

# DISSERTATION

## Spannungserhöhungsfaktoren an Kreiszyinderschalen mit geometrischen Formabweichungen

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktors der technischen Wissenschaften unter der Leitung von

Univ. Prov. Dr. J.L. Zeman  
E329  
Institut für Apparate und Anlagenbau

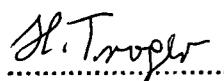
eingereicht an der Technischen Universität Wien  
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von  
Dipl.-Ing. Sebastian Schindler  
Matr. Nr. 9327531  
Johannagasse 34/2/20, A-1050 Wien

Wien, im Februar 2005

Diese Dissertation haben begutachtet:

  
.....

  
.....

# Kurzfassung

Im Rahmen dieser Dissertation und den vorangegangenen Arbeiten wurde der Einfluss von geometrischen Formabweichungen an Zylinderschalen auf die Ermüdungslebensdauer von Druckbehältern untersucht. Solche Formabweichungen sind zum Beispiel Ovalität oder Aufdachung.

Bei der Berechnung der Ermüdungslebensdauer von Druckbehältern nach der Europäischen Norm für unbefeuerte Druckbehälter EN 13445, Teil 3, Abschnitt 18 „Ausführliche Berechnung der Ermüdungslebensdauer“ müssen Formabweichungen, welche nicht in den Ermüdungskurven erfasst sind, mit Hilfe der dort angegebenen Spannungserhöhungsfaktoren berücksichtigt werden.

In dieser Arbeit wurde mittels Finite Elemente Analysen untersucht, ob die in der EN 13445-3 explizit als konservativ angegebenen Korrekturfaktoren dies auch tatsächlich sind, beziehungsweise ob sie hinreichend gute Näherungen sind. Es wurde dabei im Speziellen untersucht wie sich die Spannungserhöhungsfaktoren für unterschiedlich lange Zylinder, verschiedene Randbedingungen an den Zylinderenden und bei Aussendruck tatsächlich verhalten, und diese mit den Spannungserhöhungsfaktoren laut Norm verglichen. Weiters ist im Kapitel 18 der EN 13445-3 angegeben, daß Ovalität und Aufdachung lediglich zu einem Anstieg der Hauptspannung in Umfangsrichtung führen. Um die Richtigkeit dieser Aussage zu überprüfen wurde auch immer das Verhalten der Längsspannung betrachtet.

# Vorwort

Diese Arbeit ist während meiner Tätigkeit als Mitarbeiter am Institut für Apparate und Anlagenbau der Technischen Universität Wien in den Jahren 2001 bis 2005 entstanden.

Ich möchte allen Mitarbeitern des Instituts für das gute Arbeitsklima und ihre stete Hilfsbereitschaft danken. Mein besonderer Dank gilt dabei meinem Betreuer, Herrn Prof. Dr. J.L. Zeman, der mir das Zustandekommen dieser Arbeit ermöglichte und auch jederzeit mit seinem Fachwissen zur Hilfe stand.

Weiters möchte ich Herrn Prof. Dr. H. Troger dafür danken, daß er sich als zweiter Gutachter meiner Dissertation zur Verfügung gestellt hat.

Meinen Eltern danke ich dafür, daß Sie mir das Studium ermöglicht haben und mich von Anfang an unterstützt haben.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Allgemeines</b>	<b>3</b>
2.1	Ovalität . . . . .	3
2.2	Aufdachung . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Die Modelle für die Finite Elemente Analysen</b>	<b>11</b>
3.1	Ovalität . . . . .	11
3.2	Aufdachung . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Einwirkungen</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Der Spannungserhöhungsfaktor</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>Spannungsermittlung</b>	<b>19</b>
6.1	Ovalität . . . . .	19
6.2	Aufdachung . . . . .	20
<b>7</b>	<b>Festlegungen in EN 13445</b>	<b>21</b>
7.1	Ovalität . . . . .	21
7.2	Aufdachung . . . . .	24
<b>8</b>	<b>Finite Elemente Analysen für ovale Formabweichung</b>	<b>30</b>
8.1	Einfluss der Zylinderlänge auf den Spannungserhöhungsfaktor	30
8.1.1	Hauptspannung in Umfangsrichtung . . . . .	31
8.1.2	Hauptspannung in Längsrichtung . . . . .	38
8.2	Einfluss der Randbedingungen und der Deckelkraft . . . . .	41
8.2.1	Spannungserhöhungsfaktoren im mittleren Zylinderquer- schnitt . . . . .	44
8.2.2	Die Spannungserhöhungsfaktoren als Funktion des Ab- standes von der Einspannung . . . . .	48

<b>9</b>	<b>Finite Elemente Analysen für lokale Aufdachung</b>	<b>55</b>
9.1	Einfluss der Zylinderlänge auf den Spannungserhöhungsfaktor	55
9.1.1	Hauptspannung in Umfangsrichtung . . . . .	57
9.1.2	Hauptspannung in Längsrichtung . . . . .	62
9.2	Einfluss der Randbedingungen und der Deckelkraft . . . . .	66
9.2.1	Spannungserhöhungsfaktoren im mittleren Zylinderquer- schnitt . . . . .	66
9.2.2	Die Spannungserhöhungsfaktoren als Funktion des Ab- standes von der Einspannung . . . . .	69
<b>10</b>	<b>Ergebnisbetrachtung</b>	<b>74</b>
<b>A</b>	<b>Ergebnisse der Finite Elemente Analysen</b>	<b>76</b>
A.1	Ovalität . . . . .	78
A.1.1	Fall 1 . . . . .	78
A.1.2	Fall 2 . . . . .	81
A.1.3	Fall 3 . . . . .	101
A.1.4	Fall 4 . . . . .	103
A.1.5	Fall 5 . . . . .	105
A.1.6	Fall 6 . . . . .	107
A.1.7	Fall 7 . . . . .	109
A.2	Aufdachung . . . . .	111
A.2.1	Fall 1 . . . . .	111
A.2.2	Fall 2 . . . . .	113
A.2.3	Fall 3 . . . . .	122
A.2.4	Fall 4 . . . . .	123
A.2.5	Fall 5 . . . . .	124
A.2.6	Fall 6 . . . . .	125
A.2.7	Fall 7 . . . . .	126
<b>B</b>	<b>Eingabefiles für Ovalität</b>	<b>127</b>
B.1	Endlich langer Zylinder . . . . .	127
B.2	Unendlich langer Zylinder . . . . .	128
B.3	Solution (last.mac) . . . . .	128
<b>C</b>	<b>Eingabefiles für lokale Aufdachung</b>	<b>129</b>
C.1	Endlich langer Zylinder . . . . .	129
C.2	Unendlich langer Zylinder . . . . .	131
<b>D</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>133</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>135</b>

# 1 Einleitung

In den modernen Berechnungsmethoden im Druckbehälterbau gewinnt die Ermüdungsanalyse immer mehr an Bedeutung. Im Vergleich zu vorwiegend ruhender Beanspruchung sind für die Lebensdauer eines Bauteils bei zyklischer Beanspruchung in hohem Maße lokal auftretende Zusatzspannungen maßgebend. Diese können verschiedene Ursachen haben. Einerseits treten solche Zusatzspannungen aufgrund der globalen Geometrie eines Bauteils auf, andererseits können Spannungen durch geometrische Imperfektionen hervorgerufen werden. Erstere gehen aufgrund der durchgeführten Spannungsanalyse direkt in die Berechnung der Ermüdungslebensdauer ein. Bei den letzteren muss unterschieden werden, ob sie in den Ermüdungskurven berücksichtigt sind, beziehungsweise bis zu welchem Grad sie berücksichtigt sind, oder ob die Abweichung von der idealen Geometrie in der Lebensdauerkurve nicht berücksichtigt ist. Speziell bei der Untersuchung von Schweißnähten ist das zu beachten.

In vielen Ermüdungskurven sind kleinere, fertigungsbedingte Fehler an den Schweißnähten erfasst und bei der Schweißnaht-Klasseneinteilung berücksichtigt. Abweichungen die über das in den Ermüdungskurven berücksichtigte Maß hinausgehen, oder welche nicht in den Ermüdungskurven berücksichtigt sind, müssen zusätzlich über die Spannungsermittlung erfasst werden. Bei Zylinderlängsnähten unter Druckeinwirkung sind nach der Europäischen Norm für unbefeuerte Druckbehälter EN 13445 [1], Teil 3, Abschnitt 18 „Ausführliche Berechnung der Ermüdungslebensdauer“ folgende Formabweichungen in der Spannungsermittlung zu berücksichtigen: axialer Versatz, Ovalität und Winkelfehler. Winkelfehler werden in der Regel und im weiteren Verlauf auch als Aufdachung bezeichnet. Des weiteren kann noch zwischen lokaler und globaler Aufdachung unterschieden werden, wobei beide Arten unterschiedliche Ursachen haben. Zu einer lokalen Aufdachung kommt es aufgrund eines unvollständigen Einrollvorganges. Eine globale Aufdachung entsteht durch unsachgemäßes Verschweißen, wodurch ein Moment und eine zugehörige Kraft in der Schweißnaht verbleiben, welche wiederum die globale Abweichung von der Kreisform hervorrufen.

Diese, durch die Formabweichungen verursachten Zusatzspannungen sind zu berücksichtigen, auch wenn die in Teil 4 der EN 13445 [1] angegebenen Toleranzen eingehalten werden.

Die in EN 13445-3 [1], Abschnitt 18 angegebenen Spannungserhöhungsfaktoren sind jedoch nur für Innendruckbeanspruchung hergeleitet worden, und dafür als konservativ erklärt. Da allerdings auch oft eine Außendruckbeanspruchung vorliegen kann (z.B.: bei Doppelmantelbehältern, bei Kondensations oder bei Entleervorgängen) wurde in [3] und [4] gezeigt, daß die in [1] angegebenen Spannungserhöhungsfaktoren hierfür keinesfalls konservativ sind. Der Grund dafür liegt im unterschiedlichen geometrisch nichtlinearen Verhalten der imperfekten Kreiszyinderschalen unter Innen- oder Außendruckbelastung. Während sich eine mit Formabweichungen behaftete Kreiszyinderschale unter steigender Innendruckbelastung immer mehr der idealen Kreisform annähert, nimmt bei steigender Außendruckbelastung die Abweichung von der idealen Kreisform zu.

Weiters ist zu bemerken, daß in der EN 13445-3 [1] Abschnitt 18 nicht weiter erläutert ist, ob die dort angegebenen Spannungserhöhungsfaktoren sowohl für Spannungen in Umfangsrichtung als auch in Längsrichtung gelten. Eine (in der Norm indirekt vorgeschlagene) direkte Überlagerung, ungeachtet der Richtung der betreffenden Hauptspannung, führt im Allgemeinen zu überaus großen Werten der Gesamtspannung.

## 2 Allgemeines

### 2.1 Ovalität

Da Ovalität in der EN 13445 nicht als spezielle Form definiert ist, wird im weiteren ein elliptischer Querschnitt angenommen. In Abbildung 2.1 ist ein Viertel eines solchen Querschnitts mit der verwendeten Nomenklatur dargestellt. Die strichpunktierte Linie stellt dabei die Mittelfläche der idealen Kreiszyinderschale dar. Im Teil 4 der EN 13445, Kapitel 5.4 Toleranzen für

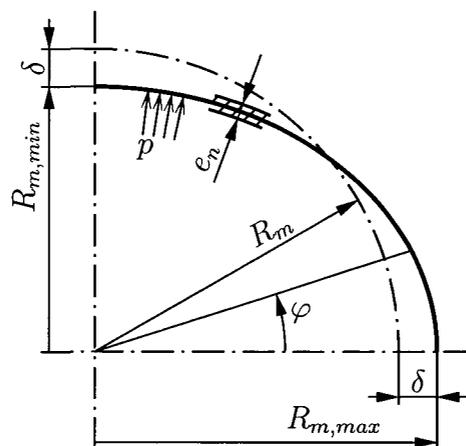


Abbildung 2.1: Geometrie (elliptischer) Querschnitt mit ovaler Formabweichung.

Behälter unter innerem Überdruck, sind für die Unrundheit, als Maß für die Abweichung von der Kreisform, folgende Grenzen festgelegt:

- 1,5 % für das Verhältnis von  $e/D < 0,01$ ;
- 1,0 % für das Verhältnis von  $e/D \geq 0,01$ .

Die Unrundheit  $O$  in Prozent ist dabei folgendermaßen definiert:

$$O = \frac{2 \cdot (D_{max} - D_{min})}{D_{max} + D_{min}} \cdot 100 \% \quad (2.1)$$

Unter der Annahme, daß die Abweichung an Haupt- und Nebenachse den selben Wert  $\delta$  beträgt, lässt sich die Gleichung 2.1 auch folgendermaßen darstellen:

$$O = \frac{2 \cdot \delta}{R_m - e} \cdot 100 \% \quad (2.2)$$

Aus dieser Gleichung kann nun die für die Finite Elemente Modelle benötigte Abweichung  $\delta$  für eine bestimmte Unrundheit, bei gegebener Geometrie der Zylinderschale, berechnet werden. Die Annahme der gleichen Abweichung an Haupt- und Nebenachse ergibt einen etwas längeren Umfang im Vergleich zum idealen Querschnitt. Die Abweichung ist allerdings so gering, daß sie durchaus zu vernachlässigen ist. Für einen Zylinder mit  $R_m = 1005,5 \text{ mm}$ ,  $e = 11 \text{ mm}$  und  $\delta = 7,5 \text{ mm}$  ergibt sich ein Kreisumfang von  $6317,743 \text{ mm}$  und der Umfang des elliptischen Querschnitts von  $6317,831 \text{ mm}$ .

Für Behälter unter Außendruck ist die zulässige Toleranz in der EN 13445 Teil 3, Kapitel 8.5.1 angegeben. Im Allgemeinen darf die Abweichung von der mittleren Kreisform einen Wert von  $0,5\%$  des Radius nicht überschreiten, damit die Zulässigkeit gemäß den Gleichungen im Kapitel 8.5 nachgewiesen werden darf. Wird die Toleranz von  $0,5\%$  bei einer Zylinderschale überschritten, so ist der zulässige Druck nach EN 13445-3 Anhang F zu berechnen. Eine endgültige Grenze für die maximale Formabweichung bei Zylinderschalen unter Außendruck wird nicht angegeben. Es wird somit wieder die maximale Unrundheit für Zylinder unter Innendruck (siehe oben) als maximale Grenze für die Formabweichung herangezogen, da es zudem in der Praxis auch kaum vorkommen wird, daß ein Behälter ausschließlich mit Außendruck beansprucht wird.

Bei der Unrundheit handelt es sich um eine globale Formabweichung. Das bedeutet, daß über den gesamten Umfang Biegespannungen hervorgerufen werden. In Abbildung 2.2 ist eine typische Verteilung der Umfangsspannung über den Querschnitt eines unendlich langen Zylinders dargestellt. Der Druck von  $p = -0,025 \text{ MPa}$  entspricht dabei dem maximal zulässigen linearelastischen Auslegungsdruck einer Kreiszyinderschale berechnet nach [1] (siehe auch Kapitel 4).

Die Spannungsverteilungen an Innen und Außenseite sind annähernd symmetrisch zueinander und um den Betrag der Membranspannung zur Nulllinie verschoben. Bei genauer Betrachtung der Zahlenwerte der Spannungen,

im speziellen an den Positionen bei  $\varphi = 0^\circ$  (Hauptachse der Ellipse) und  $\varphi = 90^\circ$  (Nebenachse), lässt sich erkennen, daß die Spannungsverteilung nicht genau symmetrisch ist. Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der geometrischen nichtlinearen Berechnung, bei der mit steigender Last die Abweichung von der „idealisierten“ geometrisch linearen Lösung zunimmt. Für weitere Details zum Auftreten den maximalen Spannungen siehe auch Kapitel 6.1: Spannungsermittlung (Seite 19 ff.).

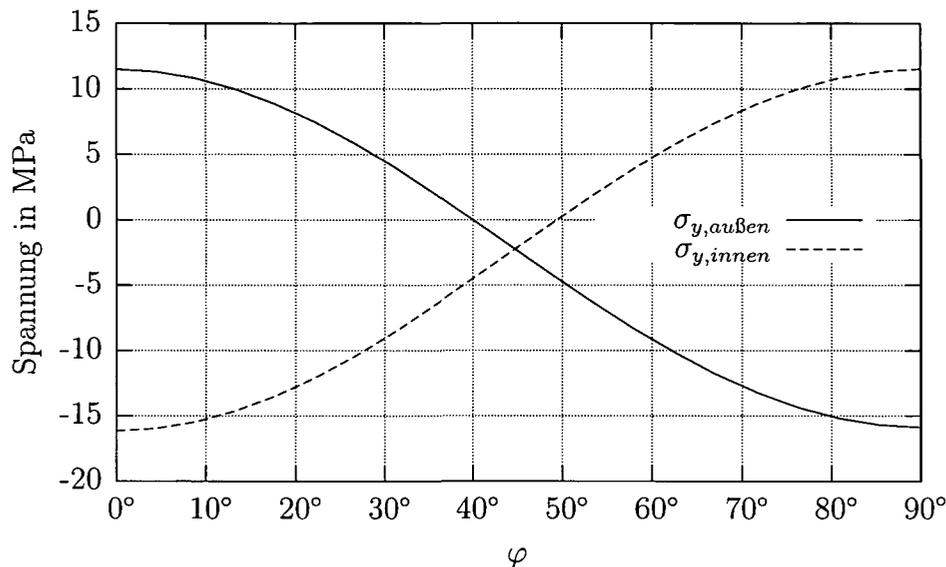


Abbildung 2.2: Verteilung der Umfangsspannung eines unendlich langen Zylinders unter Außendruck,  $R_m = 1005,5$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $p = -0,025$  MPa.

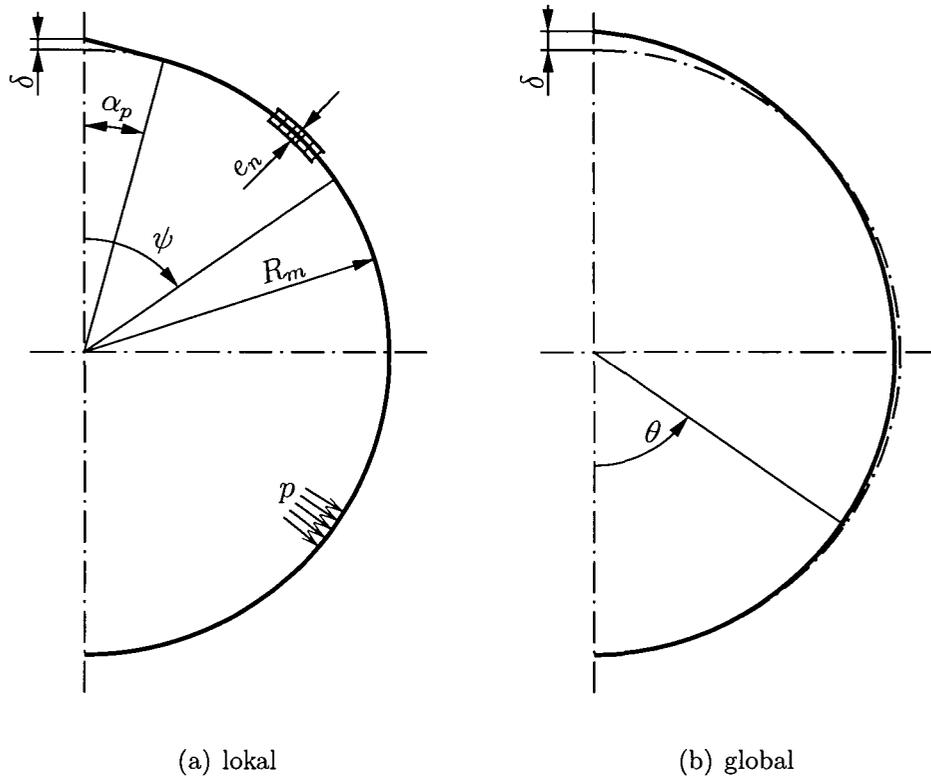
## 2.2 Aufdachung

Unter den Begriff Aufdachung fallen zwei verschiedene Formen, welche unterschiedliche Ursachen haben. Erstens die lokale Aufdachung und zweitens die globale Aufdachung. Eine globale Aufdachung kann durch unsachgemäßes Schweißen, wodurch es, nach dem Abkühlen, zu einem verbleibenden Moment und einer verbleibenden Kraft in der Schweißnaht kommt, hervorgerufen werden. Die globale Aufdachung verursacht Formabweichungen über den gesamten Umfang des Zylinders. Zu einer lokalen Aufdachung kommt es durch unsachgemäßes (unvollständiges) Einrollen des Mantelblechs. Die

lokale Aufdachung wird durch ebene Schussenden modelliert, siehe Abbildung 2.3(a). Die globale Aufdachung kann nach [7] mit der radialen Verschiebung

$$w = w_0 \cos \theta + \delta (1 - \cos \theta - \theta \sin \theta) / 2 \quad (2.3)$$

modelliert werden, siehe Abbildung 2.3(b) (die Strichpunktierte Linie stellt den idealen Kreiszyylinder dar). Bei  $w_0$  handelt es sich um eine Starrkörperverschiebung, welche Null gesetzt wird.



(a) lokal

(b) global

Abbildung 2.3: Geometrie Aufdachung

Im Teil 5 der EN 13445, Kapitel 5.4 Toleranzen für Behälter unter innerem Überdruck, ist für Aufdachung an Längsschweißnähten für dynamische und zyklische Belastungen folgende maximal zulässige Aufdachung angegeben:

Behälterwanddicke $e$	max. zul. Aufd. $\delta$
$e \leq 3 \text{ mm}$	1,5 mm
$3 \text{ mm} \leq e < 6 \text{ mm}$	2,5 mm
$6 \text{ mm} \leq e < 9 \text{ mm}$	3,0 mm
$9 \text{ mm} < e$	$\min(e/3; 10 \text{ mm})$

Der Aufdachungswinkel  $\alpha_p$  einer lokalen Aufdachung errechnet sich somit gemäß folgender Gleichung:

$$\alpha_p = \arccos \left( \frac{R_m}{R_m + \delta} \right) \quad (2.4)$$

Bei Belastung unter Außendruck gelten, wie in Kapitel 2.1 besprochen, die Toleranzen für zulässige Unrundheit gemäß EN 13445-3, Kapitel 8.5.1.

In den Arbeiten von Zeman und Böck [6] und [7], sowie von Schwarz und Zeman [8], wurden für die beiden Aufdachungstypen am unendlich langen Zylinder bereits Gleichungen für das Biegemoment in Umfangsrichtung in der Schweißnaht, nach Theorie zweiter Ordnung, hergeleitet. Im Folgenden sind diese nochmals in leicht abgeänderter Form dargestellt, um direkt den Spannungserhöhungsfaktor zu erhalten.

Spannungserhöhungsfaktor [7] und [8] für *lokale Aufdachung*:

Für  $KpR_m > 1$  und mit  $k^2 = KpR_m - 1$  gilt:

$$SCF_L = 1 + \frac{6\delta}{e} \left\{ \frac{2(k^2 + 1)}{k^4 \alpha_p^2} [\cosh(k\alpha_p) - 1 + (k\alpha_p - \sinh(k\alpha_p)) \cdot \coth(k\pi)] - \frac{1 - (\alpha_p/3\pi)}{k^2} \right\} \quad (2.5a)$$

Für  $KpR_m < 1$  und mit  $k^2 = 1 - KpR_m$  gilt:

$$SCF_L = 1 + \frac{6\delta}{e} \left\{ \frac{1 - (\alpha_p/3\pi)}{k^2} + \frac{2(k^2 - 1)}{k^4 \alpha_p^2} [1 - \cos(k\alpha_p) - (k\alpha_p - \sin(k\alpha_p)) \cdot \cot(k\pi)] \right\} \quad (2.5b)$$

Spannungserhöhungsfaktor nach J.L.Zeman [6] für *globale Aufdachung*:  
Für  $KpR_m > 1$  und mit  $k^2 = KpR_m - 1$  gilt:

$$SCF_G = 1 + \left( \frac{6\delta}{e} \right) \left[ \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2k} \coth k\pi - \frac{k^2 + 1}{2k^2} - \frac{1}{k^2 + 1} \right] \quad (2.6a)$$

Für  $KpR_m < 1$  und mit  $k^2 = 1 - KpR_m$  gilt:

$$SCF_G = 1 + \left( \frac{6\delta}{e} \right) \left[ \frac{1}{2} - \frac{\pi}{2k} \cot k\pi - \frac{k^2 - 1}{2k^2} + \frac{1}{k^2 - 1} \right] \quad (2.6b)$$

Der Schalenparameter  $K$  berechnet sich immer nach folgender Gleichung:

$$K = \frac{12 R_m^2 (1 - \nu^2)}{E e^3}. \quad (2.7)$$

Vergleicht man die Kurven der Spannungserhöhungsfaktoren für globale und lokale Aufdachung miteinander, so zeigt sich, daß sie sich im Außendruckbereich in einem Punkt schneiden (Abbildung 2.4). Die Lage des Schnittpunktes ist abhängig vom Aufdachungswinkel  $\alpha_p$  und von  $k$ . Der Zusammenhang zwischen  $\alpha_p$  und  $k$  wurde numerisch ermittelt und ist im Diagramm Abbildung 2.5 dargestellt.

Mit Hilfe der Beziehung  $k^2 = 1 - Kp^*R$  und Gleichung 2.7 kann der Druck  $p^*$ , an dem sich die Kurven schneiden, berechnet werden:

$$p^* = \frac{(1 - k^2) E e^3}{12 R_m^3 (1 - \nu^2)} \quad (2.8)$$

Beim Vergleich mit dem maximal zulässigen linearelastischen Auslegungsdruck für Außendruckbelastung  $p_m/3$  (siehe Gleichung 4.5, Seite 16) zeigt sich, daß der Betrag von  $p^*$  immer höher ist, solange  $k > \sqrt{2}$  ist:

$$p^* = \frac{p_m}{3} \underbrace{(k^2 - 1)}_{>1 \text{ für } k > \sqrt{2}} \quad (2.9)$$

Diese Gleichung gilt nur für  $KpR < 1$  und  $p_m$  muß als negativer Wert eingesetzt werden, da in dieser Arbeit Außendruck durch negative Werte bezeichnet wird.

Es zeigt sich somit, daß im technisch relevanten Druckbereich (Innendruck und Außendruck bis  $p_m/3$ ) immer die lokale Aufdachung die höheren Werte

für den Spannungserhöhungsfaktor in Umfangsrichtung liefert. Aus diesem Grund wird nur die lokale Aufdachung weiter betrachtet.

In Abbildung 2.6 ist der Spannungsverlauf über den Umfang eines unendlich langen Zylinders mit lokaler Aufdachung unter Außendruckbelastung dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß die größte Spannung direkt an der Aufdachung und an der Schaleninnenseite auftritt. Die Biegespannungen klingen im Bereich bis etwa  $\alpha_p$  sehr schnell ab, über den restlichen Umfang sind die Biegespannungen technisch nicht mehr von Bedeutung.

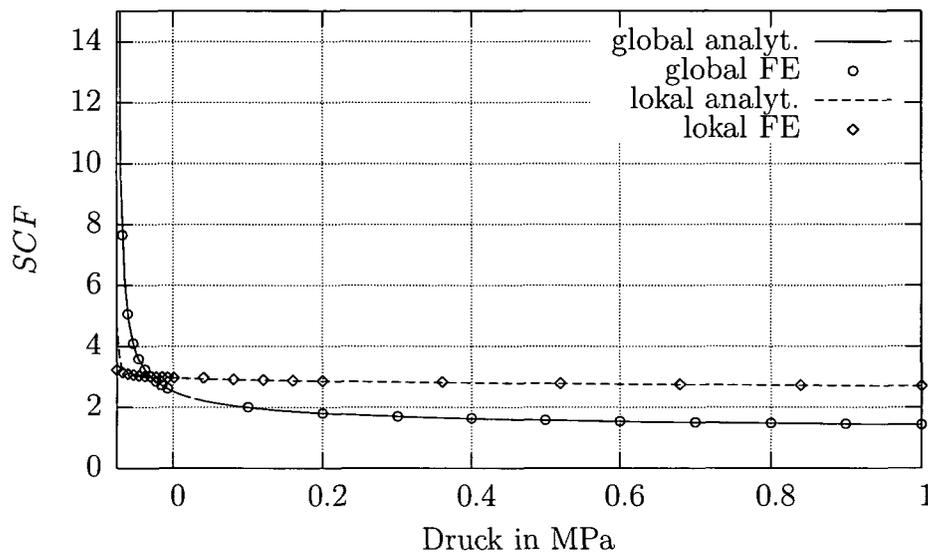


Abbildung 2.4: Vergleich globale – lokale Aufdachung

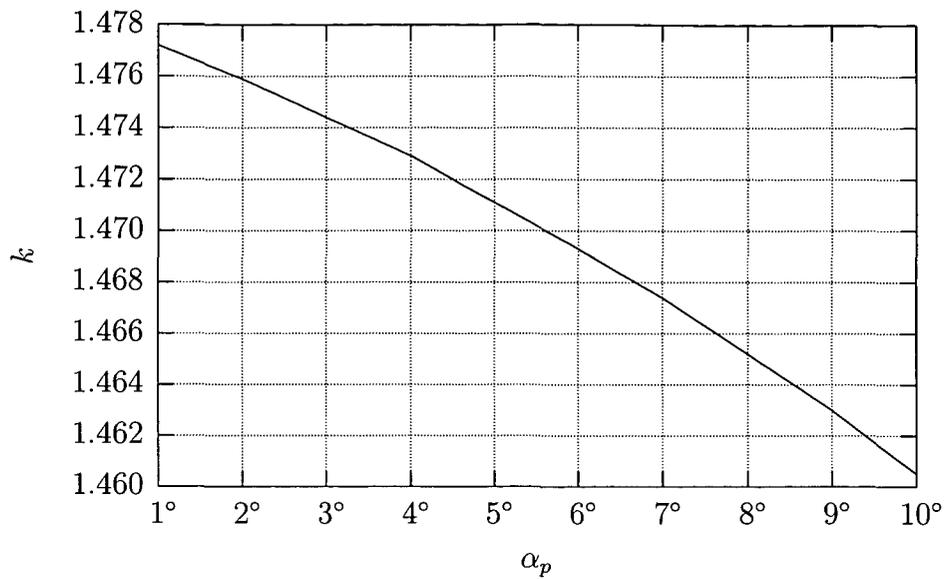


Abbildung 2.5: Zusammenhang zwischen  $k$  und Aufdachungswinkel  $\alpha_p$  für  $SCF_L = SCF_G$

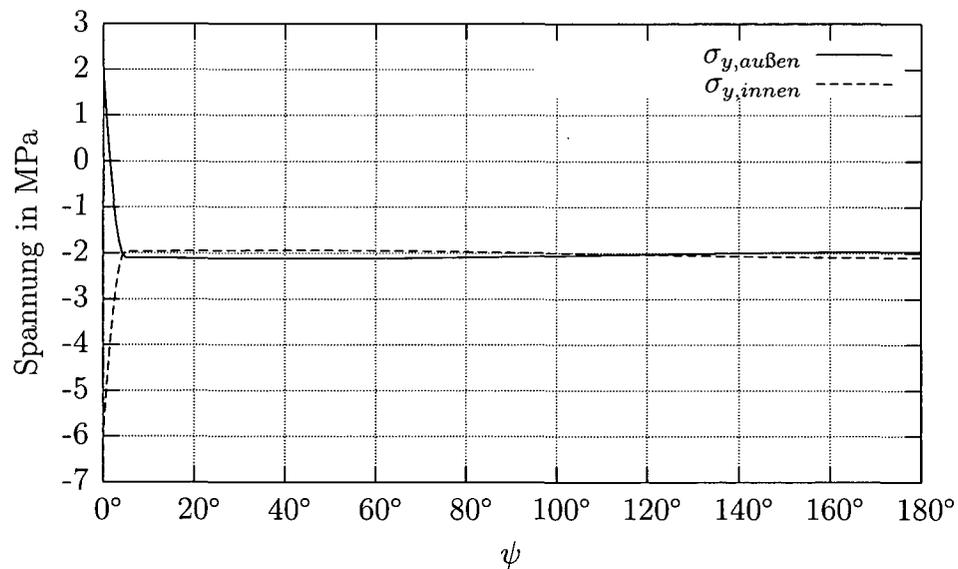


Abbildung 2.6: Umfangsspannung eines unendlich langen Zylinders mit lokaler Aufdachung unter Außendruck  $p_m/3$ ,  $R_m = 1005,5$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm  $\hat{=} \alpha_p = 4,91$  Grad.

# 3 Die Modelle für die Finite Elemente Analysen

## 3.1 Ovalität

Alle Finite Elemente Analysen für die Untersuchung des Einflusses ovaler Formabweichung wurden mit dem Programm ANSYS, Version 7.0 durchgeführt.

Um die Rechenzeit möglichst gering zu halten, wurden bei den einzelnen Modellen alle Symmetrien ausgenutzt und nur ein Viertel des Querschnitts und die halbe Länge des Zylinders modelliert. Die dadurch notwendigen Randbedingungen, damit die Ergebnisse des Finite Elemente Modells denen des physikalischen Modells entsprechen, werden bei den einzelnen Berechnungen genauer beschrieben. Alle Modelle wurden mit Schalenelementen des Typs „SHELL 93“ aufgebaut. Es handelt sich dabei um ein Element mit acht Knoten, sechs Freiheitsgraden in jedem Knoten (jeweils drei translatorische und drei rotatorische) und mit quadratischer Ansatzfunktion.

Modelliert wurde die ovale Formabweichung mit Hilfe des in ANSYS verfügbaren elliptischen Koordinatensystems. Der Grad der Unrundheit kann dabei über Eingabe des Verhältnisses Neben- zu Hauptachse definiert werden.

Ein weiterer wichtiger Punkt bei einer Finite Elemente Analyse stellt die erforderliche Netzfeinheit dar. Eine zu grobe Vernetzung liefert ein ungenaues Ergebnis, ein zu feines Netz erhöht die Rechenzeit und den Speicherbedarf wesentlich. Bei allen Modellen wurde die Elementkantenlänge in Längsrichtung gleich jener in Umfangsrichtung gewählt. Um eine optimale Elementgröße zu erhalten wurde für einen sehr kurzen und einen sehr langen Zylinder untersucht, welche Elementgröße sinnvoll ist („h-Verfeinerung“). Abbildung 3.1 zeigt die prozentuelle Abweichung der maximalen Spannungen im mittleren Querschnitt, bei unterschiedlichen Elementgrößen, bezogen auf

die Spannungen des am feinsten vernetzten Modells und bei einer Außen-  
druckbelastung entsprechend dem maximal zulässigen linearelastischen Aus-  
legungsdruck berechnet nach [1] (siehe auch Kapitel 4).

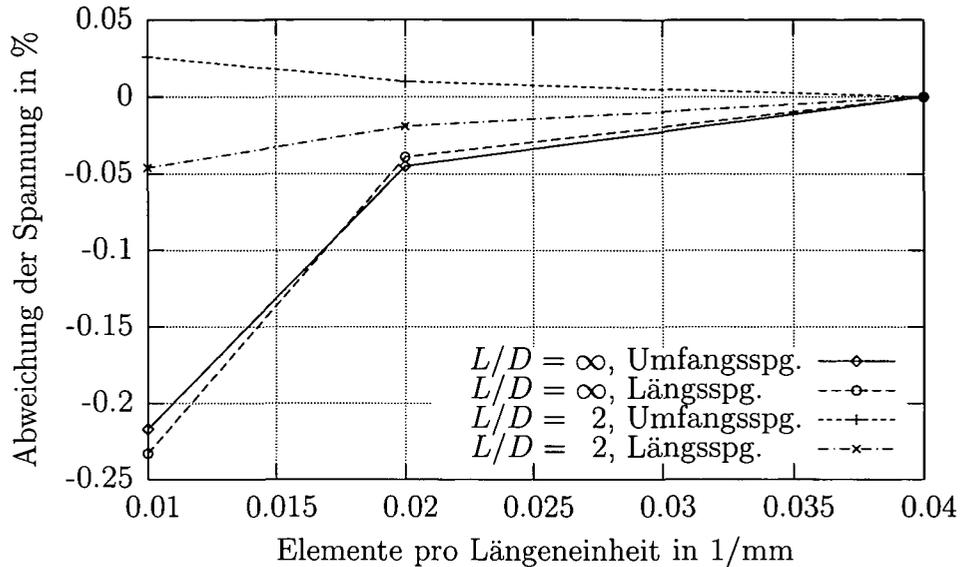


Abbildung 3.1: Netzverfeinerung,  $R_m = 1005,5$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5$  %,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$  nach Kapitel 4.

Für Elemente mit gleicher Kantenlänge in Längs- und Umfangsrichtung zeigt sich, daß schon ein relativ grobmaschiges Netz (0,01 Elemente pro Millimeter, entspricht einer Kantenlänge von 100 mm des Elements) recht gute Ergebnisse liefert, bei einer maximalen Abweichung von  $-0,23$  % der Längsspannung des unendlich langen Zylinders. Für alle weiteren Berechnungen wurde eine Netzfeinheit von 0,02 Elemente pro Millimeter (entspricht einer Element-Kantenlänge von 50 mm) für die Zylinder bis maximal  $L/D = 7$  gewählt, welche sich als guter Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeit, bzw. Speicheraufwand erwiesen hat. Alle längeren Zylinder wurden mit einem grobmaschigerem Netz modelliert (0,01 Elemente pro Millimeter, entspricht einer Kantenlänge von 100 mm des Elements). Bei diesen langen Zylindern hätte sich die Rechenzeit und der Speicheraufwand wesentlich erhöht, und die so erreichte Genauigkeit ist noch durchaus zufriedenstellend.

Weiters lässt sich anhand der Abbildung 3.1 erkennen, daß der lange Zylinder wesentlich sensibler bezüglich der Netzfeinheit ist, als der kurze.

Da für die Ermüdungsberechnung gemäß EN 13445-3 Kapitel 18 bzw. auch Anhang B [1] ein linearelastisches Werkstoffgesetz vorgeschrieben wird, wird auch bei allen Berechnungen in dieser Arbeit ein solches verwendet. Die Poissonzahl beträgt immer  $\nu = 0,3$ . Der Elastizitätsmodul beträgt in Anlehnung an die vorangegangenen Arbeiten [3] und [4], falls nicht anders angegeben,  $E = 210028$  MPa. Diese Werte entsprechen den physikalischen Kennwerten eines typischen im Druckbehälterbau eingesetzten Stahls (siehe EN 13445-3, Anhang O [1])

## 3.2 Aufdachung

Die folgenden Finite Elemente Analysen zur Untersuchung der lokalen Aufdachung wurden alle mit dem Programm ANSYS, Version 8.1 durchgeführt.

Das verwendete Element war, wie bei den Analysen des Ovalitätseinflusses, das Schalenelement „SHELL 93“ mit acht Knoten und quadratischer Ansatzfunktion. Da es sich bei der Aufdachung um eine über den Umfang einfach symmetrische Geometrie handelt, wurde immer eine Hälfte des Umfangs modelliert (entsprechend der Darstellung in Abbildung 2.3(a)). Bei den endlich langen Zylindern wurde zusätzlich nur die halbe Länge modelliert. Somit beträgt die Rechenzeit und der Speicheraufwand nur mehr ein Viertel jener Zeit, welche die Berechnung eines vollständigen Modells benötigen würde. Damit die Ergebnisse der Finite Elemente Modelle denen der physikalischen entsprechen, wurden die entsprechenden Randbedingungen aufgegeben. Diese sind bei den einzelnen Berechnungen genauer beschrieben.

Aufgrund des großen Spannungsgradienten in Umfangsrichtung bei der Aufdachung (siehe Abbildung 2.6 auf Seite 10) ist eine sehr feine Vernetzung der Finite Elemente Modelle in diesem Bereich erforderlich. Im restlichen Zylinder hingegen ist eine relativ grobe Vernetzung ausreichend. Um einen Überblick auf den Einfluß der Elementkantenlänge auf die Rechengenauigkeit zu erhalten, wurden die Ergebnisse eines unendlich langen und eines sehr kurzen Zylinders mit jeweils unterschiedlicher Netzfeinheit miteinander verglichen. Abbildung 3.2 zeigt die prozentuelle Abweichung der Spannung (im mittleren Querschnitt beim kurzen Zylinder), bezogen auf die jeweilige Spannung des am feinsten vernetzten Modells. Es zeigt sich, daß bei der betrachteten Geometrie eine Elementlänge von 0,01 Elementen pro Millimeter (entspricht einer Kantenlänge von 10 mm) im Bereich der Aufdachung einen optimalen Kompromiß zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand darstellt.

Die maximale Abweichung zum Modell mit der feineren Vernetzung beträgt nur 0,18%, der Rechenaufwand ist allerdings wesentlich geringer. Zusätzlich ist der Bereich der Aufdachung so vernetzt, daß die Kantenlänge der Elemente zur Schweißnaht hin abnimmt. Das Verhältnis längste zu kürzester Kantenlänge ist gleich zwei, das erste Element direkt an der Schweißnaht hat somit eine Kantenlänge in Umfangsrichtung von ca. 6,6 mm.

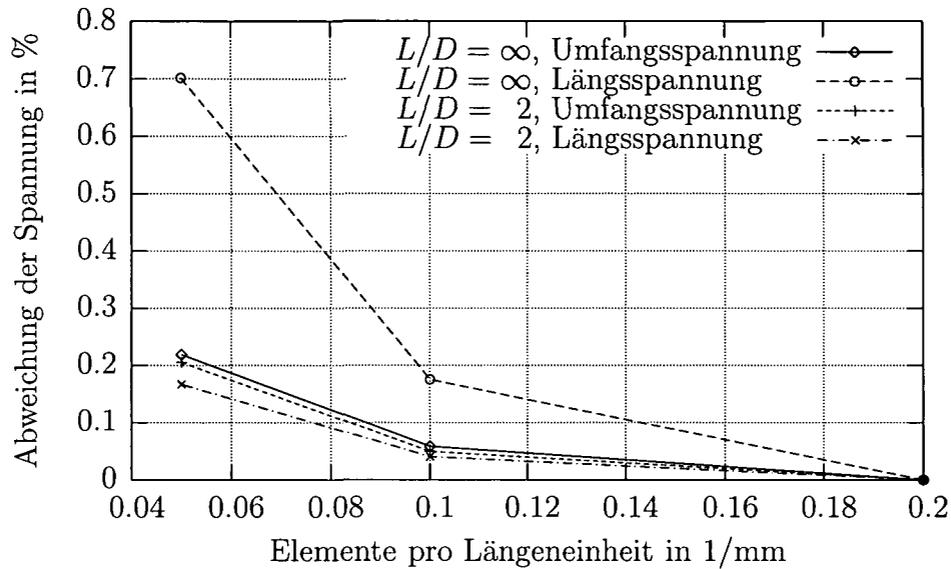


Abbildung 3.2: Netzverfeinerung,  $R_m = 1005,5$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm, Belastung mit  $p_m/3$ .

## 4 Einwirkungen

Die einzelnen Modelle wurden immer sowohl unter Innen- als auch unter Außendruckbelastung betrachtet.

Innendruck wurde bis zu einem Druck von 1 MPa  $\hat{=}$  10 bar aufgebracht. Dies ist ein beliebig gewählter Wert, der allerdings in einer Größenordnung liegt, welche bei den untersuchten Geometrien technisch und numerisch sinnvolle Ergebnisse (Spannungen) liefert. Innendruck wurde immer auf die innere Schalenoberfläche des Finite Elemente Modells aufgebracht.

Die technisch zulässige Grenze für Außendruck ist der nach Kapitel 8 der EN 13445-3 [1] zulässige Druck. Da in dieser Arbeit nur Modelle mit linearelastischem Werkstoffgesetz betrachtet werden, wird als Druckgrenze der elastische Beuldruck  $p_m$  nach Gleichung (4.1), bzw. Gleichung (4.4) für den unendlich langen Zylinder, (beide ohne Sicherheitsfaktor bzw. mit  $S = 1$ ) herangezogen.

$$p_m = \frac{E \cdot e_a \cdot \varepsilon}{R_m} \quad (4.1)$$

Mit

$$\varepsilon = \frac{1}{n_{cyl}^2 - 1 + \frac{Z^2}{2}} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{n_{cyl}^2}{Z^2} + 1\right)^2} + \frac{e_a^2}{12 R_m^2 (1 - \nu^2)} (n_{cyl}^2 - 1 + Z^2)^2 \right\} \quad (4.2)$$

und

$$Z = \frac{\pi \cdot R_m}{L}. \quad (4.3)$$

Die Umfangswellenzahl  $n_{cyl}$  ist ganzzahlig und  $\geq 2$  und wird so bestimmt, daß  $p_m$  den kleinsten Wert annimmt.

Für den unendlich langen Zylinder ergibt sich mit  $L \rightarrow \infty$  und  $n_{cyl} = 2$  ein elastischer Beuldruck von:

$$p_m = \frac{E \cdot e_a^3}{4 \cdot R_m^3 \cdot (1 - \nu^2)}. \quad (4.4)$$

Um einen maximal zulässigen „linearelastischen Auslegungsdruck“ zu erhalten kann unter Vernachlässigung der Plastizität, also  $p_y \gg p_m$  das Verhältnis  $p_r/p_m = 0,5$  gesetzt werden (s. EN 13445-3 [1]: Kapitel 8, Kurve 1 in Bild 8.5-5). Unter Verwendung des Sicherheitsfaktors  $S = 1,5$  für Betriebsbedingungen erhält man:

$$p < \frac{p_r}{S} = \frac{p_m}{3}. \quad (4.5)$$

In der Tabelle 4.1 finden sich Umfangswellenzahl  $n_{cyl}$ , der elastische Beuldruck  $p_m$  und der maximal zulässige Auslegungsdruck  $p_m/3$  für unterschiedliche im folgenden verwendete Geometrien.

$R_m$	$L/D$	$e$	$n_{cyl}$	$p_m$	$p_m/3$
1005,5 mm	$\infty$	11 mm	2	0,076 MPa	0,025 MPa
1005,5 mm	30	11 mm	2	0,076 MPa	0,025 MPa
1005,5 mm	20	11 mm	2	0,078 MPa	0,026 MPa
1005,5 mm	14	11 mm	2	0,084 MPa	0,028 MPa
1005,5 mm	10	11 mm	2	0,106 MPa	0,035 MPa
1005,5 mm	7	11 mm	2	0,197 MPa	0,066 MPa
1005,5 mm	4	11 mm	3	0,290 MPa	0,097 MPa
1005,5 mm	2	11 mm	4	0,613 MPa	0,204 MPa
1005,5 mm	$\infty$	20 mm	2	0,454 MPa	0,151 MPa
1005,5 mm	20	20 mm	2	0,459 MPa	0,153 MPa
1005,5 mm	10	20 mm	2	0,513 MPa	0,171 MPa
1005,5 mm	7	20 mm	2	0,684 MPa	0,228 MPa
1005,5 mm	4	20 mm	3	1,396 MPa	0,465 MPa
1005,5 mm	2	20 mm	4	2,797 MPa	0,932 MPa
1005,5 mm	$\infty$	30 mm	2	1,532 MPa	0,511 MPa
1005,5 mm	20	30 mm	2	1,542 MPa	0,514 MPa
1005,5 mm	10	30 mm	2	1,632 MPa	0,544 MPa
1005,5 mm	7	30 mm	2	1,899 MPa	0,633 MPa
1005,5 mm	4	30 mm	3	4,431 MPa	1,477 MPa
1005,5 mm	2	30 mm	3	7,737 MPa	2,579 MPa

Tabelle 4.1: Linearelastischer Beuldruck

Diese Vorgehensweise dient ausschließlich dazu, einen maximalen Grenzwert für die Außendruckbelastung zu erhalten, und wird deshalb auch auf jene Geometrien angewandt, welche die in EN 13445-3 [1]: Kapitel 8.5.1.1 geforderte maximale Toleranz von 0,5% des Radius überschreiten. Bei einer

tatsächlichen Auslegungsrechnung müßte der zulässige Außendruck für diese Zylinder dann gemäß Kapitel 8.5.1.3 (Zulässiger Druck bei Überschreiten der Toleranz von 0,5 %) ermittelt werden.

Der Außendruck wurde immer auf die äußere Schalenoberfläche des Finite Elemente Modells aufgebracht.

Erfordern es die äußeren Randbedingungen an den Zylinderenden (zum Beispiel geschlossener Zylinder), daß eine Längsspannung auf den Zylinder wirkt, dann wird diese als Kraft pro Längeneinheit (entsprechend der Schalentheorie) aufgebracht. Berechnet wird diese Schnittkraft (pro Längeneinheit) in Längsrichtung immer für den an beiden Enden geschlossenen Zylinder gemäß nachstehender Gleichung ( $[n_l] = \text{N/mm}$ ).

$$n_l = p \cdot \frac{r^2}{2 R_m} \quad (4.6)$$

Dabei ist  $r = R_m - e/2$  bei Innendruck (Druck wirkt auf innere Schalenoberfläche) und  $r = R_m + e/2$  bei Außendruck (Druck wirkt auf äußere Schalenoberfläche). Am Finite Elemente Modell wird diese Kraft an jenem Ende, das den mittleren Querschnitt des Zylinders darstellt aufgebracht.

# 5 Der Spannungserhöhungsfaktor

Der Spannungserhöhungsfaktor ist folgendermaßen definiert:

$$SCF = \frac{\sigma_{FE}}{\sigma_u} = \frac{\sigma_{FE}}{p \cdot r/e} \quad (5.1)$$

Dabei ist  $\sigma_{FE}$  die maximale, mittels geometrisch nichtlinearer Finite Elemente Analyse ermittelte, Spannung, in Umfangs- bzw. Längsrichtung, im betrachteten Querschnitt, an der Innen- oder Außenfläche der Schale.  $\sigma_u$  ist die Membranspannung in Umfangsrichtung der ideal kreisrunden Zylinderschale. Der Radius  $r$  und die Wanddicke  $e$  sind wie oben in Kapitel 4 definiert.

# 6 Spannungsermittlung

## 6.1 Ovalität

Bei der Berechnung der Ermüdungslebensdauer von geschweißten Bereichen nach EN 13445-3 Kapitel 18 sind die Hauptstrukturspannungen zu ermitteln, aus welchen dann die Strukturspannungsschwingbreite berechnet wird. Die Richtungen der Hauptstrukturspannungen liegen im Allgemeinen normal und parallel zur Umfangs- bzw. Längsschweißnaht. Aus diesem Grund werden bei den Finite Elemente Analysen immer die Umfangs- und Längsspannungen, im jeweils betrachteten Querschnitt, ermittelt.

