen dafür bezahlen muss. Der marginale Tobin's q ist definiert als

$$\text{Marginal Tobin's q} = \frac{\text{Steigung der Kapitalwertfunktion}}{\text{Steigung der Investitionskostenfunktion}}. \tag{5.13}$$

Solange dieses Verhältnis größer als 1 ist, steigt der Kapitalwert schneller als die Investitionskosten. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Im oberen Teil der Grafik finden sich die Investitionskosten (rot) und der Verlauf der Kapitalwertfunktion für drei ausgewählte Zustände von n_{ex} (blau). Der Vergleich mit dem unteren Teil der Abbildung zeigt, dass der marginale Tobins'q genau dann die entscheidende Grenze von 1 unterschreitet, wenn die Differenz zwischen Kapitalwert und Investitionskosten am größten ist.

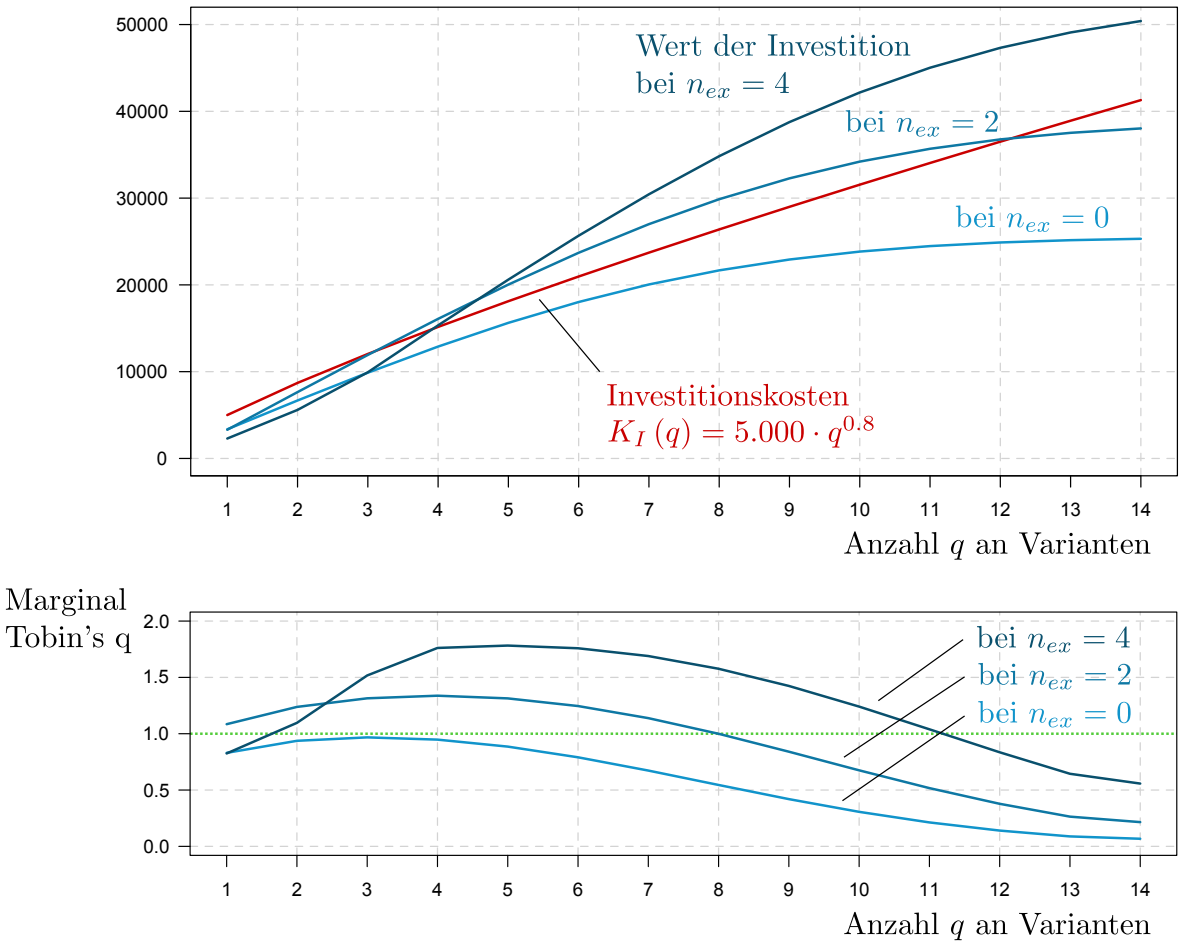


Abbildung 5.9: Berechnung des marginalen Tobin's q

[2]Diese Abbildung findet sich am Ende der Arbeit noch einmal im Format A0.

