



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
Vienna University of Technology



AUTOMATION & CONTROL INSTITUTE  
INSTITUT FÜR AUTOMATISIERUNGS-  
& REGELUNGSTECHNIK

---

# Steuerung und Regelung für den Gang eines humanoiden Roboters

## DIPLOMARBEIT

Ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)

unter der Leitung von

Univ.-Prof. Dr.techn. A. Kugi  
Dipl.-Ing. T. König

eingereicht an der

Technischen Universität Wien  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

von

Lukas Prenner  
Neugasse 355  
Seebenstein  
Österreich

Wien, Juni 2011

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit mit dem Thema **Steuerung und Regelung für den Gang eines humanoiden Roboters** entstand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik der Technischen Universität Wien.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Kugi, Herrn Dipl.-Ing. Thomas König und Herrn Dipl.-Ing. Markus Bader für die umfangreiche Betreuung der Arbeit. Ebenso gilt mein Dank allen Angehörigen des Instituts für die freundliche und angenehme Arbeitsatmosphäre und ihre Unterstützung.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meiner Familie, die mir das Studium ermöglicht hat und in allen Lebenslagen stets Rückhalt gegeben hat.

Wien, Juni 2011

# Abstract

At present a multitude of robots are used in industrial environments. In order to go a step further and use robots in everyday environments, robots should be able to come to any place, where humans are working and living. For this, robots with bipedal gait have been developed in the last years.

The present diploma thesis deals with the development and the implementation of a walking algorithm for humanoid robots, in particular for the humanoid robot Nao from Aldebaran Robotics. First of all the kinematics and inverse kinematics of the robot's legs are described and calculated. In the present work, the robot is modeled as a 3-dimensional inverted pendulum. Furthermore, the Zero Moment Point, essential for the stability of the bipedal walk, is introduced. Based on the dynamic equations of the inverted pendulum and on the Zero Moment Point the trajectories for a stable walk are calculated. A static stable walk as well as a dynamic stable walk are discussed. It is shown that the trajectories enable the robot to walk on even terrain. In order to allow the robot to walk on uneven terrain, the sensors of the robots are utilized to realize a closed-loop control which stabilizes the robot. An admittance control of the robot's legs is developed, which allows the robot to adjust the position and orientation of the foot to uneven ground or small obstacles. In addition a posture control is implemented in order to stabilize the posture of the robot. The developed control algorithms are tested with simulation and implemented on the Robot Nao.

# Kurzzusammenfassung

Momentan werden Roboter vor allem im industriellen Umfeld eingesetzt. Um den Schritt von dem geschützten industriellen Umfeld in den menschlichen Lebensraum zu schaffen, müssen Roboter unter anderem dazu in der Lage sein, überall dort hinzukommen, wo sich auch Menschen aufhalten. Um diese Aufgabe zu bewältigen, wird der Ansatz verfolgt, dem Roboter den selben Fortbewegungsapparat zur Verfügung zu stellen, den auch der Mensch besitzt.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Steuerungs- und Regelungsentwurf für den humanoiden Gang eines Roboters.

Zu Beginn dieser Arbeit erfolgt die Berechnung der Kinematik des Roboters Nao, sowie die Lösung der inversen Kinematik der Beine. In einem weiteren Schritt wird der Roboter als inverses Pendel modelliert. Mit Hilfe des Zero Moment Points wird ein Stabilitätskriterium für den humanoiden Gang vorgestellt. Unter Einbezug des Stabilitätskriteriums werden Trajektorien für den Gang des Roboters berechnet. Um äußeren Störungen entgegenzuwirken und Parameterungenauigkeiten des Robotermodells auszugleichen, werden in dieser Arbeit zwei Regelungsstrategien verfolgt. Zum einen wird eine Admittanzregelung entwickelt, welche die Position und die Orientierung des Fußes an den Untergrund anpasst und so dem Roboter erlaubt, sich auch auf unebenem Untergrund fortzubewegen. Zum anderen wird eine Torsoregelung entworfen, welche den Oberkörper stabilisiert. Der Steuerungs- und Regelungsentwurf wurde zunächst mittels Simulationen getestet und anschließend am Roboter Nao implementiert und verifiziert.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Problemstellung</b>	<b>2</b>
1.1	Einleitung . . . . .	2
1.2	Beschreibung des Roboters Nao . . . . .	4
1.2.1	Funktionsweise des Roboters . . . . .	4
1.2.2	Aufbau des Roboters . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>9</b>
2.1	Homogene Koordinatentransformation . . . . .	9
2.2	Kinematik des Roboters . . . . .	12
2.3	Inverse Kinematik . . . . .	20
2.4	Massenschwerpunkt . . . . .	25
2.5	Inverses Pendel . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Open-Loop Gehalgorithmus</b>	<b>29</b>
3.1	Grundlagen für den humanoiden Gang . . . . .	29
3.2	Stabilitätskriterium . . . . .	32
3.3	Trajektorien . . . . .	35
3.3.1	Statisch stabiler Gang . . . . .	36
3.3.2	Dynamisch stabiler Gang . . . . .	38
	Double Support Phase . . . . .	41
	Bremsphase . . . . .	41
	Beschleunigungsphase . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Closed-Loop Gehalgorithmus</b>	<b>44</b>
4.1	Admittanzregelung . . . . .	44
4.1.1	Admittanzregelung für ein Bein . . . . .	48
4.1.2	Admittanzregelung für das Sprunggelenk . . . . .	52
4.2	Torsoregelung . . . . .	55
4.2.1	Messung des Torsowinkels . . . . .	57
4.2.2	Identifikation der Parameter und Torsoregelung . . . . .	58
4.2.3	Resultate der Regelung . . . . .	62
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>66</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Kinematik des Roboters Nao (abgeändert von [3]). . . . .	6
2.1	Rotation eines Koordinatensystems (abgeändert von [10]). . . . .	10
2.2	Koordinatensystem: Drehung um die $z$ -Achse. . . . .	10
2.3	Darstellung des Abstandes $\mathbf{d}_a^b$ zwischen zwei Koordinatensystemen $\Sigma_a$ und $\Sigma_b$ . . . . .	12
2.4	Darstellung der Extremitäten-Koordinatensysteme des Roboters Nao. . . . .	14
2.5	Der Winkel $\phi_2 = -\frac{\pi}{3}$ rad zwischen den Achsen $y_{R,1}$ und $y_{R,2}$ entspricht dem Winkel des YawPitch-Gelenks des rechten Beins. . . . .	16
2.6	Drehung der Roll-Gelenke des rechten Beins um $\psi_{i,4} = -\frac{\pi}{7}$ und $\psi_{i,8} =$ $\frac{\pi}{7}$ . . . . .	17
2.7	Drehung der Pitch-Gelenke des rechten Beins um $\theta_{i,5} = -\frac{\pi}{5}$ , $\theta_{i,6} = \frac{2\pi}{5}$ und $\theta_{i,7} = -\frac{\pi}{5}$ . . . . .	19
2.8	Darstellung des Beins mit den Vektoren $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$ und $\mathbf{p}_{i,0}^{i,9}$ . . . . .	22
2.9	Darstellung des Masseschwerpunktes $\mathbf{p}_{i,j}^{\text{CoG}}$ des Roboters. . . . .	26
2.10	Modell des inversen Pendels. . . . .	27
3.1	Zeitliche Abfolge der Schrittphasen. . . . .	31
3.2	Darstellung des Stützpolygons während der Double Support Phase auf flachem Untergrund. . . . .	32
3.3	Darstellung des inversen Pendels und des Zero Moment Points. . . . .	33
3.4	Trajektorien des statisch stabilen Gangs. . . . .	37
3.5	Trajektorie des Massenschwerpunktes und des Zero Moment Points für den dynamisch stabilen Gang (abgeändert von [13]). . . . .	38
3.6	Darstellung der Trajektorien $x_W^{\text{CoG}}(t)$ und $y_W^{\text{CoG}}(t)$ bei den Parametern $e_{s1} = 0.03$ , $e_{su} = 0.0051$ mit $u \in \{2, 3, 5, 6, 8, 9, \dots\}$ , $S_{a0} = 0.04$ und $z_W^{\text{CoG}} = 0.23$ . . . . .	42
3.7	Darstellung der Trajektorie des Massenschwerpunkts (MSPs) bei den Parametern $e_{s1} = 0.03$ , $e_{su} = 0.0051$ mit $u \in \{2, 3, 5, 6, 8, 9, \dots\}$ , $S_{a0} =$ $0.04$ und $z_W^{\text{CoG}} = 0.23$ . . . . .	43
4.1	Kontaktreaktionskräfte während des statisch stabilen Gangs. . . . .	45

4.2	Vergleich des Pitch-Torsowinkels mit und ohne Admittanzregelung während des statisch stabilen Gangs. . . . .	46
4.3	Blockdiagramm einer Impedanzregelung (abgeändert von [9]). . . . .	47
4.4	Blockdiagramm einer Admittanzregelung (abgeändert von [9]). . . . .	47
4.5	Blockdiagramm der Admittanzregelung (AR) für den Roboter Nao. . . . .	48
4.6	Darstellung des Beines, des Abstandes $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$ und der Kraftsensoren am Fuß. . . . .	49
4.7	Darstellung der Federkennlinie $F_{\text{Foot,d}}^n(e_n)$ für die Parameter $k_a = \frac{1}{300}$ , $k_b = 0$ , $k_c = 0.5$ , $k_d = 0$ . . . . .	51
4.8	Trajektorien des statisch stabilen Gangs mit Admittanzregelung. . . . .	53
4.9	Vergleich des Pitch-Torsowinkels mit und ohne Torsoregelung während des statisch stabilen Gangs mit Admittanzregelung. . . . .	56
4.10	Zeitliche Verläufe der Torso Orientierung. . . . .	57
4.11	Bodediagramm der Übertragungsfunktionen $G_s^\#(q)$ , $G_{\text{PI}}^\#(q)$ , $G_{\text{Notch}}^\#(q)$ , $G_R^\#(q)$ , $G_L^\#(q)$ für die Torsoregelung des statisch stabilen Gangs. . . . .	60
4.12	Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises $G_L^\#(q)$ der Torsoregelung des statisch stabilen Gangs. . . . .	61
4.13	Bodediagramm der Übertragungsfunktionen $G_s^\#(q)$ , $G_{\text{Notch}}^\#(q)$ , $G_{L1}^\#(q)$ , $G_{L2,\text{DSG}}^\#(q)$ , $G_{R,\text{DSG}}^\#(q)$ , $G_{L,\text{DSG}}^\#(q)$ der Torsoregelung des dynamisch stabilen Gangs. . . . .	63
4.14	Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises $G_{L,\text{DSG}}^\#(q)$ für die Torsoregelung des dynamisch stabilen Gangs. . . . .	64
4.15	Zeitliche Verläufe der Torso Orientierung mit und ohne Torsoregelung für den dynamisch stabilen Gang. . . . .	64
4.16	Vergleich des Pitch-Torsowinkels mit und ohne Torsoregelung während des dynamisch stabilen Gangs. . . . .	65

# Abkürzungsverzeichnis

<b>KOS</b>	Koordinatensystem
<b>KOSe</b>	Koordinatensysteme
<b>KOSen</b>	Koordinatensystemen
<b>KOSs</b>	Koordinatensystems
<b>ZMP</b>	Zero Moment Point
<b>ZMPs</b>	Zero Moment Points
<b>MSP</b>	Massenschwerpunkt
<b>MSPe</b>	Massenschwerpunkte
<b>MSPs</b>	Massenschwerpunkts
<b>SSP</b>	Single Support Phase
<b>DSP</b>	Double Support Phase
<b>DSPn</b>	Double Support Phasen
<b>DSL</b>	Double Support Phase Left Leg
<b>DSR</b>	Double Support Phase Right Leg
<b>SSL</b>	Single Support Phase Left Leg
<b>SSR</b>	Single Support Phase Right Leg

# 1 Problemstellung

Der humanoide Gang ist für zukünftige Anwendungsgebiete von Robotern von essentieller Bedeutung, wie im folgenden Abschnitt 1.1 genauer erklärt wird. In Abschnitt 1.2 wird zunächst eine kurze Übersicht über den Roboter Nao sowie dessen Funktionen gegeben und in Abschnitt 1.2.1 wird näher auf die Funktionsweise des Roboters eingegangen. Anschließend folgt in Abschnitt 1.2.2 eine detaillierte Beschreibung des Aufbaus des Roboters.

## 1.1 Einleitung

Es werden bereits seit Jahrzehnten viele verschiedene Roboter in den unterschiedlichsten Anwendungsgebieten eingesetzt. Von besonderer Bedeutung für die Industrie sind Fertigungsroboter, da diese nicht nur hoch präzise und sehr schnell sondern auch vielfältig und kosteneffizient einsetzbar sind. Diese Fertigungsroboter werden vor allem stationär in einem vordefinierten und geschützten Bereich eingesetzt, siehe [10]. Abgesehen von den stationären Robotern findet man auch mobile Roboter, die vor allem Transportaufgaben übernehmen. Die Mehrheit der mobilen Roboter benutzt Räder zur Fortbewegung, weil diese – abgesehen von der Energieeffizienz – auch sehr einfache und robuste Antriebe ermöglichen. Als weiterer Vorteil lässt sich erwähnen, dass durch die Räder hohe Geschwindigkeiten relativ einfach zu realisieren sind. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass die Umgebungsbedingungen wie flacher, fester Untergrund vorhanden sind. Aus diesem Grund werden mobile Roboter mit Rädern nur in Industriebetrieben, die diese Voraussetzungen bieten, erfolgreich eingesetzt.

In Zukunft sollen Roboter nicht nur in vordefinierten industriellen Umgebungen zum Einsatz kommen, sondern auch überall dort, wo sich Menschen befinden und arbeiten, siehe [9]. Um dies zu verwirklichen, kann der Roboter mit der selben Fortbewegungstechnik ausgestattet werden, die auch der Mensch nutzt, dem humanoiden Gang, siehe z. B. [2]. Damit kann gewährleistet werden, dass ein Roboter fähig ist Hindernisse zu bewältigen, die für Menschen trivial scheinen, wie beispielsweise

Treppen und Leitern. Um Roboter überall dort einsetzen zu können, wo sich auch Menschen aufhalten, wurde besonders in den letzten Jahrzehnten intensiv an humanoiden Robotern geforscht, siehe [2]. Dabei hat sich der humanoide Gang als einer von mehreren Forschungsschwerpunkten herauskristallisiert, auf dem auch in dieser Arbeit das Hauptaugenmerk liegt. Zu diesem Thema hat es schon zahlreiche Forschungsprojekte, beispielsweise [13], [8], [2] und [6], gegeben, die sich aus Sicht der regelungstechnischen Konzepte in zwei Kategorien gliedern lassen.

Zum einen gibt es den Ansatz, das physikalische Modell möglichst exakt zu beschreiben, welcher präzises Wissen über die Parameter des Roboters voraussetzt. Mit diesem exakten Wissen über die Parameter wie auch über die Umgebung können die Bewegungsabläufe vorausberechnet und ein stabiler Gang realisiert werden. Abgesehen vom Gang muss ein Roboter auch andere, oft sehr rechenintensive Aufgaben, wie beispielsweise Bildverarbeitung, lösen. Das exakte Bewegungsmodell ist mit einem enormen Rechenaufwand verbunden, was sich vor allem in Systemen mit beschränkter Rechenkapazität negativ auswirkt.

Zum anderen gibt es Arbeiten, die den Ansatz verfolgen, das physikalische Modell einfach zu halten und mittels ausgeklügelter Regelungsstrategien den Parameterungenauigkeiten sowie Störungen durch die Umwelt entgegenzuwirken, siehe z. B. [5] und [4]. Abgesehen davon, dass dies Rechenleistung spart, ist mit einem geschlossenen Regelkreis auch bei äußeren Störungen und rauerer Umgebungsbedingungen ein stabiler Gang möglich.

Da dieser Ansatz mit geschlossenem Regelkreis vielversprechend scheint, wird in dieser Arbeit ein Gehalgorithmus entwickelt, welcher besonderen Wert auf diese Gesichtspunkte legt. Zunächst werden mit Hilfe eines Stabilitätskriteriums, welches auf dem Zero Moment Point (ZMP) aufbaut, Trajektorien für einen stabilen Gang berechnet. Mittels Admittanzregelung der Beine sollen Unebenheiten im Boden ausgeglichen werden. Darüber hinaus wird eine Torsoregelung entwickelt, welche den Oberkörper während des Gangs stabilisiert. Dieses Regelungskonzept wird anschließend auf dem humanoiden Roboter Nao der Firma Aldebaran implementiert und getestet.

## 1.2 Beschreibung des Roboters Nao

Der Roboter Nao der französischen Firma Aldebaran Robotics ist ein humanoider Roboter mit 50 cm Körperlänge und 20 cm Breite. Es werden zwei Versionen des Roboters angeboten, die sich nur dadurch unterscheiden, dass bei der Academic-Version im Gegensatz zur Robocup-Version zusätzlich zwei Armgelenke und zwei funktionell ausgeführte Greifhände eingebaut sind, siehe [1].

Dies führt zu einem Körpergewicht der Robocup-Version von  $m_{\text{Rob}} = 4.69$  kg bzw. der Academic Edition von  $m_{\text{Ac}} = 4.83$  kg. Im Kopf des Roboters ist ein Rechner untergebracht, welcher für die zentrale Steuerung des gesamten Roboters verantwortlich ist. Darüber hinaus beinhaltet der Kopf noch zwei Kameras sowie einen Lautsprecher und ein Mikrofon. Weiters besitzt der Roboter zwei Beine, die mit jeweils vier Kraftsensoren ausgestattet sind. Diese Sensoren sind an der Unterseite des Fußes angebracht, um die dort entstehenden Kräfte zu messen. Zwei Arme mit jeweils einer Greifhand ermöglichen es dem Roboter, kleine Objekte zu bewegen. Im Torso des Roboters befindet sich neben einem Beschleunigungssensor, welcher die Torsobeschleunigung misst, auch ein Gyrometer, welches zur Winkelgeschwindigkeitsmessung des Oberkörpers dient, siehe [1].

### 1.2.1 Funktionsweise des Roboters

Der Roboter Nao besitzt einige Funktionen und Körperteile, die für diese Arbeit von besonderem Interesse sind und im Weiteren dargestellt werden. In diesem Zusammenhang wird auch auf die Besonderheiten des Roboters näher eingegangen. Eine sehr wichtige Funktionseinheit stellt der Rechner dar, welcher die gesamte Steuerung des Roboters übernimmt. Dieser Rechner setzt sich aus einem Motherboard, einem x86 AMD GEODE 500 MHz Prozessor und 256 MB SD RAM Hauptspeicher zusammen. Als Betriebssystem wird auf diesem Rechner ein Embedded Linux eingesetzt, auf dem das Programm Naoqi läuft. Dieses Programm ist für die gesamte Steuerung des Roboters verantwortlich. Es übernimmt nicht nur die Aufgaben der Kommunikation mit den verschiedenen Sensoren und Aktuatoren, sondern bietet noch eine Vielzahl an Funktionalitäten, wie beispielsweise die Bildverarbeitung oder die Spracherkennung, siehe [1].

Von besonderer Bedeutung für diese Arbeit sind die Antriebe der Gelenke, welche mit Gleichstrommotoren der Firma MAXON realisiert wurden und in [1] beschrieben sind. Grundsätzlich werden bei dem Roboter Nao zwei unterschiedliche Bautypen des Motors eingesetzt, um die unterschiedliche Belastung der Gelenke berücksich-

tigen zu können. In den Armen sowie im Nacken wird die schwächere Version des Motors mit einem Nennmoment von  $T_N = 3.84$  mNm eingesetzt. Hingegen kommt in den Beinen eine stärkere Variante des Motors mit einem Nennmoment von  $T_N = 12.3$  mNm zum Einsatz. Auf der Welle jedes Gelenks sitzt ein Hall-Sensor, welcher den Drehwinkel des Gelenks misst. Dieser Drehwinkelsensor wird von einem Mikrocontroller des Typs dsPIC ausgelesen. Auf diesem Mikrocontroller ist auch ein Positionsregler für den Motorregelkreis implementiert. Dieser Regelkreis ist vom Hersteller vorgegeben und kann nicht verändert werden. Dem Programmierer wird lediglich eine Schnittstelle zur Verfügung gestellt, mit welcher der Gelenkwinkel eingestellt werden kann. Diese Gelenkwinkel sowie andere Aktuatordaten werden vom Rechner via Datenbus an den zuständigen Mikrocontroller gesendet. Im Gegenzug sendet der Mikrocontroller die neuesten Sensordaten an die zentrale Recheneinheit. Der diesbezügliche Informationsaustausch zwischen Mikrocontroller und Rechner findet periodisch alle 10 Millisekunden statt, siehe [1]. Somit ist die Abtastzeit  $T_s = 10$  ms für die nachfolgende Arbeit festgelegt.

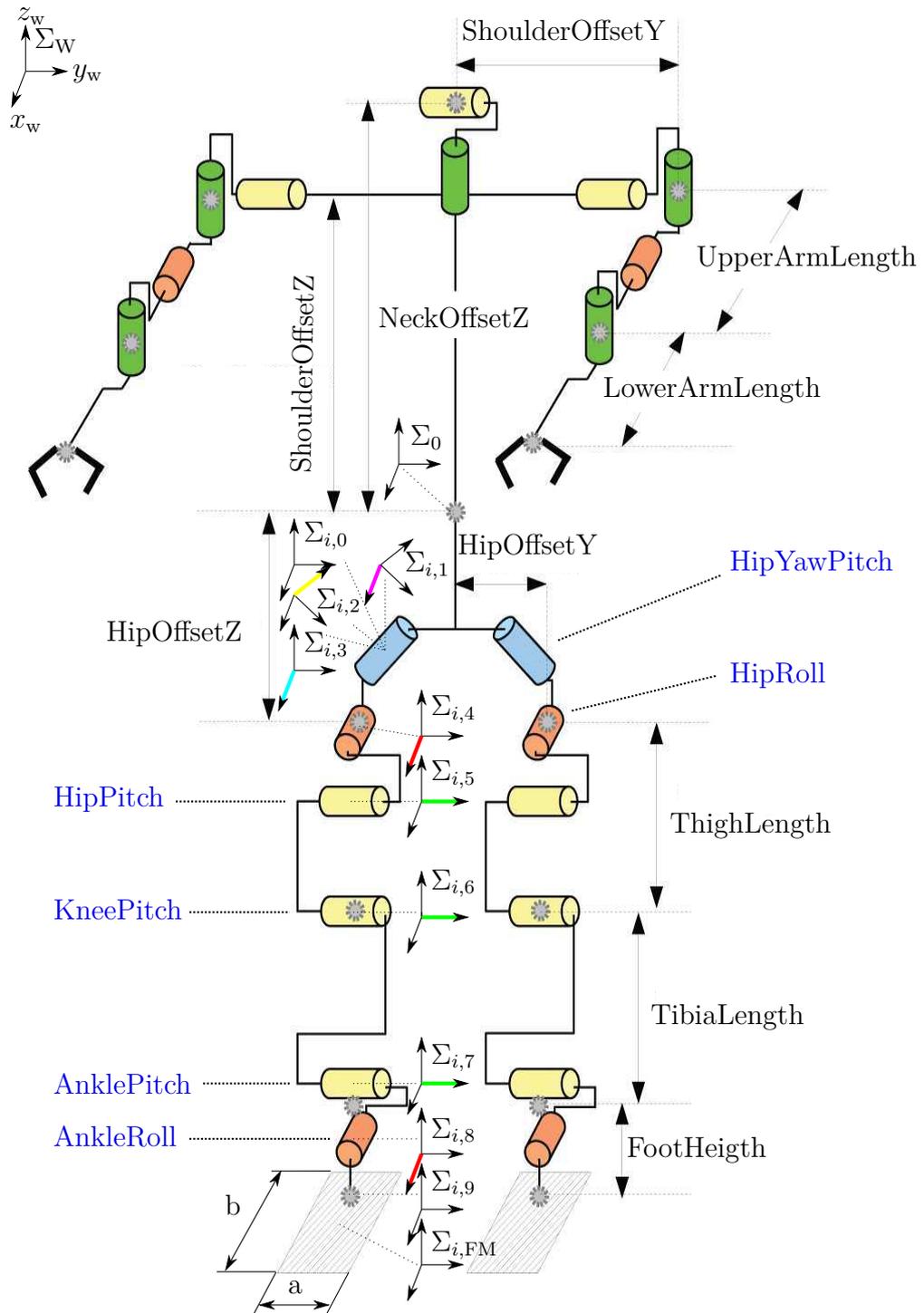


Abbildung 1.1: Kinematik des Roboters Nao (abgeändert von [3]).

Hersteller Bezeichnung	Bezeichnung	Länge in mm
ShoulderOffsetY	$l_{\text{Sh}}^Y$	98.00
ShoulderOffsetZ	$l_{\text{Sh}}^Z$	100.00
NeckOffsetZ	$l_{\text{Neck}}^Z$	126.50
HipOffsetY	$l_{\text{Hip}}^Y$	50.00
HipOffsetZ	$l_{\text{Hip}}^Z$	85.00
ThighLength	$l_{\text{Thigh}}$	100.00
TibiaLength	$l_{\text{Tibia}}$	102.74
FootHeight	$l_{\text{Foot}}^Z$	45.11
UpperArmLength	$l_{\text{UArm}}$	90.00
LowerArmLength	$l_{\text{LArm}}$	50.55

Tabelle 1.1: Abmessungen der Körperteile des Roboters Nao [1].

## 1.2.2 Aufbau des Roboters

Der Roboter Nao besitzt insgesamt 22 Gelenke, welche in Abbildung 1.1 durch farbige Zylinder dargestellt sind. Weiters zeigt diese Abbildung die Abstände zwischen den Gelenken, welche auch in Tabelle 1.1 aufgelistet werden. Diese Tabelle gibt nicht nur die Hersteller-Bezeichnungen der Abstände zwischen den Gelenken an, sondern auch die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen. Obwohl der Roboter 22 Gelenke besitzt, hat er nur 21 Freiheitsgrade. Der Grund hierfür ist, dass zwei der insgesamt sechs Hüftgelenke nur mit einem Motor angetrieben werden, was sich in einer Gewichtsreduktion und einer kompakteren Bauform des Roboters bemerkbar macht. Dieses Merkmal wie auch die Konstruktion dieser Gelenke sowie deren Lage stellen sicherlich eine Besonderheit dieses Roboters dar [1]. Diese Gelenke sind in Abbildung 1.1 blau gekennzeichnet und werden aufgrund der besonderen Ausrichtung der Drehachse als Yaw-Pitch-Gelenk bezeichnet. Der Name Yaw-Pitch wird davon abgeleitet, dass die Drehachse in der Ebene zu liegen kommt, die durch die Drehachse der Yaw- und der Pitch-Gelenke aufgespannt wird. Um dies zu veranschaulichen, sind in Abbildung 1.1 die Yaw-Gelenke grün, die Pitch-Gelenke gelb und die Roll-Gelenke rot gekennzeichnet. In Abbildung 1.1 sind nicht nur die blau geschriebenen Gelenksbezeichnungen sondern auch die schwarz geschriebenen Abstände zwischen den Gelenken angeführt. In Tabelle 1.1 werden diese Abstände mit der Bezeichnung des Herstellers, sowie mit der in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnung angegeben. Außerdem sind in Abbildung 1.1 Koordinatensysteme (KOSe) eingezeichnet, welche erst in späterer Folge genauer beschrieben werden. Die in Abbildung 1.1 ersichtliche kinematische Kette der Beine ist wie folgt aufgebaut. Auf das blau gekennzeichnete

Hersteller Bezeichnung	Winkel Bezeichnung	minimaler Winkel [°]	maximaler Winkel [°]
LHipYawPitch	$\phi_2$	-65.62	42.44
LHipRoll	$\psi_{L,4}$	-21.74	45.29
LHipPitch	$\theta_{L,5}$	-101.63	27.73
LKneePitch	$\theta_{L,6}$	-5.29	121.04
LAnklePitch	$\theta_{L,7}$	-68.15	52.86
LAnkleRoll	$\psi_{L,8}$	-44.06	22.79
RHipYawPitch	$\phi_2$	-65.62	42.44
RHipRoll	$\psi_{R,4}$	-42.30	23.76
RHipPitch	$\theta_{R,5}$	-101.54	27.82
RKneePitch	$\theta_{R,6}$	-5.90	121.47
RAnklePitch	$\theta_{R,7}$	-67.97	53.40
RAnkleRoll	$\psi_{R,8}$	-22.27	45.03

Tabelle 1.2: Beschränkungen der Fußgelenkwinkel des Roboters Nao [1].