Wie bereits unter 2.1 Allgemeines erwähnt, ist die Spannungsverteilung der Umfangsspannung über den Umfang im mittleren Querschnitt nicht genau symmetrisch (siehe auch Abbildung 2.2, Seite 5). Die maximale Umfangsspannung tritt entweder bei der Hauptachse an der inneren Oberfläche, oder bei der Nebenachse an der äusseren Oberfläche auf. Das gilt sowohl für Innen- als auch für Außendruckbelastung. Beim unendlich langen Zylinder tritt sowohl bei Innen-, als auch bei Außendruck an der Hauptachse das höhere Biegemoment, und somit die höchste Spannung auf (siehe [9]:Unrunde Zylinderschalen, Abb. 2.48). Mit kürzer werdender Zylinderlänge und bei höheren Außendrücken tritt das Maximum der Umfangsspannung allerdings öfter an der Nebenachse auf. In den Kurven für den Spannungserhöhungsfaktor wird dieses Verhalten deshalb folgendermaßen dargestellt: Befindet sich das Maximum der Umfangsspannung an der Innenseite der Hauptachse, so wird eine durchgezogene Linie (Volllinie) zur Darstellung verwendet. Befindet sich das Maximum der Umfangsspannung an der Außenseite der Nebenachse, so wird eine strichpunktierte Linie zur Darstellung verwendet. Ändert sich mit sinkendem Innendruck bzw. mit steigendem Außendruck der Linientyp, so bedeutet das, daß das Spannungsmaximum von der Innenseite der Hauptachse auf die Außenseite der Nebenachse wechselt.

Grundsätzlich wird immer folgendes Schema, auch für die Auswertung der Längsspannung, für die Zuordnung von Linientyp und Position, an der die

Spannung Auftritt verwendet:

Hauptachse, Innenseite: ——  
 Hauptachse, Außenseite: -----  
 Nebenachse, Innenseite: .....  
 Nebenachse, Außenseite: -----

Die maximale Spannung tritt immer an einer der vier genannten Positionen auf.

Bei der Ermittlung der Spannungen an einem Versteifungsring ist darauf zu achten, dass es aufgrund der verwendeten Schalenelemente und der Mittelung der Spannungen in den Knoten zu irreführenden und falschen Ergebnissen kommt. Um zu aussagekräftigen Spannungswerten zu kommen, werden nur die Knoten und Elemente des Zylinders, ohne den Versteifungsring, selektiert und dann die Spannungen ermittelt.

## 6.2 Aufdachung

Wie bereits im Kapitel 6.1 Spannungsermittlung bei Ovalität beschrieben, sind bei der Berechnung der Ermüdungslebensdauer nach EN 13445 Kapitel 18 die Hauptstrukturspannungen zu ermitteln. Aus diesen werden bei geschweißten Bereichen die Hauptstrukturspannungsschwingbreiten berechnet, in ungeschweißten Bereichen die Vergleichsspannungsschwingbreite und die Vergleichsmittelspannung.

Die maximalen Hauptspannungen treten immer direkt an der Aufdachung auf, und liegen in Umfangs- und Längsrichtung. Einzige Ausnahme stellt der Bereich der Aufdachung an der Einspannung am Ende der Zylinder dar. Bei den Finite Elemente Analysen wurden im betrachteten Querschnitt immer die Umfangs- und Längsspannungen ermittelt.

Wie in den folgenden Betrachtungen zu erkennen ist, tritt die maximale Umfangsspannung an der Aufdachung immer an der Innenseite der Zylinderschale auf.

# 7 Festlegungen in EN 13445

Zur Berücksichtigung von Formabweichungen an Längsnähten einer Zylinderschale, welche nicht in den Ermüdungskurven für geschweißte Bauteile berücksichtigt sind, schreibt die EN 13445-3 [1], in Kapitel 18: Ausführliche Berechnung der Ermüdungslebensdauer, als konservative Näherung folgenden Korrekturfaktor vor:

$$K_m = 1 + A_1 + A_2 + A_4. \quad (7.1)$$

$A_1$  berücksichtigt darin den Versatz der Mittellinien,  $A_2$  die Unrundheit einer Zylinderschale und  $A_4$  eine lokale Aufdachung.

Dieser Korrekturfaktor gilt nur für Hauptspannungen in Umfangsrichtung, dies ist in der Norm allerdings nicht explizit erwähnt.

## 7.1 Ovalität

$A_2$  ist laut Norm nach folgender Gleichung zu berechnen:

$$A_2 = \frac{3(R_{max} - R_{min})}{e \left[ 1 + \frac{p(1-\nu^2)}{2E} \left( \frac{2R}{e_n} \right)^3 \right]}. \quad (7.2)$$

Dabei ist  $R_{max}$  bzw.  $R_{min}$  der größte/kleinste Innenradius eines zylindrischen Behälters einschließlich Korrosionszuschlag,  $R$  der mittlere Innenradius des Zylinders,  $e_n$  die Nennwanddicke des Zylinders,  $e$  die minimal erforderliche Wanddicke des Zylinders,  $E$  der Elastizitätsmodul und  $p$  der Druck. Innendruck ist immer als positiver, Außendruck immer als negativer Wert einzusetzen. Für die hier durchgeführten Rechnungen und Vergleiche wird immer  $e = e_n$  gesetzt, da es für die hier durchgeführten Untersuchungen nicht notwendig und sinnvoll ist eine minimal erforderliche Wanddicke zu berechnen, und einen Korrosionszuschlag bzw. eine Wanddickentoleranz zu berücksichtigen.

Der Einfluss der Länge des Zylinders bleibt in der Gleichung (7.2) vollkommen unberücksichtigt. Daraus folgend wird auch die Art der Auflagerung an den Zylinderenden nicht berücksichtigt. Wie jedoch bereits in [3] gezeigt werden konnte, hat die Länge eines Zylinders einen sehr großen Einfluss auf den Spannungserhöhungsfaktor. Abbildung 7.1 zeigt das Verhalten des unendlich langen Zylinders verglichen mit dem Spannungserhöhungsfaktor, berechnet gemäß den oben beschriebenen Gleichungen (7.1) und (7.2).

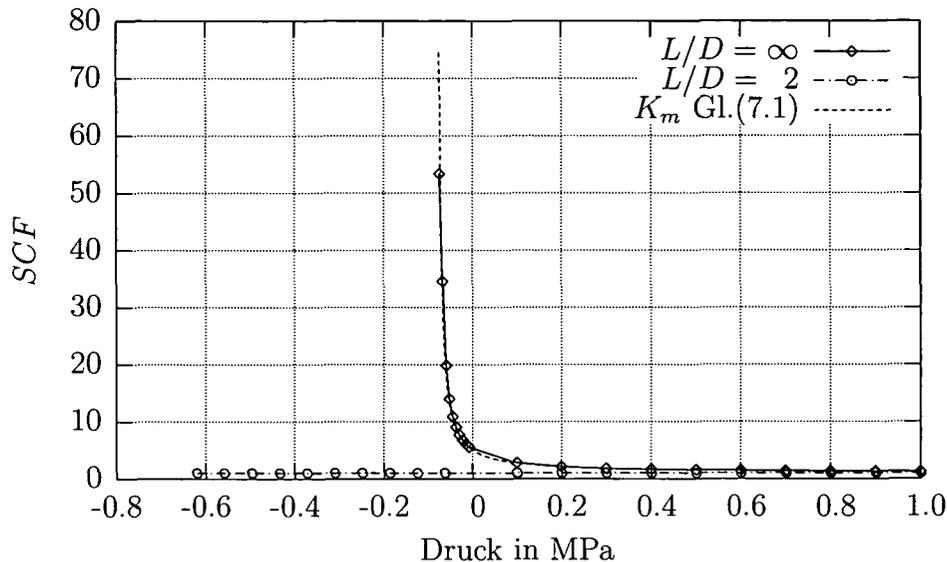


Abbildung 7.1: Vergleich der mittels FE-Analyse berechneten Spannungserhöhungsfaktoren der Umfangsspannung für  $\infty$ -langen und kurzen Zylinder und  $K_m = 1 + A_2$  mit  $A_2$  nach Gleichung (7.1) & (7.2),  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

Es ist zu erkennen, daß  $K_m$  die mittels Finite Elemente Analyse berechneten Werte für den unendlich langen Zylinder gut annähert. Nur bei hohem Außendruck nimmt die Differenz zu. Dieses Verhalten ist im Diagramm allerdings aufgrund der großen Steigung der Kurven nicht gut zu erkennen, und wird erst bei Betrachtung der Zahlenwerte ersichtlich, siehe Tabelle 7.1. Im technisch relevanten Bereich (Innendruck bis zum maximal zulässigen Druck und Außendruck bis  $p_m/3$ , siehe auch Kapitel 4) beschreibt  $K_m$  das Verhalten des unendlich langen Zylinders, mit einer maximalen Abweichung im Bereich von  $\pm 1\%$ , jedoch sehr gut. Die Abweichung  $\Delta$  wird dabei nach

folgender Formel berechnet:

$$\Delta = \frac{SCF - K_m}{SCF} \cdot 100 \% \quad (7.3)$$

$p$	$SCF(FE)$	$K_m$	$\Delta(\%)$
-0,074	53,356	113,258	-112,268
-0,0666	34,534	31,806	7,901
-0,0592	19,844	18,852	4,997
-0,0518	13,989	13,568	3,009
-0,0444	10,905	10,697	1,903
-0,037	9,062	8,894	1,848
-0,0296	7,701	7,656	0,576
-0,0222	6,805	6,754	0,746
-0,0148	6,115	6,067	0,780
-0,0074	5,569	5,527	0,745
0,1	2,792	2,777	0,521
0,2	2,149	2,135	0,654
0,3	1,827	1,834	-0,346
0,4	1,658	1,659	-0,065
0,5	1,562	1,545	1,137
0,6	1,470	1,464	0,393
0,7	1,413	1,404	0,627
0,8	1,365	1,358	0,484
0,9	1,329	1,322	0,524
1,0	1,298	1,292	0,501

Tabelle 7.1: Vergleich der Spannungserhöhungsfaktoren für  $\infty$ -langen Zylinder mit  $K_m$  nach Gleichung (7.1) & (7.2),  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5$  %,  $E = 210028$  MPa.

Weiters ist in Abbildung 7.1 der Spannungserhöhungsfaktor der maximalen Umfangsspannung im mittleren Querschnitt für einen sehr kurzen ( $L/D = 2$ ), an beiden Enden eingespannten Zylinder, mit geschlossenen Enden (gemäß Abbildung 8.1 auf Seite 30) dargestellt. Würde man die oben angeführten Gleichungen (7.1) und (7.2) auf einen solchen Zylinder anwenden, würde das, vor allem unter Außendruckbelastung, zu einem vollkommen falschen und viel zu konservativen Ergebnis der Ermüdungsanalyse führen.

Anmerkung: Gleichung (7.2) besitzt eine Singularität beim linearelastischen Beuldruck  $p_m$  des unendlich langen Zylinders, bei dessen Überschreitung der Wert von  $K_m$  negativ wird.

## 7.2 Aufdachung

Der die lokale Aufdachung in Gleichung (7.1) berücksichtigende Term  $A_4$  ist laut Norm nach folgender Gleichung zu berechnen. Wobei zu bemerken ist, daß hier statt der Nennwanddicke  $e_n$  die Berechnungswanddicke  $e_a$  eingesetzt ist, da die Verwendung von  $e_n$  nicht konservativ ist.

$$A_4 = \frac{6 \delta}{e_a} \quad (7.4)$$

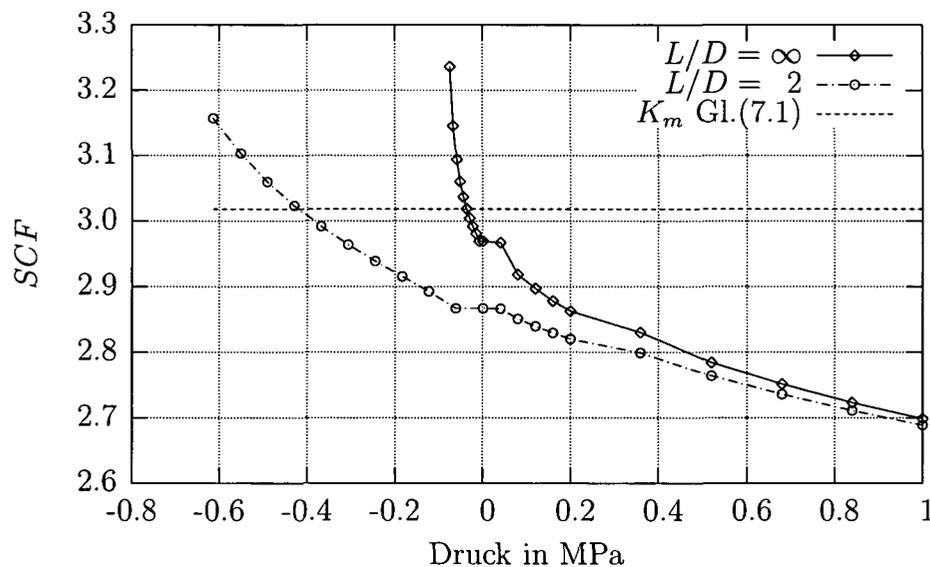


Abbildung 7.2: Vergleich der Spannungserhöhungsfaktoren der Umfangsspannung für  $\infty$ langen und kurzen Zylinder mit  $K_m$  nach Gleichung (7.1) & (7.4),  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm.

In dieser Gleichung ist nur die Höhe der Aufdachung und die Wanddicke des Zylinders berücksichtigt. Vergleicht man die Gleichung (7.4) mit jener nach [6], [7] und [8] (siehe Gleichungen (2.5a) und (2.5b), Seite 7), so zeigt sich,

daß der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität (und damit die Abhängigkeit des Spannungserhöhungsfaktors vom Druck) durch den Ausdruck in der geschwungenen Klammer berücksichtigt werden kann. In Abbildung 7.2 sind die Ergebnisse der Finite Elemente Analyse eines unendlich langen Zylinders und der entsprechende Spannungserhöhungsfaktor  $K_m$  dargestellt. Es ist zu erkennen, daß  $K_m$  im gesamten Bereich der Innendruckbelastung auf der konservativen Seite liegt. Bei Außendruck ist  $K_m$  jedoch nicht über den gesamten Bereich konservativ. Da der Spannungserhöhungsfaktor  $SCF_L$  nach Gleichung 2.5 das Verhalten des unendlich langen Zylinders sehr gut beschreibt, wurde die Lage des Schnittpunkts mit  $K_m$  berechnet, um zu überprüfen, ob  $K_m$  im technisch relevanten Bereich bis  $p_m/3$  konservativ ist. Über die Beziehung  $SCF_L = K_m$  erhält man den Zusammenhang zwischen  $k$  und dem Aufdachungswinkel  $\alpha_p$ . Dieser wurde numerisch ermittelt, und ist in Abbildung 7.3 dargestellt. Es zeigt sich, daß  $k$  mit guter Genauigkeit als lineare Funktion von  $\alpha_p$  (in Grad) beschrieben werden kann, eine Regression liefert:

$$k = 0,00189134 \cdot \alpha_p + 1,54664.$$

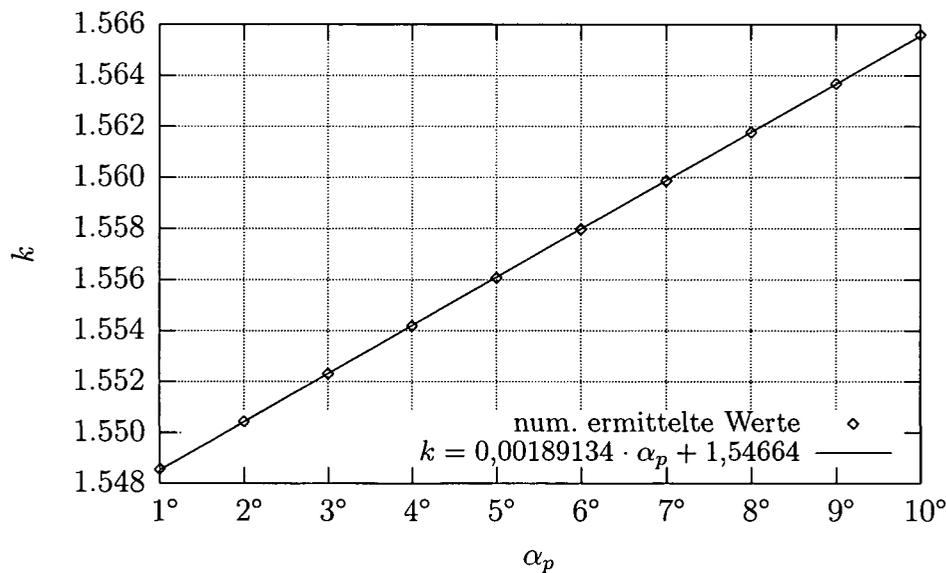


Abbildung 7.3: Zusammenhang zwischen  $k$  und Aufdachungswinkel  $\alpha_p$

Die Beziehung  $k^2 = 1 - K\hat{p}R$  und Gleichung 2.7 liefern somit den Druck  $\hat{p}$ , an dem sich die Kurve von  $SCF_L$  und  $K_m$  schneiden:

$$\hat{p} = [1 - (0,00189134 \cdot \alpha_p + 1,54664)^2] \frac{E e^3}{12 R_m^3 (1 - \nu^2)}, \quad (7.5)$$

bzw. mit dem maximal zulässigen Auslegungsdruck für Außendruckbelastung  $p_m/3$  eingesetzt:

$$\hat{p} = \frac{p_m}{3} [(0,00189134 \cdot \alpha_p + 1,54664)^2 - 1] . \quad (7.6)$$

Da der Wert der eckigen Klammer immer größer als Eins ist, liegt der Schnittpunkt von  $SCF_L$  mit  $K_m$  immer außerhalb des technisch relevanten Druckbereichs, und ist somit immer auf der konservativen Seite. Allerdings wird die Abweichung von  $K_m$  zu den Werten der geometrisch nichtlinearen Finite Elemente Analysen mit steigendem Innendruck immer größer und  $K_m$  liefert somit unnötig große Werte. Dies gilt immer für den unendlich langen Zylinder, unabhängig von den sonstigen Geometriedaten.

Eine Implementierung der Gleichungen 2.5, und somit die Berücksichtigung des geometrisch nichtlinearen Verhaltens in die Ermüdungsberechnung nach EN 13445-3 Kapitel 18 wäre auf einfache Weise möglich, und steht in ASME VIII Division 2 Rewrite bereits zur Diskussion. Es wäre dabei nur notwendig den Korrekturfaktor  $A_4$  (welcher die Höhe der Aufdachung berücksichtigt) um einen weiteren Korrekturfaktor  $CF$ , welcher das nichtlineare Verhalten des Zylinders berücksichtigt, zu erweitern. Die Gleichung für den Modifizierten Korrekturfaktor  $\hat{A}_4$  müsste demnach folgendermaßen lauten:

$$\hat{A}_4 = \frac{6 \delta}{e_a} \cdot CF \quad (7.7)$$

mit dem Korrekturfaktor  $CF$ :

Für  $KpR_m > 1$  und mit  $k^2 = KpR_m - 1$ :

$$CF = \frac{2(k^2 + 1)}{k^4 \alpha_p^2} [\cosh(k\alpha_p) - 1 + (k\alpha_p - \sinh(k\alpha_p)) \cdot \coth(k\pi)] - \frac{1 - (\alpha_p/3\pi)}{k^2} \quad (7.8a)$$

Für  $KpR_m < 1$  und mit  $k^2 = 1 - KpR_m$ :

$$CF = \frac{1 - (\alpha_p/3\pi)}{k^2} + \frac{2(k^2 - 1)}{k^4 \alpha_p^2} [1 - \cos(k\alpha_p) - (k\alpha_p - \sin(k\alpha_p)) \cdot \cot(k\pi)] \quad (7.8b)$$

Der Korrekturfaktor  $CF$  kann auch einfach in Diagrammform (siehe Abbildung 7.6) dargestellt werden. Die untere Grenze an der Abszisse im Diagramm Abbildung 7.6 stellt mit  $KpR_m = -1$  den maximal zulässigen linearelastischen Auslegungsdruck  $p_m/3$  dar.

Auf diese Weise wäre, ebenso wie für die ovale Formabweichung, das geometrisch nichtlineare Verhalten des unendlich langen Zylinders mit lokaler Aufdachung berücksichtigt, und die unnötigerweise viel zu konservativen großen Werte im Bereich der Innendruckbelastung eliminiert. In Abbildung 7.4 ist Verhalten von  $K_m = 1 + \hat{A}_4$  verglichen mit den Daten der Finite Elemente Analysen dargestellt. Es zeigt sich, daß die mittels Finite Elemente Analyse ermittelten Werte, im technisch relevanten Druckbereich, gut durch den mit  $\hat{A}_4$  berechneten Korrekturfaktor angenähert werden. Die Abweichung, berechnet nach Gleichung 7.3 (siehe Abbildung 7.5), liegt für die hier betrachteten Zylinder zwar nicht auf der konservativen Seite, ist jedoch mit Werten im Bereich zwischen Null und zwei Prozent sehr gering. Nur bei Überschreitung des maximal zulässigen linearelastischen Auslegungsdrucks  $p_m/3$  nimmt die Abweichung sehr schnell zu, allerdings auf der konservativen Seite. Das ist in der Praxis allerdings nicht von Bedeutung.

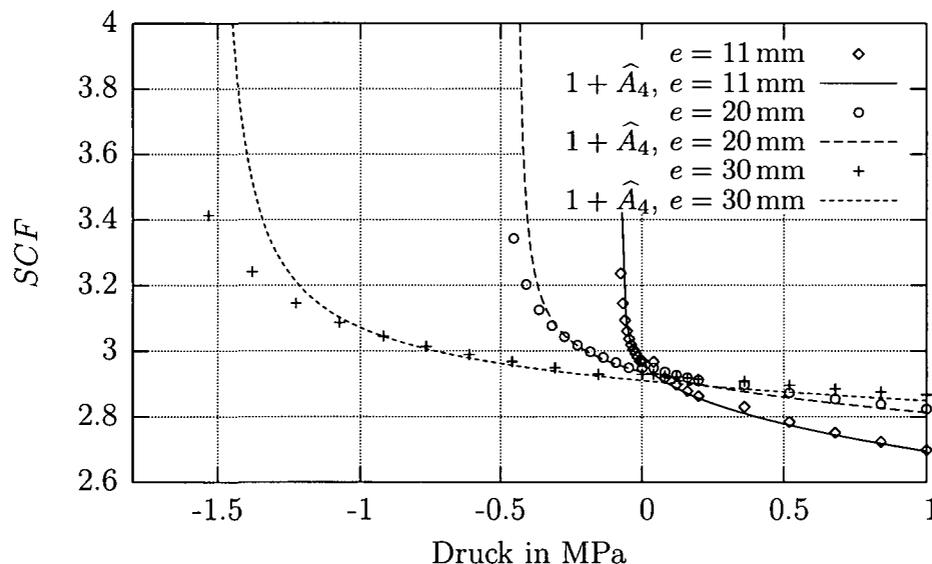


Abbildung 7.4: Vergleich der Spannungserhöhungsfaktoren der Umfangsspannung für  $\infty$ langen Zylinder mit  $K_m = 1 + \hat{A}_4$ ,  $R = 1000$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $\delta = e/3$ .

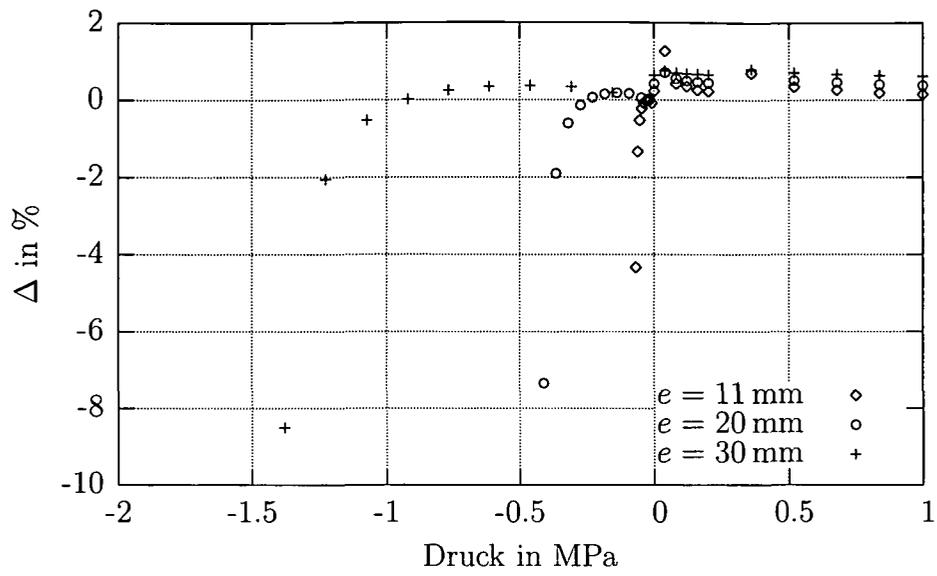


Abbildung 7.5: Abweichung  $\Delta$

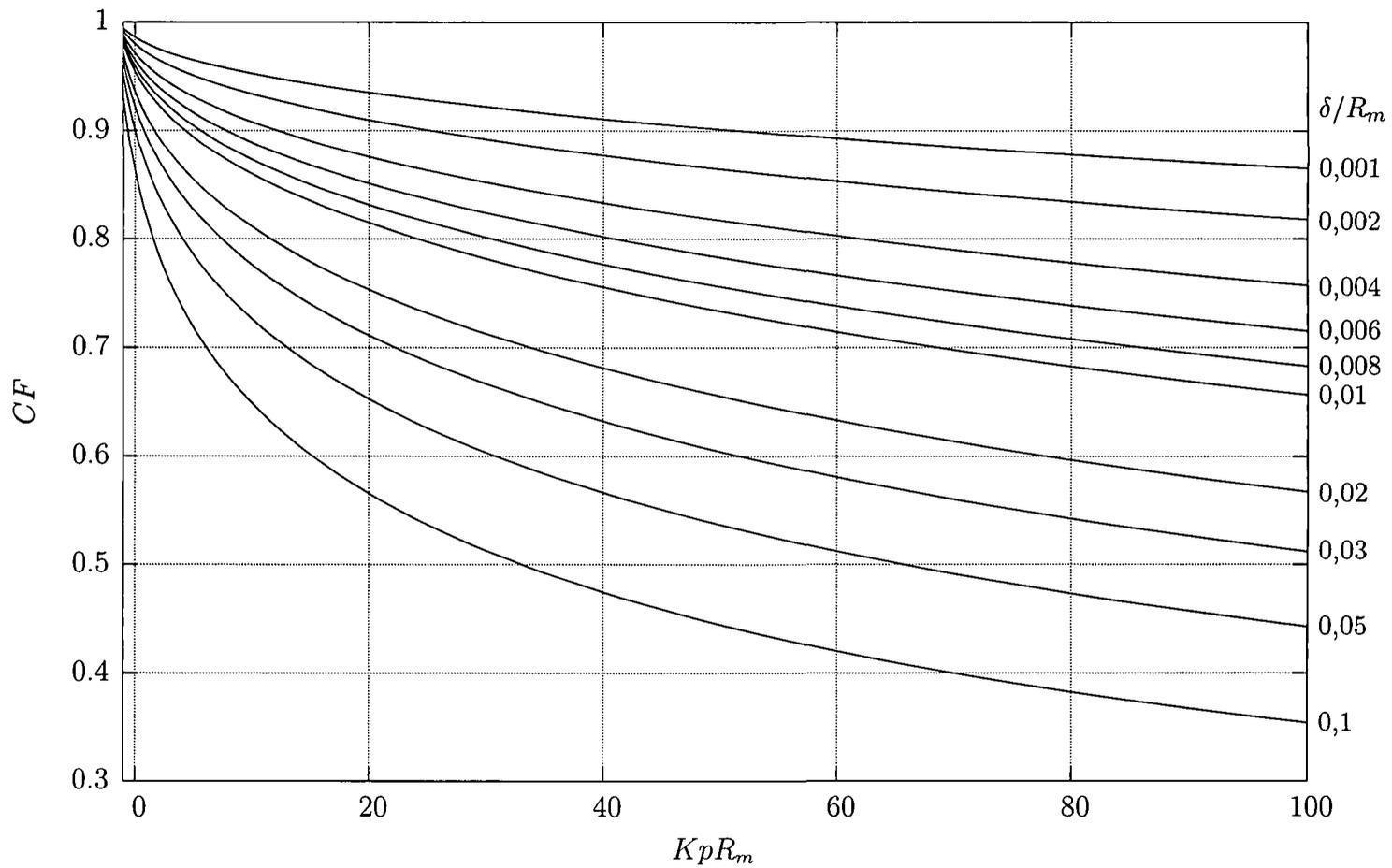


Abbildung 7.6: Korrekturfaktor  $CF$  für lokale Aufdachungen.

# 8 Finite Elemente Analysen für ovale Formabweichung

## 8.1 Einfluss der Zylinderlänge auf den Spannungserhöhungsfaktor

Um den Einfluss der Länge, und damit, vorerst noch indirekt der Randbedingungen an den Enden, des Zylinders zu untersuchen, wurden, wie bereits in [3], Zylinder unterschiedlicher Länge betrachtet. Die Randbedingungen an den Zylinderenden wurden folgendermaßen gewählt: An einem Ende alle Verschiebungs- und Rotationsfreiheitsgrade gleich Null, am anderen Ende alle Rotationsfreiheitsgrade und die Verschiebungen in radialer ( $u=0$ ) und in Umfangsrichtung ( $v=0$ ) gleich Null. An letzterem Ende wurde ebenfalls die Längsspannung  $n_l$  aufgrund der Deckelkräfte aufgegeben. Abbildung 8.1 zeigt schematisch die Randbedingungen.

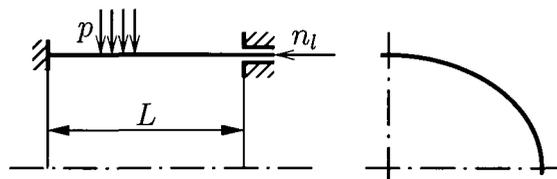


Abbildung 8.1: Randbedingungen am endlich langen Zylinder

Da jedoch aus Symmetriegründen, wie in Kapitel 3.1 erläutert, nur die halbe Länge des Zylinders und nur ein Viertel des Querschnitts modelliert werden muß, sind die folgenden Randbedingungen am Finite Elemente Modell notwendig:

- An den Zylinderlängskanten: Verschiebung in Umfangsrichtung und Rotationsfreiheitsgrad in Richtung der Zylinderlängsachse gleich Null.

- Am mittleren Querschnitt: Rotationsfreiheitsgrade in radialer und in Umfangsrichtung gleich Null; Verschiebung in Richtung der Zylinderachse aller Knoten gekoppelt; Aufgabe der Längsspannung  $n_l$ .
- Am Endquerschnitt: Alle Rotationsfreiheitsgrade und Verschiebungen gleich Null.

Die Randbedingungen des Modells für den unendlich langen Zylinder unterscheiden sich zum Endlich langen nur im Endquerschnitt: Verschiebung in axialer Richtung und Rotationsfreiheitsgrade in Umfangs- und radialer Richtung gleich Null. In Abbildung 8.2 ist exemplarisch das Modell für den Zylinder mit einem Länge zu Durchmesser Verhältnis  $L/D = 2$  dargestellt. Das zugehörige Eingabefile befindet sich im Anhang B.

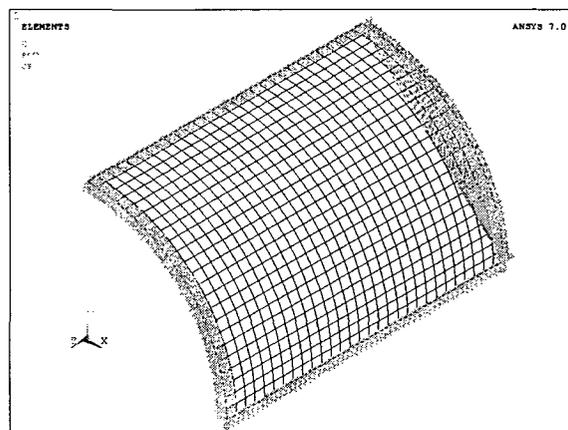


Abbildung 8.2: Finite Elemente Netz für einen Zylinder mit ovaler Formabweichung,  $L/D = 2$

### 8.1.1 Hauptspannung in Umfangsrichtung

Vergleicht man den Term im Nenner von  $A_2$  aus Gleichung (7.2) mit der Gleichung für den linearelastischen Beuldruck  $p_m$  des unendlich langen Zylinders (siehe Gl. (4.4)), dann läßt sich erkennen, daß  $A_2$  auch folgendermaßen dargestellt werden kann:

$$\tilde{A}_2 = \frac{3(R_{max} - R_{min})}{e[1 + p/p_m]} \quad (8.1)$$

Wie jedoch schon in [3] und [5] festgestellt werden konnte, eignet sich diese einfache Gleichung nicht zur Beschreibung des Verhaltens der endlich langen Zylinder. Allgemein kann gesagt werden, daß je kürzer der Zylinder ist, desto weniger stimmen die nach Gleichung (8.1) berechneten Werte mit den Ergebnissen der Finite Elemente Berechnungen überein. Zur Veranschaulichung sind in Abbildung 8.3 die Ergebnisse für zwei Zylinder unterschiedlicher Länge dargestellt.

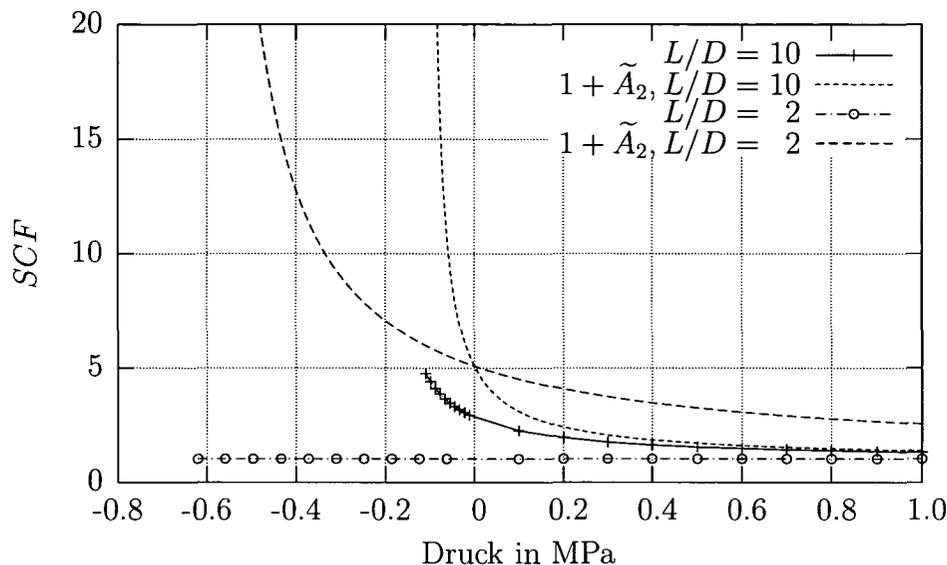


Abbildung 8.3: Vergleich von  $1 + \tilde{A}_2$  mit den entsprechenden Spannungserhöhungsfaktoren der FE-Analyse,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

Es zeigen sich dabei folgende grundsätzliche Probleme: Mit Erreichen des elastischen Beuldrucks gehen die Spannungen der endlich langen Zylinder nicht gegen Unendlich, so wie die mittels  $\tilde{A}_2$  berechneten Werte. Weiters erhält man mit  $\tilde{A}_2$  für Zylinder unterschiedlicher Länge mit konstantem  $(R_{max} - R_{min})/e$  immer denselben Wert für den Spannungserhöhungsfaktor beim Nulldurchgang des Drucks. Dieses Verhalten entspricht ebenfalls nicht den Ergebnissen der Finite Elemente Analysen.

In den Abbildungen 8.4, 8.5 und 8.6 sind die Ergebnisse der Finite Elemente Analysen für Zylinder mit unterschiedlichen Wanddicken dargestellt.

Betrachtet man das Verhalten der unterschiedlich langen Zylinder, so lässt sich feststellen, daß mit kürzer werdendem Zylinder der Einfluss der geo-

metrischen Nichtlinearität sinkt. In den Abbildungen 8.8 und 8.9 sind die Spannungen entlang jener Mantellinie des Zylinders dargestellt, an welcher im mittleren Querschnitt die maximale Umfangsspannung auftritt. Das ist die Hauptachse des elliptischen Querschnitts beim langen und die Nebenachse beim kurzen Zylinder. Die Spannungen sind über die Zylinderlänge, von  $L = 0$  mm (entspricht dem eingespannten Querschnitt) bis zum mittleren Querschnitt, dargestellt. Vergleicht man die Spannungsverläufe des langen und des kurzen Zylinders miteinander, so fällt der sehr unterschiedliche Verlauf der Kurven deutlich auf. Beim kurzen Zylinder ist im Diagramm kein Unterschied zwischen der geometrisch linearen und der geometrisch nichtlinearen Lösung festzustellen, während beim langen Zylinder die Abweichung von der Einspannung zur Mitte hin immer größer wird. Vergleicht man die Spannungen der geometrisch nichtlinearen Finite Elemente Analyse mit den Spannungen des ideal kreisrunden Zylinders, berechnet nach Schalentheorie (geometrisch linear und linearelastisches Werkstoffgesetz), so lässt sich weiters feststellen, daß die Spannungen beim kurzen Zylinder sehr gut übereinstimmen. Mit steigender Länge des Zylinders nimmt diese Übereinstimmung allerdings sehr rasch ab. Dies ist auch in Abbildung 8.7 zu erkennen, da der Wert des Spannungserhöhungsfaktors mit steigender Zylinderlänge nicht im Bereich von Eins bleibt.

Abbildung 8.7 zeigt das Verhalten des Spannungserhöhungsfaktors im mittleren Zylinderquerschnitt in Abhängigkeit des Verhältnisses Durchmesser zu Zylinderlänge  $D/L$ , bei maximal zulässigem Auslegungsdruck  $p_m/3$ . Entlang einer Kurve ändert sich somit der Druck. Es zeigt sich, daß unabhängig von der Wanddicke der Zylinder, erst ab einem Verhältnis von Länge zu Durchmesser von  $L/D = 4$  ( $D/L = 0,25$  im Diagramm) ein deutlicher Einfluss der Formabweichung auf den Spannungserhöhungsfaktor zu erkennen ist.

8 Finite Element Analysen für ovale Formabweichung

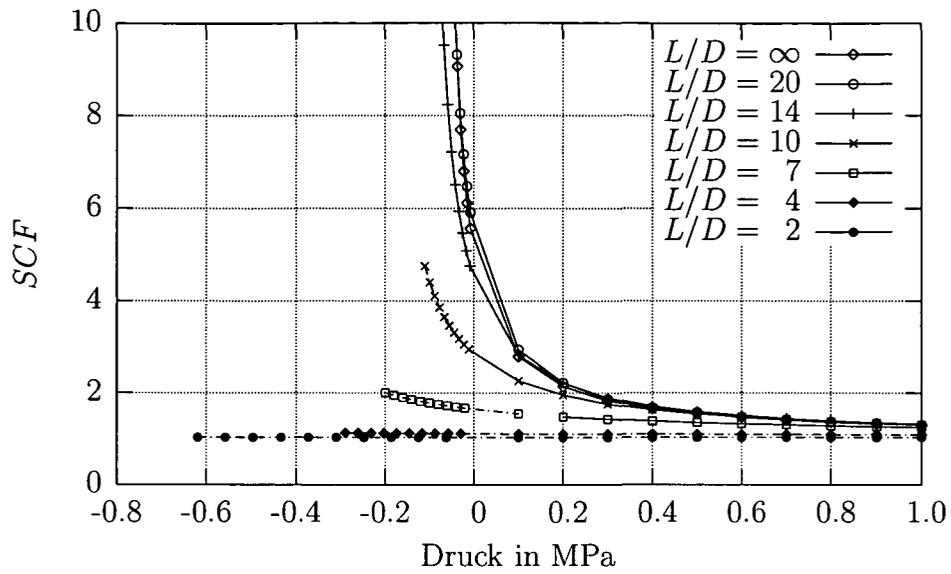


Abbildung 8.4: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

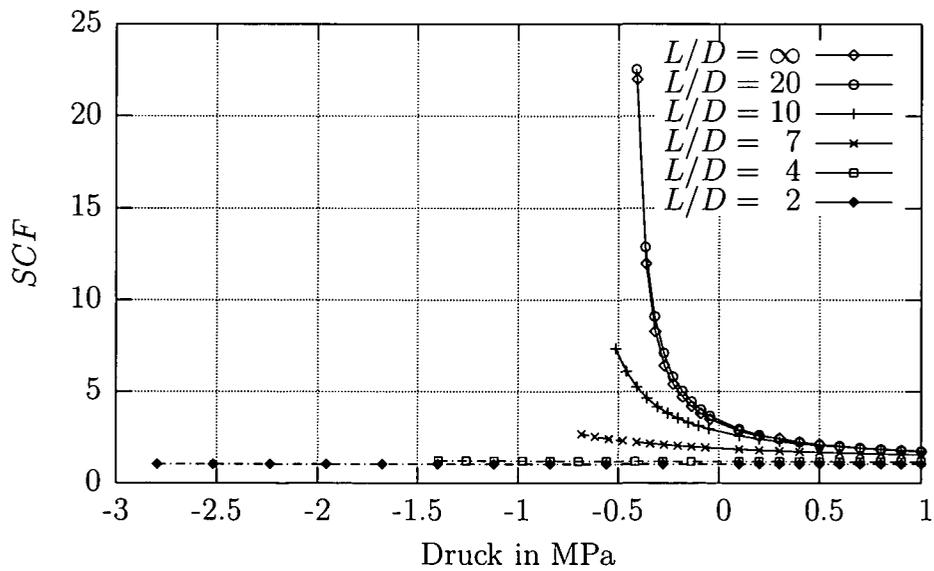


Abbildung 8.5: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 995,5$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

8 Finite Element Analysen für ovale Formabweichung

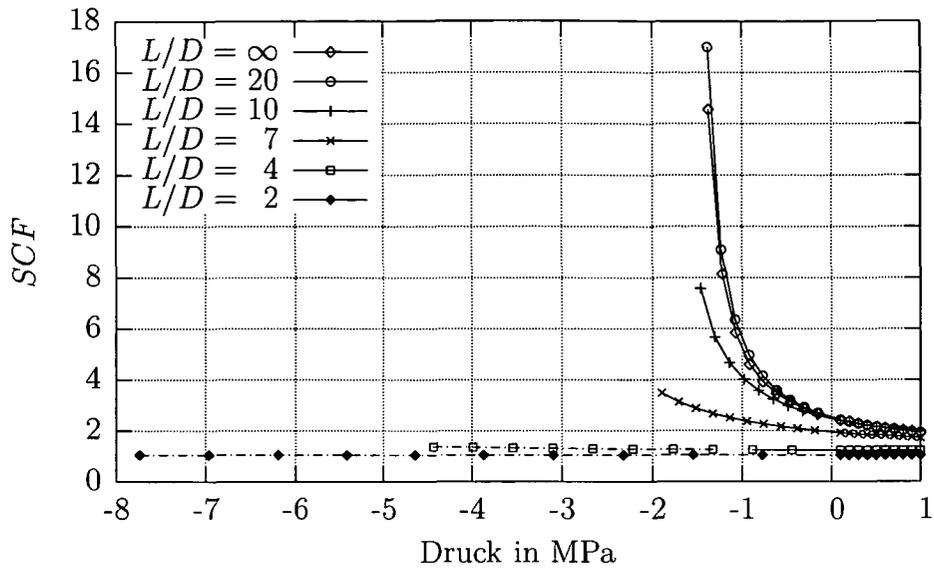


Abbildung 8.6: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 990,5$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5$  %,  $E = 210028$  MPa.

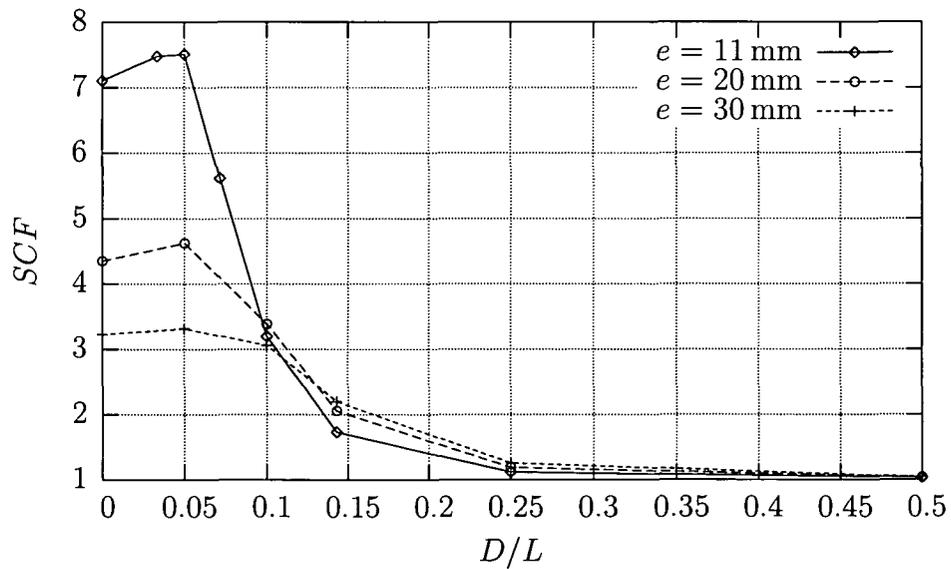


Abbildung 8.7: Ergebnisse der FE-Analysen.  $SCF$  als Funktion von Durchmesser zu Länge, bei einem Druck von  $p_m/3$ .  $R_m = 1005,5$  mm,  $O = 1,5$  %,  $E = 210028$  MPa

8 Finite Element Analysen für ovale Formabweichung

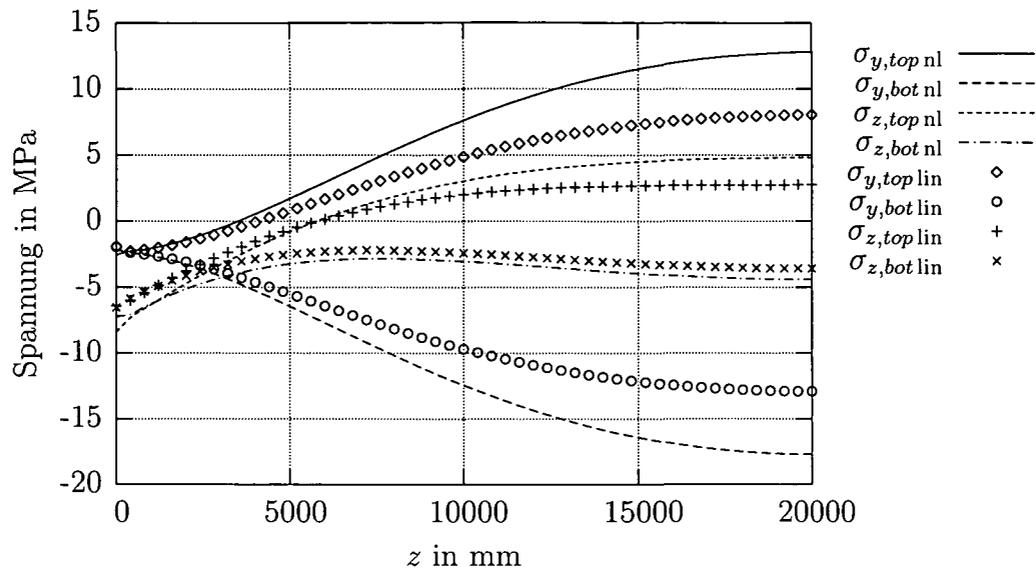


Abbildung 8.8: Spannungen entlang der Mantellinie der Hauptachse,  $L/D = 20$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

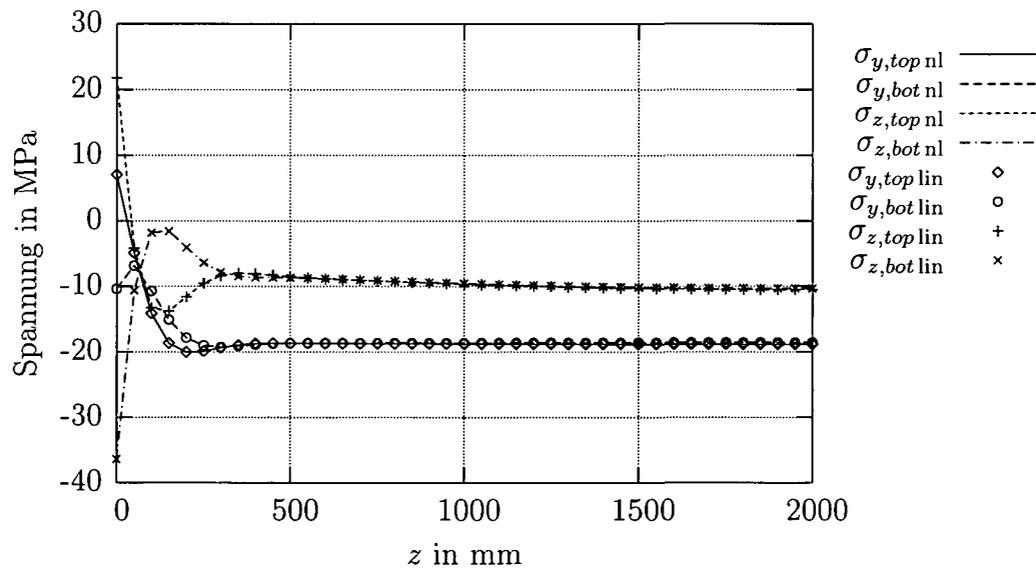


Abbildung 8.9: Spannungen entlang der Mantellinie der Nebenachse,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

## 8 Finite Element Analysen für ovale Formabweichung

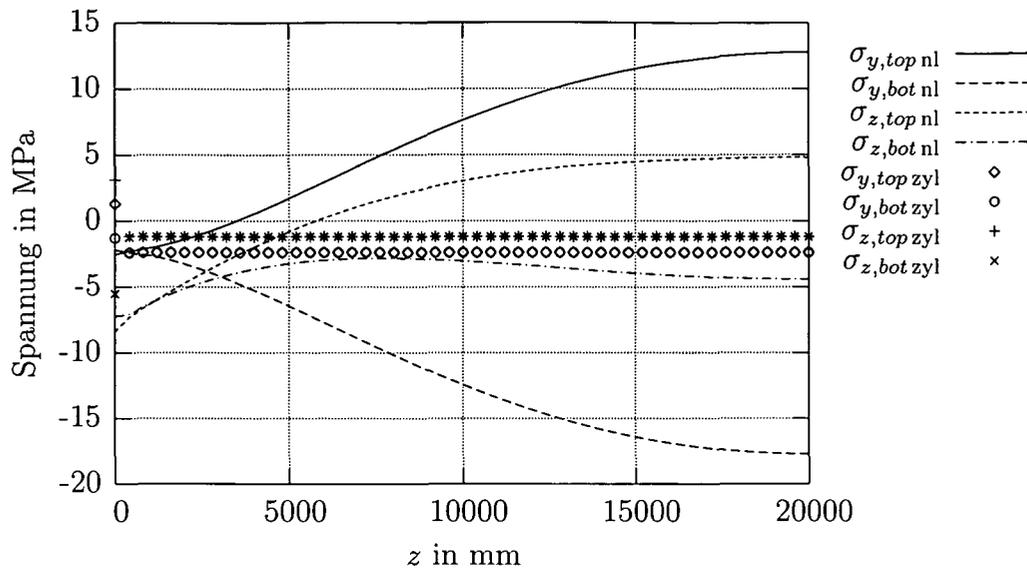


Abbildung 8.10: Spannungen entlang der Mantellinie der Hauptachse,  $L/D = 20$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

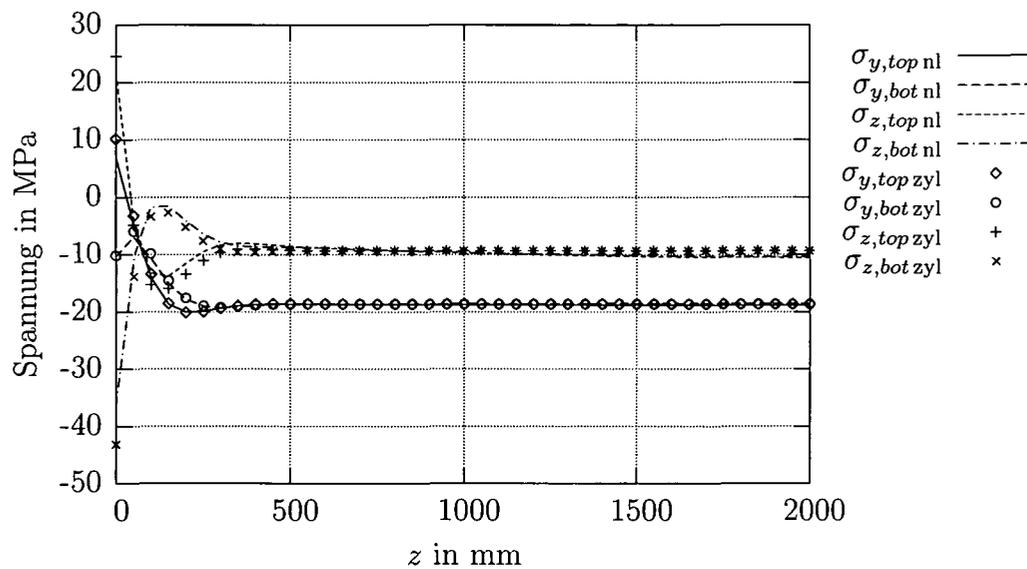


Abbildung 8.11: Spannungen entlang der Mantellinie der Nebenachse,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

### 8.1.2 Hauptspannung in Längsrichtung

Der Spannungserhöhungsfaktor für Längsspannung wird ebenfalls nach Gleichung 5.1 (Seite 18) berechnet, ist also auf die Membranspannung in Umfangsrichtung der ideal kreisrunden Zylinderschale bezogen.