In Abbildung 5.9 ist der marginale Tobin's q nur für drei verschiedene Zustände angegeben. Abbildung 5.10 hingegen zeigt den marginalen Tobin's q für alle möglichen Zustände, indem n_{ex} auf einer eigenen Achse aufgetragen wird. Es gibt zwei seitliche Bereiche, in denen der marginale Tobin's q kleiner 1 ist. Demnach lohnt es sich nicht, eine kleine Investition zu tätigen, wenn sehr viele Varianten zusätzlich nachgefragt werden. Genauso macht es wenig Sinn, eine große Investition zu tätigen, wenn nur wenige Varianten zusätzlich nachgefragt werden.

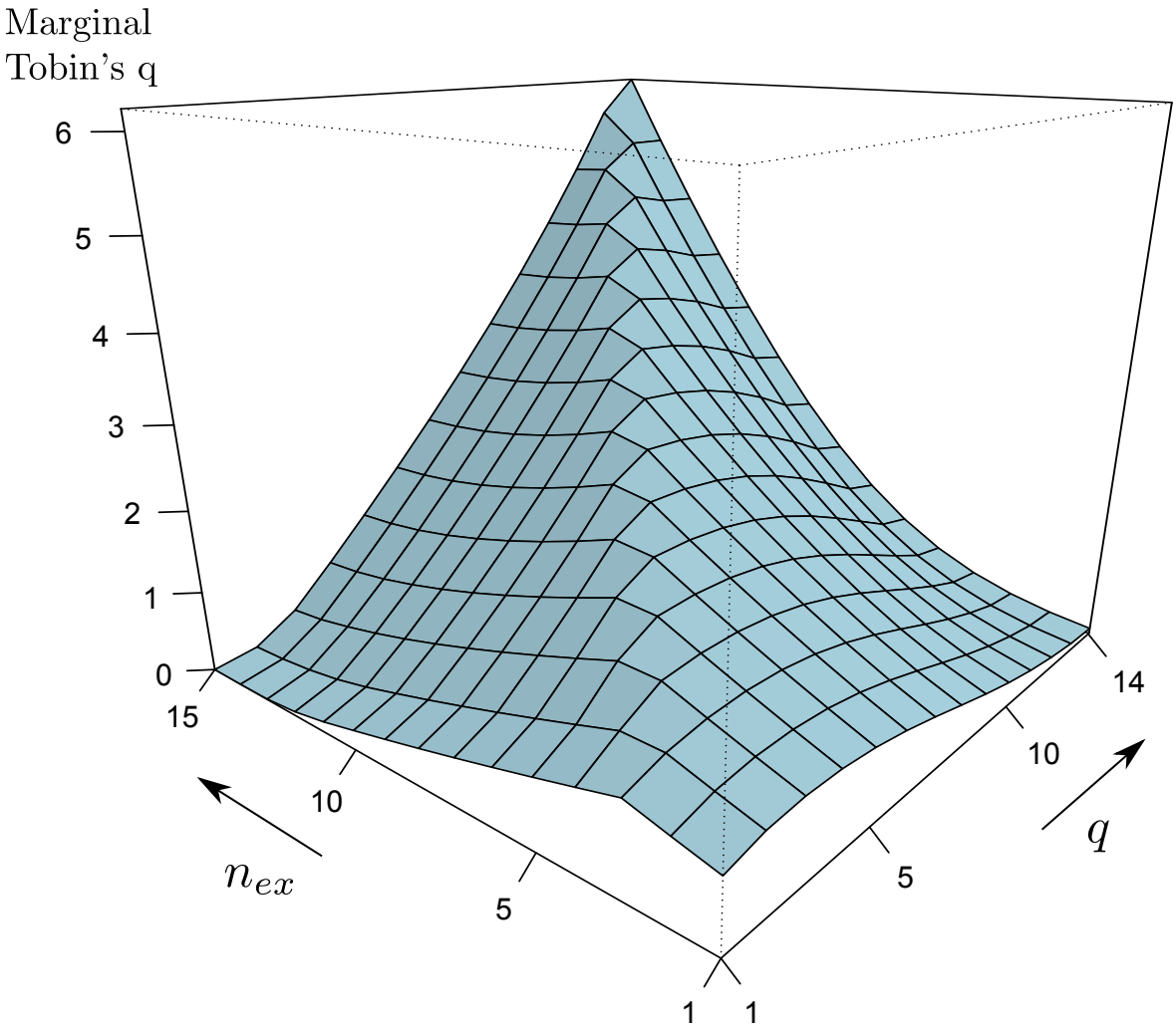


Abbildung 5.10: Marginaler Tobin's q in Abhängigkeit von q und n_{ex}

5.5 Sensibilitätsanalyse

Zahlreiche Eingangsgrößen des Modells werden als gegeben betrachtet. Die Sensibilitätsanalyse soll zeigen, wie empfindlich der Realoptionswert auf Veränderungen eines bestimmten Parameters reagiert und welche Auswirkungen hinsichtlich der optimalen Strategie zu beobachten sind. Dadurch kann die real vorhandene Unsicherheit noch besser erfasst werden.