Yaw-Pitch-Hüftgelenk, das den Torso mit dem Becken (Pelvis) verbindet, folgt das Hip-Roll Hüftgelenk, welches die Verbindung zwischen dem Becken und der Hüfte (Hip) darstellt. Die Hüfte wird über das Hip-Pitch-Gelenk mit dem Oberschenkel (Thigh) verbunden, welcher über das Knee-Pitch-Gelenk mit dem Unterschenkel in Verbindung steht. Auf den Unterschenkel (Tibia) folgt über das Ankle-Pitch-Gelenk der Knöchel (Ankle), welcher durch das Ankle-Roll-Gelenk die Verbindung zum Fuß herstellt. Abgesehen von den bereits erwähnten Gelenken befinden sich noch zwei weitere zwischen Kopf und Torso und jeweils fünf in den Armen. All diese Gelenke unterliegen Beschränkungen, wobei für den humanoiden Gang lediglich die Beschränkungen der Bein-Gelenke von Interesse sind. Diese werden in Tabelle 1.2 aufgelistet. Der tiefgestellte Index L bezeichnet das linke Bein und der Index R das rechte Bein. Erwähnenswert sind die Winkelbeschränkungen der Gelenke Ankle-Pitch und Ankle-Roll. Durch die mechanische Konstruktion dieser Gelenke ergibt sich eine Winkelbeschränkung der Roll-Achse in Abhängigkeit von der Pitch-Achse und umgekehrt, siehe [1]. Deshalb werden in Tabelle 1.2 die Winkelbeschränkungen des Ankle-Roll-Gelenks bei gegebenen Winkel des Ankle-Pitch-Gelenks angeführt und umgekehrt. Mit den gegebenen Beschränkungen lassen sich Schrittweiten zwischen 5 cm und 10 cm realisieren, abhängig davon wie weit das Kniegelenk durchgestreckt ist. Diese Schrittweiten sind kleiner als der Abstand  $l_{\text{Foot}}^x = 16$  cm zwischen der Fußspitze und der Ferse, weshalb der Roboter Nao für das Treppensteigen nicht geeignet ist.

## 2 Modellbildung

Nachdem in Abschnitt 1.2 die Funktionsweise und der Aufbau des Roboters Nao beschrieben wurden, wird zunächst in Abschnitt 2.1 die homogene Koordinatentransformation beschrieben, mit welcher in Abschnitt 2.2 die Vorwärtskinematik des Roboters berechnet wird. In Abschnitt 2.3 wird die inverse Kinematik der Beine bestimmt und in Abschnitt 2.4 die Berechnung des Massenschwerpunkts durchgeführt. In dieser Arbeit wird der Ansatz verfolgt, mit dem Modell des inversen Pendels den Roboter zu modellieren und durch Regelungsstrategien einen möglichst robusten Gehalgorithmus zu entwickeln. Dieses Modell wird am Ende dieses Kapitels in Abschnitt 2.5 hergeleitet.

### 2.1 Homogene Koordinatentransformation

An dieser Stelle soll zunächst die homogene Koordinatentransformation beschrieben werden, die später für die Berechnung der Vorwärtskinematik herangezogen wird.

Abbildung 2.1 zeigt einen Starrkörper  $K$ , welcher mit dem Koordinatensystem (KOS)  $\Sigma_b$  fix verbunden ist. Ein Punkt  $p$  im Starrkörper lässt sich als Vektor  $\mathbf{p}_b^p = [x_b^p \ y_b^p \ z_b^p]^T$  im KOS  $\Sigma_b$  beschreiben. Im Folgenden bezeichnet  $\mathbf{p}_i^p$  einen Vektor vom Ursprung des Koordinatensystems  $\Sigma_i$  zum Punkt  $p$ . Dabei bezeichnet der Index  $i$  des Vektors  $\mathbf{p}_i^p$  jenes KOS, in dem dieser Vektor angegeben ist. Nun lässt sich, siehe [10], der Punkt  $p$  im KOS  $\Sigma_a$  aus  $\mathbf{p}_a^p = \mathbf{R}_a^b \mathbf{p}_b^p$  berechnen, wobei  $\mathbf{R}_a^b \in SO(3)$  die Rotationsmatrix zwischen dem KOS  $\Sigma_b$  und dem KOS  $\Sigma_a$  darstellt.  $SO(3)$  bedeutet *special orthogonal group of order 3* und bildet die Menge aller orthogonalen (3x3)-Matrizen mit Determinante +1, siehe [10]. Mit Hilfe dieser Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_a^b$  lässt sich nicht nur ein Vektor  $\mathbf{p}_b^p$  vom KOS  $\Sigma_b$  in ein anderes KOS  $\Sigma_a$  transformieren, sondern auch eine Drehung eines Vektors  $\mathbf{p}_b^p$  innerhalb des selben Koordinatensystems (KOSs) beschreiben. Weiters gibt diese Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_a^b$  die Orientierung des KOSs  $\Sigma_b$  im KOS  $\Sigma_a$  an. Somit lässt sich mit der Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_a^b$  die Orientierung eines Körpers  $K$ , welcher fest mit dem KOS  $\Sigma_b$  verbunden ist, im KOS  $\Sigma_a$  angeben. Die Drehmatrix  $\mathbf{R}_a^b$  beschreibt die Drehung des KOSs  $\Sigma_a$ , die

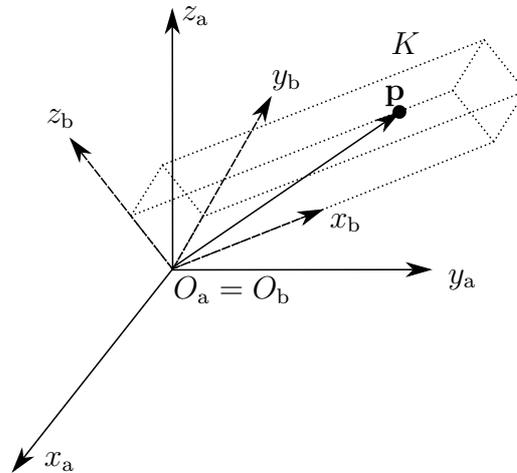


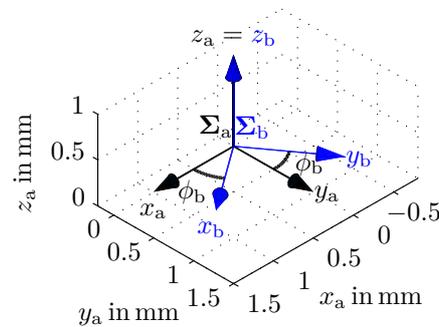
Abbildung 2.1: Rotation eines Koordinatensystems (abgeändert von [10]).

notwendig ist, damit die  $x_a$ -,  $y_a$ - bzw.  $z_a$ -Achse parallel zu den Achsen  $x_b$ ,  $y_b$  bzw.  $z_b$  stehen.

In dieser Arbeit werden Winkel um die  $z$ -Achse mit dem griechischen Buchstaben  $\phi$  bezeichnet, Winkel um die  $y$ -Achse mit  $\theta$  und Winkel um die  $x$ -Achse mit  $\psi$ . Um mit der Notation der Dokumentation [1] übereinzustimmen, werden in dieser Arbeit, gegen die allgemein gültige Konvention, die Winkel um die  $z$ -Achse als Yaw-Winkel bezeichnet, jene um die  $y$ -Achse als Pitch-Winkel und jene um die  $x$ -Achse als Roll-Winkel. Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{\text{Yaw}}(\phi_b)$

$$\mathbf{R}_{\text{Yaw}}(\phi_b) = \begin{bmatrix} \cos(\phi_b) & -\sin(\phi_b) & 0 \\ \sin(\phi_b) & \cos(\phi_b) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

beschreibt eine Drehung des Koordinatensystems  $\Sigma_b$  um die  $z_a$ -Achse um den Winkel  $\phi_b$ . In Abbildung 2.2 wird der Winkel  $\phi_b$  zwischen der  $x_a$ -Achse (bzw.  $y_a$ -Achse) des schwarz gezeichneten KOSs  $\Sigma_a$  und der  $x_b$ -Achse (bzw.  $y_b$ -Achse) des blau gezeichneten KOSs  $\Sigma_b$  dargestellt. Eine Drehung um die  $x_b$ -Achse wird mit der Rota-

Abbildung 2.2: Koordinatensystem: Drehung um die  $z$ -Achse.

tionsmatrix  $\mathbf{R}_{\text{Roll}}(\psi_b)$  beschrieben und jene um die  $y_b$ -Achse mittels  $\mathbf{R}_{\text{Pitch}}(\theta_b)$

$$\mathbf{R}_{\text{Roll}}(\psi_b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\psi_b} & -s_{\psi_b} \\ 0 & s_{\psi_b} & c_{\psi_b} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{\text{Pitch}}(\theta_b) = \begin{bmatrix} c_{\theta_b} & 0 & s_{\theta_b} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{\theta_b} & 0 & c_{\theta_b} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

wobei  $c_{\psi_b} = \cos(\psi_b)$  und  $s_{\psi_b} = \sin(\psi_b)$ . Diese kompakte Schreibweise wird auch in weiterer Folge verwendet. Die Rotationsmatrizen aus (2.1) und (2.2) stellen jeweils eine Drehung um eine Achse dar. Sollen jedoch Drehungen um mehrere Achsen beschrieben werden, so können diese aus den Einzeldrehungen um die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achse zusammengesetzt werden, denn es gilt

$$\mathbf{R}_a^c = \mathbf{R}_a^b \mathbf{R}_b^c. \quad (2.3)$$

Da im allgemeinen Fall  $\mathbf{R}_a^b \mathbf{R}_b^c \neq \mathbf{R}_b^c \mathbf{R}_a^b$  gilt, müssen die Drehungen um die Hauptachsen in einer definierten Reihenfolge erfolgen. In dieser Arbeit wird, wie in [10] erklärt, die Reihenfolge der Drehungen mit  $x$ - $y$ - $z$  festgelegt. Zunächst wird eine Drehung um die  $x_b$ -Achse um den Winkel  $\psi_b$  durchgeführt, dann eine Drehung um die  $y_b$ -Achse um den Winkel  $\theta_b$  und schließlich eine Drehung um die  $z_b$ -Achse um den Winkel  $\phi_b$ . Somit ergibt sich die Orientierung eines Körpers  $K$  in einem KOS  $\Sigma_a$  allgemein zu

$$\mathbf{R}_a^b(\psi_b, \theta_b, \phi_b) = \mathbf{R}_{\text{Yaw}}(\phi_b) \mathbf{R}_{\text{Pitch}}(\theta_b) \mathbf{R}_{\text{Roll}}(\psi_b). \quad (2.4)$$

Sei  $\mathbf{p}_a^p = \mathbf{R}_a^b \mathbf{p}_b^p$ , dann lässt sich der Vektor  $\mathbf{p}_b^p$  aus dem Vektor  $\mathbf{p}_a^p$  mittels

$$\mathbf{p}_b^p = \mathbf{R}_b^a \mathbf{p}_a^p \quad \text{mit} \quad \mathbf{R}_b^a = (\mathbf{R}_a^b)^{-1} = (\mathbf{R}_a^b)^T \quad (2.5)$$

berechnen und somit gilt wegen (2.3)

$$\mathbf{R}_c^a = (\mathbf{R}_a^c)^T = (\mathbf{R}_a^b \mathbf{R}_b^c)^T = \mathbf{R}_c^b \mathbf{R}_b^a. \quad (2.6)$$

Eine translatorische Verschiebung zwischen zwei parallelen Koordinatensystemen (KOSen)  $\Sigma_a$  und  $\Sigma_b$  ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Dabei wird der Abstand zwischen den beiden KOSen mit  $\mathbf{d}_a^b = [x_a^b \ y_a^b \ z_a^b]^T$  bezeichnet. Sei  $\mathbf{p}_b^p$  der Vektor vom Ursprung des KOSs  $\Sigma_b$  zum Punkt  $p$ , dann berechnet sich der Vektor  $\mathbf{p}_a^p$  im KOS  $\Sigma_a$  zu  $\mathbf{p}_a^p = \mathbf{p}_b^p + \mathbf{d}_a^b$ . Nun soll die Orientierung  $\mathbf{R}_a^b$  und die Position  $\mathbf{p}_a^p$ , kurz Pose, des Körpers  $K$  in einer kompakten Schreibweise dargestellt werden. Die beiden Vektoren  $\mathbf{P}_a^p = [(\mathbf{p}_a^p)^T \ 1]^T$ ,  $\mathbf{P}_b^p = [(\mathbf{p}_b^p)^T \ 1]^T$  sind die homogenen Repräsentationen der Vektoren  $\mathbf{p}_a^p$  und  $\mathbf{p}_b^p$ , siehe [10]. Damit lässt sich der Vektor  $\mathbf{P}_a^p$  mittels  $\mathbf{P}_a^p = \mathbf{H}_a^b \mathbf{P}_b^p$  aus dem Vektor  $\mathbf{P}_b^p$  berechnen, wobei  $\mathbf{H}_a^b$  die homogene Koordinatentransformation der Form

$$\mathbf{H}_a^b = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_a^b & \mathbf{d}_a^b \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{R}_a^b \in SO(3) \quad (2.7)$$

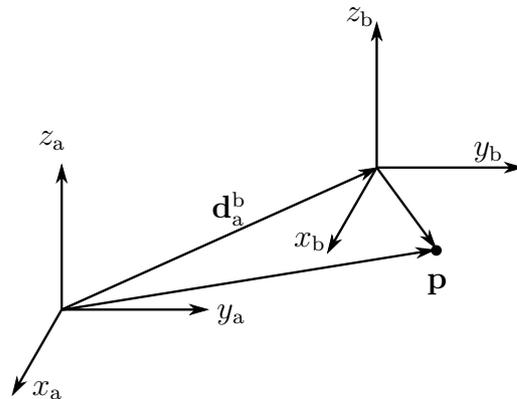


Abbildung 2.3: Darstellung des Abstandes  $\mathbf{d}_a^b$  zwischen zwei Koordinatensystemen  $\Sigma_a$  und  $\Sigma_b$ .

beschreibt. Hierbei gilt  $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ 0]^T$ . Somit ergibt sich die inverse homogene Transformation  $(\mathbf{H}_a^b)^{-1}$  zu

$$\mathbf{H}_b^a = (\mathbf{H}_a^b)^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{R}_a^b)^T & -(\mathbf{R}_a^b)^T \mathbf{d}_a^b \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich mit Hilfe der homogenen Koordinatentransformation nicht nur ein Vektor eines KOSs in ein anderes KOS transformieren lässt, sondern auch die Pose eines Körpers K beschrieben wird. Außerdem kann damit eine Verschiebung sowie eine Rotation eines Körpers K innerhalb eines KOSs angegeben werden.

## 2.2 Kinematik des Roboters

In diesem Abschnitt werden zunächst die für die Berechnung der Kinematik erforderlichen KOSe festgelegt und in einem weiteren Schritt, aufbauend auf Abschnitt 2.1, die Matrizen der homogenen Koordinatentransformationen aufgestellt, die für die Berechnung der Vorwärtskinematik herangezogen werden.

Hier sei erwähnt, dass in dieser Arbeit ausschließlich rechtshändige KOSe verwendet werden. Der Roboter Nao besteht aus insgesamt 25 Starrkörpern, die über einachsige Gelenke miteinander verbunden sind. Jedem dieser Starrkörper wird in der Dokumentation des Herstellers [1] ein KOS zugeordnet. Diese KOSe werden in dieser Arbeit als Körperteil-KOSe bezeichnet. Es sei festgehalten, dass die Körperteil-KOSe

aus der Dokumentation übernommen werden. Zusätzlich zu diesen KOSen wird je Drehachse ein weiteres KOS eingeführt. Abgesehen von den bis jetzt erwähnten KOSen werden noch zusätzliche KOSe festgelegt, welche die Übersicht und die Berechnung der Kinematik vereinfachen und erst später genauer beschrieben werden. Die KOSe werden im Folgenden mit  $\Sigma_{i,j}$  bezeichnet, wobei  $i \in \{L, R, RA, LA, H, STB, SB\}$ . Dabei bezeichnet der Buchstabe L das linke Bein, R das rechte Bein, RA den rechten Arm, LA den linken Arm und H den Kopf. STB bedeutet Standbein und SB Schwungbein. Diese beiden Begriffe werden im Kapitel 3 beschrieben und sind zunächst nicht von Bedeutung. Für die Bein-KOSe mit dem Index  $i \in \{L, R, STB, SB\}$  gilt  $j \in \{0, 1, 2, \dots, 9, FM\}$ , wobei diese KOSe in Abbildung 1.1 eingezeichnet und deren Drehachsen farblich markiert sind. Diese Farben entsprechen den Farben der KOSe in den nachfolgenden Abbildungen. Weiters werden diese KOSe in Tabelle 2.1 aufgelistet und mit einer Bezeichnung belegt. In dieser Tabelle wird außerdem dargestellt, mit welchen Körperteilen die KOSe in fester Verbindung stehen. Die KOSe  $\Sigma_{i,3}$ ,  $\Sigma_{i,4}$ ,  $\Sigma_{i,5}$ ,  $\Sigma_{i,6}$ ,  $\Sigma_{i,7}$ ,  $\Sigma_{i,8}$  sind Körperteil-KOSe und wurden aus der Dokumentation des Roboters Nao übernommen, siehe [1]. Für die KOSe der Arme gilt  $i \in \{RA, LA\}$  und  $j \in \{0, 1, 2, \dots, 6\}$  und für die KOSe des Kopfes mit  $i \in \{H\}$  gilt  $j \in \{0, 1, 2, 3\}$ . KOSe mit  $j = 0$  stehen in fester Verbindung zum Torso und stellen den Ursprung der Extremitäten dar. Aus diesem Grund werden diese in der vorliegenden Arbeit Extremitäten-KOSe genannt. Das Körperteil-KOS des Torsos wird als Körper-KOS  $\Sigma_0$  definiert und in Abbildung 2.4 dargestellt. Zusätzlich zum Körper-KOS  $\Sigma_0$  werden auch die Extremitäten-KOSe  $\Sigma_{R,0}$ ,  $\Sigma_{L,0}$ ,  $\Sigma_{RA,0}$ ,  $\Sigma_{LA,0}$ ,  $\Sigma_{H,0}$  in dieser Abbildung schwarz abgebildet. Wie aus der Abbildung ersichtlich, gibt es weitere KOSe, die unbeschriftet sind, da auf diese erst in einem späteren Zeitpunkt der Arbeit näher eingegangen wird.

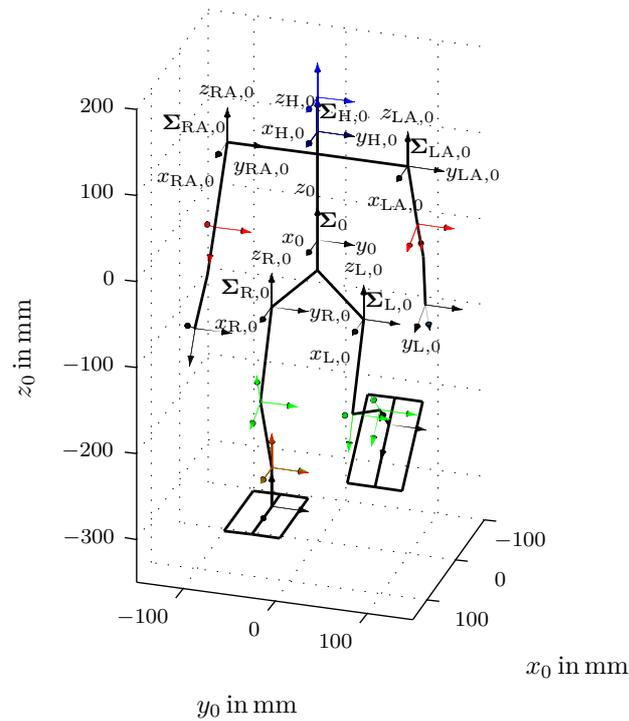


Abbildung 2.4: Darstellung der Extremitäten-Koordinatensysteme des Roboters Nao.

Wesentlich für die Berechnung des Gehalgorithms ist vor allem die Kinematik des Beins, welche hier näher beschrieben wird. Für die nachfolgenden homogenen Transformationen  $\mathbf{H}_{i,j}^{i,j}$  gilt  $i \in \{L, R\}$ . Andere Werte für  $i$  werden im Weiteren explizit angegeben. Den Ursprung des Beins bildet das KOS  $\Sigma_{i,0}$ , welches in Abbildung 2.4 und Abbildung 2.5 dargestellt ist. In Abbildung 2.4 wird der gesamte Roboter gezeigt, wohingegen in Abbildung 2.5 nur ein Ausschnitt des Körpers, nämlich das rechte Bein, dargestellt wird. Anhand dessen wird im Folgenden die gesamte Kine-

KOS	Bezeichnung	fixe Verbindung mit
$\Sigma_{i,0}$	Bein-KOS	Torso
$\Sigma_{i,1}$		Torso
$\Sigma_{i,2}$		Pelvis
$\Sigma_{i,3}$	YawPitch-Hüft-KOS	Pelvis
$\Sigma_{i,4}$	Roll-Hüft-KOS	Hip
$\Sigma_{i,5}$	Pitch-Hüft-KOS	Thigh
$\Sigma_{i,6}$	Pitch-Knie-KOS	Tibia
$\Sigma_{i,7}$	Roll-Sprunggelenk-KOS	Ankle
$\Sigma_{i,8}$	Pitch-Sprunggelenk-KOS	Foot
$\Sigma_{i,9}$	Fuß-KOS	Foot
$\Sigma_{i,FM}$	KOS Fußmitte	Foot

Tabelle 2.1: Übersicht der Koordinatensysteme des Beins, wobei  $i \in \{L, R\}$  gilt.

matik des Beins erörtert. Die Position und die Orientierung, kurz Pose, dieses KOSs  $\Sigma_{i,0}$  wird mit

$$\mathbf{H}_0^{i,0} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{d}_0^{i,0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

beschrieben, wobei  $\mathbf{d}_0^{L,0} = [0 \quad l_{\text{Hip}}^y \quad -l_{\text{Hip}}^z]^T$  und  $\mathbf{d}_0^{R,0} = [0 \quad -l_{\text{Hip}}^y \quad -l_{\text{Hip}}^z]^T$ .  $\mathbf{E}$  ist die (3x3)-Einheitsmatrix und  $\mathbf{0} = [0 \quad 0 \quad 0]$  der Nullvektor. Das erste Gelenk der kinematischen Kette des Beins ist das YawPitch-Hüftgelenk, siehe Abbildung 1.1. Dieses Gelenk verbindet das Bein mit dem Torso. Da die Drehachse dieses Gelenks einen Winkel  $\psi_k = -45^\circ$  zur  $z_{R,0}$ -Achse des Bein-KOSs  $\Sigma_{R,0}$  aufweist, wird das KOS  $\Sigma_{R,1}$  so gewählt, dass die  $z_{R,1}$ -Achse mit der Gelenkachse des YawPitch-Hüftgelenks zusammenfällt. Die Ursprünge von  $\Sigma_{R,0}$  und  $\Sigma_{R,1}$  sind gleich, jedoch besteht eine feste Rotation um den Winkel  $\psi_k = -45^\circ$ . Dies wird mit der homogenen Transformationsmatrix

$$\mathbf{H}_{R,0}^{R,1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Roll}}(\psi_k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

beschrieben. Das KOS  $\Sigma_{R,1}$  ist in Abbildung 2.5 mit der Farbe Magenta eingezeichnet. Man erkennt die Rotation um  $-45^\circ$  bezüglich dem schwarz gezeichneten  $\Sigma_{R,0}$ -KOS. Um die Drehung des YawPitch-Gelenks zu beschreiben, wird das KOS  $\Sigma_{R,2}$  so festgelegt, dass die  $z_{R,2}$ -Achse mit der  $z_{R,1}$ -Achse zusammenfällt. Ist die Drehung um die Gelenkachse Null, so sind die KOSe  $\Sigma_{R,1}$  und  $\Sigma_{R,2}$  ident. Die Drehung um die YawPitch-Achse wird durch die Drehung des KOSs  $\Sigma_{R,2}$  bezüglich dem KOS

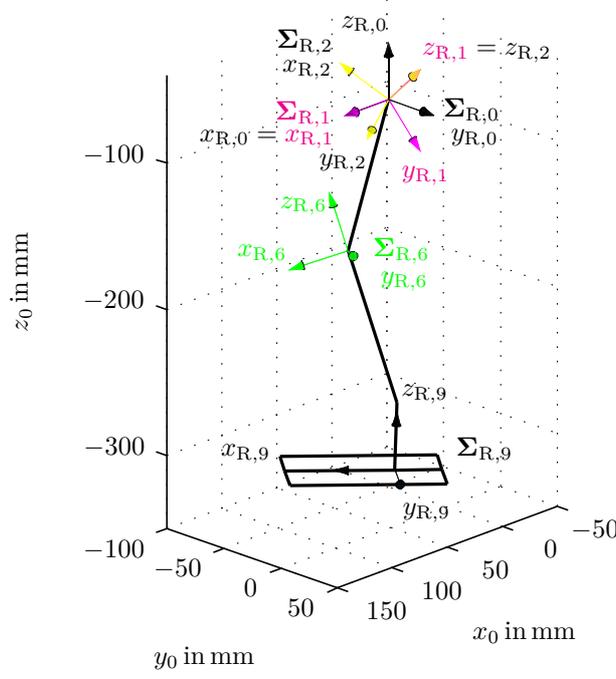


Abbildung 2.5: Der Winkel  $\phi_2 = -\frac{\pi}{3}$  rad zwischen den Achsen  $y_{R,1}$  und  $y_{R,2}$  entspricht dem Winkel des YawPitch-Gelenks des rechten Beins.

