

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).



DIPLOMARBEIT

Numerische Simulation der Strömung in einem Gleichdruckturbinengitter

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom- Ingenieurs unter Leitung von

Ao. Univ. Prof. Dipl.- Ing. Dr. techn. Reinhard Willinger

Institut für Energietechnik und Thermodynamik (E302)
Forschungsbereich Strömungsmaschinen

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Markus Gregor Hinteregger
0230106
Leitgebasse 4-6/8/4
1050 Wien

Wien, im November 2011

Vorwort

Herrn *Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.* Reinhard Willinger danke ich für die Möglichkeit meine Diplomarbeit unter seiner Betreuung anfertigen zu können und für die nützlichen Beiträge und Anregungen zu dieser Arbeit.

Bedeutender Dank gilt meiner Familie, meinen Eltern, die mir das Maschinenbaustudium ermöglicht haben und mich immer unterstützt haben.

Meiner Freundin Annemarie danke ich besonders für ihre Unterstützung während meines Studiums und für ihr motivierendes Engagement bei meiner Diplomarbeit.

Kurzfassung

Die Auslegung einer thermischen Turbomaschine erfordert auf bestimmte Richtwerte zurückzugreifen. Einer dieser Richtwerte ist das optimale Teilungsverhältnis von Zweifel, das auch unter der Bezeichnung Zweifel-Kriterium bekannt ist. Die Aufgabe dieses Richtwertes ist es bei bekannter Schaufelbreite und unter Kenntnis der Geschwindigkeitsdreiecke einer Beschaukelung auf den optimalen Schaufelabstand schließen zu können. Da das Kriterium bereits seit 1945 besteht und es zu der damaligen Zeit nicht die Möglichkeiten gegeben hat es durch eine numerische Simulation zu analysieren, wird genau dies in dieser Arbeit durchgeführt. Dabei wurde ein Sonderfall im Turbinenbau, die Gleichdruckturbine ausgewählt, um an dieser zu zeigen wie sich die Veränderung des Teilungsverhältnisses auf die Verluste in einem Gitter auswirkt.

Bevor mit der Simulation begonnen wurde sind einige Angaben zur Gleichdruckbeschaufelung gemacht worden, darunter ein kurzer Überblick über die geschichtliche Entwicklung, der Vergleich zwischen den zwei Typen der Beschaukelungen im Turbinenbau und nicht zuletzt die Definition der Gleichdruckschaufel unter Verwendung des Reaktionsgrades.

Als nächstes wurden die Grundlagen der numerischen Strömungsmechanik etwas genauer betrachtet auf denen das kommerziell erhältliche CFD Programm, das zur Berechnung der Strömung verwendet wurde, aufbaut.

Nach Abschluss der Simulation wurden die Ergebnisse der Simulation mit theoretischen Berechnungen verglichen, um die Richtigkeit dieser validieren zu können. Im Anschluss konnte die Auswertung der gewonnenen Ergebnisse und ein Vergleich mit dem Zweifel-Kriterium und anderen Richtwerten gemacht werden.

Abstract

For designing thermal turbomachinery it is necessary to refer to certain guidelines. One of those guidelines is used to find the optimal pitch ratio. It was established by Zweifel and is therefore also called the “Zweifel Criterion”. After the width of the blades and the velocity triangles have been determined, it is possible to calculate the optimal blade distance in order to cause a minimum of losses. Because this criterion was found already 1945, at a time when CFD simulations were not yet known, this work was essential to analyse the Zweifel Criterion using CFD.

The following investigations focused on a special type of blading, used in an impulse turbine. The blade distances of the mentioned turbine type were adjusted in order to record the amount of losses for each case.

Before actually starting with the simulation, some general information regarding the impulse turbine were supplied: Starting with an historical overview of its development, giving further information about the two types of axial turbines commonly used and then describing the actual definition of an impulse turbine.

Further on followed the observation of the basic equations of numerical fluid dynamics, in order to find out how the commercial CFD programme, which was used for solving the flow problem, works. Additionally the results of the simulation were compared with a theoretical approach of the problem in order to validate the CFD solution. Only after this process was completed the evaluation of the computational results and a comparison with the Zweifel Criterion could be made.

Inhaltsverzeichnis

1. Gleichdruckturbine	1
2. Grundgleichungen der numerischen Strömungsmechanik	6
2.1 Massenbilanz	6
2.2 Impulsbilanz.....	7
2.3 Energiebilanz	9
3. Simulation turbulenter Strömung	12
3.1 Turbulenzmodelle [10, 13]	12
3.2 k, ϵ Modell	14
3.2.1 Wandfunktionen	15
3.2.2 Realizable k, ϵ Modell.....	17
3.2.3 Renormalisation Group (RNG) k, ϵ Modell	17
3.2.4 Low Reynolds k, ϵ Modell	18
4. Herleitung des Zweifelkriteriums [1]	19
4.1 Geometrische Beschreibung einer Gleichdruckschaufel.....	19
4.2 Aerodynamische Belastungszahl ψ_T	21
5. Modellerstellung und Vernetzung	23
5.1 Modellerstellung des Gleichdruckprofils.....	23
5.2 Vernetzung in Gambit	26
6. Simulation in Fluent [10, 6]	29
6.1 Einstellungen in Fluent	29
6.2 Randbedingungen	30
6.3 Konvergenz	33
6.3.1 Netzunabhängige Lösung	33
6.3.2 Residuenverläufe [12]	33
6.3.3 Auftriebsbeiwert	35
7. Postprocessing	36
7.1 Validierung der Simulationsergebnisse	36
7.1.1 Herleitung der Geschwindigkeitsverhältnisse an Druck- und Saugseite	36
7.1.2 Herleitung der Druckverteilung aus den Geschwindigkeitsverhältnissen	42
7.2 Ergebnisse und Auswertung	43
7.2.1 Druckverteilung an der Druck- und Saugseite.....	43
7.2.2 Geschwindigkeitsverläufe der verschiedenen Schaufelgitter	47

7.2.2.1 Kleine Schaufelteilung ($\psi_T = 0.2$)	47
7.2.2.2 Vermeintlich ideale Schaufelteilung ($\psi_T = 0.8$)	48
7.2.2.3 Große Schaufelteilung ($\psi_T = 1.3$)	49
7.2.3 Wandschubspannung [5,7]	50
7.2.4 Nachlaufdelle	52
7.2.5 Totaldruckverluste	53
7.2.5.1 Theoretische Überlegungen	53
7.2.5.2. Ergebnisse aus der Simulation	54
7.2.6 Winkel der Abströmung	56
8. Zusammenfassung und Ausblick	57
8.1 Zusammenfassung	57
8.2 Ausblick	58
Literaturverzeichnis	59
Abbildungsverzeichnis	60
Tabellenverzeichnis	62

Symbolverzeichnis

Lateinische Symbole

A	Querschnitt des Schaufelkanals	$[m^2]$
A	Referenzquerschnitt von Fluent	$[m^2]$
a	Kanalbreite	$[m]$
a	Beschleunigung	$[m/s^2]$
a_u	Spezifische Umfangsarbeit	$[m^2/s^2]$
b	Schaufelbreite	$[m]$
c	Absolutgeschwindigkeit des Schaufelgitters	$[m/s]$
c	Schallgeschwindigkeit	$[m/s]$
C_1, C_2	Modellkonstanten, Realizable k, ϵ Modell	$[-]$
$C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}, C_\mu$	Modellkonstanten, Standard- und RNG k, ϵ Modell	$[-]$
C_L	Auftriebsbeiwert	$[-]$
$C_{p,tot}$	Totaldruckverlustbeiwert	$[-]$
C_p	statischer Druckverlustbeiwert	$[-]$
D_H	Hydraulischer Durchmesser	$[m]$
e	spezifische innere Energie	$[m^2/s^2]$
F_L	Auftriebskraft	$[N]$
g	Erdbeschleunigung	$[m/s^2]$
h	Schaufelhöhe	$[m]$
h	Spezifische Enthalpie	$[m^2/s^2]$
$\Delta h'$	Enthalpiegefälle im Leitrad	$[m^2/s^2]$
$\Delta h''$	Enthalpiegefälle im Laufrad	$[m^2/s^2]$
Δh_{St}	Enthalpiegefälle einer Stufe	$[m^2/s^2]$
k	turbulente kinetische Energie	$[m^2/s^2]$
l_m	Charakteristische Länge	$[m]$
Ma	Machzahl	$[-]$
p	Druck	$[N/m^2]$
Δp_v	Druckverlust	$[N/m^2]$
$p_{1,tot}$	Totaldruck am Einstromrand	$[N/m^2]$
$p_{2,tot}$	Totaldruck am Ausstromrand	$[N/m^2]$
\dot{q}_S	Wärmestrom	$[W/kg]$
Re_b	Reynoldszahl bezogen auf die Schaufelbreite	$[-]$
r	Krümmungsradius	$[m]$
t	Teilung	$[m]$
T	Temperatur	$[K]$
T	wirkliche Tangentialkraft	$[N]$
T_{id}	ideale Tangentialkraft	$[N]$
Tu	Turbulenzgrad	$[-]$
u	Umfangsgeschwindigkeit	$[m/s]$
v	Referenzgeschwindigkeit aus Fluent	$[m/s]$
u, v, w	Strömungsgeschwindigkeiten	$[m/s]$
w	Relativgeschwindigkeit	$[m/s]$
x, y, z	kartesische Koordinaten	$[-]$

Griechische Symbole

β	Winkel	[°]
β	Modellkonstante, RNG k, ϵ Modell	[–]
Δ	Differenz	[–]
δ_{ij}	Kronecker-Delta	[–]
δ	Grenzschichtdicke	[m]
ϵ	turbulente Dissipationsrate	[W/kg]
κ	Isentropenexponent	[–]
κ	Karman- Konstante	[–]
λ	Wärmeleitfähigkeit	[W/mK]
μ	dynamische Viskosität	[Pa s]
μ_T	Wirbelviskosität	[Pa s]
ν	Wirbelviskosität	[m ² /s]
ρ	Dichte	[kg/m ³]
σ	Normalspannung	[N/m ²]
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	Modellkonstanten, k- ϵ Modell	[–]
τ	Schubspannung	[N/m ²]
τ_{turb}	turbulente Schubspannung	[N/m ²]
τ_w	Wandschubspannung	[N/m ²]
ψ_T	aerodynamische Belastungszahl	[–]

Tiefgestellte Indizes

m	mittlere Größe
m	Größe in axialer Richtung
SS	Größe an der Saugseite der Beschauflung
DS	Größe an der Druckseite der Beschauflung
1	Größe am Eintritt
2	Größe am Austritt
x	x- Richtung
y	y- Richtung
z	z- Richtung
u	Größe in Umfangsrichtung
max	maximale Größe
i,j	Einsteinsche Summationskonvention

Hochgestellte Indizes

$(.)^+$	dimensionslose Größe der Grenzschicht
$(.)'$	turbulente Schwankungsgröße
$\overline{(.)}$	zeitlich gemittelte Größe
$\vec{(.)}$	vektorielle Größe

1. Gleichdruckturbine

Turbinen werden aus geschichtlichen Gründen in Aktionsturbinen (Gleichdruck) und Reaktionsturbinen (Überdruck) unterteilt. Die Gleichdruckturbine wurde erstmals im Jahr 1883 vom schwedischen Ingenieur De Laval erbaut. Zu Beginn war die Eigenschaft der Gleichdruckturbine bei kleinen Volumenströmen hohe Leistungen zu erbringen für die Energiewandlung von großer Wichtigkeit. Je größer die Volumenströme wurden und höhere Leistungen der Maschinen verlangt wurden, desto interessanter wurde die Reaktionsturbine. Diese wurde im Jahr 1884 erstmals von C. A. Parsons eingeführt. Am Ende der 1980er Jahre waren die größten betriebenen Maschinen mit Reaktionsturbinen ausgestattet.

Eine weitere Möglichkeit die Turbinen zu unterscheiden ergab sich durch die unterschiedlichen Läuferbauarten. Man unterscheidet die Kammerbauweise, die dem Läufer einer Gleichdruckturbine entspricht, und die Trommelbauweise, die bei Überdruckturbinen zum Einsatz kommt. Beide Bauarten haben ihre Vor- und Nachteile und häufig favorisieren die verschiedenen Hersteller aus Tradition einen Typ mit dem sie über die Jahre viele Erfahrungen gesammelt haben, z.B. MAN (Gleichdruck) und Siemens oder Alstom (Überdruck).

Im Dampfturbinenbau weicht man von den beiden Grundformen (Gleichdruckturbinen mit kleinem Reaktionsgrad und der Überdruckturbine) nur selten ab, während im Gasturbinebau Stufen mit beliebigen Reaktionsgraden verwendet werden. In der Tab. 1.1 sind die unterschiedlichen Eigenschaften der Gleich- und Überdruckbauart einander gegenübergestellt. Die Funktionsweise der Turbine hat nur einen vergleichsweise kleinen Einfluss auf deren Rentabilität, da beide Typen bei einer klugen Gesamtkonstruktion eine gleichwertige Wirtschaftlichkeit erreichen können.

Eigenschaften	Gleichdruckturbine	Überdruckturbine
Stufenwirkungsgrad	schlechter, wegen starker Umlenkung in der Laufschaufel	besser, da das Stufengefälle in der Leit- und Laufschaufel verarbeitet wird
Baulänge der Stufe	größer, wegen Kammerbauweise	kleiner, wegen Trommelbauweise
Baulänge der Turbine	Geringere Stufenanzahl, aber größere Baulänge der Stufe	geringere Baulänge der Stufe, aber große Stufenanzahl
Axialschub	klein, wegen kleinem Druckgefälle am Laufrad	groß, wegen der größeren Druckdifferenz am Laufrad
Teilbeaufschlagung	möglich, Verwendung als Regelstufe oder Kleindampfturbine	nicht möglich

Tab. 1.1: Gegenüberstellung der Eigenschaften von Gleich- und Überdruckturbine

Stufenwirkungsgrad

Der Stufenwirkungsgrad resultiert im Wesentlichen aus dem Beschaukelungsverlust und dem Spaltverlust.

- Beschaukelungsverlust

Der Beschaukelungsverlust ergibt sich einerseits aus dem Profilverlust (=Profilverlust im Bezugsdurchmesser und Fächerverlust) und dem Restverlust, siehe [12]. Der Profilverlust im Bezugsdurchmesser beschreibt den Verlust, der durch Reibung beim Durchströmen eines Schaufelgitters entsteht, und kann durch Grenzschichtberechnungen und durch Gitterversuche gut bestimmt werden. Ebenso eine Auswirkung auf den Profilverlust hat das Teilungsverhältnis. Durch die günstige Wahl des Teilungsverhältnisses kann der Verlust eines Schaufelgitters minimiert werden. Der Fächerverlust dient als Korrekturglied, der an Stelle einer Profilverlustintegration über die Schaufelhöhe tritt.

Der Restverlust erfasst Verluste, die durch irreversible Energieübertragungen, durch Effekte an den Seitenwänden und Sekundärströmung entstehen.

- Spaltverlust, Radreibungsverlust, Ventilationsverlust

Der Spaltverlust ergibt sich aus den Massenströmen, die das Leitrad und Laufrad umströmen ohne dabei Arbeit zu verrichten.

Radreibungsverluste sind dadurch gegeben, dass eine rotierende Scheibe je Scheibenseite ein Reibungsmoment erfährt.

Ventilationsverluste beschreiben den gesamten Verlust, der durch Teilbeaufschlagung hervorgerufen wird.

Baulänge der Stufe

Sie ist im Allgemeinen beim Gleichdruckprinzip größer. Die Begründung dafür ist die hohe Druckdifferenz am Leitrad, welche zur Entwicklung der Kammerbauweise des Läufers führte. Bei der Kammerbauweise sitzen die Laufschaufeln auf Scheiben und die Leitschaufeln auf Zwischenböden. Die Zwischenböden werden an der Nabe an einem wesentlich kleineren Durchmesser, z.B. mit Labyrinthdichtungen, abgedichtet. Der kleinere Dichtungsdurchmesser verringert durch die kleinere offene Fläche den Leckagemassenstrom, was aufgrund der hohen Druckdifferenz auch erforderlich ist. Die hohe Druckdifferenz und die Länge der Schaufeln erfordert aus Festigkeitsgründen eine große Schaufelbreite. Die größere Baulänge der Stufe ist somit auf die Kammerbauweise zurückzuführen.

Baulänge der Turbine

Bezüglich dieses Punktes sind die beiden Systeme in etwa ebenbürtig. Das Überdruckprinzip besitzt zwar die kleinere Stufenbreite dafür ist bei gleichem Druckgefälle der beiden Turbinentypen eine größere Anzahl an Stufen notwendig.

Axialschub

Bei einer Beschaukelung mit einem kleinen Reaktionsgrad erfährt die einzelne Scheibe keinen oder nur einen kleinen Axialschub. Der kleine Axialschub wird dabei noch durch Druckausgleichsbohrungen verringert. Der gesamte Schub kann ohne weiteres von den Spurlagern aufgefangen werden. Es hat sich allerdings in der Praxis gezeigt, dass der Schub zwar klein ist, aber es oft Schwierigkeiten bereitet diesen richtig vorherzubestimmen. Bei der Überdruckbauart hingegen entstehen durch die Druckunterschiede an den Laufschaufeln große Axialschübe. Mit Hilfe eines Druckausgleichskolbens können die Axialschübe verringert werden. Der Druckausgleichskolben ist mit dem Abdampfstutzen, in dem der Dampf in einem Zustand mit niedrigem Druck vorliegt, verbunden, um am Kolben einen Schub, der entgegen dem Schub des Läufers wirkt, aufzubauen. Bei mehrflutigen Gehäusen werden die Turbinensätze oft dermaßen angeordnet, dass sich die Axialschübe gegenseitig aufheben.

Teilbeaufschlagung

Die Teilbeaufschlagung lässt sich nur bei kleinen Reaktionsgraden anwenden. Je größer die Überdruckwirkung der Turbine ist, desto größer sind die Verluste durch Kurzschlussströme im nicht beaufschlagten Teil des Laufrades. Bei der Teilbeaufschlagung gibt es einen Leitapparat, der nur aus einem Kreissektor besteht. Die Vollbeaufschlagung ist der Teilbeaufschlagung vorzuziehen außer es werden aufgrund kleiner Volumenströme die Schaufelhöhen zu gering. Sehr kurze Schaufeln bedeuten hohe Reibungsverluste in der Stufe. Im Dampfturbinenbau wird auch aus regelungstechnischen Gründen zur Teilbeaufschlagung gegriffen. Hierbei wird die erste Stufe der Dampfturbine als Regelstufe ausgeführt. Die Regelstufe besteht aus mehreren Beaufschlagungselementen, den sogenannten Düsendgruppen, die je nach Betriebszustand zu – oder abgeschaltet werden können.

Curtis Rad

Das Curtis Rad ist eine besondere Anwendung der Gleichdruckbeschaukelung und wird vorwiegend dort verwendet wo man eine kompakte und einfache Bauweise haben möchte ohne besondere Ansprüche an den Wirkungsgrad zu stellen, z.B. in Kleindampfturbinen oder in Rückwärtsturbinen von Schiffsanlagen.

Die Bezeichnung Gleichdruckstufe ist ein Hinweis auf die Art und Weise wie das Druckgefälle in den Stufen verarbeitet wird. Siehe hierzu Abb. 1.1 In einer Gleichdruckstufe mit einem Reaktionsgrad $R_k=0$ wird das Arbeitsmedium im Leitrad beschleunigt und im Laufrad nur mehr umgelenkt. Da der statische Druck vor und nach dem Laufrad wegen gleichen Eintritts- und Austrittsgeschwindigkeiten gleich bleibt, wird diese Bauart als Gleichdruckbauart bezeichnet. Reine Gleichdruckturbinen sind in der Realität nicht in Verwendung, da beim Durchströmen der Laufschaufeln stets Druckverluste auftreten. Man spricht aber auch bis zu einem Reaktionsgrad von 0.2 von einer Gleichdruckturbine. Die Überdruckbauart mit einem Reaktionsgrad von 0.5 verarbeitet das Druckgefälle zu gleichen Teilen im Leit- und Laufrad. Siehe hierzu Abb. 1.2 Das Druckgefälle kann zu unterschiedlichen Teilen zwischen der Leit- und Laufschaufel verarbeitet werden. Überdruckturbinen besitzen also Reaktionsgrade von 0.2 – 1.0. Weiter ist zu ergänzen, dass bei den langen Endstufen von Kondensationsturbinen sich der Reaktionsgrad über die Schaufelhöhe stark ändert. Dabei könnte das Schaufelprofil an der Nabe einem Gleichdruckprofil in der Mitte der Schaufel einem Überdruckprofil mit $R_k = 0.5$ und am Schaufelende einem tragflügelähnlichem Profil entsprechen.

Definitionen für den Reaktionsgrad gibt es mehrere, ich möchte mich im Rahmen dieser Arbeit auf den Reaktionsgrad, der auch als kinematischer Reaktionsgrad R_k bekannt ist, beschränken.

Dieser wird durch das statische Enthalpiegefälle im Laufrad $\Delta h''$ im Verhältnis zum statischen Enthalpiegefälle der Stufe Δh_{ST} \Rightarrow (statisches Enthalpiegefälle des Leitrades $\Delta h'$ und des Laufrades $\Delta h''$) berechnet. Der kinematische Reaktionsgrad wird deshalb so bezeichnet, da er sich aus dem kinematischen Aufbau der Beschauelung und somit der Kenntnis des Geschwindigkeits- oder des h, s -Diagramms berechnen lässt.

$$R_k = \frac{\Delta h''}{\Delta h'' + \Delta h'} = \frac{\Delta h''}{h_{st}} = \frac{-(w_{1u} + w_{2u})}{2u} \quad (1.1)$$

2. Grundgleichungen der numerischen Strömungsmechanik

Die numerische Strömungssimulation ist eine große Errungenschaft, die es uns ermöglicht Strömungsgleichungen für viel komplexere Probleme zu lösen als dies auf analytischem Wege machbar wäre. Durch die Weiterentwicklung der Rechnerleistung in den letzten Jahren hat der Ingenieur ein weiteres nützliches Werkzeug zur Auslegung und Optimierung erhalten. Es soll hier jedoch gesagt sein, dass man die Ergebnisse der numerischen Berechnung erst nach einer gründlichen Validierung annehmen sollte. Die Validierung erfolgt durch den Vergleich von bereits vorhandenen theoretischen oder experimentellen Daten und falls diese nicht vorhanden sind, sollte man sich zumindest Gedanken zur physikalischen Plausibilität der Ergebnisse machen.