Volatilität σ des Underlying

Der Parameter σ für die jährliche Standardabweichung des Preisprozesses legt die Unsicherheit der zugrundeliegenden Zahlungsstruktur fest. Tabelle 5.3 kann entnommen werden, dass der Projektwert mit zunehmender Unsicherheit steigt. Dies entspricht auch den Erkenntnissen aus Abschnitt 2.1.

Volatilität σ des Underlying	5%	10%	15%	20%	25%	30%
Projektwert $(V_{ROA})_0$ in €	110	2.692	5.567	8.583	11.633	14.715

Tabelle 5.3: Optimaler Projektwert in Abhängigkeit der Unsicherheit

Inwiefern sich eine Veränderung der Unsicherheit auf die optimale Ausübungsstrategie auswirkt, zeigen die Grafiken aus Abbildung 5.11. Darin sind jeweils dieselben Ausschnitte aus dem Diagramm für die optimale zustandsabhängige Strategie dargestellt. Die obere Reihe resultiert aus der Berechnung mit einer Volatilität von $\sigma = 20\%$ und für die untere Reihe gilt $\sigma = 30\%$. Die Investitionsgrenzen verschieben sich mit steigender Unsicherheit nach oben, wohingegen sich die Stilllegungsgrenzen genau umgekehrt verhalten. Damit kann wiederum die Behauptung aus Abschnitt 2.3 bestätigt werden, dass in einem unsicheren Umfeld der Wert des Wartens besonders groß ist.

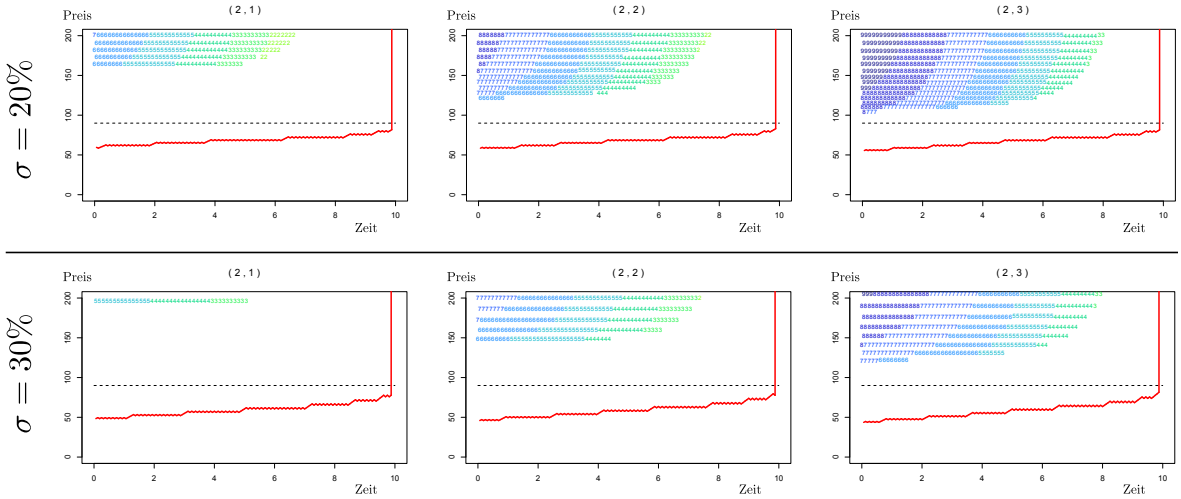


Abbildung 5.11: Vergleich der Ausübungsstrategie bei unterschiedlicher Unsicherheit

Parameter für Skaleneffekt

In der Formel für die Investitionskosten ($K_I = 5.000 \cdot q^{0.8}$ €) wird der degressive Anstieg über den Exponent von q gesteuert (Parameter für Skaleneffekt). Im Grundmodell ist er 0,8. Tabelle 5.4 zeigt wie sich der Projektwert verändert, wenn man diesen Parameter variiert.

