TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Vienna University of Technology

Diplomarbeit

Methodischer Vergleich von Moodle-Lernplattformen und deren Einsatzmöglichkeit im Mathematikunterricht

Ausgeführt am Institut

Analysis und Scientific Computing

durch

Kristina Stadler
Aegidigasse 22/8, 1060 Wien

Betreuung: ao.Univ.Prof. Mag. Dr. Gabriela Schranz-Kirlinger

Wien, 18. Juni 2015

Eidesstattliche Erklärung

Kristina Stadler
Aegidigasse 22/8, 1060 Wien

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst habe, dass ich die verwendeten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben habe und dass ich die Stellen der Arbeit – einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen –, die anderen Werken oder dem Internet im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, auf jeden Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht habe.

(Ort, Datum)	(Unterschrift Verfasser/In)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, dich durch ihre fachliche und persönliche Unterstützung zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

Mein Dank gilt Frau Prof. G. Schranz-Kirlinger für die Betreuung dieser Diplomarbeit und die freundliche Hilfsbereitschaft, die sie mir entgegenbrachte.

Diese Diplomarbeit möchte ich meinen Eltern, Brigitte und Johann, widmen, da ich ohne deren Unterstützung mein Studium nicht gemeistert hätte. Speziell meiner Mutter, die mich durch stundenlange Gespräche emotional unterstützt und mich so am richtigen Weg gehalten hat.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meiner Schwester Jutta, die mich immer wieder ermutigte und mit vielen nützlichen Tipps einen wesentlichen Teil zur Diplomarbeit beigetragen hat.

Kurzfassung

Medienunterstützter Unterricht gewinnt immer mehr an Bedeutung sowohl für die Ausbildung in der Schule als auch für die Erwachsenenbildung. Eine gute Möglichkeit zur Gestaltung eines digitalen und interaktiven Unterrichts bietet die Lernplattform Moodle. Mit dieser Plattform können Lernkurse erstellt und den Schülerinnen und Schülern im Internet bereit gestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden drei verschiedene Moodle Kurse aus dem Fachbereich Mathematik ausgewählt und auf deren Einsetzbarkeit im Unterricht überprüft. Während der Recherche wurde bemerkt, dass viele Plattformen kostenlos und ohne Anmeldungen verfügbar sind, aber nur eingeschränkt verwendet werden können.

Es stellte sich die Frage, wie bestehende Lernplattformen mit klassischen und modernen Methoden im Mathematikunterricht eingebunden werden können. Neben der Beschreibung, der Definition der Zielgruppe und dem Anmeldeverfahren für die einzelnen Kurse werden auch Unterrichtsmethoden vorgestellt, die die fehlenden Funktionen der Kurse ersetzen könnten.

Bei der Recherche wurden zum größten Teil Onlinequellen verwendet, da der umfangreichste Teil der Arbeit die Beschreibung der Online-Lernplattformen und deren technische Hintergründe sind. Daneben wurden aber auch zahlreiche Fachbücher etwa für die Beschreibung der Unterrichtsmethoden eingesetzt.

Diese Arbeit stellt keinen Leitfaden für die konkrete Verwendung und Einsetzung von Lernplattformen dar. Vielmehr wird das Augenmerk auf die Überprüfung der kostenlosen Verfügbarkeit der Kurse und die alternative Einbindung der fehlenden Funktionen anhand von modernen und klassischen Unterrichtsmethoden gelegt.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Einleitung

Dieses Kapitel soll einen zunächst kleinen Einblick in die Möglichkeiten des computerunterstützen Mathematikunterrichts mit Hilfe von Lernplattformen geben. Weiteres werden die Motivation für dieses Thema, die Ziele und der Aufbau dieser Arbeit beschrieben.

1.1 Problemstellung

Computer, Tablet-PCs und Smartphones spielen in unserem Alltag eine immer wichtigere Rolle. Auch im Mathematikunterricht können und sollen, laut Lehrplan, Computer eingesetzt werden, siehe [5]. Dies kann entweder im Zuge einer Projektarbeit oder sogar anhand einer fixen Unterrichtsstunde pro Schulwoche erfolgen. Für jeden Bereich der Schulmathematik existieren Programme, die auf verschiedenste Art und Weise verwendet werden können. So gibt es etwa numerische Applikationen zur Berechnung komplexer Aufgaben, Funktionenplot-Programme, Software zur elementaren Geometrie, Anwendungen zur beschreibenden Statistik und Datenanalyse, Tabellenkalkulationapplikationen und Computeralgebrasysteme, siehe [9].
Häufig in der Schule verwendete Programme sind zum Beispiel das Tabellenkalkulationsprogramm **Microsoft Excel** und die Geometriesoftware **Geogebra**.

Neben einem Mehraufwand an Vorbereitung verlangt eine Unterrichtsstunde am Computer auch spezielle Vorkenntnisse der Vortragenden. Im World Wide Web werden neben fertigen Unterrichtsvorbereitungen für die Stunde im Klassenzimmer auch sogenannte Lernplattformen für einen Computerunterstützten Unterricht angeboten. Eine **Lernplattform**, auch **Learning Management System (LMS)** oder **Kursmanagementsystem** genannt, ist ein komplexes Softwaresystem, das die Bereitstellung von Lerninhalten und die Organisation von Lernvorgängen ermöglicht (vgl. [3]). Zusätzlich ist die Kommunikation zwischen Lernenden und Lehrenden über die Plattform möglich.

> Folglich symbolisiert diese eine Schnittstelle zwischen Bildungsanbieter und lernender Person. Nicht dazu gehören bloße Bildungsinhalte, die über das Internet angeboten werden wie normale Webpräsenzen oder -portale. Vorteil eines LMS ist somit die Entlastung am Lernbetrieb, die Regelung des Informationsflusses, Vereinfachung des Lernens und Übernahme zahlreicher Verwaltungsaufgaben.[46]

Eine der bekanntesten Plattformen ist ein Kursmanagementsystem namens **Moodle**, welche im Rahmen dieser Arbeit näher beschrieben wird. Diese Kurssystem ist sehr komplex und wird daher nicht nur an Schulen, sondern auch an Universitäten und sonstigen Erwachsenenbildungseinrichtungen eingesetzt.

Aber es stehen auch einfachere Varianten, wie etwa **Lernpfade** zur Verfügung. Ein Lernpfad besteht aus vorgegebenen Lernschritten, die jeder Lernende, dem eigenen Lerntempo entsprechend, bewältigen kann. Zum Unterschied zu Lernplattformen findet bei Lernpfaden keine Kommunikation zwischen Lernenden und Lehrenden über die Plattform statt. In der Schule sind sie daher hauptsächlich zur Wiederholung bereits gelernter Lerninhalte geeignet.

Sowohl bei Lernplattformen als auch bei Lernpfaden soll der Lernende ein Thema Schritt für Schritt nicht nur am Computer sondern auch am Papier selbst erarbeiten.

Dennoch kann nicht jede angebotene Lernplattform im Mathematikunterricht verwendet werden. Dies muss nicht an der Qualität der aufbereiteten Inhalte liegen, sondern vielmehr an der Quantität der Lernmaterialien. Es hat sicherlich für Schülerinnen und Schüler wenig Sinn mit einem Lernpfad zu einem Thema zu beginnen, der das Ausmaß der Wochenstunden für dieses Thema bei weitem unter- bzw. überschreitet.

Die Auswahl an kostenlosen und online verfügbaren Lernplattformen für den Mathematikunterricht ist enorm, jedoch sind durch einen Gastzugang Teile der Plattformen nicht verwendbar. Da der Großteil der Themen und Inhalte trotzdem genutzt werden können, ist es nicht notwendig auf den Einsatz von kostenlosen Moodle-Kursen zu verzichten.

Die nicht verfügbaren Funktionen beschränken sich meist nur auf

- Forum (sowohl Nachrichten als auch Diskussionsforum)
- Glossar
- Tests
- Upload von Dokumenten

Zunächst war das Ziel dieser Arbeit, die Einsetzbarkeit verschiedener Lernplattformen im Mathematikunterricht nach definierten Vorgaben zu überprüfen und zu bewerten. Dies könnte sich jedoch als schwierig erweisen, da etwa das Ausmaß einer Lernplattform für den einen Schultyp gerecht ist, für einen anderen jedoch viel zu umfangreich ausgelegt ist.

Während der Recherche haben wir bemerkt, dass auf vielen kostenlos verfügbaren Kurssystemen einzelne Funktionen nicht genutzt werden konnten. Für den Schulunterricht gibt es hingegen zahlreiche Methoden, um diese, nicht verfügbaren, Funktionen möglicherweise ersetzen könnten.

Daher wurde eine Forschungsfrage entwickelt.
Wie können bestehende Lernplattformen durch eine Mischung aus klassischen und modernen Methoden in den täglichen Mathematikunterricht eingebunden werden?

1.2 Motivation

Zur Zeit wird der Mathematikunterricht noch mit analogen Hilfsmitteln, wie Schulbüchern, Arbeitsblättern und der Tafel gestaltet. Zwar löst der Beamer immer häufiger den Overhead-Projektor ab, dennoch wird häufig auf den Einsatz von Rechnern in Nicht-Computer-Fächern verzichtet.

Neben dem Fehlen an technischen Fachkenntnissen zur Vorbereitung des Unterrichts mit neuen Medien, könnten Unterrichtende auch eine Angst vor einem Kontroll- und Autoritätsverlust haben. Dies könnte eventuell durch den wahrgenommenen Wissensvorsprung der Schülerinnen und Schülern im Umgang mit Medien ausgelöst werden.[50]

Im Rahmen dieser Arbeit soll Lehrerinnen und Lehrern gezeigt werden, dass neben der üblich verwendeten Software, die Möglichkeit des Einsatzes von Learning Management Systemen und Lernpfaden im Mathematikunterricht besteht.

Online bereitgestellte Lernplattformen bieten die Möglichkeit diese Ängste zu beseitigen, da nur unterrichtsfachbezogenes Wissen und keine technischen Fachkenntnisse benötigt werden. Trotzdem ist diese Form des Unterrichts derzeit noch nicht populär genug, dass sie häufig im Unterricht eingesetzt wird.

Im gegenwärtigen Unterricht spielt die Differenzierung und Individualisierung der Schülerinnen und Schüler eine wichtige Rolle. Eine Studie im Auftrag des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur hat gezeigt, dass die Verwendung einer Lernplattform im positiven Zusammenhang mit einer häufigeren Anwendung von Differenzierung beziehungsweise Individualisierung steht. [22] Daher stellt der Einsatz von Kursmanagementsystemen eine Erleichterung, für die Umsetzung eines differenzierten Mathematikunterrichts, dar.

1.3 Zielsetzung

Das Anliegen dieser Arbeit ist es, Mathematiklehrenden die **Möglichkeit des Einsatzes von Lernplattformen** im Unterricht zu zeigen. Viele Kolleginnen und Kollegen halten noch an alten Unterrichtsformen fest, obwohl auch im Lehrplan die Verwendung von neuen Medien vorgeschlagen wird. [5]

Im Rahmen der Zentralmatura ist der **Einsatz von Technologie**, mit einer festgelegten Mindestanforderung, erlaubt. Der Einsatz von Computeralgebrasystemen im Unterricht ist, für den sicheren Umgang während Prüfungssituationen, unumgänglich

Zusätzlich ist wichtig, Schülerinnen und Schülern schon früh zu zeigen, dass Computer nicht nur zum Spielen, Internetsurfen oder Textverarbeitung verwendet werden können. Viele Themen, vor allem aus dem Bereich der Geometrie, können durch den Einsatz von Computerprogrammen interessanter und vor allem anschaulicher für die Lernenden gestaltet werden.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist es, einen Überblick über das derzeitige Angebot von Lernplattformen zu geben, wobei nur jene ausgewählt wurden, die mit dem Lernmanagementsystem Moodle erstellt wurden. Die mögliche **Einsetzbarkeit im Mathematikunterricht** spielte bei der Selektion der Plattformen ebenfalls eine wichtige Rolle, das bedeutet es wurde neben dem Inhalt der Theorieteile auch auf den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben geachtet.

1.4 Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit lässt sich in **drei Abschnitte** aufteilen.

1. Beschreibung digitaler Unterrichtsmittel (GeoGebra und Moodle)
2. Beispiele für Moodle Lernplattformen
3. Methoden für den Einsatz im Unterricht

Im **ersten Teil** werden technische Hilfsmittel für den digitalen Mathematikunterricht vorgestellt.

Zunächst werden der Aufbau und Funktionalität von **Moodle-Lernplattformen** beschrieben, wobei nur eine kleiner Ausschnitt dargestellt werden kann. Moodle ist einer der bekanntesten Anbieter von kostenlosen Learning Management Systemen und wurde daher für diese Arbeit verwendet.

Ein weiteres wichtiges Programm für den modernen digitalen Mathematikunterricht ist die kostenlose dynamische Geometrie-Software **GeoGebra**. Sie wird bereits häufig an Schulen, etwa für die Darstellung von Funktionsgraphen oder anderer geometrischer Figuren verwendet. GeoGebra besitzt jedoch viele Funktionen, die über die Themenbereiche der Geometrie hinaus gehen und die ebenfalls, im Rahmen dieser Arbeit, beschrieben werden.

Im Zuge der Recherche wurden Moodle Lernplattformen, die sich mit unterschiedlichen Themengebieten der Mathematik beschäftigen, gefunden. Aus den zahlreichen verfügbaren Plattformen wurden drei ausgewählt und deren Inhalt im **zweiten Teil** der Arbeit beschrieben. Diese selektierten Lernplattform beinhalten Theorie- und Praxisteile auf drei unterschiedlicher Gebieten der Mathematik. Der erste widmet sich dem Thema *Folgen und Reihen*, der zweite *Winkel an ebenen Figuren* und der dritte dem *Satz von Pythagoras*. Bei jedem Kurs wurde zunächst der Inhalt der Plattform und anschließend die Rahmenbedingungen, wie Anmeldeverfahren oder Zielgruppe, beschrieben.

Einige Funktionen der Moodle Kurse, etwa die Möglichkeit erledigte Arbeitsaufträge online abzugeben, sind nur für angemeldete Benutzer der Plattformen zur Verfügung gestellt. Daher wurden, für den **dritten Teil** der Arbeit, klassische und moderene **Unterrichtsmethoden**, zum Ersatz der nicht verfügbaren Funktionen der Lernplattformen, gesucht und vorgestellt. Die klassischen Methoden, wie unterschiedliche Formen von Schülerpräsentationen sind weit verbreitet, werden daher hier nur überblicksmäßig beschrieben. Die modernen Methoden, wie die Erstellung digitaler und interaktiver Rätsel, werden in diesem Abschnitt genauer vorgestellt.

Abschließend wird noch ein **grober Entwurf für den Einsatz der Plattformen** im Unterricht bereitgestellt. Es wurde dabei bewusst auf die exakte Planung einer Unterrichtseinheit oder Bereitstellung eines Leitfadens verzichtet. Ziel ist es, die Möglichkeit des Einsatzes von bestehenden Moodle-Kursen und dazu passenden Methoden, zu zeigen.

2 Moodle

Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment) ist ein open-source Kursverwaltungssystem beziehungsweise Lernmanagementsystem, das bedeutet dass der Quellcode, mit dem die Software geschrieben ist, frei zugänglich ist und somit durch den Administrator des Kurses verändert werden kann.

Es ermöglicht Lehrerinnen und Lehrern Lerninhalte für ihre Schülerinnen und Schüler online bereitzustellen und bietet den Vorteil, dass Lernende jederzeit auch von zu Hause aus auf Unterrichtsmaterialien zugreifen können.

2.1 Aufbau und Funktionalität eines Moodle-Kurses

Ein Moodle-Kurs besteht grundlegend aus zwei Teilen, der Startseite und mehreren Unterseiten. Die **Startseite** wird sofort, nach dem Login oder dem Aufruf des Kurses, angezeigt. Moodle kann auch als digitales Pendant einer Schule oder eines analogen Veranstaltungsgebäudes gesehen werden. Die Startseite könnte als Eingangsbereich, der administrative Bereich von Moodle als Verwaltung und die Kursseiten als Kursraum beziehungsweise Klassenzimmer gesehen werden. [37]

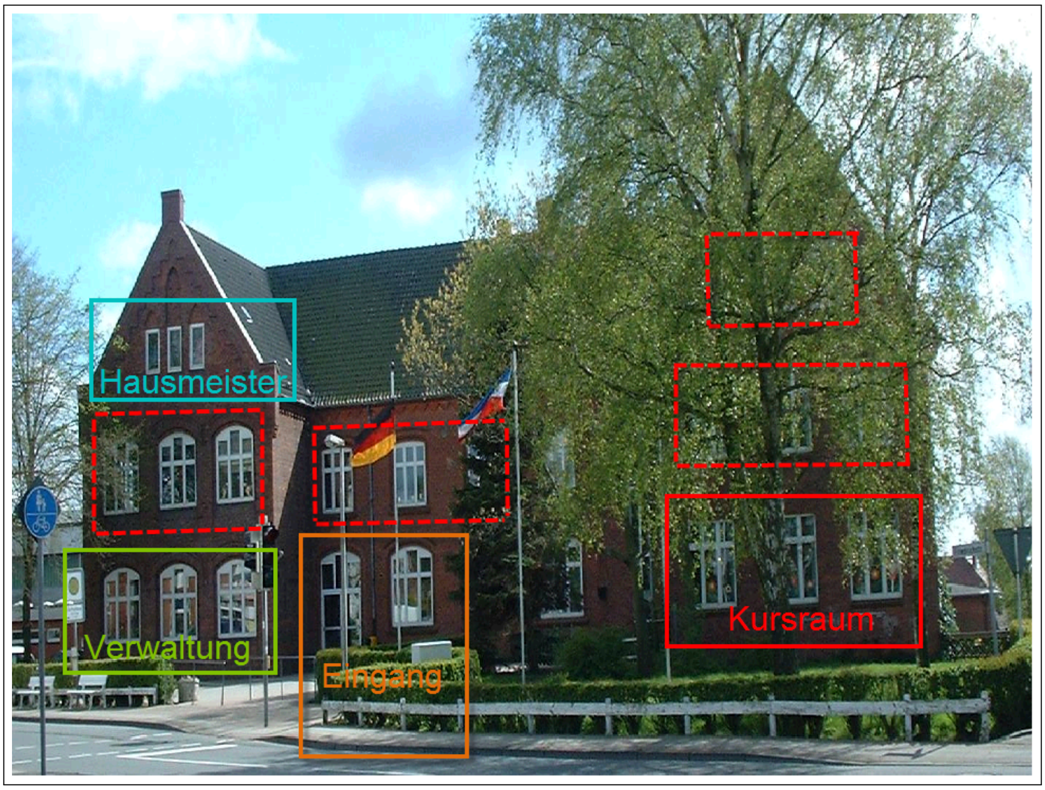


Abbildung 2.1: Moodle Kursraumprinzip[37]

Wie in herkömmlichen Kursräumen gibt es auch in Moodle Kursen Teilnehmende und einen oder mehrere Kursleiterinnen oder Kursleiter. Die Kursleiterin beziehungsweise der Kursleiter (Admi-

nistratorin bzw. Administrator) kann sehr präzise die Zugriffsechte, sogenannte **Rollen**, vergeben. Diese können sofort beim Aufruf der Seite (im Normalfall als Gast) beziehungsweise nach der Registrierung des Lernenden vergeben werden.
Folgende **Standardrollen** werden von Moodle angeboten:

- *Administrator/in* (uneingeschränkte Rechte)
- *Manager/in* ("Sub-Administrator", darf weniger als der Administrator)
- *Kursersteller/in* (darf neue Kurse anlegen)
- *Trainer/in* (darf Kurse und Kursinhalte verwalten)
- *Trainer/in ohne Bearbeitungsrecht* (darf Bewertungen, aber keine Änderungen am Kurs und den Kursinhalten vornehmen)
- *Teilnehmer/in* (kann auf einen Kurs zugreifen und an den Kurs-Aktivitäten teilnehmen)
- *Gast* (kann Kurse ansehen, aber an keinen Aktivitäten teilnehmen)
- *authentifizierte/r Nutzer/in* (Rolle, die alle angemeldeten Nutzer/innen haben)
- *authentifizierte/r Nutzer/in auf der Startseite* (Rolle für angemeldete Nutzer/innen auf der Startseite)

Es ist natürlich auch möglich weitere Rollen und rollenspezifische Rechte durch den Administrator[1] anlegen zu lassen, vgl. [10].

Eine **Möglichkeit zur Anmeldung** bei einem Moodlekurs ist zum Beispiel, die E-mail-basierte Selbstregistrierung, dabei erstellt der Nutzer selbst ein Konto für sich und bekommt anschließend eine E-mail mit einem Bestätigungslink. Danach wird diesem Benutzer automatisch eine Rolle zugewiesen, welche standardmäßig Student bzw. Teilnehmer ist. Ob und wie weit ein selbstregistrierter Benutzer an einem Kurs teilnehmen kann, entscheidet der Administrator.

Das Aussehen dieser Anmeldeseite ist vom allgemeinen Aussehen der Moodleplattform abhängig, eine Variante zeigt die folgende Abbildung.

[1] Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird im folgenden Text nur die männliche Form verwendet. Gemeint ist stets sowohl die weibliche als auch die männliche Form.

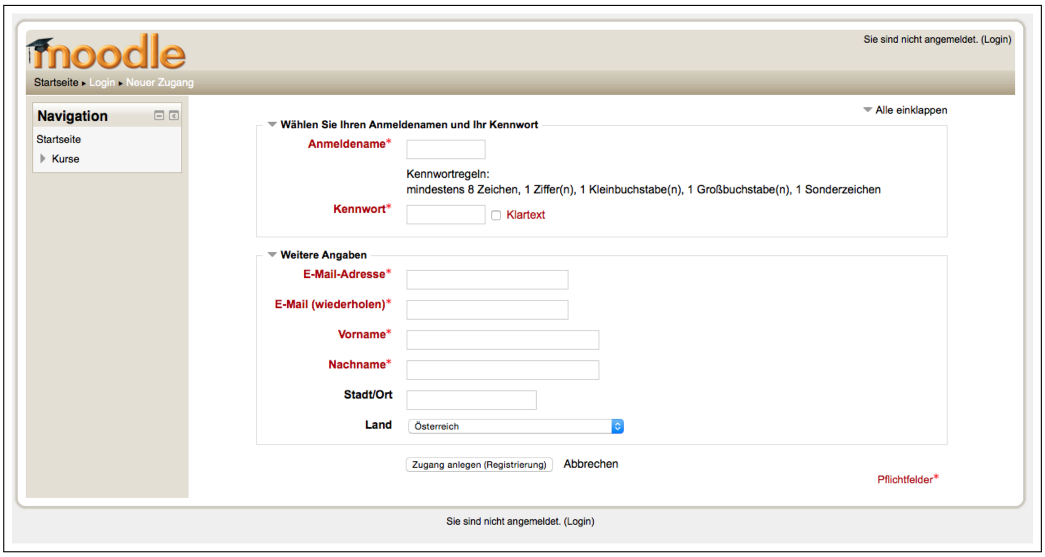


Abbildung 2.2: Moodle Selbstregistrierung Anmeldeformular [19]

Eine weitere häufig verwendete Option zur Anmeldung ist die **manuelle Authentifizierung durch den Administrator**. Dabei legt der Administrator ein Konto für den Benutzer an, der wiederum per E-mail über seine Anmeldung im Kurs informiert wird.

Um zwischen den Kursen beziehungsweise den Kursbereichen zu wechseln, befindet sich am linken Rand eine **Navigationsleise**. Der oberste Link der Leiste führt wieder zurück zur Startseite, wo der Lernende eine Übersicht seiner Kurse findet.

Neben den Inhalten des Kurses kann der Administrator auch das **Erscheinungsbild** der Startseite und Kursseiten in großem Maße ändern. Dies bringt den Vorteil, dass der Moodle-Kurs optisch den Teilnehmerinnen und Teilnehmern entsprechend gestaltet werden kann.

Ein Moodle **Theme** kann man sich als Designvorlage vorstellen, die das Aussehen der Moodle Plattform bestimmt. In dieser Vorlage ist gespeichert, wie etwa der Hintergrund aussieht oder wie die Überschriften, der Text und Links gestaltet sind. Von Moodle werden zahlreiche Standard-Designs angeboten, jedoch besteht die Möglichkeit eigene Moodle Themes zu erstellen beziehungsweise aus dem Internet geladene Themes zu installieren. Die Installation benötigt zwar ein wenig technisches Know-how, jedoch bietet Moodle eine gute Erklärung in ihrer Dokumentation an.

Um eine **Kommunikation** zwischen Lernenden und Administrator/in, beziehungsweise zwischen den Lernenden selbst zu ermöglichen, bietet Moodle einige Optionen an. Einerseits können direkt **Nachrichten** an Benutzer versendet beziehungsweise selbst empfangen werden, andererseits ist eine Kommunikation anhand eines **Forums** möglich. Standardmäßig ist ein Nachrichtenforum eingerichtet, das dem Kursadministrator die Möglichkeit bietet, den Kursteilnehmern eine Gruppennachricht zu übermitteln. Neben dem Nachrichtenforum, kann auch eine beliebige Anzahl an weiteren Foren, von dem Administrator oder den Kursteilnehmern, eröffnet werden. Zusätzlich kann der Lehrende einen **Chat** für den Kurs aktivieren und direkt mit den Lernenden zu kommunizieren. Auch hier können viele benutzerdefinierte Einstellungen, wie der Name des Chats, Beschreibung oder die Sichtbarkeit für einzelne Gruppen von Kursteilnehmern, vorgenommen werden

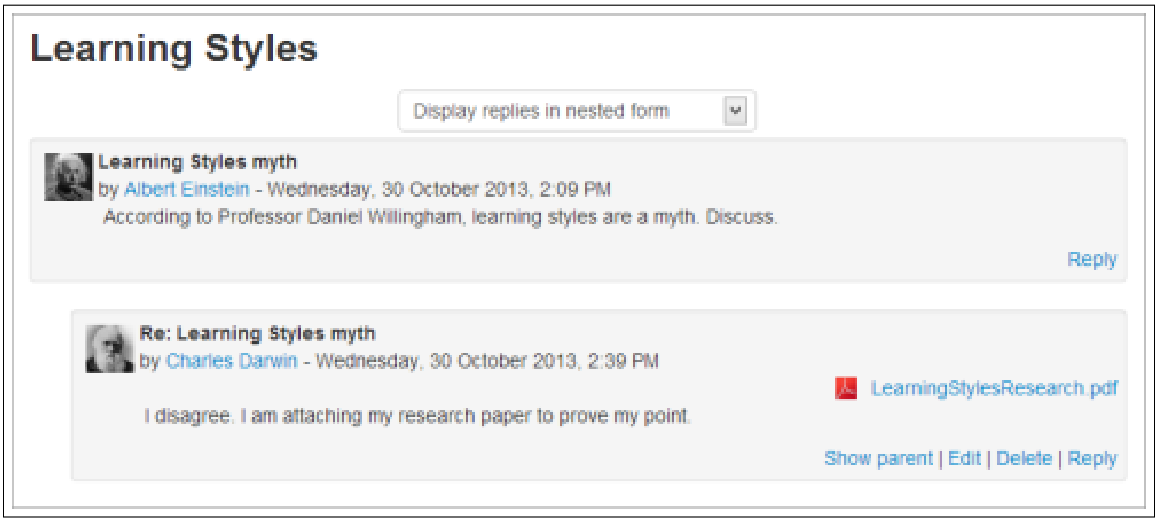


Abbildung 2.3: Beispiel eines Forumeintrages [10]

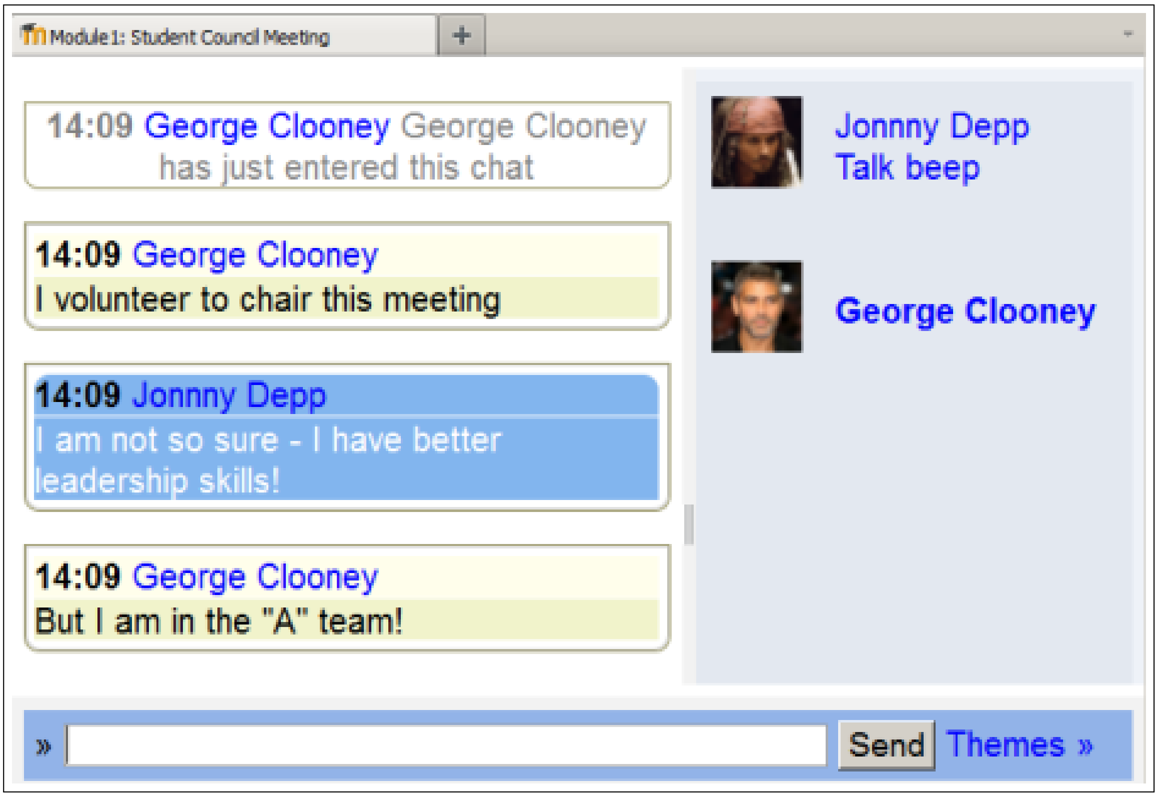


Abbildung 2.4: Beispiel einer Unterhaltung im Moodle Chat [10]

Ein großer Vorteil, der für den Einsatz von Moodle im Unterricht spricht, ist die Möglichkeit der **Online-Abgabe** von Dokumenten. So können zum Beispiel Hausaufgaben von der Lehrerin bzw. vom Lehrer auf Moodle veröffentlicht werden und ein fixer Abgabetermin für die Schülerinnen und Schüler festgelegt werden. Nach dieser Deadline kann die Abgabe entweder deaktiviert werden, oder die Lernenden erhalten bei einer Verspätung weniger Punkte. So können die Jugendlichen auf die Einhaltung von Deadlines im Berufsleben vorbereitet werden. Zusätzlich zur **Bewertung** mit Punkten können die Lehrenden ein schriftliches Feedback zu einer erfolgten Abgabe geben.