Bevor man mit der Simulation beginnt sollte man sich ein Grundverständnis über die zugrunde liegenden Gleichungen aneignen, welche in den verschiedensten Simulationsprogrammen zur Anwendung kommen. Im ersten Schritt werden die Erhaltungsgleichungen, die auch als Navier-Stokes-Gleichungen bekannt sind, hergeleitet siehe [9]. Die Navier-Stokes-Gleichungen bestehen für den dreidimensionalen Fall aus den folgenden 5 Erhaltungsgleichungen:

1. Massenbilanz
2. Impulsbilanz in x- Richtung
3. Impulsbilanz in y- Richtung
4. Impulsbilanz in z- Richtung
5. Energiebilanz

2.1 Massenbilanz

Massenbilanz in kartesischen Koordinaten:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (2.1)$$

Sie bedeutet die Änderung der Dichte ρ mit der Zeit im Volumenelement, der Massenstromdichte ρu in x- Richtung, der Massenstromdichte ρv in y- Richtung und der Massenstromdichte ρw in z- Richtung. Handelt es sich bei der Strömung um einen inkompressiblen Vorgang, dann ist die Änderung der Dichte gleich Null und die Massenbilanz nimmt die folgende Form an.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (2.2)$$

2.2 Impulsbilanz

Die Impulsbilanz ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht bezogen auf ein infinitesimales Kontrollvolumen. Das Kräftegleichgewicht, auch bekannt als zweites Newton'sches Gesetz, lautet Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung. Im Folgenden wird die Herleitung nur für die x- Richtung gemacht.

$$F_x = m a_x \quad (2.3)$$

Wobei F_x für die Kräfte und a_x für die Beschleunigung in x- Richtung steht.

F_x sind also die Kräfte bestehend aus den Scherkräften, den Druckkräften und der Schwerkraft, die an dem infinitesimalen Kontrollvolumen angreifen.

Normal- und Schubkräfte	Druckkraft	Schwerkraft	
↓	↓	↓	
$F_x = \tau_{xx} dy dz + \tau_{xy} dx dz + \tau_{xz} dx dy - \partial p dy dz + \rho g_x dx dy dz =$ $= \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{xz} - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \right] dx dy dz \quad (2.4)$			

Masse:

$$m = \rho dx dy dz \quad (2.5)$$

Beschleunigung in x- Richtung:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.6)$$

Einsetzen der Gleichungen (2.3),(2.5) und (2.6) in Gleichung (2.4) und Herausheben des Volumens (dx dy dz) und der Dichte ρ führt zur Impulsgleichung in x- Richtung in folgender Form:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{xz} - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \right] \quad (2.7)$$

Berücksichtigt man das Newtonsche Reibungsgesetz, das für den eindimensionalen Fall $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ lautet, erhält man folgende Zusammenhänge für die Normal- und Schubspannungen im dreidimensionalen Raum.

Normalspannungen:

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.9)$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.10)$$

Schubspannungen:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.11)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.12)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.13)$$

Setzt man diese Gleichungen in die Impulsbilanzgleichung ein, erhält man die folgenden Formeln:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + g_x \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + g_y \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + g_z \quad (2.16)$$

2.3 Energiebilanz

Die Energiebilanz für ein Kontrollvolumen lautet:

- (1) Die zeitliche Änderung der inneren und kinetischen Energie im Kontrollvolumen =
 (2) Strom an ein- und austretender innerer und kinetischer Energie
 + (3) Energiestrom durch Wärmeleitung
 + (4) Leistung der Druck-, Normal-, und Schubspannungen
 + (5) Leistung der Volumenkräfte z. B. Schwerkraft, elektrische oder magnetische Kräfte
 + (6) Energiestrom, der dem Gas von außen zugeführt wird

1. Die zeitliche Änderung der inneren und kinetischen Energie im Kontrollvolumen:

$$\frac{\partial [\rho (e + \bar{v}^2/2)]}{\partial t} dx dy dz \quad (2.17)$$

2. Differenz der mit der Strömung herein und hinaus transportierten inneren und kinetischen Energien pro Zeit:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial [\rho (e + \bar{v}^2/2) u]}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial [\rho (e + \bar{v}^2/2) v]}{\partial y} dx dy dz + \\ & + \frac{\partial [\rho (e + \bar{v}^2/2) w]}{\partial z} dx dy dz \end{aligned} \quad (2.18)$$

3. Energiestrom durch Wärmeleitung:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (2.19)$$

4. Leistung der Druck-, Normal-, und Schubspannungen am Kontrollvolumen:

Leistung in x- Richtung:

$$\left[-\frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{xx} u)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} v)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xx} w)}{\partial x} \right] dx dy dz \quad (2.20)$$

Leistung in y- Richtung:

$$\left[-\frac{\partial p v}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{xx} u)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} v)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xx} w)}{\partial x} \right] dx dy dz \quad (2.21)$$

Leistung in z- Richtung:

$$\left[-\frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_{xx} u)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} v)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xx} w)}{\partial x} \right] dx dy dz \quad (2.22)$$

5. Leistung, die durch die Volumenkräfte wie der Schwerkraft oder der Wirkung von elektrischen und magnetischen Kräften auf die Strömung wirkt: $(\vec{f} \vec{v}) dx dy dz$

6. Energieströme, die dem Volumen von außen zugeführt werden wie Strahlung oder Verbrennungsreaktionen: $(\rho \dot{q}_S) dx dy dz$

Werden die Formeln von 1-6 zusammengefügt, durch Umformung vereinfacht und außerdem die Druck-, Normal-, und Schubspannungen durch den Stokes'schen Reibungsansatz ausgedrückt, erhält man folgende Energiebilanz:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} + w \frac{\partial e}{\partial z} \right) = \\ = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] - p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ + \mu \Phi + \vec{f} \vec{v} + \rho \dot{q}_S \end{aligned} \quad (2.23)$$

wobei Φ für den Dissipationsterm steht:

$$\begin{aligned} \Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die Erhaltungsgleichungen für den stationären isothermen zweidimensionalen Fall vereinfachen sich und lauten dann:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.25)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g_x \quad (2.26)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g_y \quad (2.27)$$

3. Simulation turbulenter Strömung

Die fünf Erhaltungsgleichungen des letzten Kapitels werden zusammen als die Navier Stokes Gleichung bezeichnet. Analytisch können diese Gleichungen, die ein gekoppeltes nichtlineares Differentialgleichungssystem ergeben, nur mehr für Spezialfälle gelöst werden, wie zum Beispiel die eindimensionale Strömung um eine ebene Platte. Deshalb wird dieses Gleichungssystem numerisch gelöst, um damit auch komplexere Strömungen berechnen zu können. Für den Fall, dass es sich bei der zu berechnenden Strömung um eine turbulente handelt, ist es zwar immer noch möglich die Navier Stokes Gleichung durch direkte numerische Simulation zu lösen, jedoch ist dafür ein sehr feines Netz notwendig, um die vielen Störungen auflösen zu können. Mit langen Rechenzeiten und einem hohem Rechenaufwand ist diese Art der Berechnung für die meisten industriellen Anwendungen uninteressant. Abhilfe verschaffen Berechnungen, die nicht die vollständigen Navier Stokes Gleichungen zu lösen versuchen sondern die Reynolds gemittelten Navier Stokes Gleichungen. Hierbei verfolgt man den Ansatz die Turbulenz durch einen Mittelwert und darauf überlagerten Abweichungen davon zu beschreiben. Es werden also statt den turbulenten Strömungsgrößen u, v, w, ρ, e ihre Mittelwerte $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{\rho}, \bar{e}$ und ihre Schwankungsgrößen u', v', w', ρ', e' eingeführt. Durch die Mittelung der Strömungsgrößen entstehen in den Erhaltungsgleichungen durch die Zusatzterme neue Unbekannte denen zu wenige Gleichungen gegenüber stehen, dies führt zu einem Schließungsproblem. Die Zusatzterme der Geschwindigkeiten können als Reynolds' scher Spannungstensor zusammengefasst werden.

Reynolds' scher Spannungstensor:

$$\tau_{turb} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

3.1 Turbulenzmodelle [10, 13]

verschiedene Turbulenzmodelle:

Modelle, in denen die Reynolds gemittelten Navier Stokes Gleichungen (RANS) gelöst werden

- Wirbelviskositätsmodelle ($k, \epsilon/k, \omega$ und SST Modell)
- Reynoldsspannungsmodelle

Modelle, in denen die vollständigen Navier- Stokes Gleichungen gelöst werden:

- Large Eddy Simulation models (LES)
- Direkte Numerische Simulation (DNS)

„Ingenieure sind normalerweise nur daran interessiert, einige wenige quantitative Eigenschaften einer turbulenten Strömung zu erfahren, wie zum Beispiel die mittleren Kräfte auf einen Körper (und vielleicht ihre Verteilung), den Mischungsgrad zwischen zwei eintretenden Fluidströmen oder die Menge einer Substanz, die chemisch reagiert hat.“

siehe Zitat [11]

Dafür ist das RANS Modell ausreichend und im Vergleich zu der DNS und der LES auch noch mit einem sehr viel kleinerem Rechenaufwand verbunden. Dieses Turbulenzmodell geht auf Osborne Reynolds zurück, der die Ansätze hierfür vor über einem Jahrhundert entworfen hat. Dabei werden die Instationaritäten einer turbulenten Strömung über die Zeit gemittelt.

Jedoch müssen die Ergebnisse der RANS Modelle kritisch untersucht werden bevor man ihnen Glauben schenkt. Durch die starke Vereinfachung in diesem Turbulenzmodell ist es sicherlich auch gar nicht möglich beliebige turbulente Strömungen richtig vorherzusagen. Die Ergebnisse müssen, falls vorhanden, mit Versuchsergebnissen überprüft werden andernfalls kann man zur Überprüfung der Ergebnisse auch DNS oder LES verwenden. Für den Fall, dass beide Möglichkeiten nicht vorhanden sind, sollte man die Ergebnisse zumindest auf physikalische Plausibilität überprüfen.

Um das Schließungsproblem zu lösen, müssen zusätzliche Gleichungen durch die Turbulenzmodellierung gefunden werden. Außerdem müssen einige empirische Informationen in Form von Modellkonstanten durch den Vergleich mit bestimmten experimentellen Ergebnissen ermittelt werden. Erst hierdurch wird das Gleichungssystem lösbar.

Sehr häufig zur Anwendung in CFD- Programmen kommt der Wirbelviskositätsansatz. Dessen Modellierungsziel wird dabei von den zusätzlichen turbulenten Spannungstermen in Form des Reynolds' schen Spannungstensors auf die Modellierung nur noch einer einzelnen skalaren Größe η_t , der Wirbelviskosität, verlagert.

Bei diesem Wirbelviskositätsansatz wird der folgende Zusammenhang für die turbulente Schubspannung $\tau_{turb\ i,j} = -\rho \overline{u_i' u_j'}$ angenommen:

$$\tau_{turb\ i,j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.2)$$

Es wird durch diesen Ansatz die Wirkung der Turbulenz in der Strömung auf die Wirbelviskosität μ_t verlagert. Der Wirbelviskositätsansatz kann für allgemeine Strömungen für den gesamten Reynolds' schen Spannungstensor erweitert werden. Die skalare Größe $\mu_t(x, y, z)$ ist auf eine komplizierte Weise mit der Strömung verbunden. Um diesen Umstand zu beschreiben, haben sich verschiedene Modelle, die durch die Anzahl der partiellen Differentialgleichungen voneinander unterschieden werden können, etabliert.

- Null- Gleichungsmodelle: Sie enthalten nur algebraische Gleichungen.
- Ein- Gleichungsmodelle: Durch eine partielle Differentialgleichung mit der Strömung in Verbindung gebracht.
- Zwei- Gleichungsmodelle: Hier werden zwei Differentialgleichungen eingesetzt, um μ_t zu bestimmen.

In den weiteren Betrachtungen wird auf die Zwei- Gleichungsmodelle genauer eingegangen. Eines dieser Zwei- Gleichungsmodelle ist das weit verbreitete k, ϵ Modell.

3.2 k, ε Modell

Es verwendet zwei partielle Differentialgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die turbulente Dissipationsrate ε . Zwischen k , ε und der Wirbelviskosität μ_t besteht folgender Zusammenhang:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.3)$$

Als Randbedingungen am Eintritt und Austritt müssen k und ε aus Erfahrungswerten zuerst einmal abgeschätzt werden. Häufig wird hierfür der Turbulenzgrad Tu und eine charakteristische Länge l_m herangezogen.

$$Tu = \sqrt{\frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{3(u^2 + v^2 + w^2)}} \quad (3.4)$$

Das auf den zwei partiellen Differentialgleichungen für k , ε , basierende Turbulenzmodell wird wegen seiner Einfachheit und guter numerischer Eigenschaften in der Praxis gerne verwendet.

Differentialgleichung für k

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho}{2} \overline{u'_j u'_j u'_i} + \overline{p' u'_j} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \quad (3.5)$$

Differentialgleichung für ε

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \varepsilon)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (3.6)$$

Die in diesem Modell am häufigsten verwendeten Parameter sind:

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Die Verwirklichung des Modells in einem CFD Programm ist relativ einfach. Die RANS Gleichungen haben dieselbe Form wie die Gleichungen für laminare Strömungen außer dass die Molekularviskosität durch die effektive Viskosität $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$ ersetzt werden muss. Der größte Unterschied ist, dass zwei zusätzliche partielle Differentialgleichungen gelöst werden müssen. Daraus ergeben sich dementsprechend auch neue Randbedingungen der Turbulenz.

Eintrittsrandsbedingungen:

turbulente kinetische Energie k

$$k = \frac{3}{2} (u^2 + v^2 + w^2) Tu^2 \quad (3.7)$$

turbulente Dissipationsrate ε

$$\varepsilon = C_\mu^{(3/4)} \frac{k^{3/2}}{l_m} \quad (3.8)$$

Austrittsrandsbedingung:

turbulente kinetische Energie k

$$\frac{\partial k}{\partial x} = 0 \quad (3.9)$$

turbulente Dissipationsrate ε

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0 \quad (3.10)$$

Eine Abschätzung der turbulenten kinetischen Energie k kann als Eintrittsrandsbedingung, wie in der Gleichung (3.7) gezeigt, gemacht werden. Die turbulente Dissipationsrate ε kann nach Gleichung (3.8) abgeschätzt werden. In dieser Gleichung kann die charakteristische Länge l_m proportional dem hydraulischen Durchmesser D_H gesetzt werden. Der Hydraulische Durchmesser D_H kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$D_H = \frac{4A}{U} = \frac{4ht}{2h} = 2t \quad (3.11)$$

$U = 2h$ entspricht dem benetzten Umfang und $A = ht$ dem Strömungsquerschnitt, t ist die Schaufelteilung.

3.2.1 Wandfunktionen

Die Grenzschicht lässt sich aufgrund der jeweils dominierenden Terme der Impulsbilanz in drei Schichten unterteilen:

- die viskose Unterschicht, in welcher die Reibungsterme gegenüber den Reynoldsspannungen dominant sind
- die vollturbulente Schicht
- der Defektbereich

In Strömungen mit hohen Reynoldszahlen ist die viskose Unterschicht in einer Grenzschicht so dünn, dass es schwierig wird sie mit genügend Gitterpunkten aufzulösen. Einerseits wäre eine hohe Anzahl an Kontrollvolumina in Wandnähe notwendig, andererseits werden die Zellen dadurch sehr lang im Verhältnis zu deren Dicke wodurch die Konvergenz des numerischen Verfahrens verschlechtert wird.

Um die wandnahen Bereiche zu modellieren, unterscheidet man zwei Methoden:

1. **Zweizonenmodell:** In diesem Modell wird das Turbulenzmodell so verändert, dass die Strömung auch in der viskosen Unterschicht berechnet wird. Dafür ist ein sehr feines Netz im wandnahen Bereich erforderlich.
2. **Standard- Wandfunktion:** Statt die viskose Schicht zu berechnen, wird die Lücke zwischen der Wand und der ungestörten Strömung durch Anwendung von Wandfunktionen

beschrieben. Die Beschreibung der wandnahen Strömung durch Wandfunktionen wird in industriellen Anwendungen gerne verwendet, da sie eine einfache und robuste Methode ist, die auch Rechenzeit spart. Bei der Verwendung von Wandfunktionen muss darauf geachtet werden, dass das Gitter in Wandnähe nicht zu fein ist. Das Gitter muss an das Rechenergebnis so angepasst werden, dass die vom Turbulenzmodell geforderten y^+ Werte eingehalten werden. Sind die Netze zu fein können Probleme in der Stabilität und im Konvergenzverhalten der Lösung auftreten.

Durch die Standard- Wandfunktion wird das Geschwindigkeitsprofil in Wandnormalrichtung dem logarithmischen Gesetz entsprechend berechnet.

logarithmisches Gesetz:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (3.12)$$

dimensionsloser Wandabstand:

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (3.13)$$

Wobei κ die Karman- Konstante ($\kappa = 0.41$), $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ die Schubspannungsgeschwindigkeit, τ_w die Wandschubspannung und B eine empirische Konstante in Bezug auf die Dicke der viskosen Unterschicht (für ebene glatte Wände $B = 5.5$, bei rauhen Wänden $B < 5.5$) ist.

Die Methode der Wandfunktion lässt sich nur dann erfolgreich anwenden, wenn das Kontrollvolumenzentrum der wandnächsten Zelle im logarithmischen Bereich liegt, d.h. $y^+ > 30$. Das geforderte y^+ ist beim Auftreten der Grenzschichtablösung nicht einzuhalten, weil die Wandschubspannung τ_w in diesem Fall gegen Null geht, hierin offenbart sich auch genau die Schwäche dieses Modells. Es sind für die Simulation von Strömungen mit Ablösungserscheinungen aus diesem Grund andere Methoden zu empfehlen. Sinnvoll ist es in solchen Fällen auf das Zweizonenmodell zurückzugreifen, welches in dem k, ω Turbulenzmodell verwendet wird.

Bisher haben wir stets vom Standard k, ε Modell gesprochen. Neben diesem gibt es aber noch andere k, ε Modelle.

Schwächen des k, ε Modells liegen in der richtigen Vorhersage von bestimmten Strömungsphänomenen, wie:

- Ablösung der Strömung
- Wiederanlegen der Strömung
- Beruhigung der Strömung nach einer Störung
- spezielle Fälle von umströmten Körpern
- Sekundärströmung komplexer Geometrien

Um die mangelhaften Ergebnisse zu verbessern, gibt es hierfür Modifikationen des Standard k, ε Modells, die unter der Bezeichnung Realizable und RNG k, ε Modell bekannt sind.

3.2.2 Realizable k, ε Modell

Dieses Modell wurde durch die Entwicklung einer neuen Formel für die Wirbelviskosität und einer Änderung in der ε Transportgleichung wegen einer zu hohen Berechnung der Dissipation in den Grenzschichten eingeführt.

Die Anpassung der ε Transportgleichung erfolgt aus einer neuen Formulierung des Produktionsterms:

$$S = C_1 (2S_{ij}^2)^{1/2} \varepsilon - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu_T \varepsilon}} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.14)$$

Die variable Konstante C_1 ,

$$C_1 = \max \left[\frac{\mu}{\mu + 5} \right], \quad \mu = \frac{k}{\varepsilon} (2S_{ij}^2)^{1/2} \quad (3.15)$$

Die Änderung des Wirbelviskositätsansatzes erfolgt über die Einführung einer Variablen C_μ

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (3.16)$$

3.2.3 Renormalisation Group (RNG) k, ε Modell

Es beinhaltet die Änderung der ε Transportgleichung, speziell den Produktionsterm P_k betreffend, auf folgende Weise:

$$S_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} D) - R \quad (3.17)$$

Der Unterschied zum k, ε Modell liegt in dem zusätzlichen Term R, der durch folgende Gleichung formuliert wird:

$$R = \frac{C_\mu \mu^3 (1 - \mu/\mu_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \mu^3} \frac{1}{k} \quad (3.18)$$

wobei β und μ_0 Konstanten mit den Werten 0.015 und 4.38 sind.

Durch die Einführung dieses Terms spricht das Modell rascher auf Druckerhöhungen und die Krümmung von Stromlinien an, welches dem k, ε Modell Schwierigkeiten bereitet. Die Konstanten der RNG Theorie für turbulente Transportgleichungen lauten damit,

$$C_\mu = 0.0845, \quad \sigma_k = 0.718, \quad \sigma_\varepsilon = 0.718, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.42, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.68$$

Die k - Gleichung im RNG und realizable k, ε Modell bleibt unverändert und entspricht weiterhin der des Standard k, ε Modells.

Die Verwendung der modifizierten Modelle führte zu einer realistischeren Einschätzung des Ablösepunkts und des Wiederanlegens der Strömung. Trotz dieser Verbesserung bleibt eine Schwäche des k, ε Modells bei bestimmten Strömungsphänomenen, weshalb sich für diese Arbeit die Verwendung des k, ω Modells als geeigneter herausstellte.

3.2.4 Low Reynolds k, ε Modell

Die Bezeichnung dieses Modells bedeutet nicht, dass es für die Berechnung von Strömungen mit niedrigen Reynoldszahlen geeignet ist. Formal sind sich die Definitionen der Reynoldszahl und der dimensionslosen Gitterweite sehr ähnlich. Es bedeutet nur, dass die dimensionslose Gitterweite in Wandnähe sehr klein gewählt werden muss, um korrekte Ergebnisse zu erhalten.

Dieses Modell löst die Grenzschicht bis zur Wand voll auf. Dabei werden keine Wandfunktionen verwendet, sondern bestimmte Dämpfungsfunktionen statt der Konstanten C_μ , $C_{\varepsilon 1}$ und $C_{\varepsilon 2}$ eingeführt. Für die korrekte Anwendung wird ein $y^+ \leq 1$ gefordert. [10]

Das **k, ε Modell** ist stabil, benötigt nur wenig zusätzlichen Rechenaufwand und war lange Zeit der Industriestandard. Es ist gut geeignet für die Berechnung der Strömungen im Inneren des Strömungsfeldes, hat aber Schwierigkeiten bei Ablösungserscheinungen. Der Beginn der Ablösung wird zu spät und das Ablösegebiet zu klein berechnet.

Das **k, ω Modell** liefert in Wandnähe genauere Ergebnisse als das k, ε Modell. Dies wird durch Ersetzen der turbulenten Dissipation ε mit der turbulenten Frequenz ω erreicht. Es liefert schon bei geringer Grenzschichtablösung genauere Ergebnisse. Im Inneren des Strömungsfeldes ist es allerdings dem k, ε Modell bezüglich Genauigkeit unterlegen.

Es kommt ohne die Verwendung von Wandfunktionen aus, dafür muss ein sehr feines Netz in Wandnähe verwendet werden. ($y^+ < 1$)

Das **SST- Modell** (Shear- Stress- Transport) kombiniert die guten Eigenschaften des k, ω Modells in Wandnähe mit den guten Eigenschaften des k, ε Modells im restlichen Strömungsfeld. Es sind für die korrekte Anwendung des Modells ebenfalls feine Netze in Wandnähe notwendig ($y^+ < 1$). Es liefert damit im gesamten Strömungsgebiet auch bei druckinduzierten Ablösungen genaue Ergebnisse. Daneben wird die erhöhte Produktion von Turbulenz im Staupunkt durch eine Anpassung des Produktionsterms vermieden und damit eine weitere Schwäche des k, ε und des k, ω Modells beseitigt. Außerdem ist es robust und die Rechenzeit ist akzeptabel. Es wird zurzeit als das neue Standard-Turbulenzmodell für industrielle Anwendungen angesehen.