In den nachfolgenden Diagrammen treten negative Spannungserhöhungsfaktoren auf. Das bedeutet, daß bei Innendruckbelastung die maximale Spannung eine Druckspannung ist, bei Außendruckbelastung ist die maximale Spannung eine Zugspannung. Das ergibt sich daraus, daß der äußerer Überdruck negativen Werten entspricht, und die Membranspannung in Umfangsrichtung somit ebenfalls negativ ist (entsprechend der allgemein üblichen Definition Zugspannung – positiv, Druckspannung – negativ).

In den Abbildungen sind die maximalen Spannungserhöhungsfaktoren für die unterschiedlichen Geometrien dargestellt. Da sich die Position an der das Spannungsmaximum auftritt für unterschiedliche Geometrien (speziell auch für unterschiedliche Längen bei ansonsten gleichen Querschnittabmessungen) als auch für unterschiedliche Drücke ändert, sind die vier möglichen Positionen in den Diagrammen durch verschiedene Linientypen dargestellt:

Hauptachse, Innenseite:    ———  
 Hauptachse, Außenseite:   - - - - -  
 Nebenachse, Innenseite:   - · - · - · -  
 Nebenachse, Außenseite:   - · - - -

Die maximale Spannung tritt immer an einer der vier genannten Positionen auf.

Wie bereits zuvor erwähnt ist in EN 13445-3 Kapitel 18 nicht angegeben, ob der Spannungserhöhungsfaktor  $K_m = 1 + A_2$  nach Gleichung (7.1) und (7.2) auch für die Berechnung der Spannungen in Längsrichtung verwendet werden kann. In Abbildung 8.12 sind die Ergebnisse der Finite Elemente Analysen der unendlich langen Zylinder verglichen mit  $K_m/2$  dargestellt.  $K_m/2$  deshalb, weil der Spannungserhöhungsfaktor  $SCF$  auf die Umfangsspannung bezogen ist. Berechnet man die Abweichung des Spannungserhöhungsfaktors  $K_m/2$  von den mittels Finite Elemente Analyse ermittelten Werten gemäß Gleichung 7.3, dargestellt in Abbildung 8.13, so zeigt sich, daß diese, im Bereich der technisch zulässigen Belastung bis  $p_m/3$ , mit Werten zwischen  $-10\%$  und  $-50\%$  doch sehr groß ist.

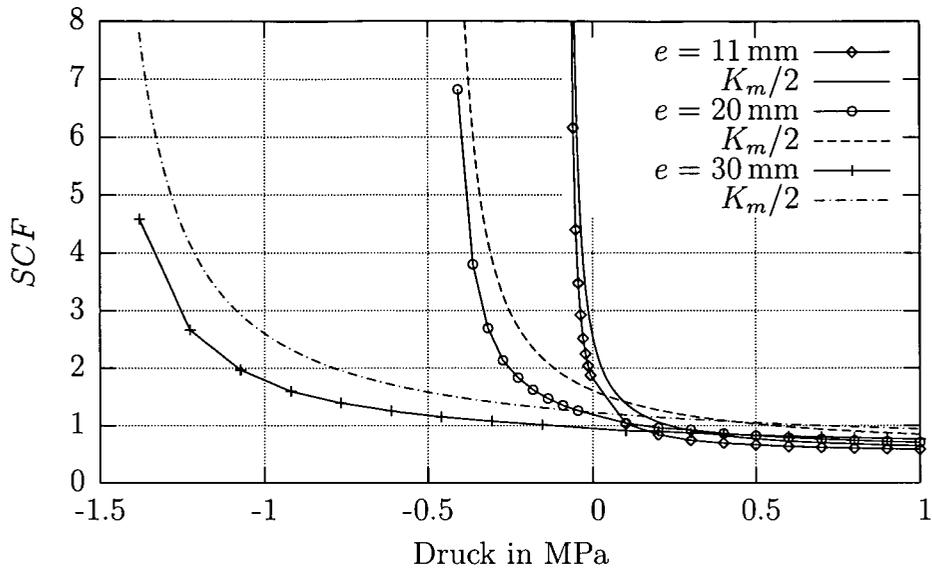


Abbildung 8.12: Ergebnisse der FE-Analysen der  $\infty$ langen Zylinder verglichen mit  $K_m/2$ ,  $R = 1000$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

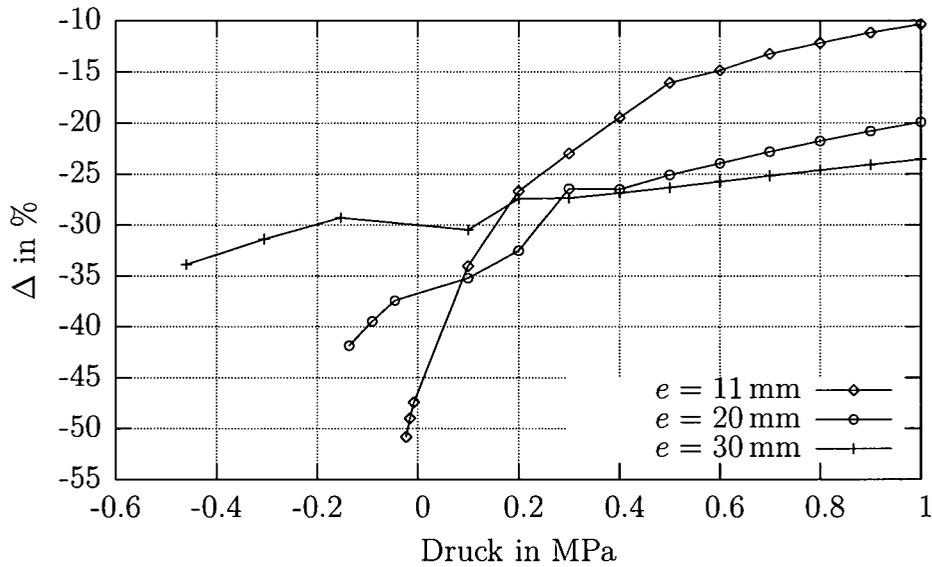


Abbildung 8.13: Abweichung von  $K_m/2$ .

8 Finite Element Analysen für ovale Formabweichung

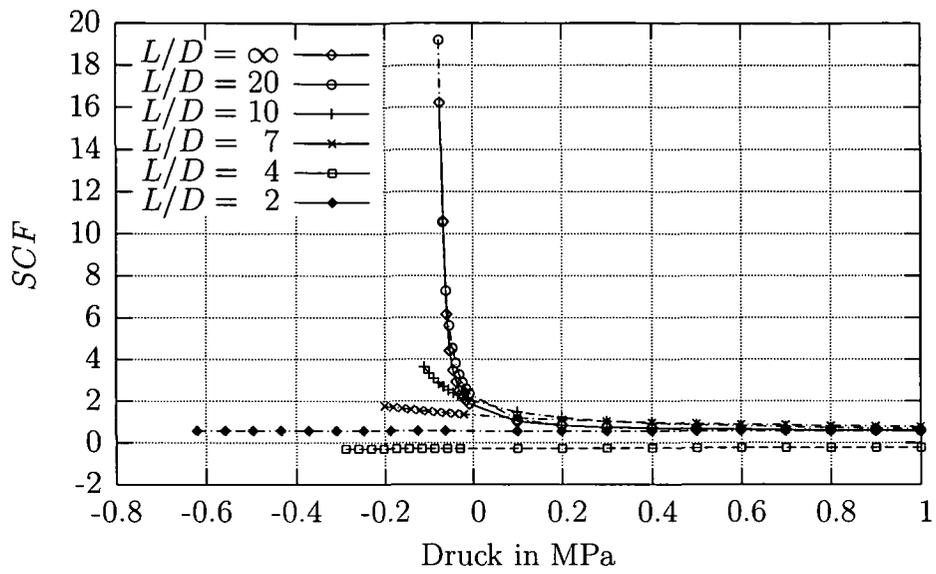


Abbildung 8.14: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

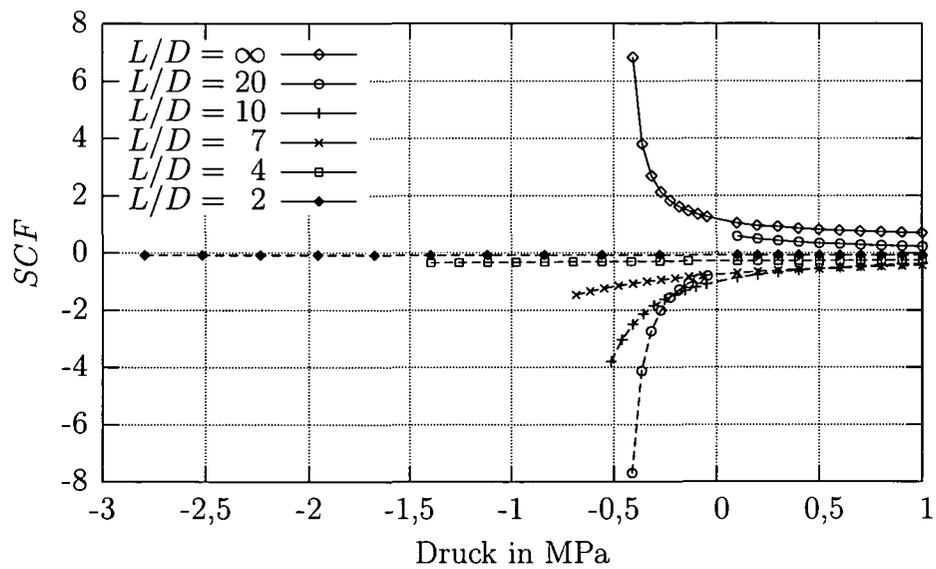


Abbildung 8.15: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

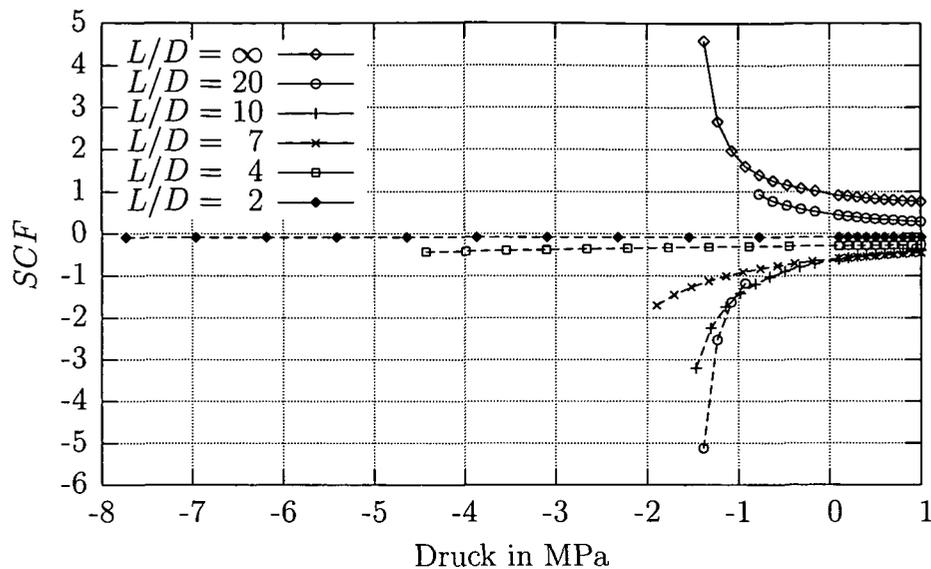


Abbildung 8.16: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa.

## 8.2 Einfluss der Randbedingungen und der Deckelkraft

Im vorhergehenden Abschnitt wurden geschlossene Zylinder mit vollständig eingespannten Enden betrachtet. Im folgenden werden Zylinder gleicher Geometrie mit unterschiedlichen Randbedingungen (Lagerung) untersucht, um den Einfluss auf den Spannungserhöhungsfaktor der Umfangs- und Längsspannung zu bestimmen.

In Kapitel 8: Schalen unter Außendruck der EN 13445-3 [1] werden unversteifte und versteifte Zylinderschalen unterschieden. Bei letzteren wird wiederum in schwere und leichte Versteifungen unterteilt. Als schwere Versteifung kann z.B. ein Flansch betrachtet werden. Eine leichte Versteifung ist üblicherweise ein Ring, T-Stück, Winkel oder I-Querschnitt. Die im nachfolgenden betrachteten Fälle 1 bis 6 können somit als endlich lange und unversteifte Zylinder, oder als Zylinder mit schwerer Versteifung angesehen werden. Der Fall 7 gilt nach dieser Definition als leichte Versteifung.

In Abbildung 8.17 sind die verschiedenen Arten der untersuchten Randbedingungen schematisch dargestellt. Die Geometrie des Versteifungsrings (Fall 7, Abbildung 8.18) ist so gewählt, daß sie nach ON M 7304 [2] als wirksame

Versteifung zulässig ist. Die Bedingung dafür lautet mit der hier verwendeten Nomenklatur:

$$I \geq \frac{0,124 \cdot p \cdot D_a^3 \cdot \sqrt{D_a \cdot e_a}}{E}. \quad (8.2)$$

Dabei ist  $I$  das Flächenträgheitsmoment des (um die Wanddickenzuschläge verminderten) Querschnitts des Versteifungsrings, bezogen auf die zur Mantelachse parallele Schwerpunktschwerachse  $\xi$ - $\xi$  des Versteifungsquerschnitts. Für die in Abbildung 8.18 angegebenen Abmessungen beträgt das Flächenträgheitsmoment  $I = 566406 \text{ mm}^4$ . Die angegebenen Wanddicken sind die Berechnungswanddicken.

Die Linientypen der einzelnen Kurven geben wieder Auskunft über die Position der maximalen Spannung. Der Zusammenhang zwischen Linientype und Position ist derselbe wie bisher, siehe Seite 20.

Fall 1:		
Fall 2:		
Fall 3:		
Fall 4:		
Fall 5:		
Fall 6:		
Fall 7:		

Abbildung 8.17: Randbedingungen

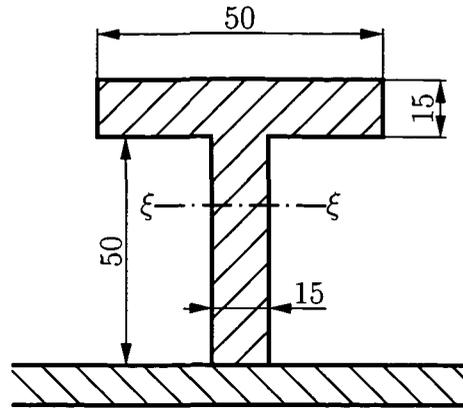


Abbildung 8.18: Geometrie des Versteifungsring, Fall 7

### 8.2.1 Spannungserhöhungsfaktoren im mittleren Zylinderquerschnitt

Um die Diagramme übersichtlicher zu gestalten, sind die Ergebnisse des Zylinders mit den Versteifungsringen (Fall 7) in getrennten Diagrammen dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen für die Fälle 1 bis 6 in Umfangsrichtung kaum nennenswerte Unterschiede. Beim kurzen Zylinder (Abbildung 8.19) sind die Kurven für die einzelnen Randbedingungen zwar deutlich voneinander getrennt, dies ist allerdings nur aufgrund der geringen Steigung der Kurven und der daraus resultierenden Skalierung so gut zu erkennen. Der tatsächliche Unterschied liegt in einem Bereich von ca. 0,1%, und ist somit praktisch kaum relevant. Beim langen Zylinder sind die einzelnen Kurven optisch kaum zu unterscheiden, die Auswertung der Zahlenwerte ergibt einen maximalen Unterschied von 0,7%, welcher ebenfalls vernachlässigbar ist. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß in Umfangsrichtung immer Fall 5 die größten Spannungen liefert. Ein deutlicher Unterschied zeigt sich im Vergleich zwischen den Zylindern mit dem Versteifungsring (Fall 7) und den Zylindern Fall 1 bis 6 (siehe Abbildung 8.23 und 8.24). Sowohl beim kurzen als auch beim langen Zylinder liegen die Spannungserhöhungsfaktoren der Umfangsspannung der Zylinder mit Versteifungsring deutlich über den Werten der restlichen betrachteten Zylinder. Dies gilt vor allem auch im Bereich der Außendruckbelastung.

Bei der Betrachtung der Spannungserhöhungsfaktoren der Längsspannung zeigt sich folgendes: Die Kurven für die Fälle 2 und 5, 1 und 4 und 3 und 6 liegen jeweils sehr eng beisammen, somit kann gesagt werden, daß die Sperre des Rotationsfreiheitsgrads in Umfangsrichtung kaum Einfluss auf den Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im mittleren Zylinderquerschnitt hat (siehe Abbildung 8.20 und 8.22). Von großer Bedeutung ist allerdings, ob der Zylinder an beiden Enden fix eingespannt, frei in achsialer Richtung verschiebbar oder mit aufgebracht Längskraft modelliert wird. Die Zylinderlänge hat zwar grundsätzlich Einfluss auf den Spannungserhöhungsfaktor, auf die oben getroffenen Aussagen allerdings nicht. Die Zylinder mit Versteifungsring (Fall 7) zeigen im Vergleich zu den anderen Auflagerungsarten eine wesentliche Erhöhung des Spannungserhöhungsfaktors der Längsspannung, vor allem bei Außendruckbelastung.

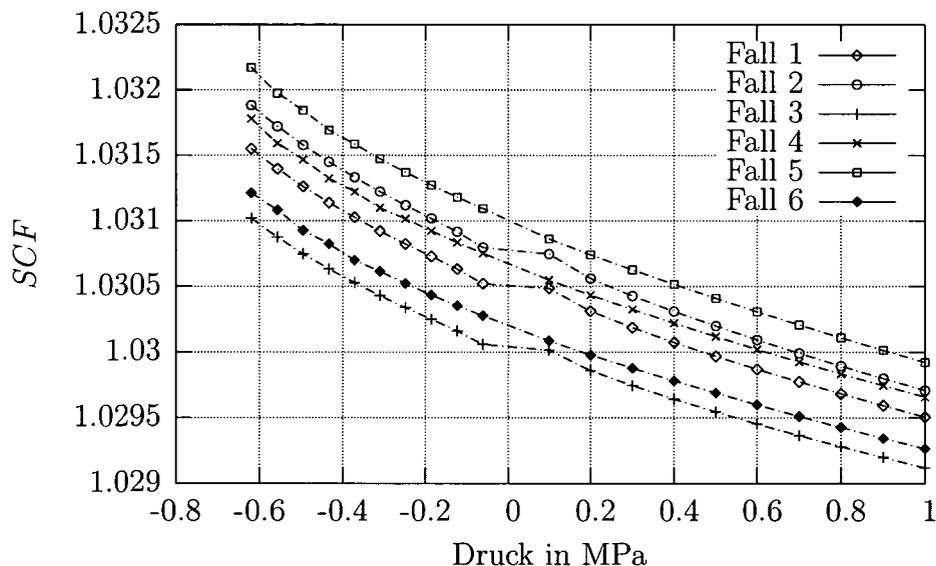


Abbildung 8.19: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche RB,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

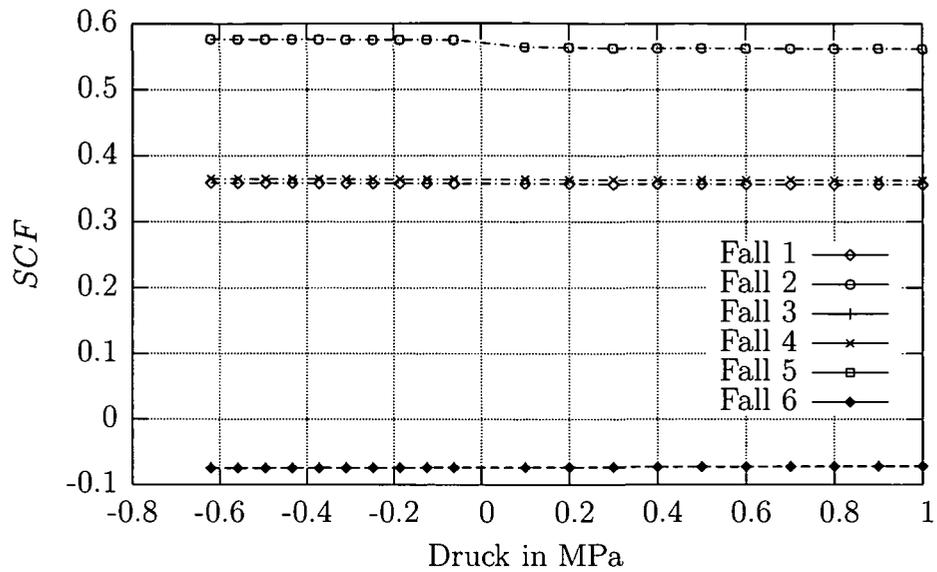


Abbildung 8.20: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche RB,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

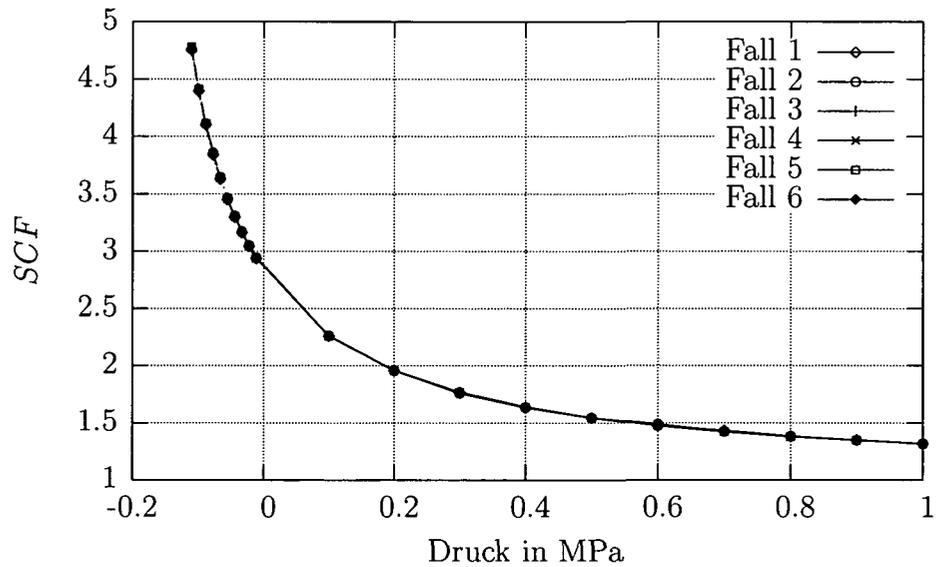


Abbildung 8.21: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche RB,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

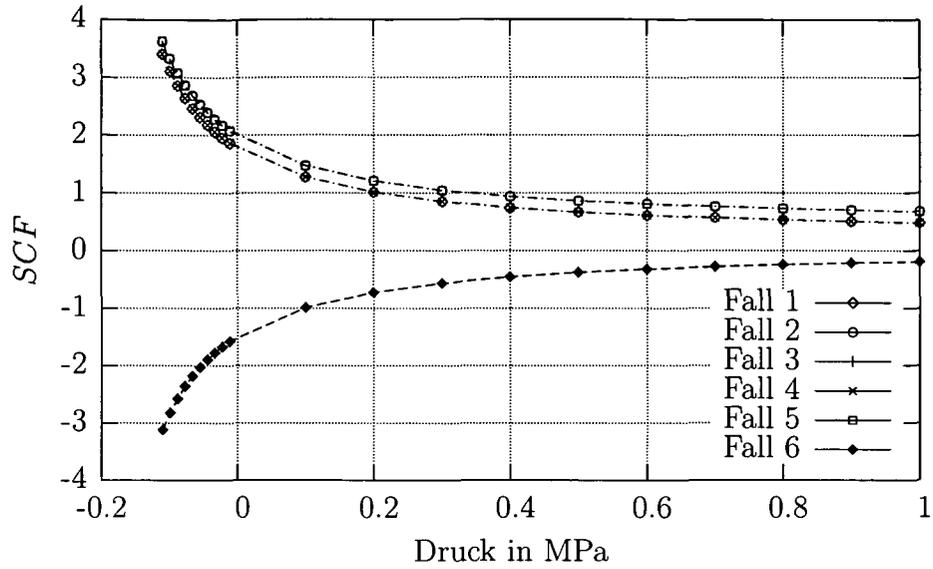


Abbildung 8.22: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche RB,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

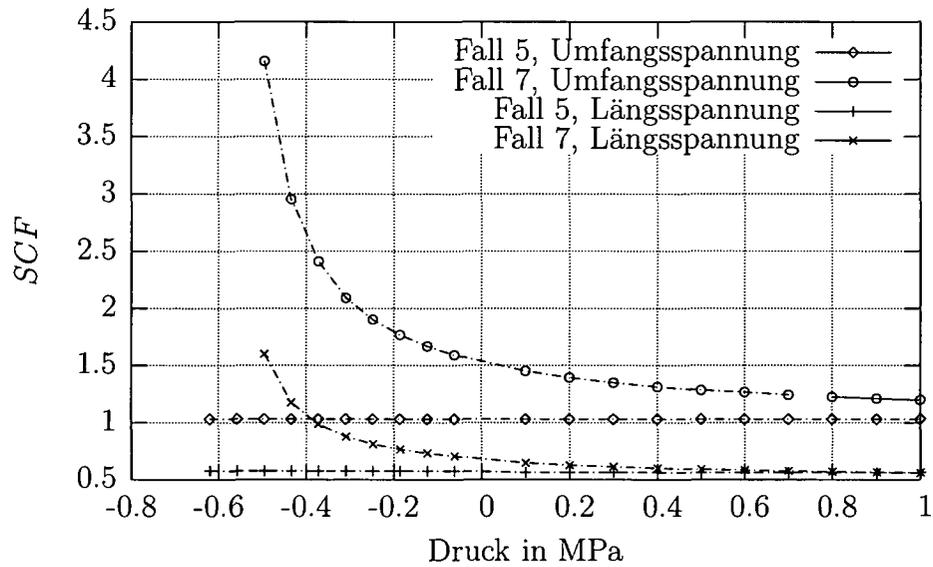


Abbildung 8.23: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt für unterschiedliche RB,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

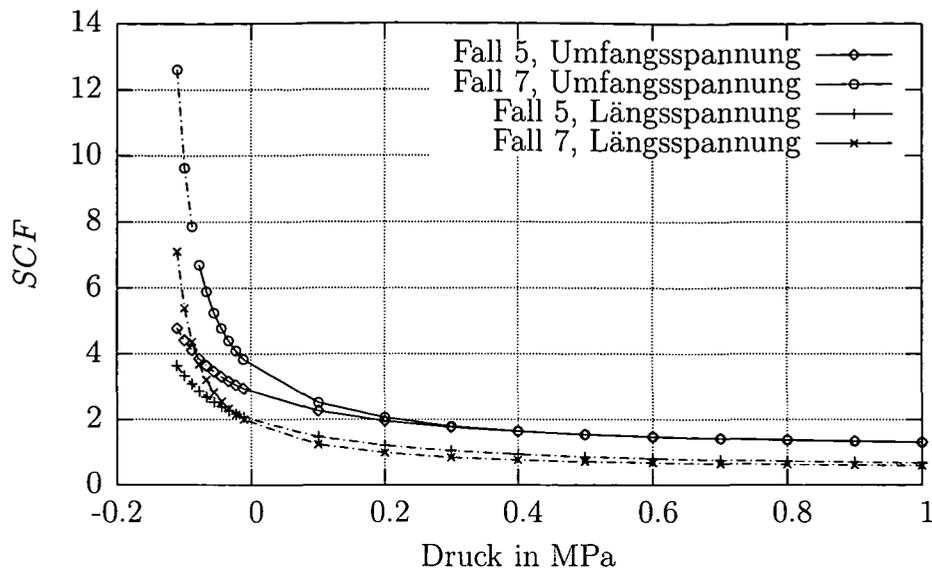


Abbildung 8.24: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt für unterschiedliche RB,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

### 8.2.2 Die Spannungserhöhungsfaktoren als Funktion des Abstandes von der Einspannung

Um das Abklingverhalten der Biegespannungen aufgrund der Randbedingungen in den Endquerschnitten beurteilen zu können, werden hier im folgenden die Gleichungen für die Spannungserhöhungsfaktoren des einseitig eingespannten Rohres nach linearer Schalentheorie hergeleitet, und mit den Werten der Finite Elemente Analyse der Zylinderschalen mit ovaler Formabweichung verglichen. Auf diese Weise soll festgestellt werden, ob das Abklingverhalten der Randbiegestörungen der ovalen Zylinderschalen mit dem des eingespannten Rohres vergleichbar ist.

Im Folgenden wird mit  $z$  der Abstand von der Einspannung in der Längsrichtung des Zylinders bezeichnet.

Das Biegemoment in Umfangsrichtung  $m_y$  für das an einem Ende eingespannte Rohr berechnet sich nach der linearen Theorie für dünnwandige Rotationschalen (siehe auch [10]) folgendermaßen:

$$m_y = \frac{2K\lambda^2}{Ee} p r_m^2 (\cos \lambda z - \sin \lambda z) \exp(-\lambda z) \quad , \quad (8.3)$$

mit

$$K = \frac{E e^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad 1$$

und

$$\lambda^4 = \frac{3 (1 - \nu^2)}{r_m^2 e^2} .$$

Die Annahme des an einem Ende eingespannten unendlich langen Rohres ist unter der Voraussetzung getroffen worden, daß der Einflussbereich der Biegestörungen wesentlich kürzer ist als die halbe Zylinderlänge. Wie in den folgenden Diagrammen ersichtlich ist, ist das auch tatsächlich der Fall. Die so erhaltenen Gleichungen sind wesentlich einfacher, als sie es für das an beiden Enden eingespannte Rohr wären.

Die durch die Einspannung hervorgerufenen linearelastischen Randbiegestörungen klingen sehr schnell ab, nach einer Länge  $z = 3,9 \sqrt{r_m e}$  auf Werte unter 1 %. Die Länge des Einflussbereichs der Randbiegestörungen ist somit nur von Durchmesser und Wanddicke des Zylinders abhängig, jedoch unabhängig von der Gesamtlänge des Zylinders.

Die Spannungserhöhungsfaktoren für das eingespannte Rohr nach linearer Schalentheorie in Umfangs- und Längsrichtung können nach folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$SCF_U = 1 + \left( 1 + \frac{12 K \lambda^2 \nu r_m}{E e^2} \right) (\sin \lambda z - \cos \lambda z) \exp(-\lambda z) \quad (8.4)$$

$$SCF_L = \frac{1}{2} + \frac{12 K \lambda^2 r_m}{E e^2} (\sin \lambda z - \cos \lambda z) \exp(-\lambda z) \quad (8.5)$$

Die Ergebnisse der geometrisch nichtlinearen Finite Elemente Analysen der Zylinderschalen mit ovaler Formabweichung zeigen, daß die Randbiegestörungen genauso schnell abklingen, wie jene des eingespannten linearelastisch berechneten Rohres. Es können somit zwei Bereiche über die Länge unterschieden werden:

- a) Von der Einspannung bis zu einer Länge von  $3,9 \sqrt{r_m e}$ , in diesem Bereich dominieren die Effekte der Einspannung in Kombination mit der Unrundheit.

---

<sup>1</sup>nicht zu verwechseln mit  $K$  nach Gleichung (2.7)!

- b) Von einer Länge größer  $3,9 \sqrt{r_m e}$  bis zur Mitte des Zylinders. Die maximale Auswirkung der Unrundheit auf den Spannungserhöhungsfaktor in Umfangsrichtung ist in der Zylindermitte vorhanden.

Der maximale Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung tritt in diesem Bereich circa an der Position  $3,9 \sqrt{r_m e}$  auf. Für die Zylinder ( $r_m = 1005,5 \text{ mm}$  und  $e = 11 \text{ mm}$ ) in den hier dargestellten Diagrammen beträgt der Wert für  $(3,9 \sqrt{r_m e}) = 410 \text{ mm}$ .

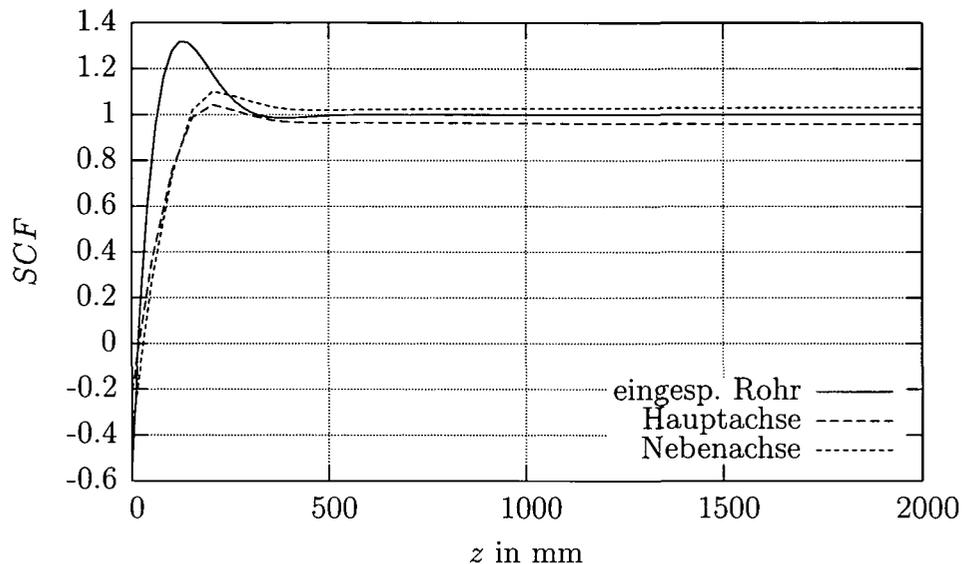


Abbildung 8.25: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000 \text{ mm}$ ,  $e = 11 \text{ mm}$ ,  $O = 1,5 \%$ ,  $E = 210028 \text{ MPa}$ , Belastung mit  $p_m/3$ .

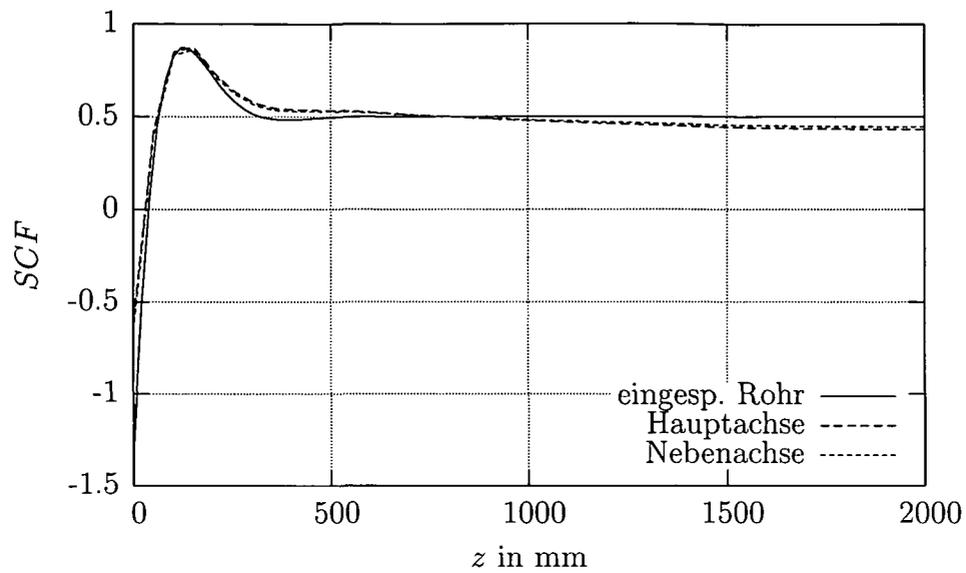


Abbildung 8.26: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

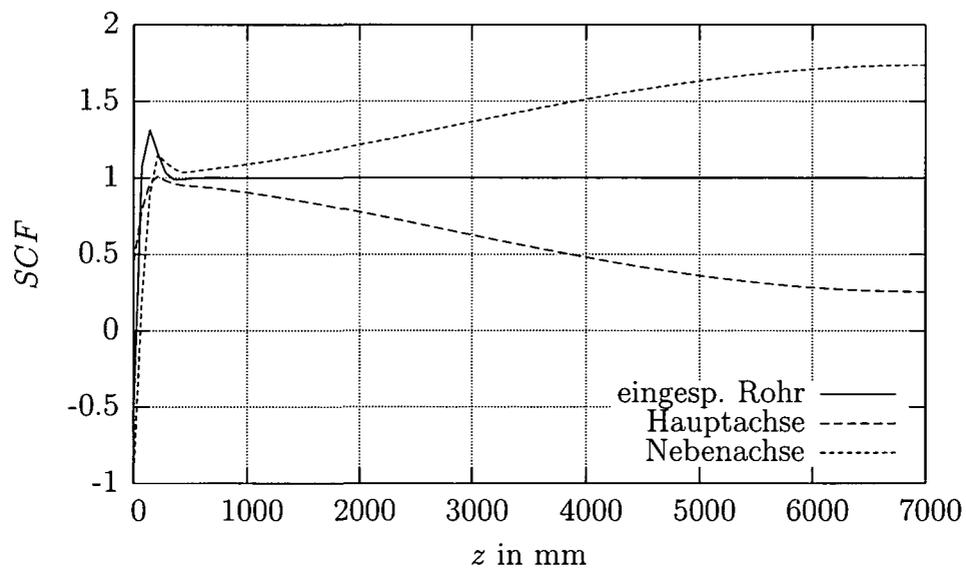


Abbildung 8.27: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 7$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

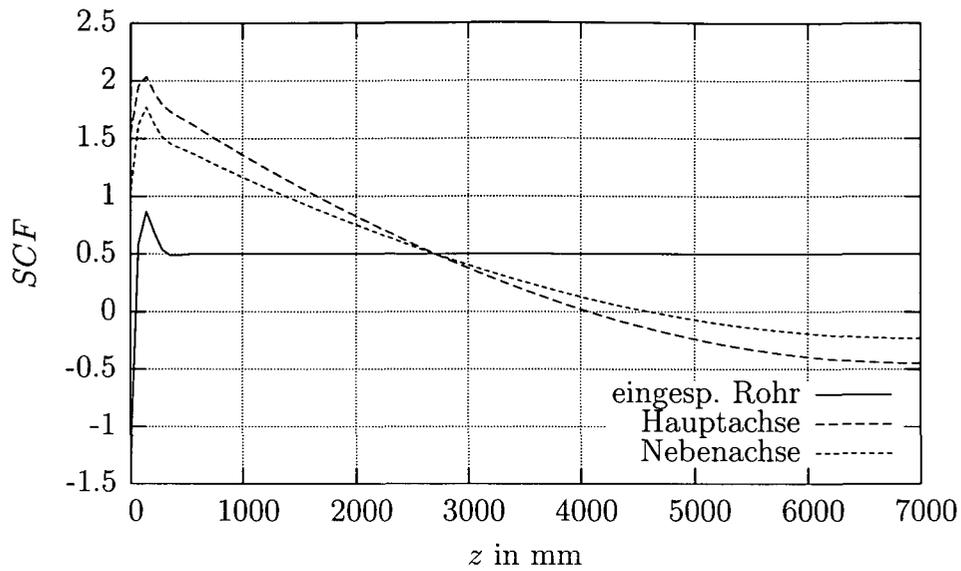


Abbildung 8.28: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 7$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

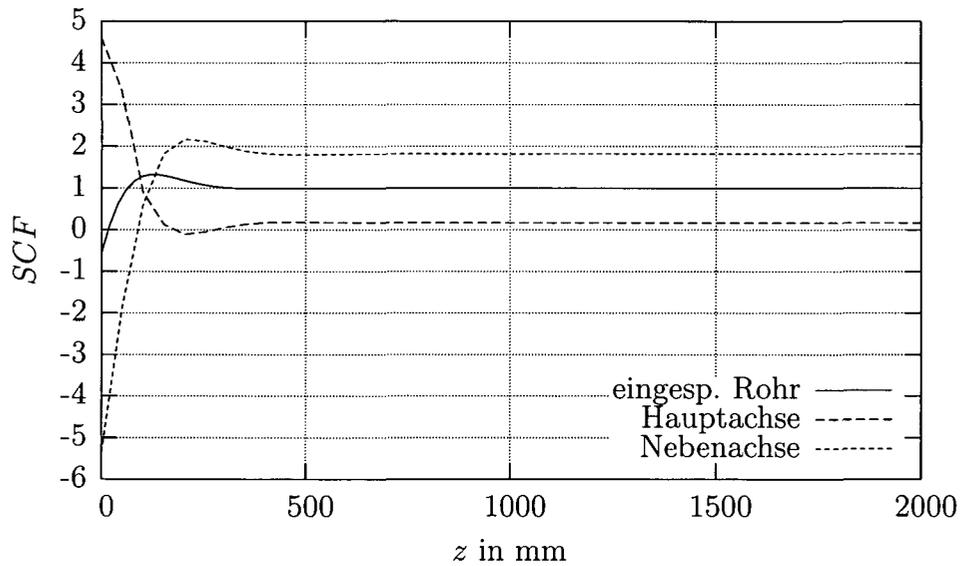


Abbildung 8.29: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

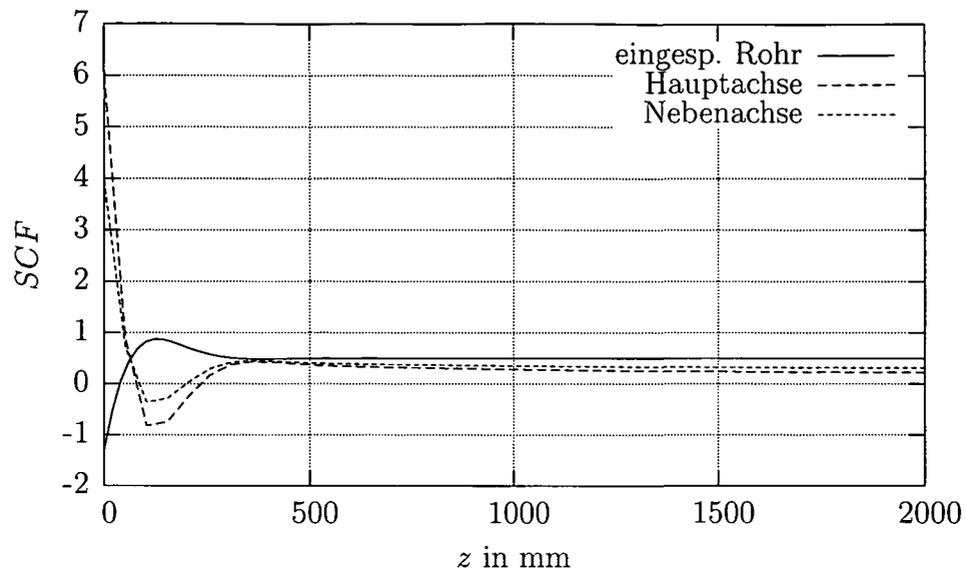


Abbildung 8.30: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

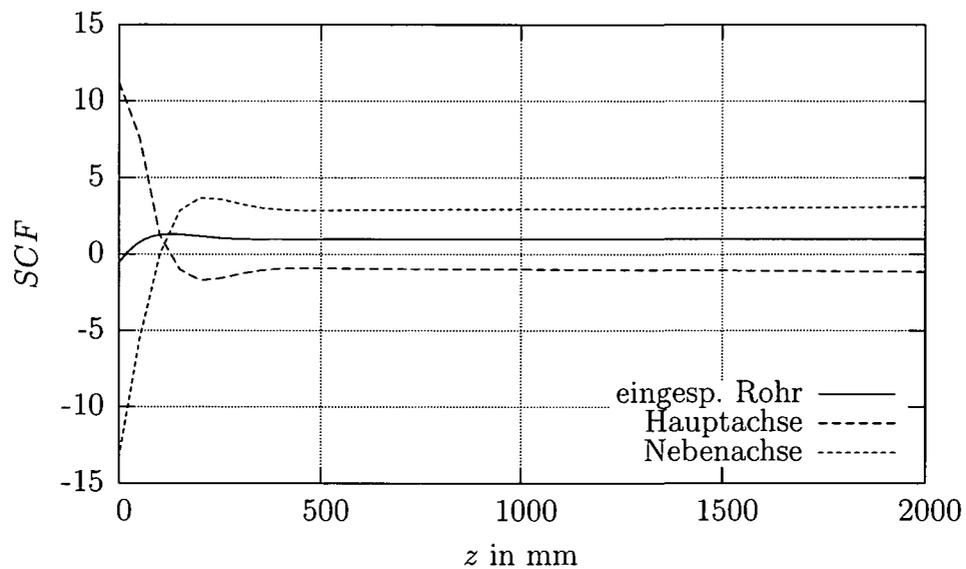


Abbildung 8.31: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 10$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

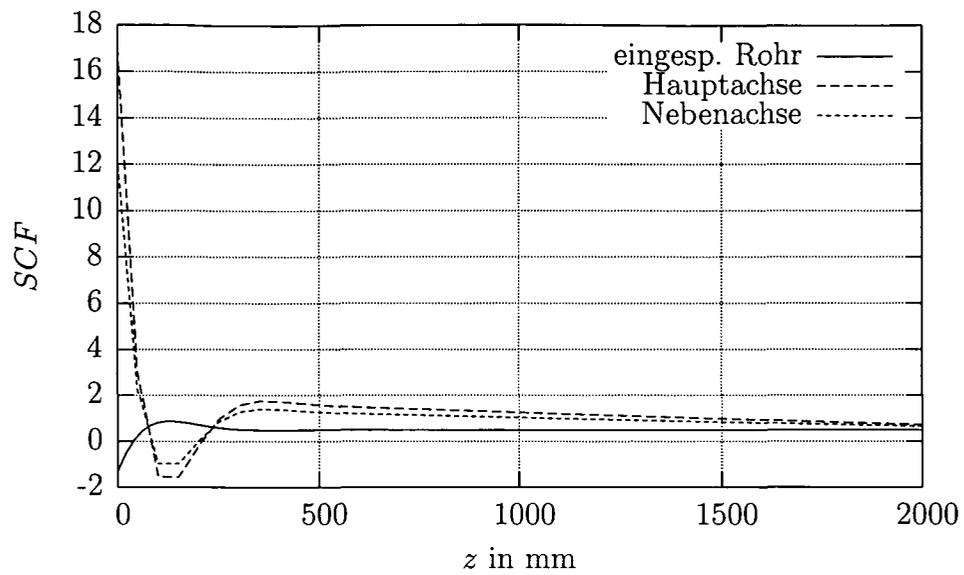


Abbildung 8.32: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 10$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

# 9 Finite Elemente Analysen für lokale Aufdachung

Für die Finite Elemente Analysen zur Untersuchung der lokalen Aufdachung wurde grundsätzlich die gleiche Vorgangsweise gewählt, wie bei der ovalen Formabweichung. Zuerst wurde der Einfluss der Zylinderlänge, anschließend der Einfluss unterschiedlicher Randbedingungen an den Zylinderenden untersucht.

## 9.1 Einfluss der Zylinderlänge auf den Spannungserhöhungsfaktor

Um zu untersuchen, welchen Einfluss die Zylinderlänge auf den Spannungserhöhungsfaktor im mittleren Zylinderquerschnitt hat, wurden, wie in der vorangegangenen Arbeit von Ch. Rupprecht [4], Zylinder mit unterschiedlichen Längen modelliert. Die Randbedingungen an den Endquerschnitten wurden dabei folgendermaßen gewählt: Ein Ende vollständig eingespannt, das andere Ende ebenfalls eingespannt, jedoch in Zylinderlängsrichtung frei verschiebbar. An letzterem wurde zusätzlich die Längsspannung  $n_l$  aufgrund der Deckelkräfte aufgegeben, wodurch das Modell eines geschlossenen Zylinders erhalten wird. Abbildung 9.1 zeigt schematisch die beschriebenen Randbedingungen:

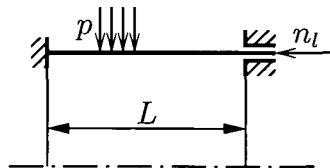


Abbildung 9.1: Randbedingungen am endlich langen Zylinder

Da es jedoch aus Symmetriegründen und für die hier durchgeführten Untersuchungen ausreichend ist nur die halbe Länge und die Hälfte des Querschnitts zu modellieren (siehe Kapitel 3.2), sind die folgenden Randbedingungen am Finite Elemente Modell erforderlich:

- An den Zylinderlängskanten: Verschiebung in Umfangsrichtung und Rotationsfreiheitsgrad in Richtung der Zylinder- Längsachse gleich Null.
- Am mittleren Querschnitt: Rotationsfreiheitsgrade in radialer und in Umfangsrichtung gleich Null; Verschiebung in Richtung der Zylinder- Längsachse aller Knoten gekoppelt.
- Am Endquerschnitt: Alle Rotationsfreiheitsgrade und Verschiebungen gleich Null.