$\Sigma_{R,1}$  mit der Transformationsmatrix

$$\mathbf{H}_{R,1}^{R,2}(\phi_2) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Yaw}}(\phi_2) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

beschrieben. Dieses KOS  $\Sigma_{R,2}$  wird in Abbildung 2.5 gelb dargestellt. In einem weiteren Schritt soll die zuvor angewandte Drehung um  $\psi_k = -45^\circ$  wieder kompensiert werden. Deshalb wird eine Drehung um  $\psi_k = -45^\circ$  um die  $x_{R,3}$ -Achse, welche ident zur  $x_{R,2}$ -Achse ist, durchgeführt. Damit ergibt sich das KOS  $\Sigma_{R,3}$ , welches durch

$$\mathbf{H}_{R,2}^{R,3} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Roll}}(-\psi_k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

beschrieben wird. Für das linke Bein gilt  $\mathbf{H}_{L,0}^{L,1} = \mathbf{H}_{R,2}^{R,3}$ ,  $\mathbf{H}_{L,2}^{L,3} = \mathbf{H}_{R,0}^{R,1}$  sowie  $\mathbf{H}_{L,1}^{L,2}(\phi_2) = \mathbf{H}_{R,1}^{R,2}(-\phi_2)$ , weil die Drehachse des YawPitch-Gelenks des linken Beins orthogonal

zur Drehachse des rechten Beins steht, wie in Abbildung 1.1 dargestellt. Diese genaue Beschreibung der einzelnen Drehungen des Gelenks ist für die spätere Berechnung der inversen Kinematik erforderlich. Die homogene Transformation zwischen dem KOS  $\Sigma_{i,3}$  und dem KOS  $\Sigma_{i,0}$  setzt sich aus  $\mathbf{H}_{i,0}^{i,3} = \mathbf{H}_{i,0}^{i,1}\mathbf{H}_{i,1}^{i,2}\mathbf{H}_{i,2}^{i,3}$  zusammen. Somit ist die Beschreibung des YawPitch-Gelenks, welches den Torso mit dem Becken (Pelvis) verbindet, abgeschlossen. Das Becken ist mit der Hüfte (Hip) über das Roll-Hüftgelenk verbunden.

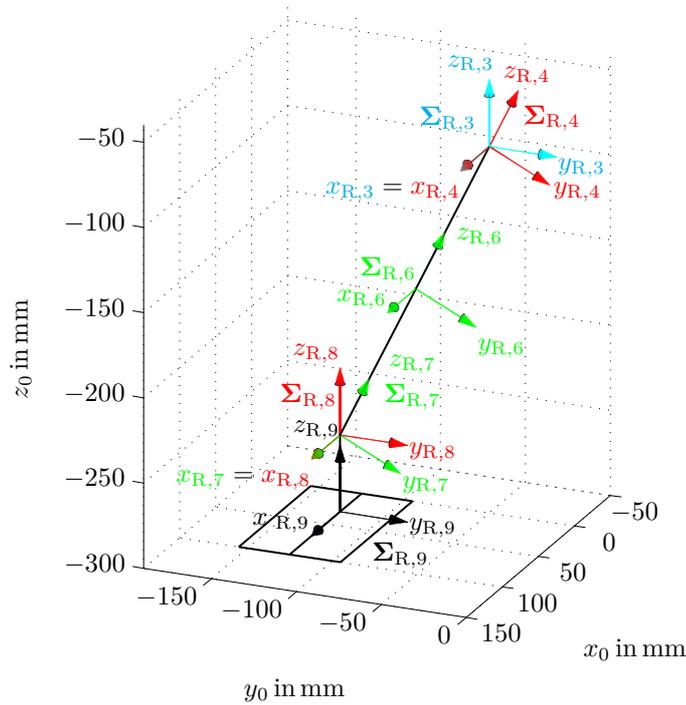


Abbildung 2.6: Drehung der Roll-Gelenke des rechten Beins um  $\psi_{i,4} = -\frac{\pi}{7}$  und  $\psi_{i,8} = \frac{\pi}{7}$ .

Eine Drehung um die Roll-Hüftachse wird durch die homogene Transformation

$$\mathbf{H}_{i,3}^{i,4}(\psi_{i,4}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Roll}}(\psi_{i,4}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

beschrieben und ist vom Drehwinkel  $\psi_{i,4}$  abhängig. In Abbildung 2.6 werden die KOSe des Beins bei einer Drehung der Rollgelenke HipRoll um den Winkel  $\psi_{i,4} =$

$-\frac{\pi}{7}$  und AnkleRoll um den Winkel  $\psi_{i,8} = \frac{\pi}{7}$  dargestellt. Die anderen Gelenkwinkel sind Null. Die KOSe  $\Sigma_{i,4}$  und  $\Sigma_{i,8}$  sind in Abbildung 2.6 einheitlich rot gezeichnet, um die Rollachsen  $x_{R,4}$  und  $x_{R,8}$  eindeutig darzustellen.

Das Gelenk Pitch-Hüfte verbindet die Hüfte mit dem Oberschenkel (thigh). Das KOS  $\Sigma_{i,5}$  ist ident zum Körperteil-KOS des Oberschenkels aus der Dokumentation des Roboters [1]. Somit ist die  $x_{i,5}$ -Achse die Drehachse des Pitch-Hüftgelenks und der Winkel wird mit  $\theta_{i,5}$  bezeichnet. Das Körperteil-KOS des Unterschenkels wird in dieser Arbeit als  $\Sigma_{i,6}$  bezeichnet und der Winkel um das Kniegelenk mit  $\theta_{i,6}$ . Dieses Gelenk verbindet den Oberschenkel mit dem Unterschenkel (tibia). Die homogenen Transformationen dieser Pitch-Gelenke sind durch

$$\mathbf{H}_{i,4}^{i,5}(\theta_{i,5}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Pitch}}(\theta_{i,5}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{H}_{i,5}^{i,6}(\theta_{i,6}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Pitch}}(\theta_{i,6}) & \mathbf{d}_{i,5}^{i,6} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14b)$$

gegeben, wobei der Abstand  $\mathbf{d}_{i,5}^{i,6} = [0 \ 0 \ -l_{\text{Thigh}}]^T$  durch die Länge des Oberschenkels, siehe Tabelle 1.1, definiert ist.

Das KOS  $\Sigma_{i,7}$  fällt mit dem Körperteil-KOS des Sprunggelenks (ankle) zusammen, weshalb der Winkel  $\theta_{i,7}$  dem Gelenkwinkel des AnklePitch-Gelenks entspricht und somit die Pose des KOSs mit

$$\mathbf{H}_{i,6}^{i,7}(\theta_{i,7}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Pitch}}(\theta_{i,7}) & \mathbf{d}_{i,6}^{i,7} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

beschrieben wird. Der Abstand  $\mathbf{d}_{i,6}^{i,7} = [0 \ 0 \ -l_{\text{Tibia}}]^T$  ist durch die Länge des Unterschenkels bestimmt. Die KOSe  $\Sigma_{i,5}$ ,  $\Sigma_{i,6}$  und  $\Sigma_{i,7}$  werden in Abbildung 2.7 sowie in anderen Abbildungen grün dargestellt, um zu verdeutlichen, dass die Drehachsen den  $y$ -Achsen entsprechen. Abbildung 2.7 zeigt das rechte Bein, bei dem alle Winkel Null sind bis auf:

- $\theta_{i,5} = -\frac{\pi}{5}$  des Pitch-Hüftgelenks,
- $\theta_{i,6} = \frac{2\pi}{5}$  des Pitch-Kniegelenks,
- $\theta_{i,7} = -\frac{\pi}{5}$  des Pitch-Rollgelenks.

Das letzte Gelenk in der kinematischen Kette des Beins, siehe Abbildung 1.1, stellt das Roll-Sprunggelenk dar, welches den Fuß mit dem Sprunggelenk verbindet. Die Drehachse des Roll-Sprunggelenks fällt mit der  $x_{i,8}$ -Achse des  $\Sigma_{i,8}$ -KOSs zusammen und die Transformation

$$\mathbf{H}_{i,7}^{i,8} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{Roll}}(\psi_{i,8}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

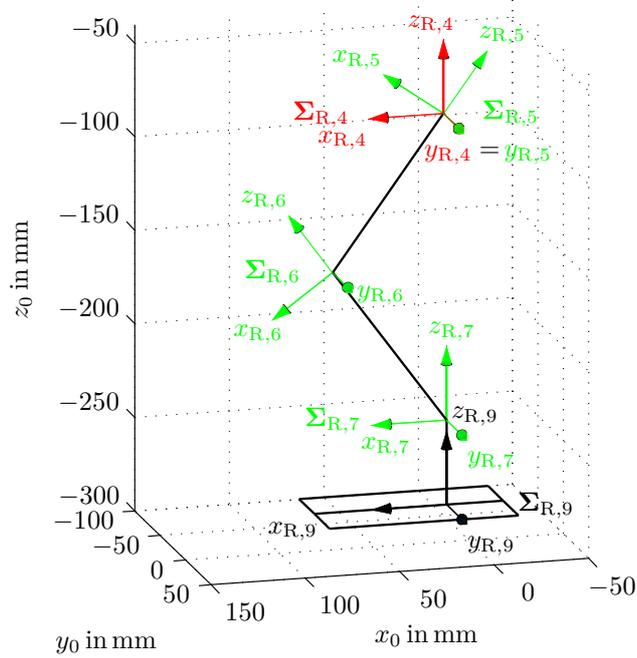


Abbildung 2.7: Drehung der Pitch-Gelenke des rechten Beins um  $\theta_{i,5} = -\frac{\pi}{5}$ ,  $\theta_{i,6} = \frac{2\pi}{5}$  und  $\theta_{i,7} = -\frac{\pi}{5}$ .

beschreibt die Pose des Fußes. Das KOS  $\Sigma_{i,8}$  ist ident zum Körperteil-KOS des Fußes aus [1]. Zwei KOSe werden in der Sohle des Fußes festgelegt. Zunächst wird das KOS  $\Sigma_{i,9}$  festgelegt, welches durch  $\mathbf{d}_{i,8}^{i,9} = [0 \ 0 \ -l_{\text{Foot}}^z]^T$  und

$$\mathbf{H}_{i,8}^{i,9} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{d}_{i,8}^{i,9} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

beschrieben und in Abbildung 2.7 schwarz dargestellt wird. Dieses ist später für die Beschreibung der Kraftsensoren von Bedeutung. Zusätzlich wird in die Fußmitte das KOS  $\Sigma_{i,\text{FM}}$  gelegt, welches durch

$$\mathbf{H}_{i,9}^{i,\text{FM}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{d}_{i,9}^{i,\text{FM}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

gegeben ist. Der Abstand  $\mathbf{d}_{i,9}^{i,\text{FM}}$  wird durch  $\mathbf{d}_{R,9}^{R,\text{FM}} = [20 \text{ mm} \ -3.4 \text{ mm} \ 0 \text{ mm}]^T$  und  $\mathbf{d}_{L,9}^{L,\text{FM}} = [20 \text{ mm} \ 3.4 \text{ mm} \ 0 \text{ mm}]^T$  festgelegt.

homogene KOS - Transformationen	Winkelbezeichnung des Herstellers	Drehachse	Gelenk
$\mathbf{H}_{i,0}^{i,1}$		$x_{i,1}$	<i>konst. Rotation</i>
$\mathbf{H}_{i,1}^{i,2}(\phi_2)$	YawPitch	$z_{i,2}$	YawPitch-Hüftgelenk
$\mathbf{H}_{i,2}^{i,3}$		$x_{i,3}$	<i>konst. Rotation</i>
$\mathbf{H}_{i,3}^{i,4}(\psi_{i,4})$	HipRoll	$x_{i,4}$	Roll-Hüftgelenk
$\mathbf{H}_{i,4}^{i,5}(\theta_{i,5})$	HipPitch	$y_{i,5}$	Pitch-Hüftgelenk
$\mathbf{H}_{i,5}^{i,6}(\theta_{i,6})$	KneePitch	$y_{i,6}$	Pitch-Kniegelenk
$\mathbf{H}_{i,6}^{i,7}(\theta_{i,7})$	AnklePitch	$y_{i,7}$	Pitch-Sprunggelenk
$\mathbf{H}_{i,7}^{i,8}(\psi_{i,8})$	AnkleRoll	$x_{i,8}$	Roll-Sprunggelenk
$\mathbf{H}_{i,8}^{i,9}$			<i>konst. Translation</i>
$\mathbf{H}_{i,9}^{i,FM}$			<i>konst. Translation</i>

Tabelle 2.2: Zusammenfassung der homogenen Transformationsmatrizen des Beins.

Zusammenfassend wird in Tabelle 2.1 eine Übersicht über die KOSe des Beins gegeben und angeführt, mit welchen Körperteilen diese in fester Verbindung stehen. Tabelle 2.2 bietet eine Auflistung der homogenen Koordinatentransformationen die in diesem Abschnitt beschrieben werden. Weiters werden die zu den einzelnen Transformationen gehörenden Winkel und Drehachsen angeführt. Auch die mit den Drehachsen verbundenen Gelenke sind angegeben.

## 2.3 Inverse Kinematik

In Abschnitt 2.2 wurde die Vorwärtskinematik des Beins näher beschrieben, welche aus den vorgegebenen Winkeln der Gelenke die Position  $\mathbf{P}_b^p$  eines Endeffektors p im KOS  $\Sigma_b$  berechnet. Mit dieser Koordinatentransformation lässt sich nicht nur die Position  $\mathbf{P}_b^p = \mathbf{H}_b^a \mathbf{P}_a^p$  eines Punktes p zwischen KOSen transformieren, sondern auch die Orientierung und die Position (kurz Pose) eines Körpers K beschreiben, welcher fest mit dem KOS  $\Sigma_b$  in Verbindung steht. Um dies nun am Beispiel eines Roboters mit dem Körper-KOS  $\Sigma_0$  zu veranschaulichen, wird  $\Sigma_W$  als Welt-KOS definiert. Es

sei mit

$$\mathbf{H}_W^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_W^0(\phi_0, \theta_0, \psi_0) & \mathbf{d}_W^0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

die Pose des Torsos im Welt-KOS gegeben, dann wird mit  $\mathbf{R}_W^0(\psi_0, \theta_0, \phi_0)$  die Orientierung des Torsos im Welt-KOS beschrieben, wobei  $\phi_0$ ,  $\theta_0$  und  $\psi_0$  die Winkel um die  $x_0$ -,  $y_0$ - und  $z_0$ -Achse beschreiben.

Der Roboter schreitet auf einer ebenen Fläche geradlinig voran. Somit ändert sich die Position des Roboters, aber nicht dessen Orientierung im Welt-KOS. Geht der Roboter allerdings eine Kurve, so verändert sich nicht nur dessen Position sondern auch dessen Orientierung. Damit sich der Roboter im Welt-KOS bewegen kann, muss ein Gehalgorithmus den Verlauf der Pose der Füße so vorgeben, dass der Roboter voranschreitet. Um diesen Verlauf der Pose der Füße auf dem Roboter Nao implementieren zu können, müssen aus der Pose die Winkel der Gelenke berechnet werden. Deshalb werden dem Roboter Nao die Gelenkwinkel vorgegeben. Die Berechnung der Gelenkwinkel aus der Pose des Endeffektors wird allgemein als inverse Kinematik bezeichnet [10].

Für die Berechnung der inversen Kinematik ist es wichtig, Bedingungen, die durch den humanoiden Gang des Roboters vorgegeben werden, einzubeziehen. Eine Bedingung lautet, dass der Torso des Roboters während des Gangs aufrecht sein soll. Wenn keine Daten über den Boden bekannt sind, wird angenommen, dass er horizontal, eben und fest sei. Diese Annahme darf getroffen werden, weil in dieser Arbeit zunächst die Trajektorien für optimale Bedingungen berechnet werden und in einem zweiten Schritt eine Regelung eingesetzt wird, die Unebenheiten des Bodens ausgleicht. Der Roboter stehe mit beiden Füßen flach am Boden und die gesamte Sohle berührt den Untergrund. Somit stehen die  $z_{i,9}$ -Achsen der Füße parallel zur  $z_W$ -Achse des Welt-KOSs  $\Sigma_W$ . Damit bei einem horizontalen, ebenen Untergrund der Torso des Roboters vertikal ist, muss die  $z_0$ -Achse des Torsos parallel zur  $z_W$ -Achse des Welt-KOSs und somit auch parallel zu den  $z_{i,9}$ -Achsen der Füße stehen. Ist dies der Fall, so lässt sich aus der vorgegebenen Position  $\mathbf{P}_{i,0}^{i,9}$  die Position des Sprunggelenks  $\mathbf{P}_{i,0}^{i,8} = \mathbf{H}_{i,9}^{i,8} \mathbf{P}_{i,0}^{i,9}$  berechnen.

Der Vektor  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,9}$  wird in Abbildung 2.8 rot dargestellt und  $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$  in der Farbe Blau. Es sei noch erwähnt, dass  $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$  den selben Ursprung wie  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$  hat, da die Ursprünge der KOSe  $\Sigma_{i,0}$  und  $\Sigma_{i,3}$  ident sind. Weiters wird in dieser Abbildung das Fuß-KOS  $\Sigma_{i,9}$  schwarz, das Roll-Sprunggelenk-KOS  $\Sigma_{i,8}$  rot, das Knie-KOS  $\Sigma_{i,6}$  grün sowie das Hüft-KOS  $\Sigma_{i,3}$  cyan dargestellt. Die KOSe  $\Sigma_{i,0}$ ,  $\Sigma_{i,4}$ ,  $\Sigma_{i,5}$  sind in Abbildung 2.8 aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht gezeigt. Weiters sind in dieser Abbildung der Oberschenkel  $\mathbf{d}_{i,3}^{i,6}$ , d. h. der Abstand zwischen den Ursprüngen der KOSe  $\Sigma_{i,3}$  und  $\Sigma_{i,6}$ , sowie der Unterschenkel  $\mathbf{d}_{i,6}^{i,8}$ , d. h. die Distanz zwischen den Ursprüngen

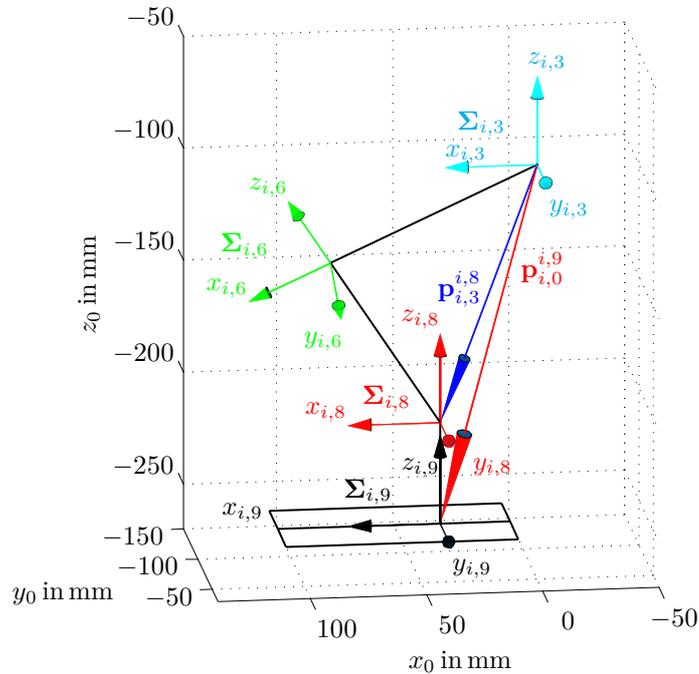


Abbildung 2.8: Darstellung des Beins mit den Vektoren  $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$  und  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,9}$ .

von  $\Sigma_{i,6}$  und  $\Sigma_{i,8}$ , ersichtlich.

Nun sollen mit Hilfe der inversen Kinematik die Winkel aus der vorgegebenen Pose bestimmt werden. Die inverse Kinematik ist im Allgemeinen sehr viel schwieriger zu berechnen als die Vorwärtskinematik und nicht eindeutig. Die Berechnung ist in diesem Fall nur möglich, wenn die Position des Sprunggelenks  $\mathbf{P}_{i,0}^{i,8} = [x_{i,0}^{i,8}, y_{i,0}^{i,8}, z_{i,0}^{i,8}, 1]^T$  (siehe Abbildung 2.8) und auch der gewünschte Winkel  $\phi_{R,L,3}$  zwischen den beiden Achsen  $x_{R,3}$  und  $x_{L,3}$  der KOSe  $\Sigma_{R,3}$  und  $\Sigma_{L,3}$  vorgegeben werden. Weiters müssen die Beschränkungen der Gelenke einbezogen werden, um eine eindeutige Lösung des Problems zu finden.

Die allgemeine Rotationsmatrix

$$\mathbf{R}_a^b = \mathbf{R}_{\text{Yaw}}(\phi_b) \mathbf{R}_{\text{Pitch}}(\theta_b) \mathbf{R}_{\text{Roll}}(\psi_b) \quad (2.20)$$

beschreibt die Rotation eines Körpers um die Winkel  $\phi_b$ ,  $\theta_b$ ,  $\psi_b$  gemäß

$$\mathbf{R}_a^b = \begin{bmatrix} c_{\phi_b} c_{\theta_b} & -s_{\phi_b} c_{\psi_b} + c_{\phi_b} s_{\theta_b} s_{\psi_b} & s_{\phi_b} s_{\psi_b} + c_{\phi_b} s_{\theta_b} c_{\psi_b} \\ s_{\phi_b} c_{\theta_b} & c_{\phi_b} c_{\psi_b} + s_{\phi_b} s_{\theta_b} s_{\psi_b} & -c_{\phi_b} s_{\psi_b} + s_{\phi_b} s_{\theta_b} c_{\psi_b} \\ -s_{\theta_b} & c_{\theta_b} s_{\psi_b} & c_{\theta_b} c_{\psi_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{x_b} & s_{x_b} & a_{x_b} \\ n_{y_b} & s_{y_b} & a_{y_b} \\ n_{z_b} & s_{z_b} & a_{z_b} \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{R,0}^{R,3}$  ist durch

$$\mathbf{R}_{R,0}^{R,3} = \begin{bmatrix} c_{\phi_2} & -c_{\psi_k} s_{\phi_2} & -s_{\psi_k} s_{\phi_2} \\ c_{\psi_k} s_{\phi_2} & c_{\psi_k}^2 c_{\phi_2} + s_{\psi_k}^2 & c_{\psi_k} c_{\phi_2} s_{\psi_k} - s_{\psi_k} c_{\psi_k} \\ s_{\psi_k} s_{\phi_2} & s_{\psi_k} c_{\phi_2} c_{\psi_k} - c_{\psi_k} s_{\psi_k} & s_{\psi_k}^2 c_{\phi_2} + c_{\psi_k}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{R,0,x}^{R,3} & s_{R,0,x}^{R,3} & a_{R,0,x}^{R,3} \\ n_{R,0,y}^{R,3} & s_{R,0,y}^{R,3} & a_{R,0,y}^{R,3} \\ n_{R,0,z}^{R,3} & s_{R,0,z}^{R,3} & a_{R,0,z}^{R,3} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

gegeben. Führt man einen Koeffizientenvergleich zwischen (2.21) und (2.22) durch und setzt man das Verhältnis  $n_{y_b}$  zu  $n_{x_b}$  gleich dem Verhältnis  $n_{R,0,y}^{R,3}$  zu  $n_{R,0,x}^{R,3}$ , so erhält man

$$\frac{n_{R,0,y}^{R,3}}{n_{R,0,x}^{R,3}} = \frac{c_{\psi_k} s_{\phi_2}}{c_{\phi_2}} = \frac{s_{\phi_b}}{c_{\phi_b}} = \frac{n_{y_b}}{n_{x_b}}. \quad (2.23)$$

Daraus lässt sich der Winkel  $\phi_2$

$$\tan(\phi_2) = \frac{\tan(\phi_b)}{\cos(\psi_k)} \quad (2.24a)$$

$$\phi_2 = \arctan\left(\frac{\sin(\phi_b)}{\cos(\psi_k) \cos(\phi_b)}\right) \quad (2.24b)$$

in Abhängigkeit von  $\phi_b$  berechnen.  $\phi_b$  ist in diesem Fall durch den halben Winkel zwischen den  $x$ -Achsen der KOSe  $\Sigma_{L,3}$  und  $\Sigma_{R,3}$  bestimmt. Somit ist der Winkel  $\phi_2$  bekannt und die Vektoren  $\mathbf{P}_{i,0}^{i,8}$  werden mittels  $\mathbf{P}_{i,3}^{i,8} = \mathbf{H}_{i,3}^{i,0} \mathbf{P}_{i,0}^{i,8}$  in das KOS  $\Sigma_{i,3}$  transformiert, wobei  $\mathbf{H}_{i,3}^{i,0} = (\mathbf{H}_{i,0}^{i,3})^T$  gilt.

In Abbildung 2.8 ist ersichtlich, dass der Oberschenkel mit der Länge  $l_{\text{Thigh}}$ , der Unterschenkel mit der Länge  $l_{\text{Tibia}}$  und der Vektor  $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$  mit der Länge

$$d_{i,3}^{i,8} = \sqrt{(x_{i,3}^{i,8})^2 + (y_{i,3}^{i,8})^2 + (z_{i,3}^{i,8})^2} \quad (2.25)$$

ein Dreieck bilden. Da alle drei Seitenlängen des Dreiecks bekannt sind, können mittels Anwendung des Cosinus-Satzes der innere Winkel  $\theta'_{i,5}$  des Dreiecks zwischen dem Oberschenkel und dem Vektor  $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$  sowie der Winkel zwischen Ober- und Un-

terschenkel  $\theta'_{i,6} = \pi - \theta_{i,6}$  mit Hilfe von

$$\cos(\theta'_{i,5}) = 1/2 \frac{-l_{\text{Tibia}}^2 + l_{\text{Thigh}}^2 + (d_{i,3}^{i,8})^2}{l_{\text{Thigh}} d_{i,3}^{i,8}} = \xi_1 \quad (2.26a)$$

$$\cos(\theta'_{i,6}) = 1/2 \frac{-(d_{i,3}^{i,8})^2 + l_{\text{Thigh}}^2 + l_{\text{Tibia}}^2}{l_{\text{Thigh}} l_{\text{Tibia}}} = \xi_2 \quad (2.26b)$$

bestimmt werden. Der  $\arccos(\theta)$  ist nur im Intervall  $\theta \in [0, \pi]$  eindeutig. Die Programmiersprache C++, welche bei der Programmierung des Roboters genutzt wird, stellt eine Funktion  $\text{atan2}(x, y)$  zur Verfügung, welche den Winkel  $\theta$  im Intervall  $[-\pi, \pi]$  eindeutig berechnet. Deshalb werden  $\theta'_{i,5}$  und  $\theta'_{i,6}$  aus

$$\tan(\theta'_{i,5}) = \frac{\sqrt{1 - (\xi_1)^2}}{\xi_1} \quad (2.27a)$$

$$\tan(\theta'_{i,6}) = \frac{\sqrt{1 - (\xi_2)^2}}{\xi_2} \quad (2.27b)$$

berechnet. Der Winkel  $\theta''_{i,5}$  zwischen der Projektion des Vektors  $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$  auf die  $yz$ -Fläche und dem Vektor  $\mathbf{p}_{i,3}^{i,8}$  berechnet sich zu

$$\theta''_{i,5} = \arctan\left(\frac{x_{i,3}^{i,8}}{\sqrt{(y_{i,3}^{i,8})^2 + (z_{i,3}^{i,8})^2}}\right). \quad (2.28)$$

Der Winkel  $\theta_{i,5}$  des Gelenks HipPitch kann nun mit

$$\theta_{i,5} = -\theta''_{i,5} - \theta'_{i,5} \quad (2.29)$$

berechnet werden.