4. Herleitung des Zweifelkriteriums [1]

Zweifel beschäftigte sich mit der Frage der günstigsten Schaufelteilung einer Turbinenstufe.

Aufgrund der Überlegung, dass kleine Schaufelteilungen mit großen Reibungsverlusten und große Teilungen mit einem Anstieg der Ablösegefahr verbunden sind, vermutete er eine dimensionslose Belastungszahl, mit der es möglich ist die günstigste Teilung zu bestimmen.

Zuerst konzentrierte er sich auf den aus der Tragflügeltheorie stammenden Auftriebskoeffizienten. Der auf die ideale Anströmgeschwindigkeit w_∞ bezogene Auftriebskoeffizient stellte sich als ungeeignet heraus, da seine Maximalwerte für verschiedene Strömungswinkel nicht annähernd konstant blieben und des Weiteren für große Umlenkungen über alle Grenzen hinaus anwuchsen.

Als nächstes leitete er die aerodynamische Belastungszahl ψ_T ab, die sich als geeignet herausstellte, da ihre Optimalwerte unabhängig von den Strömungsverhältnissen, d.h. bei kleinen und großen Umlenkungen ungefähr derselbe Wert, beibehielten. Diese Größe erlaubt es Beziehungen aufzustellen, die notwendig sind, um bei Neuentwürfen im Voraus die günstigste Teilung zu bestimmen.

Um seine Theorie auf dem analytischen Wege zu überprüfen, griff Zweifel einen Spezialfall der Beschaukelung, für den das optimale b/t durch die Beschreibung der geometrischen Zusammenhänge und mit Hilfe der Briling'schen Bedingung [4] erhalten werden kann, auf.

4.1 Geometrische Beschreibung einer Gleichdruckschaukel

Die Geometrie der Schaufel entspricht der Abb.4.1. Es handelt sich hierbei um eine Schaufel mit konstanter Krümmung und gleichbleibender Breite. Außerdem ist die Eintritts- und Austrittskantendicke der Schaufel gleich Null. Bei genauerer Betrachtung der Darstellung erkennt man, dass die Breite der Schaufel b der Sehnenlänge des größeren Krümmungskreises $r_m + a/2$ entspricht.

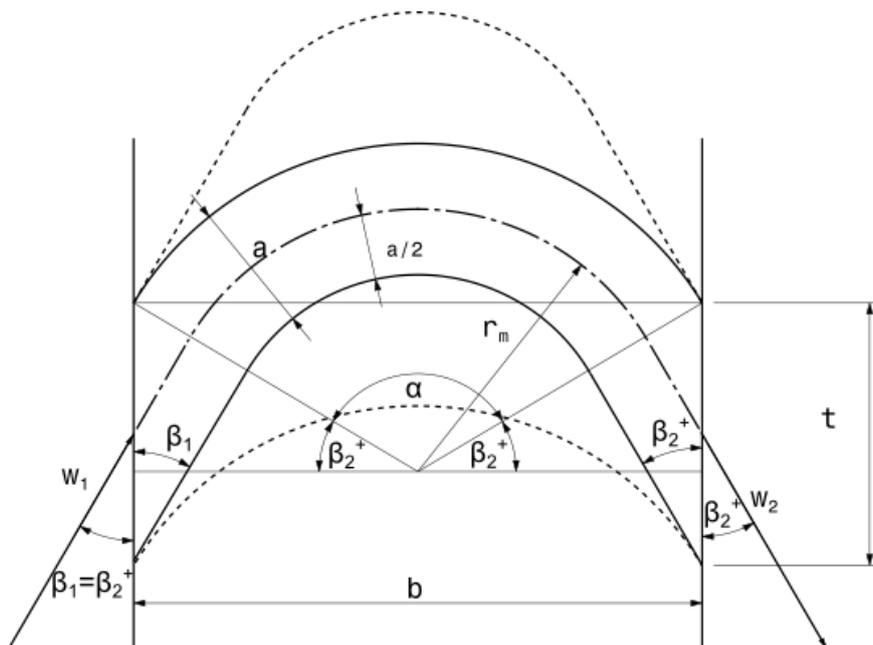


Abb. 4.1: Schaufelgitter mit gleicher Ein- und Austrittsgeschwindigkeit

Berechnung der Sehnenlänge b:

$$b = 2 r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\beta_2^+ = 180^\circ - \beta_2 = \beta_1$$

$$\alpha = 180^\circ - 2\beta_2^+$$

$$\begin{aligned} b &= 2 \left(r_m + \frac{a}{2} \right) \sin\left(\frac{180^\circ - 2\beta_2^+}{2}\right) = 2 \left(r_m + \frac{a}{2} \right) \sin(90^\circ - \beta_2^+) = \\ &= 2 \left(r_m + \frac{a}{2} \right) \cos(\beta_2^+) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Berechnung der Teilung:

$$t = \frac{a}{\sin(\beta_2^+)} \quad (4.2)$$

Nach der Division von b durch t erhält man:

$$\frac{b}{t} = \frac{2 \left(r_m + \frac{a}{2} \right) \cos(\beta_2^+)}{\frac{a}{\sin(\beta_2^+)}} = 2 \sin(\beta_2^+) \cos(\beta_2^+) \left(\frac{r_m}{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (4.3)$$

mit der folgenden Umformung

$$\sin(2\beta_2^+) = 2 \sin(\beta_2^+) \cos(\beta_2^+)$$

ergibt sich ein b/t in der nachfolgenden Form

$$\frac{b}{t} = \left(\frac{r_m}{a} + \frac{1}{2} \right) \sin(2\beta_2^+) \quad \sin(2\beta_2^+) = \sin(2\beta_2) \quad (4.4)$$

Dieser Formel fehlt nur mehr die Angabe eines Verhältnisses von der Kanalbreite a zum mittleren Krümmungsradius r_m , außerdem ist hierfür wird die Briling'sche Bedingung verwendet, die mit der Optimalbedingung für Rohrkrümmer übereinstimmt. Mit Annahme dieser Bedingung ist eine Beziehung zur Bestimmung des optimalen Teilungsverhältnisses gefunden, siehe Formel (4.6)

Briling'sche Bedingung:

$$\frac{r_m}{a} = 2 \quad (4.5)$$

Optimales Teilungsverhältnis:

$\left(\frac{b}{t}\right)_{opt} = 2.5 \sin(2\beta_2) \quad (4.6)$

Die bisher hergeleitete Gleichung ist auf die Verwendung bei Gleichdruckbeschaufelungen beschränkt. Um für ein breiteres Spektrum von Strömungsverhältnissen mit unterschiedlichen Ein- und Austrittswinkeln ebenfalls den Bestwert bestimmen zu können, hat Zweifel die aerodynamische Belastungszahl ψ_T eingeführt. Deren Herleitung und die Beziehungen, die sich daraus ergeben, sind im nächsten Abschnitt genauer ausgeführt.

4.2 Aerodynamische Belastungszahl ψ_T

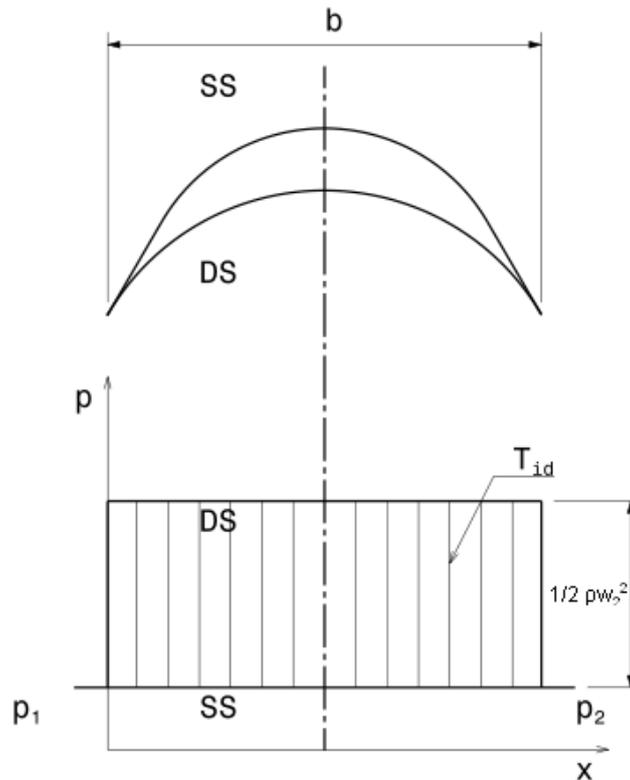


Abb. 4.2: ideale Tangentialkraft an einer Gleichdruckbeschaufelung

Sie ist eine dimensionslose Größe, die sich aus dem Verhältnis einer idealen Größe der Tangentialkraft T_{id} und der wirklichen Tangentialkraft T ergibt. Die ideale Größe T_{id} ist nicht ideal in der Hinsicht, dass sie die größtmögliche Tangentialkraft darstellt sondern vielmehr idealisiert ist die Umströmung der Schaufel bei T_{id} . Auf der Saugseite entspricht sie einer Expansion in einem Punkt an der Schaufelvorderkante direkt vom Eingangsdruck auf den Ausgansdruck. Für den Fall einer Gleichdruckschaufel kommt es zu keiner Expansion an der Saugseite, da der Eintrittsdruck p_1 gleich dem Austrittsdruck p_2 ist. In jedem Fall wird dabei eine Verzögerung der Strömung vermieden und dadurch besteht keine Gefahr einer Ablösung. An der Druckseite entspricht die Druckverteilung einem konstanten maximalen Wert, gleich dem Staudruck $p_2 + 1/2 \rho w_2^2$. Die ideale Tangentialkraft, bezogen auf die Schaufelhöhe, entspricht der schraffierten Fläche aus der Abb. 4.2

ideale Tangentialkraft T_{id} :

$$T_{id} = \frac{\rho}{2} w_2^2 b \quad (4.7)$$

die wirkliche Tangentialkraft T bezogen auf die Schaufelhöhe:

$$T = \rho w_m (w_{2u} - w_{1u}) t \quad (4.8)$$

Definition der aerodynamische Belastungszahl ψ_T lautet:

$$\psi_T = \frac{T}{T_{id}} = 2 \frac{w_m (w_{2u} - w_{1u})}{w_2^2} \left(\frac{t}{b} \right) \quad (4.9)$$

ψ_T in Abhängigkeit von den Winkeln:

$$\cot(\beta_2) = \frac{w_{2u}}{w_m} \quad \cot(\beta_1) = \frac{w_{1u}}{w_m} \quad w_2 = \frac{w_m}{\sin(\beta_2)}$$

diese Winkelfunktionen eingesetzt erhält man

$$\psi_T = \sin^2(\beta_2) (\cot(\beta_2) - \cot(\beta_1)) \left(\frac{t}{b} \right) 2 \quad (4.10)$$

Stellt man die Gleichung nach b/t um erhält man die allgemeine Form, die für die verschiedenen Strömungswinkel gültig ist.

$$\left(\frac{b}{t} \right) = \frac{1}{\psi_T} \sin^2(\beta_2) (\cot(\beta_2) - \cot(\beta_1)) 2 \quad (4.11)$$

Für eine Gleichdruckbeschaufelung wird daraus wegen $\cot(\beta_2) = -\cot(\beta_1)$

$$\psi_T = \sin^2(\beta_2) 2 \cot(\beta_2) \left(\frac{t}{b} \right) 2 = 2 \sin^2(\beta_2) \frac{\cos(\beta_2)}{\sin(\beta_2)} \left(\frac{t}{b} \right) 2 = 2 \sin(\beta_2) \cos(\beta_2) \left(\frac{t}{b} \right) 2$$

$$\psi_T = 2 \sin(2\beta_2) \left(\frac{t}{b} \right) \quad (4.13)$$

oder nach b/t aufgelöst

$$\left(\frac{b}{t} \right) = \frac{2}{\psi_T} \sin(2\beta_2) \quad (4.14)$$

Wie unschwer zu erkennen ist besteht eine starke Ähnlichkeit der Gleichung (4.14) zur Gleichung (4.9) die sich unter Verwendung der Briling'schen Bedingung ergab. Nimmt man für $\psi_T = 0.8$ an, stimmen die Gleichungen sogar überein. In weiterer Folge konnte Zweifel durch experimentelle Untersuchungen zeigen, dass der Bereich um diesen Wert zwischen 0.8 – 1.0 tatsächlich einem Minimum an Verlusten für die verschiedensten Beschaufelungen entspricht.

5. Modellerstellung und Vernetzung

5.1 Modellerstellung des Gleichdruckprofils

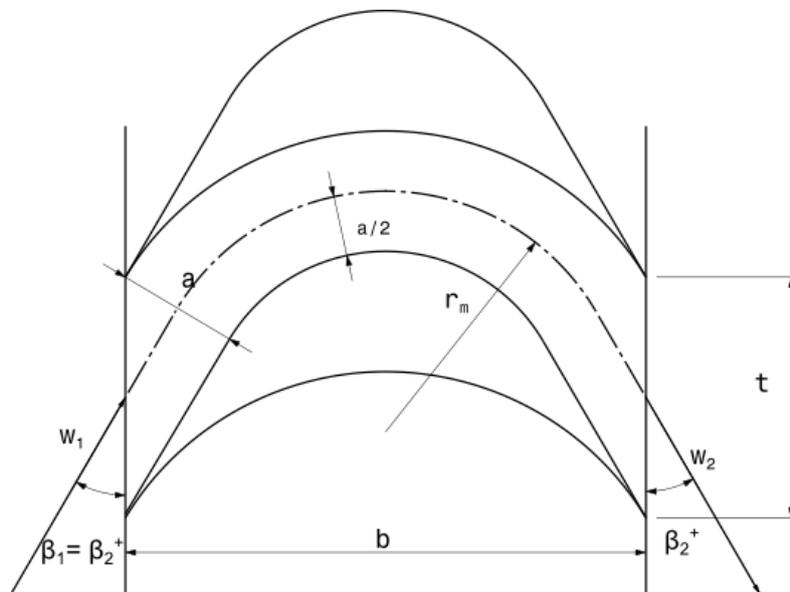


Abb. 5.1: 2D Modell der Gleichdruckschaufel

Das Schaufelprofil, das einer CFD Berechnung unterzogen wurde, ist der Vorlage von Zweifel [1] entnommen, bei der es sich um eine idealisierte Gleichdruckbeschaufelung handelt. Idealisiert deshalb, weil die Gleichdruckbauweise in dieser Form nicht zur Anwendung kommt. Die Gleichdruckbauweise hat einen kinematischen Reaktionsgrad von Null. Dies bedeutet, dass die Eintritts- und Austrittsgeschwindigkeit am Laufrad gleich groß sein muss. Für die Geometrie der Laufschaufel bedeutet es eine symmetrische Profilgestalt. Auf der Saugseite wird die Strömung zuerst stark beschleunigt und zum Austritt hin wieder verzögert. Die Verzögerung ist je größer desto stärker die Strömung davor durch die Umlenkung am kleineren Krümmungsradius beschleunigt worden ist. Desweiteren idealisiert sind die Kanten am Eintritt und am Austritt, weil sie als spitz auslaufend angenommen wurden und die restliche Konstruktion des Profils bestehend aus zwei Kreisbögen verbunden mit zwei geraden Abschnitten, die an beiden Enden tangential an den Kreisbögen anliegen. Aus der von Zweifel abgeleiteten Formel für das günstigste b/t und der Briling'schen Bedingung, die sich auf Erfahrungswerte stützt, und der frei gewählten Größe b für die Schaufelbreite und unter Kenntnis der Geschwindigkeitsdreiecke, ergeben sich alle weiteren für die Konstruktion notwendigen Größen.

Bestimmung des optimalen Teilungsverhältnisses

Mit Hilfe der Briling'schen Bedingung:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{opt} = 2.5 \sin(2\beta_2)$$

nach Zweifel:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{opt} = \frac{2}{\psi_T} \sin(2\beta_2)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Schaufelbreite b , der Austrittswinkel β_2 und die aerodynamische Belastungszahl bekannt sind, kann die Teilung t aus dem Zweifelkriterium bestimmt werden.

In dieser Arbeit wurde b mit 100 mm und β_1 mit 30° angenommen. Die Begründung für den gewählten Winkel ist die Forderung einen bestimmten Winkel $\alpha_1 = 12-20^\circ$ einzuhalten. Wie man an der Abb.5.1 erkennt, führt ein kleiner Winkel α_1 zu einem großen c_{u1} , wodurch sich durch einsetzen in Gleichung 5.1 eine große spezifische Umfangsarbeit ergibt. Begrenzt wird der Winkel α_1 nach unten durch die damit zunehmenden Verluste im Leitrad. Bei einer einzigen Gleichdruckstufe mit drallfreier Abströmung ($c_{u2} = 0$) lässt sich aus kinematischen Überlegungen $\beta_1 = \arctan(2 \tan \alpha_1)$ ableiten. Damit ist ein $\beta_1 = 23-36.1^\circ$ zulässig. Für ψ_T wurden die Werte zwischen 0.2 und 1.4 variiert, zu dem Zwecke in der Simulation die Verluste, die sich aus den verschiedenen Werten ergeben, aufzuzeigen.

Eulersche Impulsmomentengleichung für die Turbinenstufe:

$$a_u = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \quad (5.1)$$

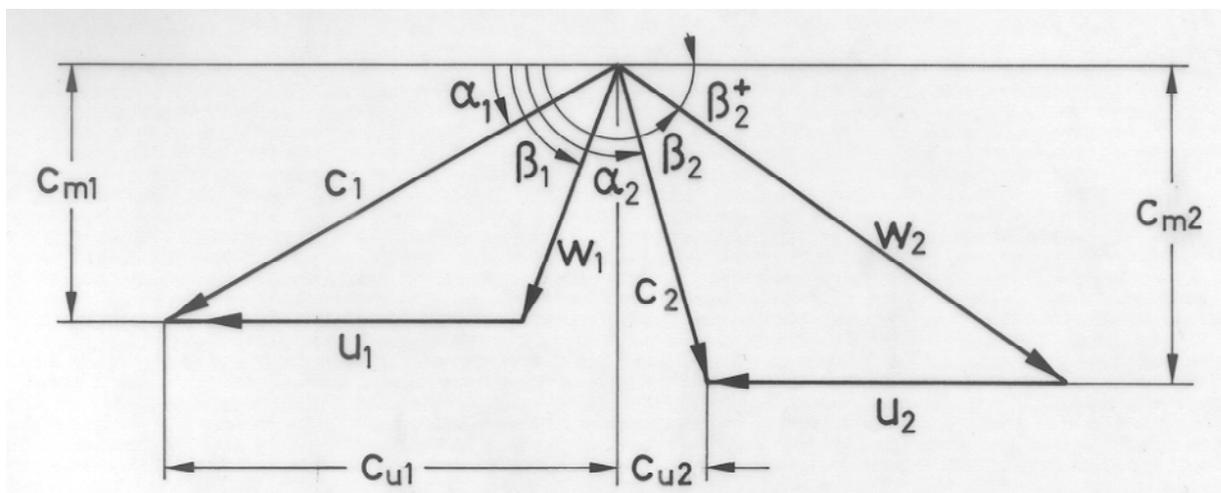


Abbildung 5.2: Geschwindigkeitsdreiecke einer Turbinenstufe [3]

Als nächsten Schritt mussten zur Konstruktion weitere Werte wie die Kanalbreite, der mittlere Radius, der innere Radius und der äußere Radius berechnet werden. Die Kanalbreite a ergibt sich dabei aus dem folgenden geometrischen Zusammenhang $a = t \sin(\beta)$ und die verschiedenen Krümmungsradien aus den folgenden Formeln.

mittlerer r_m , innerer r_{SS} und äußerer Radius r_{DS} :

$$r_m = a \left(\frac{2}{\psi_T} - 0.5 \right) \quad (5.2)$$

$$r_{SS} = a \left(\frac{2}{\psi_T} - 1 \right) \quad (5.3)$$

$$r_{DS} = a \frac{2}{\psi_T} \quad (5.4)$$

Nachdem alle notwendigen Größen zur Konstruktion des Schaufelprofils berechnet wurden, konnte die Geometrie in CATIA gezeichnet werden. Um den Aufwand dafür zu reduzieren, wurde in CATIA die Möglichkeit genutzt die verschiedenen Größen in Abhängigkeit von einer Variablen zu bestimmen. Hierfür wurden folgende Funktionen für $t(\psi_T)$, $r_m(\psi_T)$, $r_{SS}(\psi_T)$ und r_{DS} verwendet.

$$t(\psi_T) = \frac{b \psi_T}{2 \sin(2\beta_2)} \quad (5.5)$$

$$r_m(\psi_T) = \frac{b}{4 \cos \beta_2} \left(2 - \frac{\psi_T}{2} \right) \quad (5.6)$$

$$r_{SS}(\psi_T) = \frac{b (2 - \psi_T)}{4 \cos \beta_2} \quad (5.7)$$

$$r_{DS}(\psi_T) = \frac{b}{2 \cos \beta_2} = const. \quad (5.8)$$

Der Vollständigkeit halber sind die verschiedenen berechneten Größen in der Tab. 5.1 aufgelistet. Nach der in Kap. 4 durchgeführten Herleitung geht man theoretisch davon aus, dass bei der Geometrie, die sich aus einem $\psi_T = 0.8$ ergibt, die Verluste am Kleinsten ausfallen werden. Die geometrischen Abmessungen, die zu diesem ψ_T passen, sind in der Tabelle durch den fett formatierten Text hervorgehoben.

Ψ_T [-]	r_m/a [-]	b/t [-]	t [mm]	a [mm]	r_m [mm]	r_{DS} [mm]	r_{SS} [mm]
0.2	9.5	8.66	11.55	5.77	54.85	57.74	51.96
0.3	6.17	5.77	17.32	8.66	53.4	57.74	49.07
0.4	4.5	4.33	23.09	11.55	51.96	57.74	46.19
0.5	3.5	3.46	28.87	14.43	50.52	57.74	43.3
0.6	2.83	2.89	34.64	17.32	49.07	57.74	40.41
0.7	2.36	2.48	40.41	20.2	47.63	57.74	37.53
0.8	2	2.17	46.19	23.09	46.19	57.74	34.64
0.9	1.72	1.92	51.96	25.98	44.74	57.74	31.75
1	1.5	1.73	57.74	28.87	43.3	57.74	28.88
1.1	1.32	1.57	63.51	31.75	41.86	57.74	25.98
1.2	1.17	1.44	69.28	34.64	40.41	57.74	23.09
1.3	1.04	1.33	75.06	37.53	38.97	57.74	20.2
1.4	0.93	1.24	80.83	40.41	37.53	57.74	17.32

Tab. 5.1: Konstruktionsdaten der verschiedenen Geometrien

5.2 Vernetzung in Gambit

Mit den Koordinaten aus dem Zeichenprogramm CATIA konnten die verschiedenen Geometrien in Gambit gezeichnet werden. Die Schaufeln wurden dabei als umströmte Körper mit einem unstrukturierten Netz, dessen Eintritts- und Austrittsränder für die Schaufeln mit einem $\psi_T = 0.2 - 1.1$ in der Entfernung von einer halben Schaufelbreite gesetzt wurden, modelliert. Für die Schaufeln mit einem $\psi_T = 1.2 - 1.3$ wurden sie sogar um eine ganze Schaufelbreite von der Schaufel entfernt gesetzt. Mit diesem Abstand verfolgt man den Nutzen, dass die Randbedingungen in einem störungsfreien Gebiet der Strömung aufgebracht werden können. Darin ist auch der Grund für die größeren Abstände der letzten drei Schaufeln zu suchen.