Die Randbedingungen des Modells für den unendlich langen Zylinder unterscheiden sich zum endlich langen nur im Endquerschnitt: Verschiebung in axialer Richtung und Rotationsfreiheitsgrade in Umfangs- und radialer Richtung gleich Null. Um eine Starrkörperverschiebung beim unendlich langen Zylinder zu verhindern, müssen in einem Knoten im Endquerschnitt die Verschiebungen in allen Richtungen gesperrt werden. In Abbildung 9.2 ist exemplarisch das Modell für den Zylinder mit einem Länge zu Durchmesser Verhältnis  $L/D = 2$  dargestellt. Das zugehörige Eingabefile befindet sich im Anhang C.

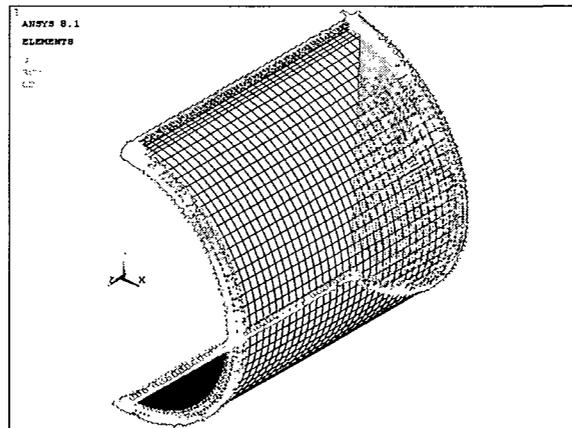


Abbildung 9.2: Finite Elemente Netz für einen Zylinder mit lokaler Aufdachung,  $L/D = 2$

### 9.1.1 Hauptspannung in Umfangsrichtung

Im Folgenden wurde, wie bei der ovalen Formabweichung, überprüft, ob eine Anpassung von  $\hat{A}_4$ , mit Hilfe des elastischen Beuldrucks  $p_m$ , an endlich lange Zylinder sinnvoll ist.

Der Korrekturfaktor  $\tilde{A}_4$ , welcher die Länge des Zylinders berücksichtigen soll, wird wie  $\hat{A}_4$  nach Gleichung 7.7, mit  $CF$  nach Gleichung 7.8 berechnet. Allerdings wird an Stelle von  $K$ , das durch eine einfach Umformung aus Gleichung 2.7 erhaltene  $\tilde{K}$  eingesetzt:

$$\tilde{K} = \frac{3}{R_m \cdot p_m} \quad (9.1)$$

Der Vergleich mit den Daten der Finite Elemente Analysen in Abbildung 9.3, 9.4 und 9.5 zeigt, daß  $\tilde{A}_4$  das Verhalten der endlich langen Zylinder besser beschreibt als der Korrekturfaktor  $A_4$ . Die Abweichung von den mittels Finite Elemente Analyse berechneten Werten ist allerdings relativ groß, und ist umso größer, je kürzer der Zylinder wird. Die Abweichung (berechnet nach Gleichung 7.3) beträgt, für die hier untersuchten Zylinder mit  $L/D = 2$ , zwischen Null und maximal  $-20\%$  im zulässigen Druckbereich, und liegt immer auf der konservativen Seite; siehe Abbildung 9.6.

Bei dem Korrekturfaktor  $\tilde{A}_4$  zeigen sich dieselben Probleme wie bei  $\tilde{A}_2$  für die ovale Formabweichung. Erstens, die Werte von  $\tilde{A}_4$  gehen gegen Unendlich mit Erreichen des linearelastischen Beuldrucks. Zweitens, für Zylinder mit konstantem  $\delta/e$  und  $\alpha_p$  ergibt sich, unabhängig von der Länge der Zylinder, derselbe Wert für  $\tilde{A}_4$  beim Nulldurchgang des Drucks. Man erhält mit dieser Anpassung nur dahingehend eine Verbesserung, daß die Singularität von  $\hat{A}_4$ , welche sich beim elastischen Beuldruck des unendlich langen Zylinders befindet, sich bei  $\tilde{A}_4$  beim elastischen Beuldruck des betrachteten endlich langen Zylinders befindet.

In den Abbildungen 9.7, 9.8 und 9.9 sind nochmals die Ergebnisse der Finite Elemente Analysen für die unterschiedlichen Wanddicken zusammengefasst dargestellt. Zusätzlich ist in Abbildung 9.10 das Verhalten des Spannungserhöhungsfaktors der Umfangsspannung im mittleren Zylinderquerschnitt, in Abhängigkeit des Verhältnisses Durchmesser zu Zylinderlänge  $D/L$ , bei dem maximal zulässigen Auslegungsdruck  $p_m/3$  dargestellt. Es zeigt sich ein wesentlich geringerer Einfluss der Länge des Zylinders auf den Spannungserhöhungsfaktor, als bei der ovalen Formabweichung. Auffällig ist der ungleichmäßige Verlauf der Kurven. Der Grund dafür liegt in der unterschiedlichen Verformung der Zylinder mit unterschiedlicher Länge, dargestellt in der Abbildungen 9.11.

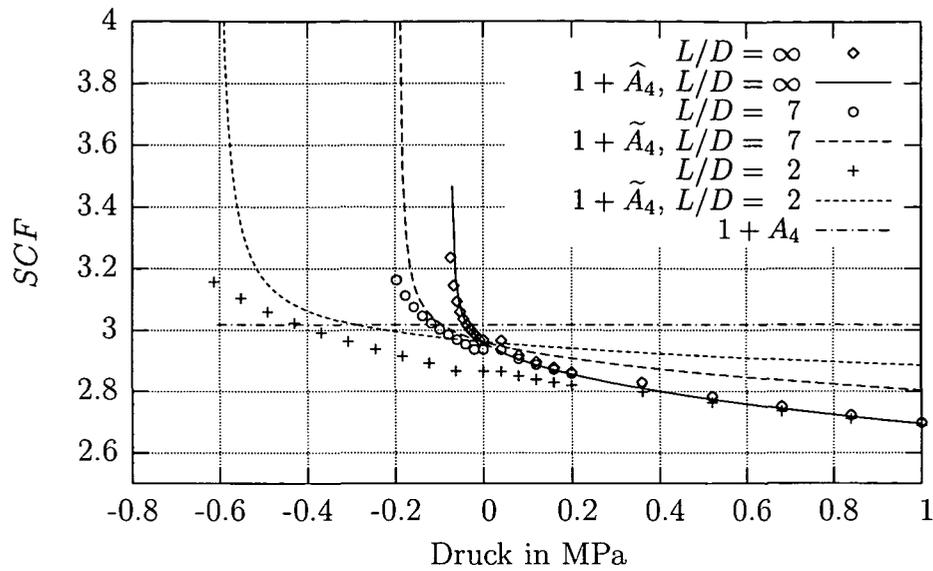


Abbildung 9.3: Vergleich von  $\tilde{A}_4$  mit FE-Analyse,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa

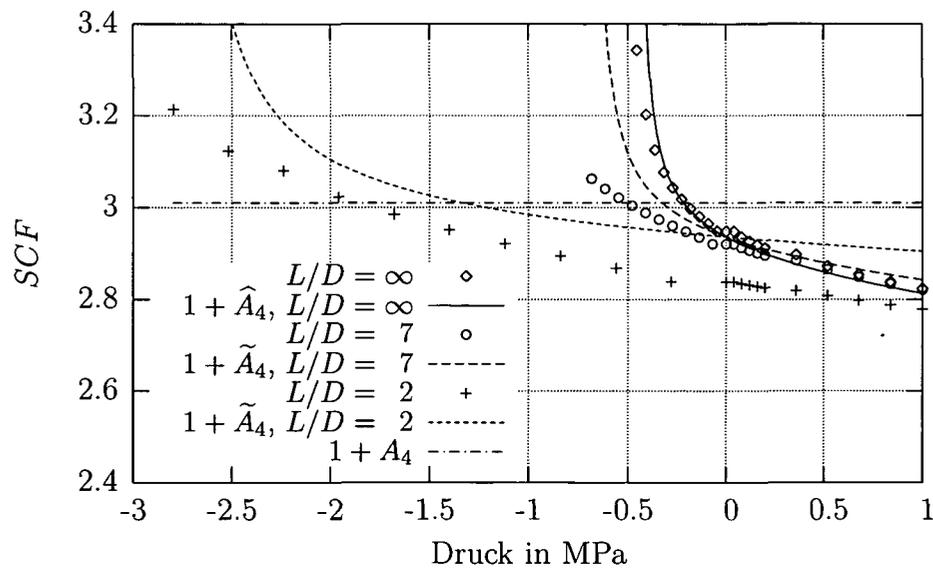


Abbildung 9.4: Vergleich von  $\tilde{A}_4$  mit FE-Analyse,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa

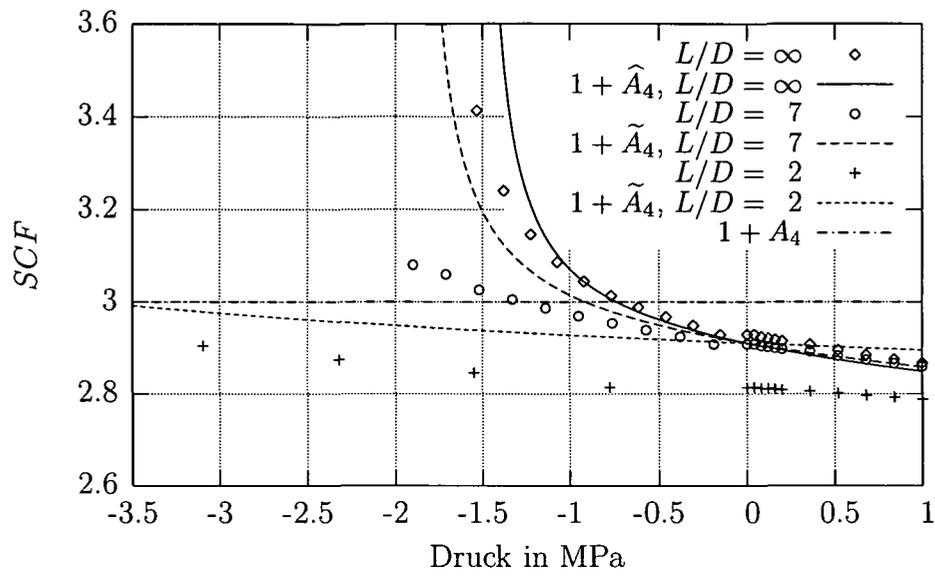


Abbildung 9.5: Vergleich von  $\tilde{A}_4$  mit FE-Analyse,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa

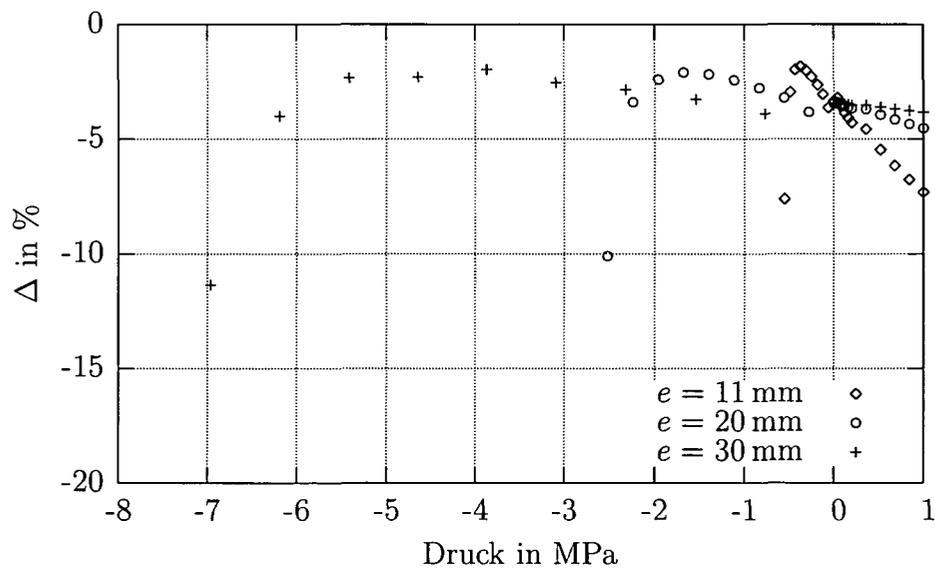


Abbildung 9.6: Abweichung  $\Delta$  für Zylinder mit  $L/D = 2$ ,  $\delta = e/3$ .

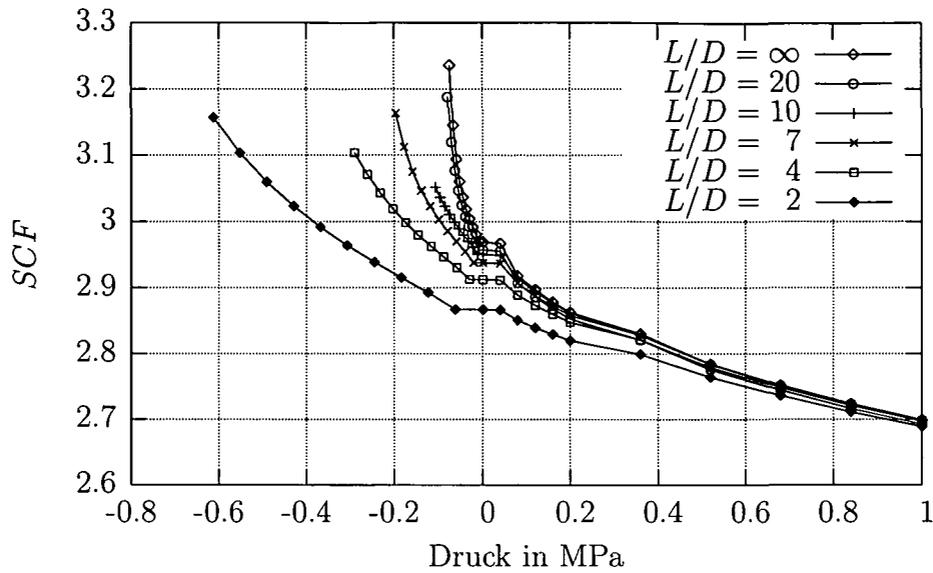


Abbildung 9.7: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa

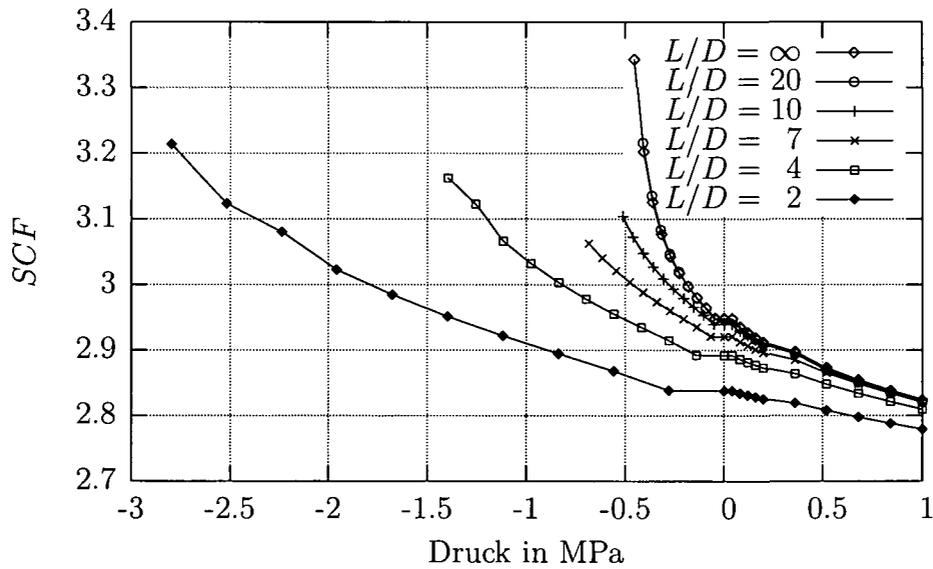


Abbildung 9.8: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa

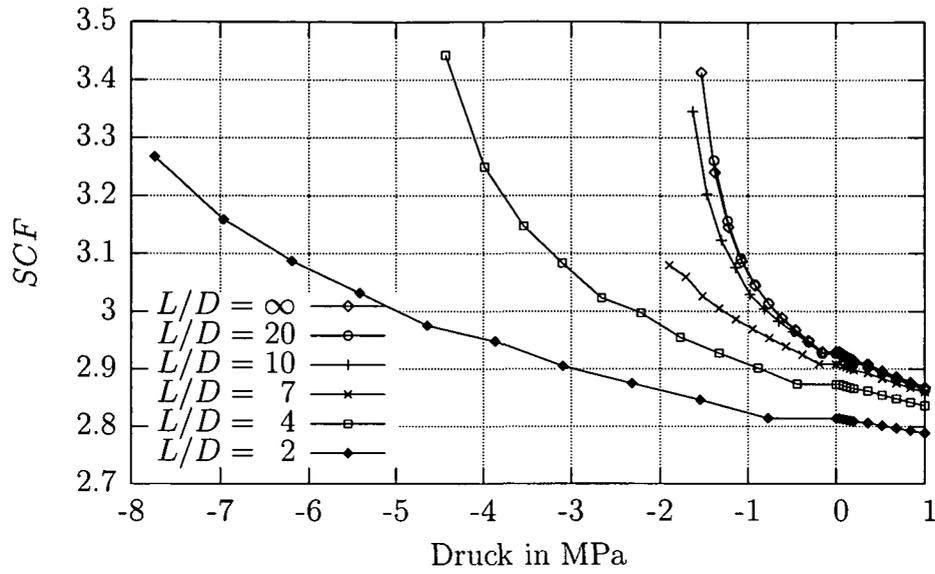


Abbildung 9.9: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa

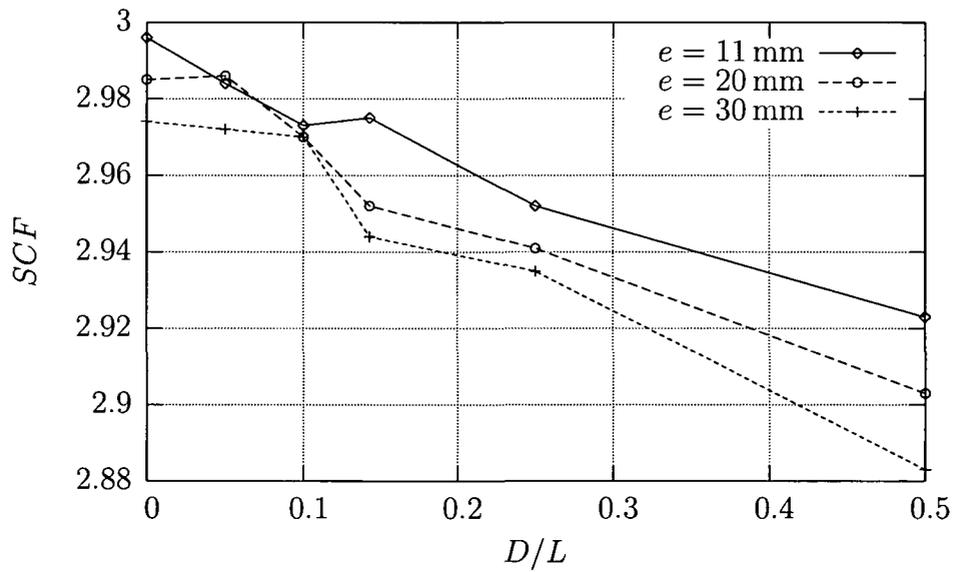


Abbildung 9.10: Ergebnisse der FE-Analysen.  $SCF$  als Funktion von Durchmesser zu Länge, bei einem Druck von  $p_m/3$ .

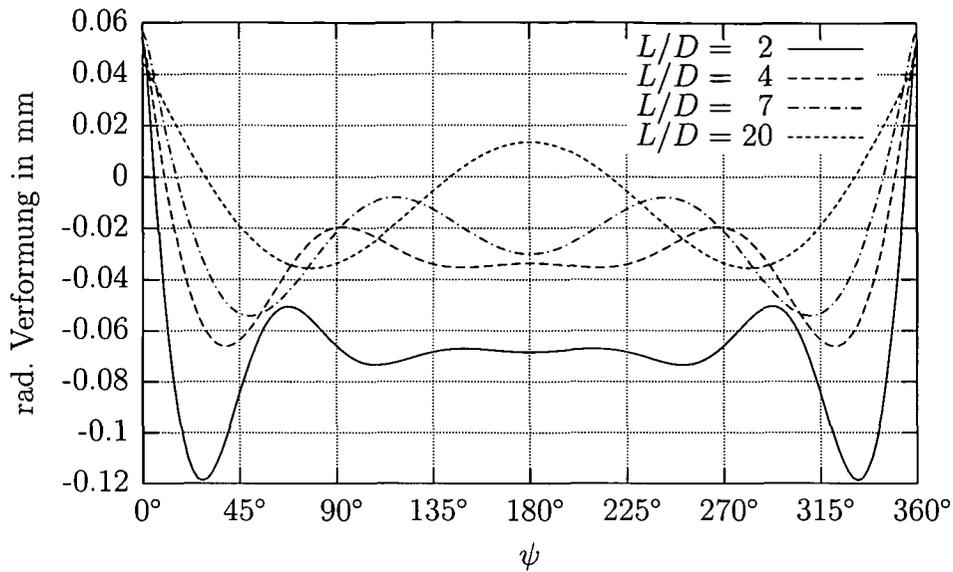


Abbildung 9.11: Verformung des mittleren Querschnitts beim Druck  $p_m/3$ ;  
 $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa

### 9.1.2 Hauptspannung in Längsrichtung

Es wird hier, wie zuvor bei der Spannung in Umfangsrichtung, die Spannung in Längsrichtung im mittleren Zylinderquerschnitt betrachtet. Der Spannungserhöhungsfaktor wird dabei wie immer nach Gleichung 5.1 berechnet, und ist somit auf die Membranspannung in Umfangsrichtung der kreisrunden Zylinderschale bezogen. Wie sich die Spannung in Längsrichtung über die Zylinderlänge betrachtet verhält, wird im Kapitel 9.2.2 untersucht.

In den Finite Elemente Analysen zeigt sich, daß, über den Umfang des mittleren Querschnitts betrachtet, die größte Längsspannung immer direkt an der Aufdachung auftritt. Der Verlauf der Längsspannung über den Umfang ist in der Abbildung 9.13 exemplarisch für einen unendlich langen und einen sehr kurzen Zylinder dargestellt.

In Abbildung 9.12 sind die Ergebnisse der Finite Elemente Analysen der unendlich langen Zylinder verglichen mit  $(1 + \hat{A}_4)/2$ .  $(1 + \hat{A}_4)/2$  deshalb, weil der Spannungserhöhungsfaktor  $SCF$  auf die Umfangsspannung bezogen ist. Es zeigt sich, daß dieser Spannungserhöhungsfaktor die mittels Finite Elemente Analysen berechneten Werte nicht gut annähert.

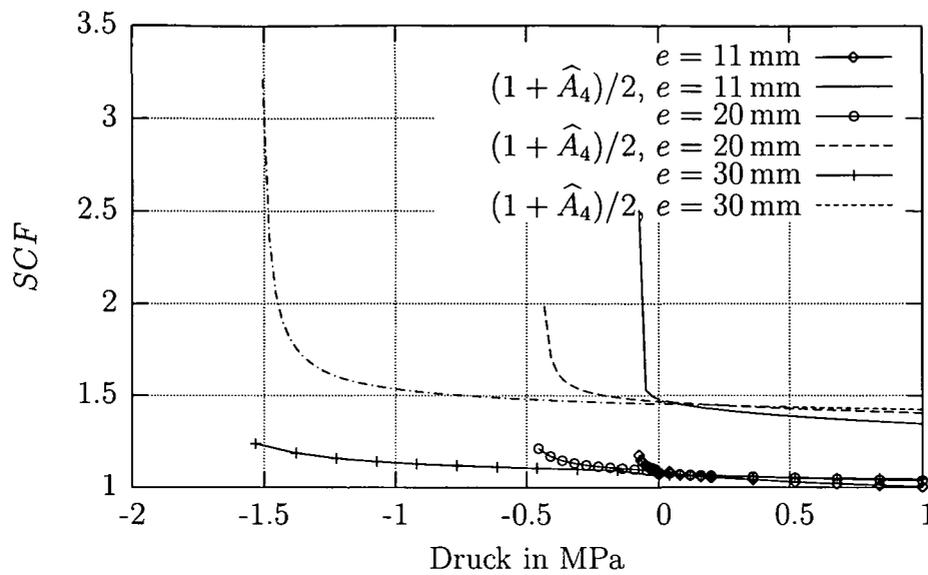


Abbildung 9.12: Ergebnisse der FE-Analysen der  $\infty$ langen Zylinder verglichen mit  $K_m/2$ ,  $R = 1000$  mm,  $\delta = e/3$ ,  $E = 210028$  MPa

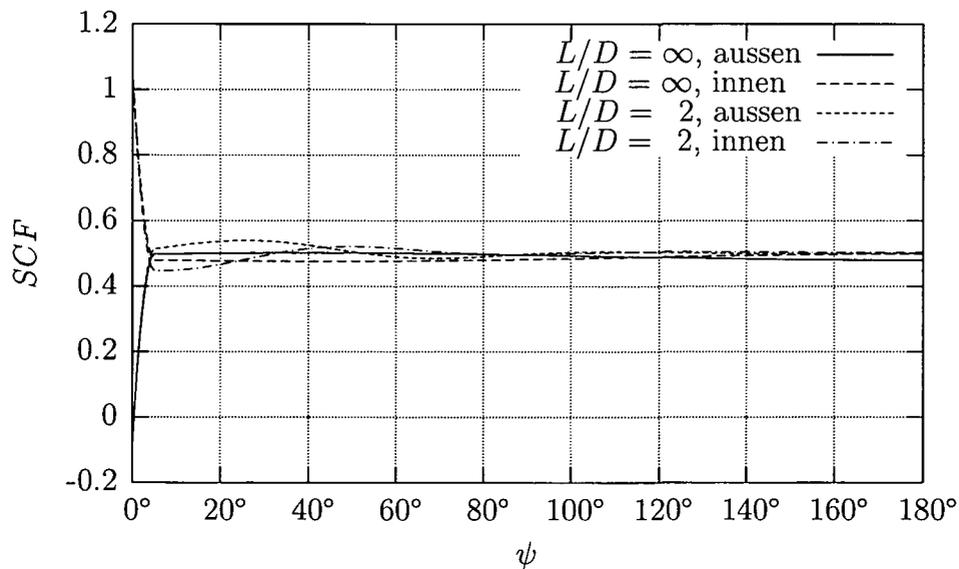


Abbildung 9.13: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung der Zylinder mit lokaler Aufdachung unter Außendruck  $p_m/3$  über den Umfang betrachtet.  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa.

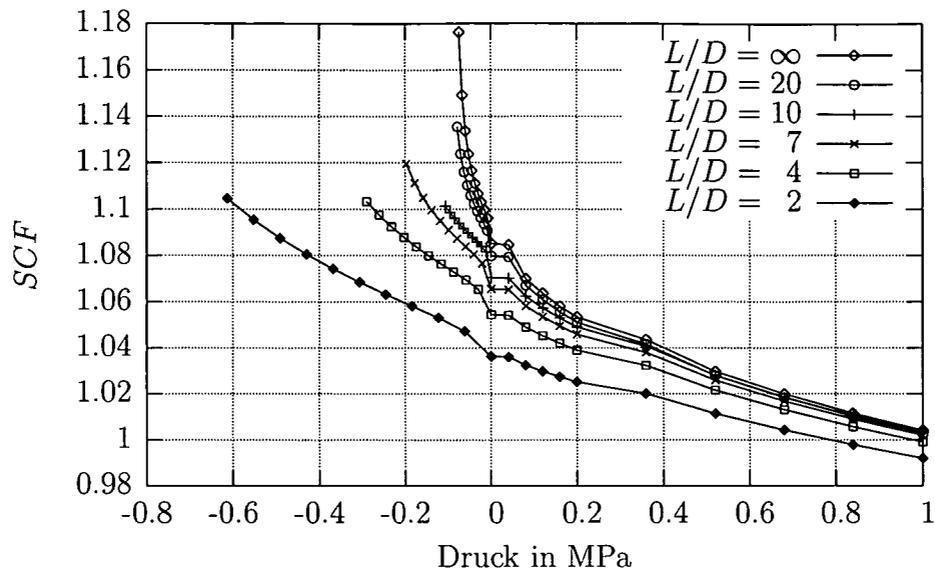


Abbildung 9.14: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa

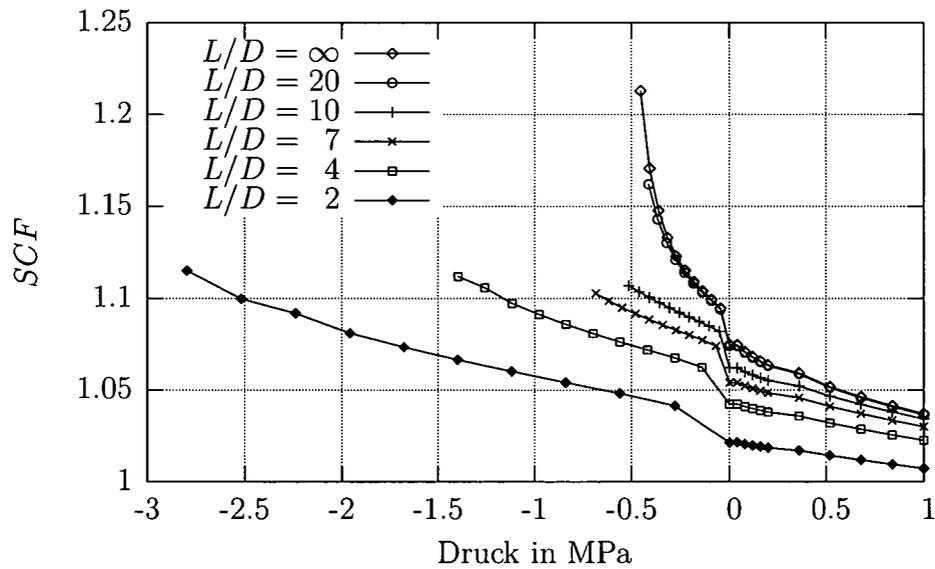


Abbildung 9.15: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa

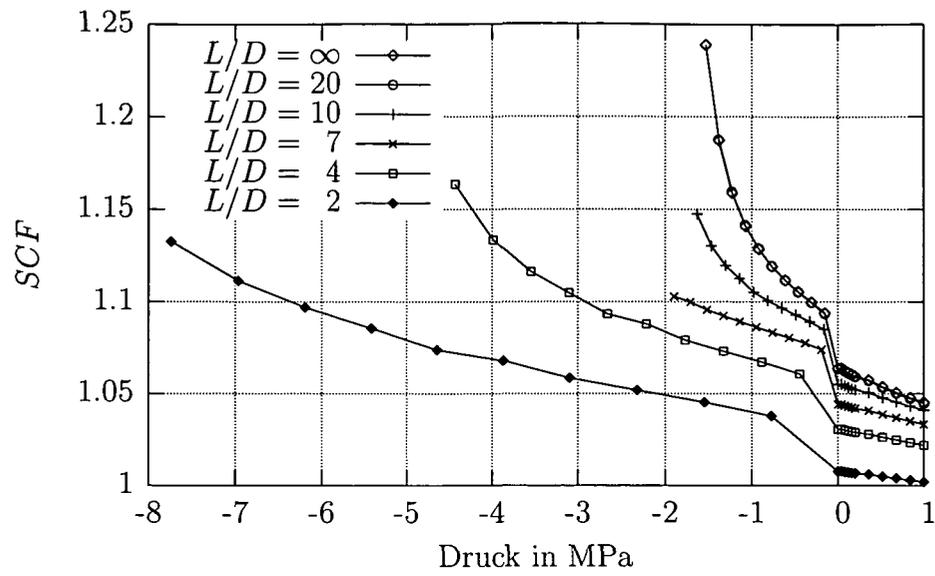


Abbildung 9.16: Ergebnisse der FE-Analysen,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa

## 9.2 Einfluss der Randbedingungen und der Deckelkraft

Analog zu der Vorgangsweise bei den Zylindern mit ovaler Formabweichung wurde auch für die lokale Aufdachung der Einfluss unterschiedlicher Randbedingungen untersucht. Die Art und Einteilung der verschiedenen Randbedingungen entspricht jener, wie sie bei der ovalen Formabweichung verwendet wurde, siehe Abbildung 8.17 auf Seite 43. Die Geometrie des Versteifungsringes entspricht ebenfalls jener der unrunder Formabweichung, Abbildung 8.18. Für weitere Erläuterungen sei auf Kapitel 8.2, ab Seite 41, verwiesen.

### 9.2.1 Spannungserhöhungsfaktoren im mittleren Zylinderquerschnitt

In den folgenden Diagrammen ist sehr deutlich zu erkennen, daß die Art der Randbedingung sowohl beim kurzen, als auch beim langen Zylinder nur einen sehr geringen Einfluss auf den Spannungserhöhungsfaktor im mittleren Zylinderquerschnitt hat. Die Unterschiede zwischen den Fällen 1 bis 6 bewegen sich beim kurzen Zylinder im Bereich von maximal 0,5 % und sind beim langen Zylinder mit maximal 0,05 % nochmals um eine Größenordnung kleiner. Der Zylinder mit dem Versteifungsring (Fall 7) zeigt erwartungsgemäß etwas höhere Werte als die Zylinder mit den Randbedingungen nach Fall 1 bis 6. Die Abweichung ist mit maximal 8 % beim kurzen Zylinder relativ hoch, dieser Maximalwert der Abweichung tritt jedoch bei einem Außendruck gleich  $p_m$  auf, welcher weit über dem technisch zulässigen Wert liegt. Betrachtet man die Ergebnisse nur bis zum zulässigen Außendruck  $p_m/3$ , so ergibt sich ein um 1 % höherer Spannungserhöhungsfaktor für den kurzen Zylinder und 0,3 % für den langen Zylinder, verglichen mit den jeweils niedrigsten Werten der Fälle 1 bis 6.

Bei der Untersuchung der Spannungserhöhungsfaktoren der Längsspannung zeigt sich, daß die Werte für die Fälle 2, 5 und 7, 1 und 4 beziehungsweise 3 und 6 jeweils sehr eng beisammen liegen, unabhängig von der Zylinderlänge. Daraus folgt, daß die Sperre der Rotationsfreiheitsgrade in Umfangsrichtung an den Zylinderenden so gut wie keinen Einfluss auf den Spannungserhöhungsfaktor im mittleren Querschnitt hat. Von großer Bedeutung ist, ob der Zylinder an beiden Enden in Längsrichtung eingespannt ist (Fälle 1, 4), in axialer frei verschiebbar ist (Fälle 3, 6) oder ob eine Längskraft auf

den Zylinder wirkt (Fälle 2, 5, 7). Wobei bei letzterem die größten Spannungserhöhungsfaktoren auftreten. Wie bei den Zylindern mit der ovalen Formabweichung hat die Zylinderlänge nur einen grundsätzlichen Einfluss auf den Spannungserhöhungsfaktor, die oben getroffenen Aussagen sind davon unabhängig.

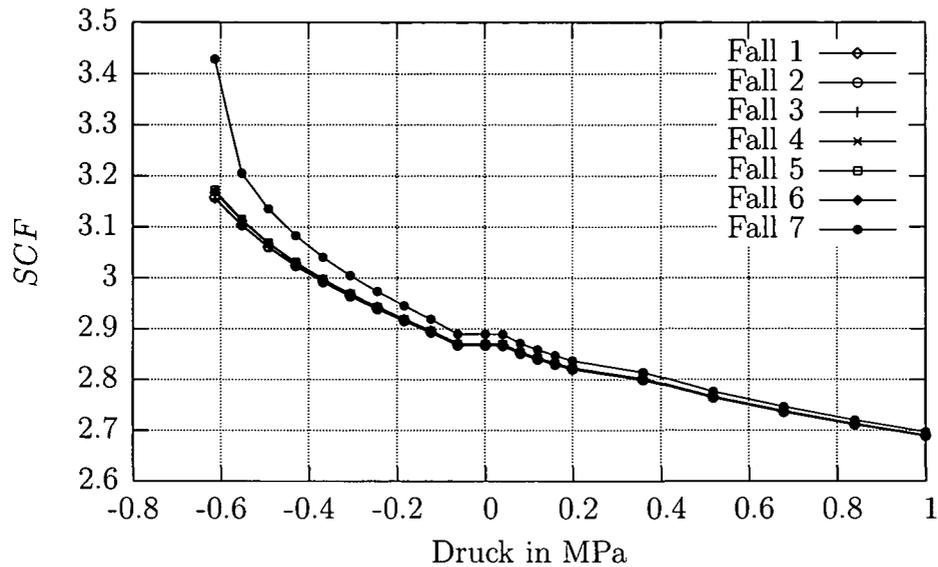


Abbildung 9.17: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche Randbedingungen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$

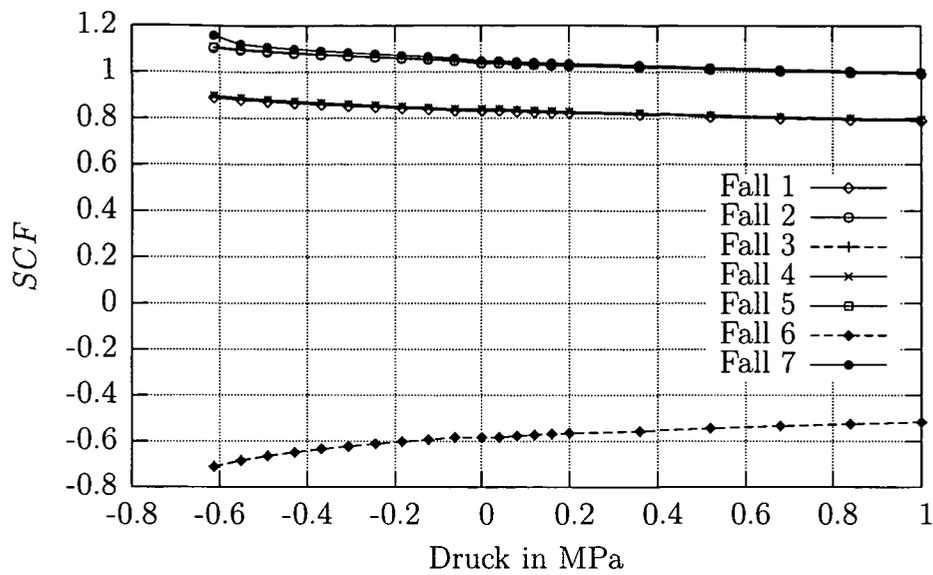


Abbildung 9.18: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche Randbedingungen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$

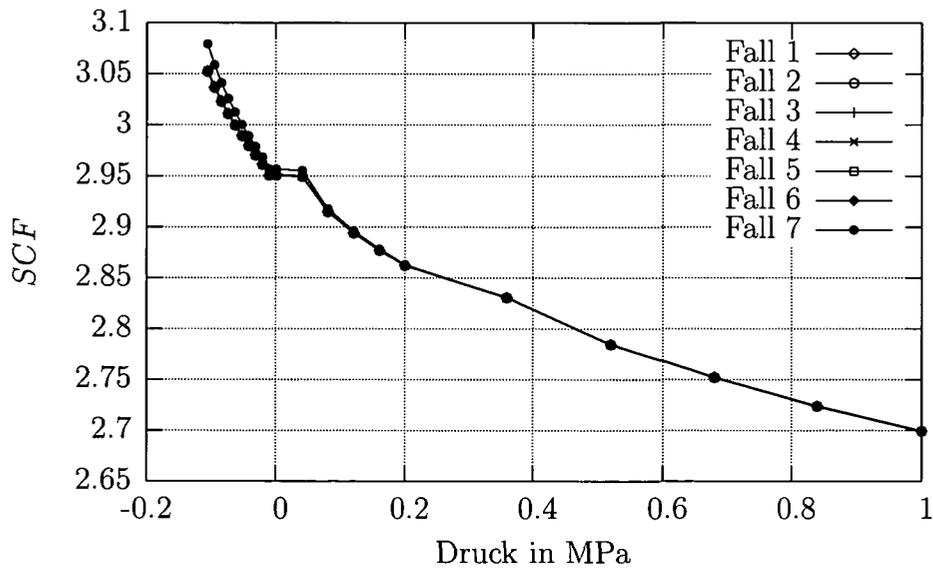


Abbildung 9.19: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche Randbedingungen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$

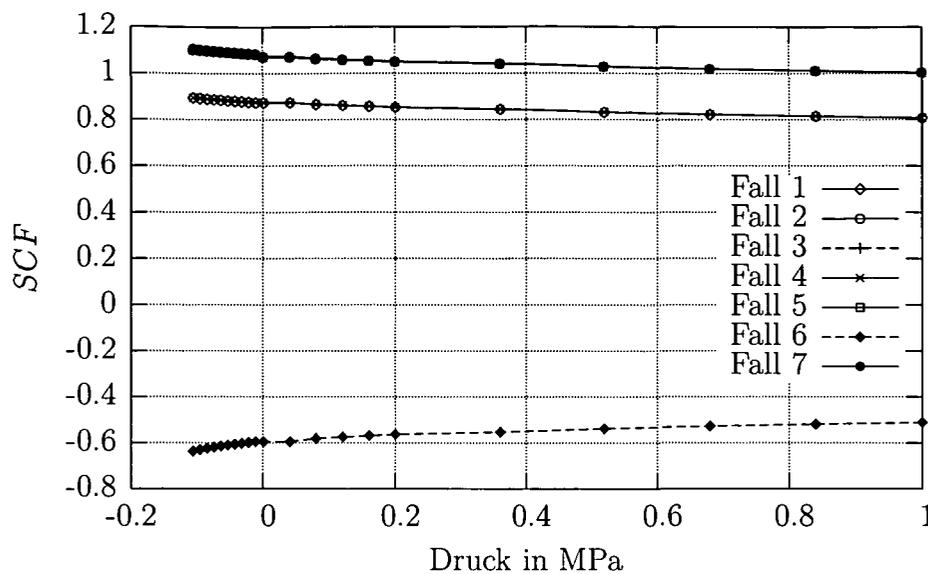


Abbildung 9.20: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt für unterschiedliche Randbedingungen,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$

### 9.2.2 Die Spannungserhöhungsfaktoren als Funktion des Abstandes von der Einspannung

Um das Verhalten des Spannungserhöhungsfaktors entlang der Aufdachung zu untersuchen, wurden die Ergebnisse der Finite Elemente Analysen mit den Spannungserhöhungsfaktoren für das eingespannte Rohr nach linearer Schalentheorie verglichen. Die Gleichungen für das eingespannte Rohr wurden bereits im Kapitel 8.2.2 angegeben (Spannungserhöhungsfaktor für Umfangsspannung siehe Gl. (8.4), für Längsspannung Gl. (8.5) auf Seite 49).

Es zeigt sich, daß wie bei der unrunder Formabweichung, zwei Bereiche unterschieden werden können: Erstens jener Bereich in dem der Einfluss der Randbiegestörung überwiegt, und zweitens der Bereich in dem der Einfluss der Biegespannungen aufgrund der Aufdachung maßgebend ist. Das Abklingverhalten der geometrisch nichtlinear berechneten Randbiegestörung der Zylinder mit Aufdachung ist nahezu gleich dem des eingespannten Rohres, und somit kann wieder die Länge bis  $3,9\sqrt{r_m e}$  von der Einspannung aus gemessen als Abschätzung für die Grenze der zwei Bereiche herangezogen werden.

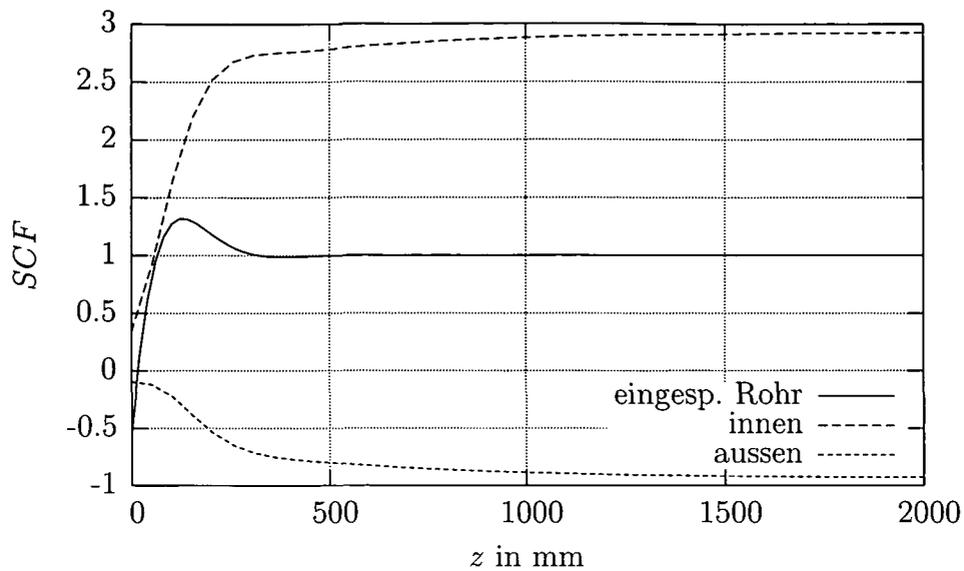


Abbildung 9.21: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

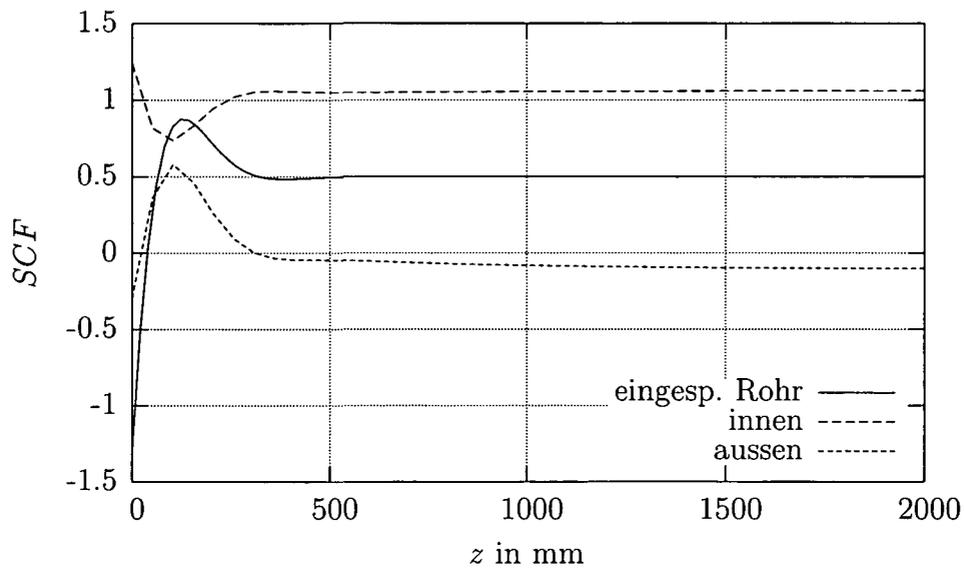


Abbildung 9.22: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

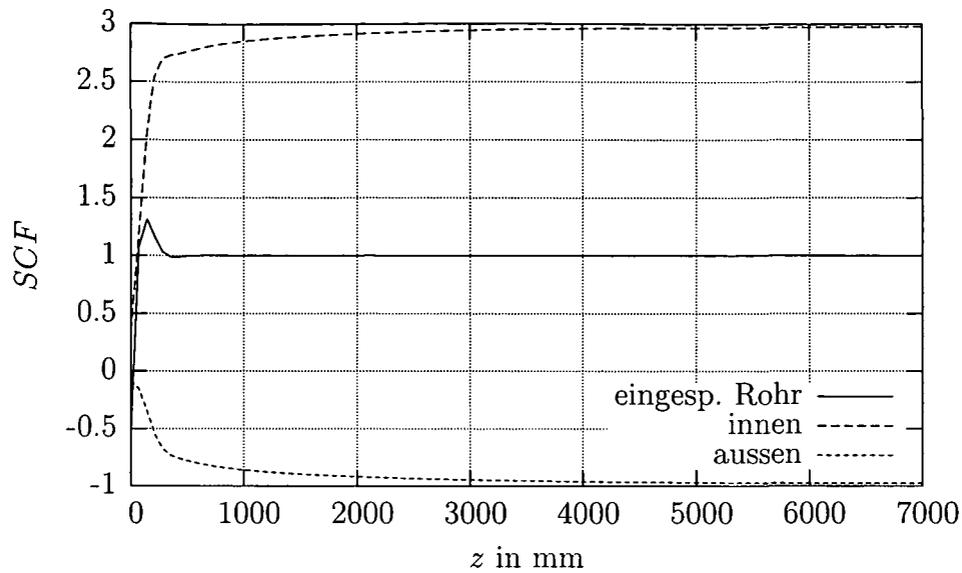


Abbildung 9.23: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 7$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

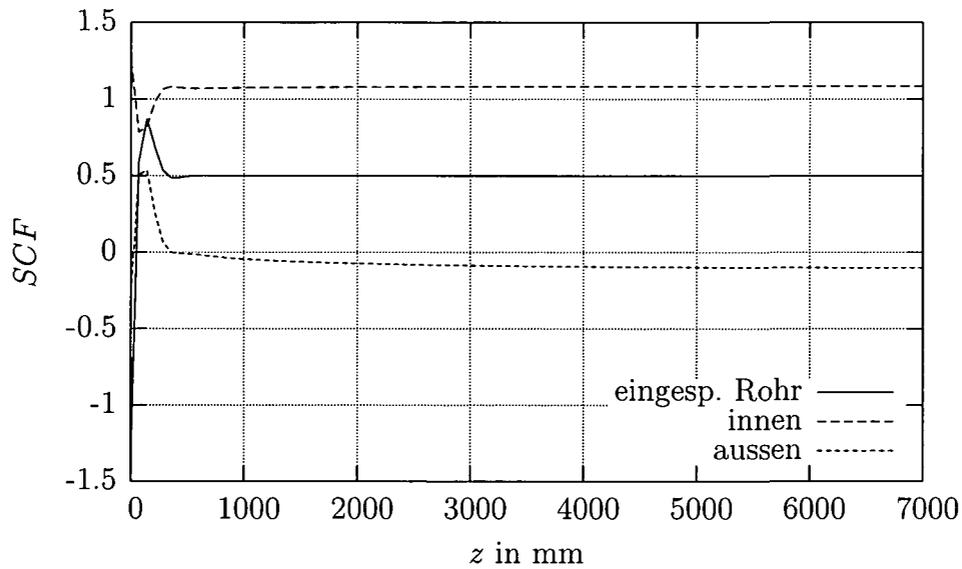


Abbildung 9.24: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 2,  $L/D = 7$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

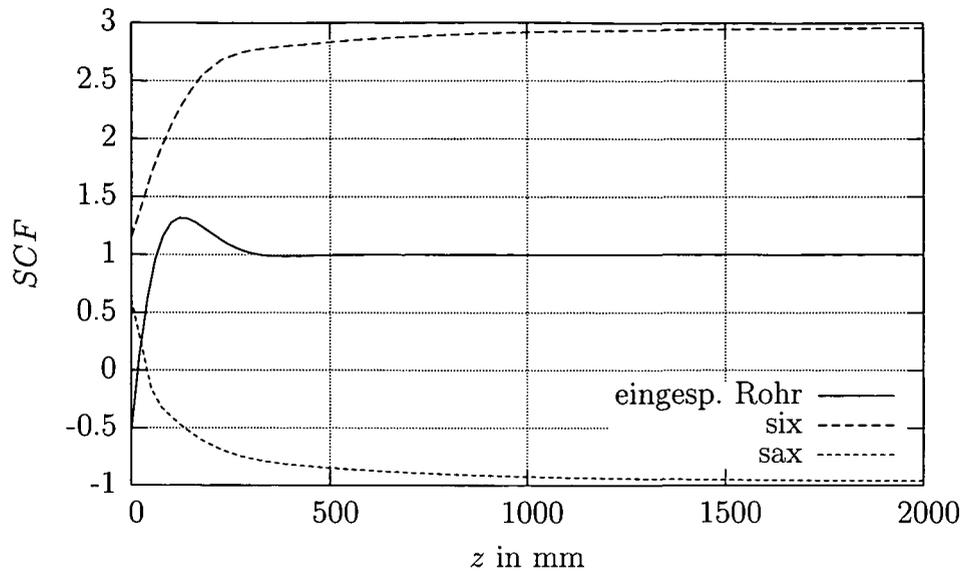


Abbildung 9.25: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

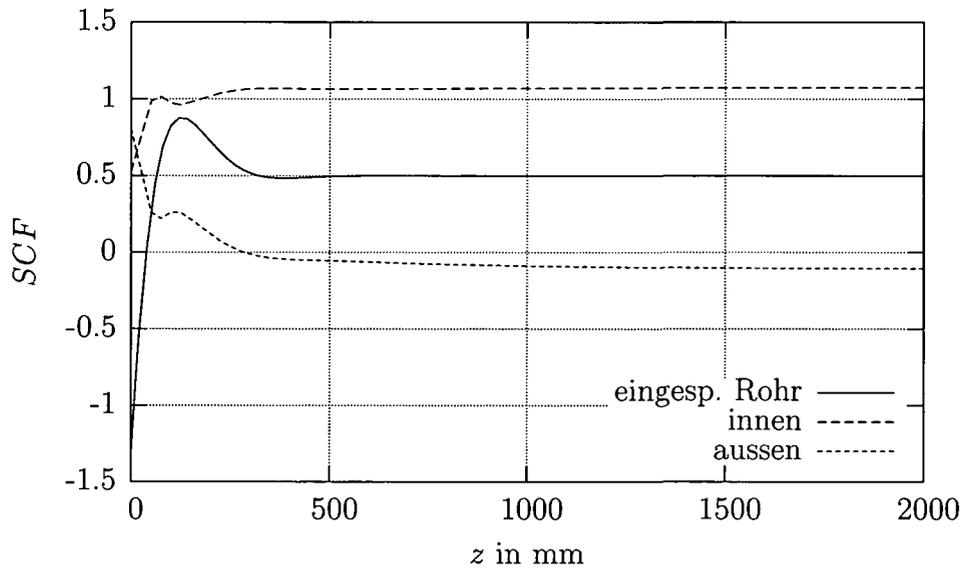


Abbildung 9.26: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 2$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

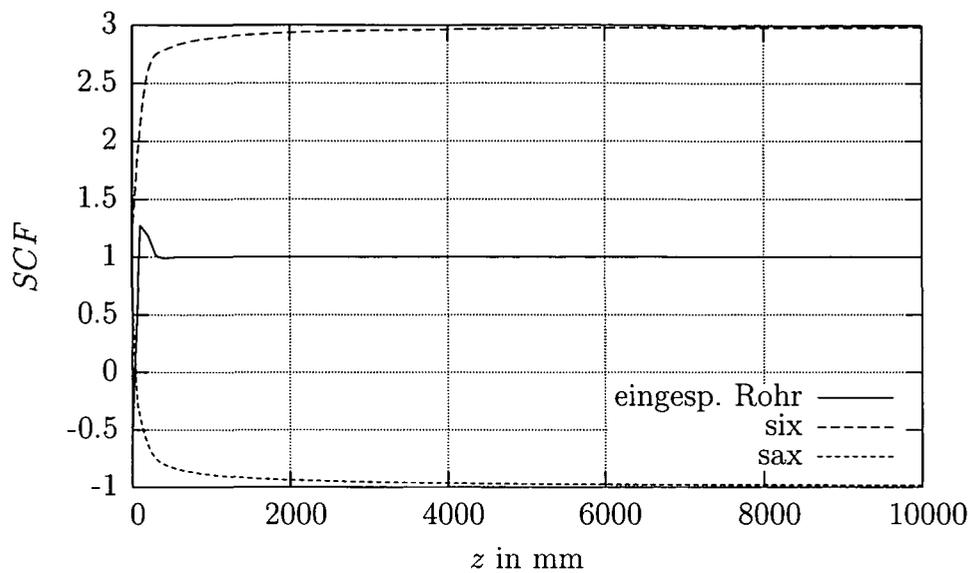


Abbildung 9.27: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 10$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

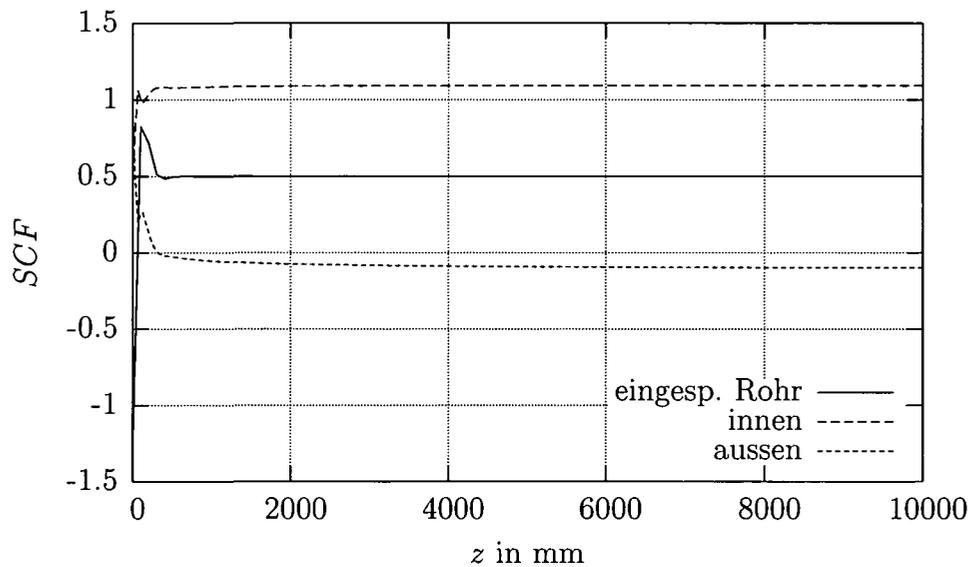


Abbildung 9.28: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung an der Aufdachung als Funktion von  $z$ , Fall 7,  $L/D = 10$ ,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa, Belastung mit  $p_m/3$ .