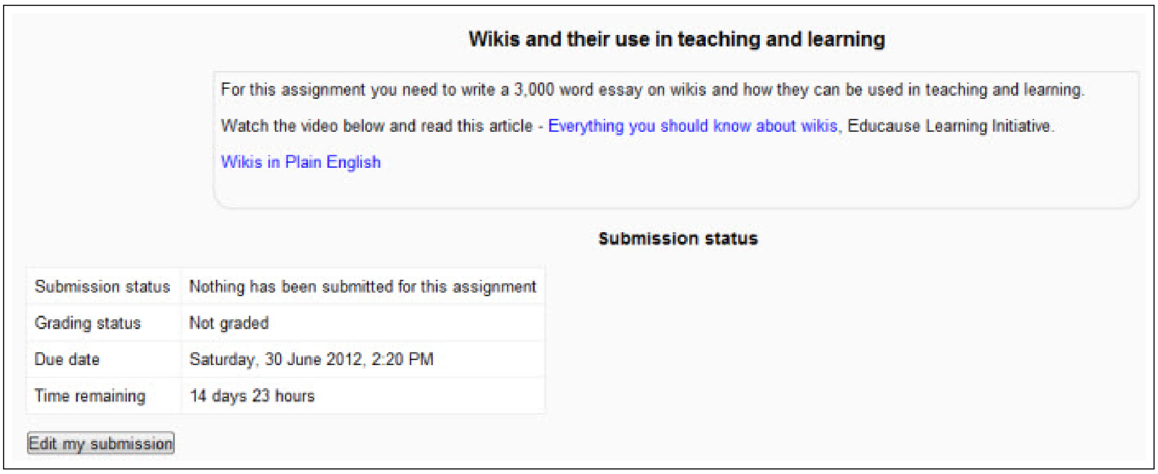


Abbildung 2.5: Beispiel einer Online-Abgabe [10]

Neben der Bereitstellung von Lerninhalten und Abgabe von Hausaufgaben ist es auch möglich, dass **Wissensüberprüfungen** via Moodle stattfinden. Zur Erstellung eines Tests hat der Kursleiter die Möglichkeit Testfragen neu anzulegen oder aus einer bereits erstellten Fragensammlung auszuwählen. Folgende Fragetypen werden zur Zeit von Moodle zur Verfügung gestellt:[10]

- Multiple Choice
- Wahr/Falsch
- Kurzantwort
- Numerisch
- Berechnet
- Freitext
- Zuordnung
- Zufällige Kurzantwort-Zuordnung
- Lückentext
- Berechnete Multiple-Choice-Frage
- Einfach berechnet
- Beschreibung

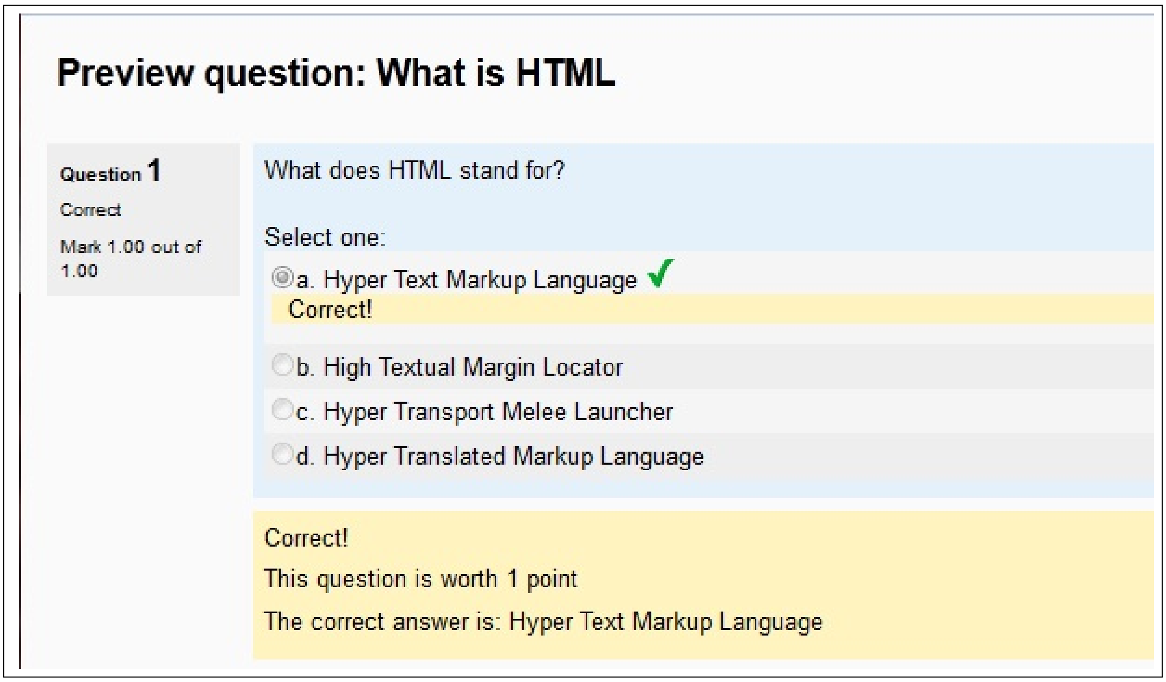


Abbildung 2.6: Beispiel: Multiple Choice Tests mit sofortigen Feedback [25]

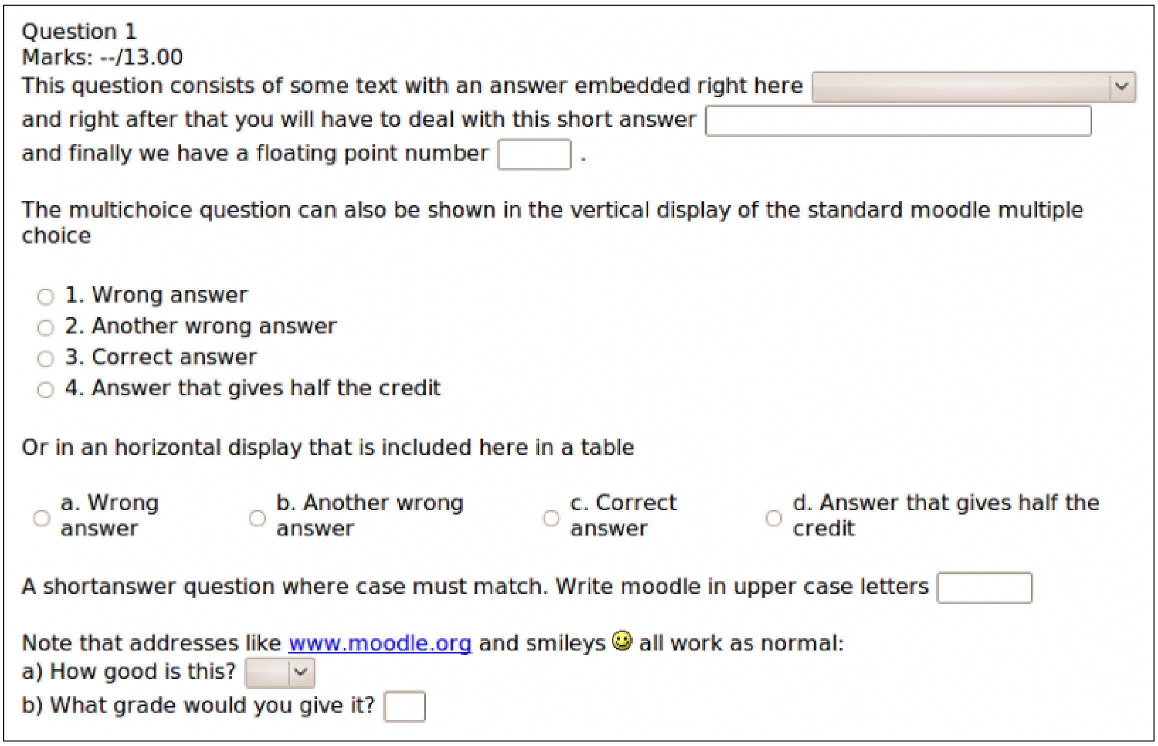


Abbildung 2.7: Beispiele mehrerer Fragetypen in einem Test [10]

2.2 Einsatzgebiete

Lernmanagementsysteme wie Moodle ermöglichen Bildungseinrichtungen und anderen Organisationen Personen zu unterrichten. Laut Moodle wird ihr Kursmanagementsystem von folgenden Institutionen verwendet : [10]

- Universitäten
- Hochschulen
- Grundschulen
- anderen Bildungsanstalten
- Gesundheitsorganisationen
- Militärischen Organisationen
- Fluglinien
- usw.

Diese Auflistung macht deutlich, dass Moodle nicht nur im Unterricht in klassischen Bildungsanstalten, sondern auch zur Weiterbildung in diversen Berufssparten verwendet werden kann.

Zum Beispiel wurde das Kursmanagementsystem von der Automarke Mazda verwendet, um die Angestellten ihrer Montagefirma in Kolumbien zu schulen. Diese viruellen Kurse wurden für Angestellte verschiedenster Bereiche wie zum Beispiel Vertrieb, technischer Service und Kundenbetreuung angeboten. Das Unternehmen konnte so sichergehen, dass die Angestellten unternehmenskonform geschult wurden. Zusätzlich bringt diese Art der Mitarbeiterschulung eine enorme Kosteneinsparung mit sich [31].

2.3 Geschichte

Moodle wurde 1999 von dem Australier *Martin Dougiamas* entwickelt. Dougiamas machte schon früh Erfahrungen mit Fernunterricht, da er Kurse an einer sogenannten Air School belegte. Diese Art der Schule wird in den dünnbesiedelten Gebieten Australiens angeboten, dabei werden Lernmaterialien (früher über den Postweg, heute via Internet) zwischen LehrerIn und SchülerIn ausgetauscht und Unterrichtsstunden über Funktelefone abgehalten, siehe [47]. Während seines Studiums an der Curtin Universität versuchte er Alternativen zu dem verwendeten Lernmanagementsystem WebCT zu entwickeln. Zunächst startete Dougiamas mit sehr einfachen Systemen, die die Grundlage für seine Arbeit "Improving the Effectiveness of online Learning" war, vgl. [36].

Moodle ist eine eingetragene Marke, das bedeutet dass die Verwendung des Namen für eine eigene Software (z.B. Moodle Support) nur mit der Zustimmung von Moodle möglich ist. Bei der Verwendung der Bezeichnung von Moodle in anderen Kontexten, wie etwa Moodle Kurs, ist keine Erlaubnis einzuholen, vgl. [38].

Die erste Moodle Seite wurde 2001 von *Peter Taylor*, Professor an der Curtin Universität, erstellt und wird noch immer zur Verwaltung seiner Lehrveranstaltungen verwendet.

Zunächst war Moodle, als weltweit erfolgreiches Lernmanagementsystem, nur eine Vision von Dougiamas. Nach der Veröffentlichung von Moodle 1.0 im Jahr 2002 begannen weltweit Userinnen und User das System in mehrere Sprachen zu übersetzen und neue **"themes"**, also Benutzeroberflächen zu entwickeln. Unter grafischer Benutzeroberflächen versteht man den Teil der Software, den die Benutzerin beziehungsweise der Benutzer tatsächlich sieht, also Buttons, Textfelder, Grafiken usw.

2004 wurde an der Oxford Universität die erste Konferenz, eine sogenannte **Moodle Moot**, sowohl für die Entwicklerinnen und Entwickler als auch für die Benutzerinnen und Benutzer von Moodle abgehalten. Zu diesem Zeitpunkt gab es zwar nur 1000 registrierte Seiten, es begannen jedoch schon große Firmen sich als Partner zu bewerben.

Der größte internationale Erfolg konnte 2007 erzielt werden. Moodle wurde unter zirka 840 weiteren Teilnehmern vom **eLearning Guild** dreimal mit Platin und einmal mit Gold ausgezeichnet. “The eLearning Guild is the oldest and most trusted source of information, networking, and community for eLearning Professionals.“ [15]. Im Rahmen einer Studie werden vom eLearning Guild sowohl der Marktanteil, als auch die Zufriedenheit der Anwender in verschiedenen Sektoren von Lernmanagementsystemen getestet. [15]

2008 konnte sich Moodle schon über eine halbe Million User freuen. Im November 2010 wurde Moodle 2.0 veröffentlicht und wird derzeit alle sechs Monate mit neuen zusätzlichen Features erweitert. Die Anzahl der registrierten Benutzer wuchs auf über eine Million, die Anzahl der Moodle Partner auf über 50, vgl. [36].

Der derzeitige Schwerpunkt der Entwickler liegt auf der Verwendbarkeit von Moodle auf Smartphones und Tablets. 2013 konnte sogar eine HTML5 App veröffentlicht werden. Die neueste Version Moodle 2.5 passt sich automatisch auf die Bildschirmgröße der verwendeten Hardware an. Somit können Kurse problemlos auf Rechnern, Smartphones und Tablets betrachtet werden. [10]

3 GeoGebra

Für den mediengestützten Mathematikunterricht werden im World Wide Web zahlreiche Programme zu unterschiedlichsten Bereichen der Mathematik angeboten. Die Mathematiksoftware GeoGebra wird, wegen der umfangreichen Funktionen und der relativ einfachen Bedienung, für den Schulunterricht gerne eingesetzt und auch in Lernplattformen häufig eingebunden und verwendet.

GeoGebra ist eine **dynamische Mathematiksoftware** und setzt sich aus den Worten Geometrie und Algebra zusammen. Die Software kann kostenlos auf **Rechnern** mit den Betriebsystemen Windows, MacOS und Linux oder **Tablets** mit den Betriebssystemen Windows, iOS und Android heruntergeladen werden. Eine Version für das **Smartphone** ist zur Zeit noch nicht verfügbar, soll jedoch bereits in der Entwicklung sein. GeoGebra kann auch **online**, im Internetbrowser, verwendet werden. Auf Grund der umfangreichen Funktionen können neben Anwendungen der **Geometrie**, auch Beispiele im Bereich der **linearen Algebra**, **Statistik** und **Analysis** mit Hilfe von GeoGebra bearbeitet werden. Für die Lösung komplexer Aufgabenstellungen im Bereich Geometrie und Algebra, stellen das integrierten **Computeralgebrasystem (CAS)** und die **Tabellenkalkulationen** eine Hilfe dar. [26]

3.1 Aufbau einer GeoGebra-Datei

Folgende Grafik zeigt den Aufbau des Fensters von GeoGebra inklusive Bezeichnung einzelner Bereiche.

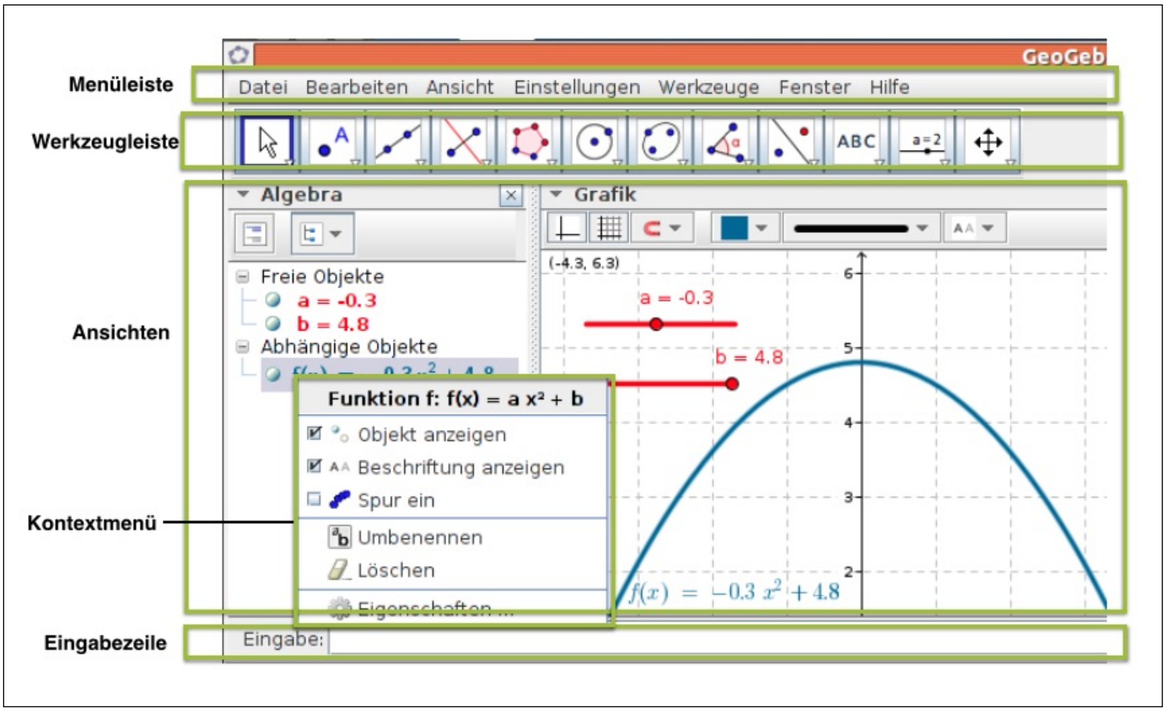


Abbildung 3.1: GeoGebra Fenster [17]

Folgende Punkte enthält ein GeoGebra Fenster beim Start beziehungsweise beim Öffnen eines neuen Fensters.

- **Menüleiste**
  Die Menüleiste in GeoGebra beinhaltet neben den, aus anderen Programmen bekannten, Menüs ”Datei”, ”Bearbeiten”, ”Ansicht”, ”Einstellungen”, ”Fenster” und ”Hilfe”, auch den Menüpunkt ”Werkzeuge” und den, nur bei neueren Versionen enthaltenen, Menüpunkt ”GeoGebraTube”.

  Unter dem Menüpunkt **”Datei”** finden sich nicht nur die üblichen Funktionen wie ”Neu” beziehungsweise ”Neues Fenster”, ”Öffnen” und ”Speichern”, sondern auch ”Teilen” und ”Export”. Durch Teilen kann man die erstellte Datei in einer, von GeoGebra frei zugänglichen, Materialiensammlung, genannt ”GeoGebra Tube”, veröffentlichen. Unter Export finden sich weitere Funktionen, wie etwa der Export des Arbeitsblattes in eine html-Datei.

  Der Menüpunkt **”Bearbeiten”**, **”Einstellungen”**, **”Fenster”** und **”Hilfe”** enthalten bis auf wenige, kleine GeoGebra-spezifische Zusatzfunktionen, die aus anderen Programmen bekannten Funktionen.

  ”GeoGebra Tube” wird in neueren GeoGebra-Versionen auch als Menüpunkt gelistet und ist ein direkter Link zu der frei zugänglichen, von GeoGebra bereitgestellten, Materialiensammlung. Hier können Benutzer mit GeoGebra erstellte Dokumente für zur Verfügung stellen.

  Der Menüeintrag **”Ansicht”** in GeoGebra unterscheidet sich sehr stark zu dem in anderen Programmen, da hier alle möglichen Perspektiven und die Eingabezeile ein- und ausgeblendet werden können. Neben der, zu Beginn eingeblendeten, *Algebra- und Grafikansicht*, können ein *Tabellenkalkulationsfenster*, eine *CAS-Ansicht*, eine *zweites Grafikansicht*, ein Fenster für *3D-Grafiken*, das *Konstruktionsprotokoll* und ein *Wahrscheinlichkeitsrechner* ein- beziehungsweise ausgeblendet werden. Dieser Wahrscheinlichkeitsrechner kann sowohl verschiedene Verteilungen visualisieren, als auch statistische Kenngrößen berechnen.

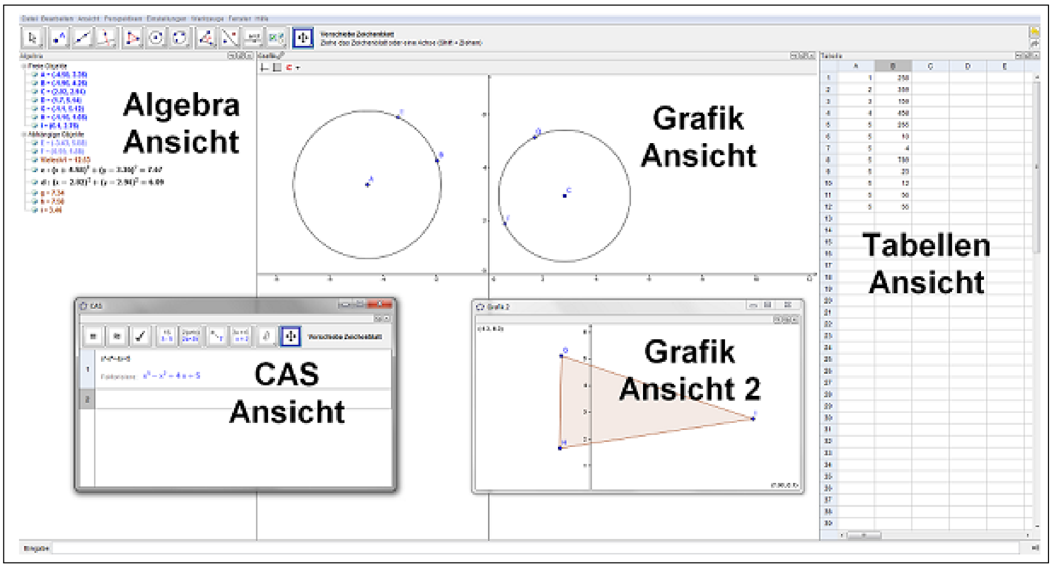


Abbildung 3.2: Ansichten in GeoGebra [53]

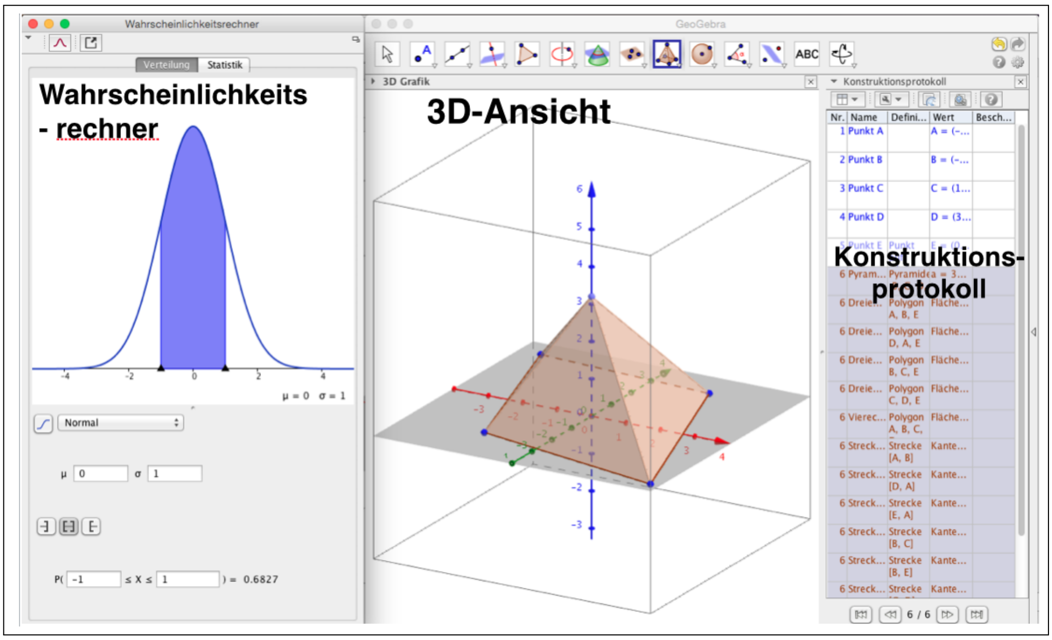


Abbildung 3.3: weitere Ansichten in GeoGebra [27]

- **Werkzeugleiste**
  Die Werkzeugleiste wird bei jedem Wechsel zu einer anderen Ansicht angepasst und stellt die entsprechenden Werkzeuge zur Erstellung oder Bearbeitung der Objekte bereit. Die Ansichten *Algebra*, *Grafik* und *Konstruktionsprotokoll* teilen sich dabei die selbe Werkzeugleiste.

- **Kontext-Menü**
  Das Kontext-Menü öffnet sich beim Rechtsklick auf das Ansichtsfenster oder ein erstelltes Objekt. Hier kann man entweder sofort wichtige Eigenschaften eines Objekts beziehungsweise des Ansichtsfensters verändern, oder über den letzten Kontext-Menüpunkt zu weiteren Einstellungen gelange.

- **Eingabezeile**
  Die Eingabezeile dient zur Eingabe von zum Beispiel Funktionsgleichungen, Punktkoordinaten für die 2D- und 3D-Grafiken und vieles mehr.

3.2 Einsatzgebiete

Auf Grund der einfachen und übersichtlichen Benutzeroberfläche wird GeoGebra weltweit von Lehrenden in naturwissenschaftlichen Fächern eingesetzt. Vor allem zur Entwicklung dynamischer und statischer Materialien für analoge und digitale Lernmaterialien kann GeoGebra verwendet werden. [26]

Vor allem die neueste Version von GeoGebra weist eine enorme Vielfalt an Funktionen auf.

Einige für den Schulalltag interessante Anwendungen sind:

- Visualisierung geometrischer Objekte in der Ebene und im Raum
- Darstellung von Funktionen
- Berechnungen mit Brüchen, Gleichungen und Formeln
- Tabellenkalkulationen
- Berechnung statistischer Kenngrößen

3.3 Geschichte

Die erste Version von GeoGebra wurde zwischen 2001 und 2002 von Markus Hohenwarter im Rahmen seiner Diplomarbeit in den Studien Mathematik Didaktik und Informatik an der Universität Salzburg entwickelt. Im Rahmen seiner Doktorarbeit aus Mathematik Didaktik arbeitete Hohenwarter an seinem Projekt weiter und konnte 2006 eine neuere Version von GeoGebra veröffentlichen.

Auf Grund des großen Erfolgs bei zahlreichen Wettbewerben weltweit, wurde GeoGebra bereits 2006 in 25 Sprachen übersetzt. [18]

Zur Zeit arbeiten neben Markus Hohenwarter etwa 35 weitere Personen an der Weiterentwicklung der Software und dem Ausbau der kostenlosen Material- und Beispielsammlung.

Bis heute wurde GeoGebra bereits in mehr als 180 Sprachen von einem großen Team an freiwilligen Helfern übersetzt.[26]

4 Lernplattformen

Zu Beginn der Recherche zu Lernplattformen für den Mathematikunterricht basierend auf Moodle müssen geeignete Kriterien zur Suche gefunden werden. Es wurde darauf geachtet nur Plattformen zu erwähnen, die entweder ohne oder durch kostenlose Anmeldung zu benutzen sind.

Dadurch konnte das Ausmaß der Plattformen sehr eingeschränkt werden.

4.1 Folgen und Reihen auf edumoodle

Die Seite **edumoodle** ist eine Sammlung von Lernplattformen, die von der **Education Group** zur Verfügung gestellt wird. Die Education Group wurde 2011 durch den Zusammenschluss des Education Highway mit dem Bildungsmedienzentrum gegründet, siehe [14].

Der **Education Highway** (kurz eduhi) wurde 1997 in Linz ins Leben gerufen und ist ein Informations- und Kommunikationssystem für alle Beteiligten im Bildungsbereich. Es soll zur Bewältigung der Herausforderungen der modernen Informationsgesellschaft dienen. Das **Bildungsmedienzentrum** (kurz bimez) ist eine Organisation zur Beschaffung und dem Verleih von audio-visuellen Lehrmedien.

Neben der Unterstützung von Pädagoginnen und Pädagogen bei deren Vorbereitung und Gestaltung des Unterrichts, stellt die Education Group auch die dafür notwendige Infrastructur, wie zum Beispiel Mail- und Internetservices zur Verfügung. Durch edumoodle können neue Medien leicht in den Unterricht eingebaut werden, da die Education group neben fertigen Moodle-Kursen auch Schulungen dazu anbietet. Jede österreichische Schule und Bildungseinrichtung hat so die Möglichkeit Moodle zu nutzen ohne selbst einen Moodle-Server betreiben zu müssen. Auch die Kommunikation und der Wissensaustausch bei schulübergreifenden Projekten kann mit edumoodle erleichtert werden. [14]
Zum Thema Mathematik in der Oberstufe werden derzeit folgende Kurse angeboten:

- Kombinatorik im Paralleluniversum
- Quadratische Funktion - Graph
- Exponentialfunktion - Logarithmus
- Folgen und Reihen - Einstieg
- Simulation von Zufallsexperimenten mit Excel

Genauer beschreiben wir den Kurs "Folgen und Reihen - Einstieg ", da dieser relativ umfangreich gestaltet wurde und sich auch sehr gut zur Selbsterarbeitung dieses Themas eignet. [48]

4.1.1 Beschreibung des Kurses

Der Moodle-Kurs wurde von Günther Schwarz erstellt und soll den Lernenden einen Einblick in die Eigenschaften von Folgen und Reihen bieten. Neben der theoretischen Einführung in das Themengebiet, können auch selbstständig Beispiele gelöst werden.
Ein großer Vorteil für Lehrpersonen, die die Plattform im Unterricht einsetzen wollen, ist die Möglichkeit des Downloads dieser Plattform.

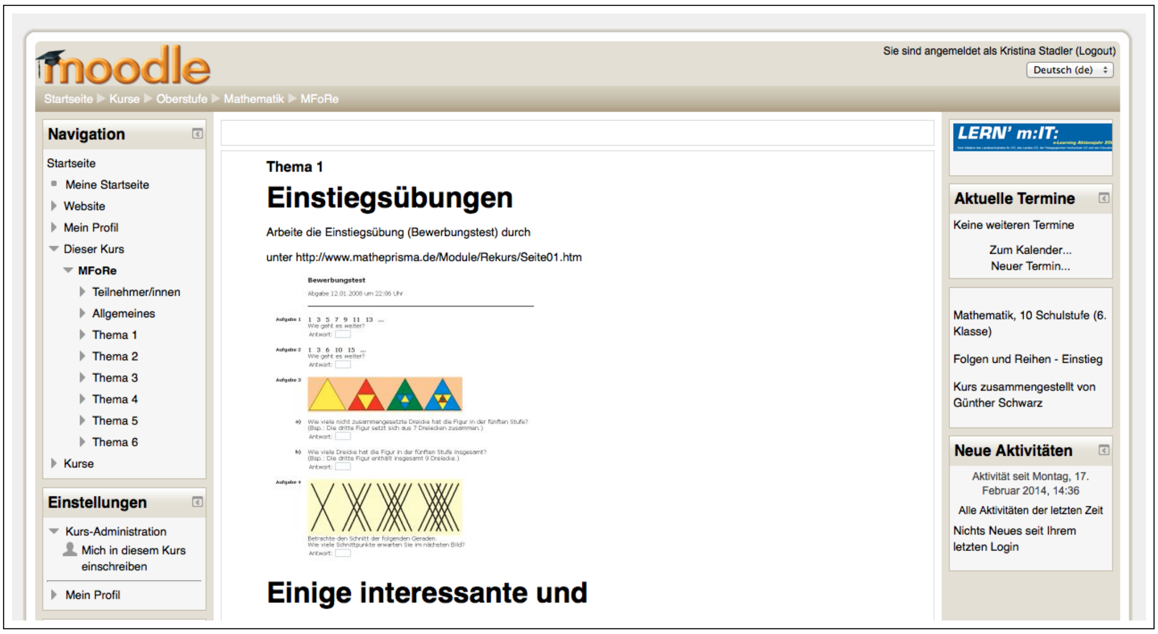


Abbildung 4.1: Startbildschirm des Moodle-Kurses [48]

4.1.2 Aufbau und Themengebiete

Diese Moodle Lernplattform zum Thema "Folgen und Reihen" wird in sechs Themenbereiche unterteilt und wird in folgendem Abschnitt beschrieben.

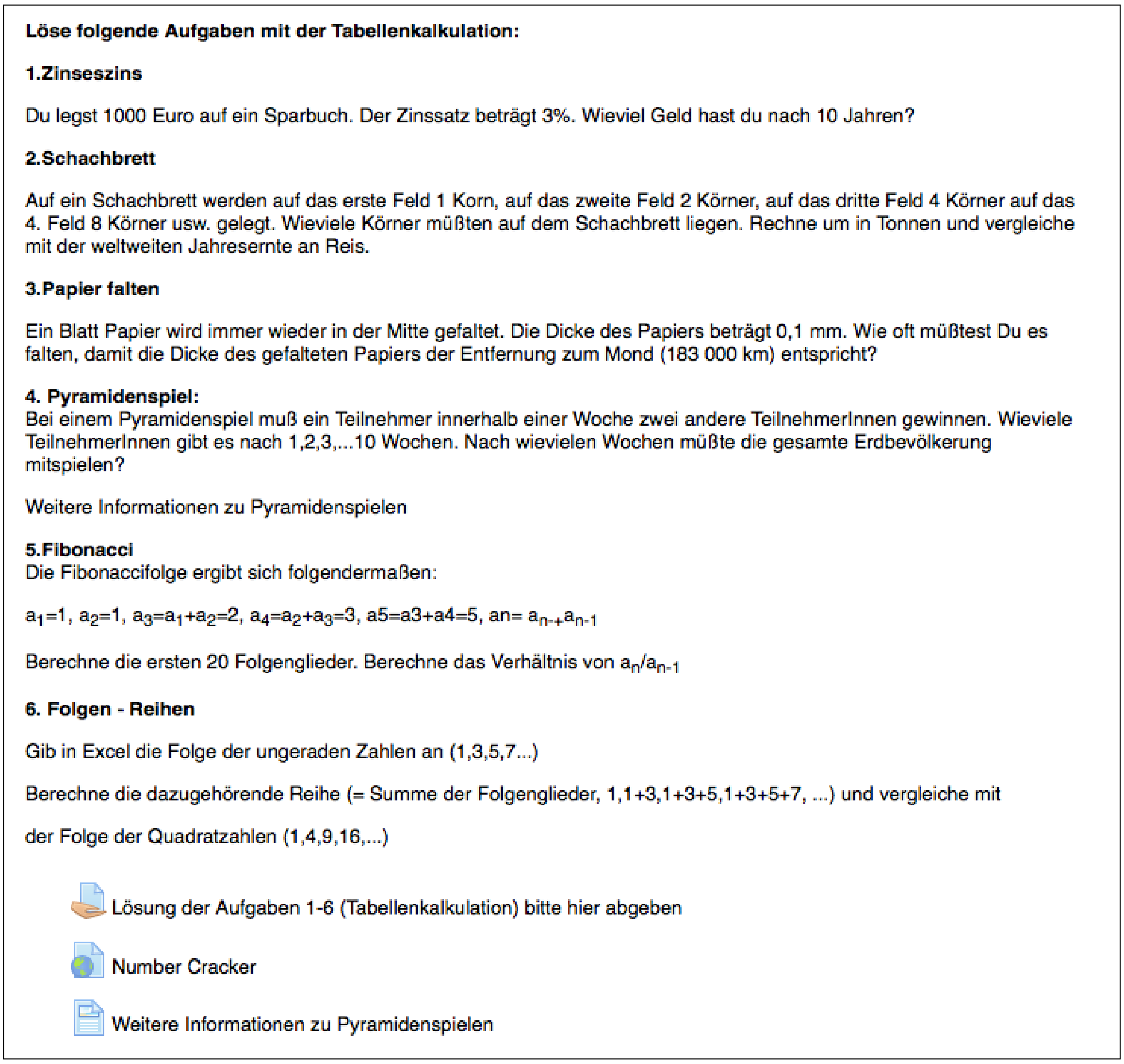
Thema 1

- **Einstiegsübungen**
  Am Beginn der Moodleseite führt ein Link zur Internetseite des **Matheprismas**, eine Modulsammlung (Mischung aus Lernplattform und Lernpfaden) zum Thema Mathematik. Benutzerinnen und Benutzer können auf dieser Seite selbst erstellte Mathematik-Module, ähnlich wie Moodle-Kurse veröffentlichen, siehe [1]. Hier können die Lernenden erste Beispiele zum Thema Folgen und Reihen lösen und sofort kontrollieren, ob die Aufgaben richtig gelöst sind.