Die gesetzten Randbedingungen sind die Eintrittsrandbedingung = „Velocity_Inlet“, die Austrittsrandbedingung = „Pressure_Outlet“, die Randbedingung entlang der Schaufeloberfläche = „Wall“ und die periodischen Randbedingung = „Periodic.1 und Periodic.2“ (siehe Abb. 5.3)

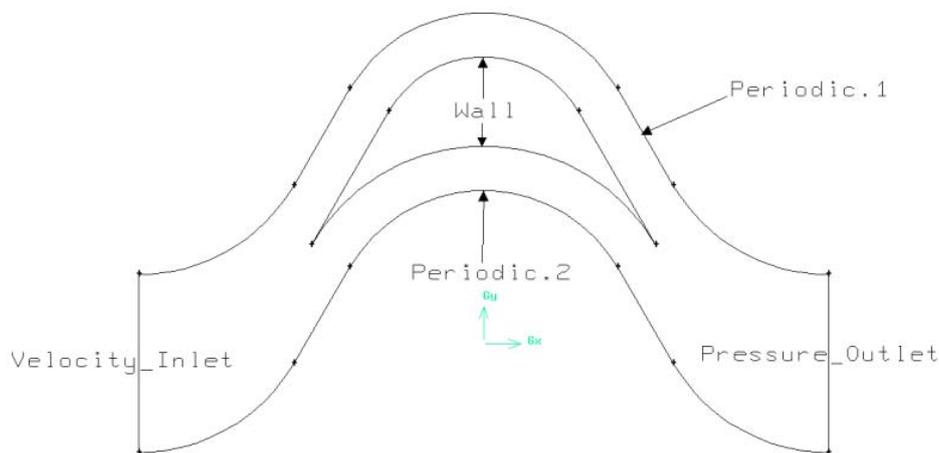


Abb. 5.3: Randbedingungen in Gambit

Die periodischen Randbedingungen sind für die gegebene Aufgabenstellung notwendig, da es sich nicht um die Strömungssimulation einer einzigen Laufschaufel, sondern um die Simulation eines Schaufelgitters handelt. Als wesentlichster Unterschied dieser beiden Fälle ist die hinter dem Schaufelgitter verbleibende Strömungsumlenkung herauszustreichen. Vereinfachend wurde hierfür ein Zylinderschnitt eines Laufrades, das man sich in der Ebene abgerollt mit einer unendlichen Anzahl an Schaufeln vorstellen muss, simuliert (siehe Abb. 5.4). Bei der Simulation handelt es sich also um eine ebene Strömungssimulation.

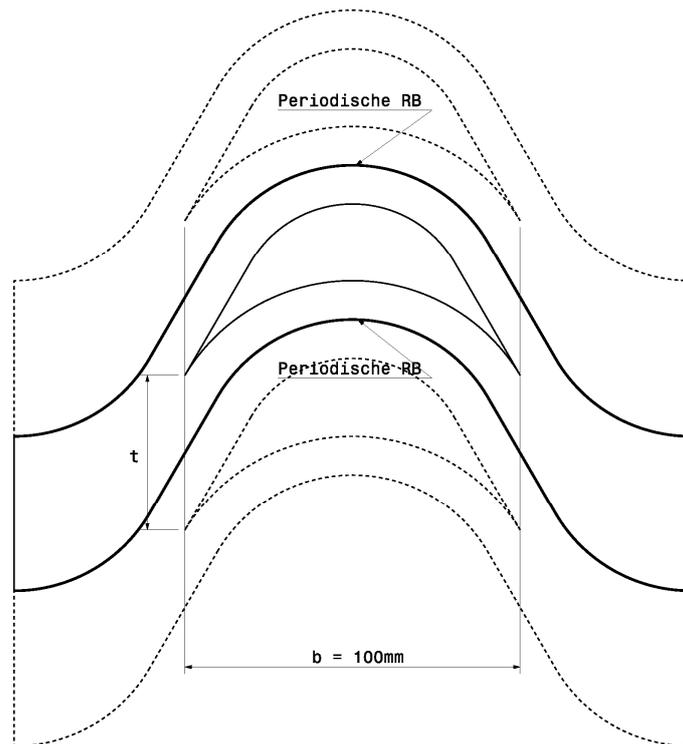


Abb. 5.4: Skizze zur Veranschaulichung der periodischen Randbedingungen

Die in der Simulation verwendeten Elemente sind quadratisch mit 4 Knoten und einem Integrationspunkt im Zentrum des Elementes. Die Generierung des Netzes erfolgte nach einer Vorgabe der Knotenpunkte an den Rändern und der Art und Weise der Vernetzung. Die verwendete Netzart heißt „Pave“ und bedeutet, dass die einzelnen Elemente nicht unbedingt Rechtecke sein müssen, sondern verschiedene Vierecke so eingesetzt werden, dass die Winkelverzerrungen möglichst klein ausfallen.

ψ_T	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
Spacing	1.05	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0	0.369	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Tab. 5.2: Das Spacing aus der Vernetzung für die einzelnen Schaufeln

Was die Netzfeinheit angeht ist das Netz an den Stellen umso feiner an denen viele Störungen der Strömung zu erwarten sind und auch dort, wo man einen großen Wert auf eine hohe Auflösung der Ergebnisse legt. Weiter ist die Netzfeinheit an den Wänden des Strömungsgebiets von der Art des verwendeten Lösungsmodells abhängig. So verlangt z.B. das Standard k, ϵ Modell, in dem die Grenzschicht durch Wandfunktionen modelliert wird, eine geringere Netzfeinheit als das in diesem Fall verwendete SST k, ω Modell. Es verlangt nämlich eine hohe Netzfeinheit an den Wänden, da die Grenzschicht bis in die viskose Unterschicht aufgelöst wird.

Um die Dichte der Vernetzungen zu veranschaulichen, ist dazu das Spacing der einzelnen Netze in Tab. 5.2 angegeben.

Bevor die erste Simulation gestartet wurde ist die Netzgüte auf die Winkelverzerrungen hin mit der Funktion „EquiAngle Skewness“ überprüft worden.

Berechnung der „EquiAngle Skewness“ in Gambit:

$$Q_{EAS} = \max \left\{ \frac{Q_{max} - Q_{Eq}}{180^\circ}, \frac{Q_{Eq} - Q_{min}}{180^\circ} \right\} \quad (5.9)$$

Für den Fall, dass es sich um ein 2D Netz und quadratische Elemente handelt, ist $Q_{Eq} = 90^\circ$. Im schlechtesten Fall ist $Q_{EAS} = 1$, dies entspricht einem total verzerrten Element und der günstigste Fall ist $Q_{EAS} = 0$, dies entspricht einem rechteckigen Element. Damit das Netz in dieser Arbeit als gut genug empfunden wurde, musste ein $Q_{EAS} \leq 0.6$ für die meisten Elemente eingehalten werden. In der Tab. 5.3 stehen die verschiedenen ψ_T 's in der ersten Zeile für die verschiedenen Schaufelgittervarianten. Die zweite Zeile zeigt den Anteil der Elemente deren Winkelverzerrung kleiner als $Q_{EAS} = 0.6$ ist. Wie man erkennen kann weicht nur ein sehr kleiner Teil der Elemente von dem geforderten Wert ab, deshalb wurde die Vernetzung als gut genug befunden und die Simulation wurde gemacht. Die ersten Testläufe wurden bewusst mit verhältnismäßig groben Netzen durchgeführt. Da die einzelnen Berechnungen grober Netze wenig Zeit beanspruchten, konnten verschiedene Einstellungen vorgenommen werden, um mögliche Fehler zu untersuchen. Weitere Netzverfeinerungen und Netzveränderungen wurden solange gemacht bis die Simulation konvergierende Residuen einerseits und eine vom Netz unabhängige Lösung der Ergebnisse andererseits vorlagen, siehe dazu die Konvergenz im nächsten Kapitel.

ψ_T	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$Q_{EAS} \leq 0.6$	99.8%	99.8%	99.6%	99%	98.1%	97.3%	99%	99%	98%	99%	99%	99%	99%
Worst	0.77	0.79	0.79	0.78	0.79	0.79	0.88	0.81	0.74	0.73	0.74	0.74	0.77

Tab. 5.3: Eine Auflistung der schlechtesten Elemente des Netzes ausgedrückt durch Q_{EAS} .

In den Abb.5.5 – 5.8 sind vier Schaufelgitter mit ihren Vernetzungen dargestellt.

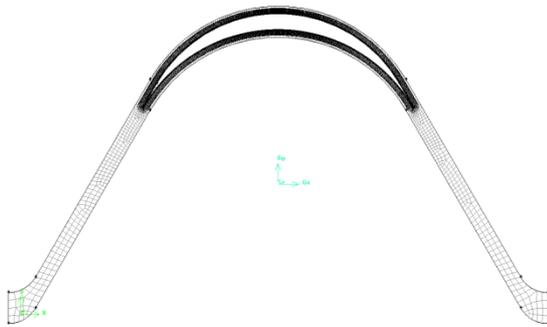


Abb. 5.5: Netz des Schaufelgitters mit $\psi_T = 0.2$

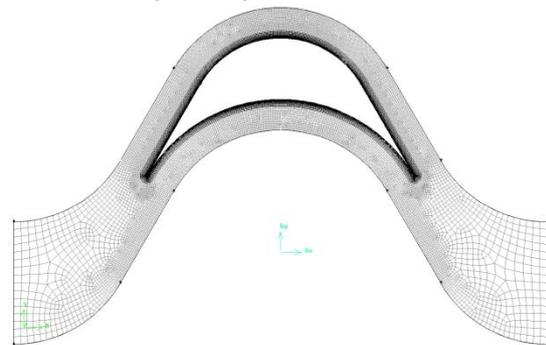


Abb. 5.6: Netz des Schaufelgitters mit $\psi_T = 0.8$

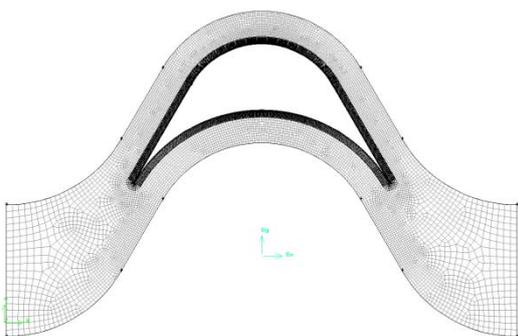


Abb. 5.7: Netz des Schaufelgitters mit $\psi_T = 0.9$

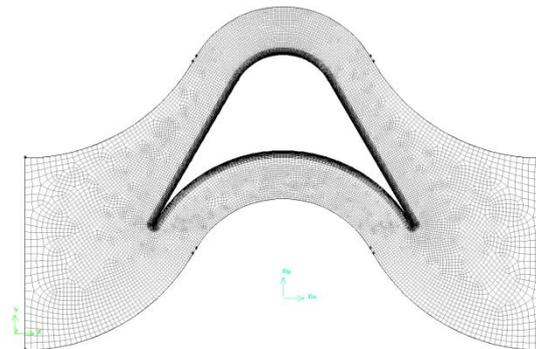


Abb. 5.8: Netz des Schaufelgitters mit $\psi_T = 1.3$

6. Simulation in Fluent [10, 6]

6.1 Einstellungen in Fluent

Nach dem Importieren des Netzes von Gambit in Fluent sind folgende Punkte zu überprüfen.

Grid Check: Mit dieser Funktion wird das Netz auf Fehler hinsichtlich der Topologie, den periodischen Randbedingungen, der Volumina und Flächen der Elemente und weitere Informationen bei Problemen mit dem Netz, untersucht.

Reorder Zones, Domain: Hiermit wird die Bandbreite des zu lösenden Gleichungssystems verringert, daher wird ein kleinerer Rechenaufwand für die Lösung benötigt.

Scale: Da Fluent für seine Berechnungen dimensionsbehaftete Größen benötigt, muss ihm nach dem Import des Netzes mitgeteilt werden in welchen Dimensionen dessen Konstruktion erfolgte. Standardmäßig wird von Fluent eine Dimensionierung in Meter (SI Einheiten) angenommen.

Fluid: Das Arbeitsmedium der Simulation entspricht Luft mit den Standardeinstellungen in Fluent.

Problem Setup -> General -> Solver		
Type	Pressure - Based	
Velocity Formulation:	Absolute	
Time	Steady	
2D Space	Planar	
Problem Setup -> Models -> Viscous		
Model	k, ω (2 Gleichungen)	
k, ω Model	SST (Shear Stress)	
Near Wall Treatment	Low Re Corrections	
Model Constants	Default Einstellung	
Problem Setup -> Materials		
Fluid	air	$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$; $\mu = 1.7894 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$
Problem Setup -> Boundary Conditions		
velocity inlet	Velocity Specification Method	Components
	Reference Frame	Absolute
	X- Velocity	25 m/s
	Y- Velocity	43.3 m/s
	Turbulence Specification Method	Intensity and Length Scale
	Turbulence Intensity	5 %
	Turbulent Length Scale	$0.07 \cdot 2 \cdot t$ [mm]
pressure_outlet	Gauge Pressure	0 [Pa]
	Backflow Direction Specification Method	Normal to Boundary
	Average Pressure Specification	aktiviert
	Turbulence Specification Method	Intensity and Length Scale
	Backflow Turbulence Intensity	5 %
	Backflow Turbulent Length Scale	$0.07 \cdot 2 \cdot t$ [mm]
Periodic	Periodic Type	Translational
wall (Saug-u. Druckseite)	Wall Motion	Stationary Wall
	Shear Condition	No Slip
	Wall Roughness	Default Einstellung (glatte Wand)

Operating Conditions	Operating Pressure	101 325 Pa
	Gravity	deaktiviert
Solution -> Solution Methods		
Pressure Velocity Coupling	Scheme	Simple
Discretization	Pressure	Standard
	Momentum	Second Order Upwind
	Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
	Specific Dissipation Rate	Second Order Upwind
Solution -> Solution Controls		
Equations	Flow, Turbulence	
Under-Relaxation Factors	Default Einstellungen	

Tab. 6.1: Einstellungen in Fluent

Da von vornherein mit einer Ablösung der Strömung für die Schaufeln mit immer kleiner werdenden Krümmungsradius gerechnet wurde, hat sich das SST k, ω Turbulenzmodell angeboten, da es die vorteilhaften Eigenschaften des Standard k, ω Modells in Wandnähe mit den Eigenschaften des k, ϵ Modells fernab der Wand miteinander vereinigt. Als Folge davon können druckinduzierte Grenzschichtablösungen sehr zuverlässig vorhergesagt werden. Bei der Verwendung des k, ϵ Modells lieferte die Simulation dann auch Ergebnisse, die ein größeres ψ_T als Bestwert ergeben haben, was ganz einfach auf die verzögerte Berechnung der Ablösung zurückzuführen ist. Das Strömungsmedium der Simulation ist Luft bei 25°C.

6.2 Randbedingungen

Zur Lösung der gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen eines Randwertproblems ist die Angabe verschiedener Randbedingungen, wie Eintritts-, Austritts-, Wand- oder auch periodische Randbedingungen notwendig. Prinzipiell können hier nochmals verschiedene Typen von Randbedingungen unterschieden werden.

Es gibt

- die Dirichlet Randbedingung: es wird ein bestimmter Wert am Rand vorgegeben
- die Neumann Randbedingung: es wird der Fluss einer Variablen angegeben
- die periodischen Randbedingungen: sie kommen bei der Ausnützung von Symmetrien zum Einsatz. z.B. Rotationssymmetrien

1) Einstromrand: Es müssen normalerweise alle Größen vorgegeben werden. Falls die Größen am Einstromrand nicht genau bekannt sind, müssen sie abgeschätzt werden. Es kann z.B. der Durchfluss durch einen Querschnitt bekannt sein, aber nicht das Geschwindigkeitsprofil. Allgemein ist darauf zu achten die Randbedingungen so weit als möglich stromaufwärts vom Untersuchungsgebiet anzugeben, um möglichst einfache Randbedingungen (z.B. eine konstante Geschwindigkeit) verwenden zu können. Am Eintritt wird normalerweise die Geschwindigkeit vorgegeben. Wenn der Druck vorgegeben wird, kann die Geschwindigkeit nicht angegeben werden, sondern muss mittels Extrapolation berechnet werden.

- Velocity Inlet: Die Geschwindigkeitsrandbedingung ergibt sich aus der Überlegung eine Strömungssimulation im voll turbulenten Bereich durchzuführen, um damit Transitionseffekte zu umgehen. Für Schaufelströmungen wird typischerweise eine charakteristische Länge der

Reynoldszahl gleich der Schaufelbreite b verwendet. Um eine voll turbulente Strömung zu erhalten, muss die Reynoldszahl für die Schaufelströmung $\approx 2 * 10^5$ sein.

$$Re_b = \frac{\rho w b}{\mu} \approx 2 * 10^5 \quad (6.1)$$

$$w \approx \frac{\mu (2 * 10^5)}{\rho b} = 29 \text{ m/s} \quad (6.2)$$

gewählt:

$$w_1 = 50 \text{ m/s} \quad \text{entspricht} \quad Re_b = 3.4 * 10^5 \quad (6.3)$$

Aus dieser Bedingung kann die Eintrittsgeschwindigkeit w_1 , da die kinematische Viskosität μ , die Dichte ρ und b bekannt sind, für eine voll turbulente Strömung bestimmt werden.

Die Berechnung wurde für eine inkompressible Strömung durchgeführt. Diese Einschränkung ist dann erlaubt, wenn die Machzahl kleiner 0.3 ist und sich damit vernachlässigbar kleine Dichteänderungen ergeben. In der Gleichung (6.5) wurde die Machzahl aus der Einstromgeschwindigkeit w_1 und in Gleichung (6.6) aus der höchsten Geschwindigkeit der Simulationen w_{\max} auf Einhaltung der Inkompressibilitätsbedingung überprüft. In beiden Fällen ist deren Machzahl kleiner 0.3 wie unten gezeigt wird. Und es konnte deshalb die Eintrittsgeschwindigkeit gleich $w_1 = 50 \text{ m/s}$ beibehalten werden.

Machzahl der Zuströmung:

$$c = \sqrt{\kappa R T} = \sqrt{1.4 * 287.058 * 298.15} = 346 \text{ m/s} \quad (6.4)$$

$$Ma_1 = \frac{w_1}{c} = \frac{50 \text{ m/s}}{346 \text{ m/s}} = 0.14 \quad (6.5)$$

Die maximale Machzahl mit w_{\max} aus der Simulation:

$$Ma_{\max} = 0.22 \quad (6.6)$$

2) Ausstromrand: Am Austritt weiß man normalerweise wenig über die Strömung. Deshalb sollten die Ränder so weit wie möglich stromabwärts vom Untersuchungsgebiet liegen; ansonsten könnten sich Fehler der Randapproximationen stromaufwärts fortpflanzen. Die Strömung sollte über den gesamten Querschnitt nach außen gerichtet sein und sie sollte, wenn möglich, parallel sein.

- Pressure Outlet: Der statische Austrittsdruck wurde gleich dem Umgebungsdruck $p_2 = 101325 \text{ Pa}$ gesetzt.

Neben den physikalischen Randbedingungen müssen in einem Turbulenzmodell auch die turbulenten Randbedingungen gesetzt werden, damit die zwei zusätzlichen partiellen Differentialgleichungen des k, ω Modells gelöst werden können.

- Turbulente Randbedingungen: Es werden folglich am Eintritt die turbulenten Randbedingungen durch Angabe der „Turbulent Intensity“ mit 5% und der „Turbulent Length Scale“ mit $0,07 \cdot D_H$ vorgegeben. Die „Turbulent Intensity“ und „Turbulent Length Scale“ sind Erfahrungswerte aus den numerischen Experimenten mit Schaufelgittern. Die „Turbulent Length Scale“ wurde in meiner Berechnung wie in [12] vorgeschlagen abgeschätzt, wobei D_H für den hydraulischen Durchmesser steht, der sich für die zweidimensionale Betrachtung aus $D_H = 2 \cdot t$ ergibt. Für die Austrittsrandbedingung der Turbulenz wurde die „Backflow Turbulent Intensity“ = 5% und die „Turbulent Length Scale“ = $0,07 \cdot D_H$ gesetzt. Die Austrittsrandbedingungen für die Turbulenzgrößen werden nur dann wirksam, wenn am Austrittsrand während der Iteration eine Rückströmung auftritt.

3) Undurchlässige Wand: Die Wand umschließt das gesamte geometrische Modell z. B. die Schaufel. Typische Randbedingungen für die Wände sind Dirichlet Randbedingungen wie die Haftbedingungen, Wandtemperatur usw.

- Wall: Die Schaufeln wurden als stillstehend simuliert, deshalb wurde als Einstellung die stationäre Wand verwendet. Mit „No Slip“ wurde die Reibung der Strömung mit der Wand berücksichtigt außerdem wurde wegen der Verwendung der Standardeinstellungen in Fluent mit einer glatten Wand gerechnet. (Standardeinstellungen: „Roughness Height“ $K_S = 0$, „Roughness Constant“ $C_S = 0.5$)

Nachdem die notwendigen Einstellungen gemacht wurden, konnte mit der Simulation begonnen werden. Im nächsten Schritt sind die Ergebnisse hinsichtlich der Konvergenz im Auge zu behalten.

6.3 Konvergenz

6.3.1 Netzunabhängige Lösung

Hierzu werden Rechnungen auf unterschiedlich feinen Rechennetzen durchgeführt und die Lösungen miteinander verglichen. Erst wenn sich die Lösung nicht mehr ändert, hat man ein ausreichend feines Rechennetz zur Verfügung und kann davon ausgehen, dass die Lösung ausreichend genau ist.

„Eine gute Möglichkeit die Konvergenz der Lösung zu überprüfen ist das numerische Experiment durch die Wiederholung der Berechnungen auf einer Reihe sukzessiv verfeinerter Gitter. Ist die Methode stabil und sind alle im Diskretisierungsprozess verwendeten Approximationen konsistent, stellt man normalerweise fest, dass die Ergebnisse gegen eine gitterunabhängige Lösung konvergieren.“ Zitat [10].