# 10 Ergebnisbetrachtung

Mit Hilfe der Finite Elemente Analyse konnte ein Überblick darüber gewonnen werden, welche Parameter die Spannungserhöhungsfaktoren in Zylinderschalen mit geometrischen Formabweichungen beeinflussen. Einige dieser Parameter sind in den Gleichungen für die Spannungserhöhung, welche in der EN 13445-3 angegeben sind, berücksichtigt. Die Spannungserhöhungsfaktoren  $A_2$  (für ovale Formabweichung) und  $A_4$  (für Aufdachung) berücksichtigen jedoch so wesentliche Einflüsse, wie die Länge des Zylinders oder die Randbedingungen am Zylinderende nicht. Und somit gelten diese Faktoren streng genommen nur für unendlich lange Zylinder. Zusätzlich ist der Spannungserhöhungsfaktor  $A_4$  für die Aufdachung viel zu konservativ und vernachlässigt nichtlineare Einflüsse, welche im Faktor  $A_2$  für ovale Formabweichung berücksichtigt sind. Wie in Kapitel 7.2 gezeigt wurde, kann der nichtlineare Einfluss des Drucks durch Erweitern des Faktors  $A_4$  mit  $CF$  zu  $\hat{A}_4 = A_4 \cdot CF$  einfach berücksichtigt werden.  $CF$  kann sowohl rechnerisch, oder mit Hilfe eines Diagramms, in Abhängigkeit von Zylinderdurchmesser, Wanddicke, Aufdachungswinkel und Elastizitätsmodul, ermittelt werden. Diese Untersuchungen wurden für den Typ der lokalen Aufdachung durchgeführt, da gezeigt werden konnte, daß die lokale Aufdachung im zulässigen Druckbereich immer größere Spannungen als die globale Aufdachung liefert.

Die größte Problematik stellt der Einfluss der Zylinderlänge dar, welcher in den in EN 13445-3 gegebenen Spannungserhöhungsfaktoren nicht berücksichtigt ist. Die Gleichungen für  $A_2$  und  $\hat{A}_4$  besitzen beim elastischen Beuldruck  $p_m$  des unendlich langen Zylinders eine Singularität, bei deren Überschreiten die Werte negativ werden. Bei Verwendung dieser Gleichungen für einen kurzen Zylinder mit einem höheren Beuldruck könnte man in diesen Bereich kommen, und vollkommen falsche Ergebnisse erhalten. Die Anpassung der Spannungserhöhungsfaktoren an den Beuldruck liefern die Gleichungen für  $\hat{A}_2$  und  $\hat{A}_4$ . Die Finite Elemente Analysen zeigen, daß diese Faktoren bis zu einem Verhältnis von Länge zu Durchmesser gleich  $L/D = 20$  die tatsächliche Spannungserhöhung hinreichend genau beschreiben. Bei kürzeren Zylindern

nimmt vor allem im Bereich der Außendruckbelastung die Abweichung stark zu. Es zeigen sich für  $\tilde{A}_2$  und  $\tilde{A}_4$  die gleichen Probleme: Die tatsächliche Spannungserhöhung geht beim Erreichen des elastischen Beuldrucks nicht gegen Unendlich, so wie die Werte von  $1 + \tilde{A}_2$  und  $1 + \tilde{A}_4$ . Weiters liefern  $1 + \tilde{A}_2$  und  $1 + \tilde{A}_4$  beim Nulldurchgang des Drucks für Zylinder unterschiedlicher Länge, mit gleicher Geometrie des Querschnitts, jeweils denselben Wert für den Spannungserhöhungsfaktor. Die Finite Elemente Berechnungen haben jedoch gezeigt, daß die Spannungen von Zylindern unterschiedlicher Länge beim Nulldurchgang des Drucks verschieden sind.

Bei der ovalen Formabweichung läßt sich feststellen, daß der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität mit kürzer werdenden Zylindern stark sinkt. Bei der Aufdachung ist dieser Effekt wesentlich geringer.

Die Untersuchung des Einflusses der Randbedingungen am Zylinderende hat gezeigt, daß die Art der Randbedingung die Spannungserhöhung der Umfangsspannung in der Mitte des Zylinders nur gering beeinflusst. Nur wenn der Zylinder durch eine leichte Versteifung begrenzt wird, treten höhere Spannungen als bei den untersuchten schweren Versteifungen auf. Bei der Spannung in Längsrichtung ist von Bedeutung, ob eine Längsspannung auf den Zylinder wirkt, der Zylinder an beiden Enden in axialer Richtung eingespannt, oder aber in axialer Richtung frei verschiebbar ist. Die Sperre des Rotationsfreiheitsgrades in Umfangsrichtung hat kaum Einfluss auf die Spannung in Längsrichtung im mittleren Zylinderquerschnitt. Die größten Spannungen in Längsrichtung treten an den Zylindern mit aufgebrachtener Deckelkraft des geschlossenen Zylinders auf.

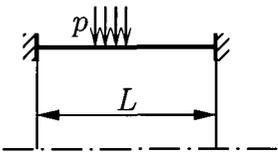
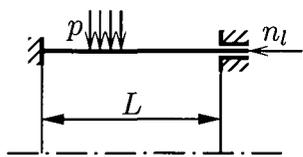
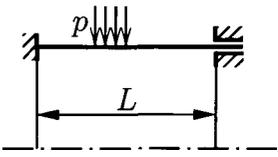
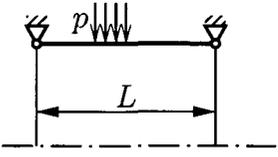
Die endlich langen Zylinder können in zwei Bereiche eingeteilt werden: Im Bereich bis zu einem Abstand von  $3,9\sqrt{r_m e}$  vom Zylinderende, überwiegen die Biegespannungen durch die Randbedingungen am Zylinderende. Im übrigen Bereich des Zylinders dominieren die Zusatzspannungen aufgrund der Formabweichung.

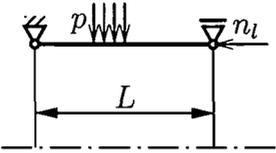
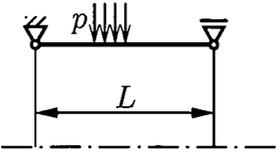
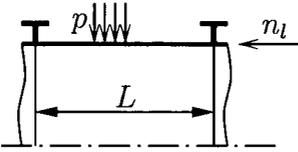
In EN 13445-3 wird nicht darauf hingewiesen, ob die Faktoren  $A_2$  und  $A_4$  auch für die Berechnung der Spannungserhöhung der Längsspannung verwendet werden dürfen. Die Finite Elemente Analysen haben gezeigt, daß diese Faktoren stark von den tatsächlichen Werten für die Spannungserhöhung der Längsspannung abweichen und somit für die Berechnung der Längsspannung nicht geeignet sind.

# Anhang A

## Ergebnisse der Finite Elemente Analysen

In diesem Anhang werden die Diagramme der Ergebnisse der Finite Elemente Analysen zusammengestellt:

Fall 1:		Ovalität: A.1.1, Seite 78 bis 80 Aufdachung: A.2.1, Seite 111 bis 112
Fall 2:		Ovalität: A.1.2, Seite 81 bis 100 Aufdachung: A.2.2, Seite 113 bis 121
Fall 3:		Ovalität: A.1.3, Seite 101 bis 102 Aufdachung: A.2.3, Seite 122
Fall 4:		Ovalität: A.1.4, Seite 103 bis 104 Aufdachung: A.2.4, Seite 123

Fall 5:		Ovalität: A.1.5, Seite 105 bis 106 Aufdachung: A.2.5, Seite 124
Fall 6:		Ovalität: A.1.6, Seite 107 bis 108 Aufdachung: A.2.6, Seite 125
Fall 7:		Ovalität: A.1.7, Seite 109 bis 110 Aufdachung: A.2.7, Seite 126

## A.1 Ovalität

### A.1.1 Fall 1

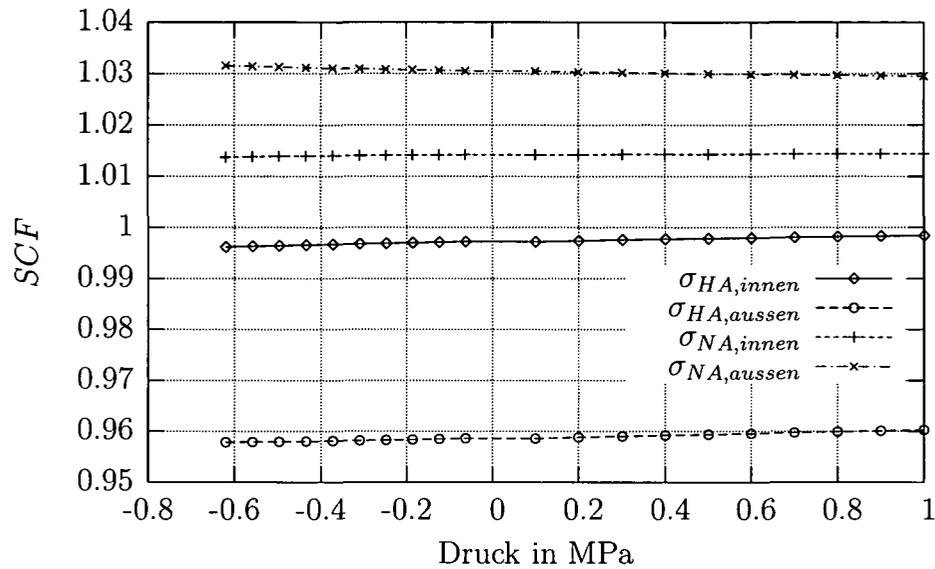


Abbildung A.1: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 1,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

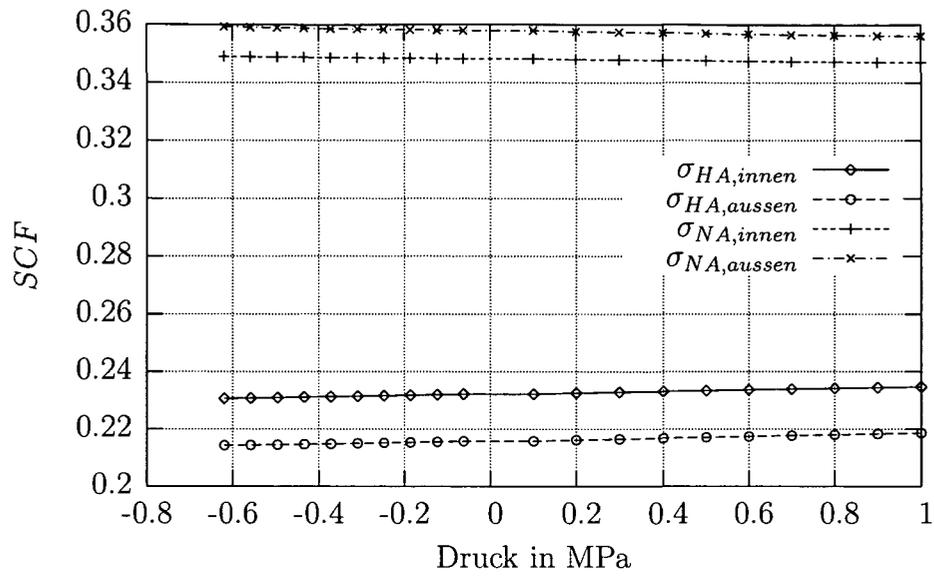


Abbildung A.2: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 1,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

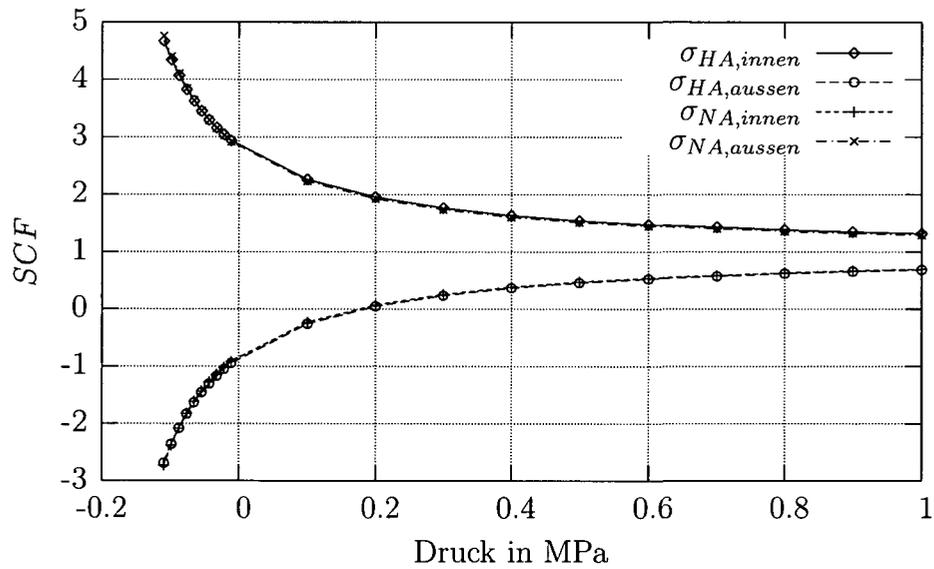


Abbildung A.3: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 1,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

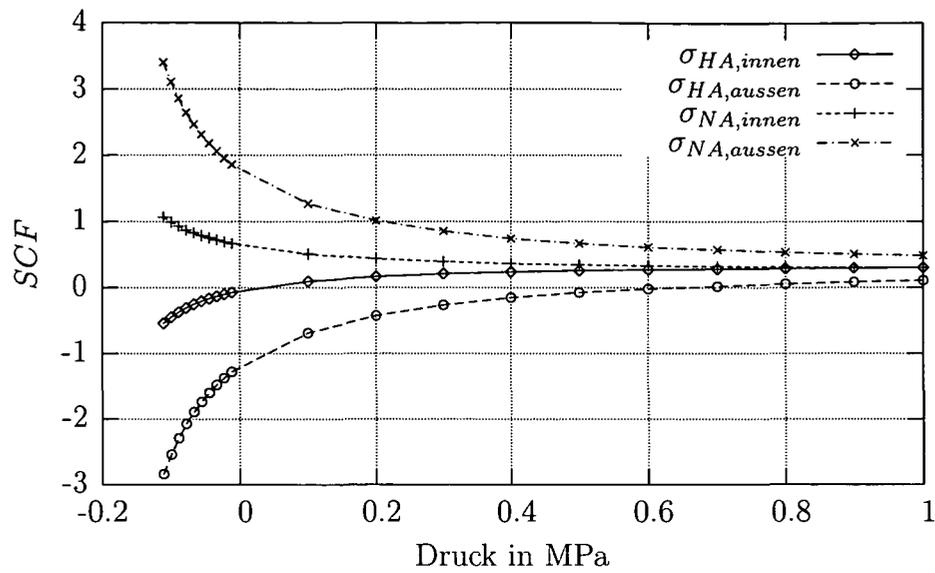


Abbildung A.4: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 1,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

A.1.2 Fall 2

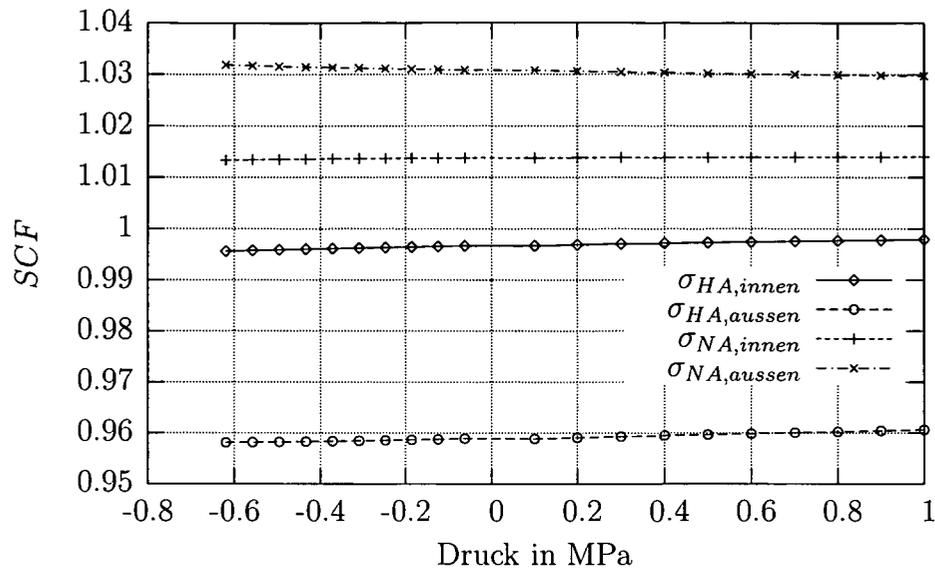


Abbildung A.5: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

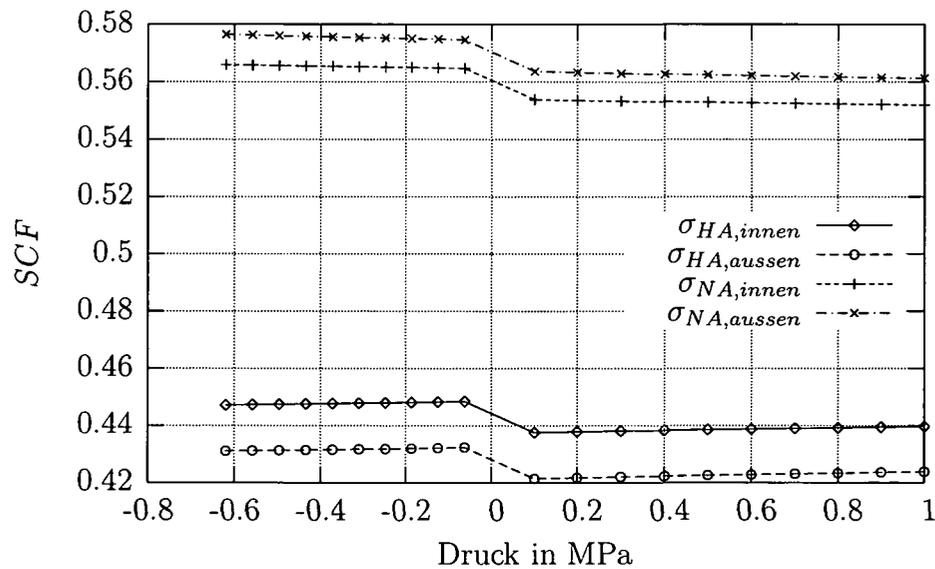


Abbildung A.6: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

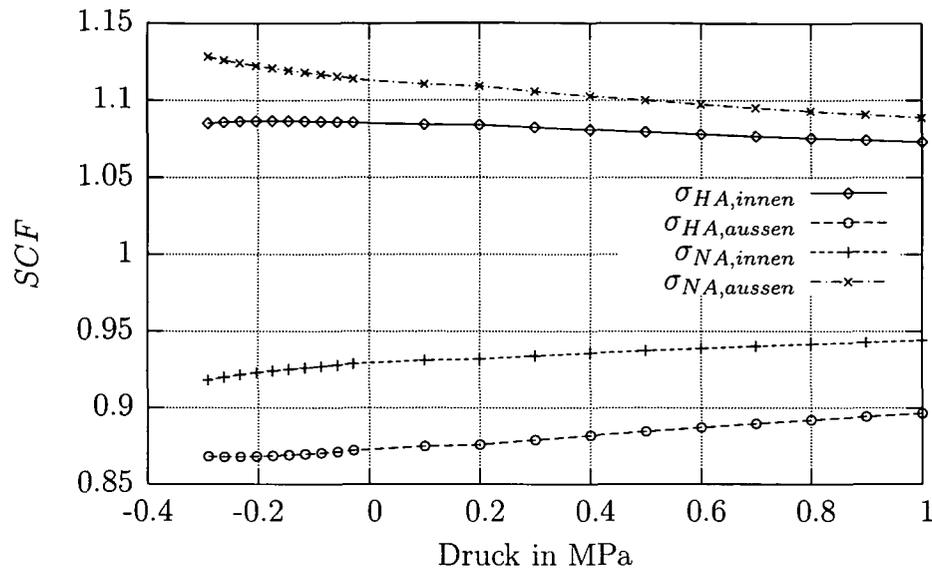


Abbildung A.7: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

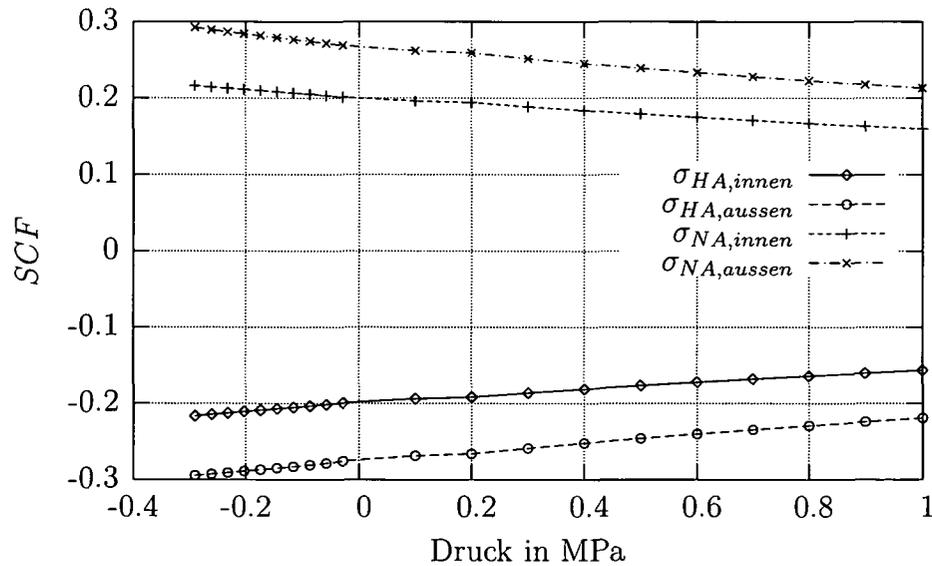


Abbildung A.8: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

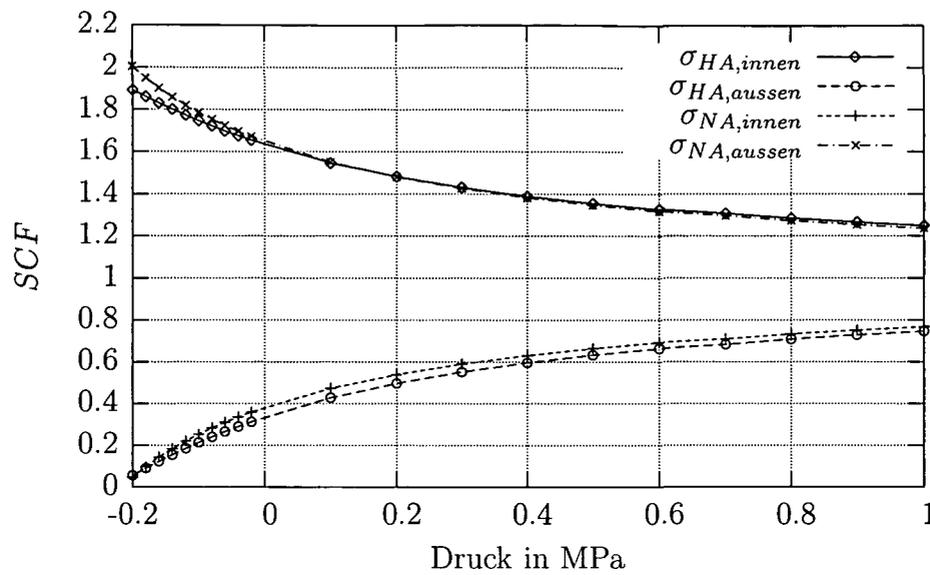


Abbildung A.9: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

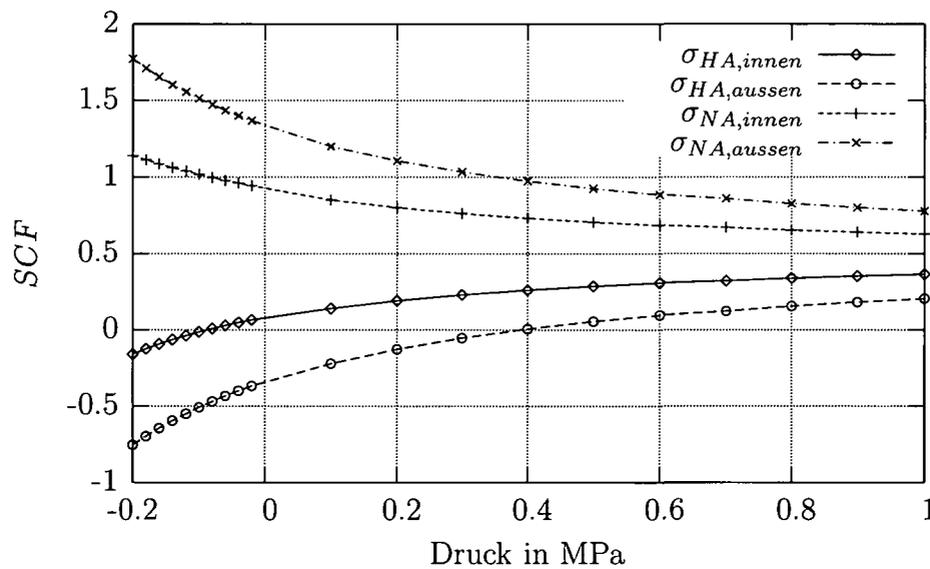


Abbildung A.10: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

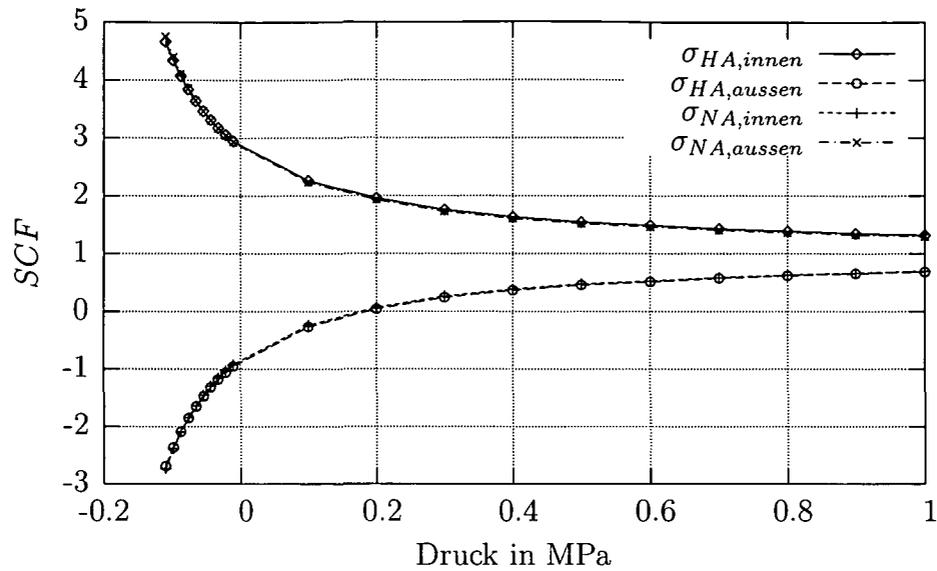


Abbildung A.11: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

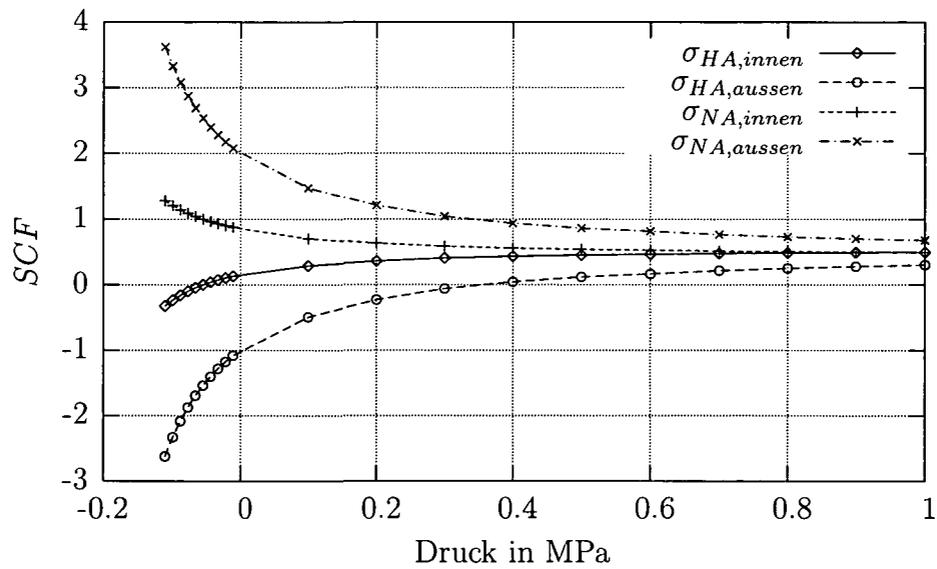


Abbildung A.12: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

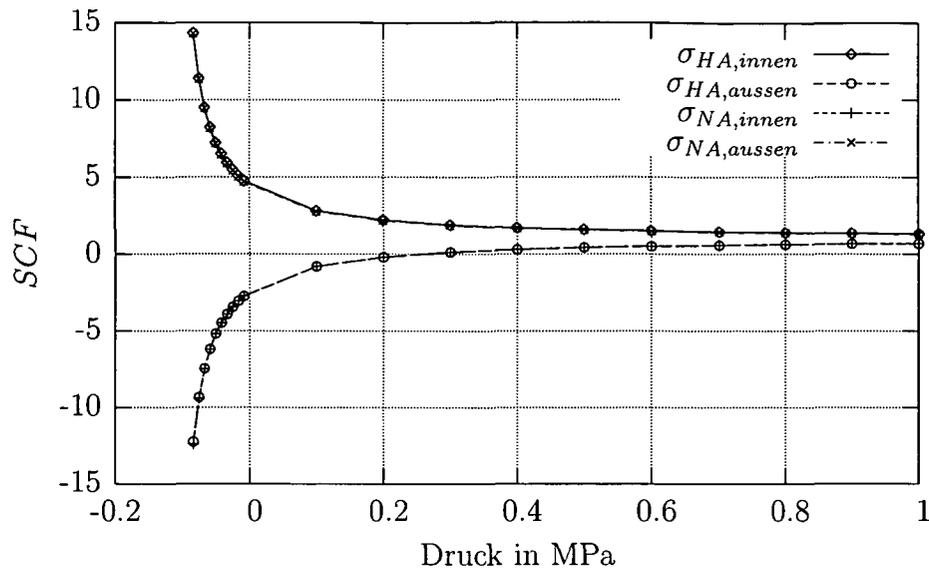


Abbildung A.13: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 14$ .

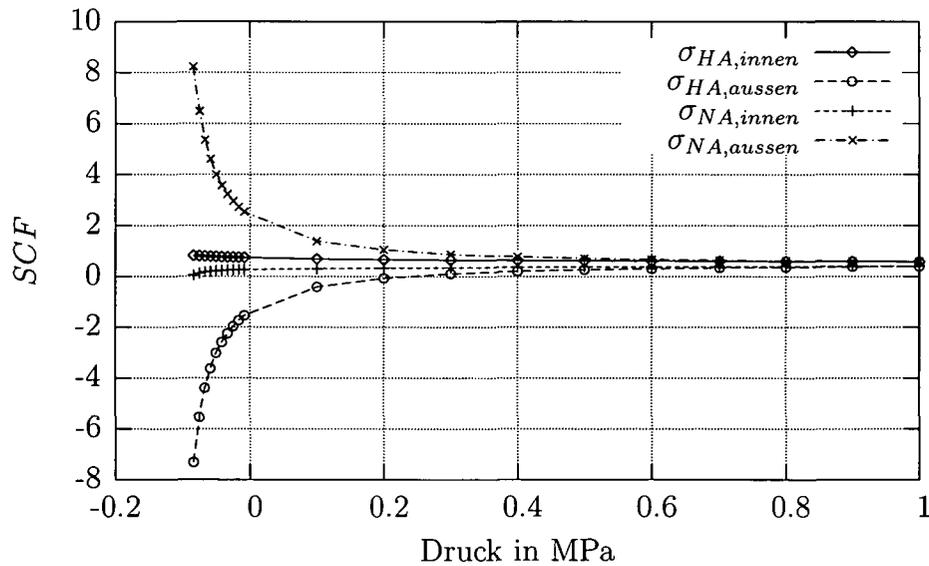


Abbildung A.14: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 14$ .

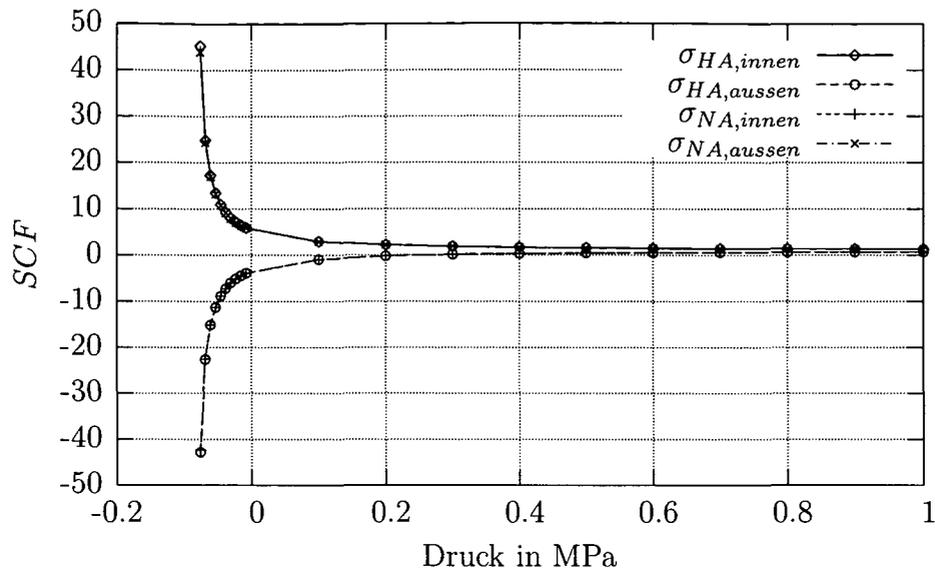


Abbildung A.15: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

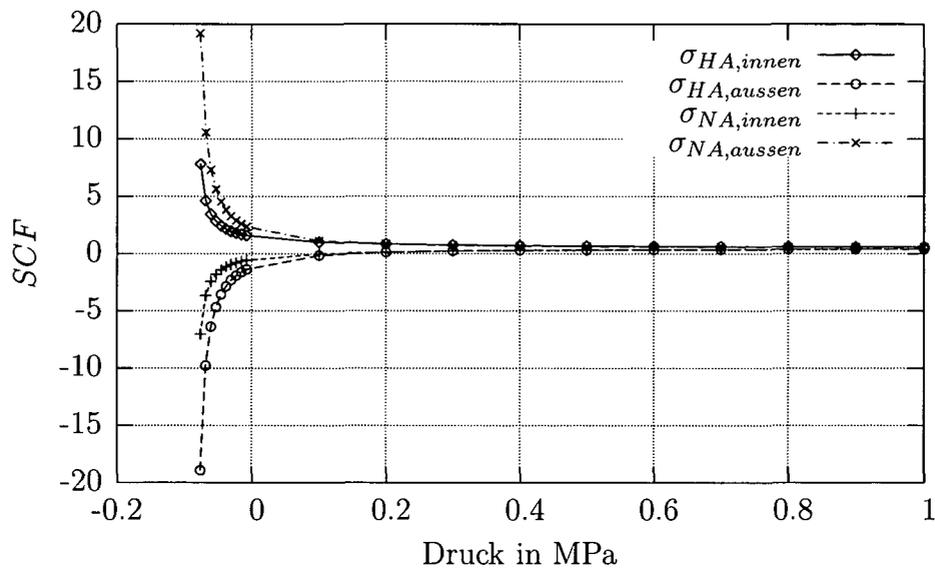


Abbildung A.16: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

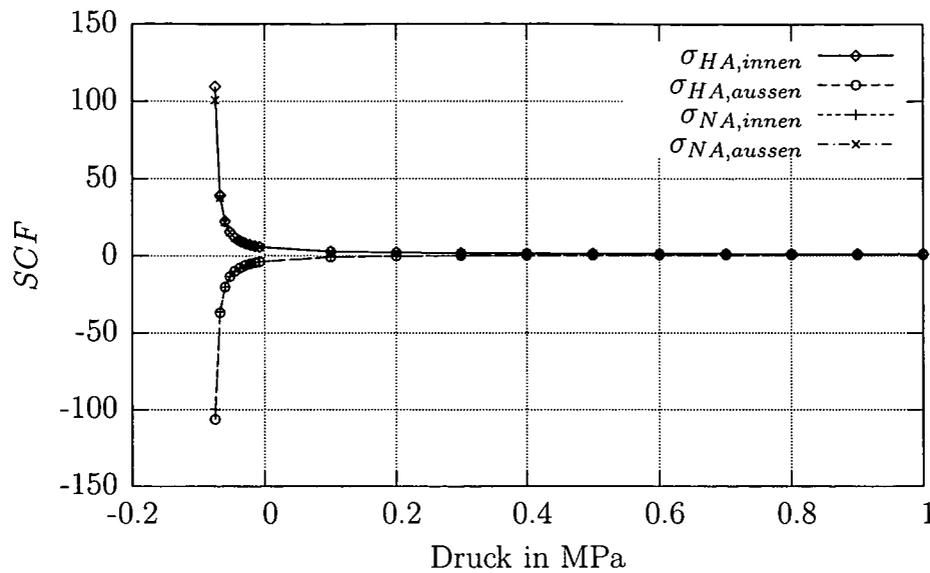


Abbildung A.17: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 30$ .

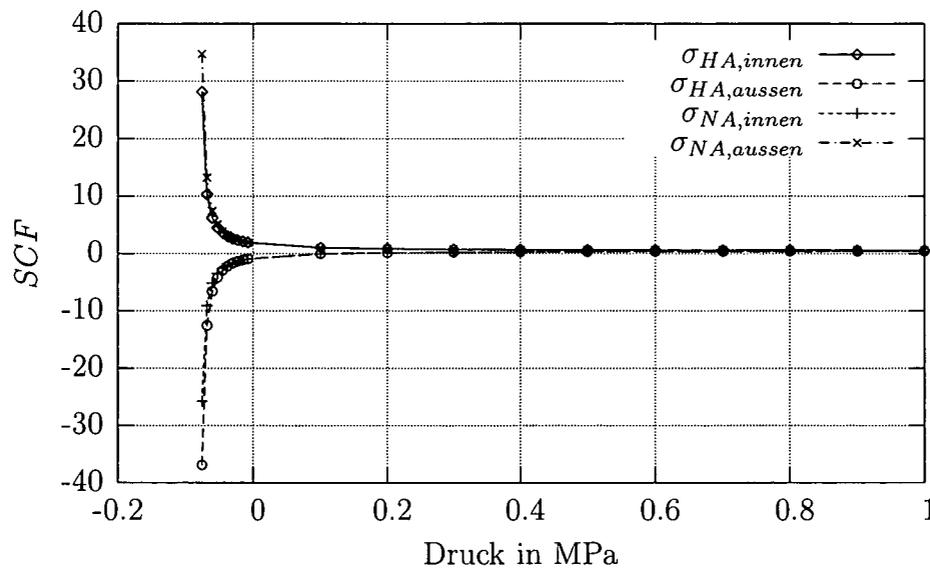


Abbildung A.18: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 30$ .