Wie man aus den Gleichungen (2.27) und (2.29) erkennt, ist die Lösung nicht eindeutig. Bildlich veranschaulicht, führen die Lösungen zu dem Ergebnis, dass sich mit positivem und negativem Kniewinkel und Hüftwinkel der selbe Punkt realisieren lässt. Da die Kniegelenke des Roboters einer Winkelbeschränkungen von  $-5.29^\circ < \theta_{i,5} < 121.04^\circ$  unterliegen, werden nur die Lösungen im zulässigen Bereich für die inverse Kinematik herangezogen.

Weiters sollen die Fußflächen stets parallel zum horizontalen Boden geführt werden. Daraus ergeben sich für die Komponenten der Matrix

$$\mathbf{R}_{\mathbf{R},0}^{\mathbf{R},8} = \begin{bmatrix} n_{\mathbf{R},0,x}^{\mathbf{R},8} & s_{\mathbf{R},0,x}^{\mathbf{R},8} & a_{\mathbf{R},0,x}^{\mathbf{R},8} \\ n_{\mathbf{R},0,y}^{\mathbf{R},8} & s_{\mathbf{R},0,y}^{\mathbf{R},8} & a_{\mathbf{R},0,y}^{\mathbf{R},8} \\ n_{\mathbf{R},0,z}^{\mathbf{R},8} & s_{\mathbf{R},0,z}^{\mathbf{R},8} & a_{\mathbf{R},0,z}^{\mathbf{R},8} \end{bmatrix} \quad (2.30a)$$

die Bedingungen  $n_{R,0,x}^{R,8} = 0$  sowie  $n_{R,0,y}^{R,8} = 0$ . Aus diesen Bedingungen lassen sich die Winkel  $\theta_{R,7}$  und  $\psi_{R,8}$  berechnen.

Somit lassen sich alle Winkel der Beine aus den vorgegebenen Größen  $\mathbf{P}_{i,0}^{i,9}$  und  $\phi_{R,L,3}$  bestimmen.

## 2.4 Massenschwerpunkt

Mit Hilfe der in Abschnitt 2.2 berechneten Vorwärtskinematik wird hier der Massenschwerpunkt des Roboters Nao, der im Folgenden mit  $\mathbf{P}_{i,j}^{\text{CoG}}$  bezeichnet wird, berechnet. Der Massenschwerpunkt ist die Summe aller Körperteil-Massenschwerpunkte des Roboters, gewichtet mit den Massen der einzelnen Starrkörper. In [1] sind die Massenschwerpunkte (MSPe) aller Starrkörper des Roboters  $\mathbf{P}_{i,j}^{\text{CoG},k}$ , die Körperteil-KOSE dieser Starrkörper sowie deren Massen  $m^k$  beschrieben. Dabei ist  $k \in \mathcal{M}_{\text{KT}}$ , wobei  $\mathcal{M}_{\text{KT}}$  die Menge aller Körperteile beschreibt. Es ist zu beachten, dass die MSPe der Körperteile im jeweiligen Körperteil-KOS angegeben sind und deshalb mittels der homogenen Koordinatentransformation  $\mathbf{P}_0^{\text{CoG},k} = \mathbf{H}_0^{i,j} \mathbf{P}_{i,j}^{\text{CoG},k}$  ins Körper-KOS  $\Sigma_0$  transformiert werden müssen. Der Massenschwerpunkt des Roboters berechnet sich zu  $\mathbf{P}_0^{\text{CoG}} = \frac{\sum m^k \mathbf{P}_0^{\text{CoG},k}}{\sum m^k}$  mit  $k \in \mathcal{M}_{\text{KT}}$ . Abbildung 2.9 zeigt den Massenschwerpunkt  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}$  für eine spezielle Konfiguration des Roboters. Hierbei ist  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}$  die Abkürzung für  $\mathbf{p}_{\text{STB,FM}}^{\text{CoG}}$ .

## 2.5 Inverses Pendel

Die Kinematik des Roboters Nao, die Berechnung der Pose aus den gegebenen Winkeln, und die inverse Kinematik, die Berechnung der Gelenkwinkel aus der vorgegebenen Pose wurden in Abschnitt 2.2 und Abschnitt 2.3 beschrieben. Damit können für den Roboter aus vorgegebenen Trajektorien des Fuß-KOSs  $\Sigma_{i,9}$  die Verläufe der Gelenkwinkel berechnet werden. Diese Trajektorien werden aus den Bewegungsgleichungen des Roboters bestimmt, weshalb an dieser Stelle das Modell des Roboters beschrieben wird und im Zuge dessen die Bewegungsgleichungen berechnet werden. Wichtig für die mathematische Modellierung ist die Tatsache, dass der humanoide Gang in zwei unterschiedliche Phasen unterteilt werden kann. Die erste Phase nennt sich Single Support Phase (SSP), bei welcher sich nur ein Fuß des Roboters am Boden befindet. Abbildung 2.9 zeigt ein Modell eines Roboters, welcher sich in der SSP befindet. Man erkennt, dass zu diesem Zeitpunkt das rechte Bein als

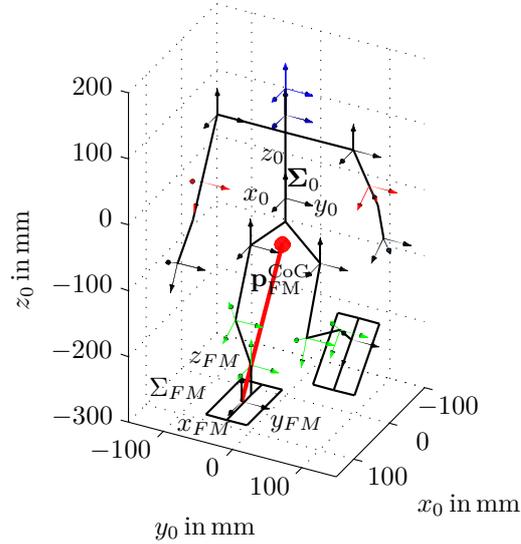


Abbildung 2.9: Darstellung des Massenschwerpunktes  $\mathbf{p}_{i,j}^{\text{CoG}}$  des Roboters.

Standbein STB dient während das linke das Schwungbein SB darstellt. Diese Phase des Gangs wird im Folgenden Single Support Phase Right Leg (SSR) bezeichnet, wohingegen während der Single Support Phase Left Leg (SSL) das Standbein links und das Schwungbein rechts ist. Während der SSP stützt das Standbein den gesamten Roboter und dessen gesamtes Gewicht wirkt nur auf diesen Fuß. Deshalb kann zu diesem Zeitpunkt der Roboter als inverses Pendel modelliert werden, wobei die Massen der einzelnen Körperteile zu einer Gesamtmasse im Körperschwerpunkt zusammengefasst werden, siehe [6]. Das in Abbildung 2.9 rot eingezeichnete inverse Pendel soll diese Tatsache illustrieren. Dabei befindet sich der Fuß des inversen Pendels im Ursprung des KOSs  $\Sigma_{FM}$  und die Masse  $m$  im Körperschwerpunkt des Roboters  $\mathbf{p}_{FM}^{\text{CoG}}$ . Das KOS  $\Sigma_{FM}$  befindet sich in der Mitte der Sohle des Standfußes.

In Abbildung 2.10 werden der Massenschwerpunkt (MSP)  $\mathbf{p}_{FM}^{\text{CoG}} = [x_{FM}^{\text{CoG}}, y_{FM}^{\text{CoG}}, z_{FM}^{\text{CoG}}]^T$ , das KOS  $\Sigma_{FM}$  sowie der masselose Stab mit variabler Länge  $r_{\text{CoG}}$  abgebildet. Weiters sind der Roll-Winkel  $\psi_{\text{CoG}}$  und der Pitch-Winkel  $\theta_{\text{CoG}}$  sowie die externen Kräfte  $F_x, F_y, F_z$  dargestellt.

Zur Berechnung der Bewegungsgleichungen wird der Lagrange-Formalismus [10] verwendet. Für die drei Freiheitsgrade werden die drei generalisierten Koordinaten

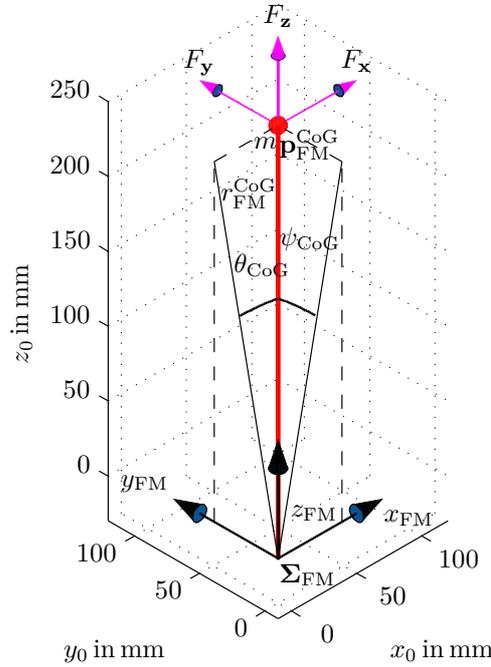


Abbildung 2.10: Modell des inversen Pendels.

$\mathbf{q} = [x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}]^T$  gewählt. Die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m \left( (\dot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}})^2 + (\dot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}})^2 + (\dot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}})^2 \right) \quad (2.31)$$

sowie die potenzielle Energie  $E_{\text{pot}}$

$$E_{\text{pot}} = mgz_{\text{FM}}^{\text{CoG}} \quad (2.32)$$

mit der Gravitationskonstanten  $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ergeben die Lagrangefunktion  $L = E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}}$ . Die externen Kräfte  $\mathbf{F} = [F_x, F_y, F_z]^T$  greifen am Massenschwerpunkt  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}$  an, wie in Abbildung 2.10 zu erkennen ist. Diese Kräfte werden einerseits durch äußere Störkräfte erzeugt und andererseits durch Motormomente, die am Fuße des inversen Pendels angreifen. Setzt man (2.31) und (2.32) in die Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} L - \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} L = \mathbf{F} \quad (2.33)$$

ein, so erhält man die Bewegungsgleichungen des 3-dimensionalen inversen Pendel

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} \\ \ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} \\ \ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

# 3 Open-Loop Gehalgorithmus

In diesem Kapitel werden zunächst die Grundlagen des humanoiden Gangs beschrieben. In Abschnitt 3.1 wird auf die unterschiedlichen Phasen des Gangs eingegangen. Außerdem werden all jene Größen, die zur Beschreibung des humanoiden Gangs notwendig sind, definiert. Anschließend wird in Abschnitt 3.2 der Zero Moment Point beschrieben, die Definition erklärt und die Bedeutung für Gehalgorithmen erläutert. Aufbauend darauf wird in Abschnitt 3.3 eine Trajektorie des Massenschwerpunkts (MSPs) des Roboters berechnet, welche einen stabilen Gang gewährleistet. Zunächst wird in Abschnitt 3.3.1 ein langsamer “statisch stabiler” Gang entwickelt, bevor in Abschnitt 3.3.2 ein schnellerer “dynamisch stabiler” Gang vorgestellt wird.

## 3.1 Grundlagen für den humanoiden Gang

Wie schon in Kapitel 2 kurz beschrieben, kann der humanoide Gang in zwei Phasen unterteilt werden. Befinden sich beide Füße in Kontakt mit dem Boden, so spricht man von der Double Support Phase (DSP). Befindet sich hingegen nur ein Fuß am Boden, so spricht man von der Single Support Phase (SSP), siehe [8]. Ein kompletter Schritt des humanoiden Gangs setzt sich aus zwei SSP und zwei DSP zusammen. In dieser Arbeit wird zwischen einer Single Support Phase Right Leg (SSR) und einer Single Support Phase Left Leg (SSL) unterschieden, wobei der Unterschied lediglich darin besteht, auf welchem Bein der Roboter steht. Weiters wird auch bei der DSP von einer Double Support Phase Right Leg (DSR) und einer Double Support Phase Left Leg (DSL) gesprochen. Die Reihenfolge dieser Phasen wird in dieser Arbeit wie folgt festgelegt:

DSL - SSL - DSR - SSR

Bevor in Abbildung 3.1 die zeitliche Abfolge der vier Phasen dargestellt wird, erfolgt nachfolgend deren Erläuterung.

1. Double Support Phase Left Leg (DSL): Zu Beginn dieser Phase ruht der Großteil des Körpergewichts auf dem rechten Bein. Während dieser Phase wird das Gewicht vom rechten Bein auf das linke Bein verlagert. Diese Gewichtsverlagerung wird durch eine Verschiebung des Massenschwerpunkts erzielt. Die Abbildung 3.1(d) zeigt den Roboter während dieser Phase. Beide Füße berühren den Boden, wobei der linke Fuß vor dem rechten Fuß steht. Somit muss für  $t < T_{\text{DSL}}$ ,  $x_{\text{L},0}^{\text{L},8}(t) < x_{\text{R},0}^{\text{R},8}(t)$  gelten. Am Ende dieser Phase trägt das linke Bein das gesamte Körpergewicht, womit die nächste Phase eingeleitet werden kann.
2. Single Support Phase Left Leg (SSL): Zu Beginn dieser Phase wird der rechte Fuß, welcher zunächst hinter dem linken steht, vom Boden abgehoben. Somit lastet das gesamte Körpergewicht auf dem linken Bein. Dann wird der rechte Fuß nach vorne geführt und am Ende dieser Phase vor dem linken Fuß am Boden abgesetzt. Am Ende der SSL  $t = T_{\text{DSL}} + T_{\text{SSR}}$  gilt  $x_{\text{L},0}^{\text{L},8}(t) > x_{\text{R},0}^{\text{R},8}(t)$ . Abbildung 3.1(c) stellt den Roboter in der SSL dar.
3. Double Support Phase Right Leg (DSR): Zu Beginn dieser Phase ruht der Großteil des Körpergewichts noch auf dem linken Bein. Während dieser Phase wird das Gewicht vom linken auf das rechte Bein verlagert. Wie aus Abbildung 3.1(b) entnommen werden kann, befindet sich der rechte Fuß vor dem linken und beide Beine berühren den Boden. Am Ende dieser Phase trägt das rechte Bein den Großteil des Körpergewichts, womit die nächste Phase eingeleitet werden kann.
4. Single Support Phase Right Leg (SSR): Zu Beginn der letzten Phase des Schrittes steht der linke Fuß hinter dem rechten. Der linke Fuß wird während dieser Phase vom Boden abgehoben, nach vorne geführt und vor dem rechten Fuß abgestellt. Während dieser Zeit wird das Körpergewicht vom rechten Bein getragen. Nach dieser Phase ist der komplette Schritt beendet und der nächste Schritt kann mit der DSL eingeleitet werden.

Die Dauer der einzelnen Phasen wird mit  $T_{\text{DSL}}$ ,  $T_{\text{SSL}}$ ,  $T_{\text{DSR}}$  und  $T_{\text{SSR}}$  bezeichnet.

Jenes Bein, auf dem der Roboter während der SSP steht, wird im Folgenden als Standbein STB bezeichnet. Das freie Bein wird Schwungbein SB genannt. Während der DSP bleibt der Abstand zwischen den Sprunggelenks-KOSen  $\Sigma_{\text{L},8}$  und  $\Sigma_{\text{R},8}$  konstant. Bezeichnet  $\mathbf{p}_{\text{L},8}^{\text{R},8}(t_{\text{DSP}}) = [x_{\text{L},8}^{\text{R},8}(t_{\text{DSP}}), y_{\text{L},8}^{\text{R},8}(t_{\text{DSP}}), z_{\text{L},8}^{\text{R},8}(t_{\text{DSP}})]^T$  den Vektor vom KOS  $\Sigma_{\text{L},8}$  des linken Fußes zum KOS  $\Sigma_{\text{R},8}$  des rechten Fußes, so ist  $\mathbf{p}_{\text{L},8}^{\text{R},8}(t_{\text{DSP}}) = [l_{\text{SW}}, l_{\text{FA}}, l_{\text{HD}}]^T$  konstant für  $0 < t < T_{\text{DSL}}$  und  $T_{\text{DSL}} + T_{\text{SSL}} < t < T_{\text{DSL}} + T_{\text{SSL}} + T_{\text{DSR}}$ . Dabei bezeichnet  $l_{\text{SW}}$  die Schrittweite,  $l_{\text{FA}}$  die Schrittbreite und  $l_{\text{HD}}$  kennzeichnet die Fußhöhendifferenz, die auf ebenem Untergrund immer Null ist. Beschreibt  $z_{\text{STB},8}^{\text{STB},0}(t)$  den  $z$ -Abstand zwischen dem Fuß-KOS  $\Sigma_{8,\text{STB}}$  und dem Hüft-KOS  $\Sigma_{0,\text{STB}}$  des Stand-

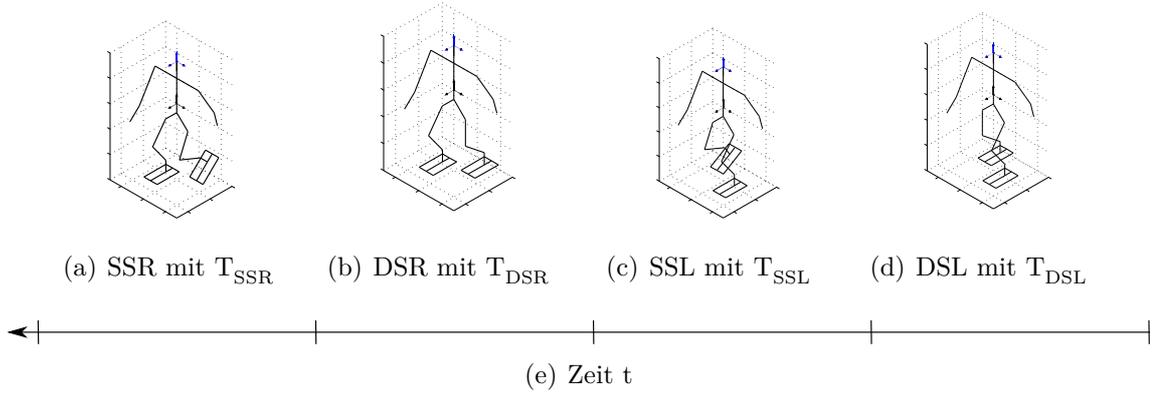


Abbildung 3.1: Zeitliche Abfolge der Schrittphasen.

beins, so wird zum Zeitpunkt  $t = T_{DSL}$  und  $t = T_{DSL} + T_{SSL} + T_{DSR}$  dieser Abstand mit  $z_{STB,8}^{STB,0}(t) = l_{GH}$  festgelegt.  $l_{GH}$  wird als Ganghöhe bezeichnet und kann dem Roboter vorgegeben werden. Zu Beginn der SSP wird das Schwungbein vom Boden abgehoben und während der ersten Hälfte der SSP angezogen. Die Trajektorie des Schwungbeins wird so festgelegt, dass zu den Zeitpunkten  $t = T_{DSL} + \frac{T_{SSL}}{2}$ ,  $t = T_{DSL} + T_{SSL} + T_{DSR} + \frac{T_{SSR}}{2}$  der Wert  $z_{STB,8}^{STB,0}(t) = l_{GH} - l_{lift}$  erreicht wird. In der zweiten Hälfte der SSP wird das Bein wieder gestreckt und am Ende dieser Phase wird der Fuß des Schwungbeins wieder am Boden abgesetzt.

Im Gegensatz zum Laufen berührt der Roboter während des Gehens stets den Boden. Die Kontaktpunkte zwischen Roboter und Untergrund lassen sich zu einer Menge zusammenfassen. Die konvexe Hülle aller Kontaktpunkte wird im Folgenden als Stützpolygon bezeichnet. Diese konvexe Hülle aller Kontaktpunkte ist für die Stabilität des Gangs von Bedeutung, siehe [12]. Während der SSP entspricht jene Fußfläche des Standbeins dem Stützpolygon, welche mit dem Untergrund in Kontakt steht. Befinden sich während der DSP beide Fußflächen auf einer ebenen Fläche und in Kontakt mit dem Boden, so setzt sich das Stützpolygon, wie in Abbildung 3.2 ersichtlich, aus den hell- und dunkelgrau unterlegten Flächen zusammen. Dabei stellen die dunkelgrau unterlegten Flächen die Fußflächen dar. In Abbildung 3.2 sowie im Folgenden dieser Arbeit werden die Fußflächen des Roboters vereinfachend rechteckig angenommen. Dies ist für die vorliegende Arbeit zulässig, da die rechteckigen Fußflächen kleiner sind als die tatsächlichen. Je größer das Stützpolygon, desto höher die Stabilität des Roboters. Deshalb wird durch die kleineren rechteckigen Fußflächen von einer schlechteren Ausgangssituation ausgegangen. Abbildung 3.2 zeigt die Fußbreite  $a$ , die Fußlänge  $b$ , sowie das Welt-KOS mit den Achsen  $(x_w, y_w)$  und die Bein-KOSe  $\Sigma_{L,FM}$  und  $\Sigma_{R,FM}$ . Die  $x$ - und  $y$ -Komponenten der KOSe  $\Sigma_{L,FM}$ ,  $\Sigma_{R,FM}$  sind in dieser Abbildung ident zu jenen der KOSe  $\Sigma_{L,8}$ ,  $\Sigma_{R,8}$ . Außerdem werden in dieser Abbildung auch die Schrittweite  $l_{SW}$  und die Schrittbreite  $l_{FA}$  dargestellt.

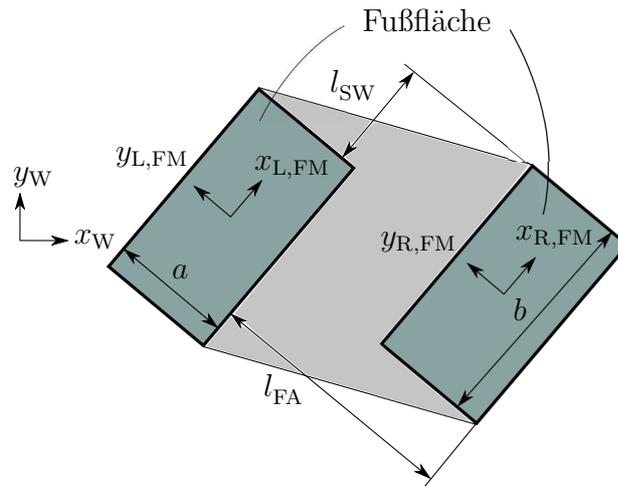


Abbildung 3.2: Darstellung des Stützpolygons während der Double Support Phase auf flachem Untergrund.

Die in Abbildung 3.2 dunkelgrau gezeichneten Fußflächen bilden gemeinsam mit der hellgrauen Fläche das gesamte Stützpolygon.

## 3.2 Stabilitätskriterium

Um mit Hilfe des in Abschnitt 3.1 eingeführten Stützpolygons ein Stabilitätskriterium für den humanoiden Gang zu entwickeln, wird zunächst der Begriff des Zero Moment Points eingeführt. Vukobratovic definiert den ZMP [11] folgendermaßen:

*“ZMP is defined as that point on the ground at which the net moment of the inertial forces and the gravity forces has no component along the horizontal axes.”*

Der ZMP ist jener Punkt auf dem Boden, bei dem die Summe der Momente der Inertialkräfte und Gravitationskräfte keine Komponenten in den horizontalen Achsen haben. Im Weiteren werden diese horizontalen Achsen mit  $x_{ZMP}$ -Achse und  $y_{ZMP}$ -Achse bezeichnet. Wie schon in der Definition erwähnt, ist der ZMP  $\mathbf{p}_{FM}^{ZMP}$  jener Punkt, bei dem die Summe der Momente  $T_{ZMP,x}^r$  um die  $x_{ZMP}$ -Achse und  $T_{ZMP,y}^r$  um

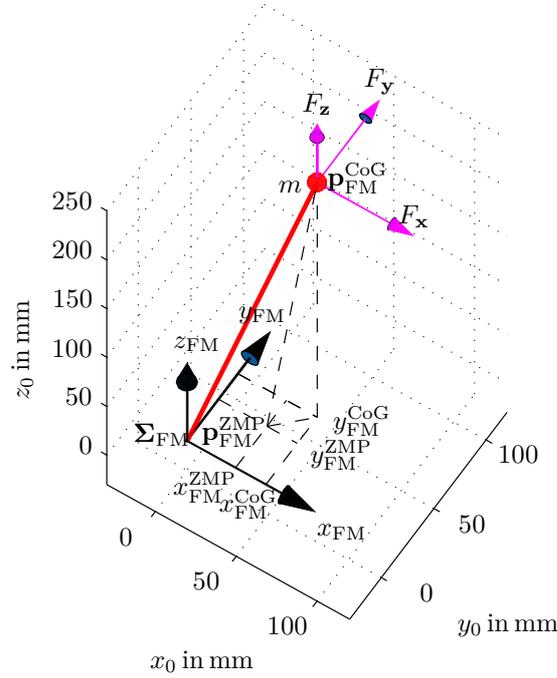


Abbildung 3.3: Darstellung des inversen Pendels und des Zero Moment Points.

die  $y_{\text{ZMP}}$ -Achse

$$\sum_r T_{\text{ZMP},y}^r = 0 \quad (3.1a)$$

$$\sum_r T_{\text{ZMP},x}^r = 0 \quad \text{mit } r \in \{1, 2, 3\} \quad (3.1b)$$

gleich Null sind.

Für die weitere Arbeit ist die Berechnung des Zero Moment Points (ZMPs) für das in Abschnitt 2.5 beschriebene inverse Pendel von Bedeutung, weshalb diese im Folgenden durchgeführt wird, siehe [6]. In Abbildung 3.3 wird das inverse Pendel, dessen Masse  $m$  im Massenschwerpunkt  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}$  sowie der ZMP  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}$  mit den Koordinaten  $[x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}, y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}, 0]$  dargestellt. Bezeichnet man mit  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} = [x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}]^T$  die Position des MSPs, dann ist  $\mathbf{v}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} = [\dot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, \dot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, \dot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}]^T$  die Geschwindigkeit und  $\mathbf{a}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} = [\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, \ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}, \ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}]^T$  die Beschleunigung der Masse. Die am ZMP angreifenden Momente  $T_{\text{ZMP},y}^r$  setzen sich folgendermaßen zusammen:

- Das Moment  $T_{\text{ZMP},y}^1 = (m\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} + mg)(x_{\text{FM}}^{\text{CoG}} - x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}})$  resultiert aus der Beschleu-

nigung  $\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}$  der Masse  $m$  in  $z_{\text{FM}}$ -Richtung und der Erdbeschleunigung.