6.3.2 Residuenverläufe [12]

Die in den Abb. 6.1 – 6.4 dargestellten Residuen weisen alle stark konvergierende Verläufe über mehrere Iterationen auf. Die Konvergenzgrenze wurde dabei auf 10^{-6} gesetzt. Bei den Residuen, die von Fluent dargestellt werden, handelt es sich um bezogene Residuen R^ϕ . Im folgenden Abschnitt wird gezeigt woraus sich die bezogenen Residuen in Fluent ergeben.

Nach der Diskretisierung kann die Erhaltungsgleichung für die allgemeine Variable ϕ der Zelle P in der folgenden Form geschrieben werden,

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (6.7)$$

wobei a_P der Koeffizient der Zelle P, a_{nb} für die Koeffizienten der beeinflussenden benachbarten Zellen und b für den konstanten Teil der Quellterme, steht.

Die in Fluent's „pressure based solver“ berechneten Residuen entsprechen der Abweichung von der Gleichung (6.7) aufsummiert über alle zu berechnenden Zellen.

$$R^\phi = \sum_{P \text{ Zellen}} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P \right| \quad (6.8)$$

Die eigentlich verwendeten Residuen werden auf den Durchfluss der Variablen ϕ bezogen. Die bezogenen („unscaled“) Residuen sind also auf folgende Weise definiert:

$$R^\phi = \frac{\sum_{P \text{ Zellen}} |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P|}{\sum_{P \text{ Zellen}} |a_P \phi_P|} \quad (6.9)$$

Die bezogenen Residuen der Kontinuitätsgleichung sind durch Gleichung (6.10) definiert.

$$R^C = \frac{\sum_{P \text{ Zellen}} |\text{Änderung der Masse in der Zelle } P|}{R_{\text{Iterationen } 5}^C} \quad (6.10)$$

Der Nenner entspricht dem Maximum der „unscaled“ Residuen aus den ersten 5 Iterationen.

Um die Konvergenz der Simulationsergebnisse zu beurteilen, gibt es keine allgemein gültige Methode. Es kann auch bei der Betrachtung der Residuen, obwohl diese einen konvergenten Verlauf aufweisen, die Konvergenz der Lösung nicht mit Sicherheit festgestellt werden. Deshalb ist es sinnvoll neben den Residuen auch die Entwicklungen anderer Größen wie zum Beispiel den Auftrieb, den Widerstand usw. zu betrachten.

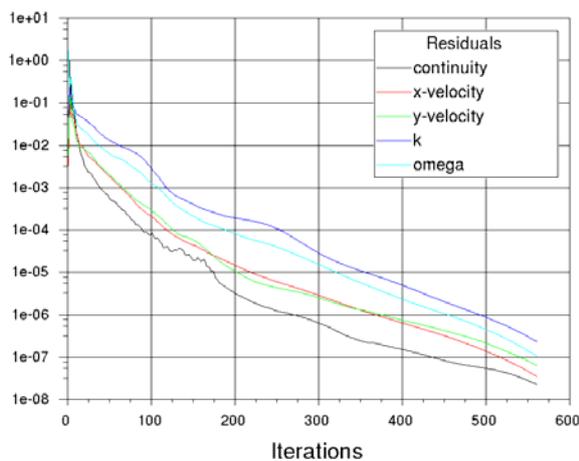


Abb. 6.1: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 0.2$

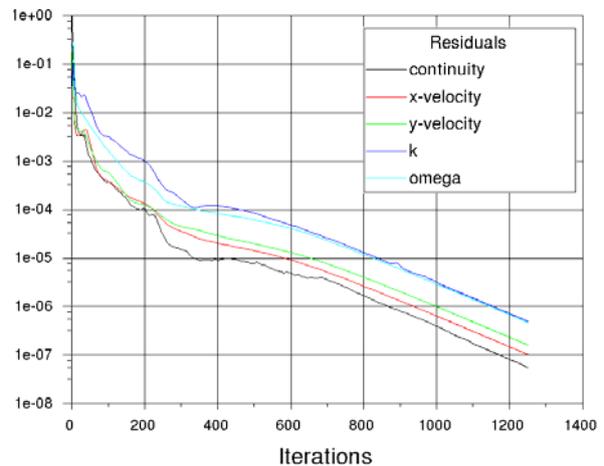


Abb. 6.2: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 0.8$

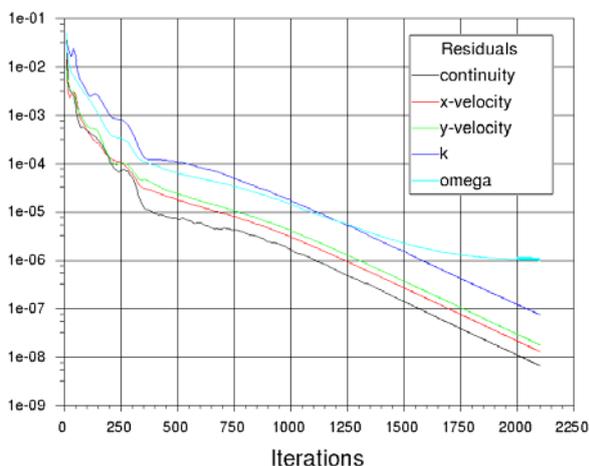


Abb. 6.3: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 0.9$

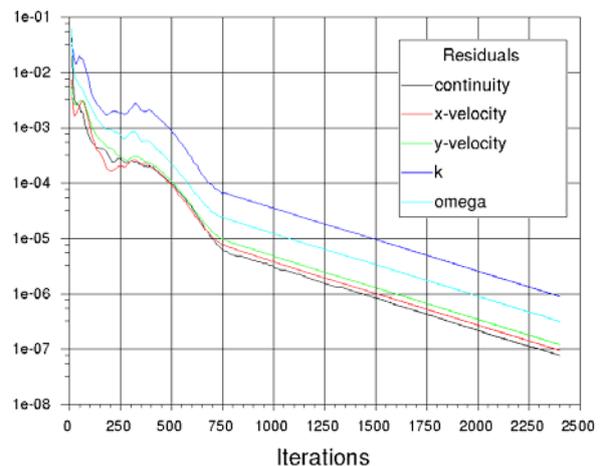


Abb. 6.4: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 1.3$

Wenn man die Residuenverläufe der verschiedenen Schaufelgittergeometrien betrachtet, ist eine stetige Konvergenz bis zur Konvergenzgrenze von 10^{-6} zu beobachten. Die Residuen konvergieren in 500 Iterationen für Abb. 6.1, in 1200 Iterationen für Abb. 6.2, in 2100 Iterationen für Abb. 6.3 und in 2400 Iterationen in Abb. 6.4.

6.3.3 Auftriebsbeiwert

Der Verlauf des Auftriebsbeiwertes wurde ebenfalls beobachtet, um eine fehlerhafte Schlussfolgerung der Konvergenz aus dem Verlauf der Residuen ausschließen zu können.

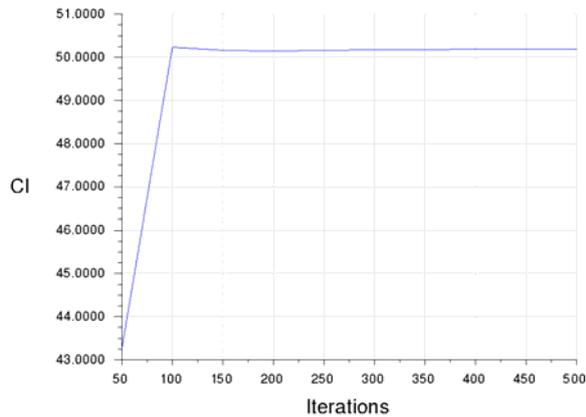


Abb. 6.5: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 0.2$

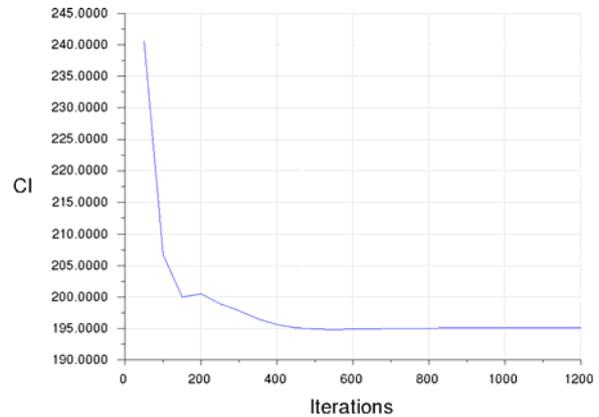


Abb. 6.6: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 0.8$

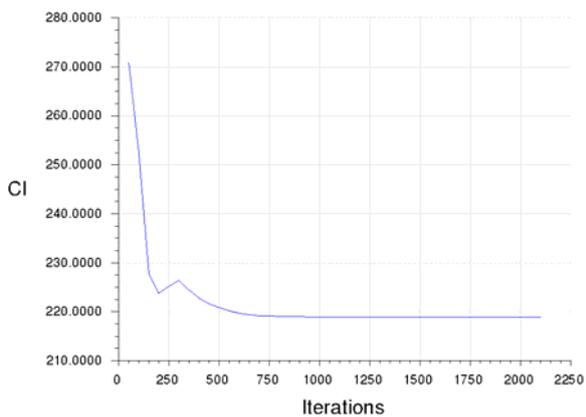


Abb. 6.7: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 0.9$

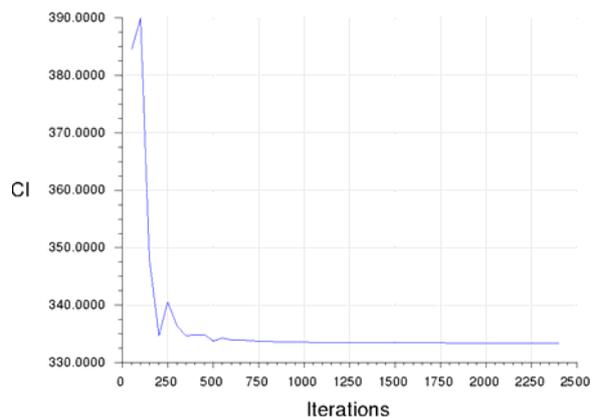


Abb. 6.8: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 1.3$

Wie man aus den Abb.6.5 – 6.8 erkennt sind alle Verläufe des Auftriebsbeiwertes C_L konvergent. In Abb. 6.5 stellt sich ein Auftriebsbeiwert von 50.2 ein, in Abb. 6.6 ein Wert von 195 in Abb. 6.7 ein Wert von 219 und in Abb. 6.8 ein Wert von 333. Dabei wurde der Auftriebsbeiwert in Fluent auf folgende Weise berechnet,

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho v^2 A} \quad (6.11)$$

Bei der Berechnung greift Fluent auf die eingestellten „Reference Values“ zurück, in denen $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$, $v = 1 \text{ m/s}$ und $A = 1 \text{ m}^2$ ist. F_L hingegen entspricht der berechneten Auftriebskraft in Newton.

7. Postprocessing

In diesem Kapitel werden die aus den CFD Simulationen gewonnenen Daten ausgewertet. Hierzu wird zunächst eine Validierung der Ergebnisse gemacht bevor eine Interpretation der Daten in Form von Bildern und verschiedenen Darstellungen erfolgt.

7.1 Validierung der Simulationsergebnisse

Da für die Simulationen keine experimentellen Messungen zum Vergleich vorhanden sind, musste eine andere Methode verwendet werden, um die Ergebnisse zu überprüfen. Hierfür wurde eine Geschwindigkeitsverteilung mit Hilfe des Potentialwirbelgesetzes berechnet und mit den Geschwindigkeiten aus den Simulationen verglichen. Außerdem konnte durch Anwendung der Bernoulli - Gleichung der Druck an der Saugseite und an der Druckseite berechnet werden. Die Ergebnisse wurden danach ebenso mit der Druckverteilung der Simulation verglichen, um diese auf ihre Richtigkeit zu überprüfen.

7.1.1 Herleitung der Geschwindigkeitsverhältnisse an Druck- und Saugseite

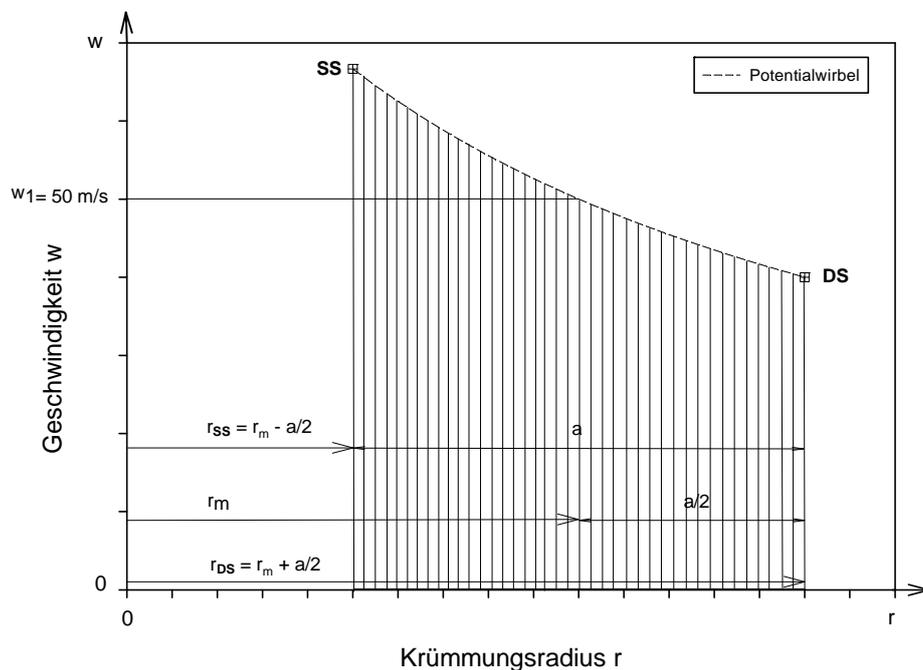


Abb. 7.1: Angenommene Geschwindigkeitsverteilung

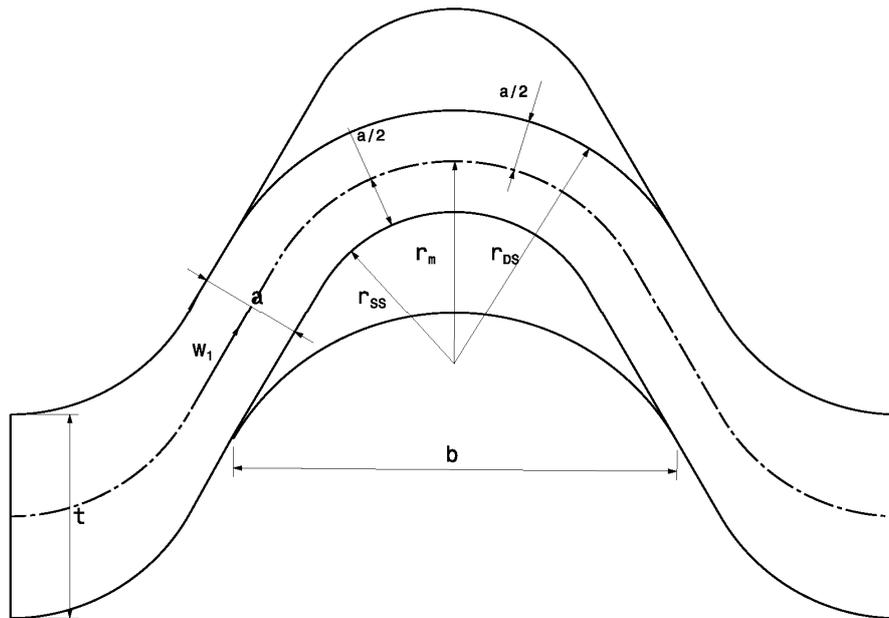


Abb. 7.2: Darstellung des Strömungskanals

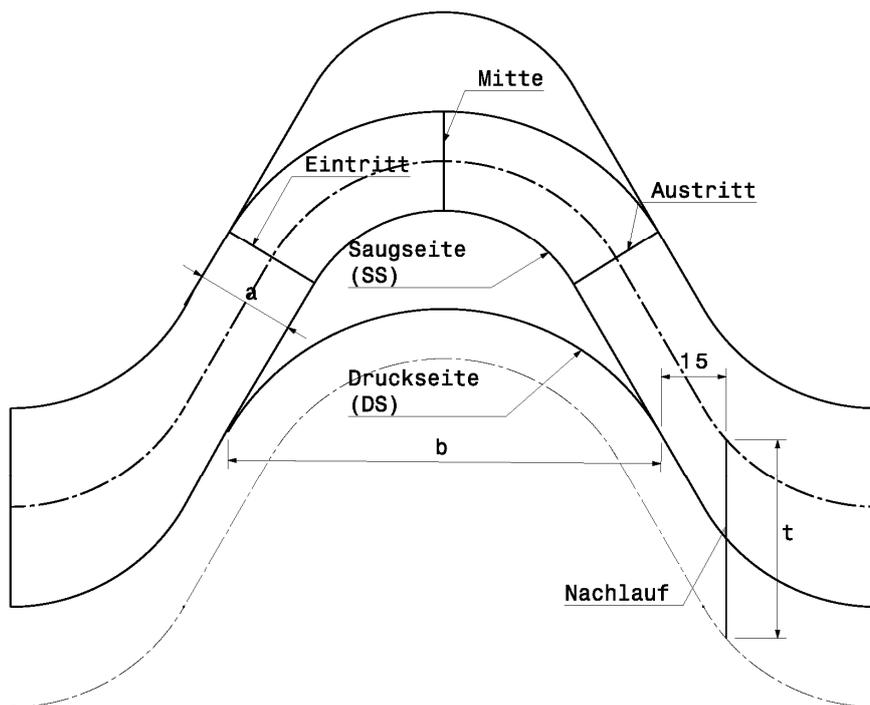


Abb. 7.3: Hilfsebenen

Potentialwirbelgesetz:

$$w r = const.$$

(7.1)

Man geht aufgrund der oben angenommenen Geschwindigkeiten im Strömungskanal davon aus, dass die Geschwindigkeit bei $r = r_m$ gleich der Anströmgeschwindigkeit w_1 entspricht.

Saugseite:

$$w_{SS} r_{SS} = w_1 r_m \quad (7.2)$$

$$w_{SS} \left(r_m - \frac{a}{2} \right) = w_1 r_m \quad (7.3)$$

$$w_{SS} = w_1 \frac{r_m}{r_m - \frac{a}{2}} = w_1 \frac{\frac{r_m}{a}}{\frac{r_m}{a} - \frac{1}{2}} \quad (7.4)$$

Druckseite:

$$w_{DS} r_{DS} = w_1 r_m \quad (7.5)$$

$$w_{DS} \left(r_m + \frac{a}{2} \right) = w_1 r_m \quad (7.6)$$

$$w_{DS} = w_1 \frac{r_m}{r_m + \frac{a}{2}} = w_1 \frac{\frac{r_m}{a}}{\frac{r_m}{a} + \frac{1}{2}} \quad (7.7)$$

Unter Anwendung der Regel von Briling $\frac{r_m}{a} = 2$ folgt:

Saugseite:

$$w_{SS} = w_1 \frac{2}{2 - \frac{1}{2}} = w_1 \frac{4}{3} \quad (7.8)$$

Druckseite:

$$w_{DS} = w_1 \frac{2}{2 + \frac{1}{2}} = w_1 \frac{4}{5} \quad (7.9)$$

Zusammenhang von r_m/a und ψ_T (Ableitung siehe Kap.4 Zweifel Kriterium):

$$\frac{r_m}{a} = \frac{2}{\psi_T} - \frac{1}{2} \quad (7.10)$$

Setzt man dies für die Druck- und Saugseite ein, erhält man das Geschwindigkeitsverhältnis in Abhängigkeit von der aerodynamischen Belastungszahl ψ_T .

Saugseite:

$$w_{SS} = w_1 \frac{\frac{2}{\psi_T} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{\psi_T} - 1} = w_1 \frac{\frac{4 - \psi_T}{2\psi_T}}{\frac{4 - 2\psi_T}{2\psi_T}} = w_1 \frac{1 - \frac{\psi_T}{4}}{1 - \frac{\psi_T}{2}}$$

$$\frac{w_{SS}}{w_1} = \frac{\left(1 - \frac{\psi_T}{4}\right)}{\left(1 - \frac{\psi_T}{2}\right)} \quad (7.11)$$

Druckseite:

$$w_{DS} = w_1 \frac{\frac{2}{\psi_T} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{\psi_T}} = w_1 \frac{4 - \psi_T}{\frac{2\psi_T}{4}} = w_1 \left(1 - \frac{\psi_T}{4}\right)$$

$$\frac{w_{DS}}{w_1} = 1 - \frac{\psi_T}{4} \quad (7.12)$$

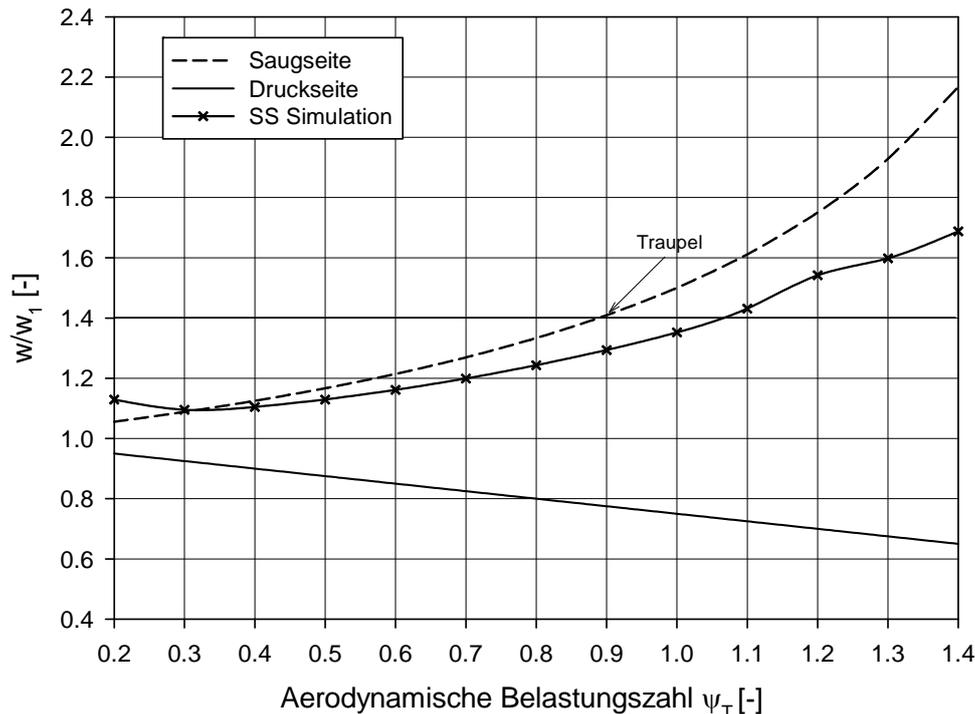


Abb. 7.4:: Geschwindigkeitsverhältnis über ψ_T

In der Abb. 7.3 werden die Geschwindigkeitsverhältnisse an der Druck- und Saugseite in Abhängigkeit von ψ_T dargestellt. Die punktierte Linie entspricht dem Geschwindigkeitsverhältnis w_{\max}/w_1 , wobei w_{\max} die maximale an der Saugseite auftretende Geschwindigkeit aus der Simulation ist. Der qualitative Verlauf stimmt mit dem berechneten Geschwindigkeitsverhältnissen recht gut überein. Es ist auch zu erkennen, dass w_{\max} aus der Simulation etwas niedriger als der für die entsprechende aerodynamische Belastungszahl ψ_T berechnete Wert ist. Dies lässt sich ganz einfach durch den Reibungseinfluss erklären, der zwar in der Simulation vorkommt, in der Anwendung des Potentialwirbelgesetzes jedoch nicht.