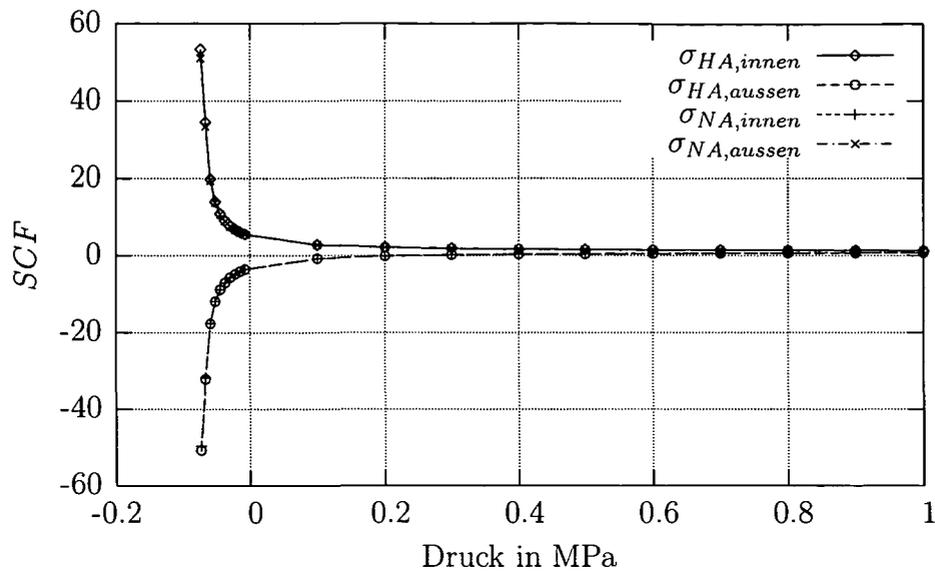


Abbildung A.19: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

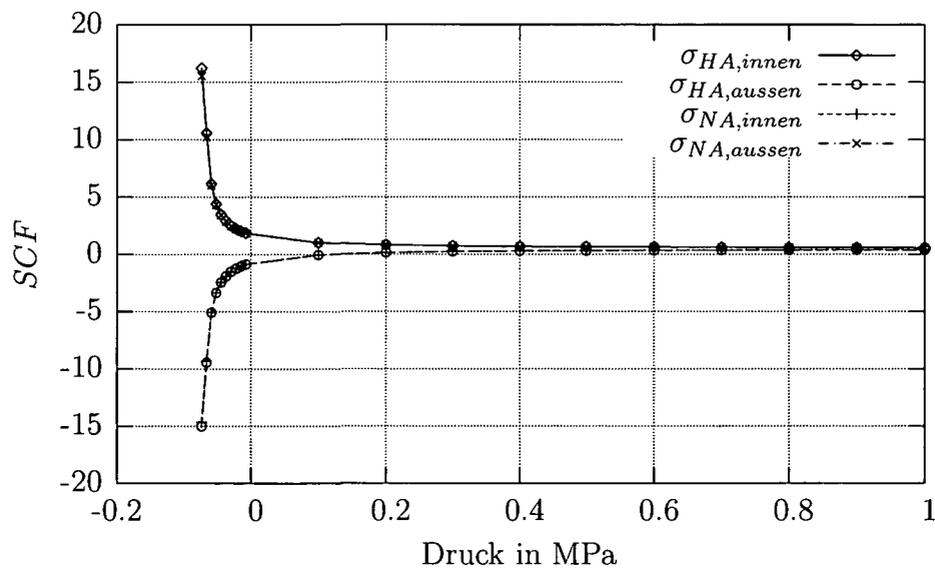


Abbildung A.20: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

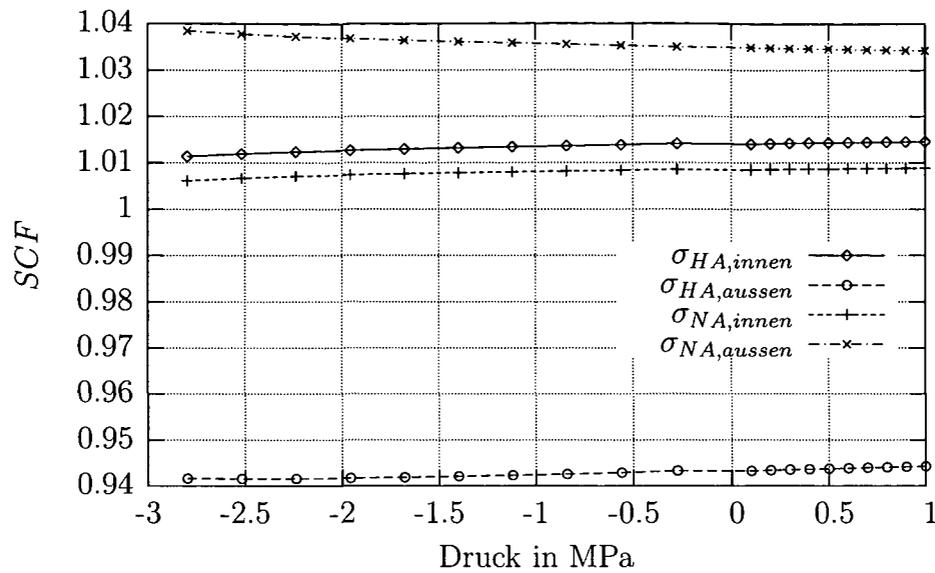


Abbildung A.21: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

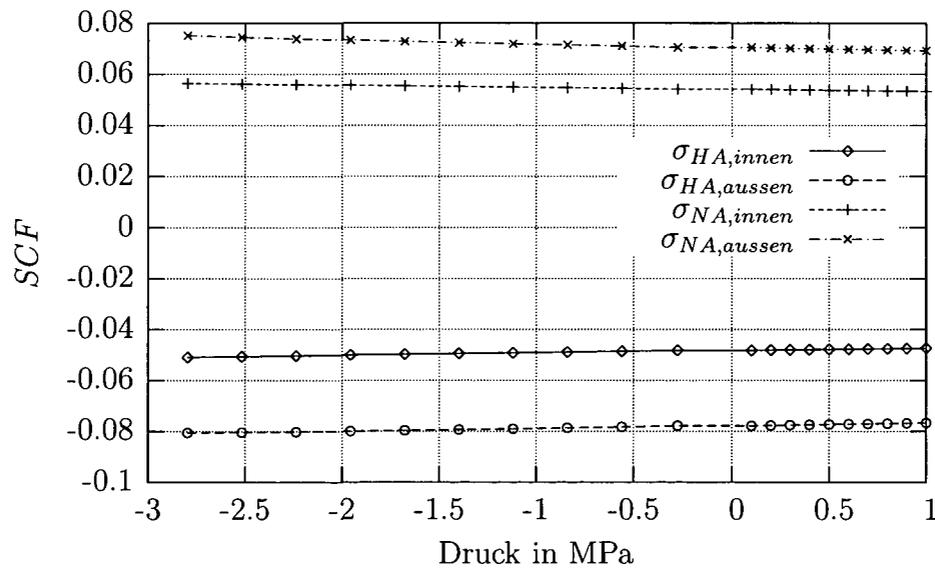


Abbildung A.22: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

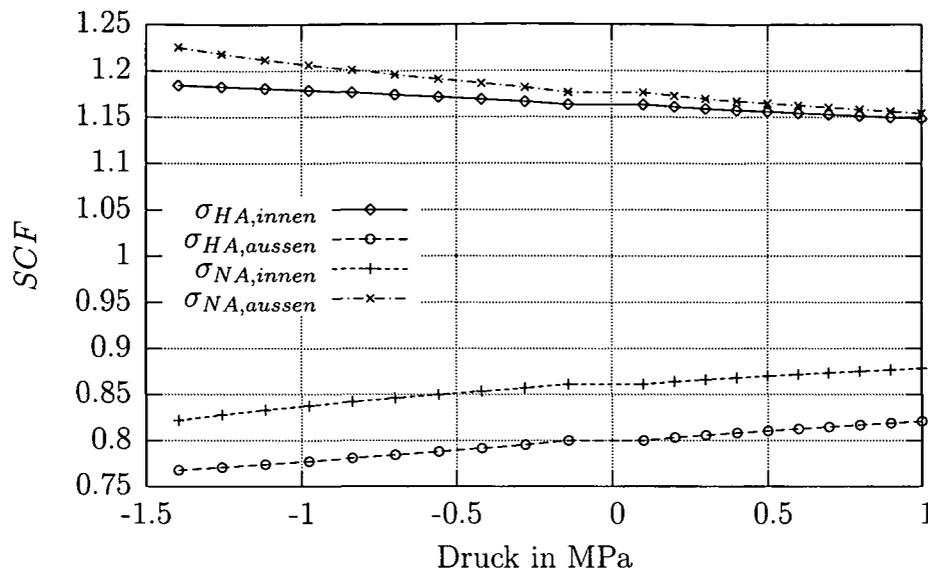


Abbildung A.23: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

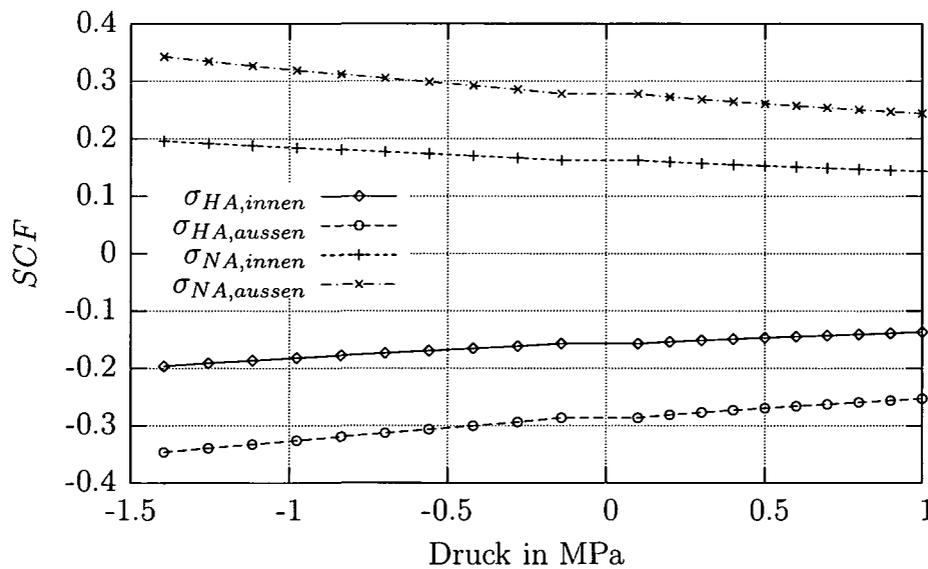


Abbildung A.24: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

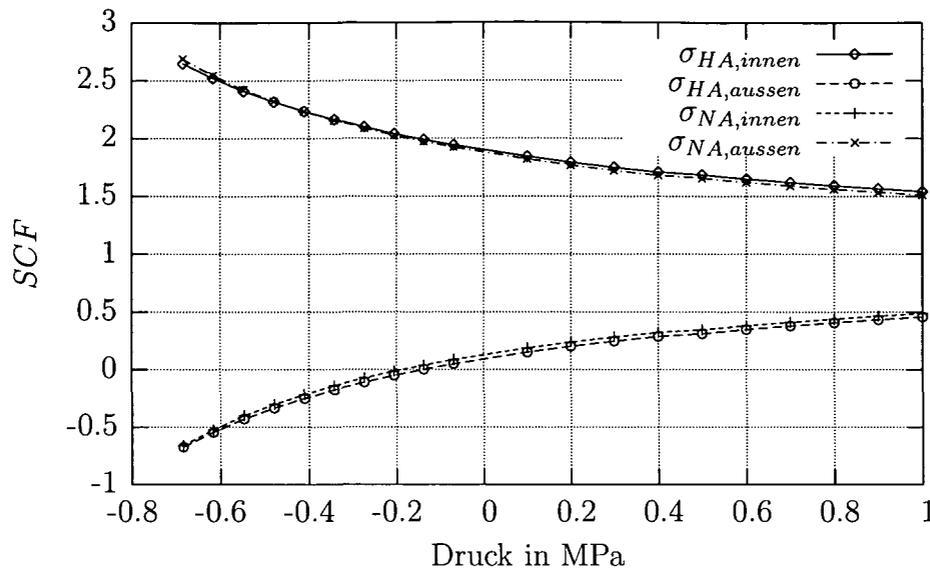


Abbildung A.25: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

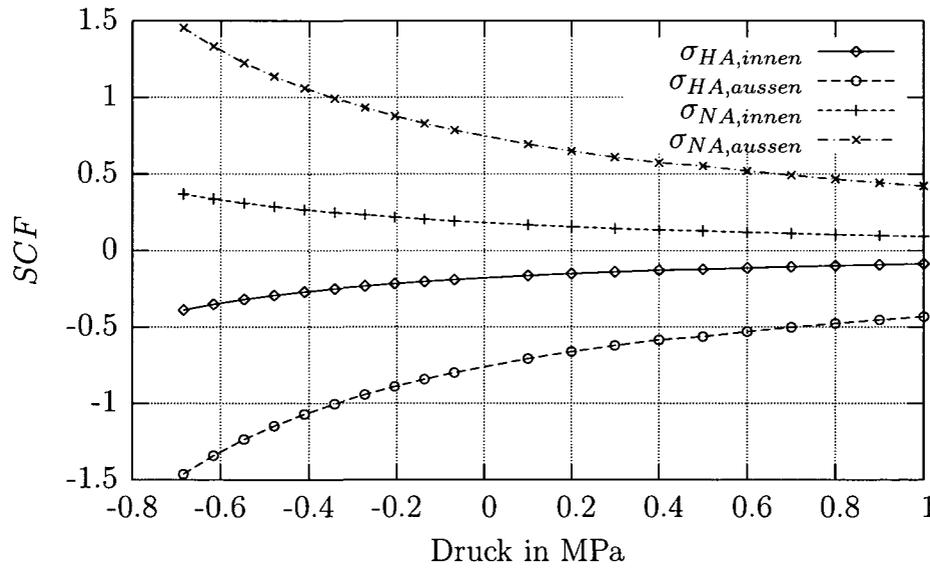


Abbildung A.26: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

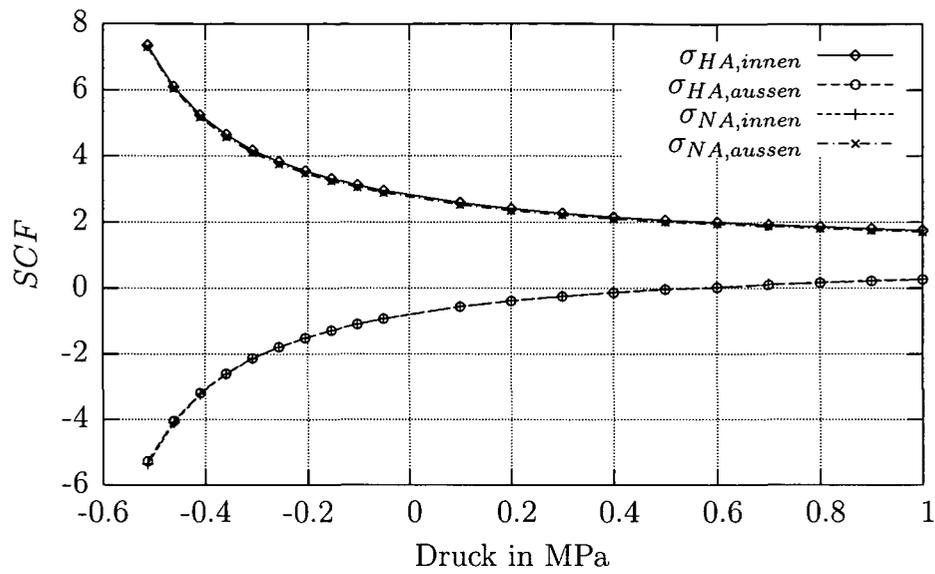


Abbildung A.27: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

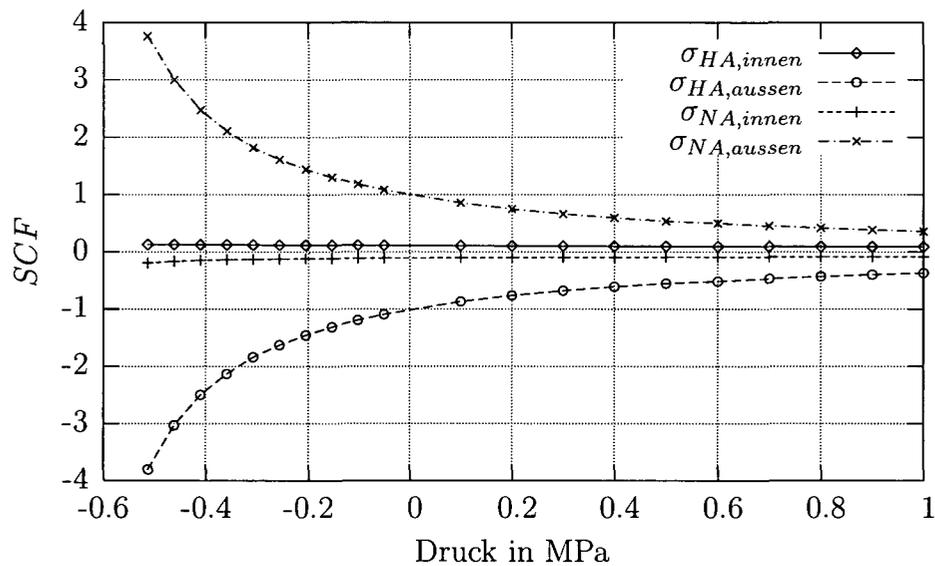


Abbildung A.28: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

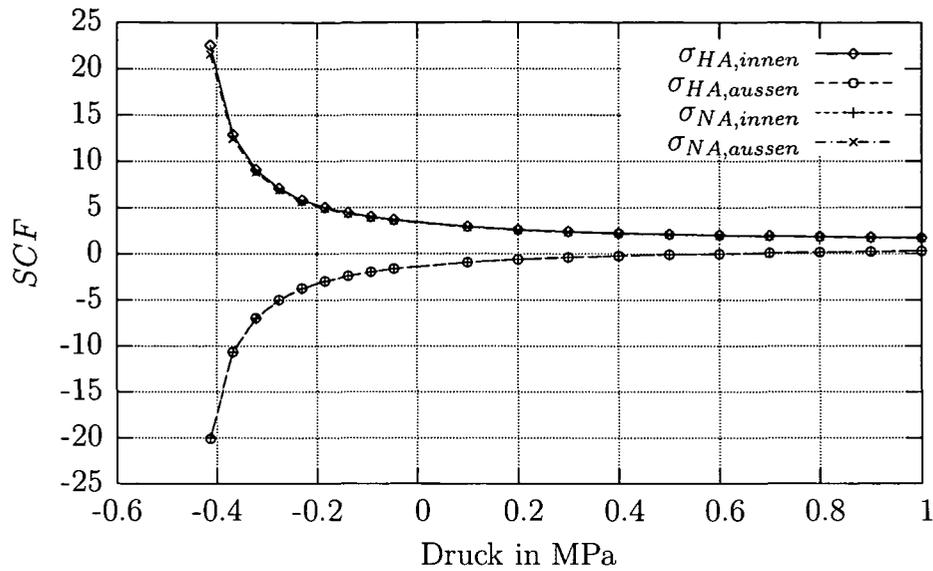


Abbildung A.29: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

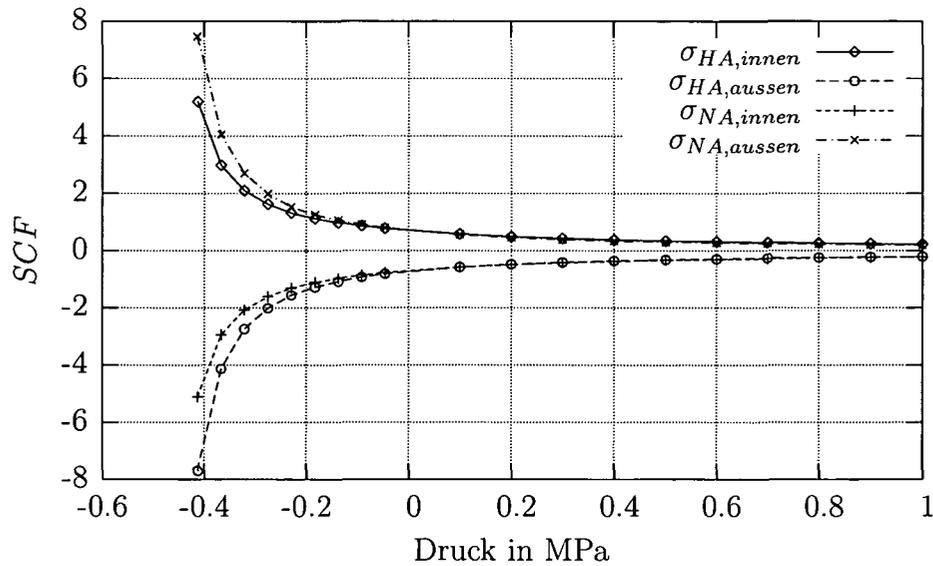


Abbildung A.30: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

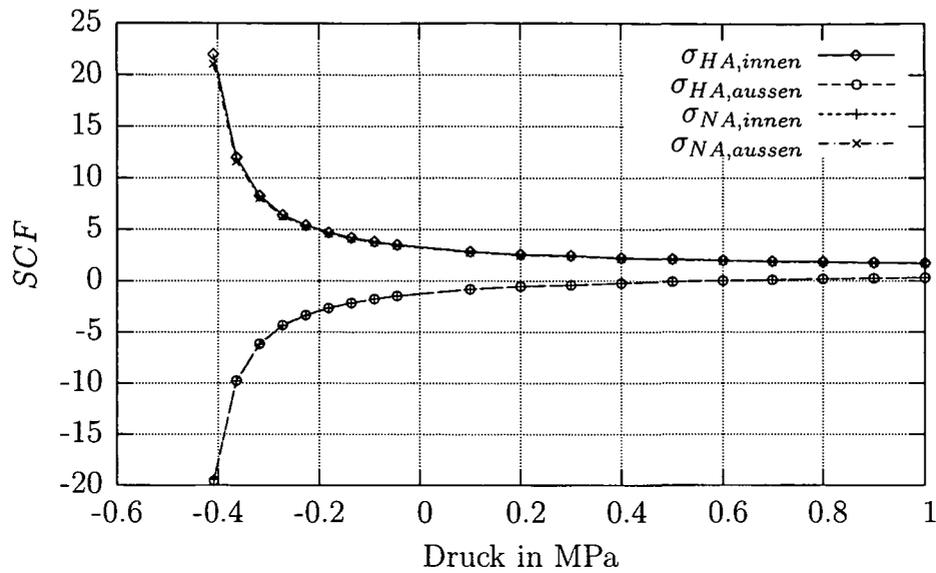


Abbildung A.31: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

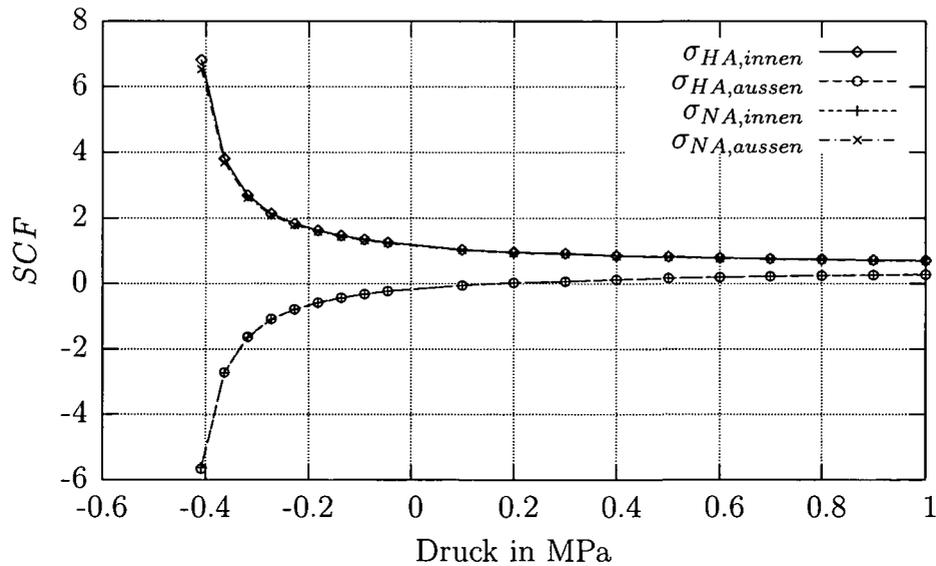


Abbildung A.32: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

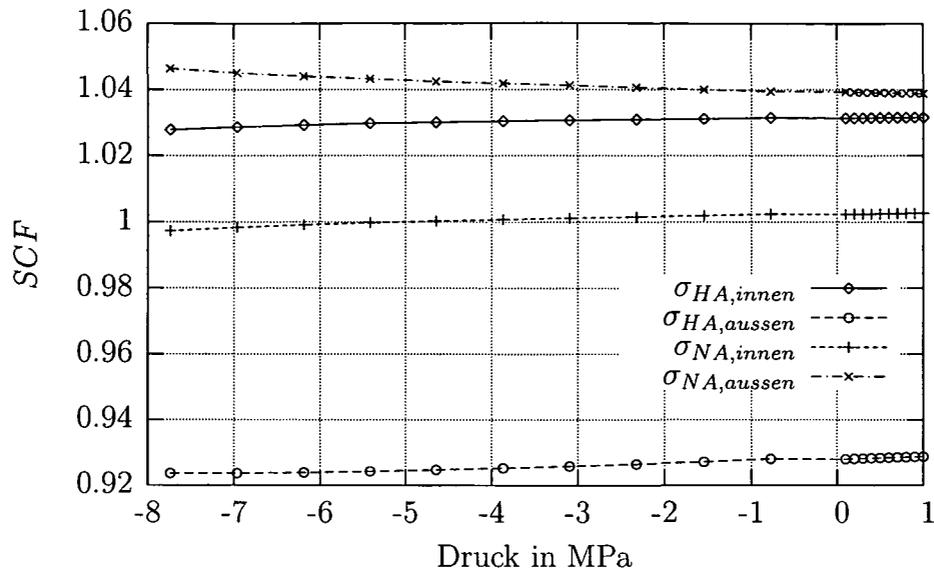


Abbildung A.33: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

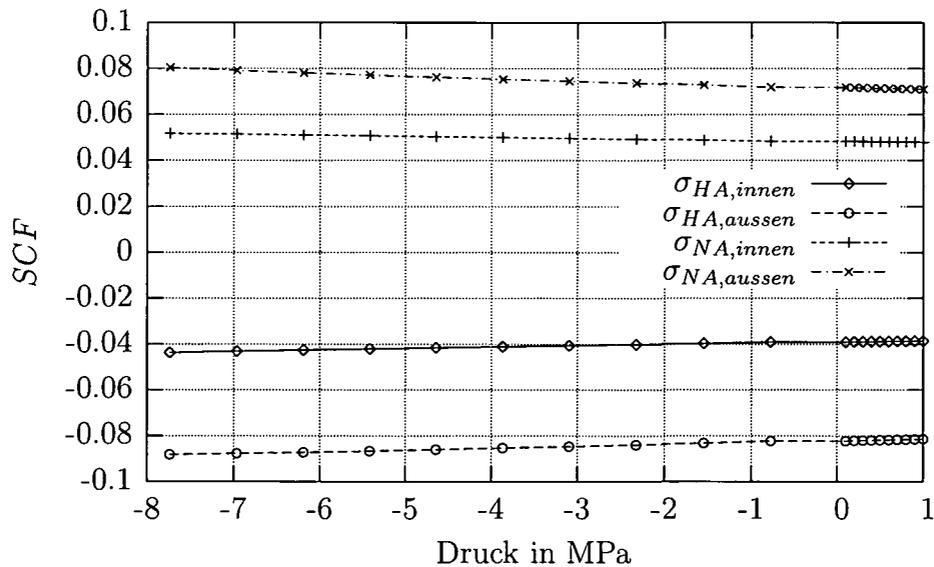


Abbildung A.34: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

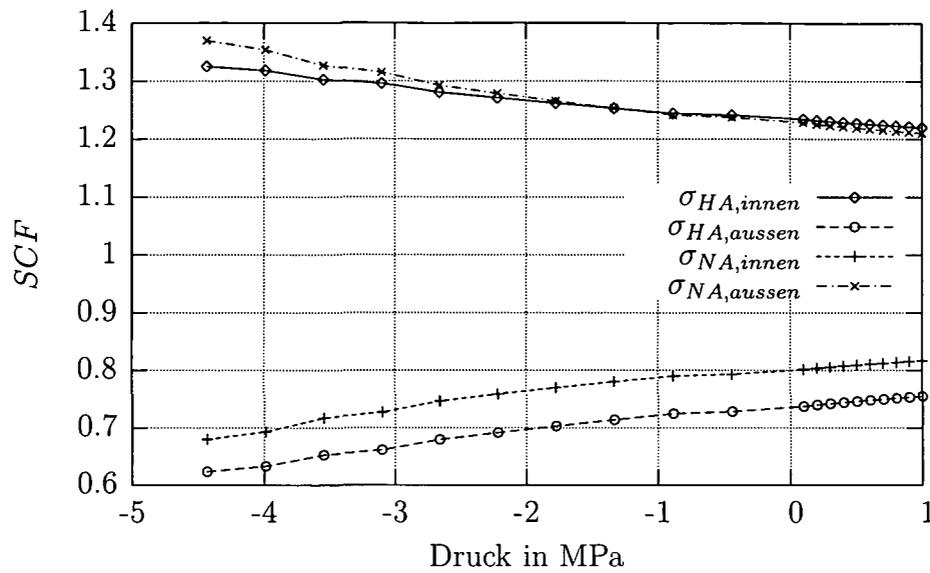


Abbildung A.35: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

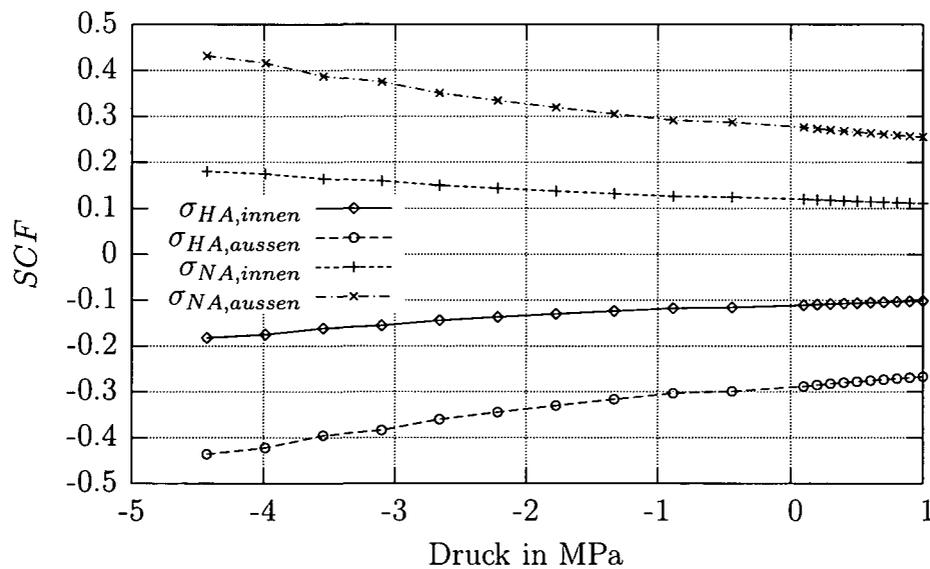


Abbildung A.36: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

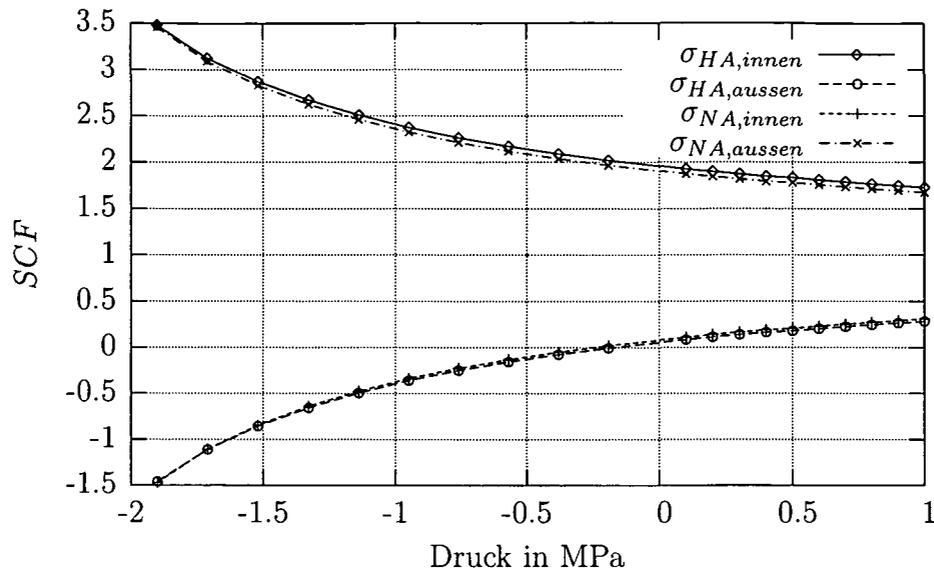


Abbildung A.37: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

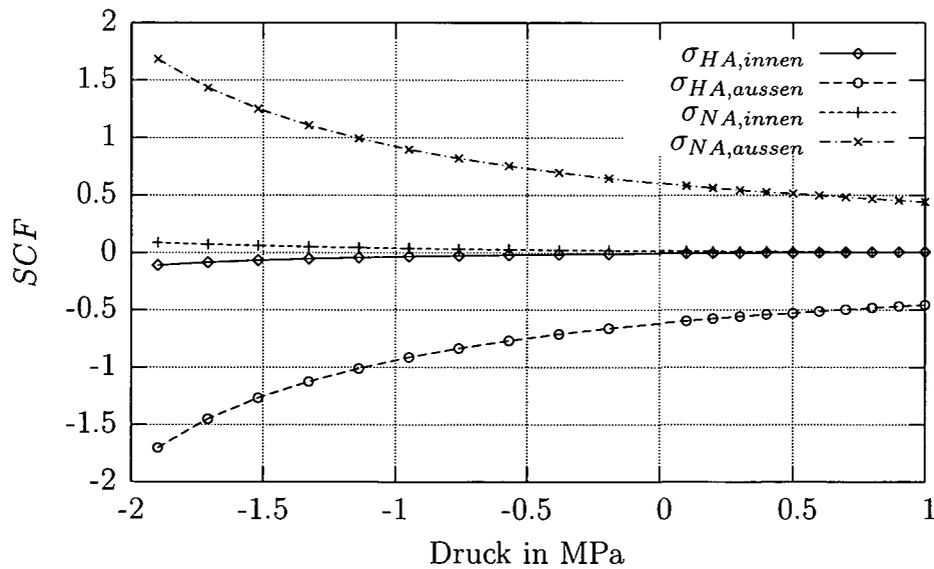


Abbildung A.38: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

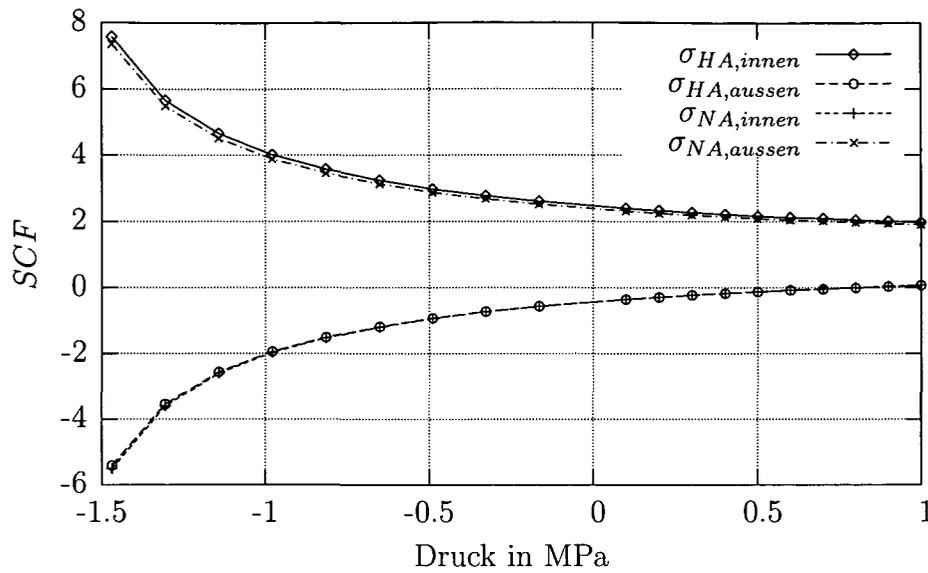


Abbildung A.39: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

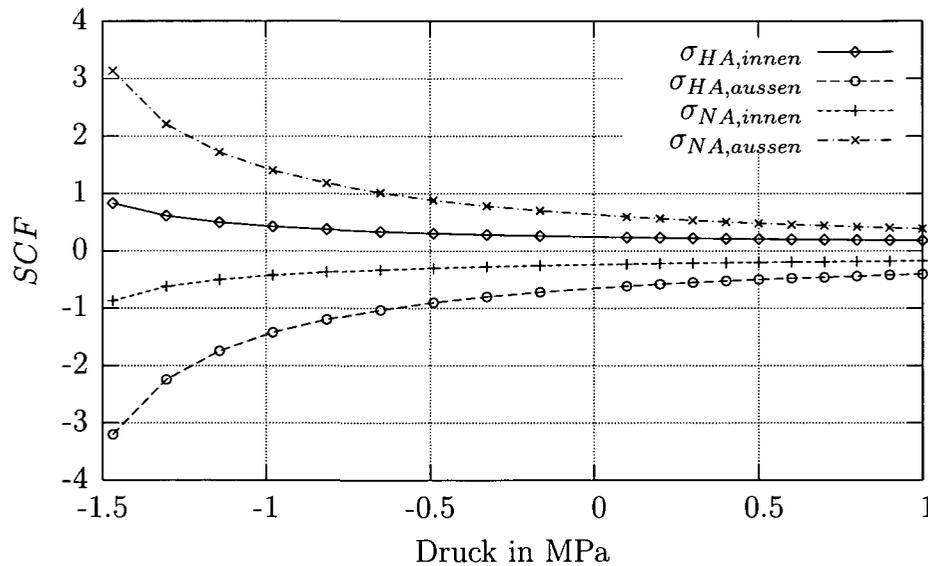


Abbildung A.40: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

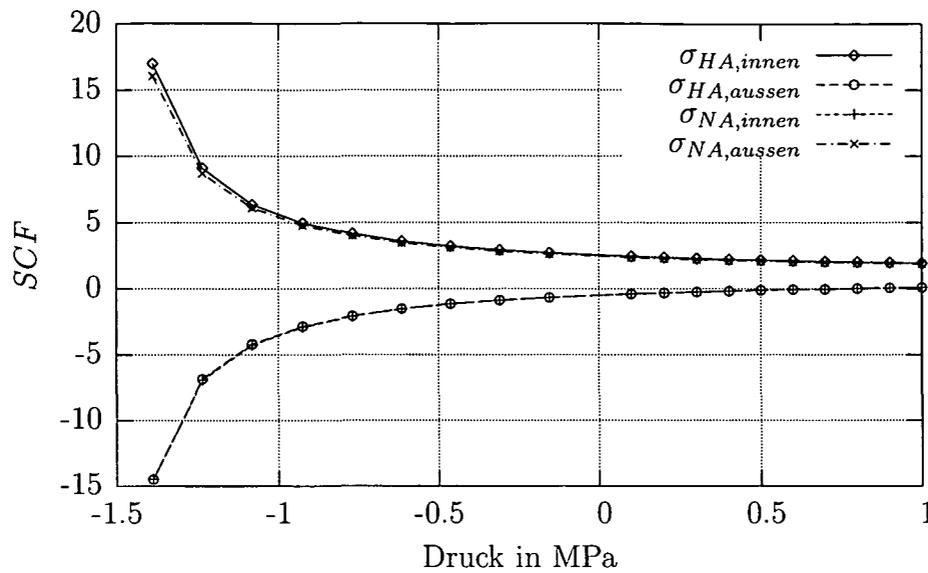


Abbildung A.41: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

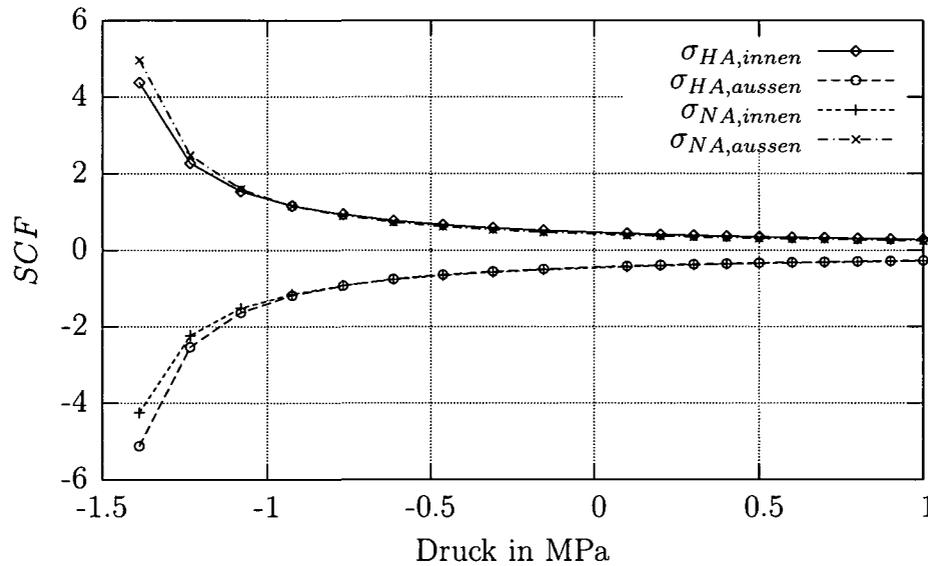


Abbildung A.42: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

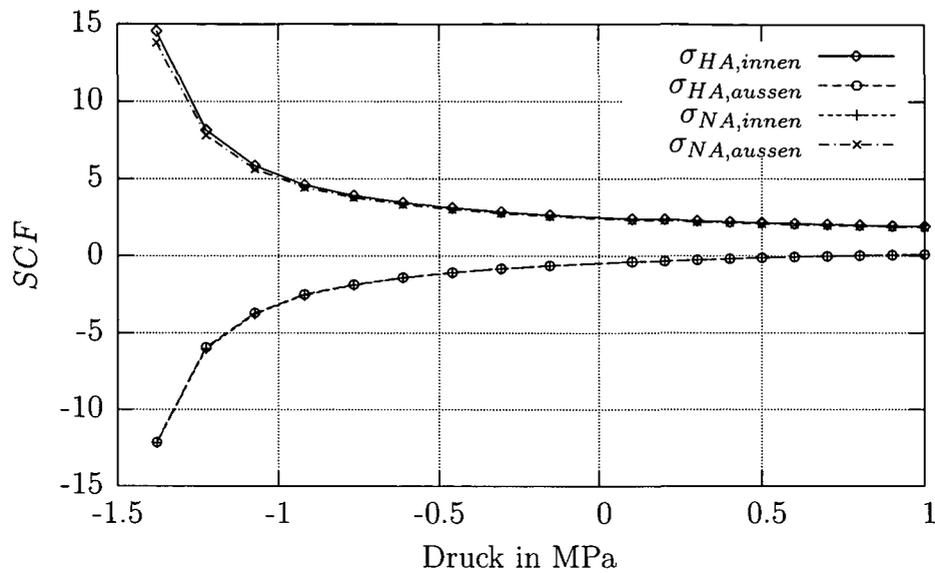


Abbildung A.43: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

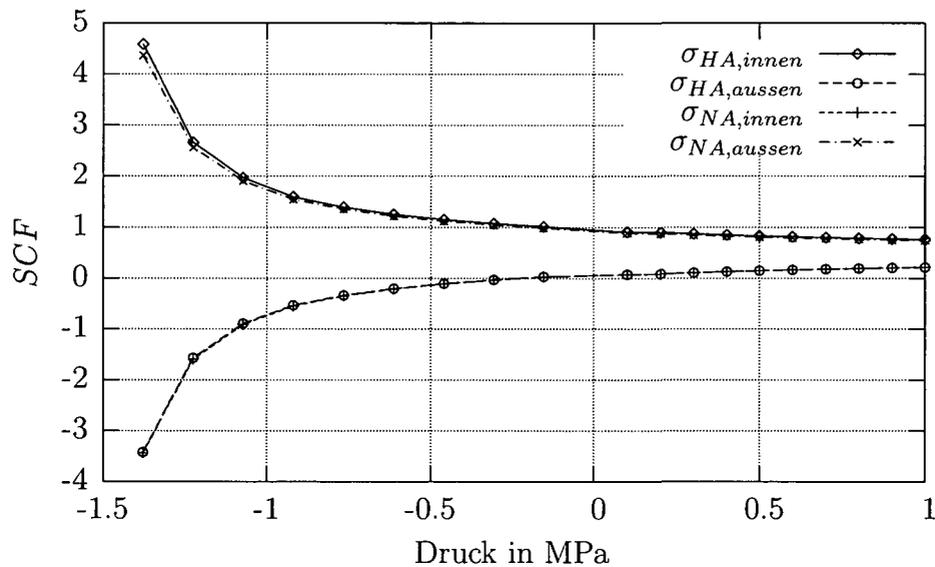


Abbildung A.44: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

**A.1.3 Fall 3**

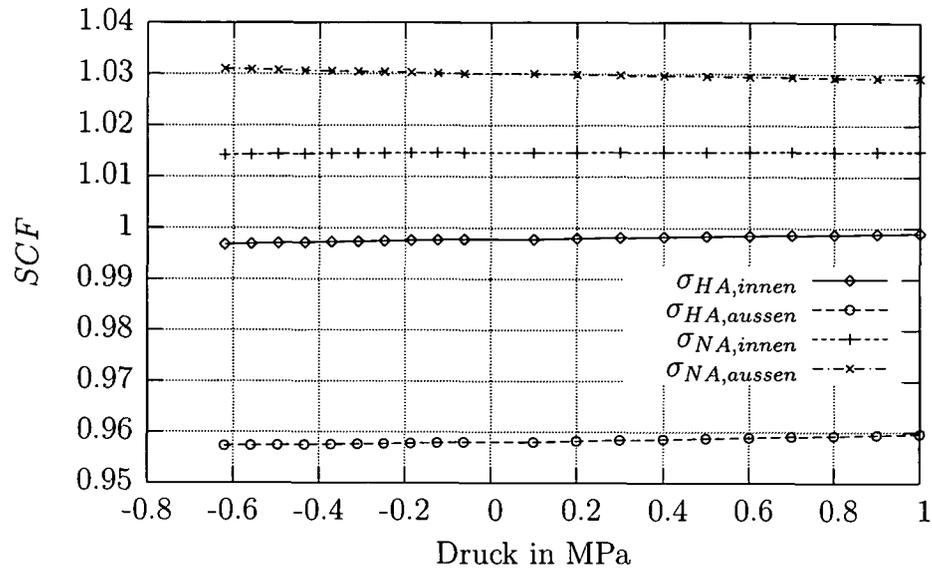


Abbildung A.45: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 3,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

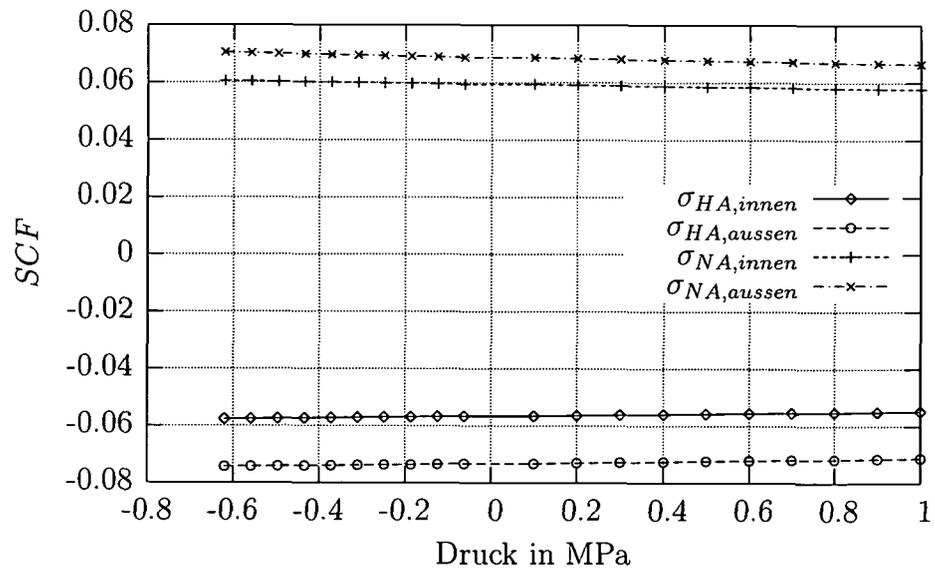


Abbildung A.46: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 3,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

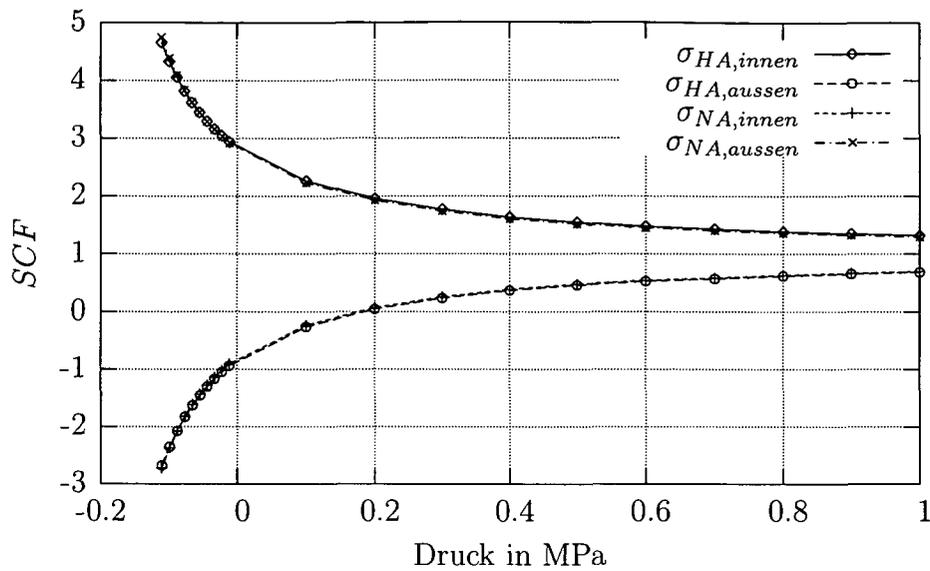


Abbildung A.47: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 3,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

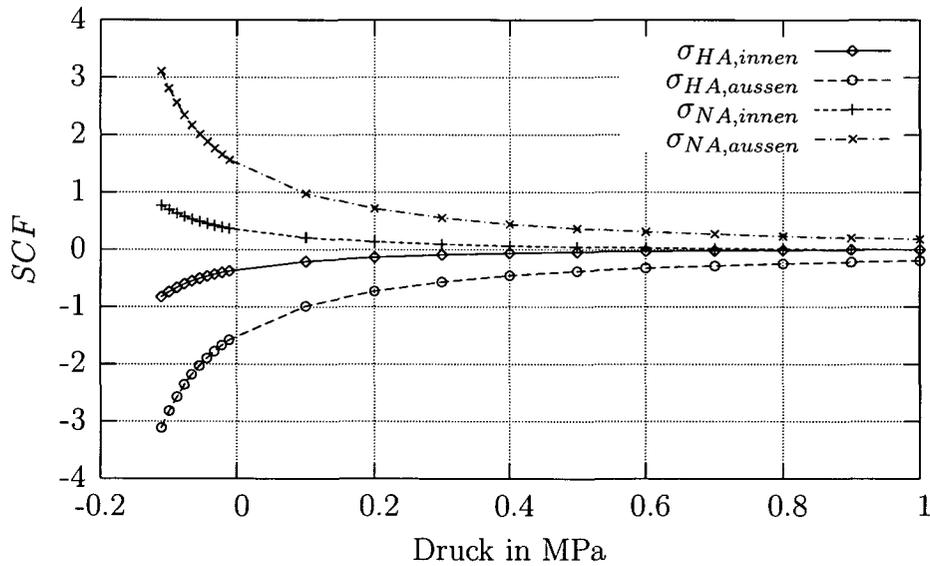


Abbildung A.48: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 3,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

A.1.4 Fall 4

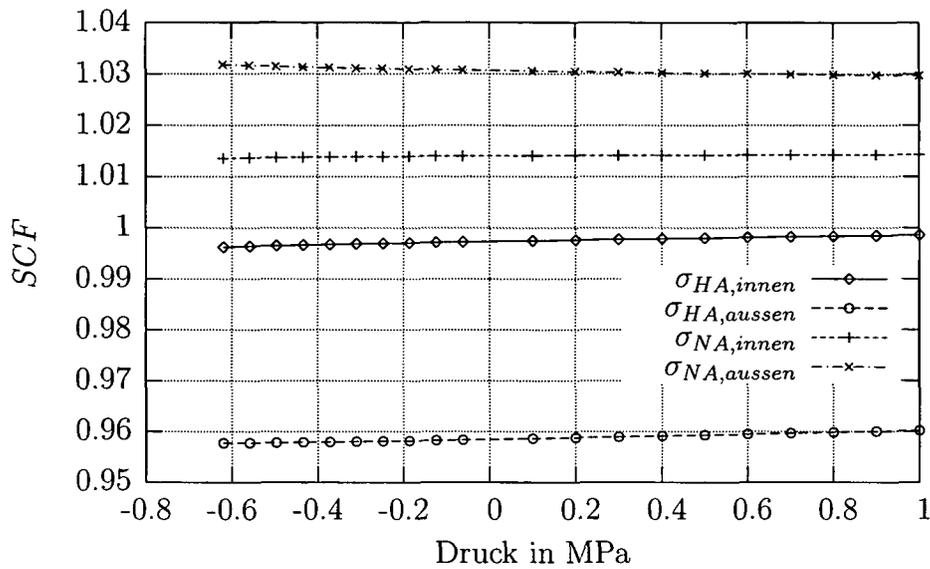


Abbildung A.49: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 4,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

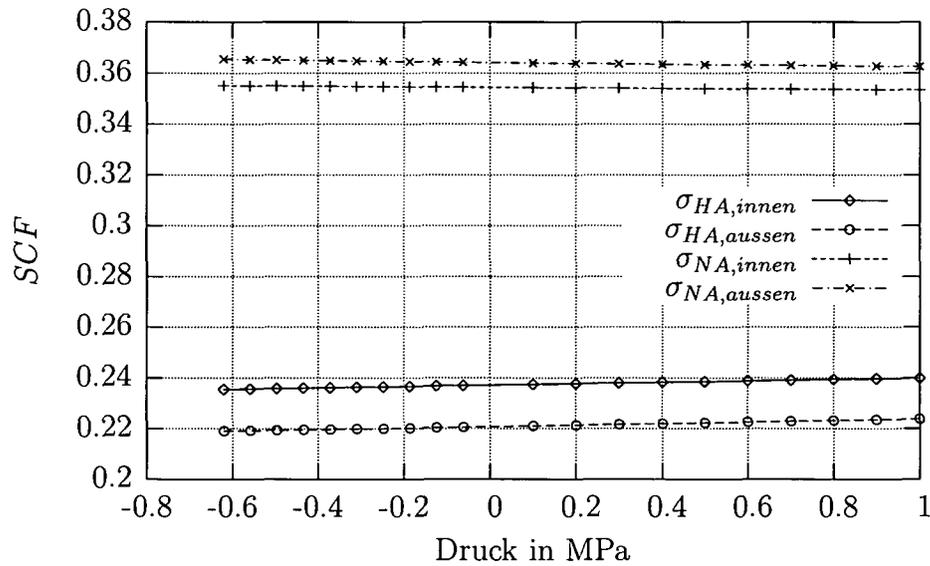


Abbildung A.50: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 4,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