  Eine Abbildung dieses Lernabschnittes wird zu Beginn dieses Kapitels zur Verfügung gestellt (siehe Abbildung 4.1).

- **Einige interessante und verblüffende Aufgabenstellungen**
  - In zweiten Teil des ersten Themas sollen die Lernenden sechs unterschiedliche Aufgabenstellungen mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogrammes lösen und anschließend online abgeben, um vom Lehrenden bewertet zu werden.
  - Anschließend können die Schülerinnen und Schüler ihr Können im Bereich Folgen testen. Schwarz stellt dazu einen Link zu dem Online Spiel 'Number Cracker' zur Verfügung. [13]
  - Der letzte Punkt befasst sich mit dem Thema 'Pyramidenspiel'. Die Fragestellung lautet: "Ein Teilnehmer muss innerhalb einer Woche zwei andere TeilnehmerInnen gewinnen. Wieviele TeilnehmerInnen gibt es nach 1,2,3,...10 Wochen. Nach wievielen Wochen müsste die gesamte Erdbevölkerung mitspielen? " Dieses Beispiel soll der Information und auch der Warnung der Lernenden dienen. Auf einer weiterführenden Moodleseite werden den Schülerinnen und Schülern neben einem Link zur Wikipediaseite auch drei Zeitungartikel zu diesem Themenbereich zur Verfügung gestellt.

Die folgende Abbildung zeigt ein Bild dieses Lernabschnitt, inklusive den Angaben der Beispiele und den zusätzlichen Links, die in diesem Modul angeboten werden.



Löse folgende Aufgaben mit der Tabellenkalkulation:

1.Zinseszins

Du legst 1000 Euro auf ein Sparbuch. Der Zinssatz beträgt 3%. Wieviel Geld hast du nach 10 Jahren?

2.Schachbrett

Auf ein Schachbrett werden auf das erste Feld 1 Korn, auf das zweite Feld 2 Körner, auf das dritte Feld 4 Körner auf das 4. Feld 8 Körner usw. gelegt. Wieviele Körner müßten auf dem Schachbrett liegen. Rechne um in Tonnen und vergleiche mit der weltweiten Jahresernte an Reis.

3.Papier falten

Ein Blatt Papier wird immer wieder in der Mitte gefaltet. Die Dicke des Papiers beträgt 0,1 mm. Wie oft müßtest Du es falten, damit die Dicke des gefalteten Papiers der Entfernung zum Mond (183 000 km) entspricht?

4. Pyramidenspiel:
Bei einem Pyramidenspiel muß ein Teilnehmer innerhalb einer Woche zwei andere TeilnehmerInnen gewinnen. Wieviele TeilnehmerInnen gibt es nach 1,2,3,...10 Wochen. Nach wievielen Wochen müßte die gesamte Erdbevölkerung mitspielen?

Weitere Informationen zu Pyramidenspielen

5.Fibonacci
Die Fibonaccifolge ergibt sich folgendermaßen:

a_1=1, a_2=1, $a_3=a_1+a_2$=2, $a_4=a_2+a_3$=3, a5=a3+a4=5, an= $a_{n-+}a_{n-1}$

Berechne die ersten 20 Folgenglieder. Berechne das Verhältnis von a_n/a_{n-1}

6. Folgen - Reihen

Gib in Excel die Folge der ungeraden Zahlen an (1,3,5,7...)

Berechne die dazugehörende Reihe (= Summe der Folgenglieder, 1,1+3,1+3+5,1+3+5+7, ...) und vergleiche mit

der Folge der Quadratzahlen (1,4,9,16,...)

Lösung der Aufgaben 1-6 (Tabellenkalkulation) bitte hier abgeben

Number Cracker

Weitere Informationen zu Pyramidenspielen

Abbildung 4.2: Interessante und verblüffende Aufgabenstellungen [48]

- **Folgen - ein interessanter Zusammenhang**
  Im folgenden Unterkapitel werden zwei englischsprachige Videos bereitgestellt. Der erste Kurzfilm zeigt Fibonaccis Entdeckung des Zusammenhangs einer Folge von ungeraden Zahlen mit einer Folge von Quadratzahlen. Er stellte fest, dass die Folge der Quadratzahlen durch Summierung der Folge von ungeraden Zahlen gebildet werden kann. Im zweiten Video wird die mathematisch richtige Schreibweise für Folgen und Reihen erklärt.

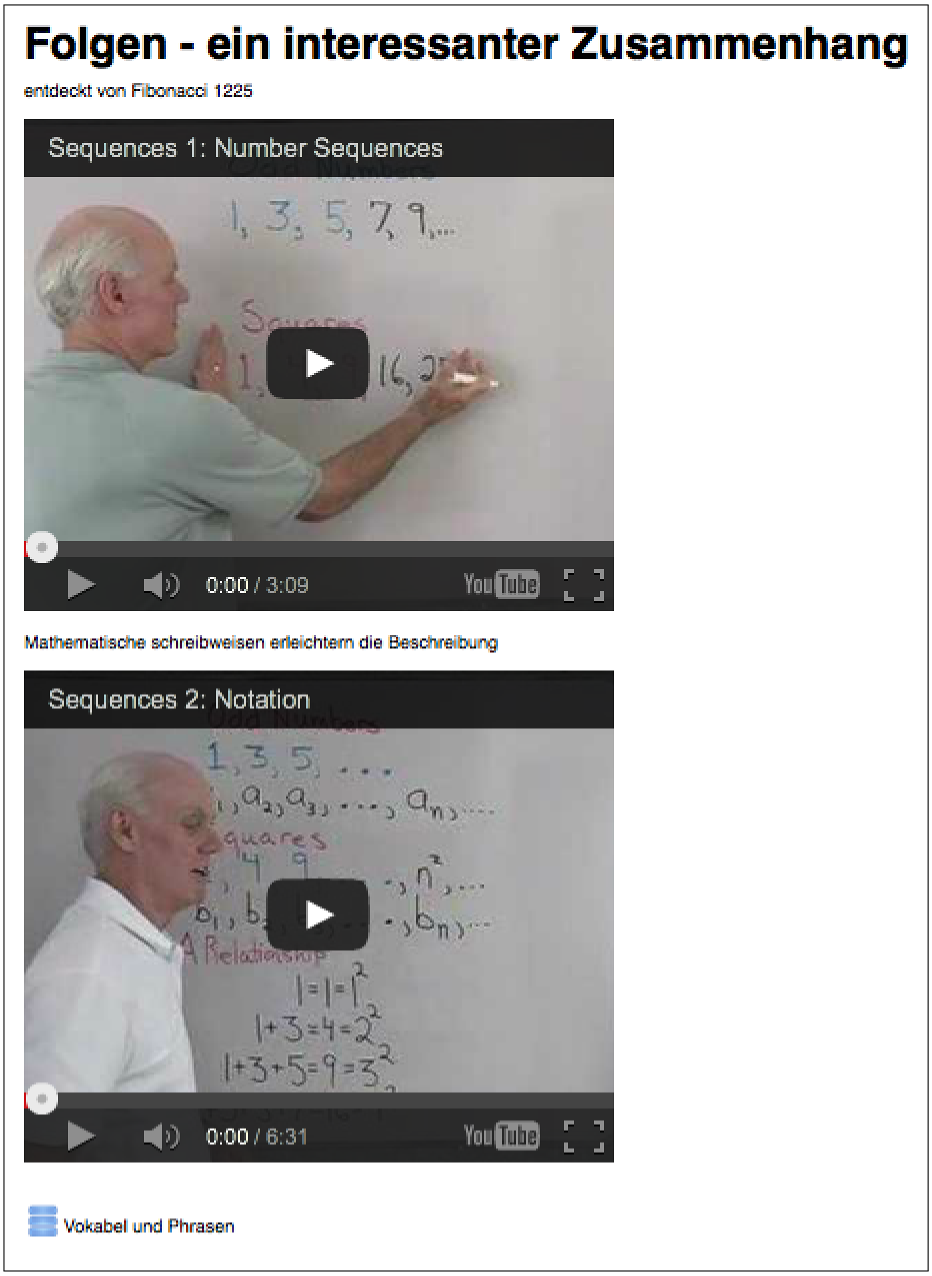


Abbildung 4.3: Auschnitt des Moduls - Folgen-ein interessanter Zusammenhang[48]

Um den Schülerinnen und Schülern eine kleine Hilfestellung zu geben, übersetzte der Autor der Moodle-Plattform die beiden am häufigsten vorkommenden Wörter 'sequence' und 'odd' ins Deutsche. Folgt man dem Link *Vokabel und Phrasen* wird man auf eine Unterseite des Kurses weitergeleitet, die ein Glossar mit den beiden Begriffen enthält.

Thema 2

- **Begriffserklärung**
  Da es wichtig ist von Beginn an mit dem richtigen Fachvokabular zu arbeiten, werden den Lernenden die wichtigsten Bezeichnungen, wie Folgenbegriff, Glieder und Zahlenfolge in folgender Abbildung erklärt.

Thema 2

Folgenbegriff: Wenn jeder natürlichen Zahl n genau ein Element aus einer Menge M zugeordnet ist, so spricht man von einer (unendlichen) *Folge*.

Glieder: Man bezeichnet a_n als das n-te Glied der Folge.

Zahlenfolgen: Wenn jeder natürlichen Zahl n genau eine (hier: reelle) Zahl a_n zugeordnet ist, spricht man von einer (unendlichen) *Zahlenfolge*. Zahlenfolgen sind also ein Spezialfall des allgemeinen Folgenbegriffs auf der Menge der reellen Zahlen.

Abbildung 4.4: Folgen - ein interessanter Zusammenhang[48]

- **Darstellungsarten von Folgen**
  In diesem Themen-Abschnitt wird der Unterschied zwischen der expliziten und der rekursiven Definition von Folgen erläutert.

Darstellungsarten von Folgen

Eine Folge kann auf zwei Arten definiert werden, nämlich explizit und rekursiv. Wir werden beide Arten auf dieser Seite kennen lernen.

Explizite Definition

Man definiert eine Folge explizit, indem man eine Formel angibt, aus der ein bestimmtes Glied (a_n) sofort berechnet werden kann.

Beispiel:

$$a_n = 2^{n-1} \cdot 5$$

Wie gesagt, mit einer expliziten Formel kann man z.B. das 5-te Glied sofort berechnen:

$$a_5 = 2^{5-1} \cdot 5 = 16 \cdot 5 = 80$$

Rekursive Definition

Bei der rekursiven Definition gibt man das erste Glied der Folge an (a_1), sowie zweitens eine Formel, mit der man aus einem beliebigen Glied (a_n) das nachfolgende Glied (a_{n+1}) berechnen kann.

Beispiel:

$$a_1 = 5 \qquad a_{n+1} = 2 \cdot a_n$$

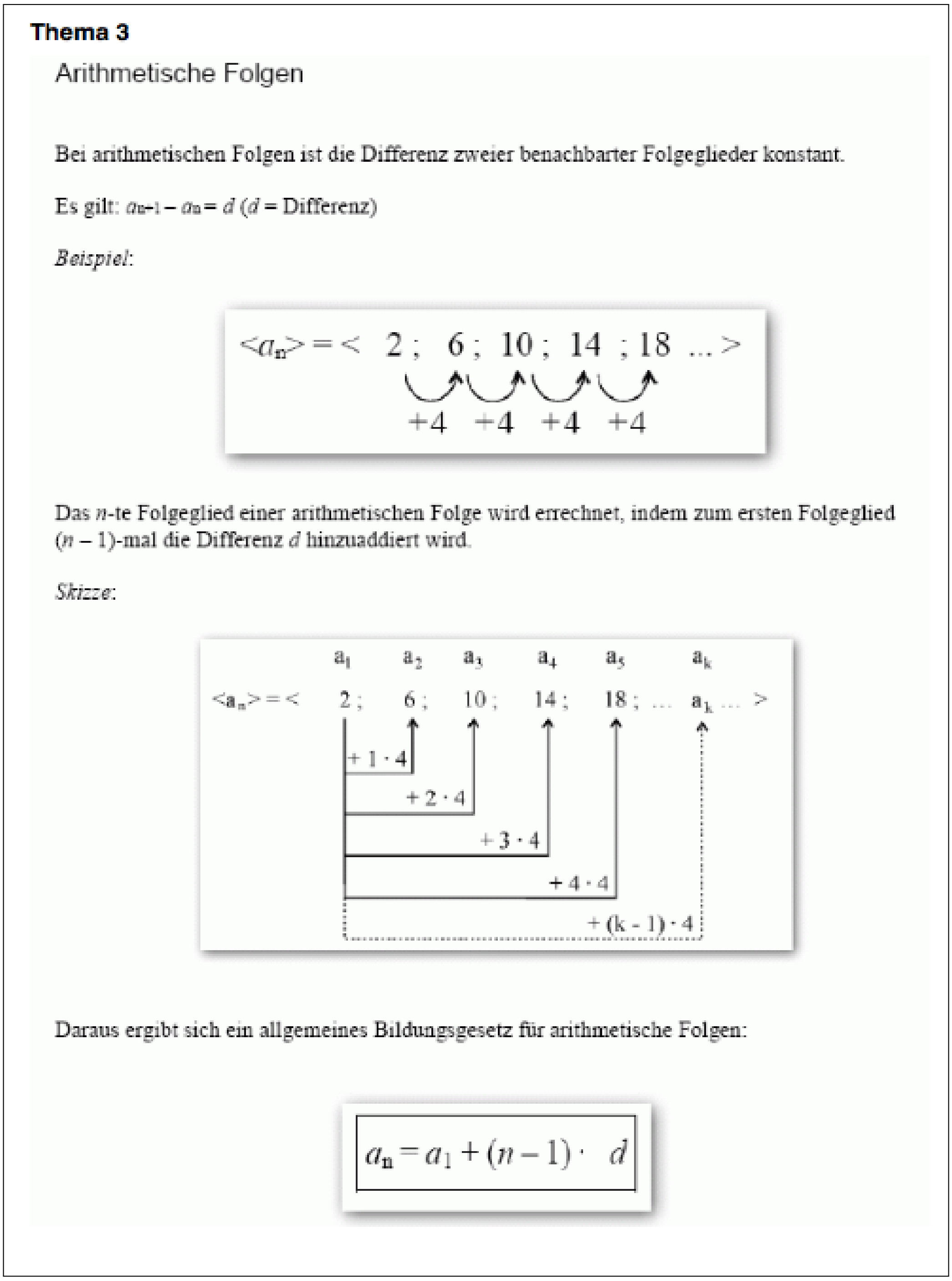
Aufgrund dieser beiden Angaben kann man alle Glieder der Folge bestimmen:

$a_1 = 5$
$a_2 = 2 \cdot 5 = 10$
$a_3 = 2 \cdot 10 = 20$
$a_4 = 2 \cdot 20 = 40$
$a_5 = 2 \cdot 40 = 80$

Abbildung 4.5: Darstellungsarten von Folgen[48]

Thema 3 - Arithmetische Folgen

Dieses Kapitel befasst sich mit dem Thema *Arithmetische Folgen*, deren Definition und deren Bildungsgesetz. Dieser Erklärungen werden in folgender Abbildung zur Verfügung gestellt.



Thema 3

Arithmetische Folgen

Bei arithmetischen Folgen ist die Differenz zweier benachbarter Folgeglieder konstant.

Es gilt: $a_{n+1} - a_n = d$ (d = Differenz)

Beispiel:

$$\langle a_n \rangle = \langle\ 2;\ 6;\ 10;\ 14;\ 18\ \ldots \rangle$$

Das n-te Folgeglied einer arithmetischen Folge wird errechnet, indem zum ersten Folgeglied $(n-1)$-mal die Differenz d hinzuaddiert wird.

Skizze:

Daraus ergibt sich ein allgemeines Bildungsgesetz für arithmetische Folgen:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot d}$$

Abbildung 4.6: Arthmetische Folgen - Definitionen[48]

Um das Gelernte praktisch anzuwenden, wurden vom Autor Übungen mit dem Programm **'Hot Potatoes'** erstellt.[24] Mit Hilfe dieser Software können interaktive multple-choice Quizzes, Kreuzworträtsel, Lückentext-Aufgaben und viele weitere Rätsel erstellt werden.[24] Diese können gut in den Unterricht eingebaut werden, da die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert werden die richtigen Ergebnisse in ihrem Heft zu notieren. Jede der sieben Übungen befasst sich mit dem Thema Arithmetische Folgen.

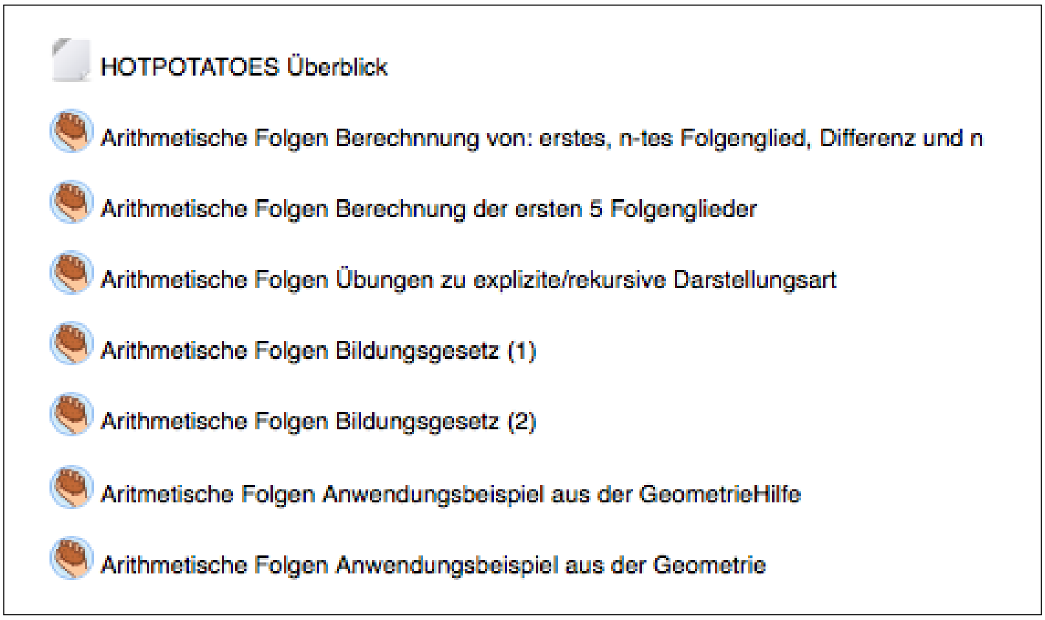


Abbildung 4.7: Hot Potatoes Beispiele zu arithmetischen Folgen[48]

In folgendem Abschnitt werden Beschreibungen und Abbildungen der gegebenen Aufgaben zu arithmetischen Folgen bereitgestellt. Jedes Ergebnis, das in die Textfelder eingegeben wurde, kann sofort auf dessen Richtigkeit von den Schülerinnen und Schüler überprüft werden.

Manche Übungen bestehen aus mehreren Beispielen, jedoch wird, aus Platzgründen, nur ein Beispiel pro Übung vorgestellt.

- **Berechnnung: erstes, n-tes Folgenglied, Differenz und n**
  Die Lernenden haben die Aufgabe mit einer vorgegebenen Formel, die Lücken einer Matrix richtig auszufüllen. Der Vorteil dieser Übung ist, dass sofort mit einem Knopfdruck überprüft werden kann, ob das berechnete Ergebnis stimmt. Die Schülerinnen und Schüler erkennen an dem noch veränderbaren Feld, dass das Ergebnis falsch oder korrekt berechnet wurde.

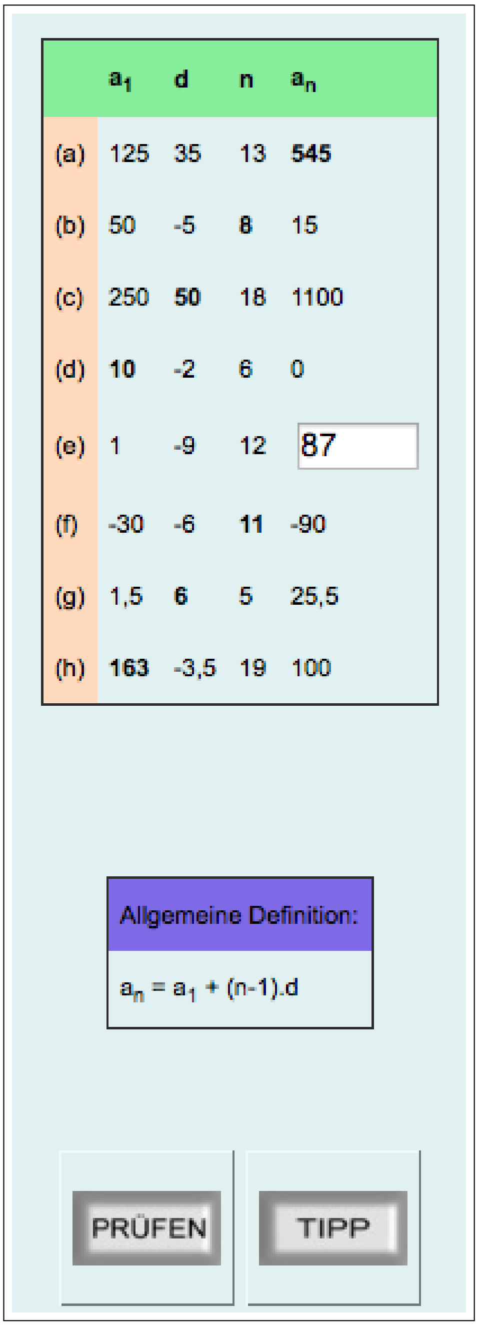


Abbildung 4.8: Hot Potatoes Beispiel zur Berechnung von Folgegliedern [48]

- **Berechnung der ersten 5 Folgenglieder**
  In diesem interaktiven Quiz sind explizite Termdarstellungen von fünf Folgen gegeben. Die Lernenden haben die Aufgabe jeweils fünf Glieder der gegebenen Folgen zu berechnen. Die eingegebenen Ergebnisse können sofort überprüft werden und die Schülerin beziehungs-

weise der Schüler erfährt anhand eines Popups, wieviel Prozent der abgegebenen Lösungen richtig sind. Die falschen Ergebnisse können wie bei der vorherigen Aufgabenstellung erkannt werden.

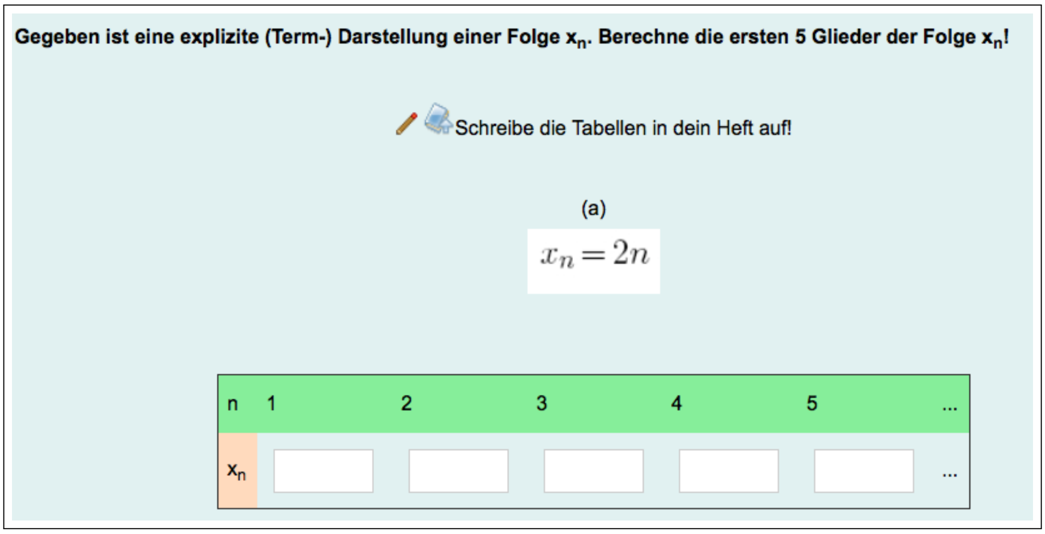


Abbildung 4.9: Hot Potatoes Beispiel zur Berechnung der ersten fünf Folgegliedern [48]

- **Übungen zu expliziten/rekursiven Darstellungsart**
  Bei diesen fünf Übungen haben die Lernenden die Aufgabe aus einer explizit gegebenen Termdarstellung die rekursive Darstellung herauszufinden. Auch hier können die Schülerinnen und Schüler ihre Vermutungen eingeben und überprüfen lassen. Jedoch müssen sie neben ihren gefundenen Lösungen auch einen Beweis für deren Richtigkeit im Heft niederschreiben.

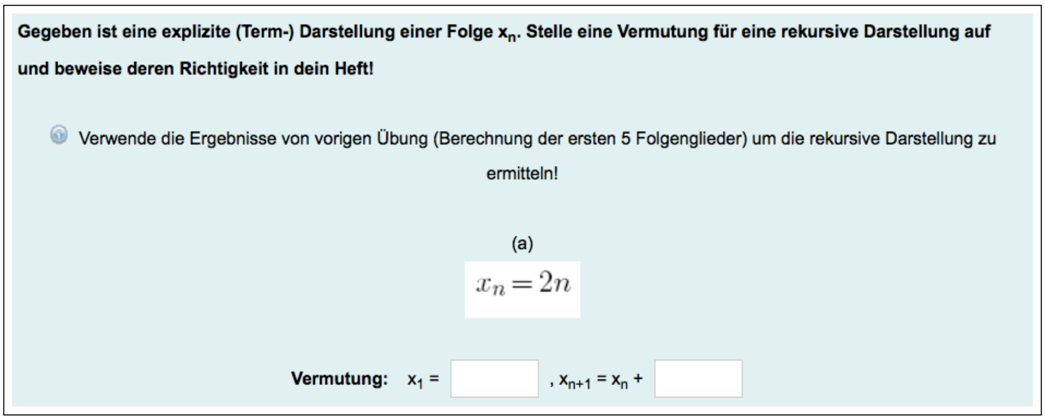


Abbildung 4.10: Aufgabe zur expliziten Darstellung einer Folge[48]

- **Bildungsgesetz (1)**
  In dieser Aufgabenstellung geht es darum, aus einer allgemeinen Definition einer Folge und einigen ersten Folgegliedern, das Bildungsgesetz für die angegebenen und die darauffolgenden Werte anzugeben. Da die Art der Eingabe nicht angegeben wurde, kann es sehr frustrierend sein, wenn die eigentlich richtige Antwort falsch gewertet wird. Zum Beispiel wäre die Lösung a_n=1+(n-1)*2 falsch, da das Quiz als richtige Lösung a_n=2n-1 erwartet.

Falsche Eingaben können wieder geändert werden.

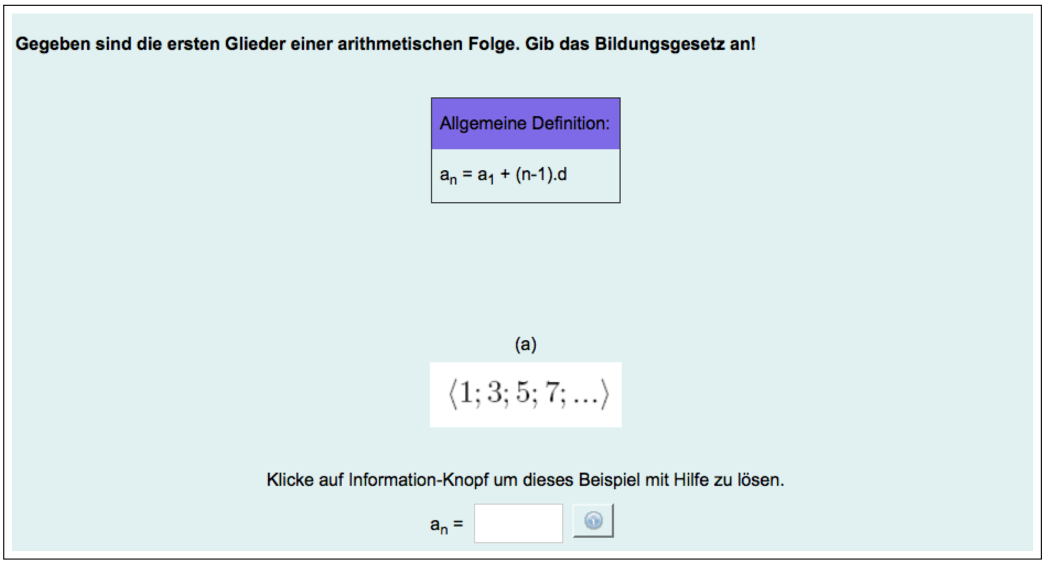


Abbildung 4.11: Bildungsgesetz einer Folge[48]

- **Bildungsgesetz (2)**
  Beim zweiten Teil der Übungen mit Bildungsgesetzen sollen die Schülerinnen und Schüler aus einer gegebenen Folge mit Brüchen das Bildungsgesetz finden. Auch bei diesen Aufgaben ist wieder die Schreibweise der Lösung ein Problem. Zudem haben manche Aufgabenstellungen keine eindeutige Lösung und es ist daher frustrierend, wenn die vermeintlich richtige Lösung als falsch bewertet wird.

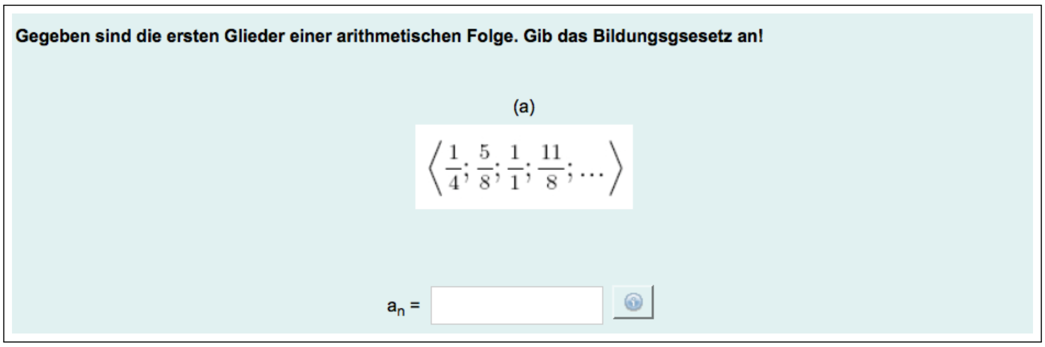


Abbildung 4.12: Bildungsgesetz einer Folge mit Brüchen[48]

- **Anwendungsbeispiel aus der Geometrie(1)**
  In diesem Beispiel wird deutlich ein Zusammenhang zwischen einzelnen Teilgebieten der Mathematik gezeigt. Es sollen anhand weniger gegebener Informationen (die beiden Seiten und die Diagonale eines Rechtecks bilden eine arithmetische Folge) der Flächeninhalt und Umfang berechnet werden. Leider stimmen die Seitenbezeichnungen in der angegebenen Skizze eines Rechtecks nicht mit der in der Aufgabenstellung überein. Dies ist mit Sicherheit sehr verwirrend für die Lernenden und kann zu großen Missverständnissen bei der Lösung des Beispiels führen.

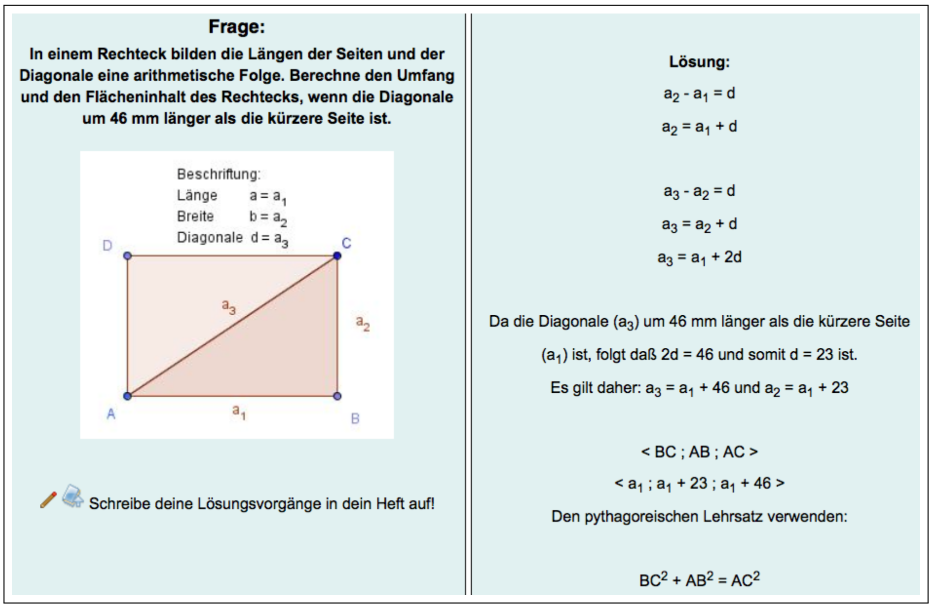


Abbildung 4.13: Anwendungsbeispiel aus der Geometrie - Hilfe[48]

- **Anwendungsbeispiel aus der Geometrie(2)**
  Auch in diesem Unterkapitel sollen die Schülerinnen und Schüler den Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken, ähnlich zur vorhergehenden Übung, berechnen. Da die Lernenden schon sehr viel Hilfe zur Lösung von Beispielen dieser Art bekommen haben, finden sie in diesen Aufgabenstellungen nur wenige Hinweise zum Lösungsweg.