Parameter für Skaleneffekt	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Projektwert $(V_{ROA})_0$ in €	14.430	12.361	10.364	8.583	7.161	6.518

Tabelle 5.4: Optimaler Projektwert in Abhängigkeit des Skaleneffektes

Je kleiner der Exponent von q, desto geringer ist die Steigung der Investitionskosten. Dementsprechend steigt auch der Projektwert mit wachsendem Skaleneffekt. In Abbildung 5.12 sind zum Vergleich wiederum Ausschnitte aus der 15 x 15 Gesamtgrafik dargestellt. In der oberen Reihe beträgt der Exponent 0,8 (Grundmodell) und in der unteren Reihe 0,6. Man kann erkennen, dass die Investitionsgrenze mit steigendem Skaleneffekt absinkt und tendenziell größere Maschinen (für mehr Varianten) angeschafft werden. Zudem sinkt die Stilllegungsgrenze geringfügig ab.

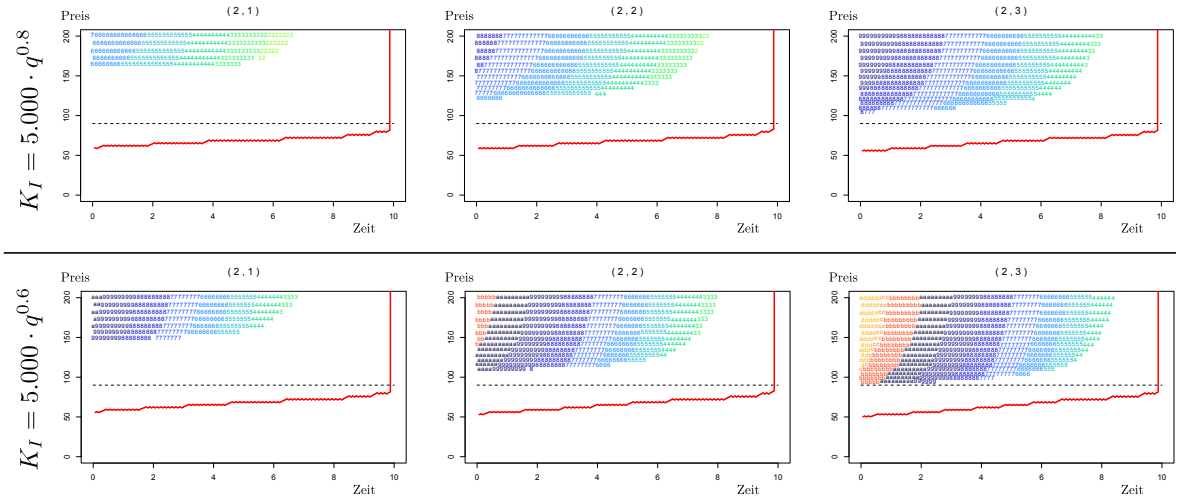


Abbildung 5.12: Vergleich der Ausübungsstrategie bei unterschiedlichem Skaleneffekt

5.6 Offene Fragen und Modellerweiterungen

Das erstellte Modell ahmt zum Teil sehr komplexe Mechanismen wie z. B. die Preisbildung am Markt auf einfache Weise nach. Insofern stellt sich die Frage, wie weit dieses vereinfachte Abbild der Wirklichkeit geeignet ist, um genauere Aufschlüsse über die optimale Investitionsstrategie des Unternehmens zu erhalten. Die vorangehende Analyse hat gezeigt, dass bei mäßigem Preisniveau in der Regel das Abwarten neuer Information und Aufschieben der Investition optimal ist. In der realen Welt wird es aber vorteilhaft sein, neue Varianten auch bei niedrigem Preisniveau anzubieten, da sich das Unternehmen im Wettbewerb behaupten muss. Eine mögliche Erweiterung des bestehenden Modells könnte also in Verbindung mit der Spieltheorie erfolgen. Dabei wäre die Anzahl der angebotenen Varianten eine endogene Größe, die sich als strategische Variable im Wettbewerb definiert. Interessant wäre dann, wie Gleichgewichtsstrategien aussehen könnten.

Eine weitere mögliche Anpassung des Modells betrifft die Beschaffungszeit für Maschinen. Im bestehenden Modell ist diese gleich null, d. h. es gibt keine Verzögerung zwischen der Investitionsentscheidung und ihrer Nutzung. Über eine entsprechende Anpassung des Zustandsraumes wäre es möglich, eine deterministische Beschaffungszeit zu implementieren. Genauer untersucht werden muss in diesem Zusammenhang auch die Annahme, dass Produktionseinrichtungen für Varianten, die es noch gar nicht gibt, angeschafft werden können.

Zusätzlich könnte untersucht werden, ob noch weitere Realoptionen vorliegen oder ob es

zusätzliche Quellen der Unsicherheit gibt, die Einfluss auf die optimale Strategie haben. Letzlich bleibt noch die Frage offen, wie man die Modellparameter bestimmt, um die Realität möglichst gut abzubilden.