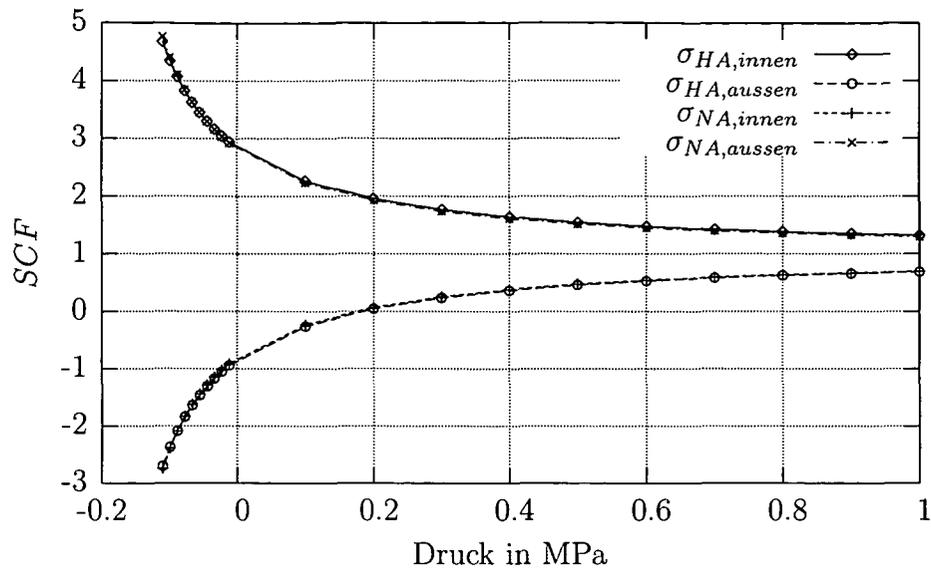


Abbildung A.51: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 4,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

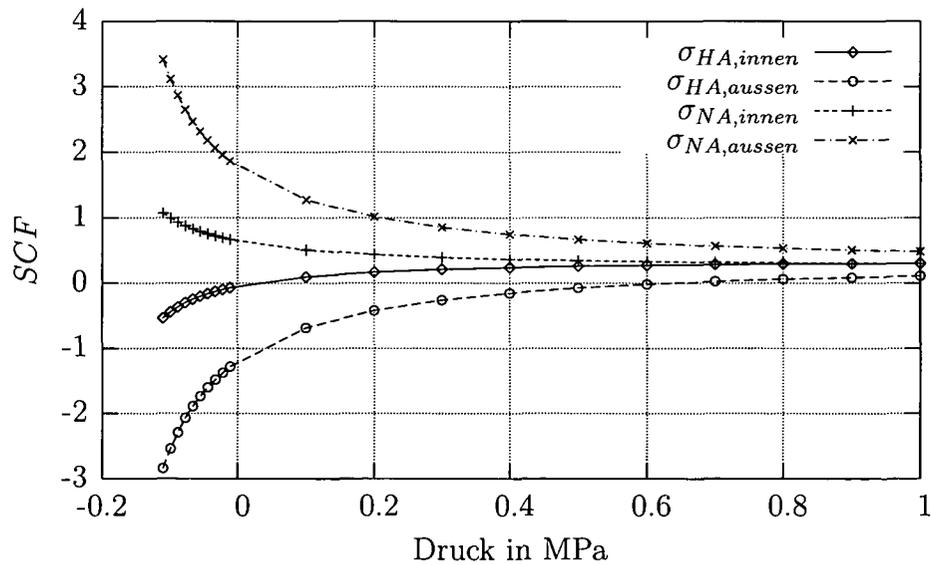


Abbildung A.52: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 4,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

A.1.5 Fall 5

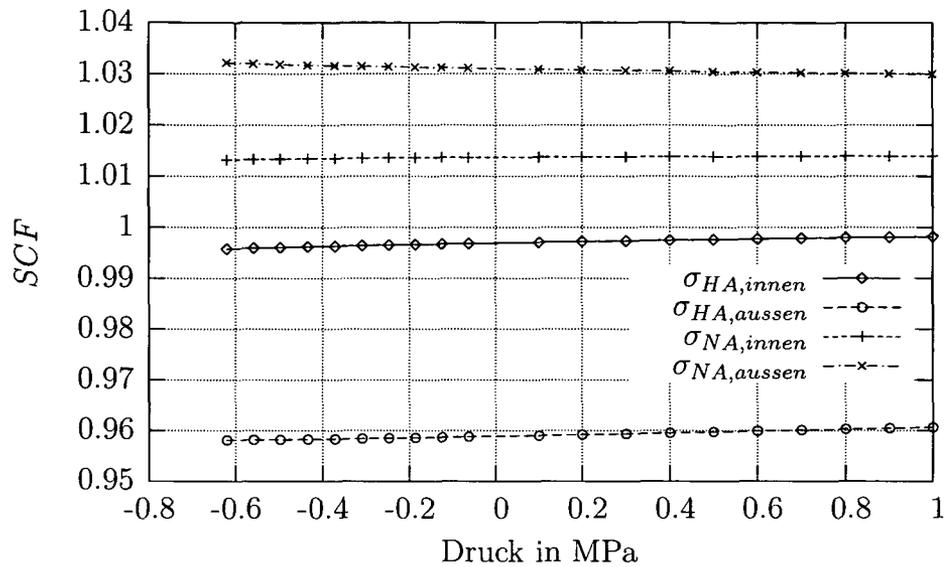


Abbildung A.53: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 5,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

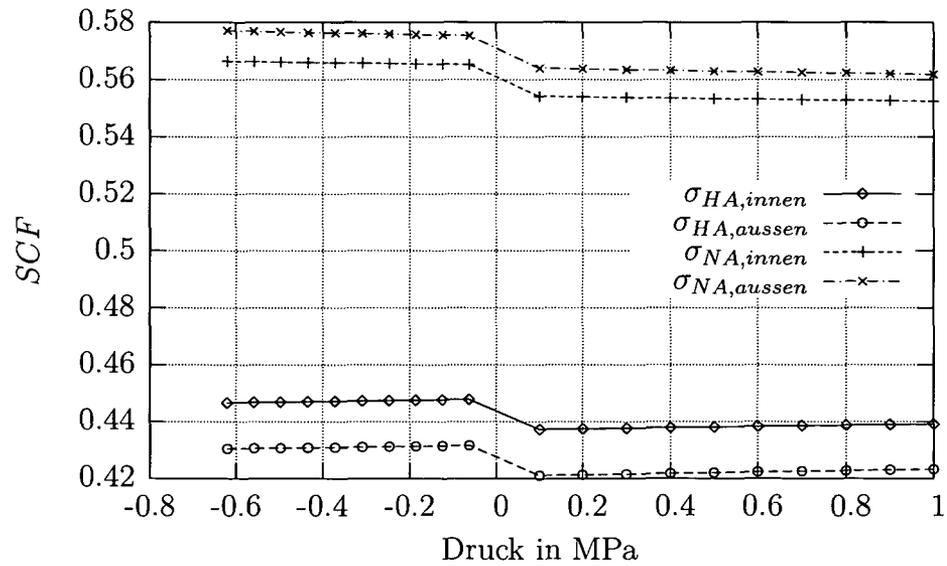


Abbildung A.54: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 5,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

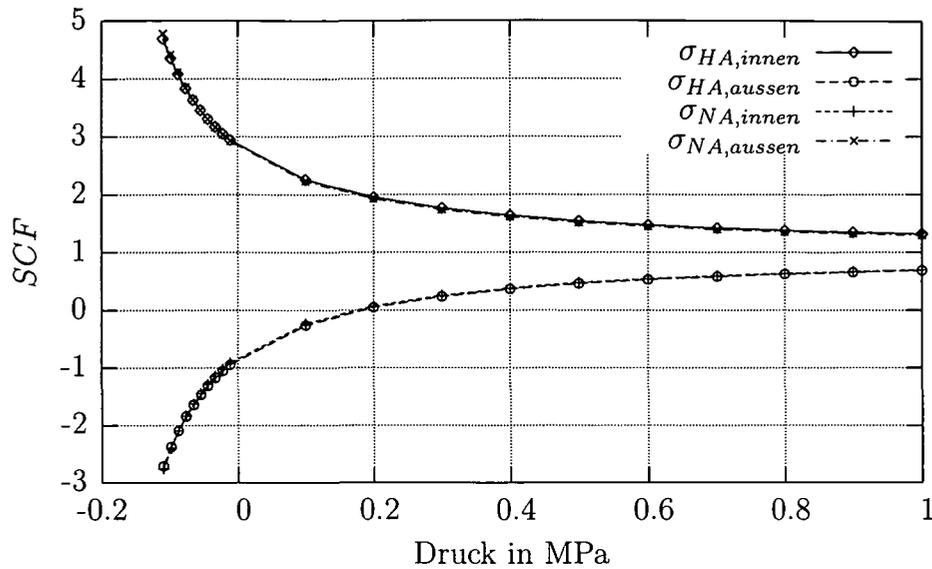


Abbildung A.55: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 5,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

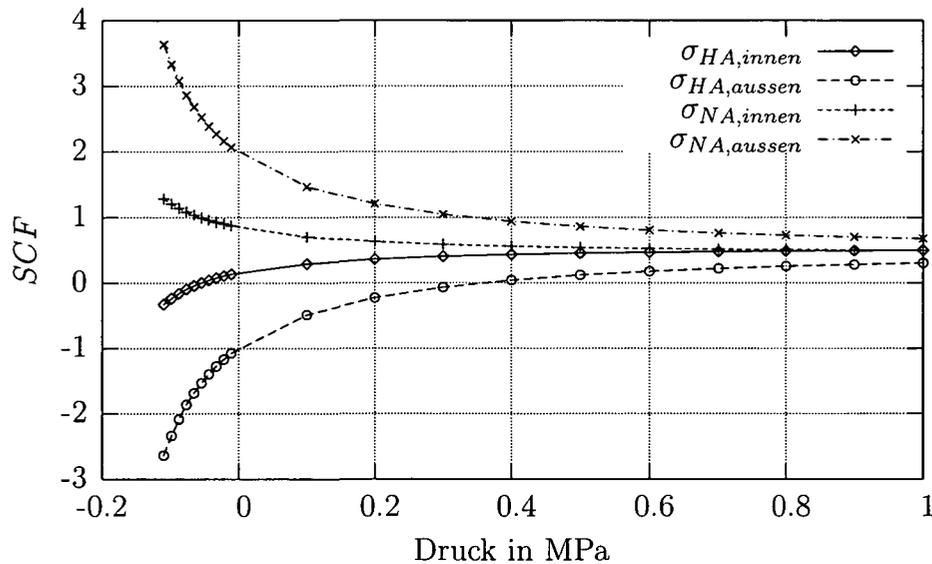


Abbildung A.56: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 5,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

**A.1.6 Fall 6**

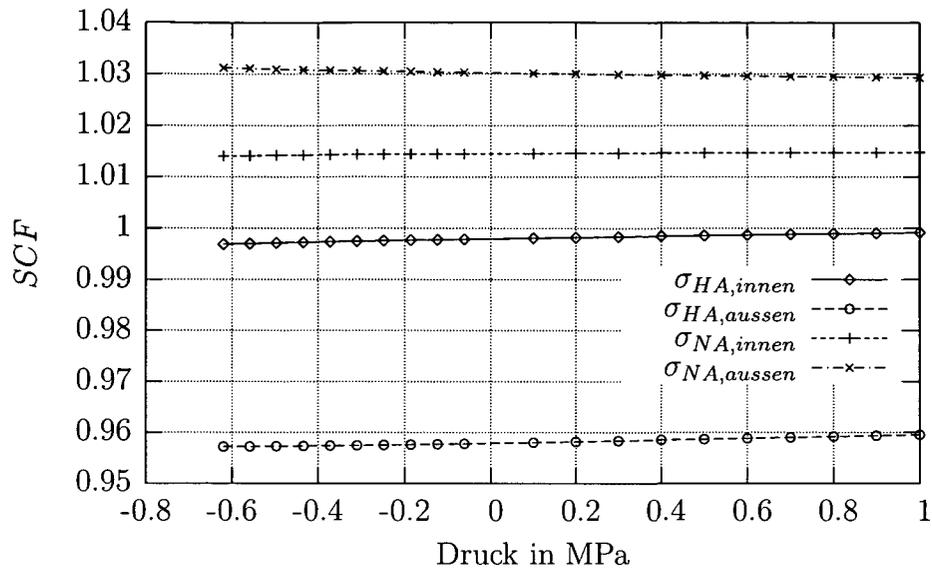


Abbildung A.57: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 6,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

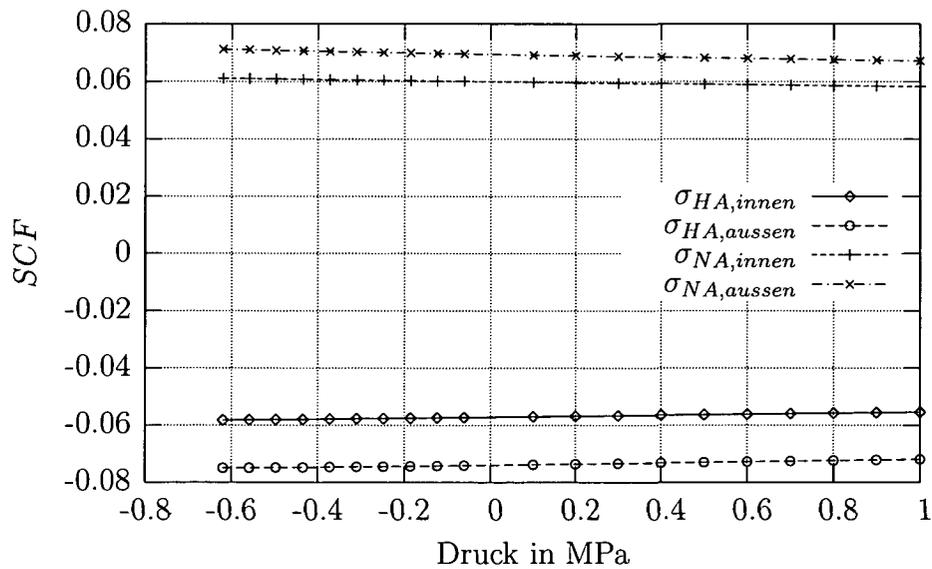


Abbildung A.58: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 6,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

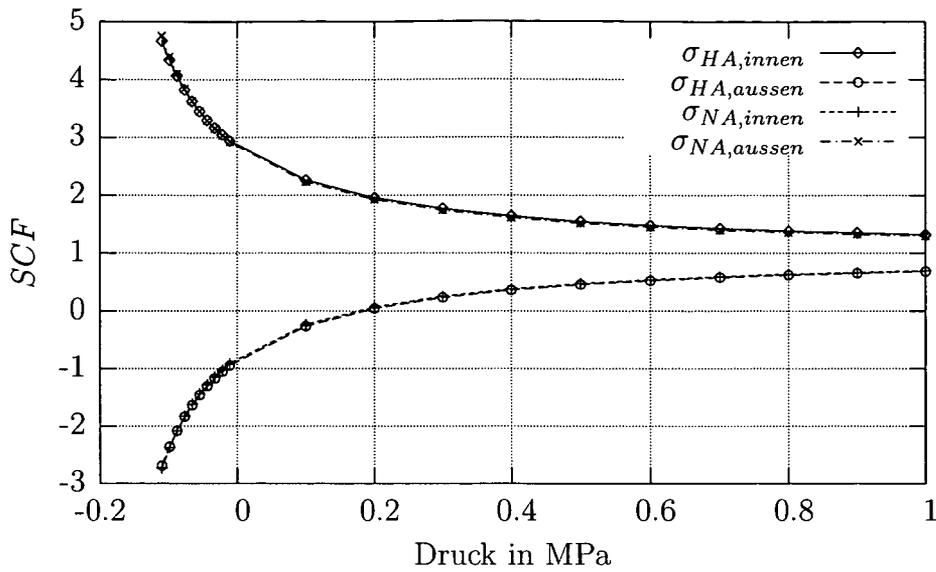


Abbildung A.59: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 6,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

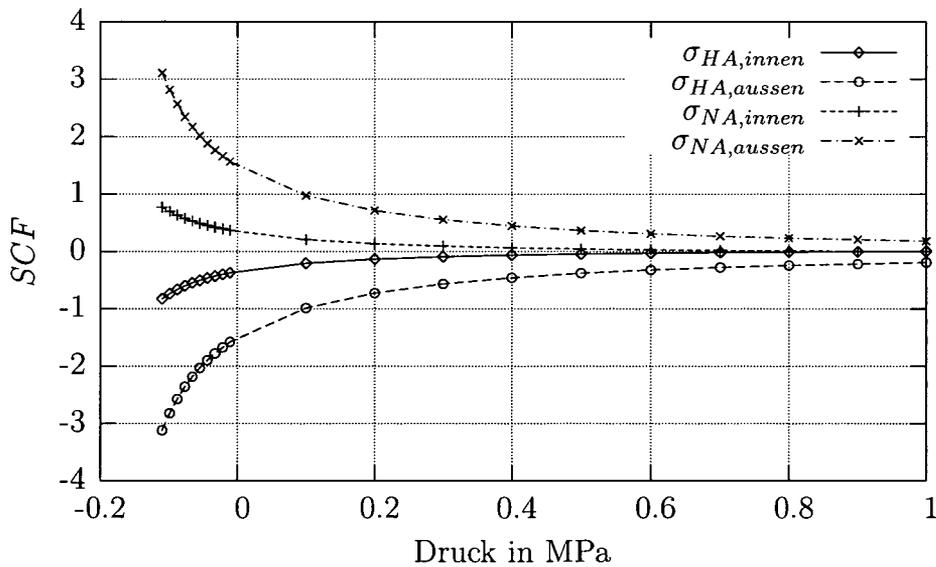


Abbildung A.60: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 6,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

**A.1.7 Fall 7**

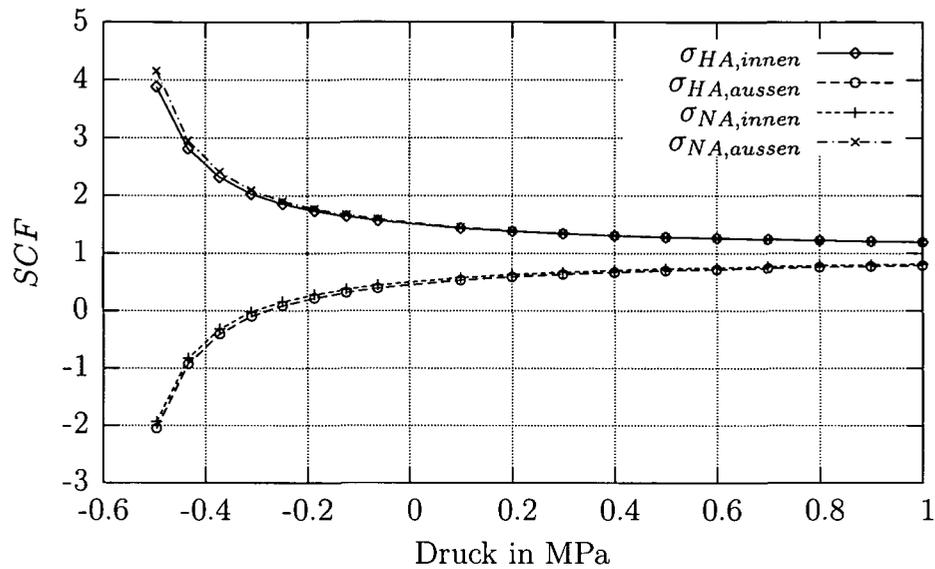


Abbildung A.61: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 7,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

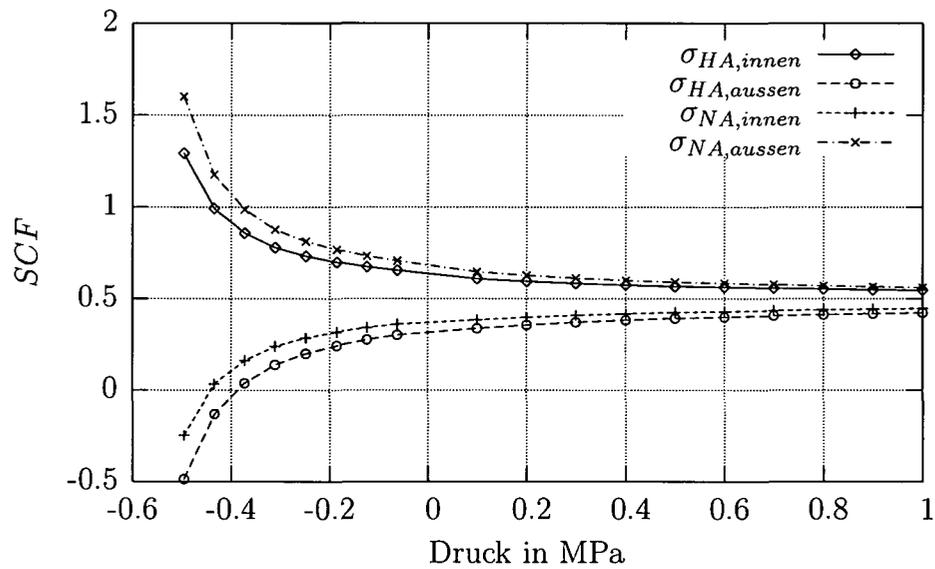


Abbildung A.62: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 7,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

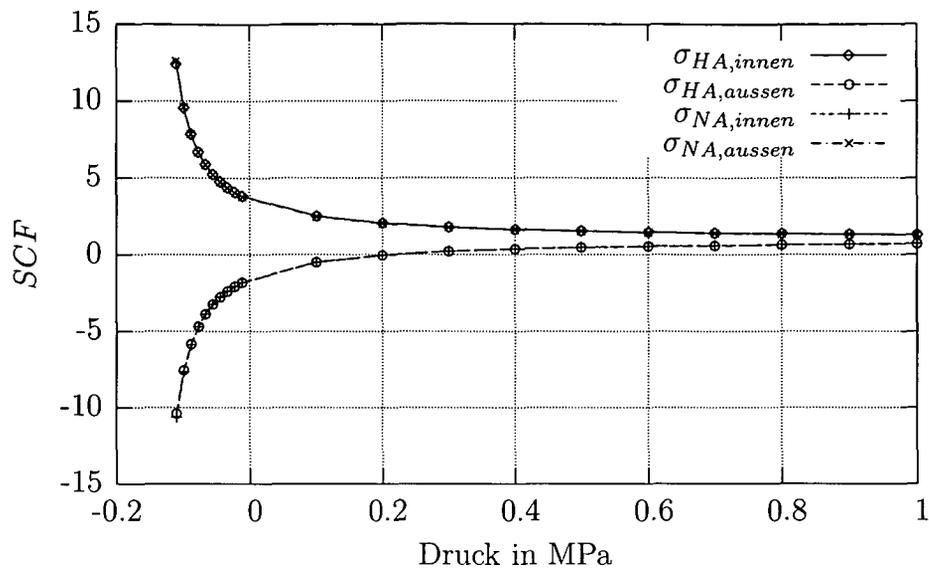


Abbildung A.63: Spannungserhöhungsfaktor der Umfangsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 7,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

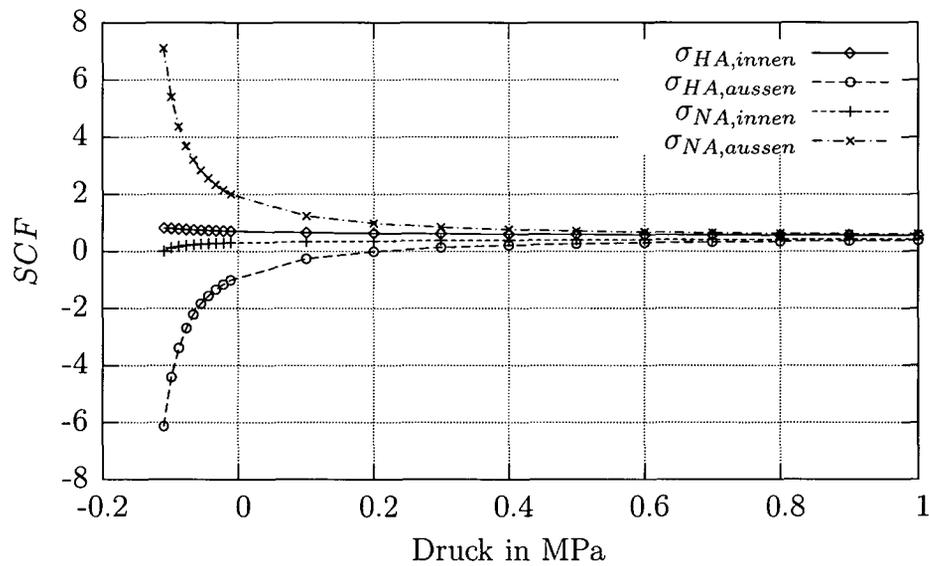


Abbildung A.64: Spannungserhöhungsfaktor der Längsspannung im Mittelquerschnitt, RB Fall 7,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $O = 1,5\%$ ,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

## A.2 Aufdachung

### A.2.1 Fall 1

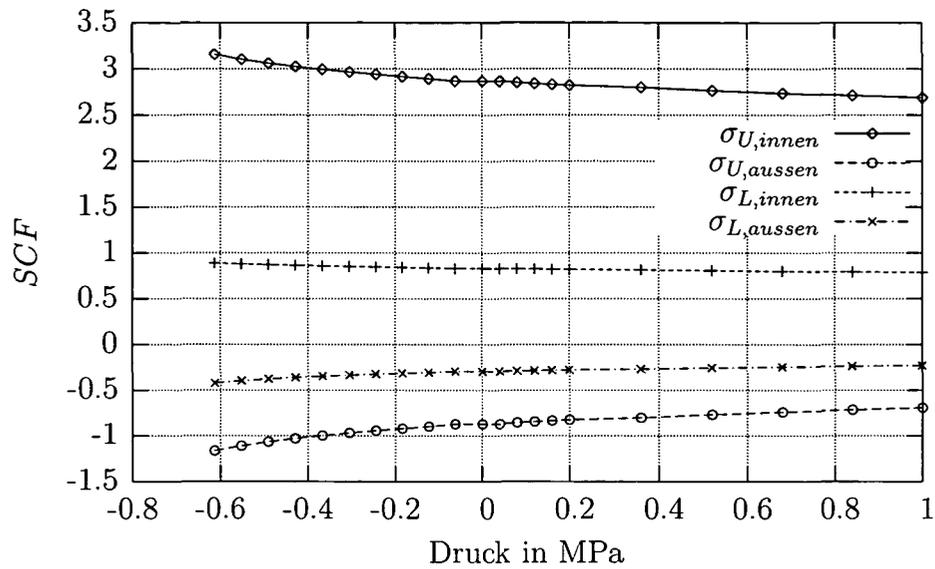


Abbildung A.65: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB  
 Fall 1,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  
 $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

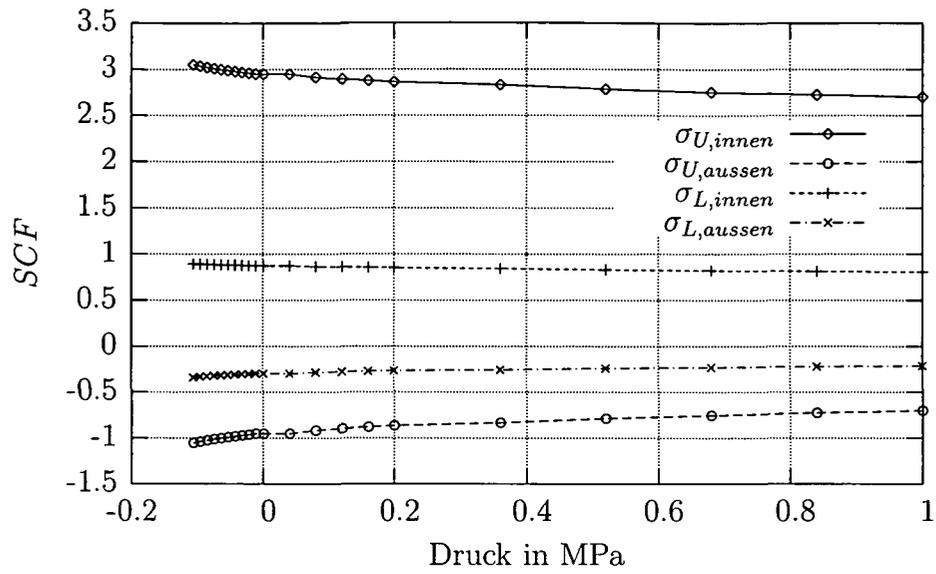


Abbildung A.66: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB  
 Fall 1,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  
 $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

A.2.2 Fall 2

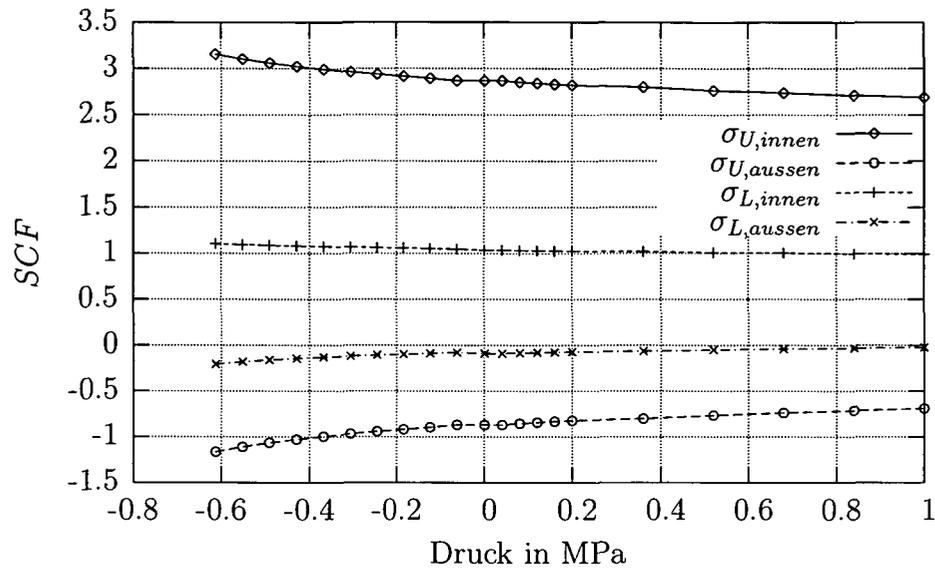


Abbildung A.67: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

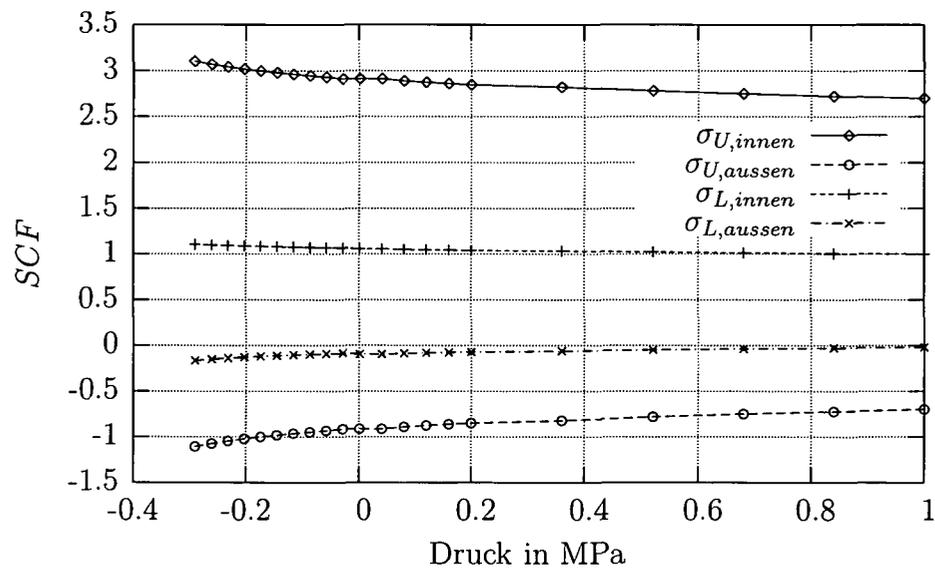


Abbildung A.68: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

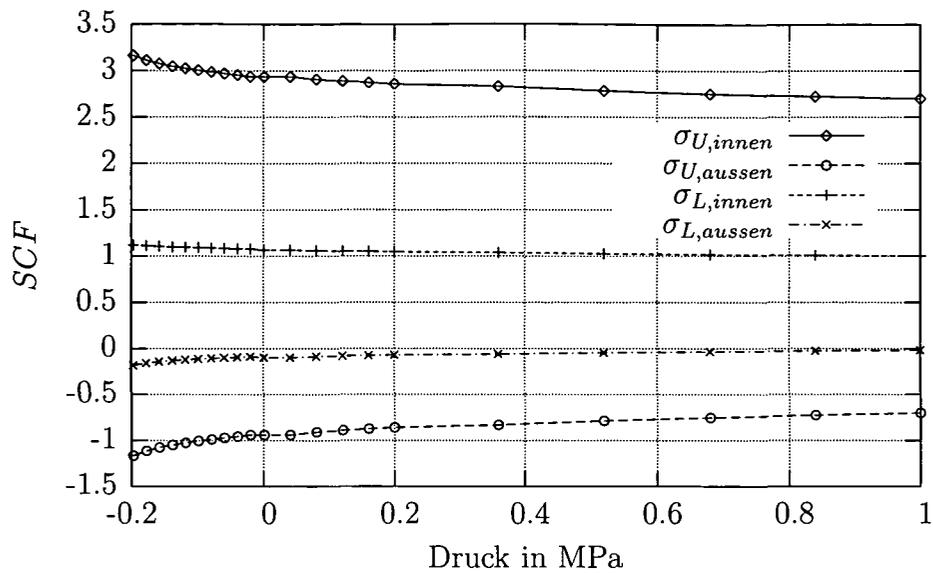


Abbildung A.69: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

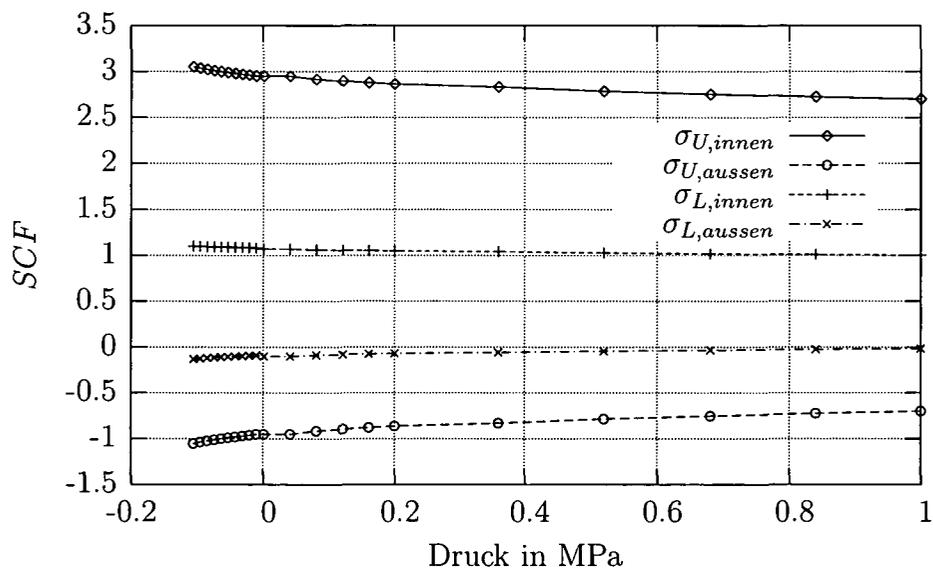


Abbildung A.70: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

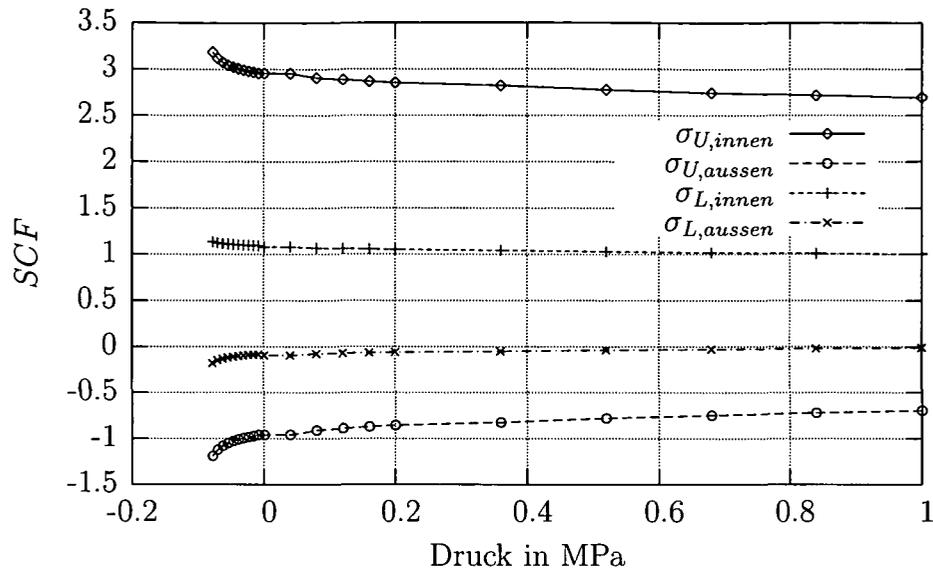


Abbildung A.71: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

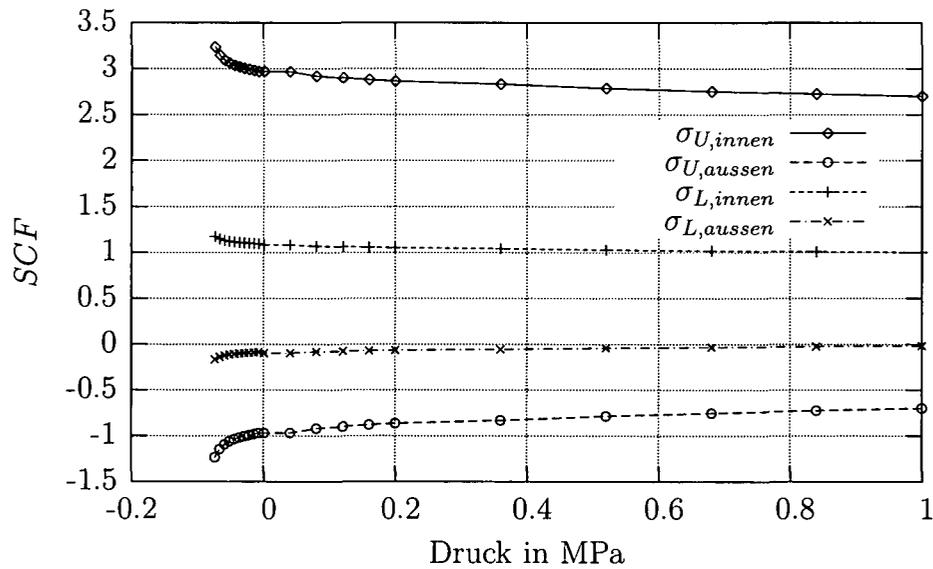


Abbildung A.72: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

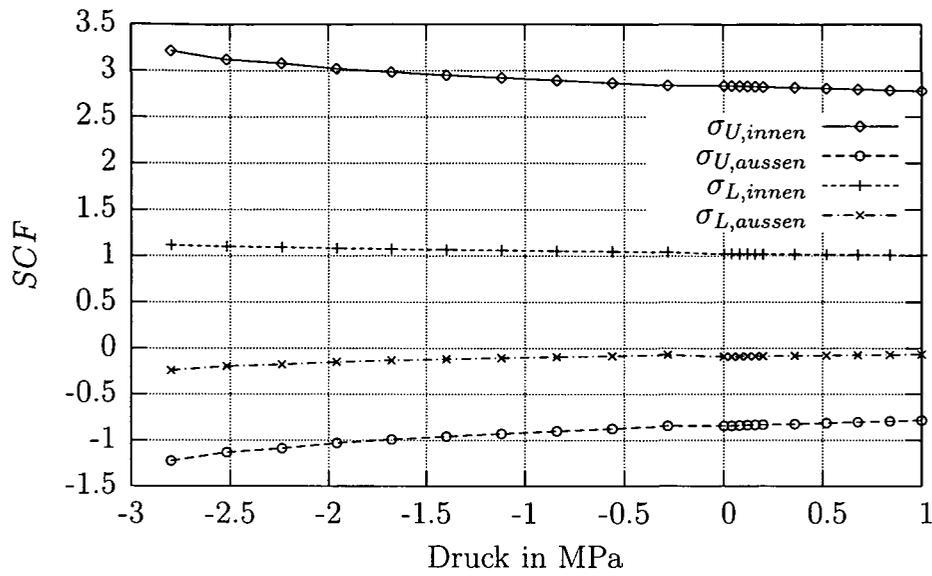


Abbildung A.73: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

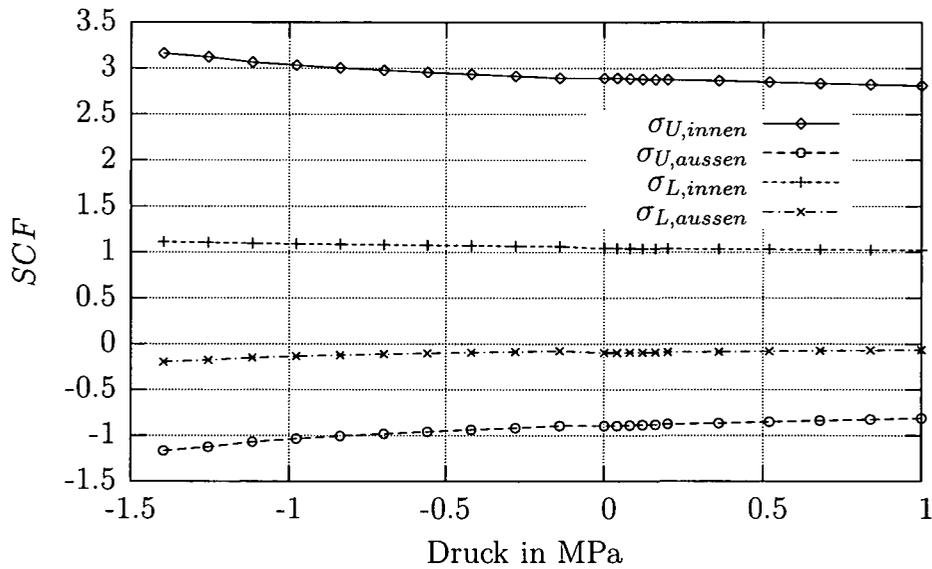


Abbildung A.74: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

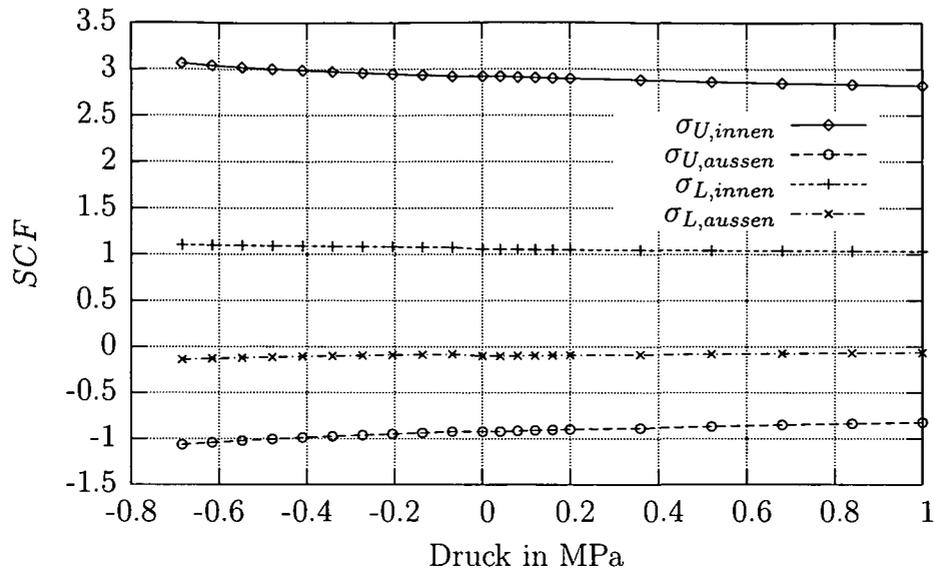


Abbildung A.75: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

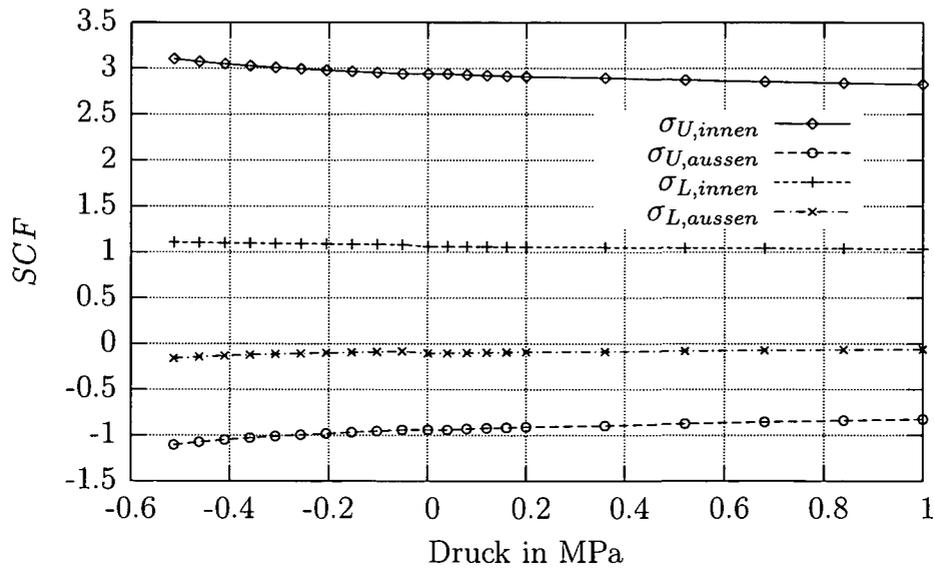


Abbildung A.76: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

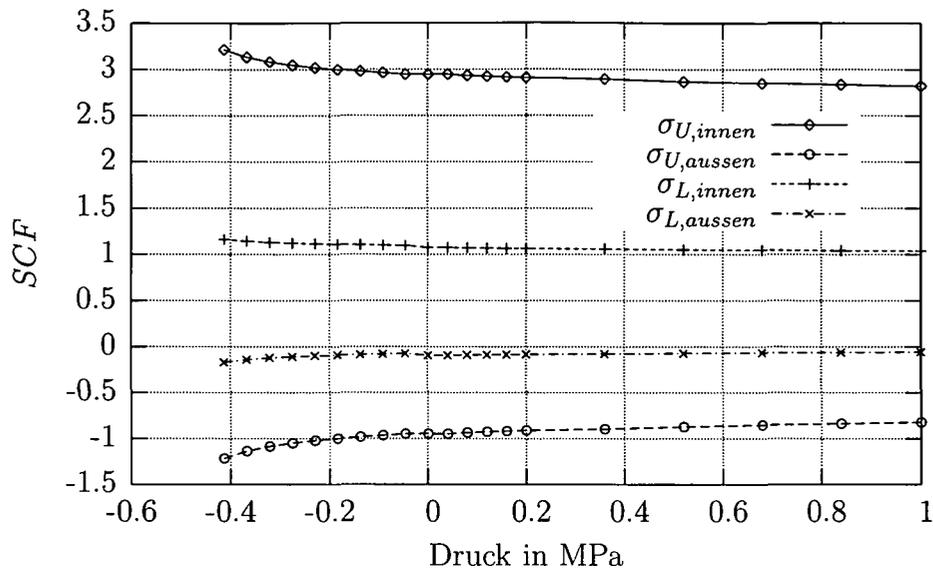


Abbildung A.77: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

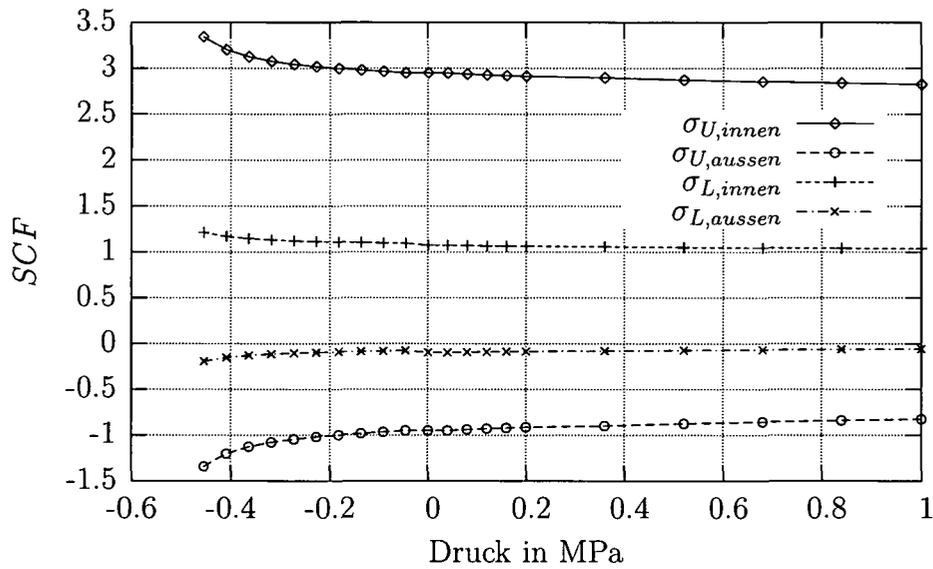


Abbildung A.78: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 20$  mm,  $\delta = 6,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

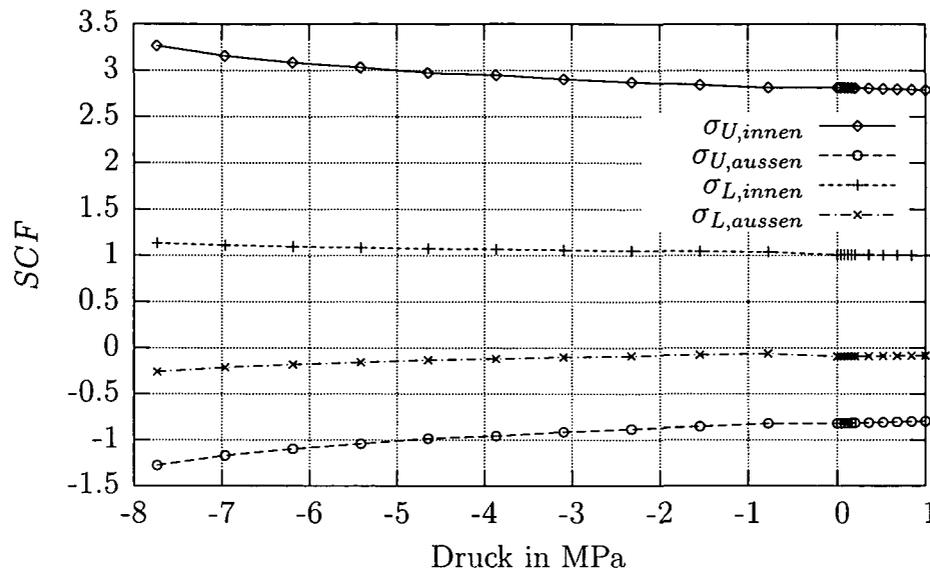


Abbildung A.79: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

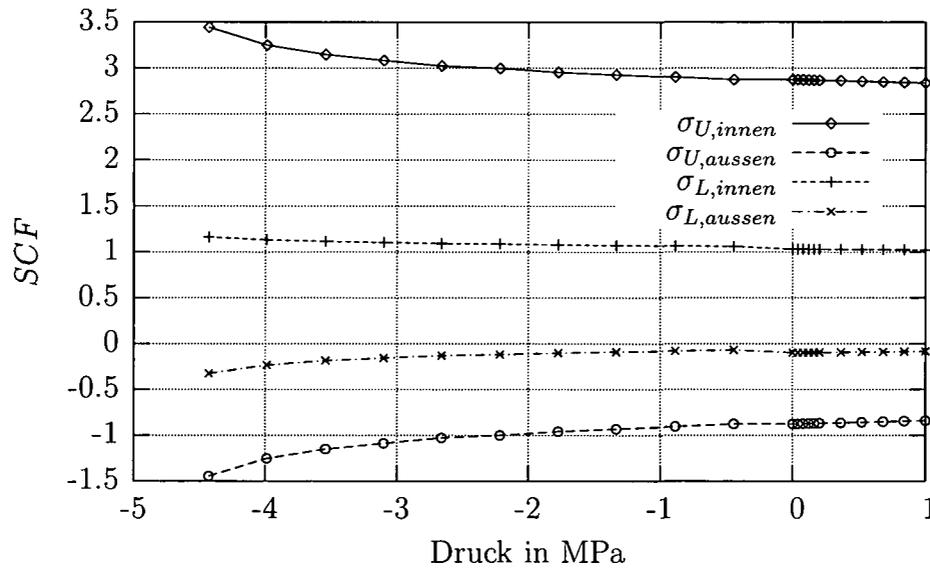


Abbildung A.80: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 4$ .