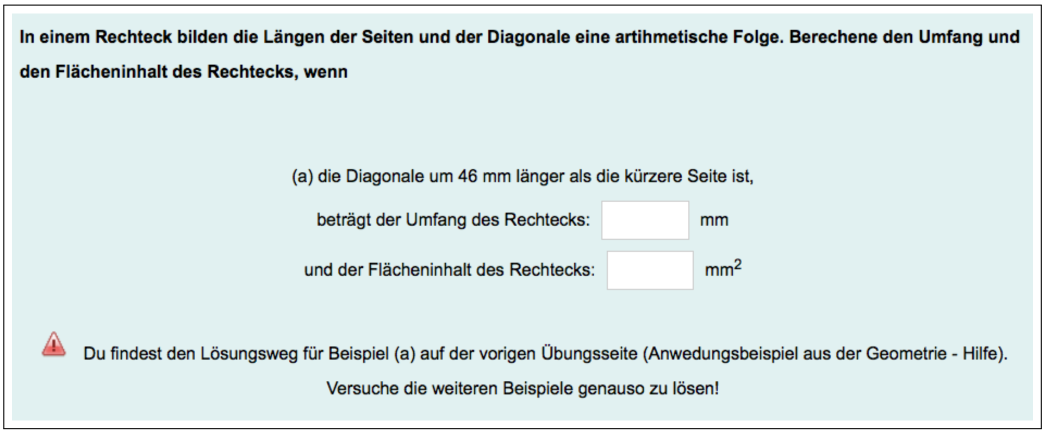


Abbildung 4.14: Anwendungsbeispiel aus der Geometrie[48]

Thema 4 - Geometrische Folgen

Der Aufbau und Inhalt des Kapitels zu *Geometrische Folgen* ist ähnlich zu dem Kapitel über *Arithmetische Folgen*. Zu Beginn des Kapitels wird eine theoretische Einführung in das Themengebiet anhand einfacher Formeln und Beispielen gegeben. Darauf folgend werden Beispiele, die mit dem Programm 'Hot Potatoes' erstellt wurden, bereitgestellt.

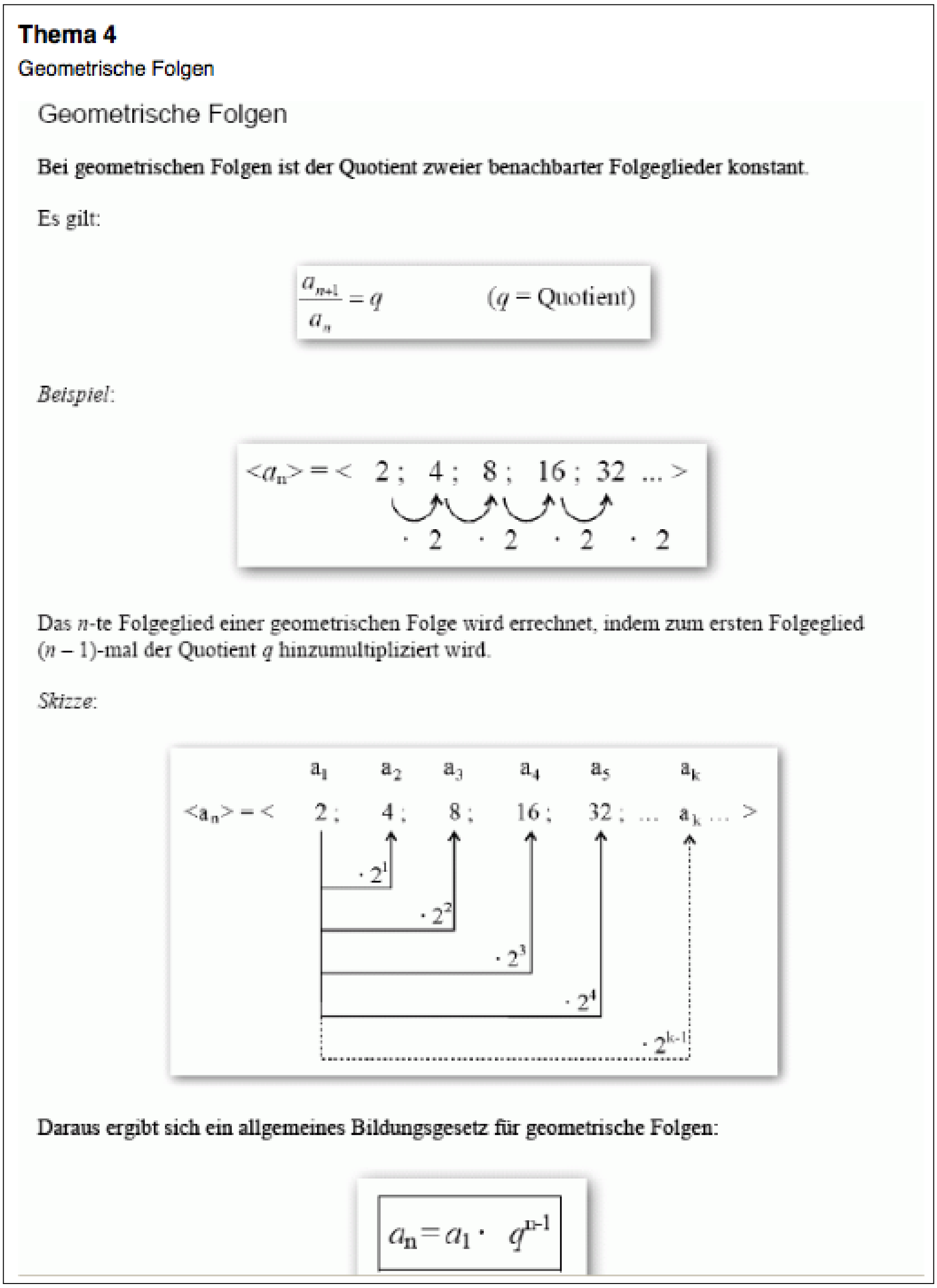


Abbildung 4.15: Geometrische Folgen - Definitionen[48]

- **Berechnung: erstes, n-tes Folgenglied, Quotient und n**
  Gleich wie bei den *Arithmetischen Folgen* besteht das erste Beispiel darin eine Tabelle fertig auszufüllen. Es sollen entweder das erste oder n-te Folgeglied, der Quotient oder n berechnet werden. Es besteht wieder die Möglichkeit die Ergebnisse sofort überprüfen lassen. Zusätzlich sollen die Lernenden die Lösungswege in ihren Heften notieren.

Von einer geometrischen Folge kennt man von vier Größen b_1, q, n, b_n jeweils 3. Berechne die fehlende Größe.

	b_1	q	n	b_n
(a)	7	4	9	
(b)	4096		14	0,5
(c)		-0,5	5	0,75
(d)	-5	2	8	
(e)	31		5	156,9375
(f)		3	4	270

Allgemeine Definition
$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

Abbildung 4.16: Aufgabe zur Berechnung von Folgegliedern[48]

- **Bildungsgesetz**
  Bei diesen Aufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler den Quotienten und das Bildungsgesetz (in unterschiedlicher Darstellungsweise) einer angegebenen geometrischen Reihe ermitteln.

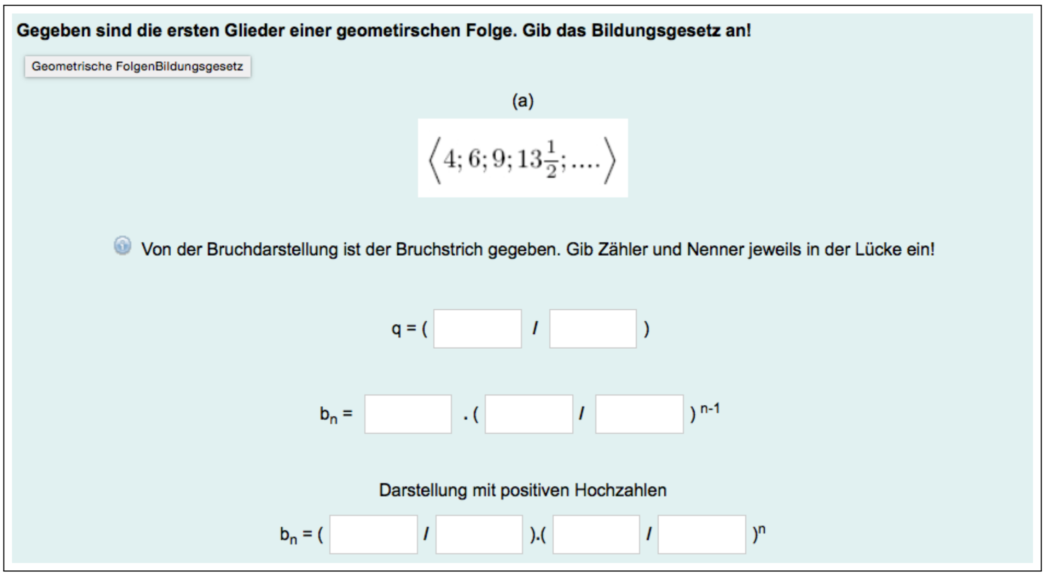


Abbildung 4.17: Aufgabe zum Bildungsgesetz von geometrischen Reihen[48]

- **Berechnung der ersten 5 Folgenglieder**
  Diese Aufgabenstellung befasst sich mit der Berechnung der ersten fünf Folgenglieder einer geometrischen Folge. Gegeben ist dabei das Bildungsgesetz, das erste Folgeglied und der Quotient.

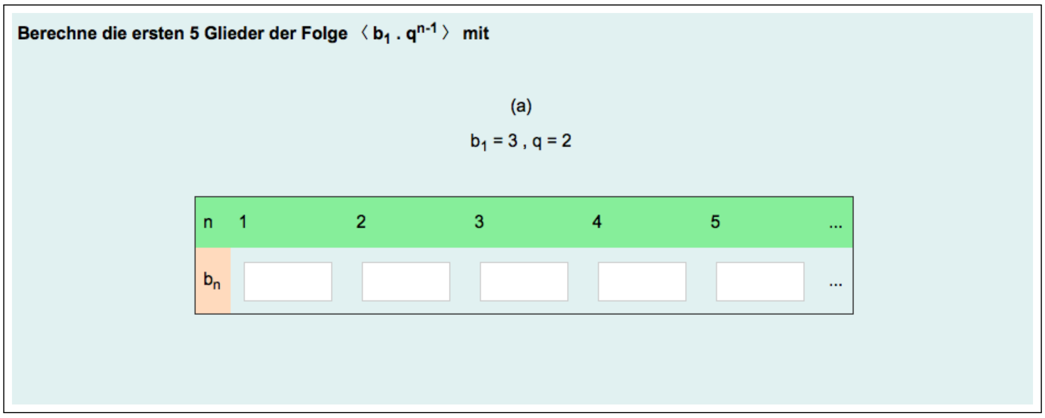


Abbildung 4.18: Aufgabe zur Berechnung der ersten fünf Folgeglieder einer geometrischen Reihe[48]

- **Anwendungsbeispiel aus der Geometrie (1)**
  In diesem Beispiel sollen die Lernenden Berechnungen rund um ein rechtwinkeliges Dreieck durchführen. Die Seitenlängen bilden dabei eine geometrische Folge. Zu berechnen sind zwei fehlende Seitenlängen und der Quotient der geometrischen Folge. Die Schülerinnen und Schüler erhalten bei dieser Aufgabe sehr viele nützliche Hinweise, um das Übungsbeispiel einfach lösen zu können. Eine Schwierigkeit könnte die verwendete Substitution darstellen.

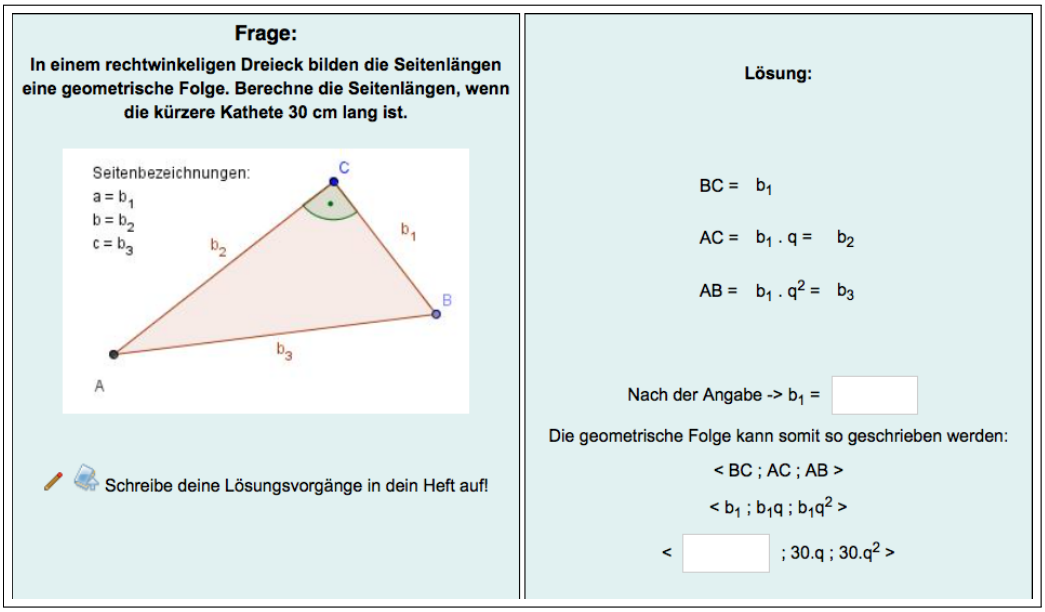


Abbildung 4.19: Teil eines Anwendungsbeispiels geometrischer Folgen[48]

- **Anwendungsbeispiel aus der Geometrie (2)**
  Gleich zur vorhergehenden Übung sollen die Seitenlängen eines rechtwinkeligen Dreiecks und der Quotient der dazugehörigen geometrischen Reihe berechnet werden.

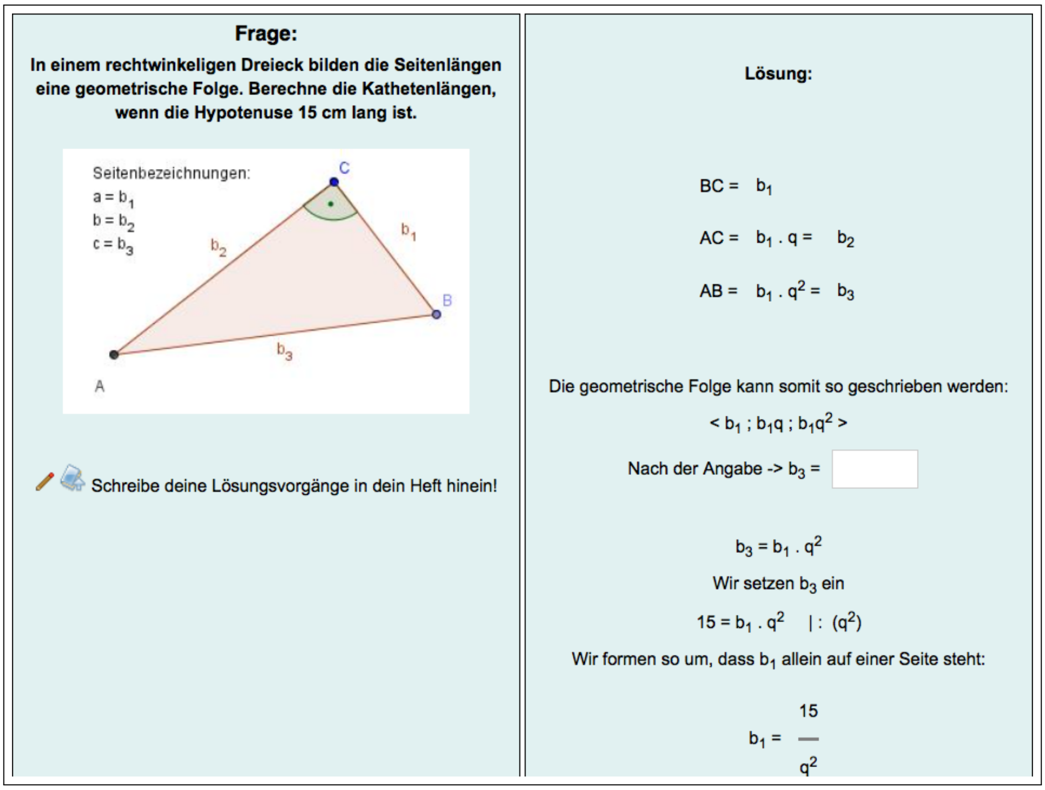


Abbildung 4.20: Teil eines Anwendungsbeispiels geometrischer Folgen[48]

Thema 5 - Darstellung von Folgen mit diversen Programmen

In diesem Kapitel wird den Lernenden die Möglichkeit der Darstellung von Folgen anhand von Grafiken näher gebracht. Der Autor nennt dabei folgende Mathematikprogramme, die sich gut für die Darstellung eignen.

- **GeoGebra**
  GeoGebra ist eine dynamische Mathematiksoftware, die von Lernenden jeder Altersstufe eingesetzt werden kann. Neben dem Bereich Geometrie, können auch Berechnungen aus dem Algebra und Analysis durchgeführt werden. Weitere Funktionen und Eigenschaften von GeoGebra, siehe Kapitel 3 dieser Arbeit.

- **Tabellenkalkulation**
  Eines der bekanntesten Tabellenkalkulationsprogramme ist Microsoft Excel. Im Mathematikunterricht kann die Software auch gut für Themen aus der Statistik verwendet werden. Zum Beispiel kann mit Excel sehr einfach aus einer gegebenen Datenmenge eine aussagekräftige Grafik erstellt werden. Jedoch können auch komplexere Aufgabenstellungen mit Formeln und Funktionen berechnet werden.

- **Mathematica**
  Die Software Mathematica ist ein Computeralgebrasystem und wurde erstmals 1988 von der Firma Wolfram veröffentlicht. Nicht nur im Bereich der Mathematik, sondern auch in anderen wissenschaftlichen Bereichen, wie zum Beispiel Biologie, Physik und Soziologie, kann das Programm nützlich sein, vgl. [45]. In der Schule kann Mathematica zur Lösung von komplexen Gleichungen, Differentialgleichungen oder Gleichungssystemen verwendet werden. Auch die Darstellung von Funktionsgraphen in 2- und 3-dimensionaler Form bietet einen großen Vorteil für einen anschaulichen Mathematikunterricht. [8]

- **Wiris**
  Das Unternehmen Wiris wurde von einer Gruppe Studierender in Barcelona gegründet und bietet drei Programme an, vgl. [40].
  Wiris editor ist ein einfacher visueller Editor, der es ermöglicht mathematische Formeln in einer html-Seite zu integrieren.

  Wiris quizzes ermöglicht es mathematische Quize in Moodle und anderen Lernplattformen zu erstellen.

  Wiris cas kann mathematische Berechnungen durchführen und die Lösung als Funktionsgraphen ausgeben. Es ist möglich *Wiris cas* in eine Lernplattform zu integrieren, jedoch ist auch eine offline Version zum Downloaden verfügbar.

Nach einer kurzen Auflistung bekannter Software, werden den Lernenden Musterbeispiele, die mit GeoGebra (als Datei zum Downloaden), Excel und Mathematica erstellt wurden, bereitgestellt.

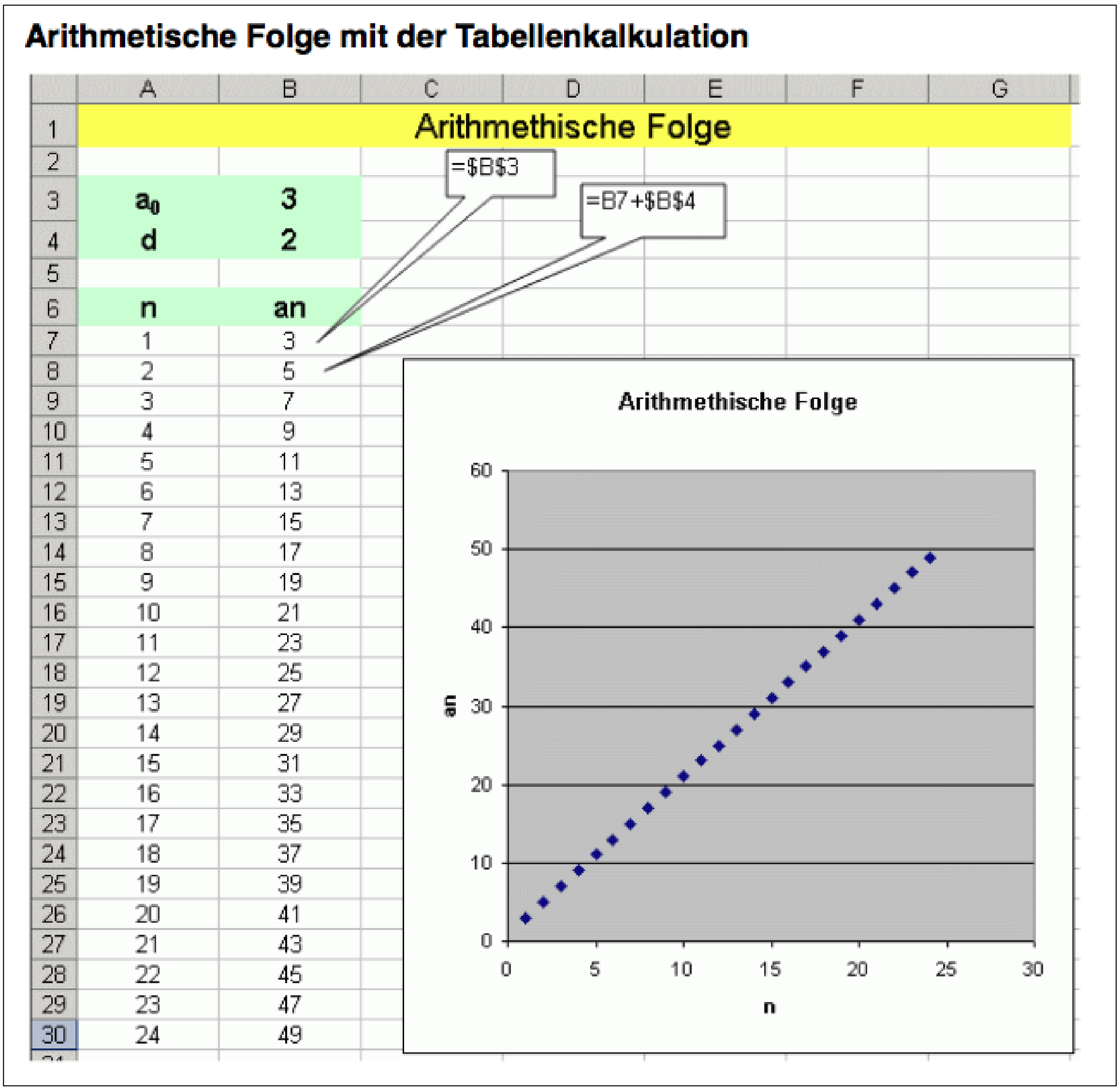


Abbildung 4.21: Arithmetische Folgen mit Tabellenkalkulation[48]

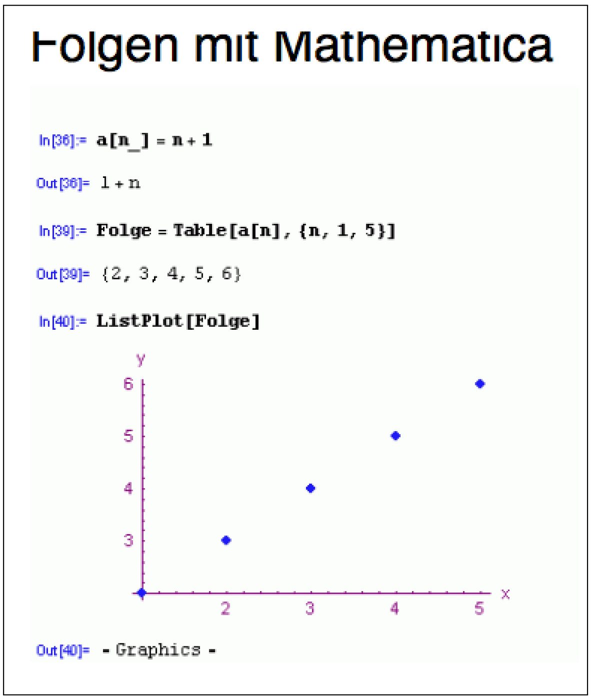


Abbildung 4.22: Folgen mit Mathematica[48]

Anschließend wird den Lernenden eine Aufgabe zum Thema arithmetische Folgen gestellt. Sie sollen anhand GeoGebra, Excel und Mathematica diese Folge erstellen und online abgeben, es wurde jedoch vergessen ein Abgabefeld zu implementieren.

Thema 6 - Download

Das letzte Kapitel der Moodle-Plattform ist ein Link, der die Möglichkeit des Downloads des Kurses bietet. Es handelt sich dabei um eine zip-Datei, die eine xml- und mehrere jpg-Dateien enthält. Diese Dateien enthalten einen Moodle-Fragenkatalog, der in eine bestehende Moodle-Plattform importiert werden kann.

4.1.3 Zielgruppe

Die Zielgruppe dieses Mathematik Moodle Kurses sind vor allem Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I. Laut Lehrplan des BMUKK soll das Thema *Folgen und Reihen* in der AHS Oberstufe in der 6. Klasse besprochen werden, siehe [7]. In den Lehrplänen der Berufsbildenden Höheren Schulen wird dieses Thema jedoch nicht explizit erwähnt, siehe [4].

4.1.4 Anmeldung

Zu Beginn gilt man im Moodle-Kurs als Gast und hat daher keinen Zugriff auf weiterführende Aufgaben, jedoch kann man sich kostenlos mit einem selbst gewählten Benutzernamen und Passwort anmelden. Nach der Bestätigung einer automatisch generierten E-mail hat man Zugriff auf alle zu Verfügung gestellten Beispiele des Kurses.

4.2 Winkel an ebenen Figuren von Oliver Michaely

Der Moodle Kurs *Winkel an ebenen Figuren* wurde von Oliver Michaely erstellt und kann auf mehreren Webseiten verwendet und heruntergeladen werden.

Ein Anbieter dieses Moodle-Kurses ist das Medienzentrum Jena. Neben dem Moodle-Kurs von Oliver Michaely werden weitere Kurse zum Thema Mathematik und anderen Unterrichtsfächern angeboten. Es ist nicht nötig ein eigenes Benutzerkonto anzulegen, da man sich einfach als Gast anmelden kann. Da es sich um die Moodle-Datenbank einer Schule handelt, sind viele Kurse von Lehrerinnen und Lehrern speziell für dessen Schülerinnen und Schüler erstellt worden. Als Gast hat man jedoch keinen Zugriff auf diese speziellen Moodle-Kurse.[34]

Eine weitere Internetseite, die diesen Kurs sogar zum kostenlosen Downloaden anbietet ist die Moodlefundgrube von Gottfried Prokein. Auch hier werden zahlreiche Moodlekurse zum Thema Mathematik kostenlos und ohne Erstellung eines Benutzerkontos angeboten. Insgesamt sind etwa 400 Kurse zu naturwissenschaftlichen Fächern, Sprachen und weiteren Bereichen online und zum Herunterladen verfügbar.[39]

Der Download eines Moodle-Kurses bringt den Vorteil, dass nur Teile der gegebenen Lerninhalte verwendet werden müssen und so für den Lernenden entsprechend angepasst werden können.

Ein Problem bei der Benützung des Kurses über Drittanbieter ist, dass interaktive Bereiche wie das Forum, das Glossar oder die Abgabe von Aufgaben nicht genutzt werden können.
Um dieses Schwierigkeit zu umgehen könnte etwa statt dem Moodle-Forum ein eigenes Forum auf einer Internetseite erstellt und verwendet werden. Statt dem digitalen Glossar könnte eine Pinnwand im Klassenraum zur Sammlung der Begriffe genutzt werden. Die Abgabe der Aufgaben per Moodle kann durch die Bekanntgabe der E-mail-Adresse des Lernbegleiters auch digital erfolgen, jedoch ist natürlich auch die Abgabe in analoger Form bei vielen Aufgaben möglich.

4.2.1 Beschreibung des Kurses

Dieser Kurs soll den Lernenden einen ersten Einblick in die Eigenschaften von Winkeln geben. Neben theoretischem Input, werden auch interaktive Aufgaben mit GeoGebra bereitgestellt. Um jede Aufgaben lösen zu können, könnte diese Plattform von der Lehrerin beziehungsweise vom Lehrer heruntergeladen und für dessen Schülerinnen und Schüler angepasst bereitgestellt werden.

Abbildung 4.23: Startbildschirm des Moodle-Kurses auf Moodlefundgrube[39]

4.2.2 Aufbau und Themengebiete

Diese Moodle Seite zum Thema *Winkel an ebenen Figuren* beinhaltet eine kurze Einleitung und 5 Unterpunkte mit den Lerninhalten der Plattform.

Einleitung

In der Einleitung wird kurz beschrieben, welche Themen auf dieser Lernplattform bearbeitet werden. Neben den Arten von Winkelen sollen die Lernenden auch die jeweiligen Eigenschaften kennenlernen.

Der Autor dieser Plattform beschreibt auch die Möglichkeit der Kommunikation der Schülerinnen und Schüler untereinander und der Kursleiterin beziehungsweise dem Kursleiter anhand eines Kursforums.

1 - Wie entstehen eigentlich Winkel und welche Eigenschaften besitzen sie?

Dieser Abschnitt soll den Lernenden eine kurze Einführung zum Thema Winkeln bieten und besteht aus folgenden Lernschritten:

- praktisches Einführungsbeispiel
- Theorie
- Bezeichnung von Winkeln
- Ein spezieller Winkel
- Ideensammlung zu rechten Winkeln
- Beispiel in GeoGebra
- Aufgabe 1: Erste Eigenschaften von Winkeln

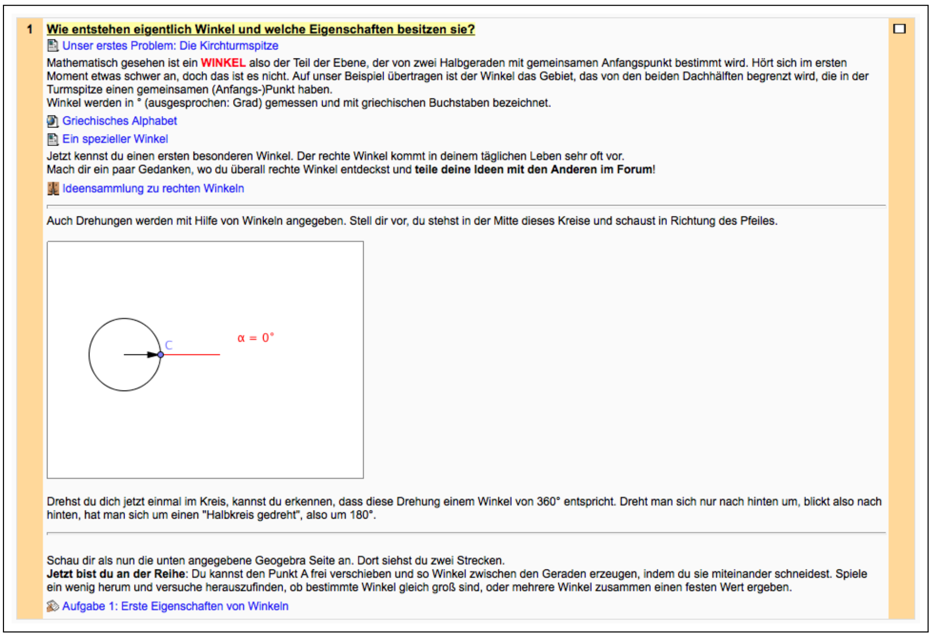


Abbildung 4.24: Abschnitt 1: Wie entstehen eigentlich Winkel und welche Eigenschaften besitzen sie?[39]

Zu Beginn dieses Lernabschnittes werden die Schülerinnen und Schüler durch einen Link auf ein Einführungsbeispiel zum Thema Winkel weitergeleitet.

Anhand des Bildes eines Kirchturmes sollen die Lernenden erkennen, wo Winkel vorkommen und wie sie gebildet werden. Es wird erklärt, dass manche Türme "spitzer" als andere sind, was durch Winkel gemessen werden kann.

Abbildung 4.25: Einführungsbeispiel Kirchturm [39]

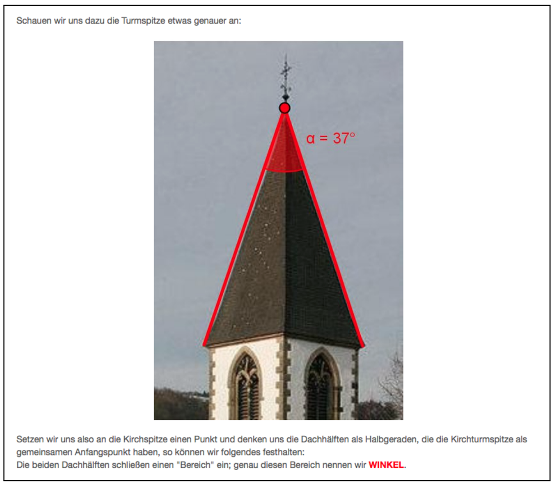


Abbildung 4.26: Winkel am Kirchturm eingezeichnet[39]

In diesem anschaulichen Beispiel bilden die Kirchturmspitze und die schräg verlaufenden Dachflächen der Kirche einen Winkel. Um dies zu veranschaulichen, wird in einem zweiten Bild der Winkel und dessen Wert eingezeichnet.