Mit der Empfehlung von Traupel [12] sollte ein Geschwindigkeitsverhältnis von $\frac{w_{\max}}{w_1} = 1.4$ nicht überschritten werden. Bei einem höheren Wert des Geschwindigkeitsverhältnisses ist ein Anwachsen der Druckverluste durch zunehmende Ablösungserscheinungen der Grenzschicht zu erwarten.

$$\frac{w_{SS}}{w_1} = \frac{\left(1 - \frac{\psi_T}{4}\right)}{\left(1 - \frac{\psi_T}{2}\right)} = 1.4 \quad (7.13)$$

Freistellen nach ψ_T :

$$\psi_T = 0.89$$

Das optimale Teilungsverhältnis ist nach Zweifel zwischen $\psi_T = 0.8 - 1.0$ zu erwarten. Die von Traupel gemachte Empfehlung entspricht unter Anwendung des Potentialwirbelgesetzes einem

$$\psi_T \leq 0.89$$

Wie genau die Geschwindigkeitsverhältnisse aufgrund des Potentialwirbelgesetzes mit der Simulation entlang der Kanalbreite übereinstimmen ist in Abb. 7.5 ersichtlich. Die Geschwindigkeitsverhältnisse sind einmal am Kanaleintritt, entspricht der Ebene Eintritt aus Abb. 7.3, der Kanalmitte, entspricht Ebene Mitte aus Abb. 7.3, und dem Kanalaustritt, entspricht der Ebene Austritt aus Abb. 7.3, entnommen worden. Am Kanaleintritt und –austritt weichen die Geschwindigkeiten stärker als in der Kanalmitte von der angenommenen Geschwindigkeitsverteilung, die durch eine punktierte Linie dargestellt wird, ab. In der Kanalmitte ist sehr schön zu erkennen, dass die einzigen Abweichungen von der Theorie auf die reibungsbehaftete Strömung an der Wand zurückzuführen ist. Dieses Ergebnis bestätigt die Richtigkeit der Annahme $w(r_m) = w_1$ und untermauert gleichzeitig die numerischen Ergebnisse aus der Simulation. Die Geschwindigkeiten am Kanaleintritt sind durch eine voll ausgebildete Grenzschicht an der Saugseite und erst eine dünne Grenzschicht an der Druckseite, die noch nicht voll entwickelt ist, charakterisiert. Am Kanalaustritt ist hingegen zu beobachten, dass die Grenzschicht an der Druckseite im Vergleich zur Kanalmitte nicht mehr wesentlich angewachsen ist. Es fällt außerdem auf, dass die Geschwindigkeit bei der bezogenen Kanalbreite von 0.5 am Eintritt und in der Mitte gleich der Zuströmgeschwindigkeit ist und am Austritt davon abweicht. Dies ist auf die dicken Grenzschichten am Austritt und deren große Verdrängungswirkung zurückzuführen. Alle drei Querschnitte nacheinander betrachtet lassen für die Saugseite eine Beschleunigung der Strömung am Eintritt zur Mitte und eine Verzögerung von der Mitte zum Austritt erkennen. Um hier noch einmal auf das vorangegangene Kapitel zurückzugreifen, sei erwähnt, dass die Verzögerung je stärker ausfällt desto größer die Maximalgeschwindigkeit zuvor gewesen ist. Eine starke Verzögerung begünstigt wiederum das Anwachsen der Grenzschicht und kann in weiterer Folge zu einer Ablösung führen. Für die Druckseite ergibt sich zuerst eine Verzögerung und zum Austritt hin eine Beschleunigung.

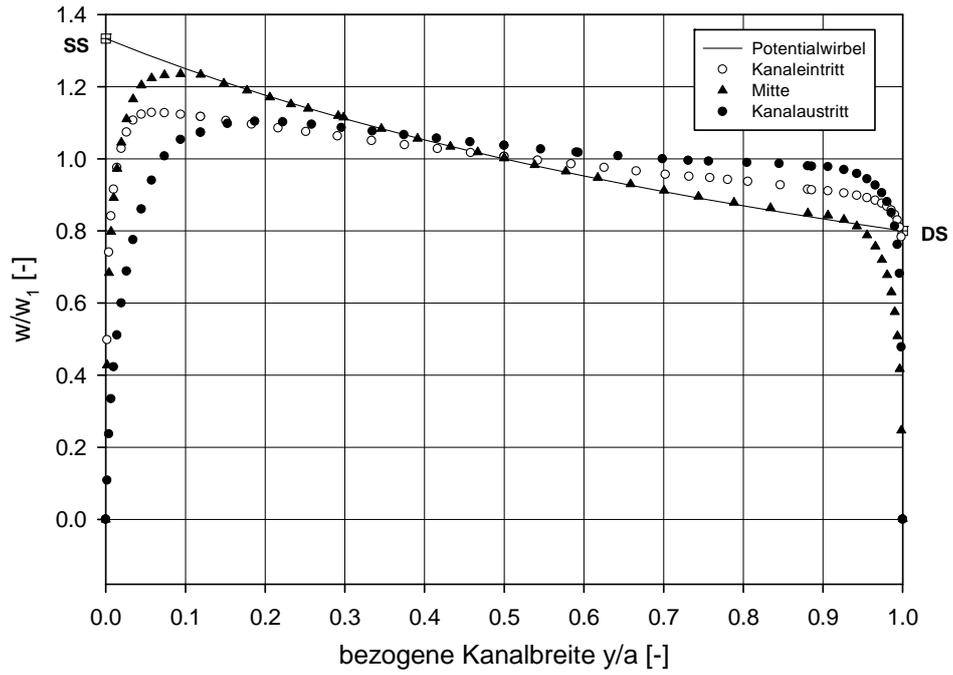


Abb. 7.5: Geschwindigkeitsverhältnis über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 0.8$

7.1.2 Herleitung der Druckverteilung aus den Geschwindigkeitsverhältnissen

Durch Anwenden der Bernoulli - Gleichung kann die Druckverteilung aus den getroffenen Geschwindigkeitsannahmen abgeschätzt werden.

$$p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2} = \text{const.}$$

$$p_{SS} + \rho \frac{w_{SS}^2}{2} = p_1 + \rho \frac{w_1^2}{2}$$

$$p_{SS} - p_1 = \frac{\rho}{2}(w_1^2 - w_{SS}^2) = \rho \frac{w_1^2}{2} \left(1 - \frac{w_{SS}^2}{w_1^2}\right) = \rho \frac{w_1^2}{2} \left(1 - \frac{\left(1 - \frac{\psi_T}{4}\right)^2}{\left(1 - \frac{\psi_T}{2}\right)^2}\right) \quad (7.14)$$

statischer Druckbeiwert:

$$C_{pSS} = \frac{(p_{SS} - p_1)}{\frac{1}{2}\rho w_1^2} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{\psi_T}{4}\right)^2}{\left(1 - \frac{\psi_T}{2}\right)^2} \quad (7.15)$$

$$C_{pDS} = \frac{(p_{DS} - p_1)}{\frac{1}{2}\rho w_1^2} = 1 - \left(1 - \frac{\psi_T}{4}\right)^2 \quad (7.16)$$

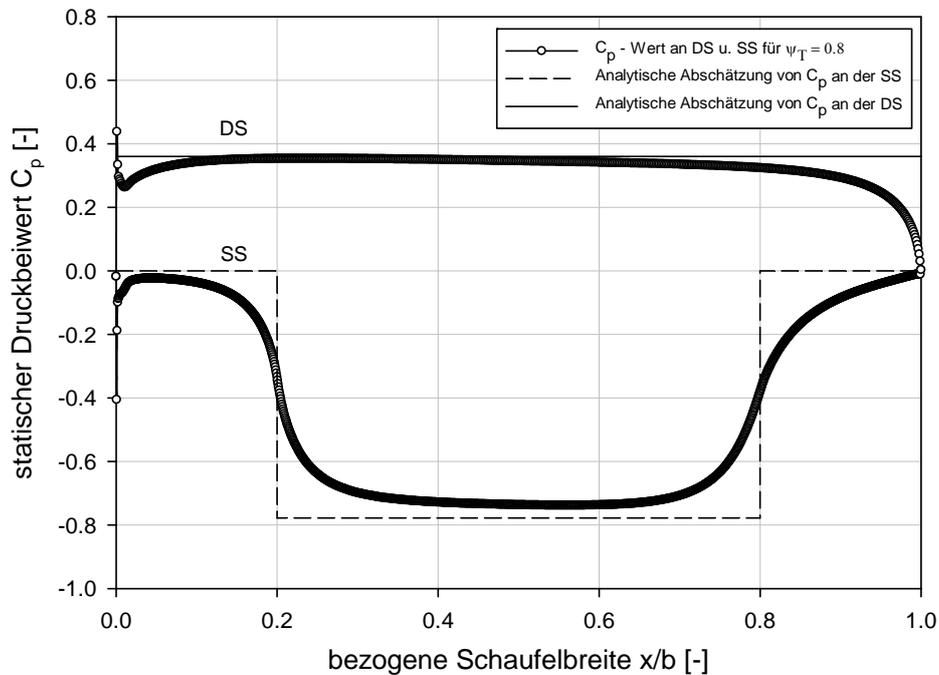


Abb. 7.6: Druckverteilung auf der Druck- und Saugseite vom Profil mit $\psi_T = 0.8$

Die Druckverteilung abgeleitet vom Potentialwirbelgesetz ergibt am geraden Ein- und Auslauf der Saugseite keine Geschwindigkeitsänderung und es bleibt deshalb an diesen Stellen auch der Druck konstant. Im gekrümmten Bereich der Saugseite ist die Geschwindigkeit am höchsten und der Druck am niedrigsten. Wie man aus der Abb. 7.6 erkennt, ist der berechnete Druck kleiner als der simulierte, was aber aufgrund der Abb. 7.4 wegen der niedrigeren Geschwindigkeiten in der Simulation durch die Reibungseffekte zu erwarten gewesen ist.

Wegen der dünneren Grenzschicht an der Druckseite und die damit kleiner ausfallenden Reibungsverluste fallen die Differenzen zwischen dem Druck der Berechnung und dem der Simulation geringer aus.

Durch den Vergleich der analytischen Berechnungen mit der Simulation konnte die Überprüfung der Ergebnisse auf ihre Plausibilität gemacht werden und dadurch die numerischen Ergebnisse als glaubwürdig befunden werden.

7.2 Ergebnisse und Auswertung

Es gilt in diesem Abschnitt also das ψ_T mit den geringsten Verlusten und der kleinsten Abweichung des Abströmwinkels von der Auslegung zu bestimmen. Die von Zweifel gemachten Versuche und die dahinterstehenden Überlegungen lassen ein optimales Teilungsverhältnis für ein ψ_T zwischen 0.8 und 1.0 erwarten. Die Forderung von Traupel, ein Geschwindigkeitsverhältnis von $w_{\max}/w_1 = 1.4$ nicht zu überschreiten, lässt unter Anwendung des Potentialwirbelgesetzes ein maximales ψ_T von 0.89 zu.

7.2.1 Druckverteilung an der Druck- und Saugseite

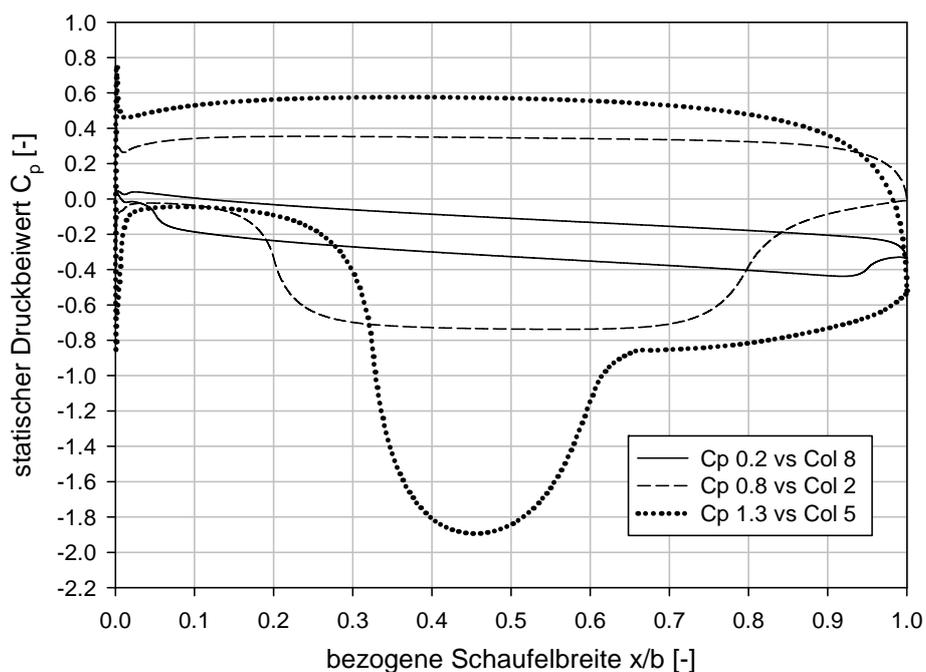


Abb. 7.7: Druckverteilung an drei verschiedenen Profilerflächen mit $\psi_T = (0.2; 0.8; 1.3)$

Es wurde in der Abb. 7.7 eine Darstellung des statischen Druckbeiwertes C_p über der bezogenen Schaufelbreite x/b gewählt, wobei b der Schaufelbreite $b = 100$ mm entspricht.

statischer Druckbeiwert:

$$C_p = \frac{(p - p_1)}{\frac{1}{2} \rho w_1^2} \quad 8.17$$

Aus der Abb. 7.7 ist sehr gut zu erkennen, dass für das Profil mit $\psi_T = 0.8$ eine sehr symmetrische Druckverteilung zustande kommt. Die Symmetrie lässt auf eine gut anliegende Strömung entlang der Profiloberfläche schließen. Es fällt auch auf, dass der statische Druck an der Schaufelhinterkante nur sehr wenig von dem Eintrittsdruck p_1 abweicht. Das Schaufelgitter verursacht damit also kleine Druckverluste bei dessen Durchströmen. Betrachtet man die Druckverteilung der Schaufel mit $\psi_T = 0.2$, dann erkennt man ebenfalls eine symmetrische Druckverteilung aber gleichzeitig, dass der Austrittsdruck p_2 vom Eintrittsdruck p_1 abweicht. Der Druckverlust ist bei dieser Geometrie bereits zu erwarten gewesen, da die benetzte Oberfläche im Verhältnis zu dem Strömungsvolumen sehr groß ist. Bei einem $\psi_T = 1.3$ ist eine unsymmetrische Druckverteilung zu beobachten und eine große Abweichung des Austrittsdruckes p_2 vom Eintrittsdruck p_1 . Die Abweichung der Drücke am Ein- und Austritt bedeutet einen großen Druckverlust dessen Ursache in diesem Fall nicht bei der Reibung zu suchen ist. Die starke Asymmetrie der Druckverteilung, vor allem an der Saugseite, ist auf die Ablösung der Strömung zurückzuführen, hervorgerufen durch die große Teilung der Beschauung. Die Ablösung ist gut in Abb. 7.8 und Abb. 7.9 zu erkennen. Die große Teilung der Beschauung bedeutet große Schaufelabstände und die Konsequenz daraus ist eine schlechte Führung der Strömung. Neben der schlechten Führung begünstigt die starke Verzögerung der Strömung im zweiten Teil des Strömungskanals eine Ablösung der Grenzschicht. Im Extremfall, wenn die Teilung t auf einen unendlich großen Abstand angewachsen ist, spricht man von einer Tragflügelumströmung bei der es zu keiner verbleibenden Umlenkung der Strömung hinter der Schaufel kommt.

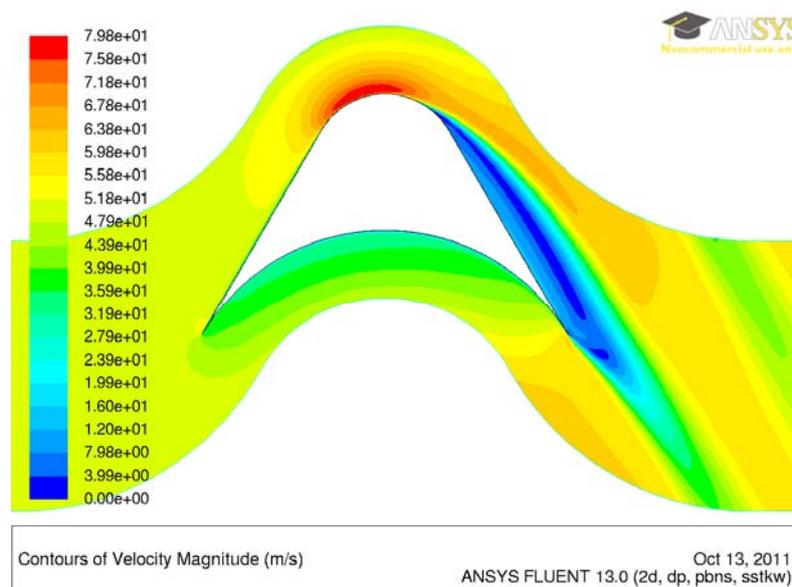


Abb. 7.8: Geschwindigkeitskonturplot für die Schaufel mit $\psi_T = 0.8$

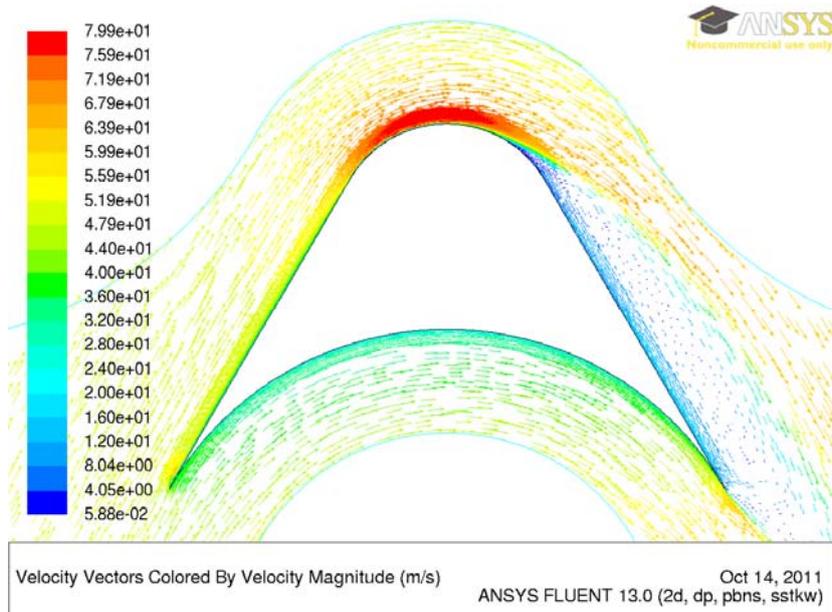


Abb. 7.9: Geschwindigkeitsvektorplot für die Schaufel mit $\psi_T = 0.8$

Die Druckerhöhung ($C_p = 0.052$ für $\psi_T = 0.2$ / $C_p = 0.435$ für $\psi_T = 0.8$ / $C_p = 0.73$ für $\psi_T = 1.3$) an der Druckseite in der Nähe der Schaufelvorderkante lässt sich auf den Staupunkt zurückführen. An der Saugseite ($C_p = -0.4051$ für $\psi_T = 0.8$ / $C_p = -0.86$ für $\psi_T = 1.3$) ist eine Druckabsenkung für die Profile mit $\psi_T = 0.8$ und 1.3 , also die Profile mit großer Teilung, zu beobachten. In den Abb. 7.10 und 7.11 ist der Bereich um die Vorderkante mit einer höheren Auflösung dargestellt, um die Druckabsenkung herauszuheben.

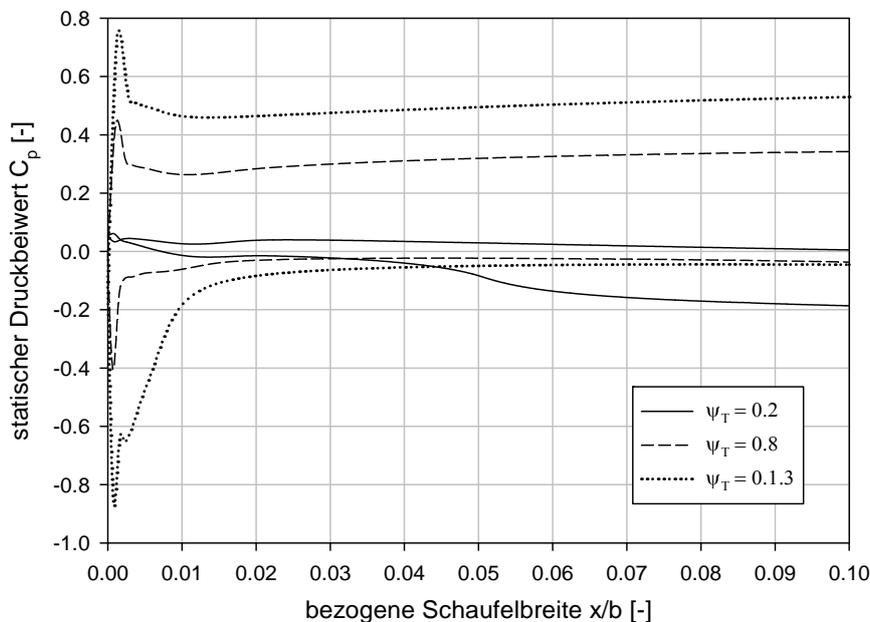


Abb. 7.10: Schaufelvorderkante Druckverteilung

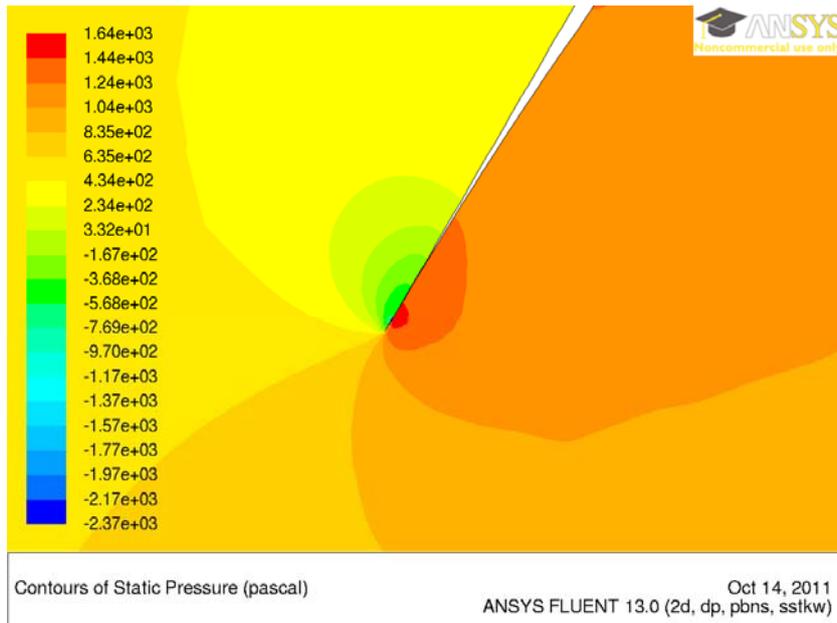


Abb. 7.11: Schaufelvorderkante Druckkonturen ($\psi_T = 1.3$)

Der niedrige Druck saugseitig ist auf die induzierte Inzidenz zurückzuführen, die dazu führt, dass der Staupunkt sich nicht an der Schaufelvorderkante befindet, sondern sich auf die Druckseite verschiebt. Die Staupunktverschiebung wird durch den Auftrieb induziert, analog dazu verhält es sich bei einer angestellten Platte (siehe Abb. 7.12) oder einem rotierenden Zylinder [8].