Kapitel 6

Schlussbetrachtungen

6.1 Ergebnisse der Arbeit

In der Regel erfordern flexible Produktionssyteme im Vergleich zu speziellem Produktionsequipment höhere Anschaffungskosten. Dafür erlauben sie es Unternehmen, das Produktionsprogramm an Veränderungen der Nachfrage-, Preis- und Kostensituation anzupassen. Manager erfassen den Wert der flexiblen Anpassungsfähigkeit mangels geeigneter Budgetierungstechniken bislang überwiegend intuitiv. Mit dem Realoptionsansatz existiert aber ein geeignetes Instrument, um die Grenzen klassischer Bewertungsmethoden zu überwinden. Viele Autoren sehen darin den Grundstein der modernen Investitionsrechnung unter Unsicherheit.

Die Realoptionstheorie folgt dem Prinzip der flexiblen Planung, wonach Entscheidungen jederzeit in Abhängigkeit der vorliegenden Zustände von Nachfrage, Preis, Kosten, usw. auf Basis der zukünftigen Erwartungen getroffen werden. Jede Entscheidung entspricht der Ausübung oder Nichtausübung einer Option. Reale Optionen ergeben sich dabei aber nicht nur durch die Fähigkeit zur Anpassung des Produktionsprogramms, sondern auch durch vielfältige andere Handlungsmöglichkeiten eines aktiven Managements. Beispielsweise kann ein Unternehmen in neue Märkte eintreten, wenn sich die Zukunft besser entwickelt als erwartet oder auch wieder aus einem Markt austreten bzw. die Herstellung eines Produktes stilllegen, wenn es schlechter läuft, als zum Planungszeitpunkt prognostiziert wurde. Insgesamt lässt sich der durch Flexibilität geschaffene zukünftige Handlungsspielraum daher als Bündel von Realoptionen interpretieren und mit aus der Finanztheorie entlehnten Verfahren bewerten.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Fokus auf Gittermodelle gelegt. Sie bilden in Kombination mit Entscheidungsbäumen und der Dynamischen Programmierung ein wirkungsvolles Instrument, um Investitionsprojekte mit vielfältigen, möglicherweise voneinander abhängigen Realoptionen adäquat zu bewerten. Sie erfordern zudem keine fundierten finanzmathematischen Kenntnisse, erhöhen die Transparenz und der Bewertungsablauf lässt sich in vielen Fällen hinreichend operationalisieren. Als Ergebnis der Realoptionsanalyse erhält man nicht nur den Wert der Flexibilität, sondern auch die optimale Ausübungsstrategie. Die wahre Stärke dieses Bewertungskonzepts liegt daher in der Anwendung als strategisches Optimierungstool.

Der Wert der Flexibilität steht in engem Zusammenhang mit dem Wert der Information. Flexibilität ist wertlos, wenn die eintretenden Zustände in der Zukunft schon zum Planungszeitpunkt bekannt sind. Umgekehrt ist Flexibilität besonders wertvoll, wenn die Zukunft sehr unsicher ist und kaum Informationen über die Entwicklung vorliegen. Eine Untersuchung anhand der Bayes'schen Entscheidungstheorie zeigt, dass die Analyse des Informationswertes zumindest eine Abschätzung liefert, wie viel Wert durch Realoptionen (Flexibilität) „gehoben" werden kann.

6.2 Diskussion und Ausblick

Nur etwa 14% der 1.000 umsatzstärksten Unternehmen weltweit nutzen momentan die Realoptionsanalyse in ihren Entscheidungsprozessen. Ermutigend wirkt hingegen die Absicht von mehr als der Hälfte der Nichtanwender, den Einsatz realer Optionen zukünftig in Betracht zu ziehen.[1] Die zentrale Herausforderung der nächsten Jahre besteht in der Entwicklung branchenspezifischer Softwarelösungen, die auch die Möglichkeit zur Einbindung von komplexeren *compound* oder *rainbow options* erlauben und Unterstützung bei der Parameterbestimmung bieten.[2] Ob dies tatsächlich gelingt, bleibt abzuwarten. Schließlich sind in über 30 Jahren seit der Entwicklung der Realoptionsanalyse zwar unzählige Publikationen entstanden, die Auswirkung auf die Praxis blieben bislang aber überschaubar. Und das, obwohl die Vorteile der Realoptionsanalyse bei der Entscheidungsfindung unter Unsicherheit eindeutig auf der Hand liegen.