Im Anschluss an dieses Beispiel sollen die Lernenden auf die Startseite beziehungsweise Hauptseite des Moodlekurses zurückkehren, wo der Begriff *Winkel* theoretisch näher erklärt wird. Neben den Begriffen *Anfangspunkt* und *Halbgeraden*, werden den Kursteilnehmerinnen und -teilnehmern die Begriff *Grad* im Zusammenhang mit Winkeln und das griechische Alphabet für die Beschriftung von Winkeln näher gebracht.

Um diesen Theorieteil zu vervollständigen, wird ein Hyperlink zur Wikipedia-Seite *Griechisches Alphabet* bereitgestellt, wo sich die Lernenden über die Schreibweise und die Aussprache der griechischen Buchstaben informieren können. [20]

Zurück auf der Moodleseite, wird den Schülerinnen und Schüler ein besonderer Winkel vorgestellt. Durch den Link -*Ein spezieller Winkel*- öffnet sich ein Fenster mit einer eingebetteten GeoGebra-Datei.

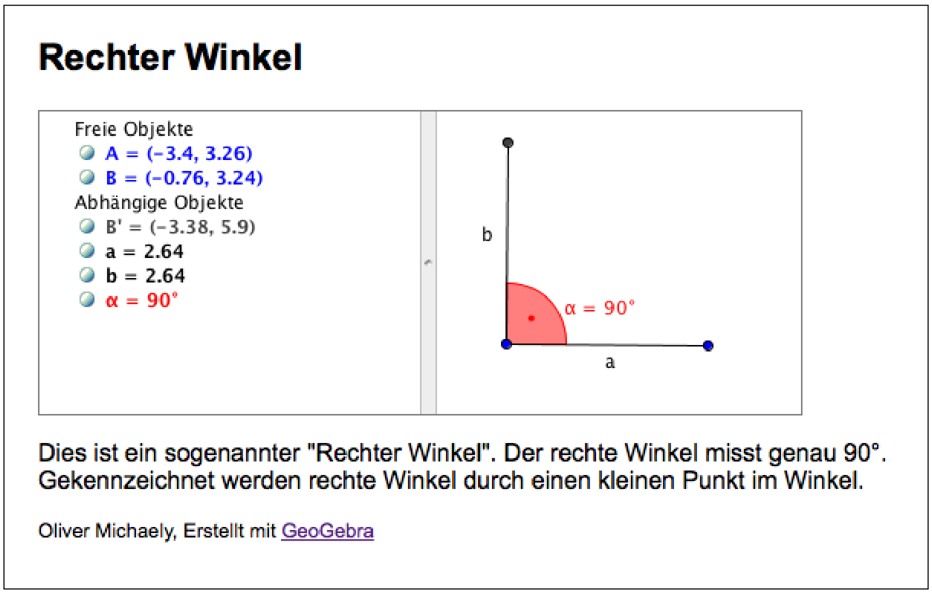


Abbildung 4.27: Fester - Ein spezieller Winkel[39]

In diesem Fenster sollen die Merkmale und die Darstellung des rechten Winkels erlernt werden. Die eingebettete GeoGebra-Datei ist nicht interaktiv, das bedeutet, dass die Schülerinnen und Schüler weder den Winkel noch die Daten verändern können.

Im Anschluss folgt ein Arbeitsauftrag, bei dem die Lernenden rechte Winkel im täglichen Leben entdecken sollen und ihre Ideen mit den Kolleginnen und Kollegen in einem bereitgestellten Forum - Ideensammlung zu rechten Winkeln - teilen sollen. Dies soll nicht nur die aktive Mitarbeit an der Moodle-Plattform fördern, sondern auch den Blick für Winkel im täglichen Leben trainieren.

Optisch durch einen Linie getrennt, wird im darauffolgenden Theorieteil erklärt, dass auch Drehungen mit Hilfe von Winkeln angegeben werden können. Um dies den Schülerinnen und Schülern verständlicher zu machen, wurde erneut eine GeoGebra-Datei verwendet. Dabei soll der Pfeil die Blickrichtung der Person darstellen.

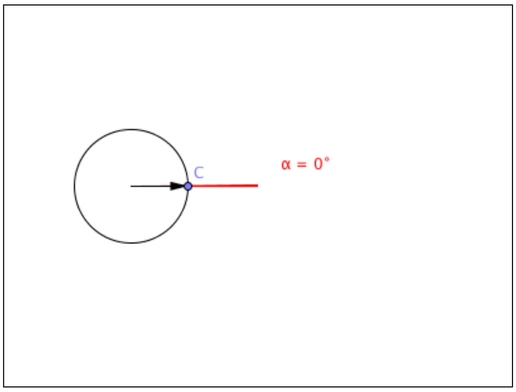


Abbildung 4.28: Winkel zu Beginn der Lernphase[39]

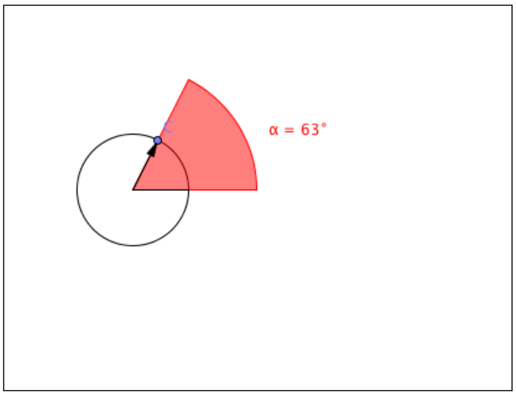


Abbildung 4.29: Der Winkel kann beliebig gewählt werden[39]

Um die Blickrichtung zu verändern, verschiebt man mit dem Mauszeiger den blauen Punkt, an der Spitze des Pfeiles, am dargestellten Kreis entlang, gegen den Uhrzeigersinn. Man kann dabei jeden beliebigen Winkel zwischen Null und 360 Grad darstellen und bekommt die Größe sofort angezeigt.

Die Lernenden sollen erkennen, dass eine Drehung im Kreis, einer Drehung mit einem Winkel von 360 Grad entspricht, beziehungsweise eine Drehung zur entgegengesetzten Richtung, einer Drehung um 180 Grad entspricht.

Im Anschluss folgt die erste große Aufgabenstellung mit dem Thema *Erste Eigenschaften von Winkeln*. Auf der Hauptseite des Moodlekurses wird zunächst kurz beschrieben, was die Lernenden in der tatsächlichen Aufgabe im bereitgestellten Link zu erwarten haben. So weiß man bereits im Vorhinein, dass es sich um eine GeoGebra Seite mit 2 Strecken handelt, mit denen man Winkel erzeugen und anhand dieser Winkeln Eigenschaften feststellen soll.

Folgt man nun dem Link - Aufgabe 1: Erste Eigenschaften von Winkeln - öffnet sich ein Fenster mit eingebetteter GeoGebra-Datei und der ersten Aufgabenstellung.

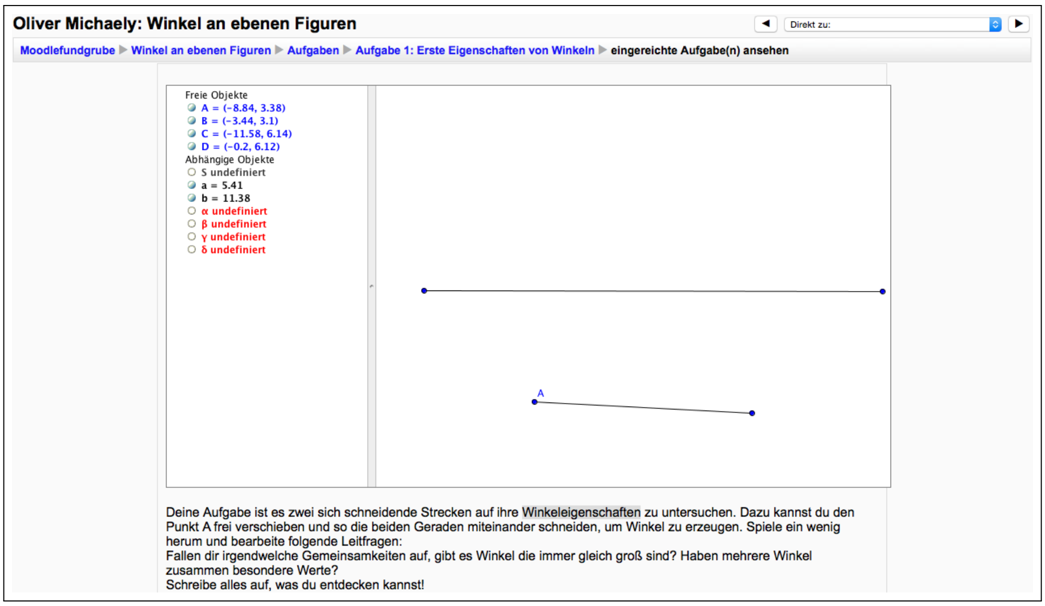


Abbildung 4.30: Aufgabe 1: Erste Eigenschaften von Winkeln[39]

Die untere der beiden gegebenen Strecken soll, durch Verschiebung von Punkt A so positioniert werden, dass ein Schnittpunkt entsteht und so Winkel erzeugt werden. Wie die Strecke positioniert wird, ist dem Lernenden überlassen.

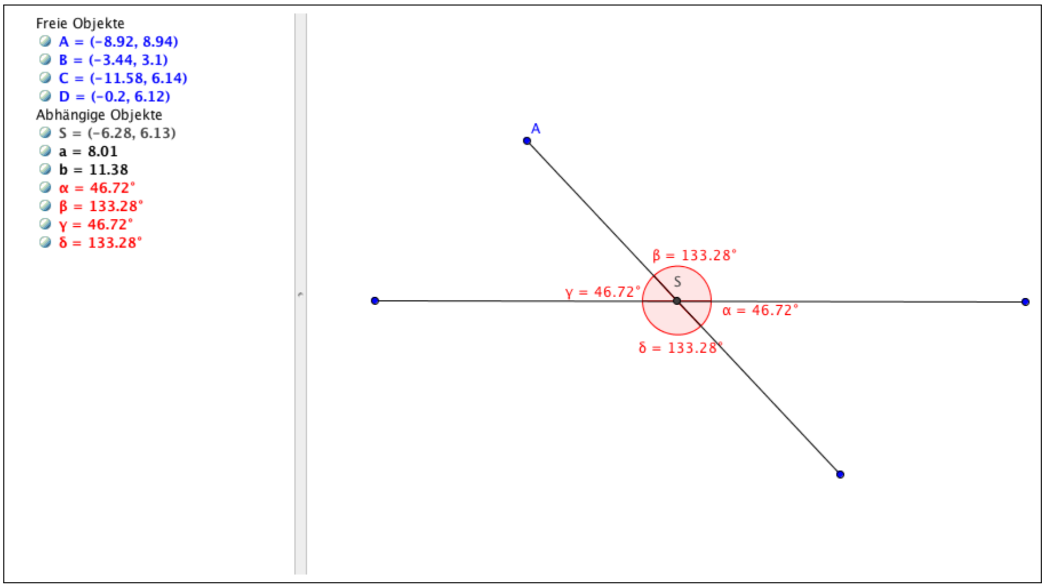


Abbildung 4.31: Aufgabe 1: Erste Eigenschaften von Winkeln - bearbeitet[39]

Anschließend sollen die Winkel auf bestimmte Eigenschaften untersucht werden. Um noch einmal ins Gedächtnis zu rufen, welche Eigenschaften Winkel besitzen können, wurde das Wort **Winkeleigenschaften** mit einem Link zum Glossar *Winkeleigenschaften* versehen.

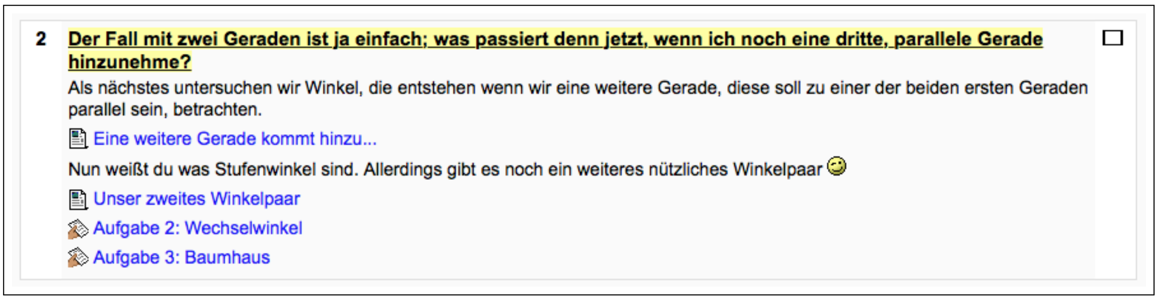
Anhand mehrerer Leitfragen wird den Lernenden eine Hilfestellung zur Lösung dieser Aufgabe gegeben. Sie sollen neben Gemeinsamkeiten von einzelnen Winkeln, auch die Besonderheiten der Summe mehrerer Winkel herausfinden.

Leider kann man bei dieser Moodle-Lernplattform als Gast keine Aufgaben abgeben. Jedoch könnten die gefundenen Lösungen den Lernbegleiter in analoger (zum Beispiel in einem Hausübungsheft, Blatt Papier,..) beziehungsweise in digitaler Form (zum Beispiel als E-mail) abgegeben werden.

Nach der Bearbeitung dieser Aufgabenstellung ist das Unterkapitel, *Wie ein Winkel entsteht und Welche Eigenschaften Winkel besitzen*, abgeschlossen und die Lernenden können mit dem zweiten Kapitel fortsetzen.

2 - Der Fall mit zwei Geraden ist ja einfach; was passiert denn jetzt, wenn ich noch eine dritte, parallele Gerade hinzunehme?

Die Überschrift dieses Kapitels beschreibt schon, welcher Inhalt im nächsten Lernabschnitt behandelt wird. Winkel an zwei, sich schneidenden, Geraden sind bereits aus der vorherigen Lerneinheit bekannt. Drei Geraden, wobei zwei parallel sind und die dritte die beiden Parallelen schneidet, enthalten Winkel mit besonderen Eigenschaften, die in diesem Abschnitt erlernt werden sollen.


2 Der Fall mit zwei Geraden ist ja einfach; was passiert denn jetzt, wenn ich noch eine dritte, parallele Gerade hinzunehme?

Als nächstes untersuchen wir Winkel, die entstehen wenn wir eine weitere Gerade, diese soll zu einer der beiden ersten Geraden parallel sein, betrachten.

Eine weitere Gerade kommt hinzu...

Nun weißt du was Stufenwinkel sind. Allerdings gibt es noch ein weiteres nützliches Winkelpaar

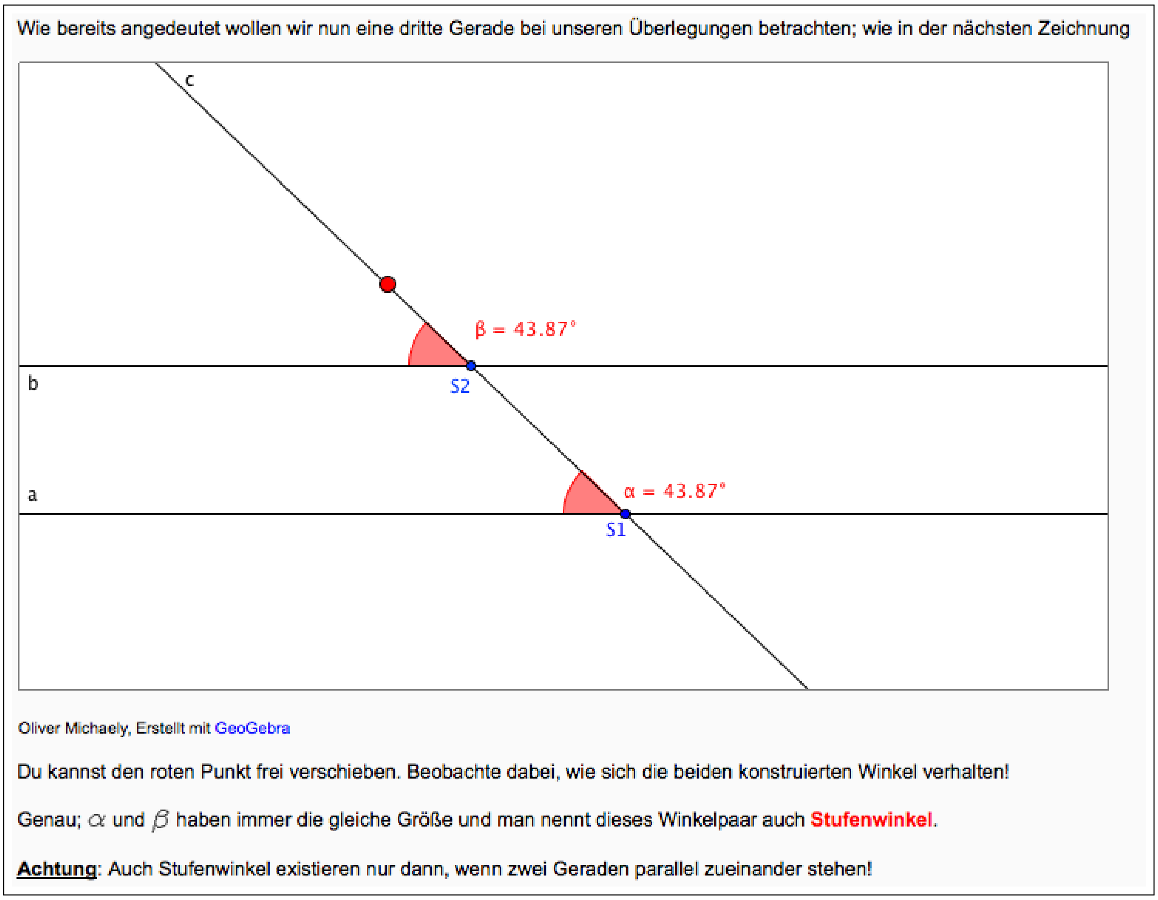
Unser zweites Winkelpaar

Aufgabe 2: Wechselwinkel

Aufgabe 3: Baumhaus

Abbildung 4.32: Abschnitt 2: Drei Geraden und deren Winkel[39]

Die folgende Abbildung zeigt einen Teil der Seite, auf die man durch den Link **’Eine weitere Gerade kommt hinzu...’** weitergeleitet wird.


Wie bereits angedeutet wollen wir nun eine dritte Gerade bei unseren Überlegungen betrachten; wie in der nächsten Zeichnung

Oliver Michaely, Erstellt mit GeoGebra

Du kannst den roten Punkt frei verschieben. Beobachte dabei, wie sich die beiden konstruierten Winkel verhalten!

Genau; α und β haben immer die gleiche Größe und man nennt dieses Winkelpaar auch **Stufenwinkel**.

Achtung: Auch Stufenwinkel existieren nur dann, wenn zwei Geraden parallel zueinander stehen!

Abbildung 4.33: Erklärung von Stufenwinkel mit GeoGebra[39]

In diesem Abschnitt können die Lernenden, anhand einer interaktiven GeoGebra-Datei, die Lage eines besonderen Winkelpaares, dem **Stufenwinkel**, kennenlernen.

Durch den roten Punkt lässt sich die Gerade c verschieben und so die Winkeln für α und β verändern. Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass die beiden Winkeln, egal wie die Gerade c liegt, immer die gleiche Größe besitzen.

Folgende Abbildung zeigt eine Seite, die Informationen zur Lage eines weiteren Winkelpaares enthält und wird durch den Link **'Unser zweites Winkelpaar'** erreicht.

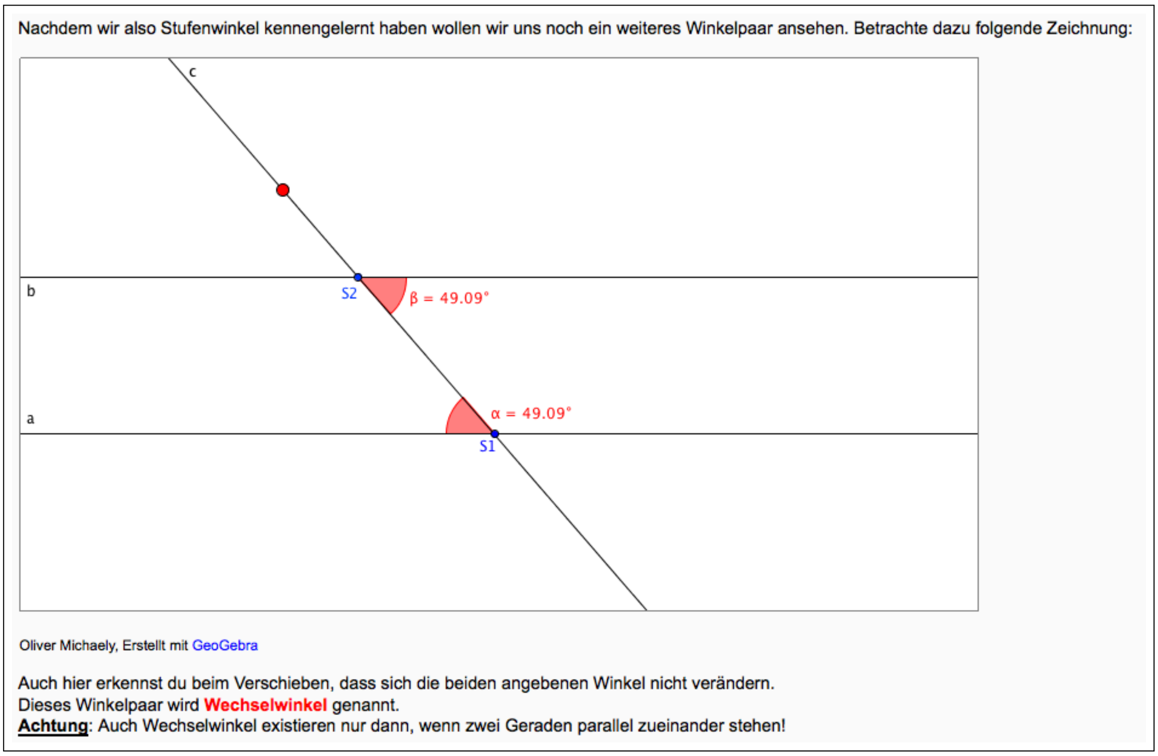


Abbildung 4.34: Erklärung von Wechselwinkel mit GeoGebra[39]

Auch hier können die Lernenden im gegebenen GeoGebra-Fenster die Gerade c durch Bewegung des roten Punkts verändern. Die beiden eingezeichneten Winkel α und β haben immer die selbe Größe und werden Wechselwinkel genannt.

Um das Gelernte rechnerisch anzuwenden und zu vertiefen, wurden zwei Aufgaben bereitgestellt.

Aufgabe 2: Wechselwinkel
In dieser Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler zeigen, warum die Wechselwinkel gleich groß sind. Um die Aufgabe lösen zu können, sollen sie dabei bereits bekannte Eigenschaften von Winkeln anwenden.

Die Lernenden können sich dabei entscheiden, ob die Aufgabe schriftlich oder anhand einer Zeichnung mit Erklärung gelöst wird.

Aufgabe 3: Baumhaus
In diesem Beispiel sollen an einem Baumhaus Dachbalken befestigt werden. Um die Balken auf dem Grundgerüst befestigen zu können, sollen die Balken, anhand folgender Skizze, ausgesägt werden.

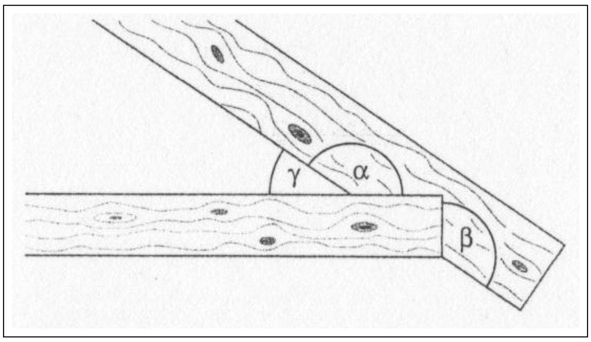


Abbildung 4.35: Skizze zu Aufgabe 3: Baumhaus[39]

Es soll berechnet werden, wie die Dachbalken ausgesägt werden müssen, wenn das Baumhaus eine Dachschräge von 34° haben soll.

Bei diesem Beispiel müssen die Lernenden nicht nur die Eigenschaften der soeben gelernten Winkelpaare, sondern auch die der vorher gelernten Eigenschaften von Winkel bei zwei Geraden, anwenden.

Mit diesem Beispiel ist der Lernabschnitt zu Winkelpaaren abgeschlossen und die Lernenden können danach mit dem nächsten Abschnitt beginnen.

3 - Welche Winkeleigenschaften können wir eigentlich an geometrischen Körpern entdecken?

In diesem Lernabschnitt soll das selbstständige Arbeiten der Schülerinnen und Schüler geübt werden.

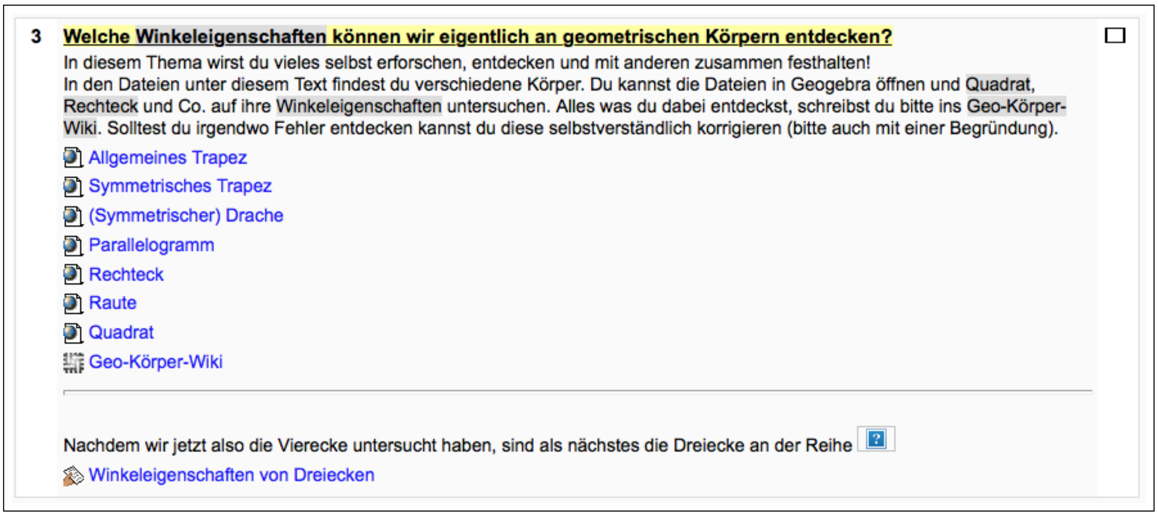


Abbildung 4.36: Abschnitt 3: Winkel an geometrischen Körpern[39]

Es wurden sieben verschiedenen Figuren als GeoGebra-Datei bereitgestellt, welche von den Lernenden auf deren Winkeleigenschaften überprüft werden sollen. Bei den Figuren handelt es sich um zwei Trapeze, einem Drachenviereck, einem Parallelogramm, einem Rechteck, einer Raute und einem Quadrat. Die gesammelten Eigenschaften sollen in dem bereitgestellten **Geo-Körper-Wiki** festgehalten werden.

In den folgenden Abbildungen zeigen die bereitgestellten GeoGebra-Dateien, welche sehr schlicht gehalten sind, nur die wichtigsten Merkmale ebener Figuren.

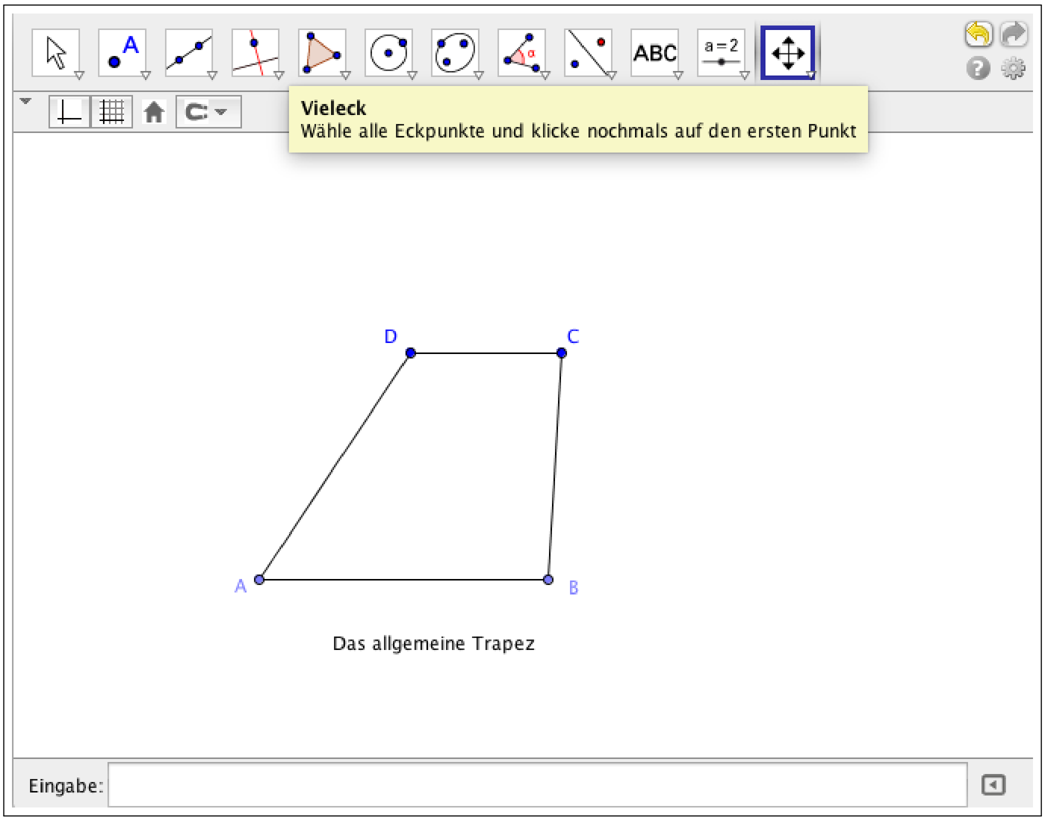


Abbildung 4.37: GeoGebra-Datei zu einem allgemeinen Trapez[39]

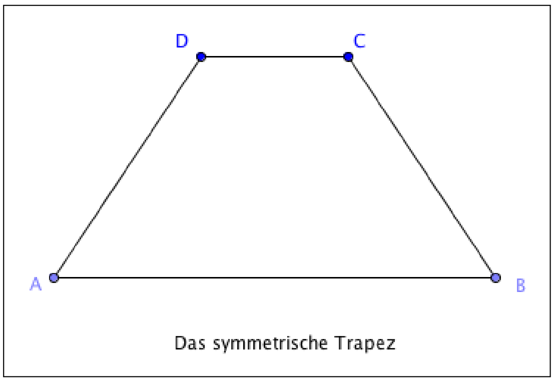


Abbildung 4.38: symmetrisches Trapez [39]

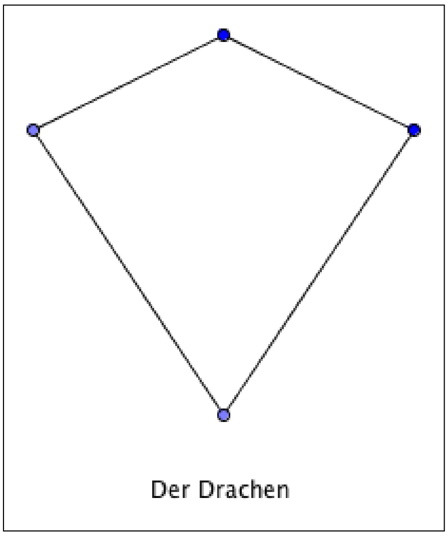


Abbildung 4.39: Drache[39]

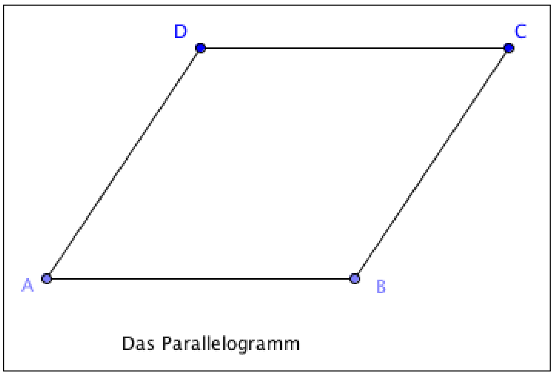


Abbildung 4.40: Parallelogramm [39]

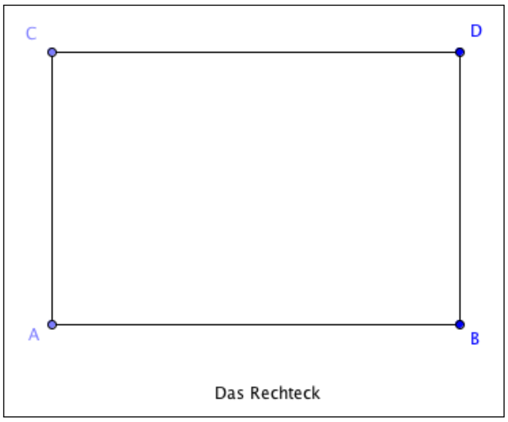


Abbildung 4.41: Rechteck[39]

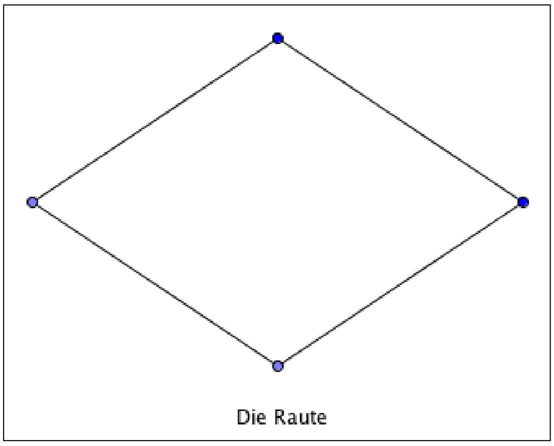


Abbildung 4.42: Raute [39]

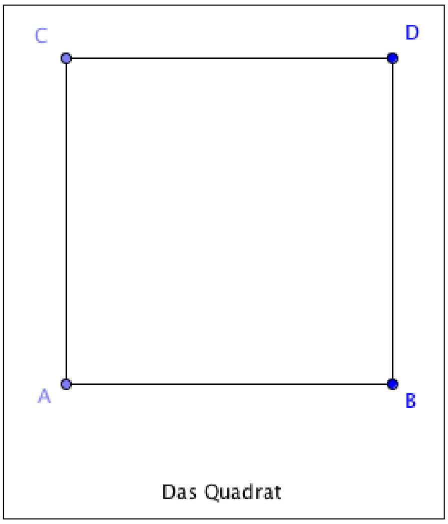


Abbildung 4.43: Quadrat[39]

Die Eckpunkte können bei jeder Figur bewegt werden, was jedoch bei diesen speziellen Figuren nicht ganz optimal ist. So lässt sich zum Beispiel das Rechteck zu einem Parallelogramm verändern und verliert so die Eigenschaft, dass jeder Winkel 90° sein muss.