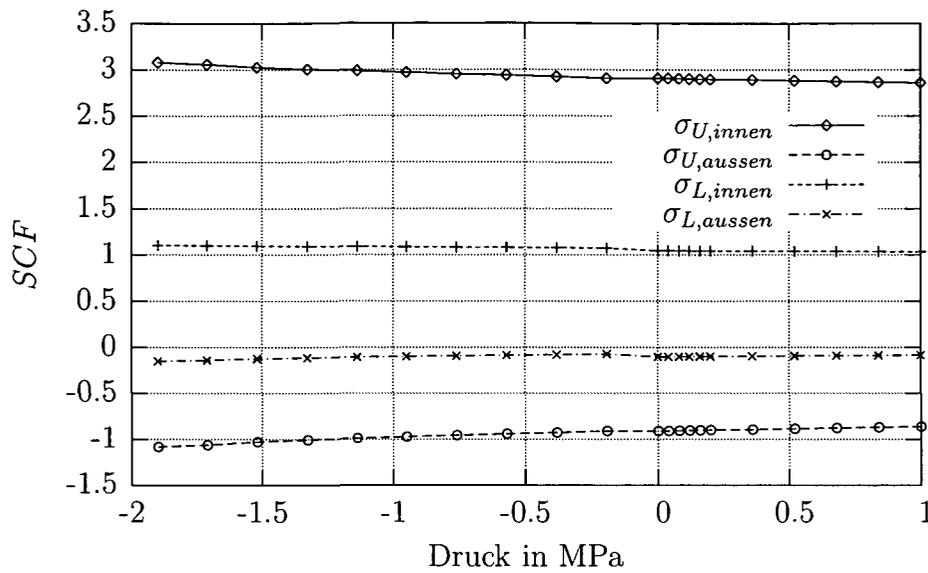


Abbildung A.81: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 7$ .

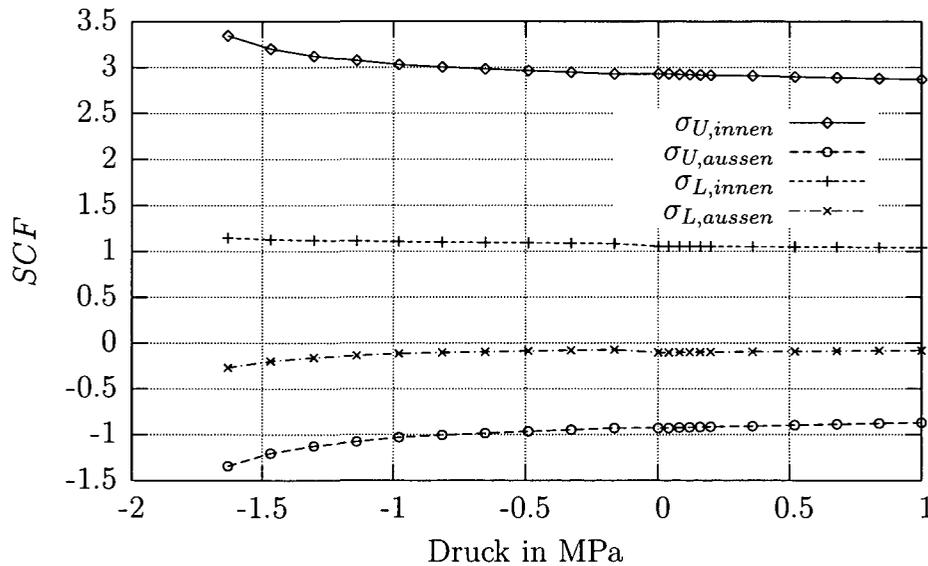


Abbildung A.82: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

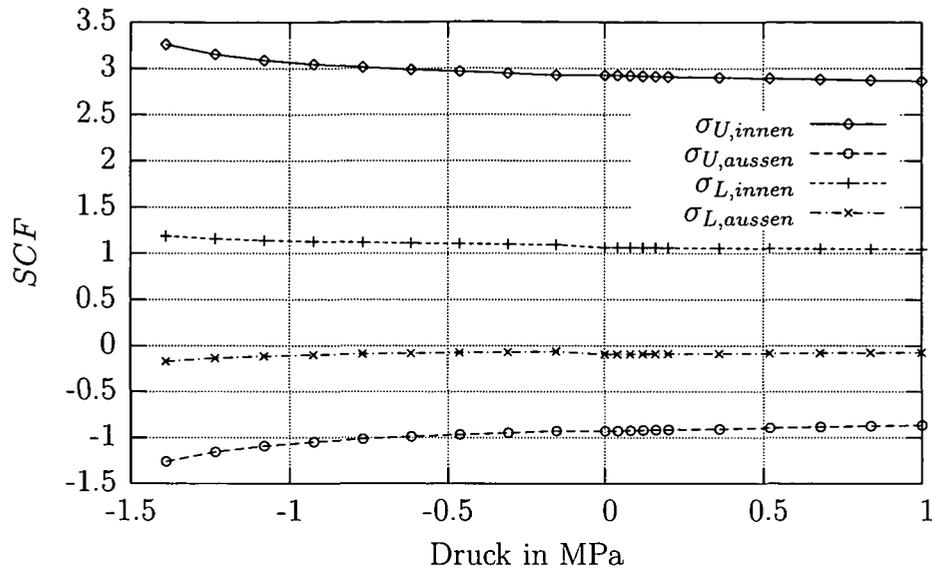


Abbildung A.83: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 20$ .

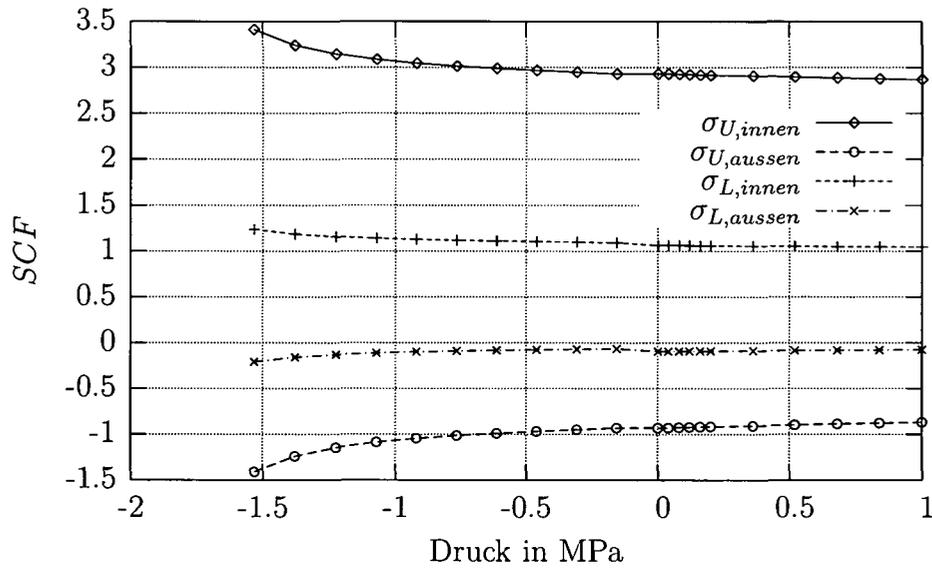


Abbildung A.84: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 2,  $R = 1000$  mm,  $e = 30$  mm,  $\delta = 10$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = \infty$ .

A.2.3 Fall 3

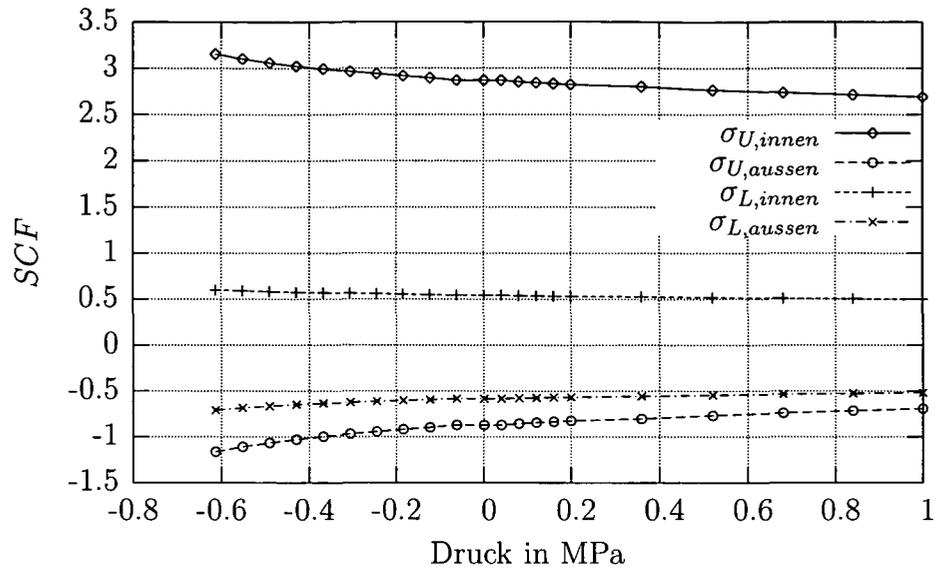


Abbildung A.85: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 3,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

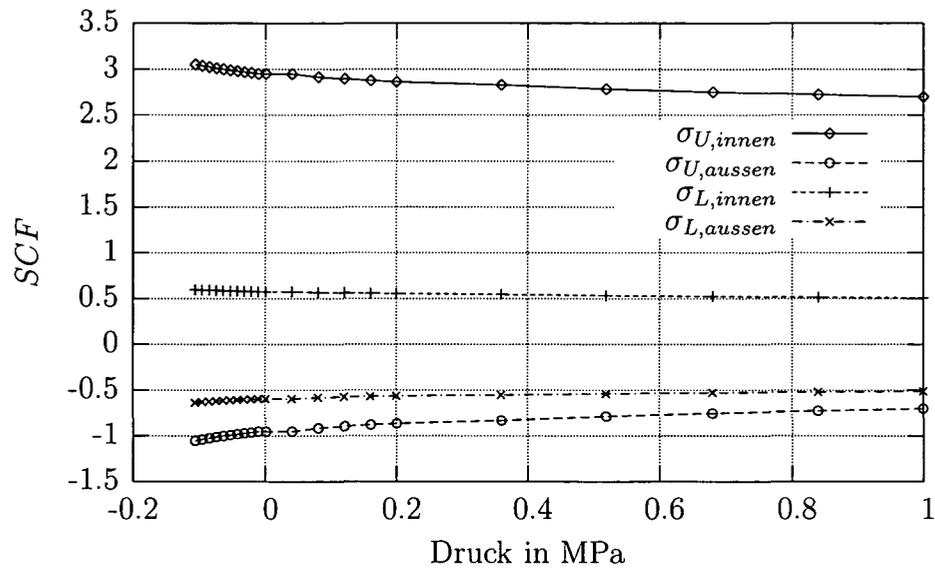


Abbildung A.86: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 3,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

**A.2.4 Fall 4**

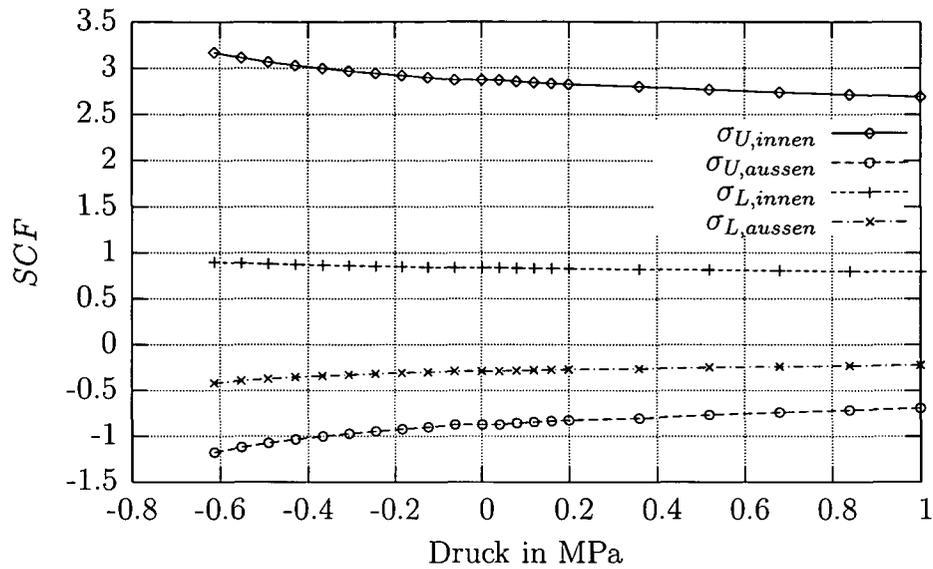


Abbildung A.87: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 4,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

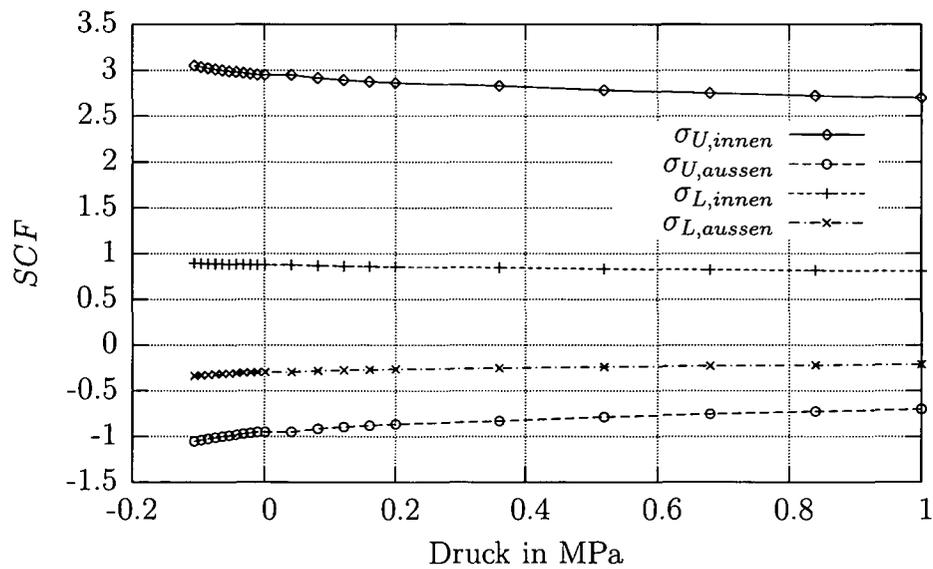


Abbildung A.88: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 4,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

**A.2.5 Fall 5**

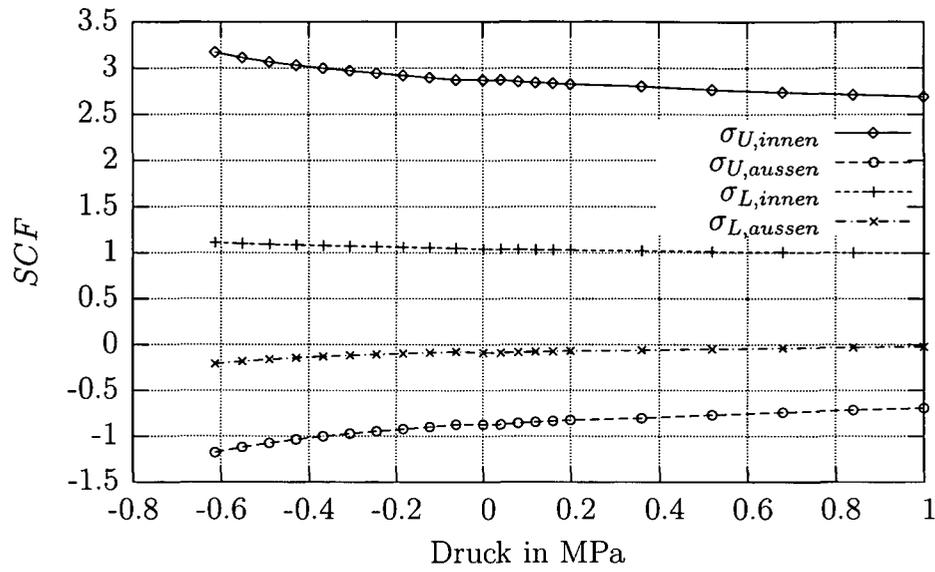


Abbildung A.89: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB  
 Fall 5,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  
 $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

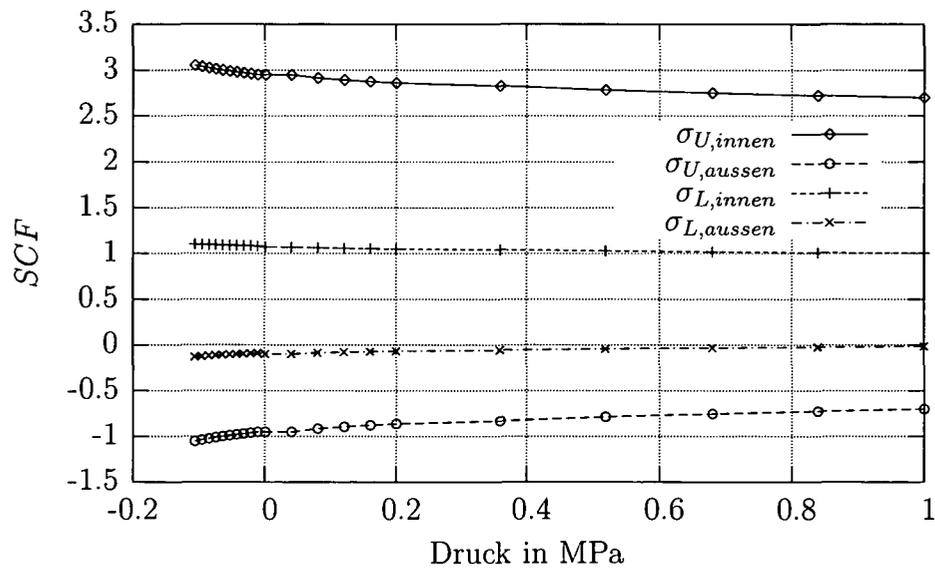


Abbildung A.90: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB  
 Fall 5,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  
 $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

**A.2.6 Fall 6**

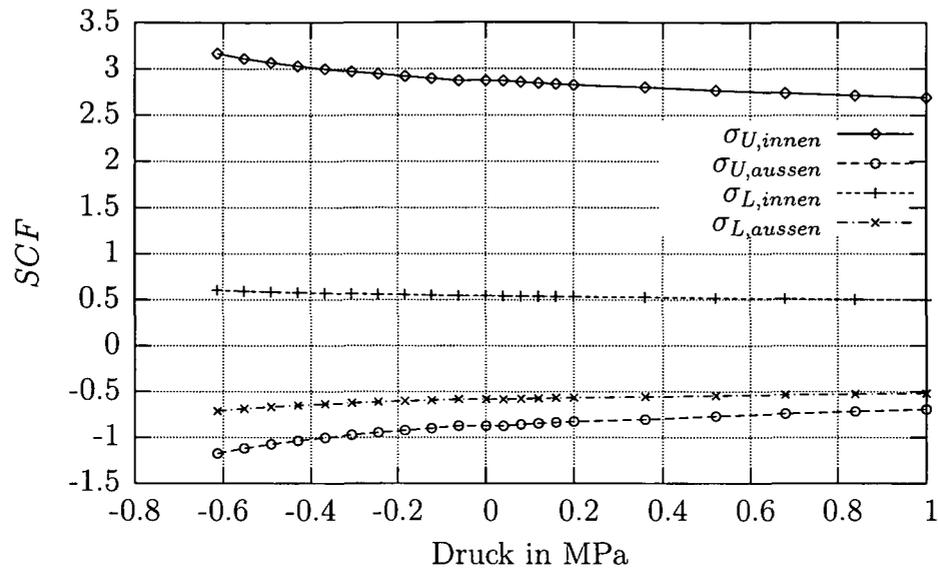


Abbildung A.91: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 6,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

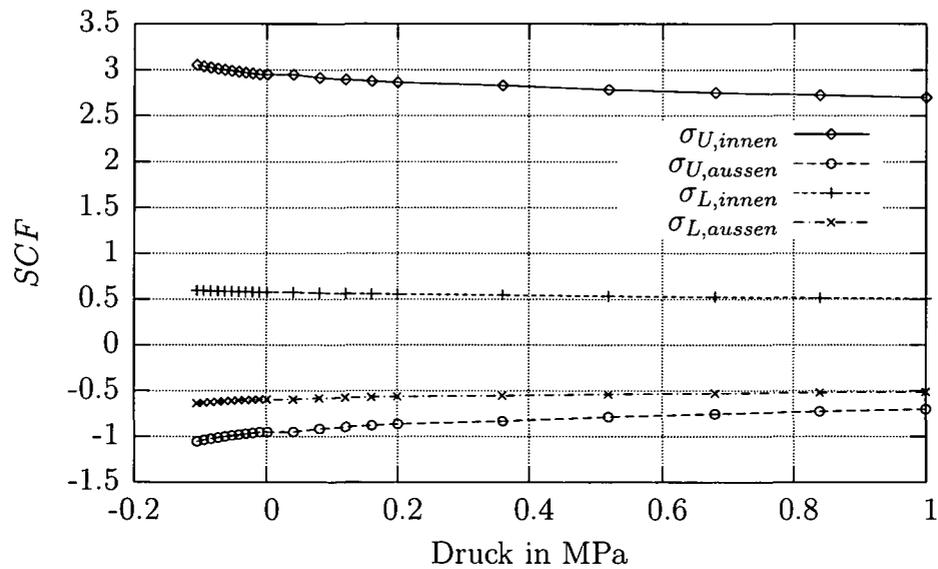


Abbildung A.92: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 6,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

A.2.7 Fall 7

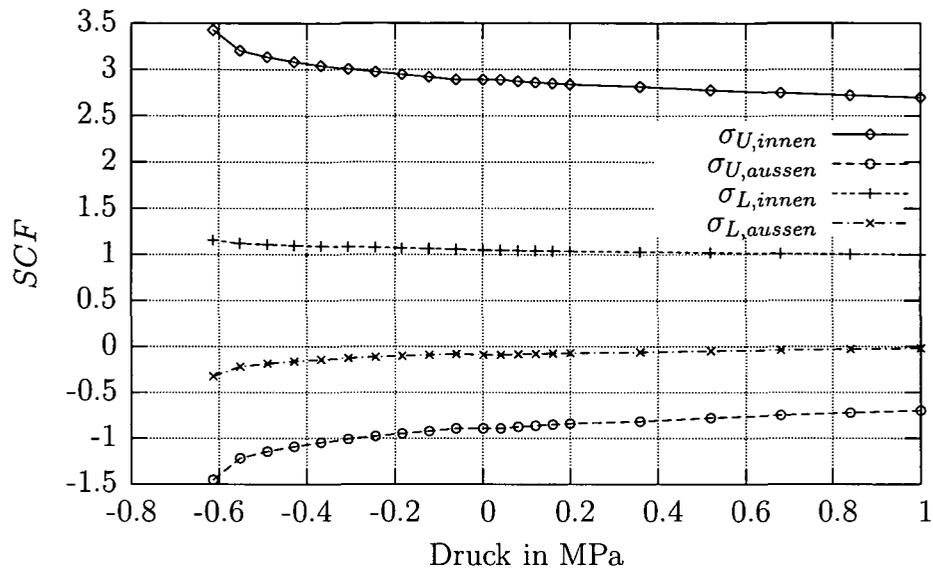


Abbildung A.93: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 7,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 2$ .

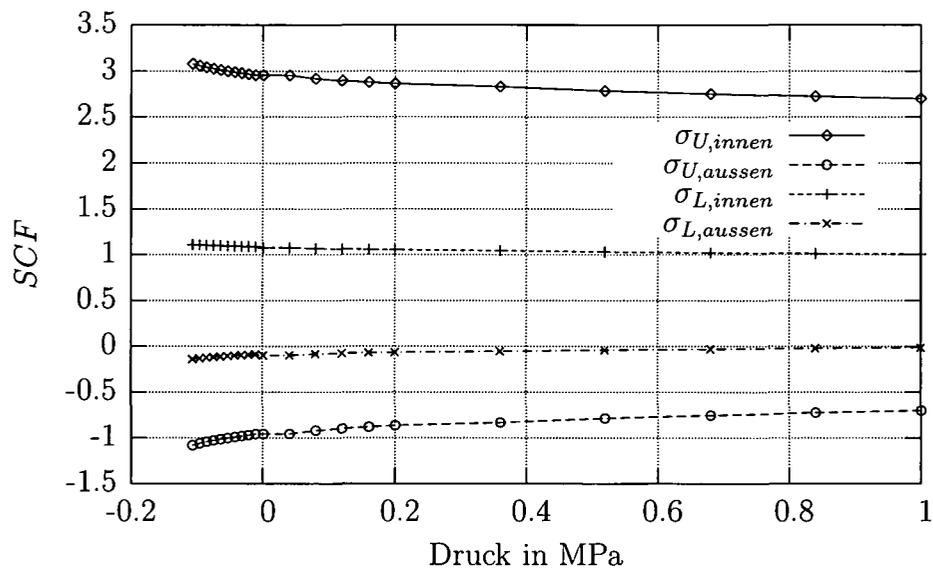


Abbildung A.94: Spannungserhöhungsfaktor im Mittelquerschnitt, RB Fall 7,  $R = 1000$  mm,  $e = 11$  mm,  $\delta = 3,7$  mm,  $E = 210028$  MPa,  $L/D = 10$ .

# Anhang B

## Eingabefiles für Ovalität

### B.1 Endlich langer Zylinder

```
1 MULTIPRO,'START',3,                29 !drehen der knotensys
2   *cset,1,3,rm,'mean radius',1005.5 30 csys,11
3   *cset,4,6,1,'lenhth',4000          31 nrotat,all
4   *cset,7,9,e,'shell thickness',11   32 nsel,s,loc,z,0 !boundary conditions!
5   *cset,10,12,DL,'element edge length',50 33 d,all,all,0
6   *cset,13,15,delta,'total deviation',7.5 34 allsel
7   *cset,16,17,pe,'external pressure',-0.6435 35 nsel,s,loc,y,0,0.0001
8 MULTIPRO,'END'                      36 d,all,uy,0
9                                       37 d,all,rotz,0
10 /PREP7                               38 allsel
11 yx=(rm-delta)/(rm+delta)            39 nsel,s,loc,y,89.9999,90
12 cswpla,11,1,yx,,                   40 d,all,uy,0
13 csys,11                              41 d,all,rotz,0
14 K,1,rm+delta,0,0,                   42 allsel
15 K,2,rm+delta,0,-1/2,                 43 nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.01
16 K,3,rm+delta,90,-1/2,                44 cp,1,uz,all
17 K,4,rm+delta,90,0,                   45 d,all,rotx,0
18 A,1,2,3,4                             46 d,all,roty,0
19                                       47 allsel
20 ET,1,SHELL93                          48 save
21 save                                  49 FINISH
22 R,1,e, , , , ,                       50
23 UIMP,1,EX, , ,210028,                 51 /assign,rst,innendruck,rst
24 UIMP,1,NUXY, , ,0.3,                  52 last,1
25                                       53 /assign,rst,aussendruck,rst
26 Esize,DL,,                             54 last,pe
27 amesh,all                              55 finish
28                                       56
29                                       57 maxspg_all
```

## B.2 Unendlich langer Zylinder

```

1  MULTIPRO,'START',3,          30  csys,11
2    *cset,1,3,rm,'mean radius',1005.5  31  nrotat,all
3    *cset,4,6,1,'lenhth',4000  32  nsel,s,loc,z,0 'boundary conditions!'
4    *cset,7,9,e,'shell thickness',11  33  d,all,uz,0
5    *cset,10,12,DL,'element edge length',50  34  d,all,rotx,0
6    *cset,13,15,delta,'total deviation',7.5  35  d,all,roty,0
7    *cset,16,17,pe,'external pressure',-0.64  36  allsel
8  MULTIPRO,'END'          37  nsel,s,loc,y,0,0.0001
9                                38  d,all,uy,0
10 /PREP7                    39  d,all,rotz,0
11 yx=(rm-delta)/(rm+delta)  40  allsel
12 cswpla,11,1,yx,,          41  nsel,s,loc,y,89.9999,90
13 csys,11                    42  d,all,uy,0
14 K,1,rm+delta,0,0,          43  d,all,rotz,0
15 K,2,rm+delta,0,-1/2,       44  allsel
16 K,3,rm+delta,90,-1/2,     45  nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.01
17 K,4,rm+delta,90,0,        46  cp,1,uz,all
18 A,1,2,3,4                  47  d,all,rotx,0
19                                48  d,all,roty,0
20 ET,1,SHELL93              49  allsel
21 save                        50  save
22 R,1,e, , , , , ,          51  FINISH
23 UIMP,1,EX, , ,210028,     52
24 UIMP,1,NUXY, , ,0.3,      53  /assign,rst,innendruck,rst
25                                54  last,1
26 Esize,DL,,                55  /assign,rst,aussendruck,rst
27 amesh,all                  56  last,pe
28                                57  finish
29 !drehen der knotensys      58
                                59  maxspg_all

```

## B.3 Solution (last.mac)

```

1  /solu                      14  *set,pl,pr*(rm-e/2)**2/2/rm
2  antype,0,new               15  sfa,all,1,pres,pr !Loads Innendruck!
3  sfadele,all,2,all         16  sfl,2,pres,-pl
4  sfadele,all,1,all         17  *ENDIF
5  sfldele,all,all           18
6                                19  nlgeom,on
7  *set,pr,arg1              20  outres,all,all
8                                21  nsubst,10
9  *IF,pr,lt,0,THEN          22  kbc,0
10  *set,pl,pr*(rm+e/2)**2/2/rm  23  autots,off
11  sfa,all,2,pres,-pr !Loads Aussendruck!  24  solv
12  sfl,2,pres,-pl           25  finish
13  *ELSE

```

# Anhang C

## Eingabefiles für lokale Aufdachung

### C.1 Endlich langer Zylinder

```
1 /PMACRO
2 *afun,deg
3
4 MULTIPRO,'START',6,
5 *cset,1,3,rm,'mean radius',1005.5
6 *cset,4,6,1,'length',8000
7 *cset,7,9,delta,'amount of peaking',3.7
8 *cset,10,12,e,'shell thickness',11
9 *cset,13,15,d1,'element edge length',10
10 *cset,16,18,pe,'external pressure',-0.613
11 MULTIPRO,'END'
12
13 *set,ap,acos(rm/(delta+rm))
14
15 /PREP7
16 csys,1
17 k,1,rm,-90,0,
18 k,2,rm,-90,-0.2*1/2
19 k,3,rm,-90,-1/2
20 k,4,rm,90-2*ap,0
21 k,5,rm,90-2*ap,-0.2*1/2
22 k,6,rm,90-2*ap,-1/2
23 k,7,rm,90-ap,0
24 k,8,rm,90-ap,-0.2*1/2
25 k,9,rm,90-ap,-1/2
26
27 csys,0
28 k,10,0,rm+delta,0
29 k,11,0,rm+delta,-0.2*1/2
30 k,12,0,rm+delta,-1/2
31
32 1,7,8
33 1,8,11
34 1,11,10
35 1,10,7
36 1,9,8
37 1,9,12
38 1,11,12
39 csys,1
40 1,7,4
41 1,4,5
42 1,5,8
43 1,6,5
44 1,6,9
45 1,4,1
46 1,1,2
47 1,2,5
48 1,2,3
49 1,3,6
50
51 al,1,2,3,4
52 al,2,7,6,5
53 areverse,2
54 al,10,9,8,1
55 al,5,12,11,10
56 al,9,13,14,15
57 areverse,5
58 al,11,15,16,17
59
60 ET,1,SHELL93
61 R,1,e,,,,,
62 UIMP,1,EX,,210028,
63 UIMP,1,NUXY,,0.3,
64
65 lesize,3,6*d1,,,1
66 lesize,1,6*d1,,,1
67 lesize,9,6*d1,,,1
68 lesize,14,6*d1,,,1
```

## Anhang C Eingabefiles für lokale Aufdachung

```

69 lesize,4,1*dl,,2
70 lesize,2,1*dl,,1/2
71 lesize,6,1*dl,,1/2
72 lesize,8,4*dl,,1
73 lesize,10,4*dl,,1
74 lesize,12,4*dl,,1
75 lesize,7,6*dl,,1
76 lesize,5,6*dl,,1
77 lesize,11,6*dl,,1
78 lesize,13,8*dl,,1
79 lesize,15,8*dl,,1
80 lesize,16,6*dl,,1
81 lesize,17,8*dl,,1
82
83 amesh,all
84
85 !boundary conditions!
86 csys,1
87 nrotat,all
88 nsel,s,loc,z,0
89 d,all,all,0
90 allsel
91 nsel,s,loc,y,-90,-89.9999
92 d,all,uy,0
93 d,all,rotz,0
94 allsel
95 nsel,s,loc,y,89.9999,90
96 d,all,uy,0
97 d,all,rotz,0
98 allsel
99
100 nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.01
101 cp,1,uz,all
102 nsel,r,loc,y,-90,90-ap
103 d,all,rotx,0
104 d,all,roty,0
105 allsel
106 nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.0001
107 nsel,r,loc,y,90-ap+0.001,89.999
108 local,11,0,0,0,0,-ap,0,0,0,0
109 nrotat,all
110 d,all,rotx,0
111 d,all,roty,0
112 allsel
113 csys,1
114 nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.0001
115 nsel,r,loc,y,89.999,90
116 d,all,rotx,0
117 d,all,roty,0
118 allsel
119 save
120 FINISH
121
122 /assign,rst,innendruck,rst
123 last,1
124
125 /assign,rst,aussendruck,rst
126 last,pe
127
128 finish
129
130 spannungen+tex

```

### Solution (last.mac)

```

1 /solu
2 antype,0,new
3 sfadele,all,2,all
4 sfadele,all,1,all
5 sfldele,all,all
6 outres,all,all
7 kbc,0
8 autots,off
9 nlgeom,on
10
11 *set,pr,arg1
12
13 *IF,pr,lt,0,THEN
14 !!!Loads Aussendruck!!!
15 *set,pl,pr*(rm+e/2)**2/2/rm
16 sfa,all,2,pres,-pr
17 sfl,6,pres,-pl
18 sfl,12,pres,-pl
19 sfl,17,pres,-pl
20 nsubst,10
21 solv
22 finish
23 *ELSE
24 !!!Loads Innendruck!!!
25 *set,pl,pr*(rm-e/2)**2/2/rm
26 sfa,all,1,pres,pr/1000
27 sfl,6,pres,-pl/1000
28 sfl,12,pres,-pl/1000
29 sfl,17,pres,-pl/1000
30 nsubst,1
31 solv
32 sfadele,all,1,all
33 sfldele,all,all
34 sfa,all,1,pres,pr/5
35 sfl,6,pres,-pl/5
36 sfl,12,pres,-pl/5
37 sfl,17,pres,-pl/5
38 nsubst,5
39 solv
40 sfadele,all,1,all
41 sfldele,all,all
42 sfa,all,1,pres,pr
43 sfl,6,pres,-pl
44 sfl,12,pres,-pl
45 sfl,17,pres,-pl
46 nsubst,5
47 solv
48 finish
49 *ENDIF

```

## C.2 Unendlich langer Zylinder

```

1  *afun,deg
2
3  MULTIPRO,'START',6,
4  *cset,1,3,rm,'mean radius',1005.5
5  *cset,4,6,1,'length',4000
6  *cset,7,9,delta,'amount of peaking',3.7
7  *cset,10,12,e,'shell thickness',11
8  *cset,13,15,d1,'element edge length',30
9  *cset,16,18,pe,'external pressure',-0.074
10 MULTIPRO,'END'
11 *set,ap,acos(rm/(delta+rm))
12
13
14 /PREP7
15 csys,1
16 k,1,rm,-90,0,
17 k,2,rm,-90,-1/2
18 k,3,rm,90-2*ap,0
19 k,4,rm,90-2*ap,-1/2
20 k,5,rm,90-ap,0
21 k,6,rm,90-ap,-1/2
22 csys,0
23 k,7,0,rm+delta,0
24 k,8,0,rm+delta,-1/2
25
26 l,7,5
27 l,5,6
28 l,6,8
29 l,8,7
30 csys,1
31 l,5,3
32 l,3,1
33 l,6,4
34 l,4,2
35 l,3,4
36 l,1,2
37
38 al,2,3,4,1
39 al,9,7,2,5
40 al,10,8,9,6
41 aplot
42
43 ET,1,SHELL93
44 R,1,e, , , , ,
45 UIMP,1,EX, , ,210028,
46 UIMP,1,NUXY, , ,0.3,
47
48 lesize,4,d1,,1
49 lesize,2,d1,,1
50 lesize,9,d1,,1
51 lesize,10,d1,,1
52 lesize,6,3*d1,,1
53 lesize,8,3*d1,,1
54 lesize,5,3/2*d1,,2
55 lesize,7,3/2*d1,,2
56 lesize,1,d1/3,,2
57 lesize,3,d1/3,,0.5
58
59 amesh,all
60
61 !boundary conditions!
62 csys,1
63 nrotat,all
64 nsel,s,loc,z,0
65 d,all,uz,0
66 nsel,r,loc,y,-90,90-ap
67 d,all,rotx,0
68 d,all,roty,0
69 allsel
70 nsel,s,loc,z,0
71 nsel,r,loc,y,90-ap+0.001,89.999
72 local,11,0,0,0,0,-ap,0,0,0,0
73 nrotat,all
74 d,all,rotx,0
75 d,all,roty,0
76 allsel
77 csys,1
78 nsel,s,loc,z,0
79 nsel,r,loc,y,89.999,90
80 d,all,rotx,0
81 d,all,roty,0
82 allsel
83 nsel,s,loc,z,0
84 nsel,r,loc,y,0
85 d,all,uy,0
86 allsel
87
88 nsel,s,loc,y,-90,-89.9999
89 d,all,uy,0
90 d,all,rotz,0
91 allsel
92 nsel,s,loc,y,89.9999,90
93 d,all,uy,0
94 d,all,rotz,0
95 allsel
96
97 nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.01
98 cp,1,uz,all
99 nsel,r,loc,y,-90,90-ap
100 d,all,rotx,0
101 d,all,roty,0
102 allsel
103 nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.0001
104 nsel,r,loc,y,90-ap+0.001,89.999
105 csys,11
106 nrotat,all
107 d,all,rotx,0
108 d,all,roty,0
109 allsel
110 csys,1
111 nsel,s,loc,z,-1/2,-1/2-0.0001
112 nsel,r,loc,y,89.999,90

```

## Anhang C Eingabefiles für lokale Aufdachung

```
113 d,all,rotx,0
114 d,all,roty,0
115 allsel
116 save
117 FINISH
118
119 /assign,rst,innendruck,rst

120 last_inf,1
121
122 /assign,rst,aussendruck,rst
123 last_inf,pe
124
125 finish
126
127 spannungen+tex_inf
```

### Solution (last\_inf.mac)

```
1 /solu
2 antype,0,new
3 sfadele,all,2,all
4 sfadele,all,1,all
5 sfldele,all,all
6 outres,all,all
7 kbc,0
8 autots,off
9 nlgeom,on
10
11 *set,pr,arg1
12
13 *IF,pr,lt,0,THEN
14 !!!Loads Aussendruck!!!
15 *set,pl,pr*(rm+e/2)**2/2/rm
16 sfa,all,2,pres,-pr
17 sfl,3,pres,-pl
18 sfl,7,pres,-pl
19 sfl,8,pres,-pl
20 nsubst,10
21 solv
22 finish
23 *ELSE
24 !!!Loads Innendruck!!!

25 *set,pl,pr*(rm-e/2)**2/2/rm
26 sfa,all,1,pres,pr/1000
27 sfl,3,pres,-pl/1000
28 sfl,7,pres,-pl/1000
29 sfl,8,pres,-pl/1000
30 nsubst,1
31 solv
32 sfadele,all,1,all
33 sfldele,all,all
34 sfa,all,1,pres,pr/5
35 sfl,3,pres,-pl/5
36 sfl,7,pres,-pl/5
37 sfl,8,pres,-pl/5
38 nsubst,5
39 solv
40 sfadele,all,1,all
41 sfldele,all,all
42 sfa,all,1,pres,pr
43 sfl,3,pres,-pl
44 sfl,7,pres,-pl
45 sfl,8,pres,-pl
46 nsubst,5
47 solv
48 finish
49 *ENDIF
```

# Anhang D

## Symbolverzeichnis

$A_2$ .....	der die Ovalität berücksichtigende Term von $K_m$
$\tilde{A}_2$ .....	mittels Beuldruck modifizierter Korrekturfaktor für Ovalität
$A_4$ .....	der die Aufdachung berücksichtigende Term von $K_m$
$\hat{A}_4$ .....	der die Aufdachung berücksichtigende, mit $CF$ modifizierter Korrekturfaktor
$\tilde{A}_4$ .....	mittels Beuldruck und $CF$ modifizierter Korrekturfaktor für Aufdachung
$CF$ .....	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität bei lokaler Aufdachung
$D$ .....	Durchmesser in mm
$D_a$ .....	Außendurchmesser der idealen Zylinderschale in mm
$D_{max}/D_{min}$ .....	maximaler/minimaler Innendurchmesser eines Zylinders in mm
$E$ .....	Elastizitätsmodul in MPa
$e$ .....	minimal erforderliche Wanddicke in mm
$e_a$ .....	Berechnungswanddicke (analytisch ermittelte Wanddicke) in mm
$e_n$ .....	Nennwanddicke in mm
$K$ .....	Schalenparameter
$K_m$ .....	Vergrößerungsfaktor für Spannungen aufgrund von Formabweichungen (Spannungserhöhungsfaktor)
$L$ .....	Länge eines Zylinders in mm
$n_l$ .....	Längsspannung aufgrund der Deckelkraft in N/mm
$O$ .....	Unrundheit eines Zylinders in %
$p$ .....	Druck in MPa
$p_m$ .....	elastischer Beuldruck in MPa

$R$ .....	Innenradius des idealen bzw. mittlerer Innendurchmesser des unrunderen Zylinders in mm
$R_{max}/R_{min}$ .....	maximaler/minimaler Innenradius eines Zylinders in mm
$R_m$ .....	Radius der idealen Zylinderschalenmittelfläche in mm
$R_{m,max}$ .....	maximaler Radius der idealen Zylinderschalenmittelfläche in mm
$R_{m,min}$ .....	minimaler Radius der idealen Zylinderschalenmittelfläche in mm
$r$ .....	Radius in mm jener Fläche, an der der Druck aufgebracht wird
$S$ .....	Sicherheitsfaktor gegen beulen
$SCF$ .....	Spannungserhöhungsfaktor
$z$ .....	Abstand von der Einspannung in der Längsrichtung des Zylinders in mm
$\alpha_p$ .....	Aufdachungswinkel in Bogenmaß
$\delta$ .....	maximale Formabweichung in mm
$\varepsilon$ .....	mittlere elastische Dehnung in Umfangsrichtung bei Versagen durch elastisches einbeulen
$\theta$ .....	Winkel in Bogenmaß, gemessen von Seite gegenüber der Aufdachung
$\nu$ .....	Poissonzahl
$\varphi$ .....	Winkel, gemessen von der Hauptachse des elliptischen Querschnitts in Grad
$\sigma$ .....	Spannung in MPa
$\sigma_{FE}$ .....	max. Umfangs- oder Längsspannung, berechnet mittels Finite Elemente Analyse in MPa
$\sigma_u$ .....	Membranspannung in Umfangsrichtung der idealen kreisrunden Zylinderschale in MPa
$\sigma_U$ .....	Umfangsspannung, berechnet mittels Finite Elemente Analyse in MPa
$\sigma_L$ .....	Längsspannung, berechnet mittels Finite Elemente Analyse in MPa
$\sigma_{HA}$ .....	Umfangs- oder Längsspannung an der Hauptachse des elliptischen Querschnitts, berechnet mittels Finite Elemente Analyse in MPa
$\sigma_{NA}$ .....	Umfangs- oder Längsspannung an der Nebenachse des elliptischen Querschnitts, berechnet mittels Finite Elemente Analyse in MPa
$\psi$ .....	Winkel, gemessen von der Aufdachung

# Literaturverzeichnis

- [1] EN 13445, Europäische Norm für unbefeuerte Druckbehälter. Brüssel CEN 2002
- [2] ON M 7304, Zylindrische Wandungen unter innerem und äusserem Überdruck. 1. Juni 1991.
- [3] Schindler, S.: Spannungserhöhungsfaktoren an unrunder Kreiszylinderschalen unter Außendruckbelastung nach Theorie zweiter Ordnung. Diplomarbeit, Technische Universität Wien, Jänner 2001.
- [4] Ruprechter, CH.: Spannungserhöhungsfaktoren für lokale Aufdachung an Längsnähten zylindrischer Schüsse. Diplomarbeit, Technische Universität Wien, Februar 2002.
- [5] Schindler, S.: Stress Concentration in Cylindrical Shells with Geometric Imperfections under External Pressure. Proceedings ICPVT 10, Vienna, 2003.
- [6] Zeman, J.L.: On the problem of angular misalignment at longitudinal weld joints of cylindrical shells; *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, 58 (1994) 179–184.
- [7] Böck, N. & Zeman, J.L.: On bending stresses at longitudinal weld joints of cylindrical shells due to peaking; *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, 60 (1994) 103–106.
- [8] Schwarz, M. & Zeman, J.L.: Bending Stresses at Longitudinal Weld Joints of Pressurized Cylindrical Shells due to Angular Distortion; *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 119/245-246, May 1997
- [9] Siegfried Schwaigerer & Gerd Mühlenbeck: *Festigkeitsberechnung im Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbau*; 5. Auflage. Springer Verlag 1996.
- [10] Heinz Parkus: *Mechanik der festen Körper*; Zweite Auflage. Springer Verlag 1983.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten:

Familienname:	<b>Schindler</b>	Vorname:	<b>Sebastian</b>
Geburtsdatum:	<b>16. April 1974</b>	Geburtsort:	<b>Wien</b>
Nationalität:	<b>Österreich</b>	Familienstand	<b>ledig</b>

## Ausbildung:

1980–1984:	4 Klassen Volksschule
1984–1988:	4 Klassen AHS
1988–1993:	5 Jahrgänge Höhere Technische Bundeslehranstalt Wien I, Schellingg. 13; Abteilung für Maschinenbau.
1994–2001:	Studium an der Technischen Universität Wien, Studienrichtung Verfahrenstechnik.

## Präsenzdienst:

Abgeleistet vom 1. Juli 1993 bis 28. Februar 1994 bei der 2. FVeKp / HFMR St. Johann/PG.

## Veröffentlichungen:

- Rauscher, F. & Schindler, S.: Design Check against Global Plastic Deformation – Determination of the Maximum Allowable Pressure by FEA. Proceedings WCCM V, Vienna 2002
- Schindler, S. & Zeman, J.L.: Stress concentration factors of nozzle-sphere connections; Int. J. Pres. Ves. & Piping, 80 (2003) 87–95.
- Schindler, S.: Stress Concentration in Cylindrical Shells with Geometric Imperfections under External Pressure. Proceedings ICPVT 10, Vienna, 2003.

### **Bisherige Tätigkeit:**

8. bis 31. August 1990: Ferialpraktikant bei Toni Kahlbacher Ges.m.b.h. & Co Kg Maschinenbau – Maschinenhandel.
1. bis 31. August 1992: Ferialpraktikant (techn. Zeichner, Projektierung) bei Austrian Energy.
1. bis 31. Juli 1997: Ferienhelfer (Kesselbau) bei Austrian Energy.
3. bis 31. August 1998: Ferienhelfer (Mitarbeit an einer Pilotanlage) bei Austrian Energy.
5. bis 30. Juli 1999: Ferialpraktikant (Projektierung) bei Andritz Ruthner Oberflächentechnik.
- März bis Juni 2001: Studienassistent am Inst. f. Apparate- und Anlagenbau
- seit Juli 2001: Mitarbeit am Inst. f. Apparate- und Anlagenbau
- seit 2003: Div. Berechnungen für TÜV Österreich im Rahmen einer freiberuflichen Tätigkeit.

### **Besondere Kenntnisse:**

- Finite Elemente Analysen, im speziellen die Software ANSYS
- Computer Aided Design, im speziellen AutoCAD und AutoCAD Mechanical
- MS- Office
- Mathcad
- $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$
- Grundkenntnisse in AutoPIPE und Caesar

Wien, im Februar 2005