Das Potential des Realoptionsgedankens zeigt sich im Fallbeispiel. Für jeden Zustand lässt sich ablesen, ob das betrachtete Unternehmen besser abwarten, investieren oder stilllegen sollte. Darüber hinaus konnten fundamentale Zusammenhänge, wie der erhöhte Wert des Wartens bei gestiegener Unsicherheit, zweifelsfrei bestätigt werden. Für den praktischen Einsatz des Modells bleiben dennoch einige Fragen offen. Beispielsweise müsste zusätzlich die Verknüpfung zur Spieltheorie hergestellt werden, um eine Wettbewerbssituation angemessen erfassen zu können. Mit jeder Erweiterung des Modells stößt man aber auf die Problematik, den Modellrahmen und Rechenaufwand möglichst gering zu halten und gleichzeitig die praktische Aussagefähigkeit zu erhöhen. Alles in allem bleibt daher noch einiges an Arbeit, um das Modell in den betrieblichen Entscheidungsprozess integrieren zu können.

[1] Siehe Block 2007
[2] Vgl. Hommel/Pritsch 1999, S. 139

Literaturverzeichnis

[1] Bellman, R.E.: *Dynamic programming.* P (Rand Corporation). Princeton University Press, 1957.

[2] Bengtsson, J.: *The Value of Manufacturing Flexibility: Real Options in Practice.* 2007.

[3] Bernd, S.R.: *Technologiegetriebene Veränderungen der Arbeitswelt.* Gito-Verl., 2008.

[4] Block, S.: *Are Real Options Actually Used in the Real World?* The Engineering Economist, 52(3):255–267, 2007.

[5] Cobb, Barry R. & Charnes, John M.: *Real options valuation.* Proceedings of the Winter Simulation Conference, Washington, DC, USA, December 9-12, 2007, WSC 2007:173–182, 2007.

[6] Copeland, T.E. & Weston, J.F. & Shastri K.: *Finanzierungstheorie und Unternehmenspolitik.* Pearson Studium, 2008.

[7] Copeland, T.E. & Antikarov, V.: *Real options: a practitioner's guide.* Texere, 2001.

[8] Cox, John C. & Ross, Stephen A. & Rubinstein Mark: *Option pricing: A simplified approach.* Journal of Financial Economics, 7(3):229–263, 1979.

[9] Dangl, T. & Wirl, F.: *Investment under uncertainty: calculating the value function when the Bellman equation cannot be solved analytically.* Journal of Economic Dynamics and Control, 28(7):1437–1460, 2004.

[10] Dangl, T. & Kopel, M.: *Die Bedeutung vollständiger Finanzmärkte für die Anwendung des Realoptionsansatzes.* In: Hommel, U. & Scholich, M. & Baecker P. (Herausgeber): *Reale Optionen – Konzepte, Praxis und Perspektiven strategischer Unternehmensfinanzierung*, Kapitel 3, Seiten 37–62. Springer, 2003.

[11] Deck, T.: *Der Itô-Kalkül: Einführung und Anwendungen.* Springer-Lehrbuch Masterclass. Springer, 2005.

[12] Dixit, A.K. & Pindyck, R.S.: *Investment under uncertainty.* Princeton University Press, 1994.

[13] Eckle-Kohler, J. & Kohler, M.: *Eine Einfuhrung in die Statistik und ihre Anwendungen.* Springer, 2009.

[14] Enke, M. & Geigenmüller, A.: *Commodity Marketing: Grundlagen- Besonderheiten- Erfahrungen.* Gabler Verlag, 2010.

[15] Farmer, K. & Stadler, I.: *Marktdynamik und Umweltpolitik: ein Beitrag zur gleichgewichts- und ordnungstheoretischen Fundierung umweltorientierter Volkswirtschaftslehre.* Einführungen Wirtschaft. Lit, 2005.

[16] Feingold, B. & Lang, R.: *Handeln mit Futures und Optionen.* FinanzBuch-Verl., 2004.

[17] Fricke, E. & Schulz, A. P.: *Design for changeability (DfC): Principles to enable changes in systems throughout their entire lifecycle.* Systems Engineering, 8(4):342–359, 2005.

[18] Gebhard, M.: *Hierarchische Produktionsplanung bei Unsicherheit.* Gabler, 2009.

[19] Grob, H. L. & Schultz, M. B.: *Flexible Planung mit DecisionPro.* Arbeitsberichte der Reihe „Computergestütztes Controlling“, 14, 2000.

[20] Götze, U.: *Investitionsrechnung: Modelle und Analysen zur Beurteilung von Investitionsvorhaben.* Springer, 2008.

[21] Herath, Hemantha S. B. & Park, Chan S.: *Real Options Valuation and its Relationship to Bayesian Decision-Making Methods.* The Engineering Economist, 46(1):1–32, 2001.

[22] Hilpisch, Y.: *Options based Management: vom Realoptionsansatz zur optionsbasierten Unternehmensführung.* Gabler, 2006.

[23] Hänsler, E.: *Statistische Signale: Grundlagen und Anwendungen.* Springer, 2001.