Um die Eigenschaften zu ermitteln, können neue Objekte, wie etwa Winkeln und deren Größe, eingezeichnet werden. Dies erleichtert die Auffindung der wichtigsten Winkeleigenschaften in den geometrischen Figuren.

Als Abschluss dieses Lernabschnittes sollen die Schülerinnen und Schüler Dreiecke auf deren Winkeleigenschaften untersuchen. Durch den Link **Winkeleigenschaften von Dreiecken** wird man zur Aufgabenstellung weitergeleitet. Dabei sollen die Lernenden in GeoGebra ein unregelmäßiges Dreieck, ein gleichschenkliges Dreieck und ein gleichseitiges Dreieck konstruieren, deren Eigenschaften finden und die Ergebnisse in einer Text-Datei festhalten.

4 - Winkelsumme in Dreicken und Vierecken

In diesem Lernabschnitt sollen die Schülerinnen und Schüler die Besonderheit der Winkelsumme in Dreiecken und Vierecken kennenlernen. Durch zwei GeoGebra-Arbeitsblätter sollen sie erkennen, dass die Winkelsummen immer gleich bleiben, egal um welche Art eines Drei- beziehungsweise Viereckes es sich handelt.

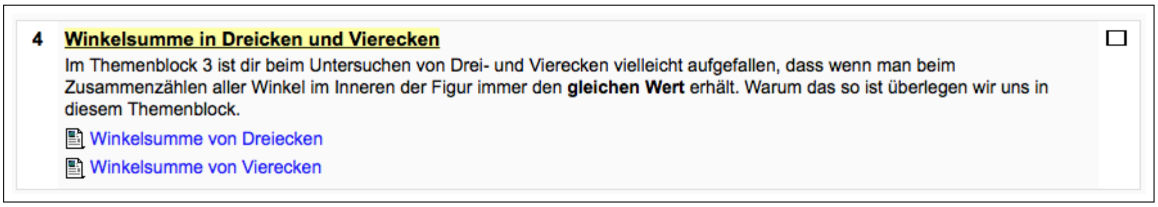

4 **Winkelsumme in Dreicken und Vierecken**
Im Themenblock 3 ist dir beim Untersuchen von Drei- und Vierecken vielleicht aufgefallen, dass wenn man beim Zusammenzählen aller Winkel im Inneren der Figur immer den **gleichen Wert** erhält. Warum das so ist überlegen wir uns in diesem Themenblock.
Winkelsumme von Dreiecken
Winkelsumme von Vierecken

Abbildung 4.44: Abschnitt 4: Winkelsumme in Dreiecken und Vierecken[39]

Unter dem Link **Winkelsumme von Dreiecken** findet man ein GeoGebra-Arbeitsblatt (siehe folgende Abbildung) mit einem Dreieck, dessen Winkel eingezeichnet und zwei Seiten verlängert wurden. Zusätzlich wurde eine, zur nicht verlängerten Geraden, parallele Gerade eingezeichnet. Die bereits erlernten Winkeleigenschaften, wie Stufenwinkel (blau und rot eingezeichnet) und Scheitel (grün), werden hier verwendet um zu beweisen, dass ein Dreieck die Winkelsumme von 180° besitzt. Durch eine Bewegung der blauen Eckpunkte kann die Form des Dreiecks verändert werden, jedoch bleibt die Summe der Innenwinkel immer gleich.

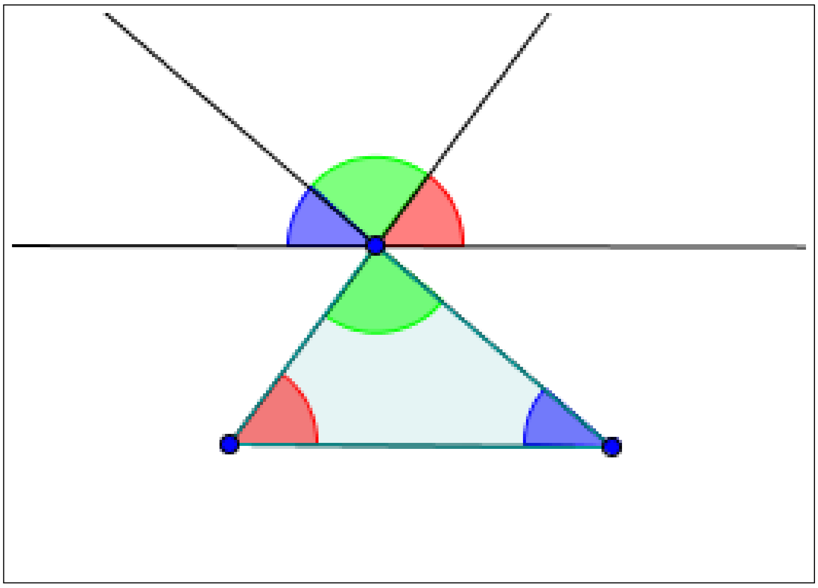


Abbildung 4.45: Winkelsumme von Dreiecken[39]

Unter dem gegebenen GeoGebra-Fenster wird die Konstruktion erklärt und warum die Winkel innerhalb des Dreiecks, die gleiche Größe, wie die Winkel außerhalb des Dreiecks besitzen. Es wird erklärt, dass durch das "Zusammenkleben" der äußeren Winkel einen Halbkreis entsteht und dessen Größe genau 180° .

Im nächsten Teil soll die Eigenschaft der Innenwinkelsumme von Vierecken untersucht werden. Dazu wurde ebenfalls auf einer eigenen Moodleseite ein interaktives GeoGebra-Arbeitsblatt mit einem bereits konstruierten Viereck zur Verfügung gestellt. Die Innenwinkel wurden in unterschiedlichen Farben gestaltet und deren jeweilige Größen angezeigt. Die blauen Eckpunkte des

Vierecks können, wie beim Dreieck in der vorherigen Übung, verschoben werden, wodurch sich automatisch die Größe der Winkel verändert.

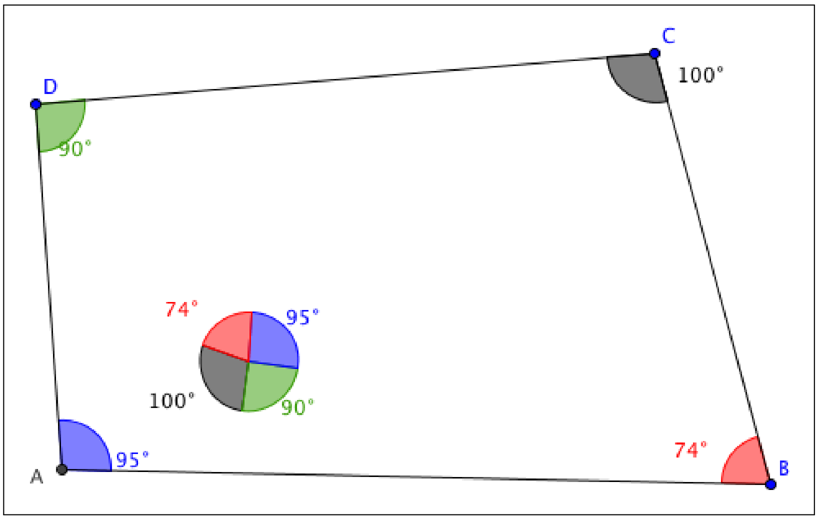


Abbildung 4.46: Winkelsumme von Vierecken[39]

Unterhalb des GeoGebra-Arbeitsblattes findet man eine Erklärung des bunten Kreises im gegebenen Viereck. Dieser Kreis stellt die "zusammengeklebten" Innenwinkel des Vierecks dar und passt sich jeder Veränderung des Vierecks an. Die Schülerinnen und Schüler können so, ohne Addition der Innenwinkel, erkennen, dass die Winkelsumme eines Vierecks immer 360 Grad beträgt.

5 - Winkel an ebenen Figuren: alles klar!! Oder?

Im fünften und letzten Lernabschnitt sollen die Schülerinnen und Schüler ihre Kenntnisse anhand eines Tests auf Vollständigkeit überprüfen.

Abbildung 4.47: Abschnitt 5: Winkel an ebenen Figuren: alles klar!! Oder?[39]

Leider kann dieser Test auf keiner, der gefundenen, Internetseiten ohne Anmeldung und ohne Kontakt zum Administrator der Moodle-Plattform durchgeführt werden.

Abbildung 4.48: Bist du Winkelexperte? - Erklärung des Tests [39]

4.2.3 Zielgruppe

Das Thema Winkel ist im Lehrplan bereits in der ersten Klasse AHS eingebettet. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler Winkel im Umfeld finden und skizzieren lernen, Gradeinteilung von Winkeln kennenlernen und Winkel mit dem Winkelmesser beziehungsweise Geodreieck zeichnen können.[7]

Auch in den höheren Jahrgängen spielen Winkeln eine wichtige Rolle. Speziell in der Trigonometrie benötigen die Jugendlichen die Kenntnisse von Winkeln im Dreieck.

4.2.4 Anmeldung

Dieser Moodle-Kurs wird nicht nur auf dem Webauftritt des Medienzentrums Jena[34] und der Moodlefundgrube von Gottfried Prokein[39] angeboten, sondern findet sich auch auf vielen weiteren Internetseiten, die Moodle-Kurse anbieten.

Jedoch wird der Moodle-Kurs sowohl vom Medienzentrum Jena, als auch von Gottfried Prokein zur kostenlosen und anmeldefreien Verwendung bereit gestellt. Auf beiden Seiten können sich die Schülerinnen und Schüler als Gast anmelden und so den Kurs, bis auf die Einschränkung im Abschnitt 5, verwenden.

4.3 Der Satz des Pythagoras von Andreas Brinken

Der Moodlekurs *Der Satz des Pythagoras* wurde von Andreas Brinken erstellt und wird, wie die beiden zuvor beschriebenen Plattformen, von mehreren Internetseiten angeboten.

4.3.1 Beschreibung des Kurses

Wie der Titel angibt, beschäftigt sich die Lernplattform mit dem Thema "Der Satz des Pythagoras". Dabei werden den Schülerinnen und Schülern neben geschichtlichen Fakten, Definitionen, auch Übungen und Beweise zum Satz bereitgestellt.

Zur Beschreibung wird die *Lernplattform der Neuen Mittelschule Passail* verwendet, da sie vom Aussehen sehr ansprechend ist. Neben diesem Kurs werden auch weitere Kurse in den, für eine Mittelschule üblichen, Unterrichtsfächern angeboten. Jedoch das Angebot an Moodlekursen für Mathematik ist am größten, wobei nicht jeder Kurs öffentlich zur Verfügung steht.

Bei der Recherche wurde bemerkt, dass dieser Kurs auf verschiedenen Internetseiten mit unterschiedlichen Inhalten angeboten wird. Die Hauptthemen sind jedoch auf jeder Plattform gleich. Der Administrator beziehungsweise Administratorin der Lernplattform der NMS Passail hat den ersten Abschnitts des Moodlekurses nicht bereitgestellt.

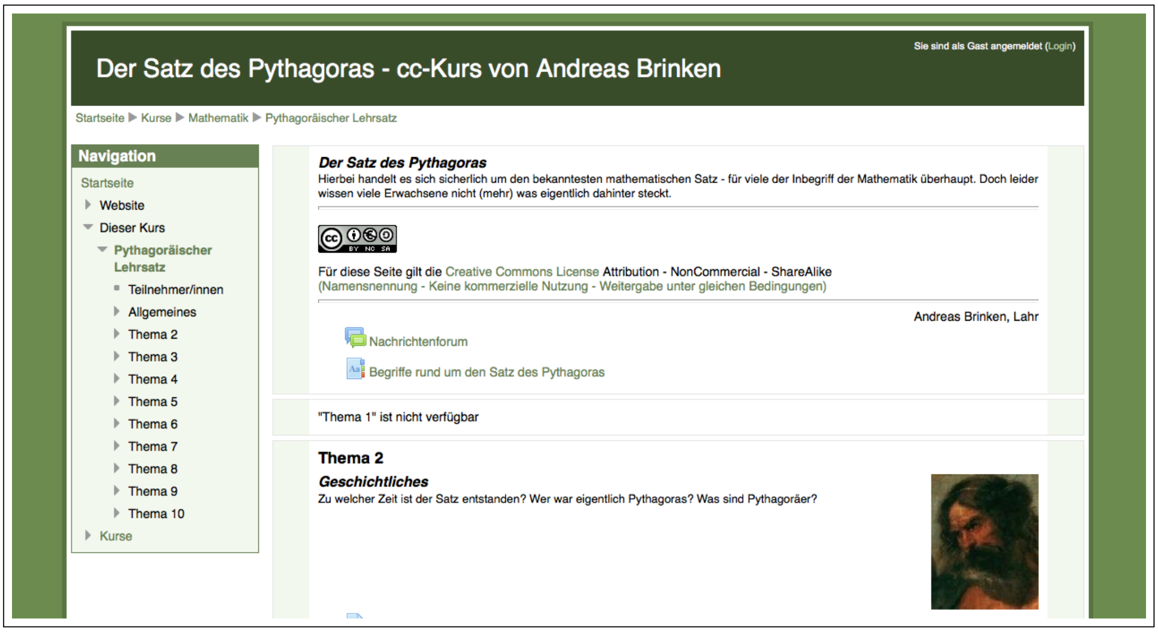


Abbildung 4.49: Startbildschirm des Moodle-Kurses auf der Lernplattform der NMS Passail [11]

4.3.2 Aufbau und Themengebiete

Die **Startseite** der Lernplattform *Der Satz des Pythagoras* auf der Moodleseite der NMS Passail beginnt mit einer kurzen Erklärung zum 'bekanntesten mathematischen' Satz. Anschließend folgen Links zum Nachrichtenforum und zu dem Glossar *Begriffe rund um den Satz des Pythagoras*. Beide Verknüpfungen führen zwar zu einer Unterseite der Plattform, jedoch befindet sich weder im Forum noch im Glossar ein Inhalt.

Anschließend beginnt der eigentliche **Inhalt der Plattform**, welcher auf der Moodleseite der NMS Passail in acht Themenbereiche (von Thema 2 bis Thema 10) unterteilt wird. Ein Zeile zwischen den *Links* und *Thema 2* gibt an, dass ein Bereich, namens *Thema 1* existiert, jedoch auf dieser Seite nicht zur Verfügung gestellt wurde.

Thema 1 (bei edumoodle)

Das *Thema 1* wird nicht bei diesem Moodlekurs verwendet, wird aber zum Beispiel auf der Lernplattform *edumoodle* zur Verfügung gestellt. [6] Daher wurde zur Beschreibung dieses Themenbereichs diese Moodleplattform von edumoodle verwendet.

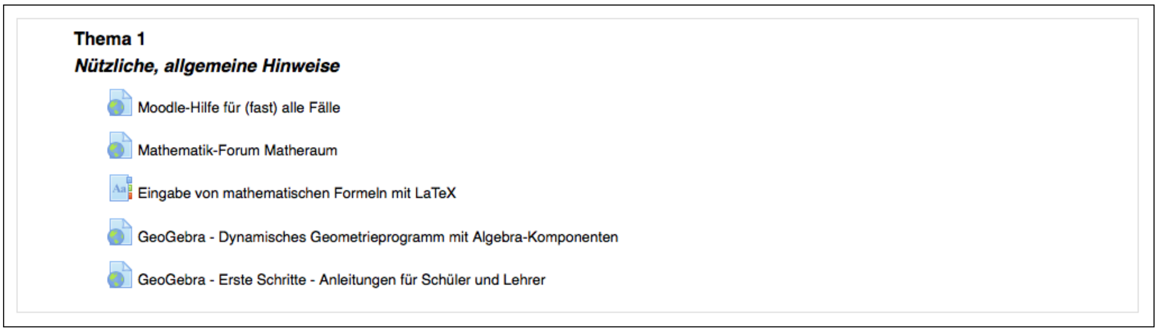


Abbildung 4.50: Satz des Pythagoras - Thema 1 [6]

Laut Überschrift *Thema 1* werden in diesem Abschnitt der Plattform mehrere nützliche und allgemeine Hinweise zur Verwendung des Kurses angeboten.

Der erste Menüpunkt **Moodle-Hilfe für (fast) alle Fälle** ist ein Link zum Internetauftritt *Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen*. Hier werden vor allem didaktische Fragen zum Einsatz von Moodle im Unterricht, aber auch inhaltliche Unklarheiten zur Verwendung von Moodle geklärt. [28]

Durch den Link **Mathematik-Forum Matheraum** wird man auf ein Internetforum zum Thema Mathematik weitergeleitet. Dieses Forum ist öffentlich und bietet die Möglichkeit Fragen zu mathematischen Themen und Aufgaben zu stellen und durch die Mitglieder beantworten zu lassen. [44]

Der Hyperlink **Eingabe von mathematischen Formeln mit LaTex** führt auf eine Unterseite des Moodlekurses. Diese Seite beinhaltet ein Glossar, das wichtige mathematische Begriffe und deren Zeichensatz in LaTex enthalten soll. Jedoch enthält dieses Verzeichnis keinen Inhalt und ist somit nicht hilfreich für die Eingabe von Formeln mit LaTex.

Der Menüpunkt **GeoGebra - Dynamisches Geometrieprogramm mit Algebra-Komponenten** führt zur offiziellen Community-Seite von GeoGebra. Auf dieser Homepage wird ein Benutzerforum zur Verfügung gestellt, die zur Klärung von Fragen bezüglich GeoGebra genutzt werden kann.

Am Schluss gelangt man durch den Link **GeoGebra - Erste Schritte - Anleitungen für Schüler und Lehrer** auf die Homepage des *Landesbildungsserver Baden-Württemberg*. Hier werden neben einer Anleitung und Arbeitsblättern zu GeoGebra auch zahlreiche weitere Lehr- und Lerninhalte zu diversen Unterrichtsfächern angeboten.[29]

Thema 2

In diesem Abschnitt soll der **geschichtliche Hintergrund von Pythagoras** und der Zusammenhang zu Schillers Bürgschaft vermittelt werden. Dazu wurden zwei Hyperlinks zur Verfügung gestellt.

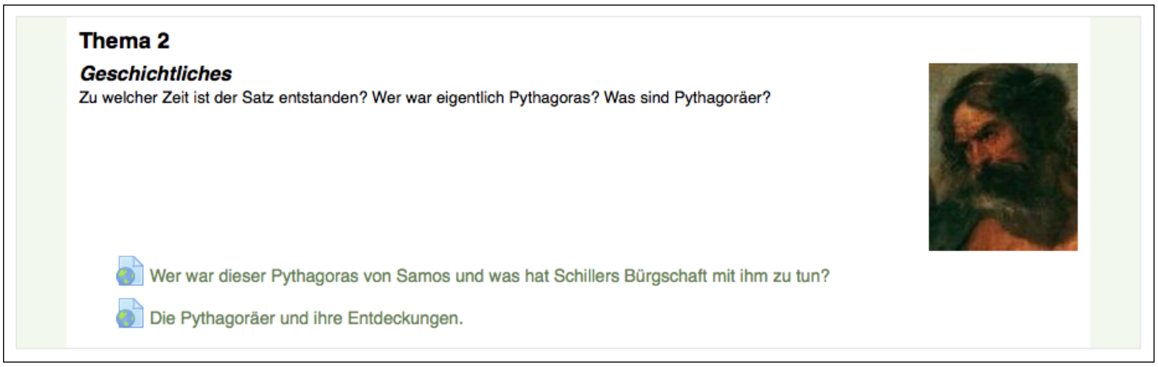


Abbildung 4.51: Satz des Pythagoras - Thema 2 [11]

Der Erste führt auf eine Unterseite der Moodle-Plattform, wo der Zusammenhang zwischen dem Satz des Pythagoras und der Ballade von Schiller geklärt wird. In der folgenden Grafik wird die Unterseite der Moodleplattform zur Verfügung gestellt.

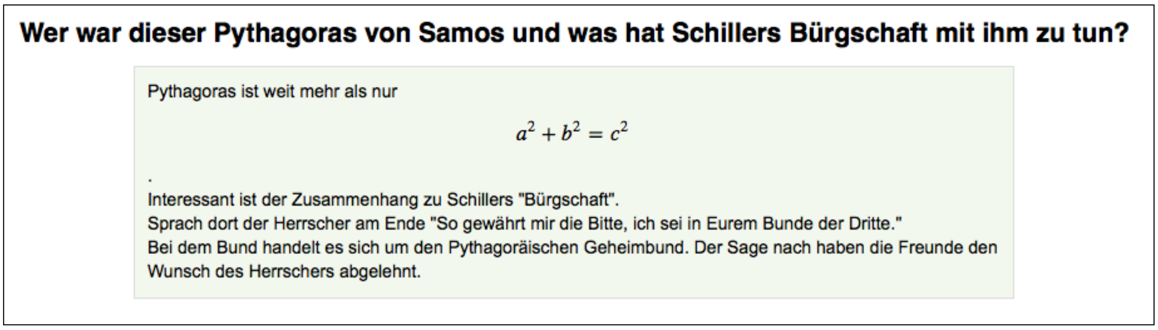
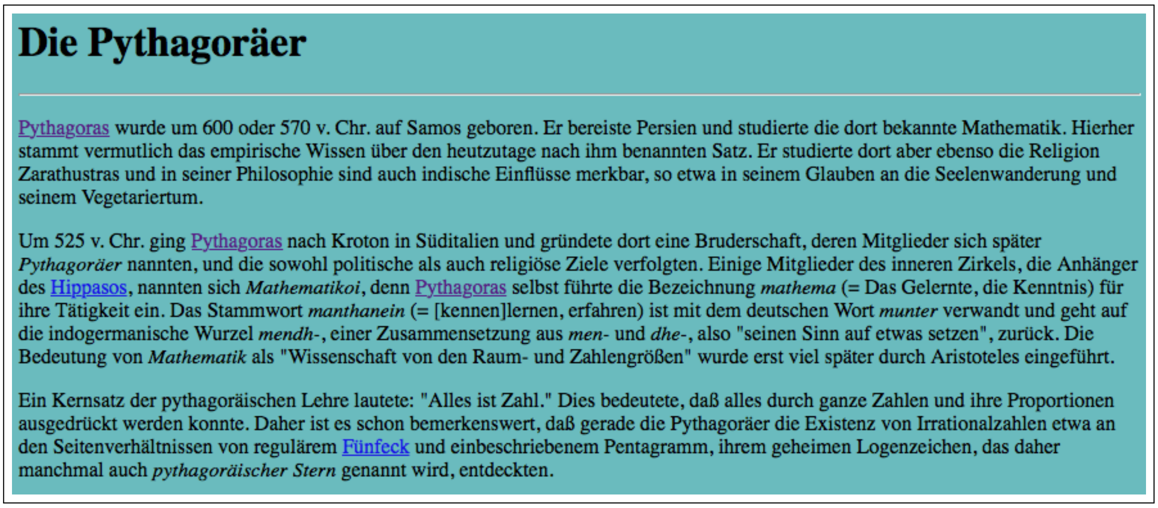


Abbildung 4.52: Pythagoras von Samos und Schillers Bürgschaft [11]

Zunächst wird der Satz von Pythagoras wiederholt und auf den Zusammenhang zu Schillers Bürgschaft hingewiesen. Denn in dieser Ballade schrieb Schiller über einen Bund aus drei Personen und soll damit den Pythagoräischen Geheimbund gemeint haben.

Der **zweite Link** führt auf eine Seite, die sich mit der Geschichte von Pythagoras und seinen Anhängern, den Pythagoräern beschäftigt. Die Existenz der Anhänger des Mathematikers und auch deren Verfolgung politischer und religiöser Ziele ist vielen Personen nicht bekannt, aber ist ein wichtiger Aspekt des Lebens von Pythagoras.

In folgender Abbildung wird nur ein Ausschnitt von dieser Seite zur Geschichte von Pythagoras gezeigt.



Die Pythagoräer

Pythagoras wurde um 600 oder 570 v. Chr. auf Samos geboren. Er bereiste Persien und studierte die dort bekannte Mathematik. Hierher stammt vermutlich das empirische Wissen über den heutzutage nach ihm benannten Satz. Er studierte dort aber ebenso die Religion Zarathustras und in seiner Philosophie sind auch indische Einflüsse merkbar, so etwa in seinem Glauben an die Seelenwanderung und seinem Vegetariertum.

Um 525 v. Chr. ging Pythagoras nach Kroton in Süditalien und gründete dort eine Bruderschaft, deren Mitglieder sich später *Pythagoräer* nannten, und die sowohl politische als auch religiöse Ziele verfolgten. Einige Mitglieder des inneren Zirkels, die Anhänger des Hippasos, nannten sich *Mathematikoi*, denn Pythagoras selbst führte die Bezeichnung *mathema* (= Das Gelernte, die Kenntnis) für ihre Tätigkeit ein. Das Stammwort *manthanein* (= [kennen]lernen, erfahren) ist mit dem deutschen Wort *munter* verwandt und geht auf die indogermanische Wurzel *mendh-*, einer Zusammensetzung aus *men-* und *dhe-*, also "seinen Sinn auf etwas setzen", zurück. Die Bedeutung von *Mathematik* als "Wissenschaft von den Raum- und Zahlengrößen" wurde erst viel später durch Aristoteles eingeführt.

Ein Kernsatz der pythagoräischen Lehre lautete: "Alles ist Zahl." Dies bedeutete, daß alles durch ganze Zahlen und ihre Proportionen ausgedrückt werden konnte. Daher ist es schon bemerkenswert, daß gerade die Pythagoräer die Existenz von Irrationalzahlen etwa an den Seitenverhältnissen von regulärem Fünfeck und einbeschriebenem Pentagramm, ihrem geheimen Logenzeichen, das daher manchmal auch *pythagoräischer Stern* genannt wird, entdeckten.

Abbildung 4.53: Teil der Internetseite - Die Pythagoräer [11]

Thema 3

Zum Satz des Pythagoras gibt es neben zahlreichen algebraischen auch viele graphische **Beweise**. In diesen Abschnitt werden erneut zwei Links zu zwei Internetseiten bereitgestellt, wobei der erste zu einer Beweissammlung auf Deutsch und der zweite zu einer Sammlung mit Beweisen auf Englisch führt.

Zum Abschluss dieses Thema, sollen die Schülerinnen und Schüler, aus einem Angebot an animierten Beweisen, ihren Lieblingsbeweis auswählen und auf der Lernplattform für diesen Beweis abstimmen.

Abbildung 4.54: Satz des Pythagoras - Thema 3 [11]

Auf der deutschen Seite wird zunächst der Inhalt erklärt und wichtige Hinweise zum Umgang mit den graphischen Beweisen gegeben. Auch die möglichen notwendigen Vorkenntnisse werden zusammengefasst.

Der folgende Screenshot zeigt einen Ausschnitt dieser Seite, wobei die Navigationsleiste (siehe Abbildung 4.55) eigentlich unterhalb des Bildes von Pythagoras ist. [1]

[1] Aufgrund der besseren Lesbarkeit des Textes wurde die Seite nicht in einer Abbildung eingefügt.

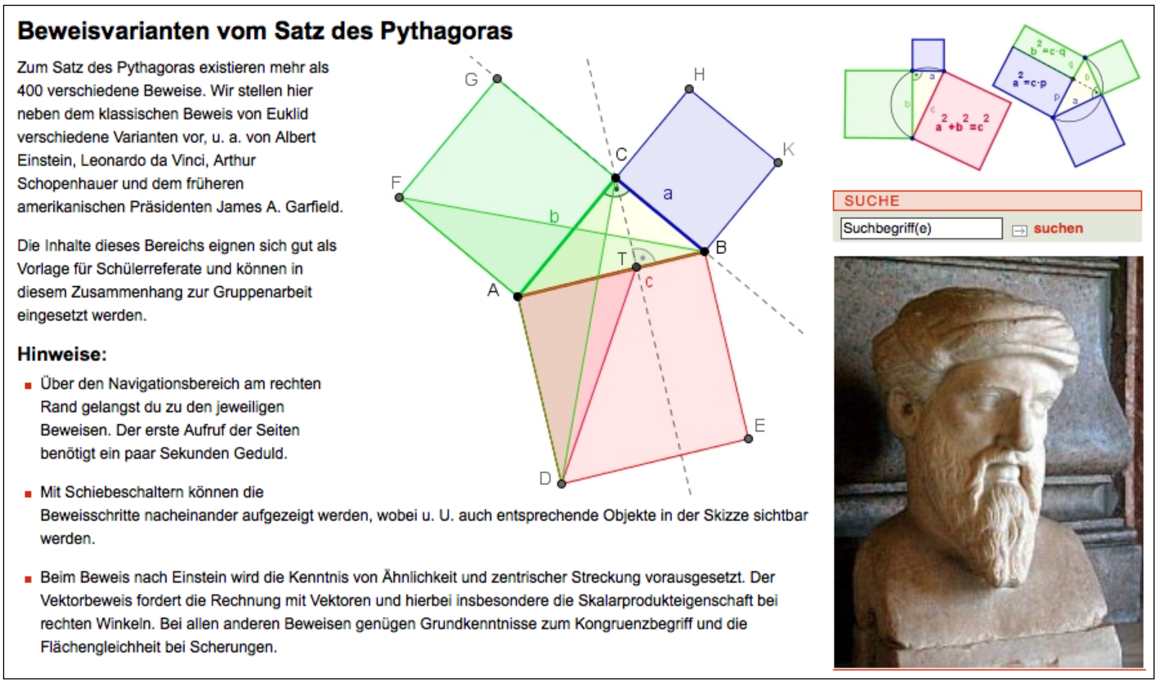


Abbildung 4.55: Beweisvarianten des Satz von Pythagoras [29]

In der Navigationsleiste sieht man eine Übersicht über die Beweise, die auf dieser Seite zur Verfügung gestellt werden.

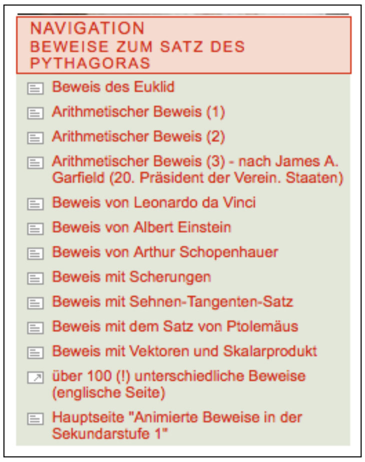


Abbildung 4.56: Navigation - Beweise zum Satz des Pythagoras [29]

Um den Rahmen der Arbeit nicht zu sprengen und da die restlichen Beweise vom Aufbau ähnlich sind, wurde nur ein arithmetischer Beweis ausgewählt und kurz beschrieben.

Wie in der folgenden Abbildung erkennbar, werden zunächst Hinweise zur Konstruktion und anschließend eine, mit GeoGebra erstellte und eingebundene, Grafik bereitgestellt.

In der Grafik können die Punkte A,B und C verändert werden, um den graphischen Beweis für jede Länge der drei Seiten des Dreiecks durchzuführen. Zunächst sind keine Vorschläge zur Beweisführung eingeblendet, jedoch können sich die Lernenden durch Verschieben der blauen Punkte unter den Überschriften 'Tipp 1', 'Tipp 2' und 'Tipp 3' diese einblenden lassen.