- Das Moment  $T_{\text{ZMP},y}^2 = -m\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}$  wird hervorgerufen durch die Beschleunigung  $\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}$  der Masse.
- Das Moment  $T_{\text{ZMP},y}^3 = T_{\text{ext},y}$  wird hervorgerufen durch ein externes Moment  $T_{\text{ext},y}$  auf die  $y$ -Achse. Diese externen Momente  $T_{\text{ext},y}$  werden durch die externen Kräfte  $F_x, F_y, F_z$  hervorgerufen. Die externen Kräfte können durch Störkräfte von außen oder durch angreifende Motormomente am Fuße des inversen Pendels resultieren.

Analog werden die Momente  $T_{\text{ZMP},x}^r$  bezüglich der  $x_{\text{ZMP}}$ -Achse bestimmt. Aus (3.1) lassen sich die  $x$ - bzw.  $y$ -Komponente des ZMPs zu

$$x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} = x_{\text{FM}}^{\text{CoG}} - \frac{\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} + g} + \frac{T_{\text{ZMP},y}^3}{(\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} + g) m} \quad (3.2a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} = y_{\text{FM}}^{\text{CoG}} - \frac{\ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} + g} + \frac{T_{\text{ZMP},x}^3}{(\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} + g) m} \quad (3.2b)$$

berechnen. Treten keine äußeren Momente  $T_{\text{ZMP},y}^3 = 0$  und  $T_{\text{ZMP},x}^3 = 0$  auf, so folgt

$$x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} = x_{\text{FM}}^{\text{CoG}} - \frac{\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} + g} \quad (3.3a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} = y_{\text{FM}}^{\text{CoG}} - \frac{\ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} + g}. \quad (3.3b)$$

Wird die Annahme getroffen, dass die Bedingung  $z_{\text{FM}}^{\text{CoG}} = \text{konst.}$  erfüllt ist, so ist auch  $\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} = 0$ . Diese Bedingung kann erfüllt werden, wenn die Trajektorien des MSPs so gewählt werden, dass es keine Bewegung in  $z$ -Richtung gibt. Somit vereinfacht sich (3.3) zu

$$x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} = x_{\text{FM}}^{\text{CoG}} - \frac{\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{g} \quad (3.4a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} = y_{\text{FM}}^{\text{CoG}} - \frac{\ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}} z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{g}, \quad (3.4b)$$

siehe [6] und [13]. In einem weiteren Schritt wird mit Hilfe des Stützpolygons und des ZMPs ein Stabilitätskriterium des humanoiden Gangs eingeführt. Vukobratovic definiert dieses Stabilitätskriterium folgendermaßen [11]:

*When ZMP exists within the domain of the support surface, the contact between the ground and the support leg is stable:  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} = (x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}, y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}, 0) \in S$  where  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}$  denotes a position of ZMP.  $S$  denotes a domain of the support surface. This condition indicates that no rotation around the edges of the foot occurs."*

Befindet sich der ZMP innerhalb des Stützpolygons der Füße, so steht der Roboter stabil. Wandert der ZMP an den Rand des Stützpolygons, so kommt der Roboter in eine instabile Lage, in der die Gefahr des Sturzes besteht.

### 3.3 Trajektorien

Im Folgenden wird gezeigt, wie eine Trajektorie des ZMPs gewählt werden muss, um einen stabilen Gang zu ermöglichen, und wie daraus mit Hilfe von (3.4) die Trajektorie des MSPs berechnet werden kann. Über die inverse Kinematik können dann wiederum die Trajektorien der Winkel vorgegeben werden.

Das Ziel eines Gehalgorithmus ist es, dass sich der humanoide Roboter im Welt-KOS  $\Sigma_W$  bewegt. Dabei soll der MSP des Roboters einer vorgegebenen Trajektorie  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  folgen. Aus dieser Trajektorie kann auf die Trajektorie der Fuß-KOSE geschlossen werden, durch die die Bewegung des MSPs erst ermöglicht wird. Bewegt sich der Massenschwerpunkt des Roboters  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  in  $x_W$ - bzw.  $y_W$ -Richtung, und nimmt man nun als Standbein das rechte Bein an, so muss die Position des rechten Fußes im Welt-KOS  $\mathbf{p}_W^{\text{R},8}(t)$  konstant bleiben. Zeitgleich wird der linke Fuß gehoben und in Gehrichtung bewegt. Erreicht die  $x$ -Komponente des Vektors  $\mathbf{p}_0^{\text{R},8}(t)$  die Schrittweite, so wechselt der Roboter das Standbein. Die Trajektorie  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  des MSPs des Roboters wird unter der Einbeziehung des Stabilitätskriteriums aus Abschnitt 3.2 bestimmt, wodurch ein stabiler Gang des Roboters gewährleistet wird. Die Idee hinter dem Stabilitätskriterium ist jene, dass der Roboter stabil geht bzw. steht, wenn sich der ZMP innerhalb des Stützpolygons der Füße des Roboters befindet. Für die Trajektorienwahl eines stabilen Gangs muss diese Bedingung stets erfüllt sein.

Treten keine externen Kräfte bzw. Momente auf, so berechnet sich die  $x$ - und  $y$ -Komponente des ZMPs aus (3.3). Zur Bestimmung der Trajektorie des MSPs  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  muss zuvor eine Trajektorie des ZMPs  $\mathbf{p}_W^{\text{ZMP}}(t)$  festgelegt werden. Diese Trajektorie  $\mathbf{p}_W^{\text{ZMP}}(t)$  wird über die Schrittweite  $l_{\text{SW}}$  der Beine sowie über den Fußabstand  $l_{\text{FA}}$  bestimmt. Anders gesagt, wird zunächst die Schrittweite  $l_{\text{SW}}$  und der Fußabstand  $l_{\text{FA}}$  vorgegeben, woraus sich die Trajektorie des ZMPs  $\mathbf{p}_W^{\text{ZMP}}(t)$  ergibt. Der ZMP muss sich stets innerhalb des Stützpolygons befinden, um einen stabilen Gang gewährleisten zu können. Aus dieser Trajektorie des ZMPs  $\mathbf{p}_W^{\text{ZMP}}(t)$  kann die Trajektorie des MSPs  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  berechnet werden.

In Abschnitt 3.3.1 und Abschnitt 3.3.2 werden der statisch stabile Gang und der dynamisch stabile Gang vorgestellt und dafür die Trajektorien des MSPs  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$

berechnet. Vorwegnehmend sei erwähnt, dass der statisch stabile Gang die Beschleunigung des Massenschwerpunktes vernachlässigt und somit nur für geringe Gehgeschwindigkeiten einsetzbar ist. Der dynamisch stabile Gang hingegen berücksichtigt die Beschleunigung des Massenschwerpunktes und es kann somit eine höhere Gehgeschwindigkeit erreicht werden.

### 3.3.1 Statisch stabiler Gang

Wie bereits erwähnt setzt ein stabiler Gehalgorithmus voraus, dass die Trajektorie des ZMPs immer innerhalb des aktuellen Stützpolygons verläuft. Wie in (3.3) ersichtlich, berechnet sich die  $x$ -Komponente des ZMPs aus der  $x$ -Komponente des MSPs  $x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)$  und einem Term  $\frac{\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)+g}$ , der abhängig von der Beschleunigung des MSPs ist. Zunächst soll der sogenannte Gang, der statisch stabile Gang betrachtet werden, bei dem der Term  $\frac{\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)+g}$  als vernachlässigbar klein angenommen wird. Somit gilt  $x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}(t) \approx x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)$  und  $y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}(t) \approx y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)$ . Das bedeutet, die Trajektorie des MSPs entspricht der Trajektorie des ZMPs. Beim statisch stabilen Gang wird die Trajektorie des MSPs des Roboters so gewählt, dass sich der ZMP immer möglichst in der Mitte des Stützpolygons befindet, sodass in jeder Richtung eine möglichst große Stabilitätsreserve  $S_x(t)$  und  $S_y(t)$  vorhanden ist. Solange die Bedingung

$$\frac{\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)+g} < S_x(t) \quad (3.5a)$$

$$\frac{\ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)}{\ddot{z}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)+g} < S_y(t) \quad (3.5b)$$

erfüllt ist, handelt es sich um einen stabilen Gang. Kleine Störungen bzw. Modellungenauigkeiten werden somit abgefangen. In dieser Arbeit wird angenommen, dass der MSP des Roboters fix mit dem KOS des Torsos  $\Sigma_0$  verbunden ist. Die Änderung des MSPs durch die Bewegung der Beine wird vernachlässigt. Somit kann direkt von der Trajektorie des MSPs  $\mathbf{p}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)$  auf die Fußtrajektorien  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}(t)$  geschlossen werden. Aus den Fußtrajektorien berechnen sich über die inverse Kinematik die Winkel der Gelenke. Beim statisch stabilen Gang wird für die  $x$ - bzw.  $y$ -Komponenten der Fußtrajektorien im Körper-KOS  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}(t)$  ein polynomieller Ansatz 5. Grades der Form

$$p(t) := \gamma_5 t^5 + \gamma_4 t^4 + \gamma_3 t^3 + \gamma_2 t^2 + \gamma_1 t + \gamma_0 \quad (3.6)$$

gewählt. Die Koeffizienten  $\gamma_s$  mit  $s \in \{0, 1, 2, \dots, 5\}$  berechnen sich durch das Festlegen der Randbedingungen. Dazu werden der Anfangswert  $p(0)$  sowie der Endwert  $p(T_{\text{DSP}})$  bzw.  $p(T_{\text{SSP}})$  vorgegeben. Außerdem werden die zeitlichen Ableitungen im

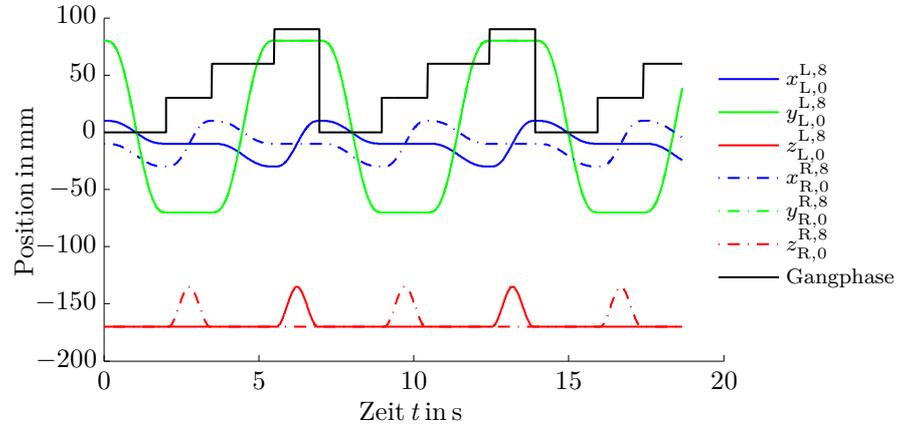


Abbildung 3.4: Trajektorien des statisch stabilen Gangs.

Anfangszeitpunkt  $\dot{p}(0)$  und  $\ddot{p}(0)$  sowie die Ableitungen im Endzeitpunkt  $\dot{p}(T_{\text{DSP}})$ ,  $\ddot{p}(T_{\text{DSP}})$  bzw.  $\dot{p}(T_{\text{SSP}})$ ,  $\ddot{p}(T_{\text{SSP}})$  zu Null gesetzt.

Während der Double Support Phasen (DSPn) sind beide Füße fest auf dem Boden. Zu Beginn der SSP wird der Fuß des freien Beins vom Boden abgehoben und am Ende der Phase wieder abgesetzt. Die  $z$ -Komponente der Fußtrajektorie wird in dieser Arbeit mittels SPLINE-Funktion 3. Grades realisiert, wobei der Anfangswert und der Endwert vorgegeben wird und die Anfangs- und Endsteigung Null gesetzt werden. Außerdem wird der Punkt  $z_{i,0}^{i,8}(t) = l_{\text{GH}} - l_{\text{lift}}$  zur halben Periodenzeit der SSP  $t = T_{\text{DSL}} + \frac{T_{\text{SSL}}}{2}$  bzw.  $t = T_{\text{DSL}} + T_{\text{SSL}} + T_{\text{DSR}} + \frac{T_{\text{SSR}}}{2}$  vorgegeben. Während der SSP ruht der ZMP in der Mitte des Fußes. In Abbildung 3.4 werden die Trajektorien der Beine für den statisch stabilen Gang dargestellt. Die volle schwarze Linie markiert die Phasen des Gangs, wobei in dieser Abbildung der Wert 0 der DSL entspricht, 30 der SSL, 60 der DSR und 90 der SSR. Folgende Parameter wurden verwendet:

- $T_{\text{DSP}} = T_{\text{DSL}} = T_{\text{DSR}} = 2 \text{ s}$
- $T_{\text{SSP}} = T_{\text{SSL}} = T_{\text{SSR}} = 1.5 \text{ s}$
- $l_{\text{lift}} = 35 \text{ mm}$
- $l_{\text{GH}} = 170 \text{ mm}$

Die strich-punktiierten Linien aus Abbildung 3.4 zeigen die Verläufe des rechten Fußes, die vollen Linien jene des linken Fußes. In blau sind die  $x$ -Komponenten des Vektors  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$ , in grün dessen  $y$ -Komponenten und in rot dessen  $z$ -Komponenten dargestellt.



schwindigkeit in  $x_W$ - und  $y_W$ -Richtung so vorgegeben, dass der ZMP von der Mitte des einen Fußes in die Mitte des anderen Fußes wandert. Dadurch wird das Standbein gewechselt.

3. Wie bereits beim statischen Gang wird für das Schwungbein in der SSP die  $z$ -Trajektorie über eine SPLINE-Funktion 3. Grades vorgegeben.
4. Trajektorien müssen im Folgenden so vorgegeben werden, dass (3.9) stets erfüllt ist, um Stabilität zu garantieren.
5. Der Roboter geht nur gerade vorwärts und der Abstand  $d_0 = \frac{l_{FA}}{2}$  ist konstant.
6. Während der SSP wird die  $x_W$ -Achse aus Abbildung 3.5 vom MSP nicht gekreuzt.

In Abbildung 3.5 wird die Trajektorie des MSPs  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  durch die rote fett gezeichnete Kurve  $\overline{\text{ABCDEFGFG}}$  und die ZMP-Trajektorie  $\mathbf{p}_W^{\text{ZMP}}(t)$  durch die blaue Kurve  $\overline{A_0D_0G_0}$  dargestellt. Weiters sind die Abstände  $e_{su} > 0$  mit  $u \in \mathbb{N}$  zwischen der  $x_W$ -Achse und dem MSP eingezeichnet, sowie das Welt-KOS  $\Sigma_W$  mit dem Ursprung  $O_W$ . Am Anfang ist der MSP im Ursprung  $O_W$ . Zu Beginn des Gangs wird der MSP zum Punkt A verschoben. Im Punkt A wird das linke Bein gehoben und der MSP bewegt sich entlang der Kurve  $\overline{AB}$ . In dem Moment, in dem der Punkt B erreicht wird, berührt der linke Fuß wieder den Boden und die DSP beginnt. Während dieser Phase bewegt sich der MSP  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  mit konstanter Geschwindigkeit  $\dot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = \text{konst.}$  und  $\dot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = \text{konst.}$  bis zum Punkt C. In Punkt C beginnt die SSL, der rechte Fuß wird gehoben und der MSP läuft entlang der Kurve  $\overline{CDE}$  bis im Punkt E wieder eine DSP beginnt. Während der SSR befindet sich der ZMP  $\mathbf{p}_W^{\text{ZMP}}$  im Punkt  $A_0$  bzw. im Punkt  $G_0$  und während der SSL im Punkt  $D_0$  wie in Abbildung 3.5 gezeigt wird.

Während der SSP kann der Roboter mit dem Modell des inversen Pendels aus Abschnitt 2.5 beschrieben werden. Durch die Annahme  $z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) \approx \text{konst.}$  vereinfachen sich die ZMP-Gleichungen aus (3.3) gemäß (3.4) zu

$$x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}(t) = x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - \frac{\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{g} \quad (3.7a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}(t) = y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - \frac{\ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}{g} \quad (3.7b)$$

und man erhält man eine Differentialgleichung der Form

$$\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = \left( x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} \right) \frac{g}{z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}} \quad (3.8a)$$

$$\ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = \left( y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} \right) \frac{g}{z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}. \quad (3.8b)$$

Betrachtet man die Kurve  $\overline{DE}$  des MSPs in Abbildung 3.5, so gilt  $\left( x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} \right) > 0$ , da der ZMP während der gesamten SSL im Punkt  $D_0$  liegt. Setzt man dies in

(3.8) ein, so sieht man, dass die Beschleunigung des MSPs  $\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)$  positiv sein muss. Wird jedoch die Kurve  $\overline{\text{CD}}$  oder  $\overline{\text{FG}}$  betrachtet, so gilt  $(x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}) < 0$ . Die Beschleunigung des MSPs  $\ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t)$  ist negativ, was bedeutet, dass der Roboter in dieser Phase bremsen muss. Die SSP kann also in eine Beschleunigungs- und Bremsphase unterteilt werden. In Abbildung 3.5 werden die Längen  $S_{vu}$  mit dem Index  $v \in \{\text{a, b, d}\}$  dargestellt, wobei a für "Acceleration" bzw. Beschleunigungsphase, d für "Deceleration" bzw. Bremsphase und b für DSP steht. Der Index  $u \in \mathbb{N}$  bezeichnet die Anzahl der Durchläufe der Phasen.

Während der Beschleunigungs- und Bremsphasen kann es dazu kommen, dass die Haftreibung zwischen dem Standfuß und dem Boden überwunden wird, der Fuß des Roboters nicht wie gewünscht an der Position stehen bleibt sondern weggleitet. Der Haftreibungskoeffizient wird im Folgenden mit  $\mu$  bezeichnet. Um das Weggleiten zu verhindern, muss die Beschleunigung so gewählt werden, dass die Ungleichung

$$-\mu g \leq \ddot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = (x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}) \frac{g}{z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}} \leq \mu g \quad (3.9a)$$

$$-\mu g \leq \ddot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = (y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) - y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}}) \frac{g}{z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}} \leq \mu g \quad (3.9b)$$

stets erfüllt ist.

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (3.8) ist mit

$$x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = x_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} + c_1 e^{\nu t} + c_2 e^{-\nu t} \quad (3.10a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = y_{\text{FM}}^{\text{ZMP}} + c_3 e^{\nu t} + c_4 e^{-\nu t} \quad (3.10b)$$

gegeben, wobei  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  und  $c_4$  Koeffizienten sind und  $\nu$  durch  $\nu = \sqrt{\frac{g}{z_{\text{FM}}^{\text{CoG}}}}$  festgelegt ist. Die Koeffizienten  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  und  $c_4$  werden im Folgenden über die Anfangsbedingungen der einzelnen Phasen des Gangs berechnet. Zu Beginn des Gangs wird der MSP vom Ursprung  $O_W$  zum Punkt A geführt. Dort beginnt die erste Beschleunigungsphase, welche Anfangsbeschleunigungsphase a0 genannt wird. Darauf folgt die erste DSP b1, die Bremsphase d1 und dann die Beschleunigungsphase a1. Auf die Beschleunigungsphase a1 folgt wieder ein Zyklus bestehend aus einer DSP, Bremsphase und Beschleunigungsphase. Diese Zyklen können beliebig oft wiederholt werden. Im Folgenden werden für die DSP b1, die Bremsphase d1 sowie die Beschleunigungsphase a1 die Trajektorien des MSPs des Roboters berechnet, siehe auch [13].

### Double Support Phase

Während der DSP bewegt sich der MSP mit konstanter Geschwindigkeit in  $x_W$ - und  $y_W$ -Richtung voran, siehe Annahme 2. Deshalb gilt  $\ddot{x}_{FM}^{CoG}(t) = 0$  und  $\ddot{y}_{FM}^{CoG}(t) = 0$  und somit auch  $x_{FM}^{ZMP}(t) = x_{FM}^{CoG}(t)$  und  $y_{FM}^{ZMP}(t) = y_{FM}^{CoG}(t)$ . Mit den gegebenen Anfangsbedingungen

- Endgeschwindigkeit  $V_{ya0}$  des MSPs der letzten Beschleunigungsphase bezüglich der  $y_W$ -Achse
- Endgeschwindigkeit  $V_{h0}$  des MSPs der letzten Beschleunigungsphase bezüglich der  $x_W$ -Achse
- für das rechte Bein  $x_{FM}^{CoG}(0) = S_{a0}$  bzw.  $x_{FM}^{CoG}(0) = -(S_{d1} + S_{b1})$  für das linke
- für das rechte Bein  $y_{FM}^{CoG}(0) = d_0 - e_{s2}$  bzw.  $y_{FM}^{CoG}(0) = -d_0 - e_{s3}$  für das linke,

welche durch die Beschleunigungsphase a0 festgelegt sind und den Endbedingungen der DSP

- $x_{FM}^{CoG}(T_{DSP}) = S_{a0} + S_{b1}$  für das rechte Bein bzw.  $x_{FM}^{CoG}(T_{DSP}) = -S_{d1}$  für das linke
- $y_{FM}^{CoG}(T_{DSP}) = e_{s3} + d_0$  für das rechte Bein bzw.  $y_{FM}^{CoG}(T_{DSP}) = -d_0 + e_{s3}$  für das linke

kann man ein Polynom für die Trajektorie des ZMPs vorgeben, siehe [13]. Bewegt sich der MSP nun über den Punkt C, so wird das rechte Bein zum Standbein und der Roboter kommt in die SSP.

### Bremphase

Um für den MSP im Punkt C die Gleichung  $x_{FM}^{ZMP} = x_{FM}^{CoG}(t) - \frac{\ddot{x}_{FM}^{CoG}(t)z_{FM}^{CoG}}{g} = 0$  zu erfüllen, muss wegen  $x_{FM}^{CoG}(t) < 0$ , die Beschleunigung  $\ddot{x}_{FM}^{CoG}(t)$  ebenfalls negativ sein. Daher wird diese Phase Bremsphase bezeichnet. Das Ende der Bremsphase im Punkt D ist erreicht, wenn gilt

$$x_{FM}^{CoG}(t_{d1}) = 0 \quad (3.11a)$$

$$\dot{y}_{FM}^{CoG}(t_{d1}) = 0. \quad (3.11b)$$

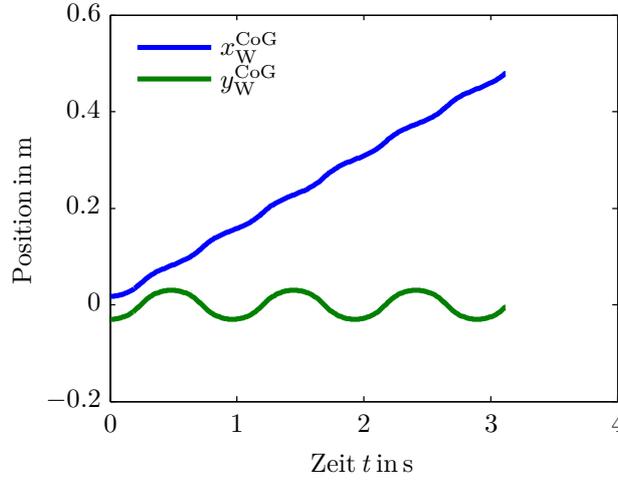


Abbildung 3.6: Darstellung der Trajektorien  $x_W^{\text{CoG}}(t)$  und  $y_W^{\text{CoG}}(t)$  bei den Parametern  $e_{s1} = 0.03$ ,  $e_{su} = 0.0051$  mit  $u \in \{2, 3, 5, 6, 8, 9, \dots\}$ ,  $S_{a0} = 0.04$  und  $z_W^{\text{CoG}} = 0.23$ .

Mit den Anfangsbedingungenbedingungen

$$x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = -S_{d1} \quad (3.12a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = -d_0 + e_{s3} \quad (3.12b)$$

$$\dot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = V_{h0} \quad (3.12c)$$

$$\dot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = V_{ya0} \quad (3.12d)$$

können die Koeffizienten  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  und  $c_4$  der allgemeinen Lösung (3.10) der Differentialgleichung (3.8) bestimmt werden und somit kann die Trajektorie des MSPs

$$x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = \frac{V_{h0}}{\nu} \sinh(\nu t) - S_{d1} \cosh(\nu t) \quad (3.13a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = \frac{V_{ya0}}{\nu} \sinh(\nu t) + (-d_0 + e_{s3}) \cosh(\nu t) \quad \forall t \in [0, t_{d1}] \quad (3.13b)$$

während der Bremsphase berechnet werden, siehe [13]. Wenn der MSP den Punkt D passiert, muss eine Beschleunigung auftreten, um den ZMP in der Fußmitte zu halten. Diese Phase wird deshalb Beschleunigungsphase genannt.

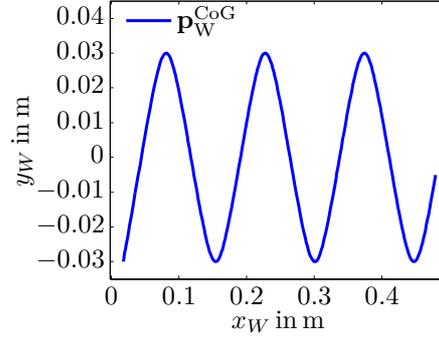


Abbildung 3.7: Darstellung der Trajektorie des MSPs bei den Parametern  $e_{s1} = 0.03$ ,  $e_{su} = 0.0051$  mit  $u \in \{2, 3, 5, 6, 8, 9, \dots\}$ ,  $S_{a0} = 0.04$  und  $z_W^{\text{CoG}} = 0.23$ .

### Beschleunigungsphase

Mit Hilfe der Anfangsbedingungen

$$x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = 0 \quad (3.14a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = -d_0 + e_{s4} \quad (3.14b)$$

$$\dot{x}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = V_{11} \quad (3.14c)$$

$$\dot{y}_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(0) = 0, \quad (3.14d)$$

wobei  $V_{11}$  die Endgeschwindigkeit in  $x_W$ -Richtung der letzten Bremsphase bezeichnet, kann die Trajektorie des MSPs während der Beschleunigungsphase

$$x_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = \frac{V_{11}}{\nu} \sinh(\nu t) \quad (3.15a)$$

$$y_{\text{FM}}^{\text{CoG}}(t) = (-d_0 + e_{s4}) \cosh(\nu t) \quad \forall t \in [0, t_{a1}] \quad (3.15b)$$

berechnet werden, siehe [13]. Die Beschleunigungsphase endet, wenn der MSP den Punkt E passiert und der zweite Fuß aufgesetzt wird, d.h. eine neue DSP beginnt. Somit sind die Trajektorien des MSPs für den gesamten Zyklus berechnet. Für Details sei auf [13] verwiesen. Da davon ausgegangen wurde, dass der MSP mit einem festen Punkt im KOS  $\Sigma_0$  verbunden ist, können nun über die inverse Kinematik die Trajektorien der einzelnen Winkel berechnet werden. Für die Parameter  $e_{s1} = 0.03$ ,  $e_{su} = 0.0051$  mit  $u \in \{2, 3, 5, 6, 8, 9, \dots\}$ ,  $S_{a0} = 0.04$  und  $z_W^{\text{CoG}} = 0.23$  ergeben sich die in Abbildung 3.6 und Abbildung 3.7 dargestellte Trajektorien. Daraus lässt sich die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}_W^{\text{CoG}} = 0.15$  m/s ablesen.