[24] Hommel, U. & Pritsch, G.: *Marktorientierte Investitionsbewertung mit dem Realoptionsansatz: Ein Implementierungsleitfaden für die Praxis.* Finanzmarkt und Protfolio Management, 13(2):121–143, 1999.

[25] Hommel, U. & Scholich, M. & Vollrath R.: *Realoptionen in der Unternehmenspraxis: Wert schaffen durch Flexibilität.* Springer, 2001.

[26] Hull, J.C. & Hoffmann, H.: *Optionen, Futures und andere Derivate.* Pearson Studium, 2009.

[27] Hungenberg, H. & Wulf, T. & Stellmaszek F.: *Einsatzfelder und Operationalisierung der Realoptionstheorie.* Working Paper 05-01. Institut für Unternehmensplanung (UIP) - Universität Erlangen-Nürnberg, 2005.

[28] Kasprik, R.: *Rationale Unternehmens- und Marketingplanung.* Physica-Verl., 2002.

[29] Kremer, J.: *Einführung in die Diskrete Finanzmathematik.* Springer-Lehrbuch. Springer, 2005.

[30] Kreutzer, R.T.: *Praxisorientiertes Marketing: Grundlagen- Instrumente- Fallbeispiele.* Gabler, Betriebswirt.-Vlg, 2009.

[31] Kulatilaka, N.: *Valuing the Flexibility of Flexible Manufacturing Systems.* IEEE Transactions on Engineering Management, Vol. 35:250–257, 1988.

[32] Leslie, Keith J & Michaels, Max P: *The real power of real options. (cover story).*

McKinsey Quarterly, (3):4–22, 1997.

[33] Meintrup, D. & Stefan Schäffler: *Stochastik: Theorie und Anwendungen.* Statistik und ihre Anwendungen. Springer, 2004.

[34] Möller, N.: *Bestimmung der Wirtschaftlichkeit wandlungsfähiger Produktionssysteme.* Utz, 2008.

[35] Morales, R.H.: *Systematik der Wandlungsfähigkeit in der Fabrikplanung.* Fortschritt-Berichte VDI. VDI-Verl., 2003.

[36] Myers, Stewart C.: *Determinants of corporate borrowing.* Journal of Financial Economics 5, 1977.

[37] Nitzsch, R. von: *Entscheidungslehre.* Verlag Mainz, 2007.

[38] Pindyck, R.S. & Rubinfeld, D.L. & Kruppa A. & Plötz-Steger P.: *Mikroökonomie.* Pearson Studium, 2009.

[39] Preissler, P.R.: *Betriebswirtschaftliche Kennzahlen: Formeln, Aussagekraft, Sollwerte, Ermittlungsintervalle.* BWL Starter Kit. Arvato DMR, 2008.

[40] Rhee, C.G. & Pieters, M. & van de Voort-M.P. van: *Real Options applied to infrastructure projects: A new approach to value and manage risk and flexibility.* IEEE, 2008.

[41] Rogalski, S.: *Entwicklung einer Methodik zur Flexibilitätsbewertung von Produktionssystemen: Messung von Mengen-, Mix- und Erweiterungsflexibilität zur Bewältigung von Planungsunsicherheiten in der Produktion.* Reihe Informationsmanagement im Engineering Karlsruhe. Univ.-Verl. Karlsruhe, 2009.

[42] Scholl, A.: *Robuste Planung und Optimierung.* Physica-Verlag, 2001.

[43] Schuh, G. & Gulden, A. & Wemhöner N. & Kampker-A.: *Bewertung der Flexibilität von Produktionssystemen – Kennzahlen zur Bewertung der Stückzahl-, Varianten- und Produktänderungsflexibilität auf Linienebene.* wt Werkstattstechnik online 94, 2004.

[44] Sethi, Andrea Krasa & Sethi, Suresh Pal: *Flexibility in manufacturing: A survey.* International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 2:289–328, 1990. 10.1007/BF00186471.

[45] Spremann, K.: *Versicherungen Im Umbruch: Werte Schaffen, Risiken Managen, Kunden Gewinnen.* Academic network. Springer, 2004.

[46] Steiner, P. & Uhlir, H.: *Wertpapieranalyse.* Physica-Verlag, 2000.