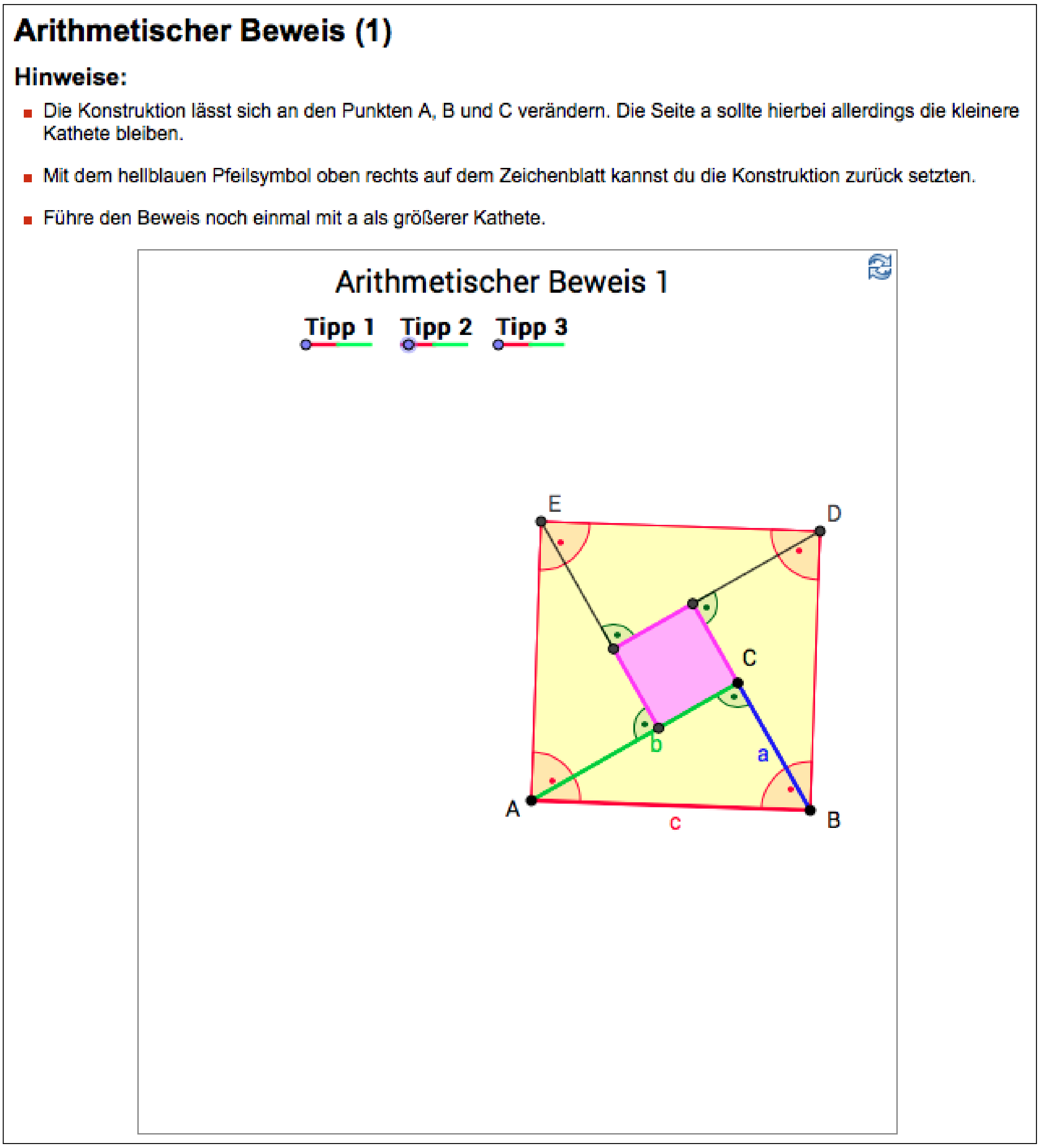


Abbildung 4.57: Arithmetischer Beweis des Satzes von Pythagoras [29]

In den folgenden drei Abbildungen wurden jeweils der Tipp 1, Tipp 2 beziehungsweise der Tipp 3 eingeblendet. Bei jedem erscheint zuerst nur der erste Satz, der als Hilfestellung zur Beweisführung dienen soll.

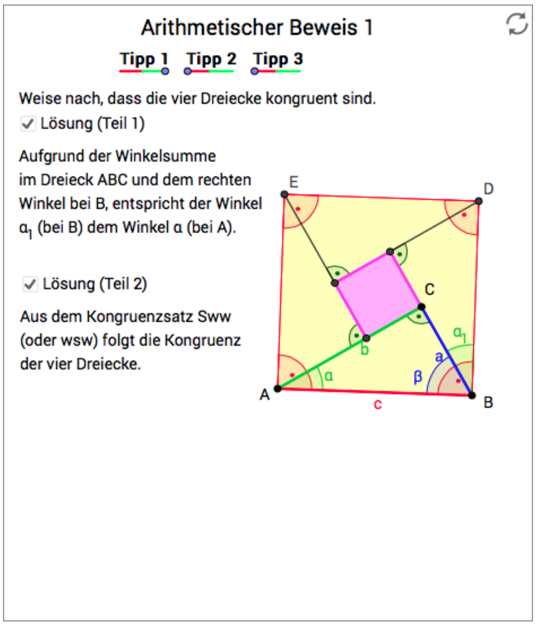


Abbildung 4.58: Arithmetischer Beweis - Tipp 1 [29]

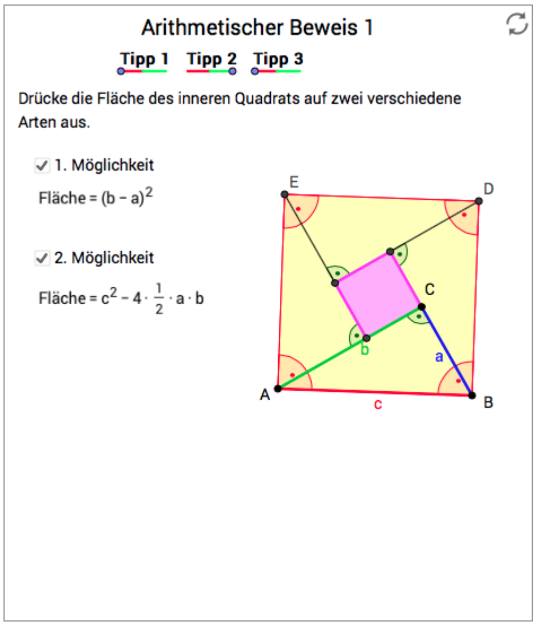


Abbildung 4.59: Arithmetischer Beweis - Tipp 2 [29]

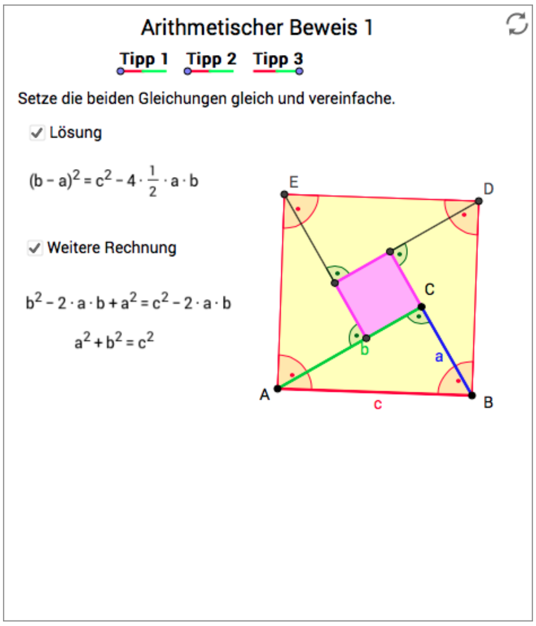
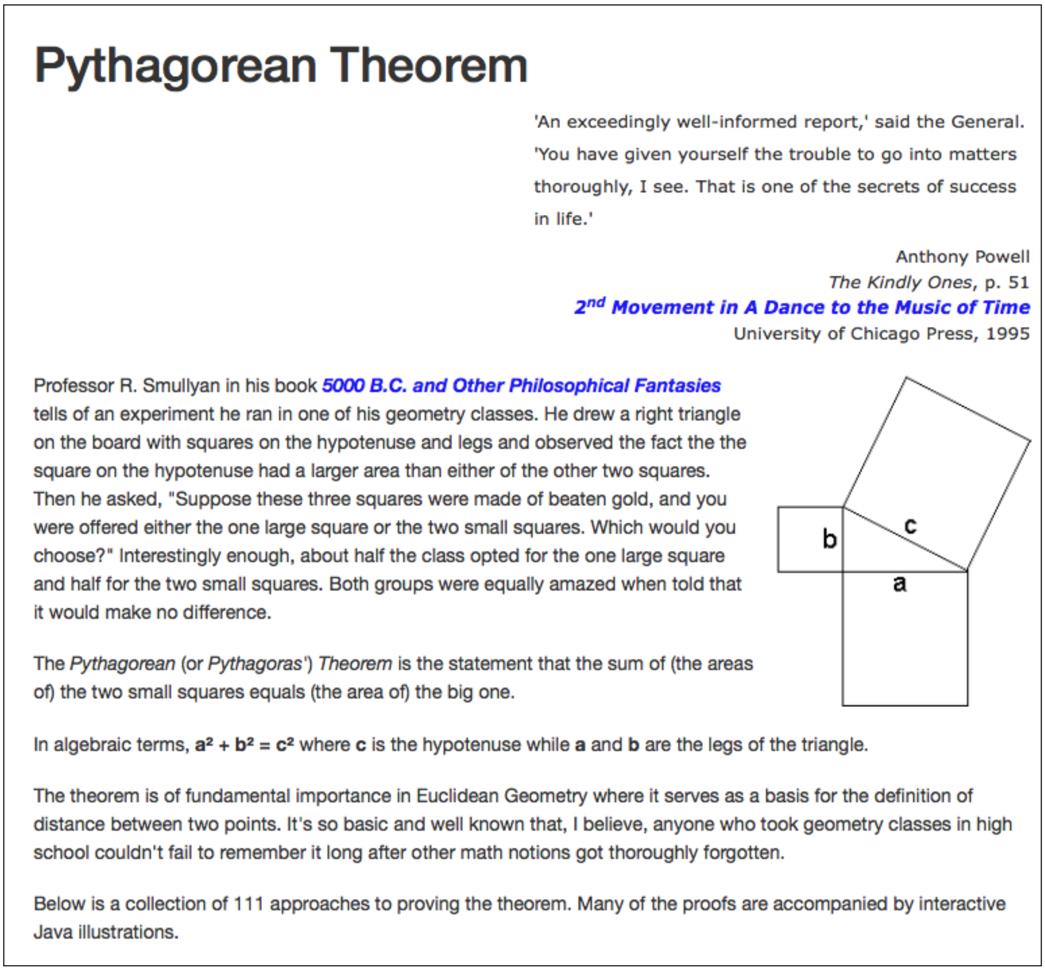


Abbildung 4.60: Arithmetischer Beweis - Tipp 3 [29]

Der zweite bereitgestellte Link auf der Hauptseite des Moodle-Kurses führt zu einer englischen Seite mit Beweisen zum Satz von Pythagoras. Hier gibt es, im Gegensatz zur deutschen Seite, keine Navigationsleiste. Die Beweise werden, durch einzelne Überschriften getrennt auf einer Webseite zur Verfügung gestellt.

Der erste Teil dieser Webseite wird in folgender Abbildung angezeigt.



Pythagorean Theorem

'An exceedingly well-informed report,' said the General. 'You have given yourself the trouble to go into matters thoroughly, I see. That is one of the secrets of success in life.'

Anthony Powell
The Kindly Ones, p. 51
2nd Movement in A Dance to the Music of Time
University of Chicago Press, 1995

Professor R. Smullyan in his book ***5000 B.C. and Other Philosophical Fantasies*** tells of an experiment he ran in one of his geometry classes. He drew a right triangle on the board with squares on the hypotenuse and legs and observed the fact the the square on the hypotenuse had a larger area than either of the other two squares. Then he asked, "Suppose these three squares were made of beaten gold, and you were offered either the one large square or the two small squares. Which would you choose?" Interestingly enough, about half the class opted for the one large square and half for the two small squares. Both groups were equally amazed when told that it would make no difference.

The *Pythagorean* (or *Pythagoras'*) *Theorem* is the statement that the sum of (the areas of) the two small squares equals (the area of) the big one.

In algebraic terms, $\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 = \mathbf{c}^2$ where **c** is the hypotenuse while **a** and **b** are the legs of the triangle.

The theorem is of fundamental importance in Euclidean Geometry where it serves as a basis for the definition of distance between two points. It's so basic and well known that, I believe, anyone who took geometry classes in high school couldn't fail to remember it long after other math notions got thoroughly forgotten.

Below is a collection of 111 approaches to proving the theorem. Many of the proofs are accompanied by interactive Java illustrations.

Abbildung 4.61: Weitere Pythagoras-Beweise (englische Seite) [41]

Da die Aufzählung jedes Beweises zu viel Seiten in Anspruch nehmen würde, wird auch hier nur ein Beweis angeführt.

Dieser graphischer Beweis ist gleich zu dem oben erwähnten Beweis der deutschen Seite. Hier wird zunächst die Grafik in einzelne Teile zerlegt, mit den einzelnen Seiten beschriftet, angezeigt. Erst anschließend werden die Teile in einer bestimmten Art zu einem Objekt zusammengefügt und der Satz von Pythagoras dadurch bewiesen. Der Beweis beruht auf die Formulierung des Flächeninhalts von Quadraten, die aus der längeren Seite eines Dreiecks und dessen Katheten gebildet werden.

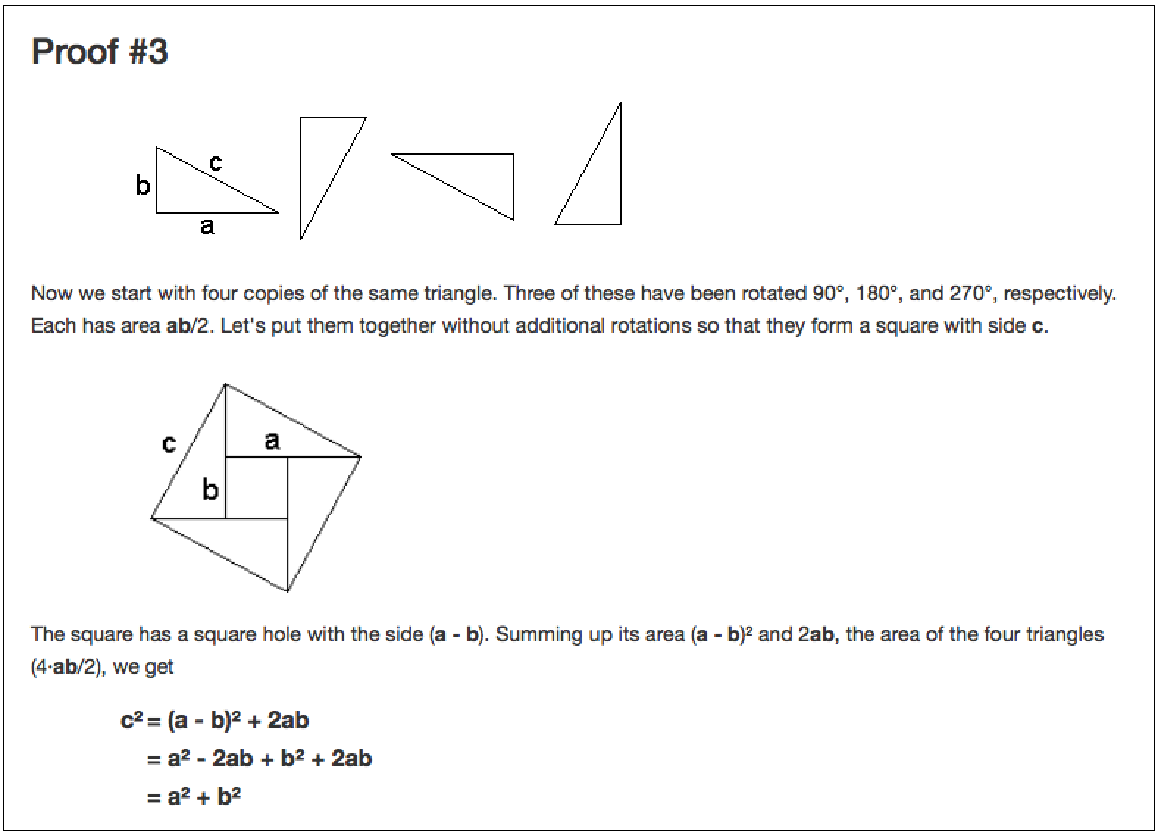


Abbildung 4.62: Ein Beweis des Satzes von Pythagoras [41]

Aus den bereitgestellten animierten Beweisen sollen sich die Schülerinnen und Schüler ihren Lieblingsbeweis auswählen und auf der Plattform abstimmen. Zusätzlich sollen sie im Heft eine Begründung für dessen Auswahl formulieren.

Die Funktion zur Abstimmung kann nur von angemeldete Kursteilnehmerinnen und -teilnehmer verwendet werden und ist daher für Gastbenutzer nicht möglich.

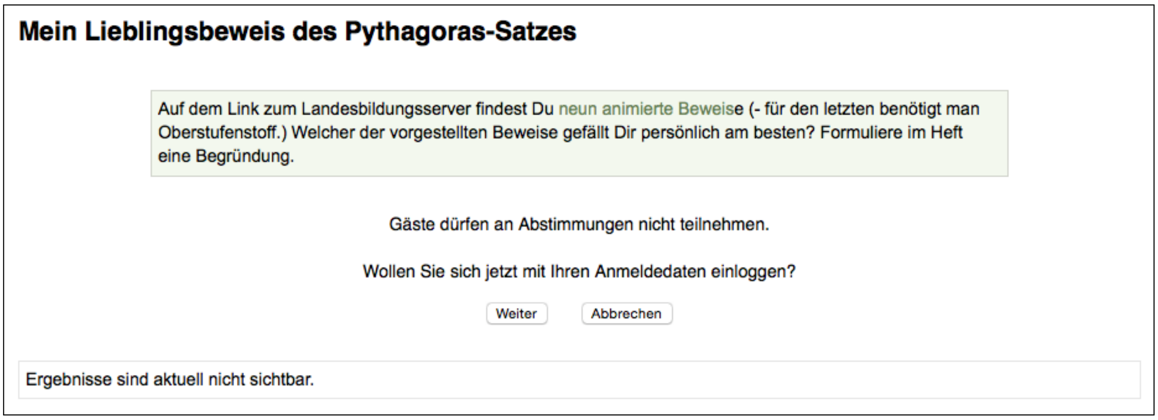


Abbildung 4.63: Abstimmung - Lieblingsbeweis des Pythagoras-Satzes [11]

Thema 4

Dieser Abschnitt der Lernplattform beschäftigt sich mit der Umkehrung des Satzes von Pythagoras. Diese Umkehrung besagt, wenn in einem Dreieck mit den Seitenlängen a,b und c die Gleichung $a^2+b^2=c^2$ gilt, existiert ein rechter Winkel, wobei dieser der längsten Seite des Dreiecks gegenüberliegt.

Den Schülerinnen und Schülern soll dieses Themengebiet anhand einer Aufgabe mit einer Zwölfknotenschnur und dem Auffinden von Pythagoräischen Tripeln näher gebracht werden.

Abbildung 4.64: Satz des Pythagoras - Thema 4 [11]

Folgt man dem ersten Link des Abschnitts gelangt man auf eine Unterseite der Lernplattform. Hier erhält man den Auftrag, eine Zwölfknotenschnur zu erstellen und mit dessen Hilfe die Winkeln des Klassenzimmer zu vermessen. Klickt man, in der Aufgabenstellung, auf das Wort Zwölfknotenschnur wird man auf die deutsche Wikipedia zu diesem Thema weitergeleitet, wo nicht nur Informationen zur Konstruktion, sondern auch zur Geschichte zu finden sind.

Neben der Vermessung der Winkeln sollen die Schülerinnen und Schüler auch eine Bauanleitung in eigenen Worten verfassen und zusätzlich einen Beweis formulieren, warum sich ein rechter Winkel auf diese Art nachweisen lässt.

Die ausgearbeiteten Lösungen soll anschließend bei der Lehrerin beziehungsweise dem Lehrer abgegeben werden, wobei ein Abgabetermin vom Vortragenden festgelegt werden sollte.

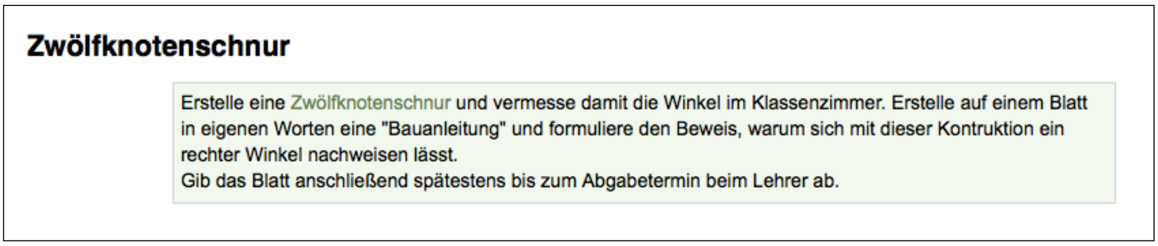


Abbildung 4.65: Arbeitsanweisung zur Zwölfknotenschnur [43]

Zurück im Hauptmenü gelangt man mit dem Link "Referat: Pythagoräische Zahlentripel - Wie findet man sie?" auf eine externe Internetseite, die Informationen zu Pythagoräischen Tripel beinhaltet.

Neben dem theoretischen Hintergrund, werden vier Sätze zu Eigenschaften und der Bildung von teilerfremden Pythagoräischen Tripel genannt. Bei einem teilerfremden pythagoräischen Tripel ist der größte gemeinsame Teiler der drei Zahlen 1. Da solche Tripel nicht schnell zu berechnen sind, wurde zusätzlich ein Rechner zur Auffindung dieser speziellen Tripel bereitgestellt.

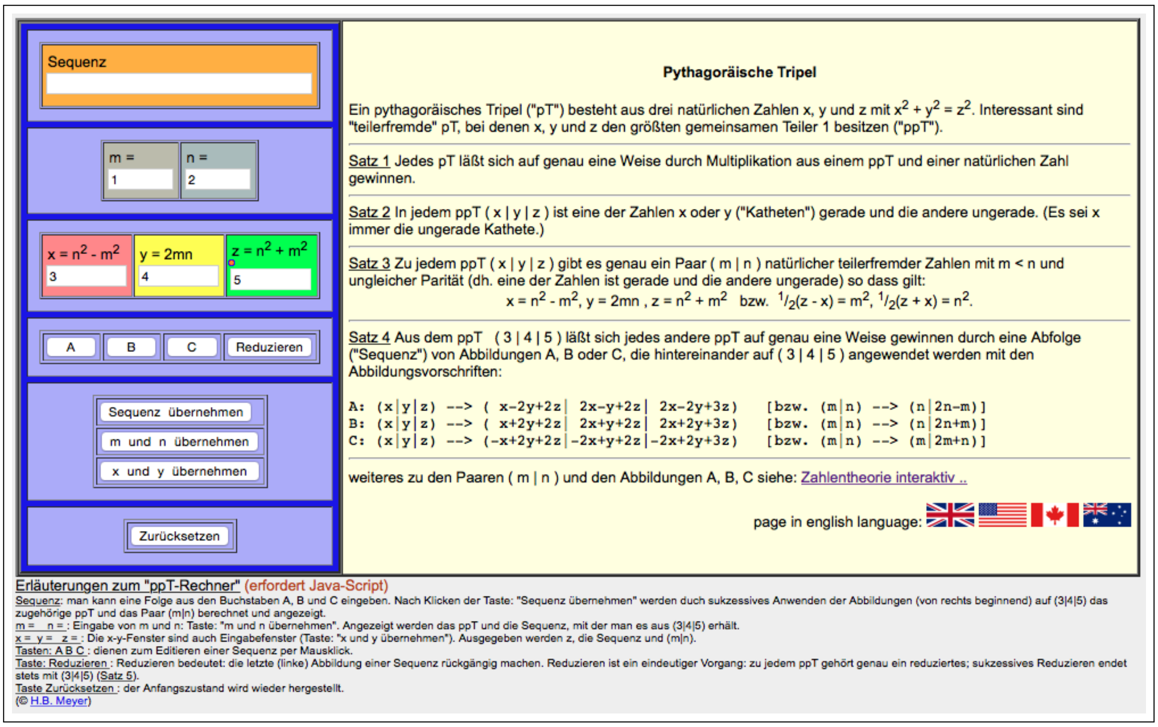


Abbildung 4.66: Pythagoräische Tripel [43]

Da der Rechner nicht selbsterklärend ist, wurde eine kurze Erläuterung von den Autoren zur Verfügung gestellt.

Thema 5

Dieser Abschnitt der Lernplattform beschäftigt sich mit verschiedensten Aufgabenstellungen zum Satz des Pythagoras. Zunächst werden den Schülerinnen und Schülern wichtige Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gegeben. Neben der Anfertigung von Skizzen, sollen die Ergebnisse immer mit jener Skizze verglichen und auf deren Sinnhaftigkeit überprüft werden. Zusätzlich werden Hinweise zur Berechnung von einzelnen Katheten gegeben und der Link zu einem Mathematikforum, bei dem man schnell Hinweise zur Lösung von Beispielen erhält, gegeben.

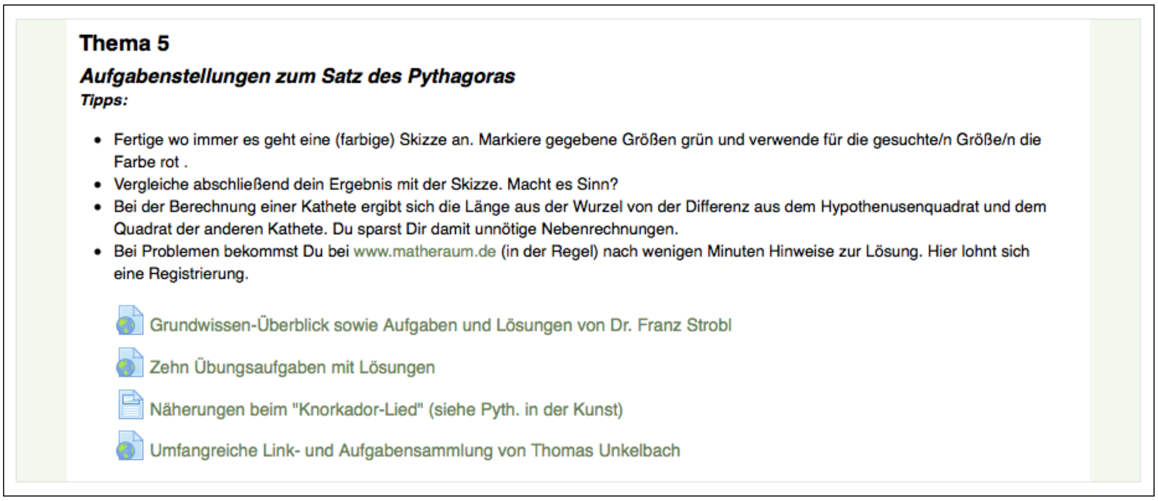
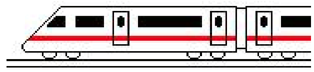


Abbildung 4.67: Satz des Pythagoras - Thema 5 [11]

Der erste Menüpunkt ”Grundwissen-Überblick sowie Aufgaben und Lösungen von Dr. Franz Strobl” führt auf eine externe Internetseite mit etlichen Dokumente für zehn wichtigsten mathematischer Themen der neunten Schulstufe. [21]

Auch zum Satz von Pythagoras wurde je ein Dokument zum Grundwissen, zu Übungsaufgaben und Lösungen bereitgestellt.

9. Klasse



www.strobl-f.de/m9.html

Grundwissen Mathematik 9. Klasse: Die 10 wichtigsten Themen auf jeweils einer Seite!

Thema	Grundwissen	Übungsaufgaben	Lösungen
9/1 Wurzeln	pdf (ca. 68k)	pdf (ca. 53k)	pdf (ca. 63k)
9/2 Binomische Formeln, Faktorisieren	pdf (ca. 36k)	pdf (ca. 39k)	pdf (ca. 42k)
9/3 Quadratische Gleichungen	pdf (ca. 58k)	pdf (ca. 51k)	pdf (ca. 56k)
9/4 Quadratische Funktionen: Scheitel	pdf (ca. 62k)	pdf (ca. 56k)	pdf (ca. 48k)
9/5 Quadratische Funktionen: Zeichnung	pdf (ca. 77k)	pdf (ca. 34k)	pdf (ca. 71k)
9/6 Pythagoras	pdf (ca. 72k)	pdf (ca. 63k)	pdf (ca. 65k)
9/7 sin, cos, tan im rechtwinkligen Dreieck	pdf (ca. 74k)	pdf (ca. 50k)	pdf (ca. 71k)
9/8 Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel	pdf (ca. 89k)	pdf (ca. 35k)	pdf (ca. 89k)
9/9 Mehrstufige Zufallsexperimente, Pfadregeln	pdf (ca. 38k)	pdf (ca. 17k)	pdf (ca. 51k)
9/10 Lösen von Gleichungen: Überblick	pdf (ca. 67k)	pdf (ca. 33k)	pdf (ca. 74k)
9/K Kompakt-Überblick zum Grundwissen	pdf (ca. 74k)	pdf (ca. 69k)	pdf (ca. 89k)
9/M Mathematik bis 9. Klasse kompakt	nicht erhältlich	pdf (ca. 103k)	pdf (ca. 155k)

Alle Grundwissens-, Übungs- und Lösungsseiten der 9. Klasse gesamt: pdf (ca. 587k)

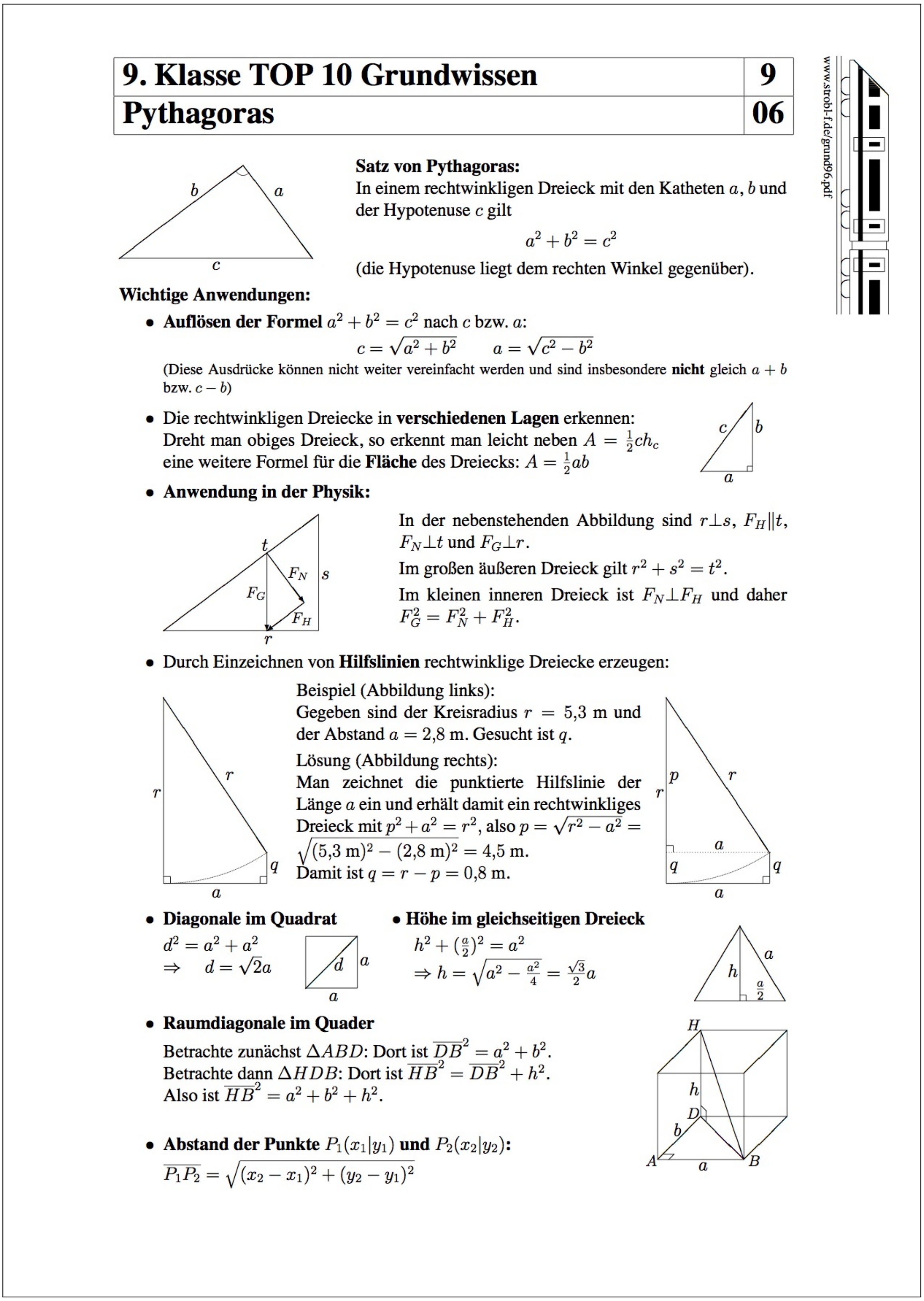
Für die pdf-Dateien ist ein pdf-Betrachter erforderlich (z. B. acrobat reader oder sumatra oder ...).