## 4 Closed-Loop Gehalgorithmus

Bei der Berechnung der Trajektorie des Massenschwerpunkts  $\mathbf{p}_W^{\text{CoG}}(t)$  des Roboters im Abschnitt 3.3 und bei der Berechnung der inversen Kinematik in Abschnitt 2.3 wurde davon ausgegangen, dass der Roboter keine Informationen über die Umwelt zur Verfügung hat. Deshalb wurde die Annahme getroffen, dass der Untergrund auf dem der Roboter sich bewegt eben, horizontal und fest ist. Damit der Roboter mit den in Abschnitt 3.3 vorgestellten Trajektorien stabil geht, müssen diese Voraussetzungen erfüllt sein. Ist eine dieser Voraussetzungen nicht erfüllt, so soll mit Hilfe eines geschlossenen Regelkreises das Verhalten des Roboters so angepasst werden, dass die Stabilität des Gangs trotzdem gewährleistet werden kann. Mit Hilfe der in Abschnitt 4.1 beschriebenen Admittanzregelung kann der Roboter auf Bodenunebenheiten reagieren und somit stabiler gehen. In Abschnitt 4.2 wird eine Torsoregelung entwickelt, welche es dem Roboter ermöglicht, unabhängig vom Untergrund mit aufrechtem Oberkörper zu gehen, was wiederum Einfluss auf den MSP hat und die Stabilität erhöht.

### 4.1 Admittanzregelung

Der Roboter stehe stabil mit beiden Beinen am Boden. Zu Beginn der SSP wird das Schwungbein angezogen, in Gehrichtung bewegt und am Ende der SSP wieder am Boden abgestellt. Aufgrund der Annahme, dass der Boden horizontal und flach ist, wurde in Abschnitt 3.3 die Trajektorie der Sprunggelenksposition  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$  so gewählt, dass am Ende der SSP die Höhe des Schwungbeins und des Standbeins gleich sind. Steigt der Roboter nun mit dem Schwungbein auf ein Hindernis, so trifft der Fuß dies mit hoher Geschwindigkeit und Steifigkeit, wodurch große Kontaktreaktionskräfte  $\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}} = [F_{i,\text{Foot},x}^{\text{ext}}, F_{i,\text{Foot},y}^{\text{ext}}, F_{i,\text{Foot},z}^{\text{ext}}]^T$  zwischen dem Fuß und dem Untergrund entstehen. Durch die Steifigkeit der Bein-Kinematik werden diese Kontaktreaktionskräfte über das YawPitch-Hüftgelenk auf das Standbein übertragen. Die Kontaktreaktionskraft  $\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}}$  des Schwungbeins hat ein Moment  $\mathbf{T}_{\text{STB}}^{\text{ext}} = [T_x^{\text{ext}}, T_y^{\text{ext}}, T_z^{\text{ext}}]$  der Größenordnung  $\mathbf{T}_{\text{STB}}^{\text{ext}} \approx (\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}})^T \mathbf{d}_{L,9}^{\text{R},9}$  auf das Standbein zur Folge. Dieses externe

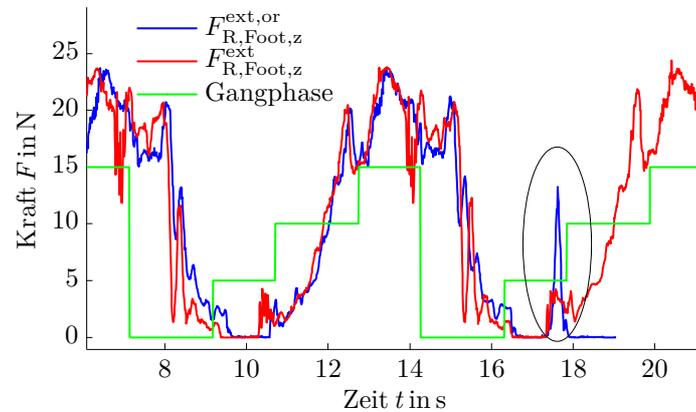


Abbildung 4.1: Kontaktreaktionskräfte während des statisch stabilen Gangs.

Moment hat eine Verschiebung des ZMPs laut (3.2) zur Folge. Wird der ZMP an den Rand des Stützpolygons geschoben, so besteht die Gefahr eines Sturzes. Weiters wird durch die vorgegebene Trajektorie  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}(t)$  das Schwungbein so lange gestreckt, bis dessen Endwert eingenommen ist. Auch dadurch wird der ZMP verschoben, was wiederum einen Sturz des Roboters verursachen kann.

Zur Demonstration wird ein Versuch durchgeführt, bei dem der Roboter Nao im statisch stabilen Gang auf einer horizontalen, ebenen Fläche geht. Zum Zeitpunkt  $t = 17$  s – während der SSL – wird ein 1 cm hohes Objekt unter dem Fuß des Schwungbeins positioniert. Der Roboter tritt also mit erhöhter Geschwindigkeit auf dieses. Abbildung 4.1 zeigt die Kontaktreaktionskraft zwischen dem Boden bzw. dem Objekt und dem rechten Fuß. Die Phasen des Gangs sind als Verlauf in der Abbildung grün eingezeichnet, wobei der Wert Null der DSL entspricht, fünf der SSL, zehn der DSR und 15 der SSR. Aus dem Verlauf der Kraft  $F_{R, Foot, z}^{ext, or}$  des rechten Fußes ist ersichtlich, dass während der SSL bei  $t = 10$  s die Kraft Null ist. Nur am Anfang und am Ende der Phase werden Kräfte in der Größenordnung von maximal 5 Newton gemessen. Die Kräfte am Ende der Phase resultieren daraus, dass durch das Spiel der Gelenke, vor allem des YawPitch-Hüftgelenks, der Abstand zwischen Hüfte und Boden leicht variiert. Diese Variation des Abstandes wird bei der Trajektorienplanung des statisch stabilen Gangs ohne Regelung nicht berücksichtigt, weshalb ein Moment entsteht, welches die Orientierung des Torsos leicht verändert. Der Verlauf des Pitch-Torsowinkels  $\psi_{0,m}^{or}$  kann aus Abbildung 4.2 entnommen werden. Dieser ist blau dargestellt. Besonders auffallend ist der Winkel zum Zeitpunkt  $t \approx 18$  s, bei dem der Wert rasch fällt und der Roboter stürzt. Der Sturz wird durch die Kontaktreaktionskraft zwischen dem Objekt und dem Fuß verursacht. In Abbil-

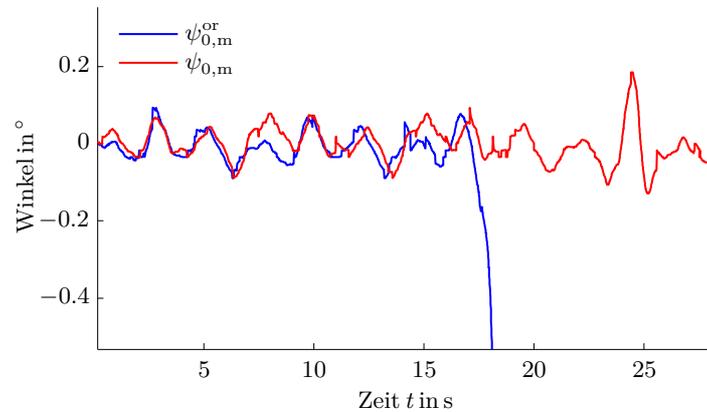


Abbildung 4.2: Vergleich des Pitch-Torsowinkels mit und ohne Admittanzregelung während des statisch stabilen Gangs.

Abbildung 4.1 wird dieser Zeitpunkt besonders hervorgehoben, um zu verdeutlichen, dass der Roboter durch die in der SSL entstehende Kraft von  $F_{R, \text{Foot}, z}^{\text{ext}, \text{or}} = 15 \text{ N}$  zu Fall gebracht wird.

Um dies zu verhindern, wird in diesem Kapitel eine Regelung realisiert, die dem Roboter ermöglicht, auf die oben beschriebene Situation reagieren zu können. Der Roboter verhält sich abhängig von dessen Umgebung, in diesem Fall speziell vom Untergrund, weshalb dieses Verhalten “Compliant Behavior” genannt wird. “Compliant Behavior” beschreibt eine fügsame bzw. nachgiebige Interaktion des Roboters mit seiner Umgebung, siehe [9]. Daraus resultiert ein weiches Verhalten des Roboters, das sich an die Umgebung anpasst. Als Beispiel sei eine Roboterhand angeführt, die ein Ei in den Fingern hält. Wäre die durch die Finger aufgebrachte Kraft zu groß, würde das Ei zerstört.

Im Allgemeinen ist “Compliant Behavior” in der Robotik überall dort notwendig, wo Roboter mit der Umgebung in Berührung kommen, insbesondere dann wenn die Umgebung nicht exakt bekannt ist, siehe [9]. Auf diese Arbeit übertragen bedeutet dies, dass der Roboter den Untergrund auf dem er geht nicht exakt kennt und deshalb “Compliant Behavior” benötigt, um auf Unebenheiten im Boden reagieren zu können, wie in [4]. Für die Realisierung eines solchen Verhaltens stehen z. B. eine Impedanzregelung oder eine Admittanzregelung zur Verfügung.

- Durch die **Impedanzregelung** wird am Endeffektor eines Roboters ein Verhalten erzeugt, welches einer mechanischen Impedanz gleicht. Wie in Abbil-

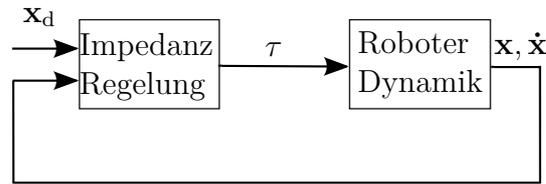


Abbildung 4.3: Blockdiagramm einer Impedanzregelung (abgeändert von [9]).

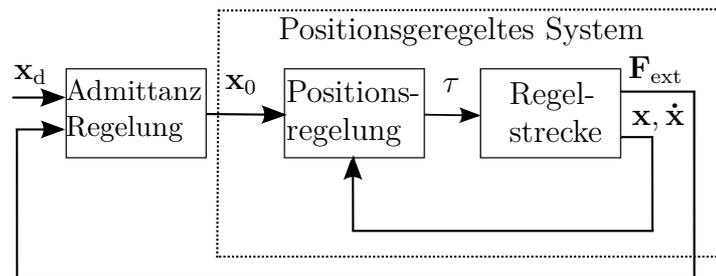


Abbildung 4.4: Blockdiagramm einer Admittanzregelung(abgeändert von [9]).

Abbildung 4.3 ersichtlich, berechnet die Impedanzregelung das Moment  $\tau$ , welches dem Antrieb des Roboters vorgegeben wird, abhängig von der Sollposition  $\mathbf{x}_d$ , der Ist-Position  $\mathbf{x}$  sowie der Ist-Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}$  des Endeffektors, siehe z. B. [9].

- Bei der **Admittanzregelung** hingegen wird die externe Kraft  $\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}}$  gemessen und abhängig von der Soll-Position  $\mathbf{x}_d$  die Position  $\mathbf{x}_0$  berechnet und an den positionsgeregelten Endeffektor vorgegeben, siehe z. B. [9].

$m$	Linker Fuß		Rechter Fuß	
	$x_{L,9}^m[\text{m}]$	$y_{L,9}^m[\text{m}]$	$x_{R,9}^m[\text{m}]$	$y_{R,9}^m[\text{m}]$
FL	0.07025	0.0299	0.07025	0.0231
FR	0.07025	-0.0231	0.07025	-0.0299
RL	-0.03025	0.0299	-0.03025	0.0191
RR	-0.02965	-0.0191	-0.03025	-0.0299

Tabelle 4.1: Position der Kraftsensoren im Fuß-KOS  $\Sigma_{i,9}$ .

Der Roboter Nao bietet die Möglichkeit, mit Hilfe der an der Unterseite der Füße angebrachten Kraftsensoren die entstehenden Kontaktreaktionskräfte zwischen dem

Fuß und dem Boden zu messen. Diese Kraftsensoren sind so angebracht, dass Kräfte in  $z_{i,9}$ -Richtung gemessen werden können, siehe Abbildung 4.6. Weiters bietet der Roboter Nao keinen direkten Zugriff auf das Motormoment, sondern nur auf den Winkel der Gelenke. Diese Gelenke haben einen unterlagerten Positionsregler, welcher den Sollwinkel einstellt. Aus diesem Grund ist eine Impedanzregelung auf diesem Roboter nicht realisierbar. Deshalb wird im Weiteren eine Admittanzregelung entwickelt, um ein “Compliant Behavior” zu realisieren. Es werden die folgenden zwei Strategien verfolgt:

- Zum einen wird eine Admittanzregelung der  $z_{i,0}^{i,8}$ -Komponente des Vektors  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8} = [x_{i,0}^{i,8}, y_{i,0}^{i,8}, z_{i,0}^{i,8}]^T$  verwirklicht, um bei Höhendifferenzen des linken und rechten Fuß-Boden-Kontaktpunkts die auftretenden externen Momente  $\mathbf{T}_{\text{STB}}^{\text{ext}}$  zu minimieren. Dies wird in Abschnitt 4.1.1 genauer beschrieben.
- Zum anderen wird eine Admittanzregelung um das Sprunggelenk entwickelt, welche zur Aufgabe hat den Fuß parallel zur Bodenoberfläche zu positionieren, damit eine möglichst große Stützfläche zwischen dem Boden und dem Fuß entsteht. Dies erhöht wiederum die Stabilität des Gangs. Die Admittanzregelung um das Sprunggelenk wird in Abschnitt 4.1.2 beschrieben.

Die Admittanzregelung wird während des Gangs nur auf das Schwungbein angewendet und die gesamte Regelkreisstruktur ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Wie in dieser Abbildung ersichtlich, wird nur die Trajektorie des Schwungbeins beeinflusst, nicht die des Standbeins.

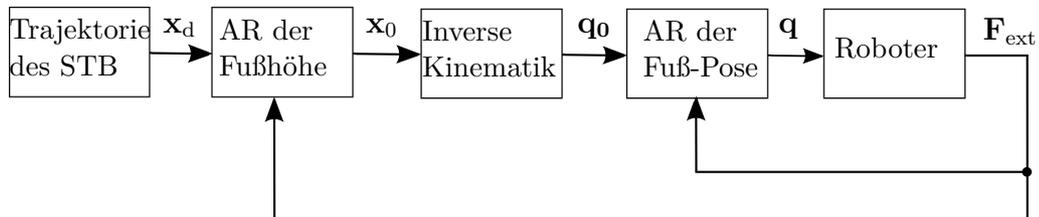


Abbildung 4.5: Blockdiagramm der Admittanzregelung (AR) für den Roboter Nao.

### 4.1.1 Admittanzregelung für ein Bein

Durch diese Admittanzregelung soll dem Bein ein weiches Verhalten bezüglich der Position des Fußes eingeprägt werden, wodurch sich die bei Bodenkontakt entstehenden Kontaktreaktionskräfte minimieren lassen, siehe [4]. Dies führt schließlich zu mehr Stabilität.

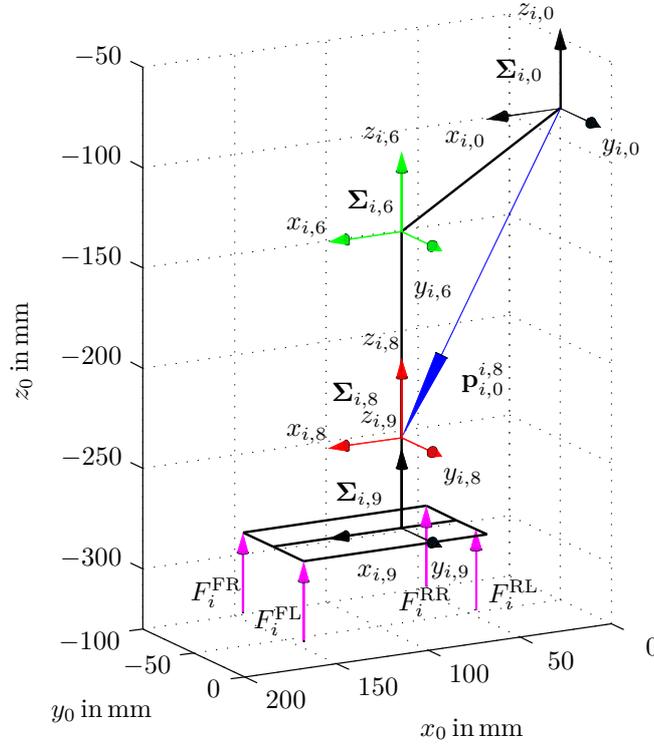


Abbildung 4.6: Darstellung des Beines, des Abstandes  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$  und der Kraftsensoren am Fuß.

Das Verhalten der Admittanzregelung lässt sich mit der Federkennlinie  $\mathbf{F}_{\text{Foot,d}}(\mathbf{e}_x)$  einstellen, wobei  $\mathbf{e}_x = \mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_d$  der Fehler zwischen der durch die Admittanzregelung vorgegebenen Position  $\mathbf{x}_0$  und der Soll-Position  $\mathbf{x}_d$  des Fußes ist. Im weiteren wird das gewünschte Verhalten der Admittanzregelung anhand der Steigung  $\frac{\partial \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}}{\partial \mathbf{e}_x}$  der Federkennlinie diskutiert. Die Admittanzregelung soll folgenden Ansprüchen gerecht werden. Erstens tritt im ersten Kontaktzeitpunkt des Fußes mit dem Boden eine relativ große Kraft  $\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}}$  auf, wobei zu diesem Zeitpunkt der Fehler  $\mathbf{e}_x$  noch relativ klein sein sollte. Damit ist im Bereich von großen Kräften ein großes  $\frac{\partial \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}}{\partial \mathbf{e}_x}$  wünschenswert. Zweitens soll der Fehler  $\mathbf{e}_x$  nach dem ersten Kontaktzeitpunkt größer werden können ohne dass die Kraft  $\mathbf{F}_{\text{Foot,d}}$  merklich ansteigt. Somit ist eine möglichst geringe Steigung  $\frac{\partial \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}}{\partial \mathbf{e}_x}$  im Bereich von kleinen Kräften erwünscht. Diese Vorgaben an den Regler werden im Folgenden detaillierter begründet:

- Das erste gewünschte Verhalten mit großem  $\frac{\partial \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}}{\partial \mathbf{e}_x}$  lässt sich dadurch erklären,

dass in Kapitel 3 die  $z$ -Komponente der Trajektorie  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}(t)$  so gewählt wurde, dass sie mehrfach stetig differenzierbar ist. Der Endwert dieser Trajektorie des Schwungbeins wird mit sehr geringer Geschwindigkeit angefahren, während die Geschwindigkeit des Sprunggelenks davor relativ groß ist. Existiert nun eine Erhöhung im Boden, so trifft der Fuß den Boden mit hoher Geschwindigkeit und Steifigkeit. Es resultieren daraus große Kontaktreaktionskräfte in der Größenordnung von 70N was dem 1.5-fachen Wert der Kraft, die durch das Eigengewicht des Roboters entsteht, entspricht. Es soll jedoch zu diesem Zeitpunkt der Fehler  $\mathbf{e}_x$  relativ klein gehalten werden, weil der gewünschte Wert  $\mathbf{x}_d$  nur sehr wenig vom tatsächlichen Abstand zwischen Hüfte und Boden abweicht. Daraus ergibt sich für relativ große Kräfte eine geringe Änderung des Fehlers  $\mathbf{e}_x$ ,  $\frac{\partial \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}}{\partial \mathbf{e}_x}$  soll sehr groß sein.

- Zum zweiten Punkt ist zu erwähnen, dass durch die in Kapitel 3 gewählte  $z$ -Komponente der Trajektorie des Schwungbeins  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}(t)$  das Bein solange kontinuierlich gestreckt wird, bis der Endwert erreicht ist. Steigt der Roboter auf ein Hindernis, dann würde der Roboter ohne Admittanzregelung durch das Strecken des Fußes sich selbst zu Fall bringen. Beim Roboter mit Admittanzregelung muss der Fehler  $\mathbf{e}_x$  solange kontinuierlich ansteigen, ohne dass die aus der Admittanzregelung resultierende Kraft merklich ansteigt, bis der Endwert von  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}(t)$  erreicht ist. Würde die Kraft merklich zunehmen, hätte dies ein Moment zur Folge, welches den Roboter in eine instabile Lage bringen würde. Aus diesem Grund ist eine geringe Steigung  $\frac{\partial \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}}{\partial \mathbf{e}_x}$  im Bereich von kleinen Kräften gewünscht.

Da diese konkurrierenden Ansprüche an die Admittanzregelung mit einem linearen Feder-Dämpfer-System nicht realisierbar sind, wird im Folgenden ein System der Form

$$\dot{\mathbf{e}}_x = (\mathbf{D}_d^x)^{-1} (\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}(\mathbf{e}_x)) \quad (4.1)$$

mit einer nichtlinearen Federsteifigkeit eingesetzt. Die Dämpfermatrix  $\mathbf{D}_d^x$  und die gewünschte Federkraft  $\mathbf{F}_{\text{Foot,d}}(\mathbf{e}_x)$  in Abhängigkeit des Fehlers  $\mathbf{e}_x$  sind durch

$$\mathbf{D}_d^x = \begin{bmatrix} D_d^x & 0 & 0 \\ 0 & D_d^y & 0 \\ 0 & 0 & D_d^z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}(\mathbf{e}_x) = \begin{bmatrix} F_{\text{Foot,d}}^x(e_x) \\ F_{\text{Foot,d}}^y(e_y) \\ F_{\text{Foot,d}}^z(e_z) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

gegeben. Um dieses Feder-Dämpfer-Modell am Roboter Nao implementieren zu können, muss es zeitdiskretisiert

$$\mathbf{e}_{x,k+1} = \mathbf{e}_{x,k} + (\mathbf{D}_d^x)^{-1} (\mathbf{F}_{\text{Foot,k}}^{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{Foot,d}}(\mathbf{e}_{x,k})) T_s \quad (4.3)$$

werden. Der Ausgang des Admittanzreglers ergibt sich zu  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{e}_x + \mathbf{x}_d$  (bzw.  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8} = \mathbf{e}_x + \mathbf{p}_{i,0,d}^{i,8}$ ) und in zeitdiskreter Form zu  $\mathbf{x}_{0,k+1} = \mathbf{e}_{x,k+1} + \mathbf{x}_{d,k+1}$ .

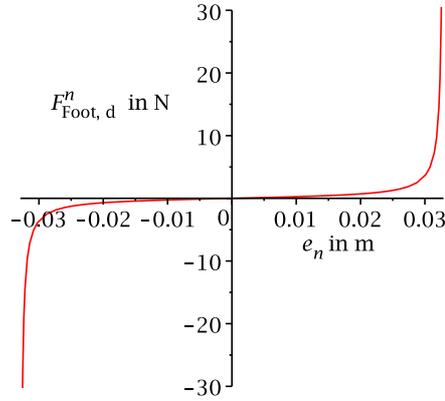


Abbildung 4.7: Darstellung der Federkennlinie  $F_{\text{Foot,d}}^n(e_n)$  für die Parameter  $k_a = \frac{1}{300}$ ,  $k_b = 0$ ,  $k_c = 0.5$ ,  $k_d = 0$ .

Um die Ansprüche an die Admittanzregelung zu erfüllen, wird im Folgenden eine nichtlineare Federsteifigkeit  $\mathbf{F}_{\text{Foot,d}}(\mathbf{e}_x)$  der Form

$$F_{\text{Foot,d}}^n(e_n) = k_c \tan\left(\frac{e_n + k_b}{2\pi k_a}\right) + k_d \quad \text{mit} \quad -\frac{\pi}{2} < \frac{e_n + k_b}{2\pi k_a} < \frac{\pi}{2}, \quad n \in \{x, y, z\} \quad (4.4)$$

gewählt, welche mit  $k_a$ ,  $k_b$ ,  $k_c$ ,  $k_d$  parametrisiert wird. Diese Parameter ergeben sich durch die oben genannten Ansprüche an die Admittanzregelung. Bei sehr großen Kontaktreaktionskräften darf der maximale Fehler  $\mathbf{e}_{x,\text{max}}$ , die mit dem Roboter Nao realisierbare Höhe  $z_{\text{max}}$  des Fußes, nicht überschreiten. Durch die Beschränkung der Gelenkwinkel  $-101.63^\circ > \theta_{i,5} > 27.73^\circ$  und  $-5.29^\circ > \theta_{i,6} > 121.04^\circ$  ergibt sich die Bedingung  $z_{i,0}^{i,8} < -100$  mm für die  $z$ -Komponente des Vektors  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$ . Diese Beschränkung sowie das oben erklärte Wunschverhalten der Admittanzregelung wurde durch die Wahl der Parameter zu  $k_a = \frac{1}{300}$ ,  $k_b = 0.0$ ,  $k_c = 0.5$ ,  $k_d = 0.0$  berücksichtigt, was zu der in Abbildung 4.7 dargestellten Kennlinie führt.

Die Admittanzregelung misst die externe Kraft  $\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}} = [F_{i,\text{Foot},x}^{\text{ext}}, F_{i,\text{Foot},y}^{\text{ext}}, F_{i,\text{Foot},z}^{\text{ext}}]^T$  die am Fuß angreift. Diese Kraft wird mit Hilfe von jeweils vier an der Sohle der Füße befestigten Kraftsensoren gemessen. Abbildung 4.6 zeigt die vier Kräfte  $F_i^m$  mit den Indizes mit  $m \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$  und  $i \in \{\text{L}, \text{R}\}$ , deren Summe die externe Kraft  $F_{i,\text{Foot},z}^{\text{ext}} = \sum_m F_i^m$  ergibt. Aus der gemessenen externen Kraft  $\mathbf{F}_{i,\text{Foot}}^{\text{ext}}$  wird der Fehler  $\mathbf{e}_x = \mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_d = [e_x, e_y, e_z]$  zwischen dem Sollwert  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$  des unterlagerten Regelkreises aus Abbildung 4.4 und dem Sollwert  $\mathbf{x}_d = \mathbf{p}_{i,0,d}^{i,8}$  der Admittanzregelung bestimmt. Daraus lässt sich bei gegebenen Sollwert  $\mathbf{x}_d = \mathbf{p}_{i,0,d}^{i,8}$  der Admittanzrege-

lung, die einzustellende Position des Fußes  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$  berechnen, welche dem Roboter vorgegeben wird.