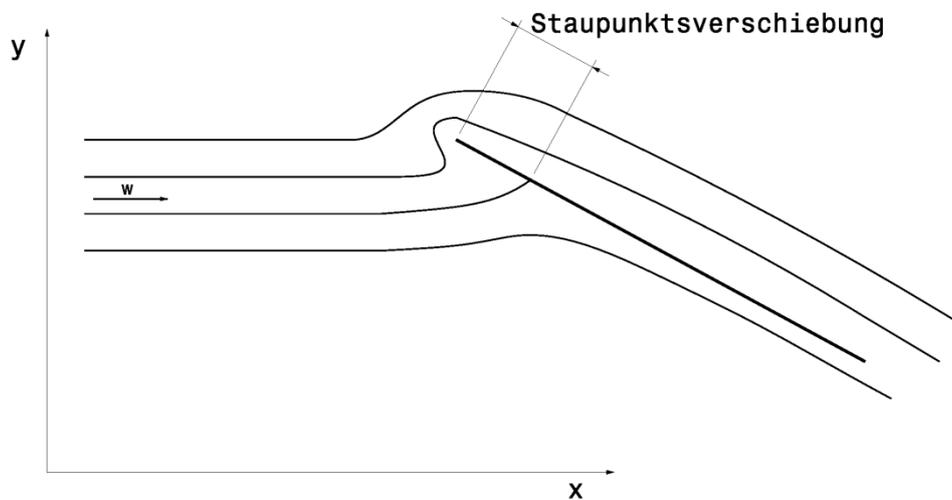


Abb. 7.12: Umströmung einer dünnen angestellten Platte

7.2.2 Geschwindigkeitsverläufe der verschiedenen Schaufelgitter

In diesem Abschnitt wird die Entwicklung der Strömung im Schaufelkanal betrachtet. Dafür werden verschiedene Geschwindigkeitsverläufe in drei Ebenen miteinander verglichen. Die drei verwendeten Ebenen wurden mit Eintritt, Mitte und Austritt bezeichnet und sind zusammen mit einer vierten Hilfsebene, in der die Nachlaufdüse dargestellt wird, in der Abb. 7.3 eingezeichnet.

7.2.2.1 Kleine Schaufelteilung ($\psi_T = 0.2$)

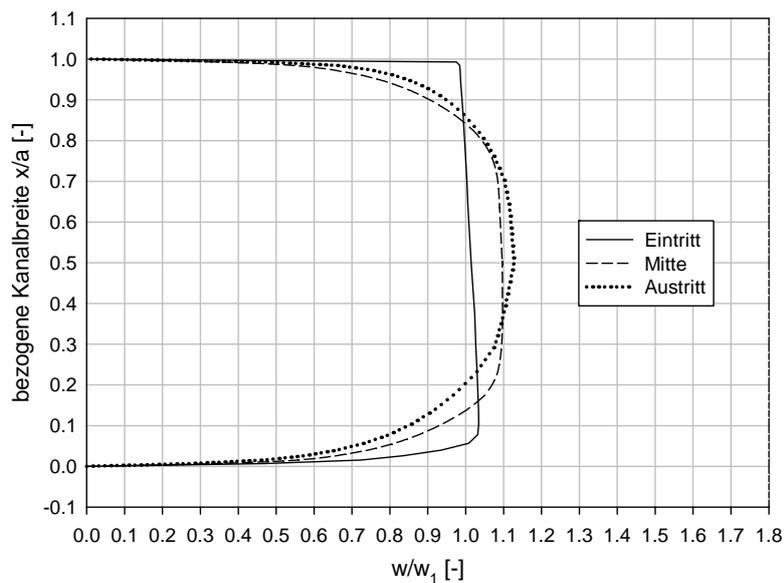


Abb. 7.13: Geschwindigkeit über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 0.2$

Die Abb. 7.13 entspricht einer Beschauelung mit einer kleinen Schaufelteilung im Verhältnis zu der Schaufelbreite. Am Eintritt ist die einzige Abweichung der Strömung vom ungestörten Zustand in einer dünnen Grenzschicht an der Saugseite zu erkennen. In der Mitte hingegen ist eine ausgeprägte Grenzschicht zu erkennen. Durch den asymptotischen Übergang der Geschwindigkeiten in der Grenzschicht zum ungestörten Zustand lässt sich keine eindeutige Aussage über die Grenzschichtdicke machen. Aus diesem Grund wurden die Grenzschichtdicken in diesem Kapitel grafisch aus den Abb. 7.13-7.15 abgeschätzt. Dabei soll die Angabe der Grenzschichten dazu dienen die Entwicklung der Grenzschichten entlang des Schaufelkanals zu veranschaulichen, wofür keine exakten Werte erforderlich sind.

Die grafische Bestimmung der Grenzschichtdicken ergab für die Saugseite am Eintritt eine Grenzschichtdicke $\delta = 0.5$ mm, in der Mitte ist $\delta = 1.7$ mm, dies entspricht 30% der Kanalbreite $a = 5.77$. Für die Druckseite ist am Eintritt eine sehr dünne Grenzschicht mit $\delta = 0.06$ mm zu erkennen, dies ist vor allem auf die Lage der Eintrittsebene (siehe Abb. 7.3) zurückzuführen. Bis zur Mitte ist die Grenzschicht auf $\delta = 1.7$ mm angewachsen.

Die starke Verdrängungswirkung der Grenzschicht führt in der Schaufelkanalmitte zu einer Erhöhung der Geschwindigkeit in der Ebene „Mitte“ auf das 1.1-fache der Zuströmgeschwindigkeit w_1 . Zum Austritt wächst die Grenzschicht weiter an bis die ungestörte Strömung fast vollständig verdrängt wird. Dieser Umstand lässt große Verluste der Strömung erwarten.

7.2.2.2 Vermeintlich ideale Schaufelteilung ($\psi_T = 0.8$)

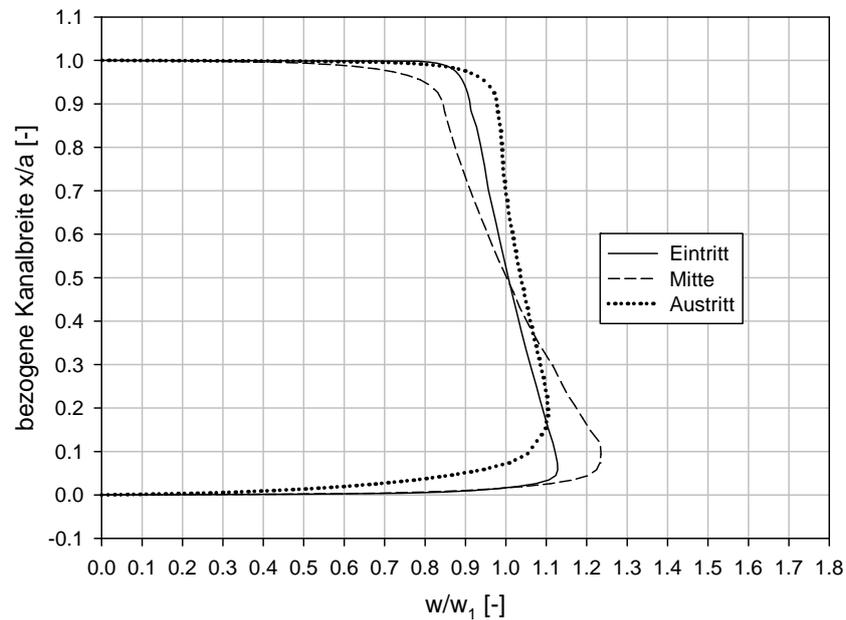


Abb. 7.14: Geschwindigkeit über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 0.8$

Die Grenzschichtdicke an der Druck- und Saugseite ist hier im Verhältnis zur Kanalbreite vom Eintritt in die Mitte klein und es kommt deshalb zu keiner wesentlichen Beschleunigung in der Kanalmitte. Die Grenzschichtdicke in der Mitte ist an der Saugseite $\delta = 2.5 \text{ mm}$ und an der Druckseite $\delta = 2.1 \text{ mm}$. Erst von der Mitte zum Austritt hin ist ein starkes Anwachsen der Grenzschicht an der Saugseite zu erkennen, als Folge der Verzögerung. Die Grenzschichtdicke an der Druckseite bleibt hingegen nahezu unverändert und die Strömungsgeschwindigkeit nimmt zuerst vom Eintritt zur Mitte ab und wird im zweiten Abschnitt beschleunigt.

7.2.2.3 Große Schaufelteilung ($\psi_T = 1.3$)

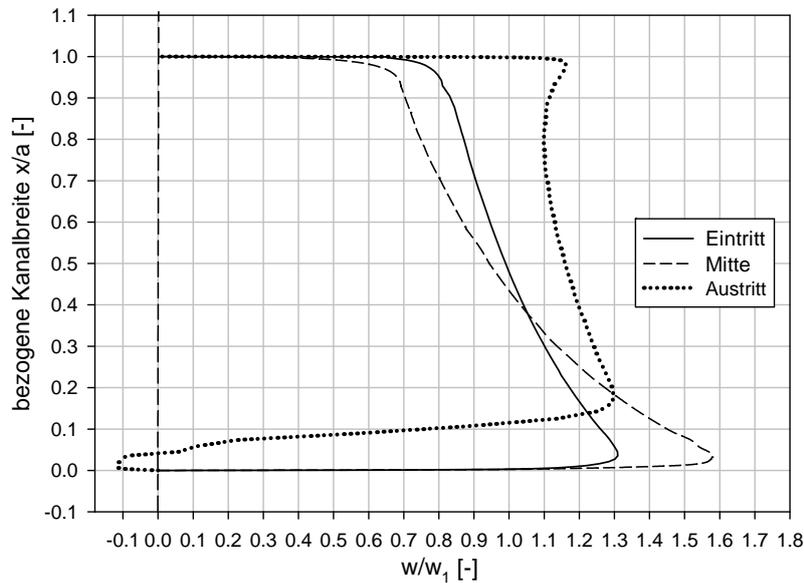


Abb. 7.15: Geschwindigkeit über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 1.3$

Betrachtet man die Grenzschichten vom Eintritt zur Mitte so sind diese im Verhältnis zu der Kanalbreite sehr klein. Grenzschichtdicke in der Mitte ist an der Saugseite $\delta = 1.5 \text{ mm}$ und an der Druckseite $\delta = 1.9 \text{ mm}$. Auffällig ist die große Beschleunigung der Strömung saugseitig und die Verzögerung druckseitig vom Eintritt zur Mitte. Dementsprechend groß fällt der umgekehrte Effekt von der Mitte zum Austritt aus. Die starke Verzögerung der bereits dicken Grenzschicht saugseitig führt zu ihrer Ablösung und damit zu einem Rückströmungsgebiet, das an den negativen Geschwindigkeiten in Abb. 7.15 gut zu erkennen ist. Es stellt sich nun die Frage, ab welcher Schaufelteilung die Grenzschicht beginnt sich abzulösen. Dazu wurden die Werte der Wandschubspannung ausgewertet.

7.2.3 Wandschubspannung [5,7]

Die Wandschubspannung ist gut dafür geeignet, den Beginn der Ablösung aufzuzeigen. Dies lässt sich anschaulich aus der Impulsbilanzgleichung ableiten.

Zweidimensionale Form der stationären Impulsbilanz an der Wand:

aus der allgemeinen Form

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (7.20)$$

wird mit

$$y = u = v = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$
$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (7.21)$$

Bei turbulenten Grenzschichten ist der Einfluss des turbulenten Schubspannungsanteils an der Wand vernachlässigbar klein, deshalb gilt:

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (7.22)$$

Bezogen auf den Druckgradienten können drei Fälle unterschieden werden, siehe Abb. 7.16,

- $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$: Die Krümmung entlang des Geschwindigkeitsprofils ist negativ; es gibt keinen Wendepunkt entlang des Geschwindigkeitsprofils
- $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$: Die Krümmung an der Wand ist gleich Null; das Geschwindigkeitsprofil weist an der Wand einen Wendepunkt auf, siehe Punkt (1) in Abb. 7.16
- $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$: Die Krümmung an der Wand ist positiv; es liegt ein Wendepunkt im Geschwindigkeitsprofil vor, siehe dazu den Punkt (2) in Abb. 7.16

Wenn nun im Fall eines Druckanstiegs die Wandschubspannung gleich Null wird, bedeutet dies ein Minimum des Geschwindigkeitsprofils. Da es stromabwärts von diesem Punkt zum Auftreten eines Rückstromgebietes kommt, wird er als Ablösepunkt A bezeichnet.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0 \text{ und } \tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \rightarrow \text{Min. wegen } \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0 \text{ und } \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

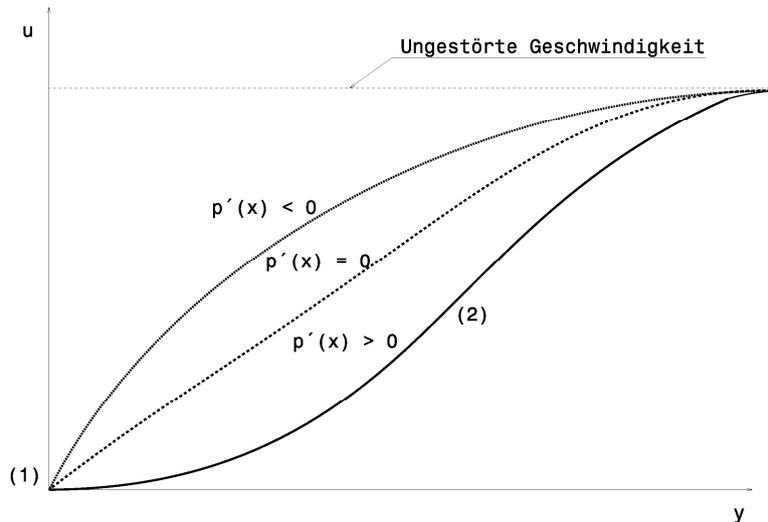


Abb. 7.16: Geschwindigkeitsprofil an der Wand bedingt durch den Druckgradienten

Um die Frage zu beantworten, bei welchem Schaufelprofil die Grenzschicht beginnt sich abzulösen, ist der Wandschubspannungsverlauf von fünf verschiedenen Geometrien in Abb. 7.17 dargestellt. Es ist dabei zu erkennen, dass bei dem Schaufelprofil mit $\psi_T = 0.9$ die Wandschubspannung gerade noch größer Null bleibt. Bei $\psi_T = 1.0$ löst die Strömung das erste Mal ab. Für die Geometrie mit $\psi_T = 1.2$ fällt auf, dass die Strömung bereits kurz nach der Hinterkante ablöst, sich dann aber wieder anlegt. Durch den Sog an der Schaufelvorderkante kommt es lokal zuerst zu einem Druckabfall (siehe induzierte Inzidenz) und gleich darauf zu einem großen Druckanstieg, der einen Abfall der Wandschubspannung bewirkt.

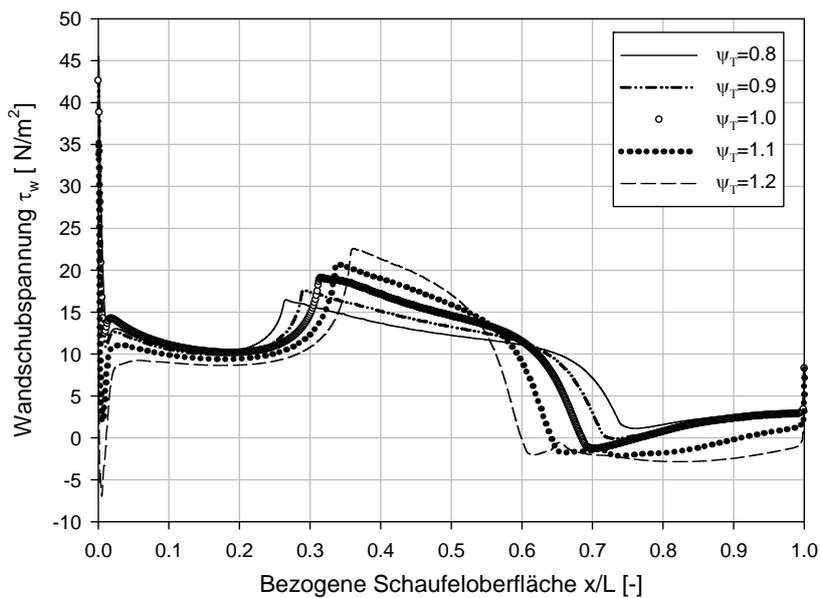


Abb. 7.17: Wandschubspannungen an der Saugseite

7.2.4 Nachlaufdelle

Ein weiterer Nebeneffekt der Ablösung und dicker Grenzschichten ist eine stark ausgebildete Nachlaufdelle. Die Wirkungen der Nachlaufdelle können in den gewählten Betrachtungen eines einzelnen Laufgitters nicht abgeschätzt werden. Hierfür müsste man die Simulation auf mehrere Schaufelreihen ausdehnen, in der die Stator - Rotor Wechselwirkungen untersucht werden können. Durch das Geschwindigkeitsdefizit in der Nachlaufdelle werden die Schaufelreihen stromabwärts nicht ihrer Auslegung entsprechend angeströmt, wodurch es zu einer periodischen Verschiebung des Druckpunktes kommen kann. Diese Wechselwirkung wird als „negative jet effect“ bezeichnet. Eine weitere Auswirkung der Nachlaufdelle, bekannt als „wake induced transition“, bewirkt durch den erhöhten Turbulenzgrad ein früheres Umschlagen der Grenzschicht vom laminaren Zustand in den turbulenten. Eine turbulente Grenzschicht löst später ab, worin der Vorteil dieses Effektes liegt. In der Abb. 7.18 ist die Nachlaufdelle hervorgerufen durch verschiedene Laufschaufelgeometrien dargestellt. Die darin dargestellten Geschwindigkeitsverhältnisse entstammen der Hilfsebene „Nachlauf“, die sich in einem Abstand von 15 mm nach der Hinterkante befindet. (siehe Abb.7.3)

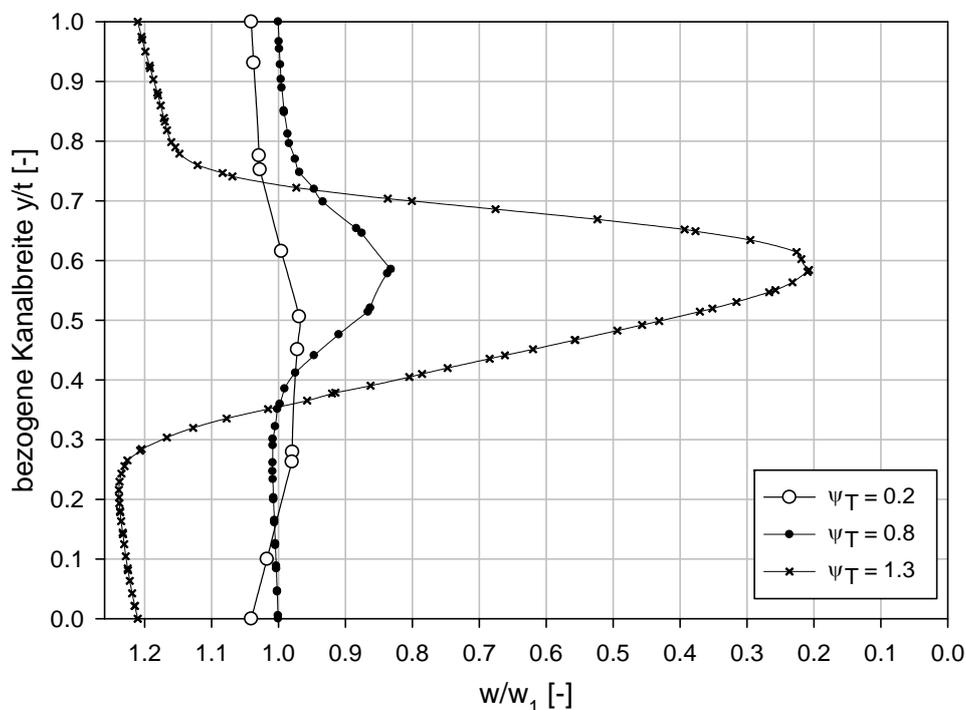


Abb. 7.18: Geschwindigkeitsdefizit der Schaufeln mit $\psi_T = 0.2/0.8/1.3$

Die Betrachtungen dieses Kapitels führen zur Schlussfolgerung, dass für die kleinen Schaufelteilungen und die großen Schaufelteilungen größere Verluste zu erwarten sind als für die mittlere Schaufelteilung. Um diese Vermutungen zu stützen, wurden die Druckverluste in Bezug auf die Schaufelteilung im nächsten Abschnitt untersucht.