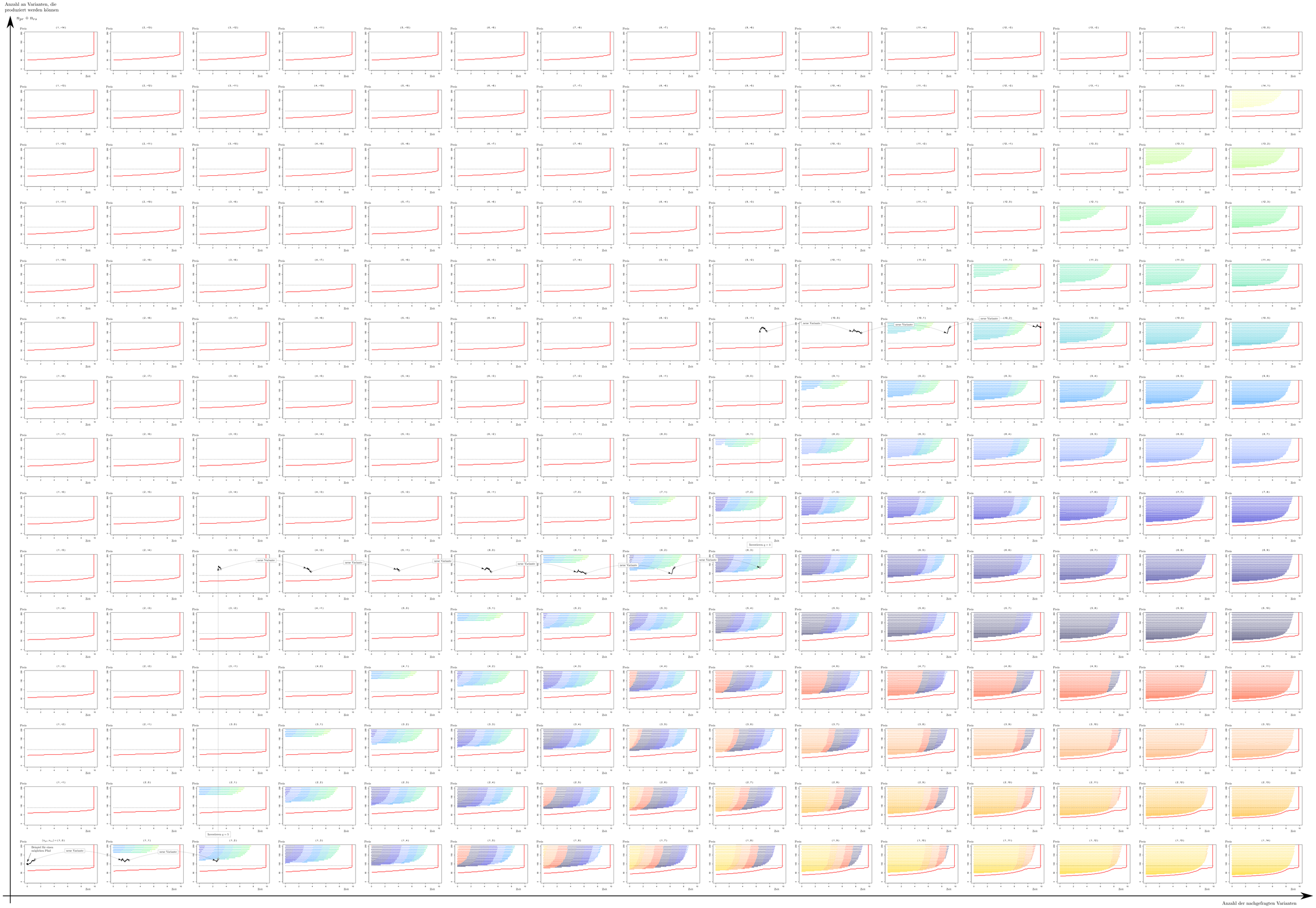
[47] Stiglitz, J.E. & Schmidt, T.: *Die Schatten der Globalisierung.* Siedler, 2003.

[48] Thonemann, U.: *Operations Management: Konzepte, Methoden und Anwendungen.* Pearson Studium. Pearson Studium, 2009.

[49] Trigeorgis, L.: *Real options: managerial flexibility and strategy in resource allocation.* MIT Press, 1996.

[50] Wallmeier, M.: *Der Informationsgehalt von Optionspreisen.* Betriebswirtschaftliche Studien. Physica-Verlag Heidelberg, 2003.

[51] Walter, L.: *Derivatisierung, Computerisierung und Wettbewerb: Die Entwicklung der Deutschen Terminbörse DTB/Eurex zwischen 1990 und 2001 im Kontext der europäischen Terminbörsen.* Gabler Edition Wissenschaft. Gabler, 2009.


Anzahl an Varianten, die produziert werden können
$n_{pr} + n_{ex}$
Preis
Zeit
neue Variante
Investieren $q = 4$
Investieren $q = 5$
$(\eta_{pr}, \eta_{ex}) = (1, 0)$
Beispiel für einen möglichsten Pfad
Anzahl der nachgefragten Varianten
$n_{pr} + n_{ex}$