Wie schon zuvor erwähnt, wird an dieser Stelle nicht mehr davon ausgegangen, dass der Boden eben ist, weshalb auch Vertiefungen im Untergrund auftreten können. Deshalb muss die Trajektorienwahl aus Abschnitt 3.3 dermaßen angepasst werden, dass die  $z$ -Komponente der Solltrajektorie  $\mathbf{p}_{i,0,d}^{i,8}$  in den Boden hineinfährt. Das bedeutet dass der Betrag der  $z$ -Komponente des Schwungbeins größer als der Betrag der  $z$ -Komponente des Standbeins wird. Nur so kann gewährleistet werden, dass der Roboter in eine Vertiefung des Bodens hineinsteigt. Ist keine Vertiefung vorhanden, so gleicht die Admittanzregelung den Fehler aus.

Somit wurde das am Anfang dieses Kapitels beschriebene Problem, dass der Roboter stürzt, wenn er auf ein Hindernis tritt, gelöst. In Abbildung 4.8 werden die Fußtrajektorien des statisch stabilen Gangs, mit Admittanzregelung gezeigt. Die strich-punktierten Linien stellen die Trajektorien des rechten Fußes dar, die vollen Linien, jene des linken Beins. Die volle schwarze Linie markiert die Phasen des Gangs, wobei in dieser Abbildung der Wert 0 der DSL entspricht, 30 der SSL, 60 der DSR und 90 der SSR. Man erkennt, dass zum Zeitpunkt  $t \approx 18$  s der rechte Fuß auf ein Hindernis steigt und der Roboter das Bein nicht weiter streckt. Für zwei Schritte befindet sich der rechte Fuß auf dem Hindernis und steigt danach bei  $t \approx 32$  s wieder vom Hindernis hinunter auf den Boden. Weiters ist in dieser Abbildung zu den Zeitpunkten  $t \approx 8$  s und  $t \approx 37$  s ein geringer Höhenunterschied zwischen den beiden Füßen bemerkbar. Dieser wird durch das Spiel der Hüft-Gelenke verursacht. Diese Admittanzregelung funktioniert recht gut, wie aus Abbildung 4.2 und Abbildung 4.1 entnommen werden kann. Die Abbildung 4.2 zeigt deutlich, dass der Winkel  $\psi_{0,m}$  mit Admittanzregelung trotz Hindernis im stabilen Bereich bleibt, wohingegen der Roboter ohne Admittanzregelung stürzt. In Abbildung 4.1 wird die Kraft  $F_{R, \text{Foot}, z}^{\text{ext}}$  während des statisch stabilen Gangs mit Admittanzregelung rot dargestellt und die Kraft  $F_{R, \text{Foot}, z}^{\text{ext, or}}$  während des statisch stabilen Gangs ohne Admittanzregelung blau. Im Kontaktzeitpunkt des Fußes mit dem Hindernis  $t \approx 18$  s steigt die Kontaktkraft des rechten Fußes  $\psi_{0,m}$  nicht über 5 N und der Gang ist stabil.

### 4.1.2 Admittanzregelung für das Sprunggelenk

Im vorigen Abschnitt wurde eine Admittanzregelung auf die  $z$ -Komponente des Fuß-Vektors  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,8}$  realisiert. Dies ermöglicht dem Roboter, auf Erhöhungen des Bodens zu reagieren. Weiters wurde in der Berechnung der inversen Kinematik in Abschnitt 2.3 angenommen der Boden sei eben, weshalb die Winkel des Sprunggelenks  $\theta_{i,7}$  und

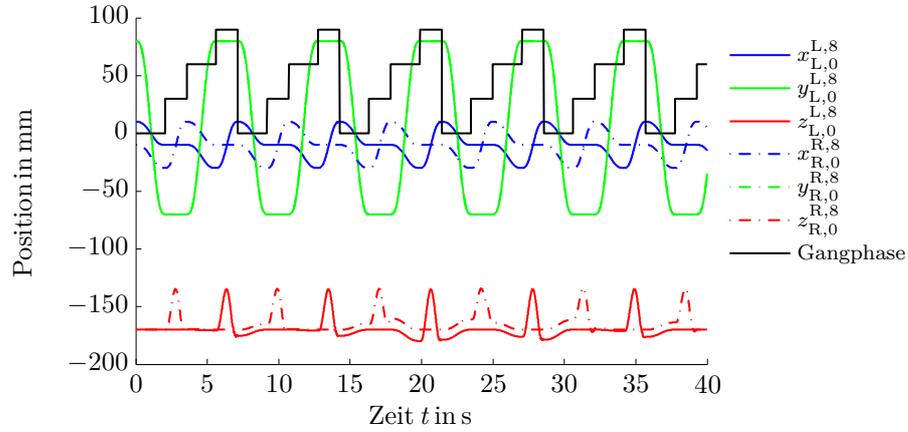


Abbildung 4.8: Trajektorien des statisch stabilen Gangs mit Admittanzregelung.

$\psi_{i,8}$  so berechnet wurden, dass die Orientierung des Fuß-KOSs  $\Sigma_{i,9}$  gleich der Orientierung des Körper-KOSs  $\Sigma_0$  ist.

Befindet sich nun der Fuß auf einer schrägen Ebene, so steht die  $z_{i,9}$ -Achse normal zur Bodenoberfläche. Durch die Trajektorienwahl  $\mathbf{p}_{i,0}^{i,9}(t)$  aus Kapitel 3 würde auch die  $z_{i,9}$ -Achse des Torsos normal zur schiefen Oberfläche stehen. Dadurch würde der ZMP nicht in der Mitte des Fußes zu liegen kommen, was zu einer instabilen Lage des Roboters führen könnte. Um dieses Szenario zu verhindern, wird in diesem Abschnitt eine Admittanzregelung eingesetzt, welche die Winkel des Sprunggelenks regelt, siehe z. B. [4]. Damit lässt sich ein Verhalten realisieren, womit der Roboter bei aufrechtem Torso den Fuß des Schwungbeins auf einen unebenen Boden absetzen kann, siehe [4]. Dabei wird die Orientierung des Fußes so angepasst, dass sich die Sohle parallel zum Untergrund befindet. Anders gesagt, die Orientierung des freien Fußes passt sich dem Untergrund an. Durch diese Anpassung kann die Auflagefläche des Fußes vergrößert werden, was sich positiv auf das Stützpolygon und somit auch auf die Stabilität des Roboters auswirkt.

Die Admittanzregelung misst die an den Füßen auftretenden Kräfte  $F_i^m$  mit  $m \in \{FL, FR, RL, RR\}$ , siehe Abbildung 4.6, und berechnet sich das dadurch am Sprunggelenk entstehende Moment

$$\tau_i^{\text{ext}} = \begin{bmatrix} \tau_i^{\text{roll}} \\ \tau_i^{\text{pitch}} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

das sich aus den beiden Komponenten  $\tau_i^{\text{pitch}}$  (dem Moment bezgl. der Pitch-Achse  $y$ ) und  $\tau_i^{\text{roll}}$  (dem Moment bezgl. der Rollachse  $x$ ) zusammensetzt. Diese Momente

$$\tau_i^{\text{roll}} = \sum_m F_i^m y_{i,9}^m \quad (4.6a)$$

$$\tau_i^{\text{pitch}} = \sum_m F_i^m x_{i,9}^m \quad \text{mit} \quad m \in \{\text{FL, FR, RL, RR}\} \quad (4.6b)$$

berechnen sich aus den Abständen  $x_{i,9}^m$  und  $y_{i,9}^m$  der Kraftsensoren vom Ursprung des KOSs  $\Sigma_{i,9}$ , welche aus Tabelle 4.1 zu entnehmen sind.

Aus der gewünschten Massenmatrix  $\mathbf{M}_d^q$ , Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}_d^q$ , sowie der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_d^q$

$$\mathbf{M}_d^q = \begin{bmatrix} M_d^{\text{roll}} & 0 \\ 0 & M_d^{\text{pitch}} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_d^q = \begin{bmatrix} D_d^{\text{roll}} & 0 \\ 0 & D_d^{\text{pitch}} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_d^q = \begin{bmatrix} K_d^{\text{roll}} & 0 \\ 0 & K_d^{\text{pitch}} \end{bmatrix} \quad (4.7a)$$

und dem Fehler  $\mathbf{e}_q$

$$\mathbf{e}_q = \begin{bmatrix} e_q^{\text{roll}} \\ e_q^{\text{pitch}} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

berechnet sich die Differentialgleichung für das gewünschte Verhalten der Admittanzregelung zu

$$\mathbf{M}_d^q \ddot{\mathbf{e}}_q + \mathbf{D}_d^q \dot{\mathbf{e}}_q + \mathbf{K}_d^q \mathbf{e}_q = \tau_i^{\text{ext}} \quad (4.9a)$$

$$\ddot{\mathbf{e}}_q = (\mathbf{M}_d^q)^{-1} (\tau_i^{\text{ext}} - \mathbf{D}_d^q \dot{\mathbf{e}}_q - \mathbf{K}_d^q \mathbf{e}_q). \quad (4.9b)$$

Der Fehler  $\mathbf{e}_q$  setzt sich aus dem Fehler bezüglich des Roll-Winkels  $e_q^{\text{roll}} = \psi_{i,8}^0 - \psi_{i,8}^d$  und dem Fehler bezüglich des Pitch-Winkels  $e_q^{\text{pitch}} = \theta_{i,7}^0 - \theta_{i,7}^d$  zusammen. Dabei bezeichnet  $\psi_{i,8}^0$  den Winkel des unterlagerten Positionsregelkreises und  $\psi_{i,8}^d$  den Sollwinkel der Admittanzregelung. Gleiches gilt auch für die Pitchwinkel  $\theta_{i,7}^0, \theta_{i,7}^d$ . Der unterlagerte Regelkreis wird im Folgenden ideal angenommen.

Aus dem Differentialgleichungssystem 2. Ordnung (4.9) wird ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung

$$\dot{\mathbf{e}}_q = \mathbf{e}_\omega \quad (4.10a)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_\omega = (\mathbf{M}_d^q)^{-1} (\tau_i^{\text{ext}} - \mathbf{D}_d^q \mathbf{e}_\omega - \mathbf{K}_d^q \mathbf{e}_q) \quad (4.10b)$$

berechnet. Dieses wird diskretisiert

$$\mathbf{e}_{q,k+1} = \mathbf{e}_{q,k} + \mathbf{e}_{\omega,k} T_s \quad (4.11a)$$

$$\mathbf{e}_{\omega,k+1} = \mathbf{e}_{\omega,k} + (\mathbf{M}_d^q)^{-1} (\tau_{i,k}^{\text{ext}} - \mathbf{D}_d^q \mathbf{e}_{\omega,k} - \mathbf{K}_d^q \mathbf{e}_{q,k}) T_s, \quad (4.11b)$$

um es am Roboter Nao implementieren zu können.

Die Parameter wurden zu  $M_d^{\text{roll}} = M_d^{\text{pitch}} = 0.0031 \text{ kg}$ ,  $D_d^{\text{roll}} = 0.35 \text{ kg/s}$ ,  $D_d^{\text{pitch}} = 0.17525 \text{ kg/s}$ ,  $K_d^{\text{roll}} = 0.0667 \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$  und  $K_d^{\text{pitch}} = 0.071 \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$  gewählt.

## 4.2 Torsoregelung

Durch die Anwendung der Admittanzregelung wird die Fuß-Pose des Schwungbeins bei Bodenkontakt so angepasst, dass das Stützpolygon des Schwungbeins möglichst groß ist. Dadurch kann die Stabilität des Gangs verbessert werden. Bei leicht schräg aufgesetzten Fuß kann jedoch nicht zwischen einem Hindernis und kleinen Unterschieden in der Messung der vier Kraftsensoren unterschieden werden. Die aufrechte Haltung des Torsos kann also nicht mehr über den Winkel zwischen Fuß und Torso garantiert werden, weshalb eine Regelung der Haltung notwendig ist. Der Roboter benötigt also ein Bezugssystem, an dem er sich bei jedem Schritt wieder ausrichten kann und somit stetig aufrecht voranschreitet. In diesem Abschnitt wird eine Torsoregelung vorgestellt, welche das Ziel verfolgt, den Roboter stets aufzurichten, wenn er in Schiefelage kommt, siehe [5].

Bei der Anwendung der Admittanzregelung während des Gangs hat sich gezeigt, dass die gewünschte und die tatsächliche Orientierung des Torsos bezüglich der  $y_0$ -Achse bei jedem Schritt voneinander abweichen. Der Fehler  $e_{\text{WT}} = \theta_{0,\text{d}} - \theta_{0,\text{m}}$  zwischen dem gewünschten Torsowinkel  $\theta_{0,\text{d}}$  und dem gemessenen Winkel  $\theta_{0,\text{m}}$  summiert sich mit jedem Schritt auf und steigt solange, bis der Roboter stürzt. In Abbildung 4.9 ist der Pitch-Winkel des Torsos  $\theta_{0,\text{m}}^{\text{or}}$  blau eingezeichnet. Der hochgestellte Index  $\text{or}$  bei  $\theta_{0,\text{m}}^{\text{or}}$  bedeutet, dass während dieser Messung keine Torsoregelung eingesetzt wurde. Man erkennt aus dem Verlauf von  $\theta_{0,\text{m}}^{\text{or}}$ , dass dieser Winkel steigt, bis der Roboter bei  $t = 20 \text{ s}$  stürzt.

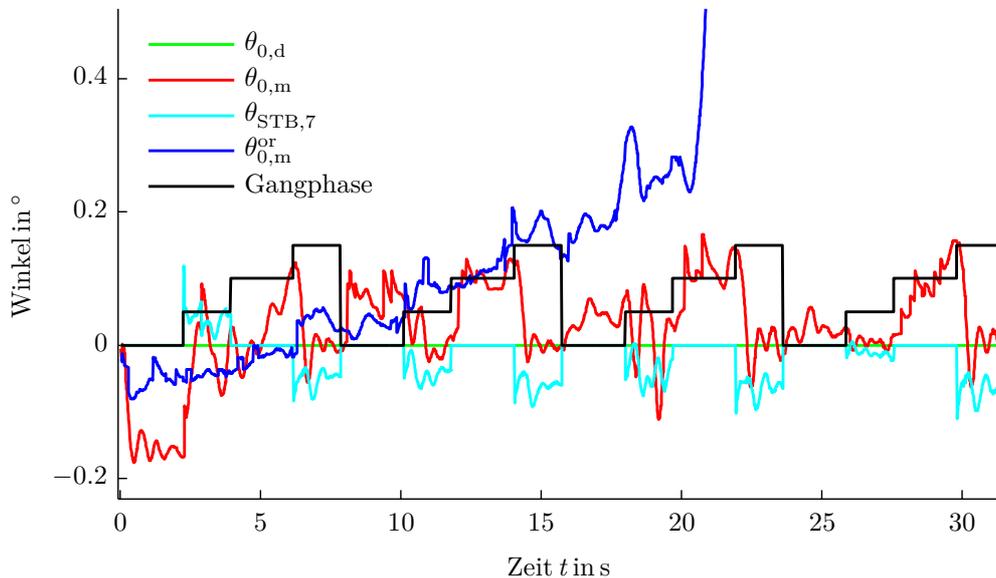


Abbildung 4.9: Vergleich des Pitch-Torsowinkels mit und ohne Torsoregelung während des statisch stabilen Gangs mit Admittanzregelung.

Der Fehler  $e_{WT}$  kann aus dem Spiel der Gelenke resultieren. Eine weitere Ursache dafür könnte sein, dass die Sohle des Fußes nicht vollen Kontakt zum Boden hat. Dies kann durch die geringe Abtastfrequenz der Admittanzregelung, welche durch den Roboter Nao vorgegeben ist, verursacht werden. Um dieser Aufsummierung der Fehler entgegenzuwirken, wird in diesem Abschnitt eine Torsoregelung entwickelt. Die Torsoregelung hat das Ziel, den Fehler  $e_{WT}$  aus der letzten SSP und DSP zu kompensieren. Zu Beginn der SSP hebt der Roboter sein Schwungbein vom Boden ab. Solange der Fuß des Schwungbeins nicht den Boden berührt, kann der Roboter mit Hilfe des Standbeins den Winkel des Torsos korrigieren, siehe [5]. Die in Abschnitt 4.1 beschriebene Admittanzregelung wirkt nur während der SSP auf das Schwungbein. Durch die Admittanzregelung reagiert der Fuß des Schwungbeins auf die durch das Standbein geänderte Situation. Die Pose des Fußes passt sich dem Untergrund an.

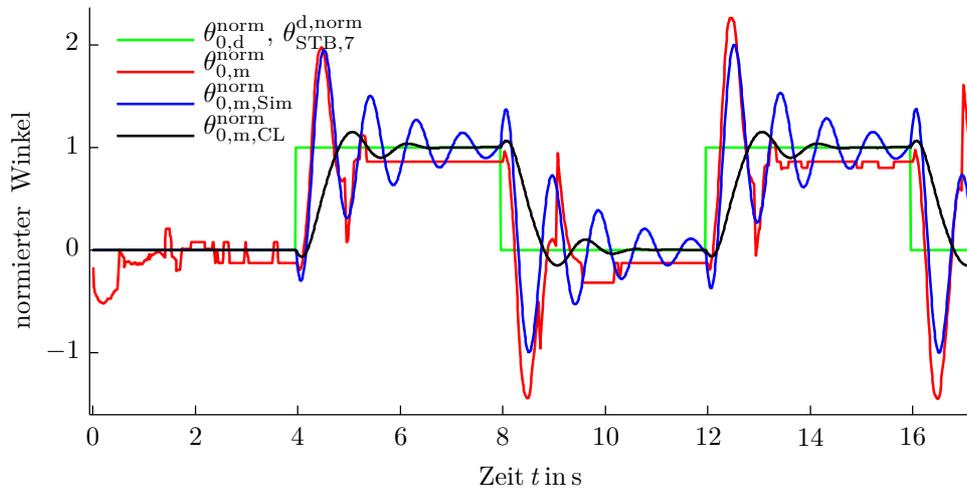


Abbildung 4.10: Zeitliche Verläufe der Torso Orientierung.

### 4.2.1 Messung des Torsowinkels

Die Torsoregelung hat das Ziel, den Torsowinkel  $\theta_{0,m}$  über den Pitch-Winkel  $\theta_{STB,7}^d$  des Sprunggelenks des Standbeins zu regeln. Damit der Roboter stets aufrecht geht, sei der Referenzwinkel  $\theta_{0,d}$  stets  $\theta_{0,d} = 0^\circ$ . Der Torsowinkel kann aus der Fusion der Sensordaten des Gyrometers und des Beschleunigungssensors gewonnen werden, siehe [5] und [1]. Aldebaran Robotics stellt einen Algorithmus zur Verfügung, welcher die Vorteile beider Sensoren vereint. Der Beschleunigungssensor bestimmt vor allem im statischen Fall den Winkel des Torsos zuverlässig. Somit kann der absolute Torsowinkel gemessen werden. Das Gyrometer liefert im dynamischen Zustand gute Messergebnisse für den relativen Winkel. Bei Bewegung fließen daher die Messergebnisse des Gyrometers verstärkt in das Gesamtergebnis der Winkelmessung ein. Bei Stillstand jene des Beschleunigungssensors, siehe [1]. Um die Qualität der Winkelmessung zu evaluieren, wird eine Messung des Torsowinkels  $\theta_{0,m}(t)$  bei vorgegebenem Pitch-Winkel des Sprunggelenks  $\theta_{STB,7}^d$  vorgenommen. Die Messung ist in Abbildung 4.10 dargestellt und wurde folgendermaßen durchgeführt. Der Roboter steht mit dem gestreckten linken Bein auf einer horizontalen, ebenen Fläche. Der Torso ist aufrecht, das rechte Bein ist angezogen und berührt nicht den Boden. Dem Winkel  $\theta_{STB,7}^d(t)$  wird eine Rechteckfunktion mit der Periode  $T_{rect} = 8$  s und einer Amplitude  $\hat{\theta}_{STB,7}^d = 0.7$  rad vorgegeben. In Abbildung 4.10 ist der zeitliche Verlauf des Winkels  $\theta_{STB,7}^{d,norm}$  grün und jener des Torsowinkels  $\theta_{0,m}^{norm}(t)$  rot dargestellt. Normierte Winkel mit dem hochgestellten Index norm sind hier auf den Wert  $\hat{\theta}_{STB,7}^d = 0.7$  rad

normiert. Der Verlauf des Winkels  $\theta_{0,m}^{\text{norm}}$  zeigt Unstetigkeiten, welche einerseits auf die Auflösung des Sensors und andererseits auf die Umschaltung zwischen den Messergebnissen des Beschleunigungssensors und des Gyrometers zurückzuführen sind. Es lässt sich aus dem Verlauf der Stellgröße  $\theta_{\text{STB},7}^{\text{d,norm}}$  und dem Verlauf des Ausgangs  $\theta_{0,m}^{\text{norm}}$  das Systemverhalten zwischen den beiden Größen charakterisieren, was im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

### 4.2.2 Identifikation der Parameter und Torsoregelung

Zunächst werden in diesem Abschnitt die Parameter der Strecke identifiziert und in einem weiteren Schritt eine Regelung dafür entworfen. Aus dem Verlauf des Torso-winkels  $\theta_{0,m}^{\text{norm}}(t)$  in Abbildung 4.10 kann die Anstiegszeit von 100 ms und die Überschwingweite  $M^{\text{Sys}} = 2.0$  abgelesen werden. Weiters ist erkennbar, dass das Ein- und Ausgangsverhalten dieses Systems nicht phasenminimal ist. Das Systemverhalten zwischen dem Ausgang  $\theta_{0,m}$  und dem Eingang  $\theta_{\text{STB},7}^{\text{d}}$  wird mit der Übertragungsfunktion

$$G_s(s) = \frac{-0.125s + 1}{0.02041s^2 + 0.02857s + 1} \quad (4.12)$$

approximiert. In Abbildung 4.10 wird der zeitliche Verlauf des Ausgangs  $\theta_{0,m,\text{Sim}}^{\text{norm}}(t)$  der Übertragungsfunktion (4.12) bei gegebenem Eingang  $\theta_{\text{STB},7}^{\text{d,norm}}(t)$  (grüne Linie) blau dargestellt. Bei der Wahl der Übertragungsfunktion wurde besonders darauf Wert gelegt, dass die Überschwingweite der Sprungantwort des approximierten Systems gleich jener des tatsächlichen Systems ist. Die  $z$ -Übertragungsfunktion des approximierten Systems  $G_s(s)$  lautet bei einer Abtastzeit von  $T_s = 10$  ms

$$G_s(z) = \frac{-0.05834z + 0.0632}{z^2 - 1.981z + 0.9861}. \quad (4.13)$$

Zur Auslegung des Reglers wird zunächst (4.13) mittels Tustin-Transformation in den  $q$ -Bereich

$$G_s^\#(q) = \frac{0.0006q^2 - 0.1299q + 1}{0.0204q^2 + 0.0286q + 1} \quad (4.14)$$

transformiert.

Die Anforderungen an den Regler sind durch die Parameter der SSP des Gangs festgelegt, da der Regler nur innerhalb dieser Phase aktiv ist. Der Regler muss ausreichend schnell sein, damit der Endwert innerhalb einer SSP erreicht wird. Zunächst soll der Regler für den statisch stabilen Gang ausgelegt werden. Die Anstiegszeit  $t_r^{\text{Sys}}$  des geschlossenen Regelkreises soll  $t_r^{\text{Sys}} = 0.563$  s betragen, das Überswingen  $\ddot{u} = 10\%$  und die bleibende Regelabweichung  $e_\infty|_{(\theta_{0,d})=(1^k)} = 0$ . Um diese

Anforderungen zu erfüllen, wird in einem ersten Schritt ein Notchfilter realisiert, welches die Überhöhung der Streckenübertragungsfunktion  $G_s^\#(q)$  bei der Frequenz  $\Omega = 6.93$  rad/s kompensiert. Um die bleibende Regelabweichung  $e_\infty|_{(\theta_{0,d})=(1^k)} = 0$  zu realisieren, wird in einem weiteren Schritt ein PI-Regler der Form

$$G_{\text{PI}}^\#(q) = \frac{V_i(1 + qT_i)}{q} \quad (4.15)$$

implementiert.

Da die Parameter der Übertragungsfunktion (4.14) des Systems nicht exakt bekannt sind, soll durch das Notchfilter eine möglichst breite Kompensation realisiert werden. Deshalb wird der Faktor  $a_{\text{Notch}} = 6$  gewählt, siehe [7]. Die Übertragungsfunktion des Notchfilters ergibt sich zu

$$G_{\text{Notch}}^\#(q) = \frac{0.0204q^2 + 0.0286/a_{\text{Notch}}q + 1}{0.0204q^2 + 0.0286a_{\text{Notch}}q + 1} \quad (4.16)$$

und ist in Abbildung 4.11 grün dargestellt. Das Hintereinanderschalten des Notchfilters und der Strecke ergibt  $G_{\text{L1}}^\#(q) = G_{\text{Notch}}^\#(q)G_s^\#(q)$ . Das Bodediagramm von  $G_{\text{L1}}^\#(q)$  ist in Abbildung 4.11 mit der Farbe Magenta eingezeichnet. Es ist ersichtlich, dass das Notchfilter die Überhöhung der Streckenübertragungsfunktion  $G_s^\#(q)$  bei der Frequenz  $\Omega = 6.93$  rad/s unterdrückt.

In einem weiteren Schritt wird nun der PI-Regler von (4.15) ausgelegt. Über die empirische Näherungsbeziehung  $\Omega_C^{\text{Sys}} t_r^{\text{Sys}} \approx 1.2$  wird die Durchtrittsfrequenz  $\Omega_C^{\text{Sys}} = 2.13$  rad/s berechnet, bei der die Phasenreserve  $\Phi = 60^\circ$  betragen soll. Diese ergibt sich aus den Vorgaben des geschlossenen Regelkreises und der Näherungsbeziehung  $\Phi[^\circ] + \ddot{u}[\%] \approx 70$ . Die Parameter des PI-Reglers werden mit dem Frequenzkennlinienverfahren zu  $T_i = 0.0881$  und  $V_i = 1.983$  berechnet, siehe z. B. [7].

Die Regler-Übertragungsfunktion errechnet sich aus der Hintereinanderschaltung des Notchfilters (4.16) und des PI-Reglers (4.15) zu

$$G_{\text{R}}^\#(q) = \frac{0.0035q^3 + 0.041q^2 + 0.184q + 1.983}{0.0203q^3 + 0.171q^2 + q} \quad (4.17)$$

und wird in Abbildung 4.11 rot dargestellt. Das Bodediagramm der  $q$ -Übertragungsfunktion der Strecke  $G_s^\#(q)$  ist in Abbildung 4.11 blau dargestellt und das Bodediagramm der Übertragungsfunktion  $G_{\text{L2}}^\#(q) = \frac{1}{s}G_{\text{L1}}^\#(q)$  mit der Farbe Cyan.

Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises  $G_{\text{L}}^\#(q) = G_s^\#(q)G_{\text{R}}^\#(q)$  ist in Abbildung 4.11 schwarz gezeichnet. In dieser Abbildung ist zu erkennen, dass die Phasenreserve des offenen Regelkreises  $\Phi_{\text{L}} = 60^\circ$  beträgt. Mit der Nyquist-Ortskurve des

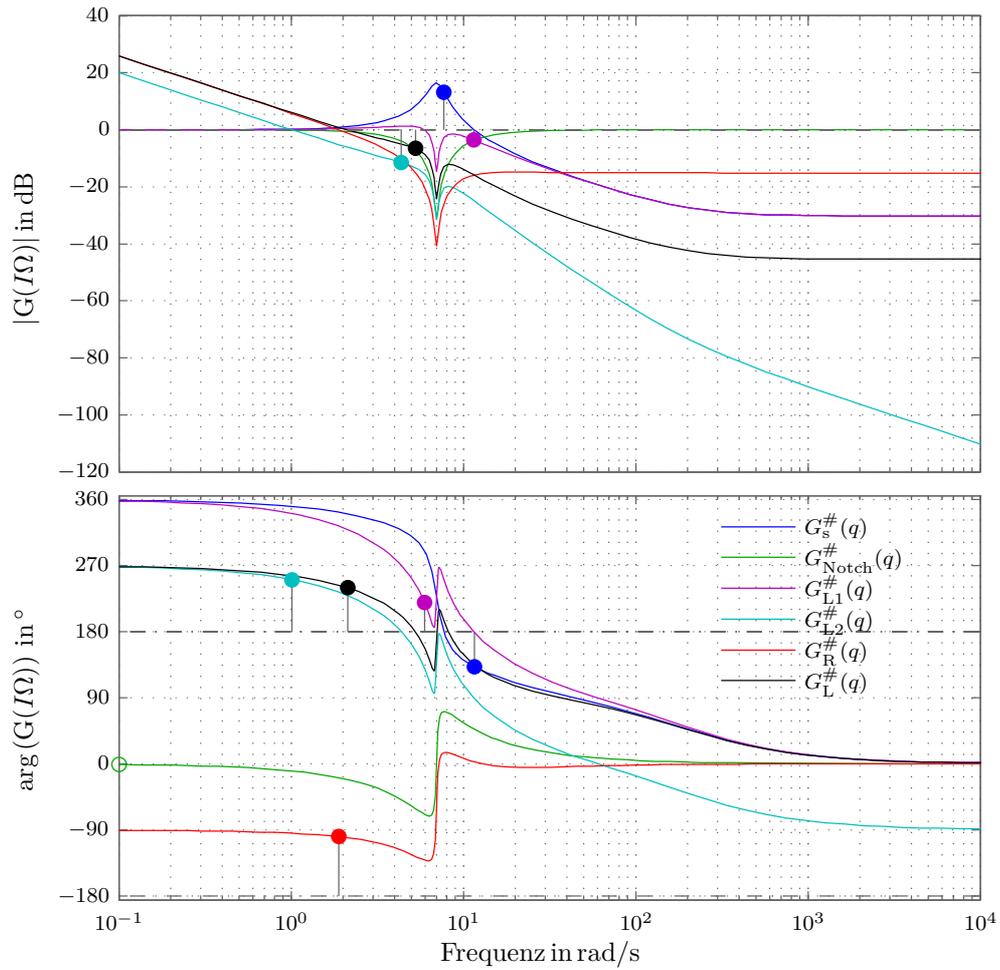


Abbildung 4.11: Bodediagramm der Übertragungsfunktionen  $G_s^\#(q)$ ,  $G_{\text{PI}}^\#(q)$ ,  $G_{\text{Notch}}^\#(q)$ ,  $G_R^\#(q)$ ,  $G_L^\#(q)$  für die Torsoregelung des statisch stabilen Gangs.

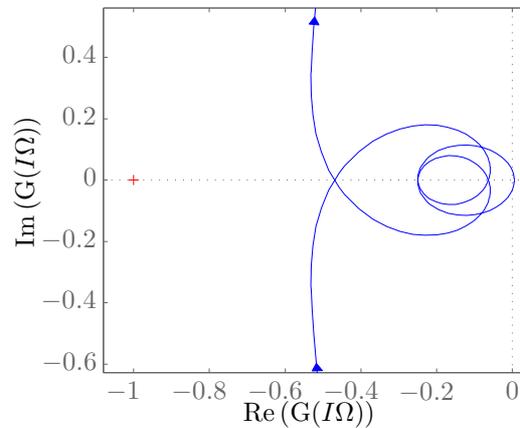


Abbildung 4.12: Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises  $G_L^\#(q)$  der Torsoregelung des statisch stabilen Gangs.

offenen Regelkreises aus Abbildung 4.12 wird die Stabilität des geschlossenen Regelkreises bewiesen. Sei  $z_L$  der Zähler von  $G_L^\#(q)$  und  $n_L$  dessen Nenner. Bezeichnet man mit  $N_+(n_L)$  bzw.  $N_-(n_L)$  die Anzahl der Nullstellen des Nenners von  $G_L^\#(q)$ , die in der rechten bzw. linken offenen  $q$ -Halbebene liegen, dann ist der geschlossene Regelkreis genau dann stabil, wenn die stetige Winkeländerung von  $1 + G_L^\#(I\Omega)$  die Bedingung

$$\Delta \arg(1 + G_L^\#(I\Omega)) = (\max(\text{grad}(z_L), \text{grad}(z_L)) - N_-(n_L) + N_+(n_L)) \pi \quad (4.18)$$

erfüllt, siehe [7]. Dabei wird mit  $\text{grad}(z_L)$  der Grad des Polynoms  $z_L$  bezeichnet. Da in diesem Fall mit  $\max(\text{grad}(z_L), \text{grad}(z_L)) = 5$  und  $N_-(n_L) = 4$  die Bedingung  $\Delta \arg(1 + G_L^\#(I\Omega)) = (\max(5, 5) - 4 + 0) \pi = \pi$  erfüllt wird, siehe Abbildung 4.12, ist die Stabilität des geschlossenen Regelkreises gewährleistet. Der soeben im  $q$ -Bereich entworfene Regler  $G_R^\#(q)$  aus (4.17) wird mit der inversen Tustin-Transformation zurück in den  $z$ -Bereich

$$G_R^\#(z) = \frac{0.174z^3 - 0.504z^2 + 0.485z - 0.155}{z^3 - 2.915z^2 + 2.834z - 0.919} \quad (4.19)$$

transformiert, womit der Regler auf den Roboter Nao implementiert werden kann.

Für den dynamisch stabilen Gang müssen die Anforderungen an die Regelung angepasst werden. Durch die kürzere SSP des dynamisch stabilen Gangs von  $T_{SSP} \approx 0.48$  s muss die Anstiegszeit verkürzt werden. Die Anstiegszeit des geschlossenen Kreises soll  $t_1^{\text{Sys}} = 0.29$  s betragen, das Überschwingen  $\ddot{u} = 10\%$  und die bleibende

Regelabweichung  $e_\infty|_{(\theta_{0,d})=(1^k)} = 0$ . Für die soeben genannten Spezifikationen und die Übertragungsfunktion der Strecken

$$G_s(s) = \frac{-0.125s + 1}{0.02041s^2 + 0.02857s + 1} \quad (4.20)$$

wird ein Notchfilter der Form (4.16) und ein PI-Regler der Form (4.15) mit den Parametern  $T_i = 0.342$  und  $V_i = 2.074$  realisiert. Dies führt zu der  $q$ -Übertragungsfunktion des Reglers

$$G_{R,DSG}^\#(q) = \frac{0.01448q^3 + 0.04569q^2 + 0.7201q + 2.075}{0.02039q^3 + 0.1715q^2 + q} \quad (4.21)$$

für den dynamisch stabilen Gang, dessen Bodediagramm in Abbildung 4.13 dargestellt ist. Der zeitliche Verlauf des simulierten Ausgangs  $\theta_{0,m,Sim}^{DSG}$  auf den Eingang  $\theta_{0,d}$  ist in Abbildung 4.15 schwarz gezeichnet. Mit Hilfe der Nyquist-Ortskurve aus Abbildung 4.14 lässt sich wie zuvor die Stabilität des geschlossenen Regelkreises beweisen. Aus (4.21) lässt sich die  $z$ -Übertragungsfunktion

$$G_{R,DSG}^\#(z) = \frac{0.710z^3 - 2.106z^2 + 2.084z - 0.688}{z^3 - 2.915z^2 + 2.834z - 0.919} \quad (4.22)$$

des Reglers für den dynamisch stabilen Gang bei vorgegebener Abtastzeit von  $T_s = 10$  ms berechnen, welche am Roboter Nao implementiert wird.

### 4.2.3 Resultate der Regelung

Das Ergebnis dieser Torsoregelung kann Abbildung 4.9 entnommen werden. In dieser Abbildung ist der Torsowinkel  $\theta_{0,m}$ , welcher während des statisch stabilen Gangs mit Torsoregelung gemessen wurde, rot abgebildet. Der blau dargestellte Torsowinkel  $\theta_{0,m}^{or}$  wurde während des statisch stabilen Gangs ohne Torsoregelung gemessen. Aus dieser Abbildung erkennt man, dass während des Gangs ohne Torsoregelung der Torsowinkel bei jedem Schritt steigt, bis der Roboter nach zirka 20 s stürzt. Weiters ist noch der Verlauf der Gangphasen schwarz abgebildet, wobei in dieser Abbildung und auch im Weiteren der Wert 0.0 der DSL, 0.05 der SSL, 0.10 der DSR und 0.15 der SSR entspricht. Bei dem Gang mit Torsoregelung wird der Torso in jeder SSP wieder aufgerichtet und somit der Gang stabilisiert. Weiters ist in Abbildung 4.9 die Stellgröße  $\theta_{STB,7}$  in der Farbe Cyan dargestellt.

An den Regler für den dynamischen Gang sind höhere Anforderungen gestellt, da die aktive Zeit des Reglers sehr kurz ist und der Regler innerhalb dieser Zeit die Schiefelage kompensieren muss. In Abbildung 4.16 ist der dynamisch stabile Gang

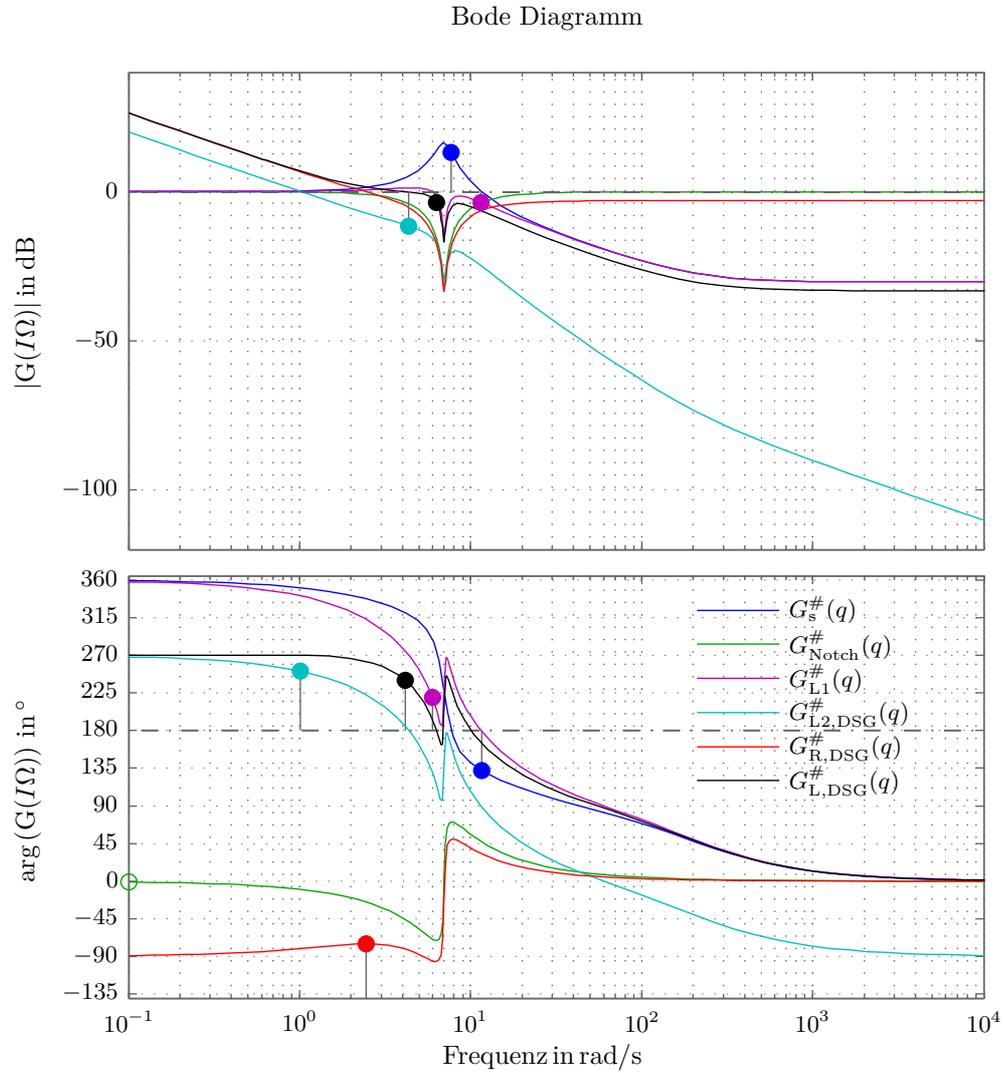


Abbildung 4.13: Bodediagramm der Übertragungsfunktionen  $G_s^\#(q)$ ,  $G_{\text{Notch}}^\#(q)$ ,  $G_{L1}^\#(q)$ ,  $G_{L2,DSG}^\#(q)$ ,  $G_{R,DSG}^\#(q)$ ,  $G_{L,DSG}^\#(q)$  der Torsoregelung des dynamisch stabilen Gangs.

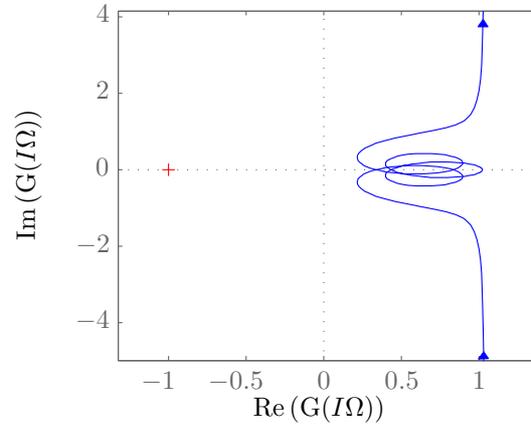


Abbildung 4.14: Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises  $G_{L,DSG}^{\#}(q)$  für die Torsoregelung des dynamisch stabilen Gangs.

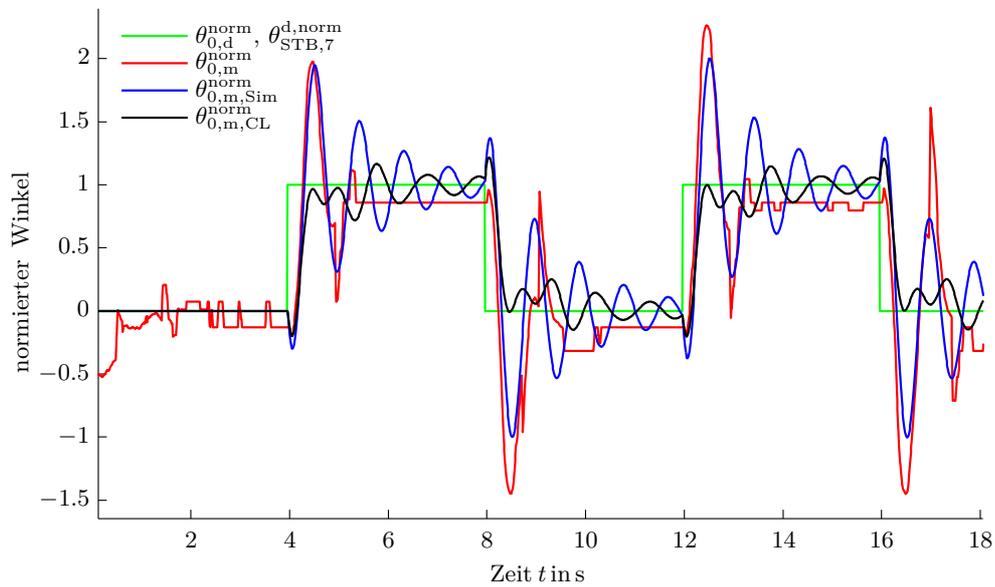


Abbildung 4.15: Zeitliche Verläufe der Torso Orientierung mit und ohne Torsoregelung für den dynamisch stabilen Gang.

mit und ohne Torsoregelung abgebildet. Dabei ist  $\theta_{0,m}$  der Winkel für den Gang mit Torsoregelung rot,  $\theta_{0,m}^{or}$  des dynamisch stabilen Gangs ohne Torsoregelung blau sowie der Verlauf der Gangphasen schwarz eingezeichnet. Man erkennt, dass der Roboter ohne Torsoregelung bereits nach vier Sekunden stürzt, während der Roboter mit Torsoregelung stabil weitergeht.

Mit Hilfe der Torsoregelung werden nicht nur die suboptimale Anpassung des Fußes durch die Admittanzregelung sowie das Spiel der Gelenke kompensiert, sondern vielmehr ermöglicht die Torsoregelung dem Roboter auch auf schiefen Ebenen aufrecht zu gehen, ohne dass eine Information über die Umgebung in der Trajektorienplanung berücksichtigt werden muss.

Zusammenfassend wurde in diesem Kapitel eine Regelung entworfen, die den Körper des Roboters stets aufrichtet, wenn dieser in Schiefelage kommt. Diese Regelung wurde sowohl für den statisch stabilen Gang als auch für den dynamisch stabilen Gang entworfen und dessen Einsatzfähigkeit mit Messungen unter Beweis gestellt. Die Torsoregelung in Kombination mit der Admittanzregelung ermöglicht es dem Roboter unabhängig vom Untergrund stets aufrecht zu gehen.

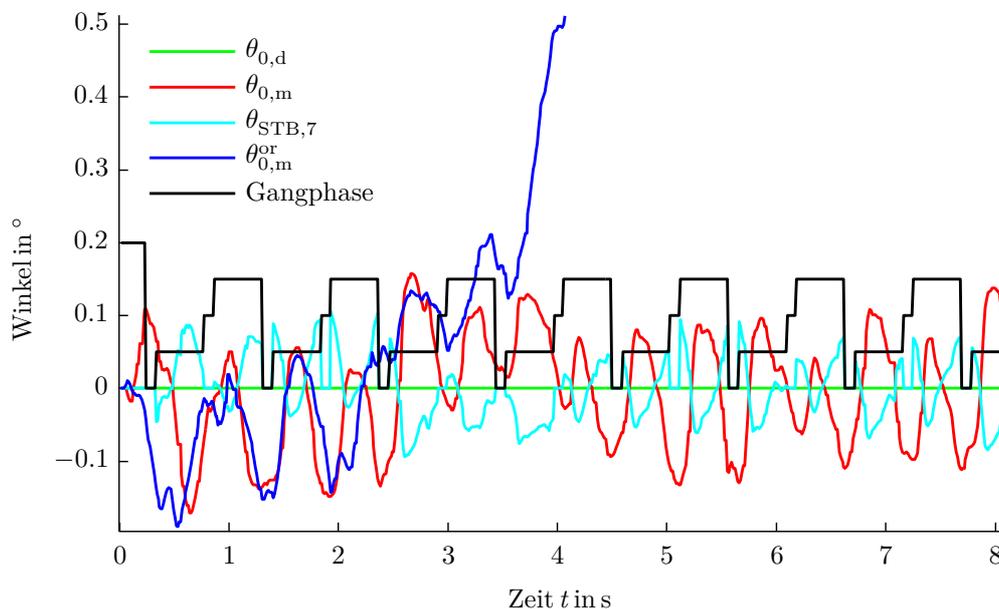


Abbildung 4.16: Vergleich des Pitch-Torsowinkels mit und ohne Torsoregelung während des dynamisch stabilen Gangs.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Arbeit war es, einen Gehalgorithmus für den humanoiden Roboter Nao zu entwickeln und zu implementieren. Dazu wurde zunächst die Kinematik des Roboters berechnet und die inverse Kinematik der Beine analytisch gelöst. In der vorliegenden Arbeit wurde der Ansatz gewählt, das Modell des Roboters möglichst einfach zu halten, um Rechnerressourcen zu sparen. Mittels geeigneter Regelungsstrategien konnten die Modell- und Parameterungenauigkeiten des vereinfachten Modells ausgeglichen und die Stabilität des Gangs gewährleistet werden. Das vereinfachte Modell entspricht dabei im Wesentlichen einem inversen Pendel.

Weiters wurde der Begriff des Zero Moment Points eingeführt und mit dessen Hilfe ein Stabilitätskriterium für den humanoiden Gang definiert. Dieses Stabilitätskriterium war die Grundlage für die Entwicklung des statisch stabilen Gangs. Dieser vernachlässigt jedoch die Dynamik der Bewegungsgleichungen des inversen Pendels, weshalb nur geringe Gehgeschwindigkeiten realisierbar sind. Um höhere Geschwindigkeiten zu erreichen, wurde bei der Berechnung des dynamisch stabilen Gangs die Dynamik des Roboters mit einbezogen. Die soeben erwähnten Gehalgorithmen wurden für einen horizontalen, flachen Untergrund entwickelt, wo diese sehr gut funktionieren. Um nun auch bei schwierigerem Gelände Stabilität des Gangs zu gewährleisten, wurden zwei unterschiedliche Regelungskonzepte angewendet.

Zum einen wurde eine Admittanzregelung der Beine entwickelt, welche einerseits die Höhe des Fußes und andererseits dessen Orientierung abhängig vom Untergrund anpasst. Somit ließ sich ein weiches Verhalten des Beins realisieren, welches für einen unebenen Untergrund essentiell ist. Durch die Admittanzregelung des Sprunggelenks geht jedoch der Bezugspunkt zur Umgebung verloren. Treten bei den Schritten kleine Fehler durch das Gelenkspiel oder durch eine nicht ausreichende Anpassung der Orientierung des Fußes auf, summieren sich diese solange auf bis der Roboter fällt.

Deshalb wurde in einem zweiten Schritt eine Torsoregelung entwickelt, welche den Roboter stets aufrecht gehen lässt, unabhängig von der Steigung des Untergrunds. Die Torsoregelung gleicht die oben erwähnten Fehler aus und stabilisiert den Roboter während des Gangs. Durch die robuste Auslegung des Reglers können sowohl Parameterungenauigkeiten als auch Störungen von außen unterdrückt werden. Diese

Regelungen wurden in diversen experimentellen Versuchen unter Beweis gestellt.

Um einen Ausblick zu geben, in welche Richtungen noch Verbesserungspotential besteht, werden im Folgenden einige Punkte genannt: Je schneller der Roboter geht, desto größer wird das durch das Schwungbein hervorgerufene Drehmoment auf die vertikale Achse des Standbeins. Wird mit diesem Moment die Haftreibung zwischen Untergrund und Fuß überwunden, so kommt es zu einer Rotation um diese Achse. Diese Abweichung von der optimalen Orientierung summiert sich bei jedem Schritt, was bei längerem Gang zu einer großen Positionsungenauigkeit führen kann. Um diese Abweichung zu minimieren, kann mit Hilfe der Arme oder des Torsos eine Gegenbewegung realisiert werden, welche das Moment um die vertikale Achse kompensiert. Ein weiterer wichtiger Punkt ist folgender: Bei der Berechnung der Trajektorien des dynamisch stabilen Gangs wurde davon ausgegangen, dass sich der Massenschwerpunkt während der Single Support Phase stets auf einer Ebene mit konstanter Höhe bewegt. In einer weiterführenden Arbeit könnten die Trajektorien für den Massenschwerpunkt mit Einbezug einer Höhenbewegung berechnet und somit die Stabilität des Gangs bei sehr schwierigem Terrain erhöht werden. Ein weiteres Verbesserungspotential besteht darin, den Beschleunigungssensor für eine Regelung der Trajektorien des Massenschwerpunkts heranzuziehen. Damit könnten äußere Störungen zusätzlich ausgeglichen, sowie das Weggleiten des Fußes detektiert und kompensiert werden.

# Literaturverzeichnis

- [1] *Nao Documentation*. Aldebaran Robotics. [Online]. Available: [http://academics.aldebaran-robotics.com/docs/site\\_en/index\\_doc.html](http://academics.aldebaran-robotics.com/docs/site_en/index_doc.html)
- [2] V. Duindam und S. Stramigioli, *Modeling and Control for Efficient Bipedal Walking Robots: A Port-Based Approach*. Berlin, Germany: Springer, 2009.
- [3] D. Gouaillier, V. Hugel, P. Blazevic, C. Kilner, J. Monceaux, P. Lafourcade, B. Marnier, J. Serre und B. Maisonnier, “The NAO humanoid: a combination of performance and affordability”, *ArXiv e-prints*, S. 1 –10, 2008.
- [4] K. Hashimoto, Y. Sugahara, H. Sunazuka, C. Tanaka, A. Ohta, M. Kawase, H. Lim und A. Takanishi, “Biped landing pattern modification method with nonlinear compliance control”, in *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 6, Orlando, Florida, 2006, S. 1213 –1218.
- [5] Q. Huang, K. Kaneko, K. Yokoi, S. Kajita, T. Kotoku, N. Koyachi, H. Arai, N. Imamura, K. Komoriya und K. Tanie, “Balance control of a piped robot combining off-line pattern with real-time modification”, in *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Vol. 4, San Francisco, USA, 2000, S. 3346 –3352.
- [6] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi und H. Hirukawa, “The 3d linear inverted pendulum mode: a simple modeling for a biped walking pattern generation”, in *Proceedings of the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 1, Maui, Hawaii, USA, 2001, S. 239 –246.
- [7] A. Kugi, *Automatisierung, Skriptum zur Vorlesung und Übung*. Vienna, Austria: TU WIEN, 2007.
- [8] X. Mu und Q. Wu, “Sagittal gait synthesis for a five-link biped robot”, in *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, Vol. 4, Boston, Massachusetts, 2004, S. 4004 –4009.
- [9] C. Ott, *Cartesian Impedance Control of Redundant and Flexible-Joint Robots*, 1. Auflage. Berlin, Germany: Springer, 2008.

- 
- [10] M. W. Spong, *Robot Dynamics and Control*, 1. Auflage. New York, USA: John Wiley & Sons, 1989.
- [11] M. Vukobratovic und B. Borovac, “Zero-moment point - thirty five years of its life.”, *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 1, S. 157–173, 2004.
- [12] P.-B. Wieber, “On the stability of walking systems”, in *Proceedings of the International Workshop on Humanoid and Human Friendly Robotics*, Tsukuba, Japon, 2002. [Online]. Available: <http://hal.inria.fr/inria-00390866/en/>
- [13] C. Zhu, Y. Tomizawa und A. Kawamura, “Bipedal walking pattern design based on synchronization of the motions in sagittal and lateral planes”, in *International Conference on Intelligent Robots and Systems IEEE/RSJ*, Alberta, Canada, 2005, S. 4101 – 4107.