7.2.5 Totaldruckverluste

7.2.5.1 Theoretische Überlegungen

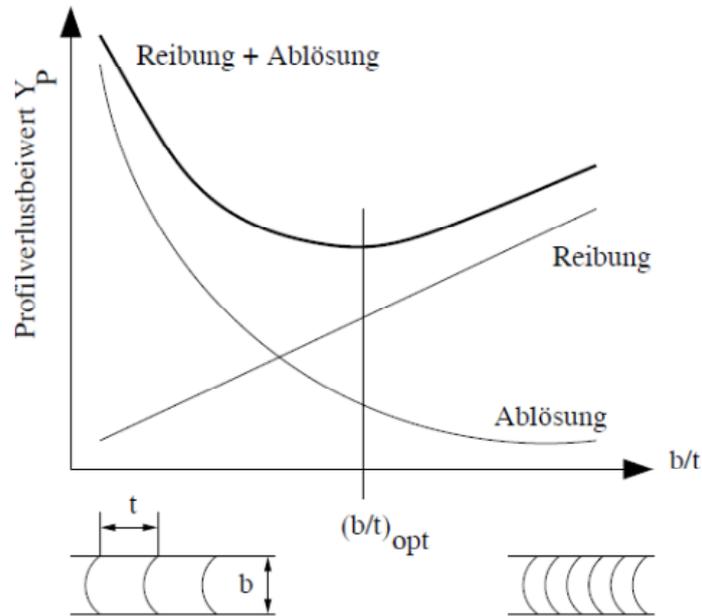


Abb. 7.19: theoretische Verluste über b/t [9]

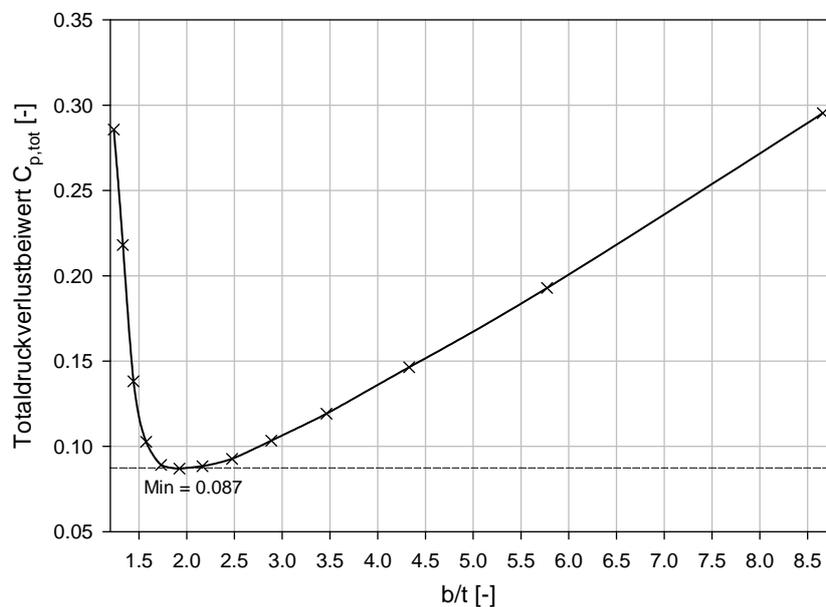


Abbildung 7.20: Verluste aus der Simulation $C_{p,tot}$ über b/t

Aus theoretischen Überlegungen ist für kleine Teilungen der Druckverlust hauptsächlich auf die Reibung zurückzuführen und für größere auf eine schlechte Strömungsumlenkung (Ablösung), siehe Abb. 7.19. Statt der Herleitung des qualitativen Verlaufs der Profilverlustbeiwerte für Reibung und die Ablösung wird auf [9] verwiesen und an dieser Stelle nur die Ergebnisse angegeben.

Aus der Lösung der Impulsbilanzgleichung (siehe [9]) geht folgendes für Y_p durch Reibung hervor:

$$\Delta p_v = c_w \frac{1}{2} \rho w_1^2 2 \left(\frac{b}{t} \right) \quad (7.23)$$

$$Y_p = C_{p,tot} = \frac{\Delta p_v}{\frac{1}{2} \rho w_1^2} = 2c_w \left(\frac{b}{t} \right) = const. \left(\frac{b}{t} \right) \quad (7.24)$$

Für die Ablösung ergibt sich die Lösung aus der Abhängigkeit des c_w Wertes vom Winkel der Umlenkung α :

$$\text{wegen } \alpha \sim \frac{t}{b} \text{ ist } c_w \sim \alpha^2 \sim \frac{1}{\left(\frac{b}{t} \right)^2}$$

folgt

$$Y_p = C_{p,tot} = 2c_w \left(\frac{b}{t} \right) \sim const. \frac{1}{\left(\frac{b}{t} \right)} \quad (7.25)$$

Der Profilverlust durch Reibung ist somit linear von b/t abhängig und der Verlust durch Ablösung indirekt proportional von b/t . Wie gut der Verlauf des theoretischen Ansatzes qualitativ mit den ermittelten Ergebnissen aus der Simulation übereinstimmt ist in den Abb. 7.19 und 7.20 zu erkennen.

7.2.5.2. Ergebnisse aus der Simulation

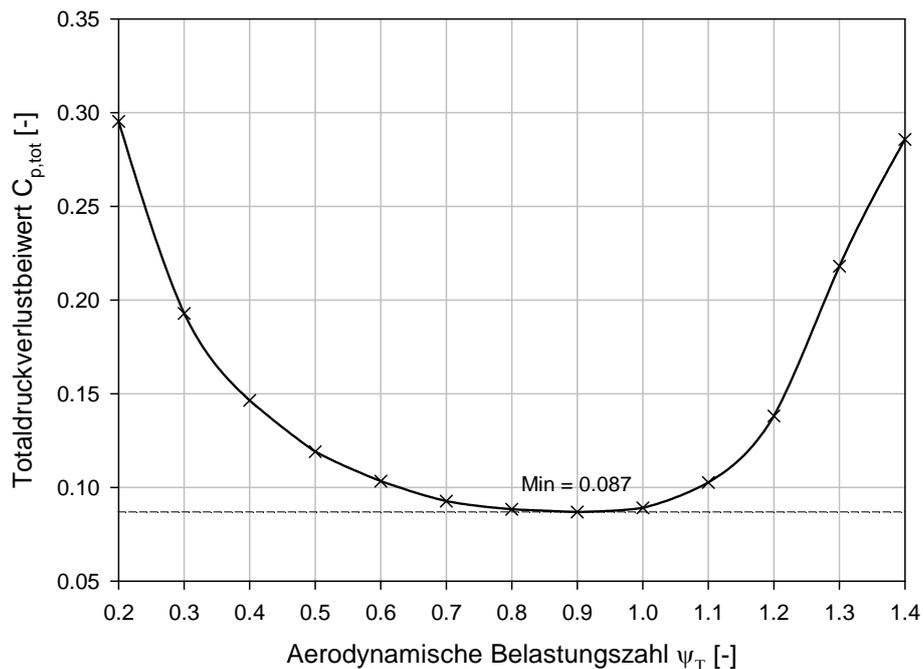


Abb. 7.21: Totaldruckverlustbeiwert $C_{p,tot}$ über ψ_T

Totaldruckverlustbeiwert $C_{p,tot}$:

$$C_{p,tot} = \frac{(p_{1,tot} - p_{2,tot})}{\frac{1}{2} \rho w_2^2} \quad (7.26)$$

Die Darstellung in Abb. 7.21 zeigt den Totaldruckverlustbeiwert in Abhängigkeit von ψ_T . Es entsprechen die großen Werte von ψ_T einer großen Schaufelteilung und ein kleines ψ_T einer kleinen Schaufelteilung. Der Totaldruck $p_{1,tot}$ entspricht dem „mass averaged“ berechneten Wert am Einstromrand und der Totaldruck $p_{2,tot}$ dem „mass averaged“ berechneten Wert am Ausstromrand. Für die Geschwindigkeit w_2 wurde der „mass averaged“ berechnete Wert am Austrittsrand verwendet.

Die von Zweifel aufgestellte Vermutung einen optimalen Teilungsabstand aus einem ψ_T zwischen 0.8 und 1.0 berechnen zu können wird von den Simulationsergebnissen bestätigt. Ein Minimum der Druckverluste aus der Simulation ergibt sich durch Herausmessen aus der Abb. 7.21 bei einem $\psi_T=0.9$ mit einem $C_{p,tot} = 0.087$. Eine gute Annäherung der Kurve aus Abb. 7.21 durch eine Polynomfunktion fünften Grades, siehe Formel (7.27), und die analytische Berechnung des Minimums dieser Funktion führte auf ein $C_{p,tot}$ von 0.085 bei einem $\psi_T = 0.91$.

$$C_{p,tot} = -0.9238\psi_T^5 + 4.9422\psi_T^4 - 9.3418\psi_T^3 + 8.3325\psi_T^2 - 3.6862\psi_T + 0.766 \quad (7.27)$$

Minimum von Formel .:

Minimum aus der Grafik:

$C_{p,tot} (0.91) = 0.085 \quad (7.28)$	$C_{p,tot} (0.90) = 0.087 \quad (7.29)$
---	---

Das optimale Teilungsverhältnis, das sich für $\psi_T = 0.90901$ berechnen lässt, ist:

$\frac{b}{t}(\psi_T = 0.91) = \frac{2}{\psi_T} \sin 2\beta = 1.91 \quad (7.30)$

Aus den Ergebnissen ergibt sich ein ψ_T mit 0.9, das in dem Bereich zwischen 0.8 und 1.0 liegt und damit die Prognose von Zweifel bestätigt. Ziemlich genau fällt das Optimum der Simulation mit dem Wert zusammen, der bereits in diesem Kap. unter Verwendung des maximal zulässigen Geschwindigkeitsverhältnisses nach Traupel mit $w/w_1 = 1.4$ ermittelt werden konnte (Optimum nach Traupel $\psi_T = 0.89$). Neben dem Druckverlust im Schaufelgitter ist auch die Umlenkung der Strömung von Interesse, da eine Abweichung der Umlenkung vom Auslegungspunkt zu einer Verschlechterung der Strömungsverhältnisse stromabwärts führt. Die Differenz der Abströmung vom Auslegungspunkt wird im nächsten Abschnitt dargestellt.

7.2.6 Winkel der Abströmung

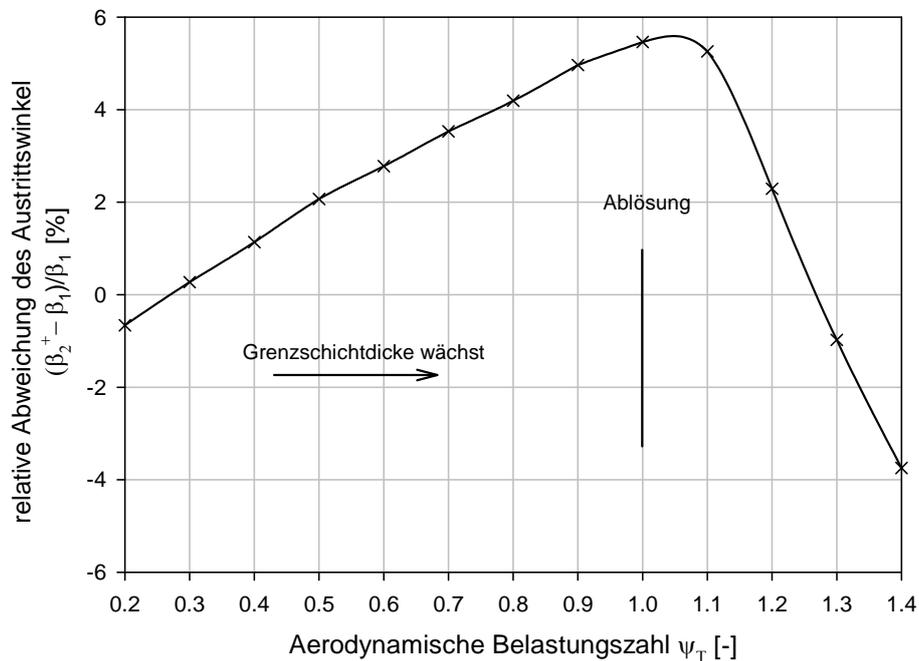


Abb. 7.22: Abweichung des Austrittswinkels vom Auslegungsfall über ψ_T

Die Werte des Austrittswinkels β_{aus} in der Abb. 7.22 entsprechen der massengewichteten Mittelung des Winkels über den Austrittsrand weniger dem Eintrittswinkel bezogen auf den Eintrittswinkel. Damit wird in der Darstellung die prozentuelle Abweichung vom Idealwert $\beta_1 = \beta_2^+$ dargestellt. Wie man in der Kurve erkennt ist der Minimalwert nicht bei $\psi_T = 0.9$ anzutreffen. Augenscheinlich ist aber auch, dass zwar alle Winkel vom Idealwert abweichen, diese Abweichungen aber mit einem Maximum von annähernd 6% nicht wirklich groß sind. Für $\psi_T = 0.9$ ist der Austrittswinkel β_2^+ um 1.5° größer als der Eintrittswinkel β_1 , also $\beta_2^+ = 31.5^\circ$. Diese Abweichung ist genügend klein, um den Optimalwert der Druckverluste auch nach dieser Betrachtung als Optimalwert der Beschauung zu belassen.

Die Vergrößerung des Austrittswinkels ist in erster Linie durch den Einfluss der Grenzschicht für die kleineren Schaufelteilungen zu erklären. Der Austrittswinkel vergrößert sich dementsprechend zunächst proportional zur saugseitigen Grenzschichtdicke mit zunehmender Schaufelteilung. Ab einer bestimmten Schaufelteilung in etwa bei einem $\psi_T = 1.0$ treten die ersten Ablösungserscheinungen auf, demzufolge auch der Austrittswinkel wieder kleiner wird.

8. Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der numerischen Simulation verschiedener Gleichdruckgitter wobei die Auswirkungen der unterschiedlichen Gitterteilungen untersucht wurden. Dabei besitzen alle Gitter denselben Krümmungsradius an der Druckseite, der aus den durch die Reihe gleichbleibenden Winkeln der Zu- und Abströmung bei gleicher Schaufelbreite resultiert. Die verschiedenen Teilungen kommen dabei durch die unterschiedlichen Schaufelkanalbreiten zustande. Wie man sich gut vorstellen kann, ist der kleinere Krümmungsradius an der Saugseite bei einer sehr geringen Kanalbreite dem der Druckseite sehr ähnlich. Bei größer werdender Kanalbreite verringert sich der Krümmungsradius an der Saugseite was bedeutet, dass er immer spitzer wird.

Eine kleine Kanalbreite bedeutet gleichzeitig einen kleinen Schaufelabstand woraus eine große benetzte Oberfläche im Verhältnis zum Strömungsquerschnitt entsteht. Je größer dieses Verhältnis ist, desto größer sind die Verluste durch Reibung.

Eine große Kanalbreite entspricht einem großen Schaufelabstand, der zu einer schlechten Führung der Strömung in einer relativ stark umlenkenden Beschauelung führt. Es erfolgt ab einem bestimmten Schaufelabstand eine Ablösung der Strömung wodurch es zum Anstieg der Verluste kommt.

Die Aufgabenstellung war es, aus der Simulation der verschiedenen Gitter herauszufinden, welche Geometrie und damit welcher Schaufelabstand den kleinsten Verlust hervorbringen und wie dessen Wirkung auf die Strömungsumlenkung ist. Als nächstes wurden die Ergebnisse mit den Empfehlungen von Briling und Zweifel für den optimalen Schaufelabstand verglichen. Außerdem wurde die Empfehlung von Traupel aufgegriffen, eine Beschauelung so auszulegen, dass bei deren Durchströmen ein bestimmtes Geschwindigkeitsverhältnis nicht überschritten wird.

	ψ_T [-]	b/t [-]	t für $b = 100$ mm
Briling	0.8	2.17	46.08 mm
Zweifel	0.8 - 1.0	2.17 – 1.73	46.08 – 57.8 mm
Traupel	0.88	1.97	50.76 mm
Simulation	0.9	1.92	52.08 mm

Tab. 8.1: verschiedene Optimalwerte

In der Tab. 8.1 sind die verschiedenen Empfehlungen den Schaufelabstand betreffend aufgelistet. Der Vergleich untereinander zeigt, dass sich die prognostizierten Optimalwerte von Briling, Zweifel und Traupel in dem Bereich befinden, für die auch die Simulation minimale Profilverluste ergab. Zum Optimalwert aus der Simulation ist zu sagen, dass dieser, wie man aus der Darstellung der Wandschubspannungen erkennt, ein Grenzwert ist, bei dem die Strömung gerade noch nicht ablöst.

8.2 Ausblick

In dieser Arbeit wurde aus Gründen der Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit dem Artikel von Zweifel [1] eine Profilstalt mit einigen Vereinfachungen gewählt. Es wurden die Kanten an der Vorder- und Hinterkante spitz zulaufend modelliert, obwohl dies aus fertigungstechnischen Gründen und aus Gründen der Festigkeit nicht machbar ist. In Wirklichkeit würden stets eine bestimmte Kantendicke und eine Rundung zurückbleiben. In der Praxis werden ebenfalls so gut wie keine Gleichdruckturbinengitter mit einem kinematischen Reaktionsgrad von $R_k = 0$, sondern meist mit einem kleinen Reaktionsgrad zwischen 0 – 0.2, verwendet.

Ein Ausblick über weiterführende numerische Simulationen, um die Auswirkungen verschiedener Effekte auf die aerodynamische Belastungszahl ψ_T zu untersuchen:

- Berechnungen für verschiedene Winkel β_1
- Wie wirkt sich eine Kantendicke > 0 der Hinterkante und eine runde Vorderkante aus?
- Berechnungen für Reaktionsgrade zwischen 0 und 0.2
- Eine 3D Simulation um die Auswirkungen verschiedener Effekte, wie die Sekundärströmung, Hufeneisenwirbel usw. untersuchen zu können.
- Spaltströmungen bei nicht abgedeckten Schaufeln
- Berücksichtigung von Kompressibilitätseffekten
- CFD- Simulation einer Gleichdruckstufe zur Untersuchung der Stator-Rotor-Wechselwirkung
- Wie wirken sich Betriebszustände, die vom Auslegungspunkt abweichen aus, und in diesem Zusammenhang die Teilbeaufschlagung

Literaturverzeichnis

- [1] **Zweifel, O.:** Die Frage der optimalen Schaufelteilung bei Beschaukelungen von Turbomaschinen, insbesondere bei großer Umlenkung in den Schaufelreihen. In: BBC-Mitteilungen 1945
- [2] **Bräunling, W.:** Flugzeugtriebwerke. 3. Aufl., Springer Verlag 2009
- [3] **Willinger, R.:** Thermische Turbomaschinen. Skriptum zur Vorlesung, TU Wien 2009
- [4] **Stodola, A.:** Dampf- und Gasturbinen. 6. Aufl., Springer Verlag 1924
- [5] **Schlichting H.; Gersten K.:** Grenzschicht- Theorie. 10 Aufl., Springer-Verlag 2006
- [6] **Benoni A.:** Numerische Simulation der Zuströmung im Schaufelgitterwindkanal. Diplomarbeit TU Wien 2009
- [7] **Kluwick A.:** Grundlagen der Strömungslehre. Skriptum zur Vorlesung, TU Wien 1998
- [8] **Willinger R.:** Numerische Strömungsberechnung von thermischen Turbomaschinen. Skriptum zur Vorlesung, TU Wien 2010
- [9] **Willinger R.:** Numerische Methoden für thermische Energiesysteme. Skriptum zur Vorlesung, TU Wien 2010
- [10] **Ferziger J.H.; Perić M.:** Numerische Strömungsmechanik. Springer Verlag 2008
- [11] **Traupel W.:** Thermische Turbomaschinen Bd. 1. Springer Verlag 1988
- [12] **Fluent:** Fluent 6.3 User's Guide. Fluent Inc, 2007
- [13] **Lecheler St.:** Numerische Strömungsberechnung. Vieweg- Teubner Verlag 2008

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1: Beschauelung einer Gleichdruckstufe [2].....	4
Abb. 1.2: Beschauelung einer Überdruckstufe [2].....	4
Abb. 1.3: Gleichdruckstufe(h, s Diagramm.....	4
Abb. 1.4: Überdruckstufe (h, s Diagramm.....	4
Abb. 4.1: Schaufelgitter mit gleicher Ein- und Austrittsgeschwindigkeit.....	19
Abb. 4.2: ideale Tangentialkraft	21
Abb. 5.1: 2D Modell der Gleichdruckschaufel.....	23
Abb. 6.1: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 0.2$	34
Abb. 6.2: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 0.8$	34
Abb. 6.3: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 0.9$	34
Abb. 6.4: Residuenverlauf des Gitters mit $\psi_T = 1.3$	34
Abb. 6.5: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 0.2$	35
Abb. 6.6: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 0.8$	35
Abb. 6.7: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 0.9$	35
Abb. 6.8: Auftriebsbeiwert des Gitters mit $\psi_T = 1.3$	35
Abb. 7.1: Angenommene Geschwindigkeitsverteilung	36
Abb. 7.2: Darstellung des Strömungskanals.....	37
Abb. 7.3: Hilfsebenen	37
Abb. 7.4: Geschwindigkeitsverhältnis über ψ_T	39
Abb. 7.5: Geschwindigkeitsverhältnis über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 0.8$	41
Abb. 7.6: Druckverteilung auf der Druck- und Saugseite vom Profil mit $\psi_T = 0.8$	42
Abb. 7.7: Druckverteilung an drei verschiedenen Profiloberflächen mit $\psi_T = (0.2;0.8;1.3)$	43
Abb. 7.8: Geschwindigkeitskonturplot für die Schaufel mit $\psi_T = 0.8$	44
Abb. 7.9: Geschwindigkeitsvektorplot für die Schaufel mit $\psi_T = 0.8$	45
Abb. 7.10: Schaufelvorderkante Druckverteilung.....	45
Abb. 7.11: Schaufelvorderkante Druckkonturen ($\psi_T = 1.3$)	46
Abb. 7.12: Umströmung einer dünnen angestellten Platte	46
Abb. 7.13: Geschwindigkeit über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 0.2$	47
Abb. 7.14: Geschwindigkeit über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 0.8$	48
Abb. 7.15: Geschwindigkeit über der bezogenen Kanalbreite $\psi_T = 1.3$	49
Abb. 7.16: Geschwindigkeitsprofil an der Wand bedingt durch	51

Abb. 7.17: Wandschubspannungen an der Saugseite.....	51
Abb. 7.18: Geschwindigkeitsdefizit der Schaufeln mit $\psi_T = 0.2/0.8/1.3$	52
Abb. 7.19: theoretische Verluste über b/t [9].....	53
Abb. 7.20: Verluste aus der Simulation $C_{p,tot}$ über b/t	53
Abb. 7.21: Druckverlustbeiwert $C_{p,tot}$ über ψ_T	54
Abb. 7.22: Abweichung des Austrittswinkels vom Auslegungsfall über ψ_T	56

Tabellenverzeichnis

Tab. 1.1: Gegenüberstellung der Eigenschaften von Gleich- und Überdruckturbine	1
Tab. 5.1: Konstruktionsdaten der verschiedenen Geometrien	25
Tab. 5.2: Das Spacing aus der Vernetzung für die einzelnen Schaufeln.....	27
Tab. 5.3: Eine Auflistung der schlechtesten Elemente des Netzes ausgedrückt durch Q_EAS.....	28
Tab. 6.1: Einstellungen in Fluent	30
Tab. 8.1: verschiedene Optimalwerte	57