Stichwortverzeichnis

Startseite

Abbildung 4.68: Grundwissen Mathematik 9. Klasse von Dr. Franz Strobl [21]

Das Dokument Grundwissen Pythagoras beinhaltet neben der Definition auch wichtige Anwendungen des Satzes. Neben Berechnungen an Figuren und Körpern wir auch die Anwendung in der Physik vorgestellt.



9. Klasse TOP 10 Grundwissen **9**

Pythagoras **06**

www.strobl-f.de/grund96.pdf

Satz von Pythagoras:
In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a, b und der Hypotenuse c gilt

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(die Hypotenuse liegt dem rechten Winkel gegenüber).

Wichtige Anwendungen:

- **Auflösen der Formel** $a^2 + b^2 = c^2$ nach c bzw. a:
  $$c = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$
  (Diese Ausdrücke können nicht weiter vereinfacht werden und sind insbesondere **nicht** gleich $a + b$ bzw. $c - b$)
- Die rechtwinkligen Dreiecke in **verschiedenen Lagen** erkennen:
  Dreht man obiges Dreieck, so erkennt man leicht neben $A = \frac{1}{2}ch_c$ eine weitere Formel für die **Fläche** des Dreiecks: $A = \frac{1}{2}ab$
- **Anwendung in der Physik:**
  In der nebenstehenden Abbildung sind $r \perp s$, $F_H \| t$, $F_N \perp t$ und $F_G \perp r$.
  Im großen äußeren Dreieck gilt $r^2 + s^2 = t^2$.
  Im kleinen inneren Dreieck ist $F_N \perp F_H$ und daher $F_G^2 = F_N^2 + F_H^2$.
- Durch Einzeichnen von **Hilfslinien** rechtwinklige Dreiecke erzeugen:
  Beispiel (Abbildung links):
  Gegeben sind der Kreisradius $r = 5{,}3$ m und der Abstand $a = 2{,}8$ m. Gesucht ist q.
  Lösung (Abbildung rechts):
  Man zeichnet die punktierte Hilfslinie der Länge a ein und erhält damit ein rechtwinkliges Dreieck mit $p^2 + a^2 = r^2$, also $p = \sqrt{r^2 - a^2} = \sqrt{(5{,}3\text{ m})^2 - (2{,}8\text{ m})^2} = 4{,}5$ m.
  Damit ist $q = r - p = 0{,}8$ m.
- **Diagonale im Quadrat**
  $d^2 = a^2 + a^2$
  $\Rightarrow \quad d = \sqrt{2}a$
- **Höhe im gleichseitigen Dreieck**
  $h^2 + (\frac{a}{2})^2 = a^2$
  $\Rightarrow h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$
- **Raumdiagonale im Quader**
  Betrachte zunächst ΔABD: Dort ist $\overline{DB}^2 = a^2 + b^2$.
  Betrachte dann ΔHDB: Dort ist $\overline{HB}^2 = \overline{DB}^2 + h^2$.
  Also ist $\overline{HB}^2 = a^2 + b^2 + h^2$.
- **Abstand der Punkte** $P_1(x_1|y_1)$ **und** $P_2(x_2|y_2)$:
  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Abbildung 4.69: Grundwissen - Satz des Pythagoras von Dr. Strobl [21]

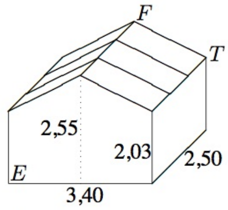
Ein weiteres Dokument beinhaltet sechs verschiedene Übungsaufgaben zum Satz des Pythagoras. Neben Beispielen ohne Anwendungsbezug (etwa Beispiel 1 und 5), werden auch Aufgaben aus dem Bereich Physik (Beispiel 3) und ein vereinfachtes Beispiel aus der Architektur (Beispiel 2) bereitgestellt.

www.strobl-f.de/ueb96.pdf

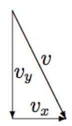
9. Klasse Übungsaufgaben	**9**
Pythagoras	**06**

1. (a) Notiere die Formel für den Abstand der Punkte $P(x_p|y_p)$ und $Q(x_q|y_q)$. Mache Dir die Formel anhand einer Skizze klar.
   (b) Berechne die Seitenlängen des Dreiecks ABC mit $A(3|2)$, $B(1|1)$, $C(5|-2)$.
   (c) Vom Satz von Pythagoras gilt auch die Umkehrung, d. h. gilt $a^2 + b^2 = c^2$, so hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel. Zeige damit, dass das Dreieck aus Teilaufgabe (b) bei A rechtwinklig ist.

2. (a) Wie lang ist der längste Faden, den eine Spinne geradlinig im nebenstehenden Holzhäuschen (Maße in m) spannen könnte?
   (b) Wie viel m² Dachfläche hat das nebenstehende Holzhäuschen?



3. Anwendung in der Physik: Geschwindigkeitspfeile werden oft zerlegt in Horizontalgeschwindigkeit v_x und Vertikalgeschwindigkeit v_y.
   Dabei können v_x und v_y je nach Richtung (rechts/links bzw. oben/unten) positiv oder negativ sein. Beim Vektor v betrachten wir hier die Pfeillänge $|v|$.

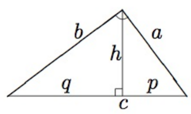


Ergänze die Tabelle:

v_x	5	6			3	7
v_y	12	−8	0,8	15		
$\|v\|$			1	17	5	25

4. (a) Berechne Inkreisradius und Kantenlänge eines regelmäßigen Sechsecks mit Umkreisradius r (allgemein in Abhängigkeit von r).
   (b) Suche im regelmäßigen Achteck Hilfslinien, durch die rechtwinklige Dreiecke entstehen.

5. (a) Stelle für die nebenstehende Figur drei Pythagoras-Formeln auf!
   (b) Im rechtwinkligen Dreieck gilt auch der Kathetensatz $a^2 = pc$ (ebenso $b^2 = qc$), der z. B. mit Hilfe ähnlicher Dreiecke (→ grund89.pdf) bewiesen werden kann.
   Setze damit (und mit Hilfe von Teilaufgabe (a)) den hier vorgegebenen Ansatz fort und folgere damit den sog. Höhensatz: $pq = p(c - p) = \ldots$



6. Gegeben ist die Standardnormalparabel $y = x^2$.
   Welcher Punkt $F(0|f)$ liegt vom Parabelpunkt $P(x|y)$ ebenso weit entfernt wie P von der Geraden $y = -f$ („Leitlinie“)?
   (F heißt Brennpunkt der Parabel.)

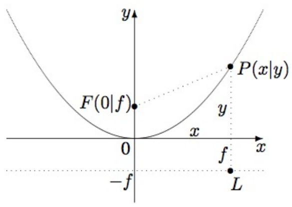


Abbildung 4.70: Aufgaben - Satz des Pythagoras von Dr. Strobl [21]

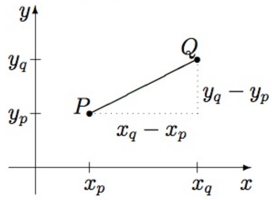
Zum Übungsblatt zum Satz von Pythagoras wurde vom Autor auch ein Lösungsblatt zur Verfügung gestellt. Nicht nur für schwächere Schülerinnen und Schüler ist das Aufzeigen möglicher Lösungswege, eine sinnvolle Methode, um den frustfreien Lernfortschritt zu ermöglichen.

www.strobl-f.de/lsg96.pdf

9. Klasse Lösungen	9
Pythagoras	06

1.

(a) $\overline{PQ} = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}$



(b) $\overline{AB} = \sqrt{(1-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$,

$\overline{BC} = \sqrt{(5-1)^2 + (-2-1)^2} =$
$= \sqrt{16+9} = 5$,

$\overline{AC} = \sqrt{(5-3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20}$.

(c) Ist bei A der rechte Winkel, so ist $[BC]$ die Hypotenuse; es muss also gelten $\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2$.

Dies gilt wegen $\overline{BC}^2 = 25$,
$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = 20 + 5 = 25$.

2.

(a) Als längste Strecke kommen in Betracht: Von der vorderen unteren Ecke E zur hinteren Firstecke F oder von E zur Trauf-Ecke T.

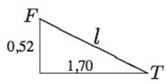
Wie bei der Diagonalen im Quader (→ grund96.pdf) berechnet man:

$\overline{EF}^2 = 1{,}70^2 + 2{,}50^2 + 2{,}55^2$,
$\overline{EF} \approx 3{,}96$.

$\overline{ET}^2 = 3{,}40^2 + 2{,}50^2 + 2{,}03^2$,
$\overline{ET} \approx 4{,}68$ (alles in m).

Längster Faden also: 4,68 m.

(b)



Dachlänge:
$l^2 = 0{,}52^2 + 1{,}70^2, l \approx 1,78$.

Dach links: $A \approx 1{,}78 \cdot 2{,}50 \approx 4,45$

Dachfläche: $2A \approx 8,9$ (m²)

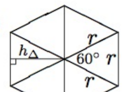
3.

$v^2 = v_x^2 + v_y^2$, also $v_x = \pm\sqrt{v^2 - v_y^2}$,
$v_y = \pm\sqrt{v^2 - v_x^2}$, $|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

v_x	5	6	±0,6	±8	3	7
v_y	12	−8	0,8	15	±4	±24
$\lvert v\rvert$	13	10	1	17	5	25

4.

(a)



Das regelmäßige Sechseck kann in gleichseitige Dreiecke zerlegt werden. Daher ist die Kantenlänge gleich dem Umkreisradius r. Der Inkreisradius ist die Höhe im gleichseitigen Dreieck: $h_\Delta = \frac{\sqrt{3}}{2}r$.

(c) Nennt man die Ecken $A_1, A_2, \ldots, A_8$ und den Mittelpunkt M, so zeichne man die Verbindungslinie $[A_1A_3]$ ein. Dann ist MA_1A_3 ein rechtwinkliges Dreieck, das durch $[MA_2]$ in zwei rechtwinklige Dreiecke zerlegt wird.

5.

(a) $p^2 + h^2 = a^2, q^2 + h^2 = b^2, a^2 + b^2 = c^2$

(b) Aus (a) folgt $h^2 = a^2 - p^2$. Somit
$pq = p(c-p) = pc - p^2 =$
$= a^2 - p^2 = h^2$ (Höhensatz)

6.

Es soll gelten: $\overline{FP} = \overline{PL}$
Mit der Formel für Abstände im Koordinatensystem folgt:
$\sqrt{x^2 + (y-f)^2} = y + f$
Quadrieren beider Seiten:
$x^2 + (y-f)^2 = (y+f)^2$
$x^2 + y^2 - 2yf + f^2 = y^2 + 2yf + f^2$
$x^2 = 4yf$
Mit $y = x^2$ folgt
$x^2 = 4x^2 f$
$f = \frac{1}{4}$. Also Brennpunkt $F(0|\frac{1}{4})$.

Abbildung 4.71: Lösungen - Satz des Pythagoras von Dr. Franz Strobl [21]

Da das Internets einem ständigen Wandel unterlegen ist, können einzelne Inhalte nicht mehr verfügbar sein. Auch bei dieser Lernplattform trifft dies bei einem Link auf eine externe Internetseite zu. Der zweite Punkt von Thema 5 dieser Lernplattform **10 Übungsaufgaben mit Lösung** kann, zum aktuellen Stand, nicht mehr aufgerufen und somit von den Schülerinnen und Schülern nicht bearbeitet werden.

Der nächste Link **Näherungen beim "Knorkador-Lied"** ist verfügbar und führt auf eine Unterseite der Lernplattform. Auf dieser Seite werden den Lernenden drei Aufgaben zu einem Lied, das die Abstandsbestimmung zum Horizont mit Hilfe des Satzes von Pythagoras spielerisch vermitteln soll, gestellt.

Abbildung 4.72: Aufgabe zum Knorkador Lied [11]

Zum Youtube-Video dieses Liedes kommt man durch einen Klick auf das Wort *Hier* im ersten Satz der Angabe. Im Lied wurden Werte nur näherungsweise angegeben, welche die Schülerinnen und Schüler in der ersten Aufgabenstellungen finden und angeben sollen.

Für die Lösung der zweiten Aufgabe benötigen die Lernenden die Erkenntnisse aus der vorhergehenden Fragestellung. Sie sollen die Ergebnisse auf deren "Brauchbarkeit" überprüft werden und anschließend die Erkenntnisse auf einen weiteren Sachverhalt anwenden.

Im dritten und letzten Beispiel müssen sich die Lernenden erneut näher mit dem Inhalt des Liedes beschäftigen. In der letzten Berechnung wurde die Bedeutung des Gleichheitszeichens nicht beachtet, wobei die Stelle von den Schülerinnen und Schülern gefunden und die Art der Missachtung begründet werden muss.

Wie die Abgabe der gelösten Beispiele durchgeführt werden soll, ist nicht angegeben, kann daher durch den Kursleiter frei bestimmt werden.

Durch den vierten Punkt *Umfangreiche Link- und Aufgabensammlung von Thomas Unkelbach* im Thema 5 gelangt man auf eine externe Internetseite mit einer umfangreichen Zusammenstellung an theoretischen und praktischen Lernmaterialien zum Thema Pythagoras. Neben Unterlagen und interaktiven Übungen zum *Satz des Pythagoras*, werden den Schülerinnen und Schülern auch Materialien zu den Thema *Katheten- und Höhensatz* angeboten.

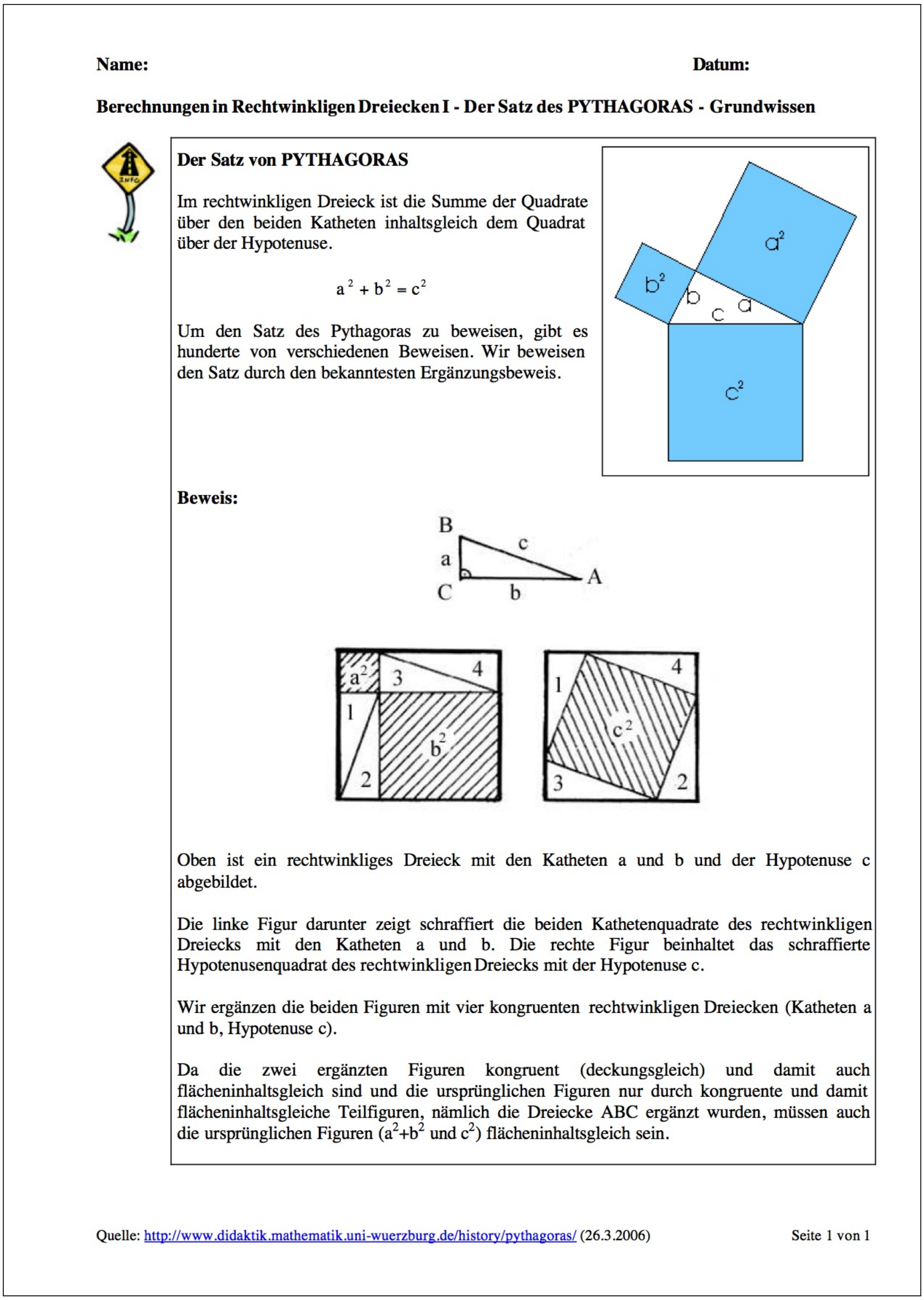
Materialien zum Selbstständigen Arbeiten
Mathematik Sekundarstufe I - Geometrie - Berechnungen in Rechtwinkligen Dreiecken I (Flächensätze)

Erläuterungen zum Aufbau der Mathematik-Seiten

Kompetenzen	Erklärungen und Simulationen	Standard- und Anwendungsaufgaben
*Was versteht man unter einem **Rechtwinkligen Dreieck**? Wie sind die Bezeichnungen im Rechtwinkligen Dreieck?*	Grundwissen	Aufgaben zum Grundwissen
*Wie lautet der **Satz des PYTHAGORAS**, wie wird er **bewiesen** und wozu kann man ihn nutzen?*	Grundwissen Grundwissen (Bitmedia): Selbstlernkurs Herleitung 1 (Andreas Meier) Herleitung 2 mit Video (Andreas Meier) [...] Satz des Pythagoras (Walter Fendt): Demonstration Der Satz von Pythagoras - Anleitung zum Beweis (Franz Embacher): Anleitung zum Beweis Pythagoras' Theorem (Michael Fowler u.a.): Beweis zum selbstständigen Durchführen Satz des Pythagoras (Walter Fendt): Beweis The Pythagorean Theorem (Erich Neuwirth): Beweis Visual proof of Pythagoras' Theorem (Cinderella): Beweis Der Satz des Pythagoras (Jim Morey, Peter Krahmer): Beweis Pythagoriean Theorem (1) ; (2) ; (3) ; (4) ; (5) ; (6) ; (7) ; (8) ; (9) (IES): 9 Beweise Theorem of Pythagoras a*a + b*b = c*c (Fu-Kwun Hwang): Beweis Der Satz des Pythagoras (Volkshochschule Kleinheubach)	Aufgaben zum Grundwissen ; Lösung Klapptest 1 Klapptest 2 Trainer 1 (Andreas Meier) Trainer 2 (Andreas Meier) Trainer 3 (Andreas Meier) Trainer 4 (Andreas Meier) Trainer 5 (Andreas Meier) Trainer 6 (Andreas Meier): gl.-sch. Dreieck Trainer 7 (Andreas Meier): Trapez Trainer 8 (Andreas Meier): Drachen Trainer 9 (Bitmedia): Selbstlernkurs

Abbildung 4.73: Materialien zum Selbstständigen Arbeiten [52]

Das erste Arbeitsunterlage zum *Satz des Pythagoras* in der Spalte *Erklärungen und Simulationen* wird in der nächsten Abbildung gezeigt. Dabei sollen die grundlegenden Informationen anhand einer Skizze und einer kurzen Erklärung vermittelt werden. Zusätzlich wird ein einfacher Beweis des Satzes angeführt.



Name: **Datum:**

Berechnungen in Rechtwinkligen Dreiecken I - Der Satz des PYTHAGORAS - Grundwissen

Der Satz von PYTHAGORAS

Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Quadrate über den beiden Katheten inhaltsgleich dem Quadrat über der Hypotenuse.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Um den Satz des Pythagoras zu beweisen, gibt es hunderte von verschiedenen Beweisen. Wir beweisen den Satz durch den bekanntesten Ergänzungsbeweis.

Beweis:

Oben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c abgebildet.

Die linke Figur darunter zeigt schraffiert die beiden Kathetenquadrate des rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten a und b. Die rechte Figur beinhaltet das schraffierte Hypotenusenquadrat des rechtwinkligen Dreiecks mit der Hypotenuse c.

Wir ergänzen die beiden Figuren mit vier kongruenten rechtwinkligen Dreiecken (Katheten a und b, Hypotenuse c).

Da die zwei ergänzten Figuren kongruent (deckungsgleich) und damit auch flächeninhaltsgleich sind und die ursprünglichen Figuren nur durch kongruente und damit flächeninhaltsgleiche Teilfiguren, nämlich die Dreiecke ABC ergänzt wurden, müssen auch die ursprünglichen Figuren (a^2+b^2 und c^2) flächeninhaltsgleich sein.

Quelle: http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/history/pythagoras/ (26.3.2006) Seite 1 von 1

Abbildung 4.74: Grundwissen zum Satz des Pythagoras [52]

Zu dem, im Dokument *Grundwissen* angeführten, Beweis wird eine interaktives Arbeitsblatt unter dem Punkt *Herleitung 1* angeboten. Hierbei können die Schülerinnen und Schülern nicht nur die Größe der Katheten a und b variieren, sondern auch jeden Teil des rechten Quadrates verschieben und in das links abgebildete Quadrat einfügen. Nicht die Position des grünen Quadrats in der Mitte, sondern auch die der grauen Dreiecke kann verändert werden.

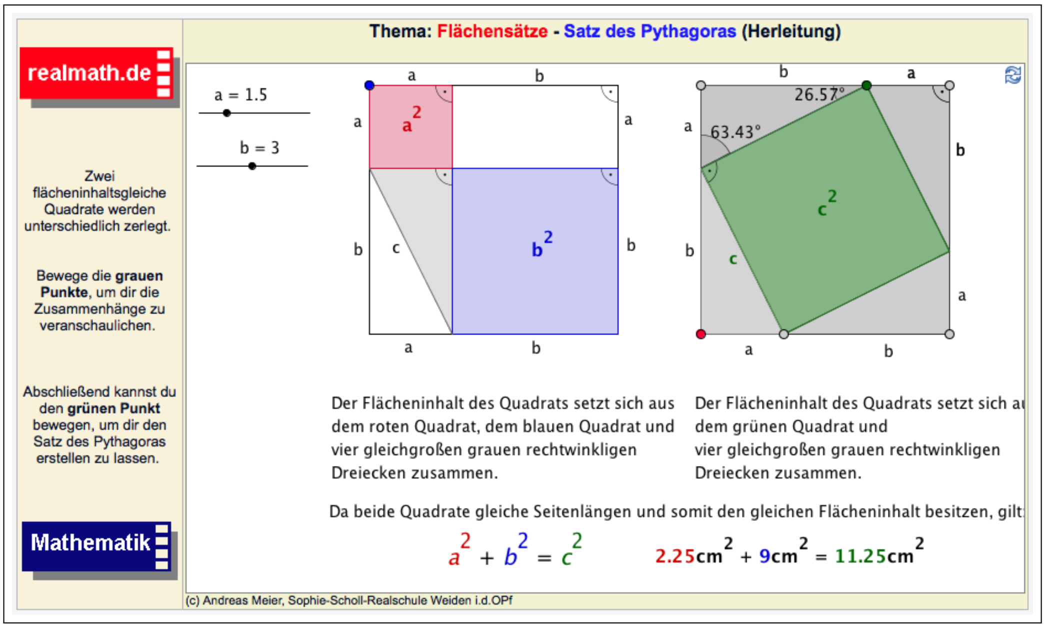


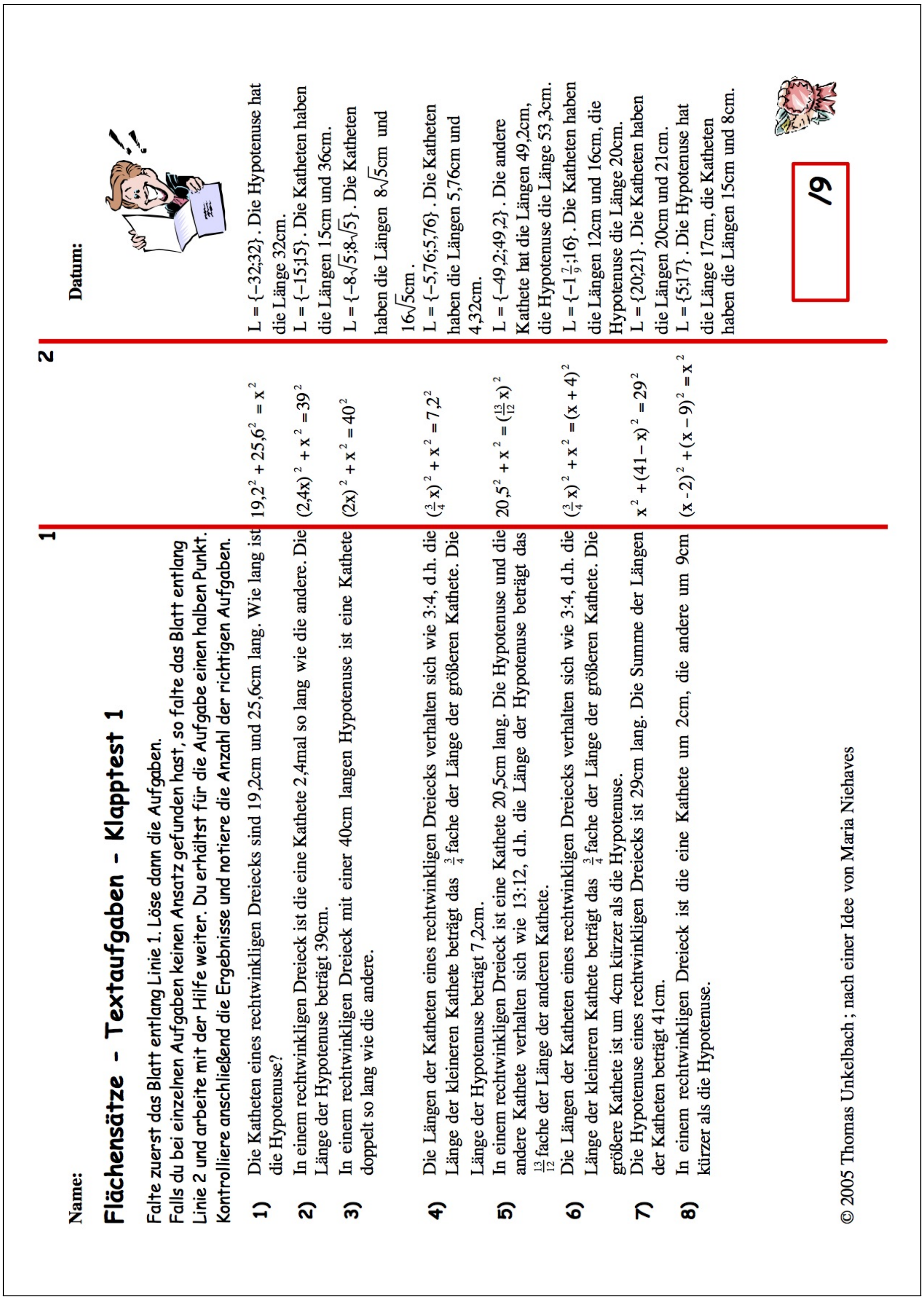
Abbildung 4.75: interaktive Übung zur Herleitung des Flächensatzes [35]

Ein weiterer Lerninhalt, der in der Spalte *Standard- und Anwendungsaufgaben* unter dem Punkt *Klapptest 1*, bereitgestellt wird, ist eine Übung für die Schülerinnen und Schüler zur selbstständigen Überprüfung der bereits erlernten Inhalte.

Auf der rechten Seite der ersten vertikalen Linie befindet sich eine Hilfestellung, die die Lernenden bei der Lösung der Aufgaben unterstützen soll. Zunächst soll jedoch versucht werden, die Aufgaben ohne diese Hilfestellung zu lösen. Dazu muss das Blatt entlang dieser Linie gefaltet werden, um die Tips zu verbergen.

Beanspruchen die Schülerinnen und Schüler die Unterstützung müssen sie zunächst das Blatt an der zweiten vertikalen Linie falten um die Lösung am rechten Rand zu verbergen.

Mit dieser Methode können die Aufgaben selbstständig und ohne Unterstützung eines Lehrenden gelöst und überprüft werden.



Name: **Datum:**

Flächensätze - Textaufgaben - Klapptest 1

Falte zuerst das Blatt entlang Linie 1. Löse dann die Aufgaben.
Falls du bei einzelnen Aufgaben keinen Ansatz gefunden hast, so falte das Blatt entlang Linie 2 und arbeite mit der Hilfe weiter. Du erhältst für die Aufgabe einen halben Punkt.
Kontrolliere anschließend die Ergebnisse und notiere die Anzahl der richtigen Aufgaben.

		1	2
1)	Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 19,2cm und 25,6cm lang. Wie lang ist die Hypotenuse?	$19{,}2^2 + 25{,}6^2 = x^2$	$L = \{-32;32\}$. Die Hypotenuse hat die Länge 32cm.
2)	In einem rechtwinkligen Dreieck ist die eine Kathete 2,4mal so lang wie die andere. Die Länge der Hypotenuse beträgt 39cm.	$(2{,}4x)^2 + x^2 = 39^2$	$L = \{-15;15\}$. Die Katheten haben die Längen 15cm und 36cm.
3)	In einem rechtwinkligen Dreieck mit einer 40cm langen Hypotenuse ist eine Kathete doppelt so lang wie die andere.	$(2x)^2 + x^2 = 40^2$	$L = \{-8\sqrt{5};8\sqrt{5}\}$. Die Katheten haben die Längen $8\sqrt{5}$cm und $16\sqrt{5}$cm.
4)	Die Längen der Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks verhalten sich wie 3:4, d.h. die Länge der kleineren Kathete beträgt das $\frac{3}{4}$ fache der Länge der größeren Kathete. Die Länge der Hypotenuse beträgt 7,2cm.	$(\frac{3}{4}x)^2 + x^2 = 7{,}2^2$	$L = \{-5{,}76;5{,}76\}$. Die Katheten haben die Längen 5,76cm und 4,32cm.
5)	In einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete 20,5cm lang. Die Hypotenuse und die andere Kathete verhalten sich wie 13:12, d.h. die Länge der Hypotenuse beträgt das $\frac{13}{12}$ fache der Länge der anderen Kathete.	$20{,}5^2 + x^2 = (\frac{13}{12}x)^2$	$L = \{-49{,}2;49{,}2\}$. Die andere Kathete hat die Längen 49,2cm, die Hypotenuse die Länge 53,3cm.
6)	Die Längen der Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks verhalten sich wie 3:4, d.h. die Länge der kleineren Kathete beträgt das $\frac{3}{4}$ fache der Länge der größeren Kathete. Die größere Kathete ist um 4cm kürzer als die Hypotenuse.	$(\frac{3}{4}x)^2 + x^2 = (x+4)^2$	$L = \{-1\frac{7}{9};16\}$. Die Katheten haben die Längen 12cm und 16cm, die Hypotenuse die Länge 20cm.
7)	Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 29cm lang. Die Summe der Längen der Katheten beträgt 41cm.	$x^2 + (41-x)^2 = 29^2$	$L = \{20;21\}$. Die Katheten haben die Längen 20cm und 21cm.
8)	In einem rechtwinkligen Dreieck ist die eine Kathete um 2cm, die andere um 9cm kürzer als die Hypotenuse.	$(x-2)^2 + (x-9)^2 = x^2$	$L = \{5;17\}$. Die Hypotenuse hat die Länge 17cm, die Katheten haben die Längen 15cm und 8cm.

/9

© 2005 Thomas Unkelbach ; nach einer Idee von Maria Niehaves

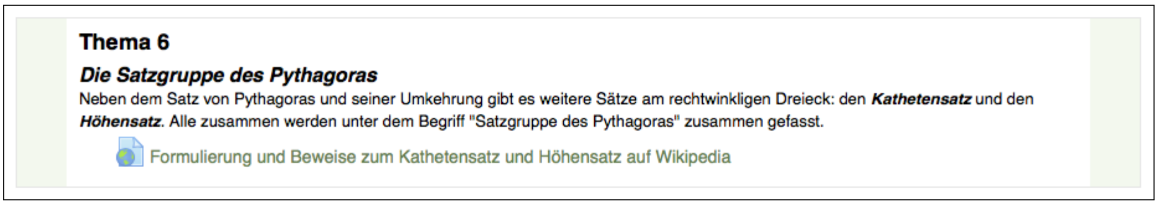
Abbildung 4.76: Textaufgaben zu Flächensätzen [52]

Das Dokument *Grundwissen*, das Arbeitsblatt *Flächensätze - Satz des Pythagoras* und die Übung *Klapptest - Flächensätze* stellen nur einen Ausschnitt und ein Exempel der Form der bereitgestellten Lerninhalte zum Satz des Pythagoras dar.

Thema 6

Neben dem Satz des Pythagoras befassen sich sowohl der *Kathetensatz* und als auch der *Höhensatz* mit Berechnungen am und im rechtwinkeligen Dreiecken.

In diesem Kapitel der Lernplattform sollen die Schülerinnen und Schüler diese zwei weiteren Sätze der sogenannten *Satzgruppe des Pythagoras* kennenlernen. Durch den bereitgestellten Link werden sie auf die Wikipedia-Seite, die sich mit dieser Gruppe beschäftigt, weitergeleitet.



Thema 6

Die Satzgruppe des Pythagoras

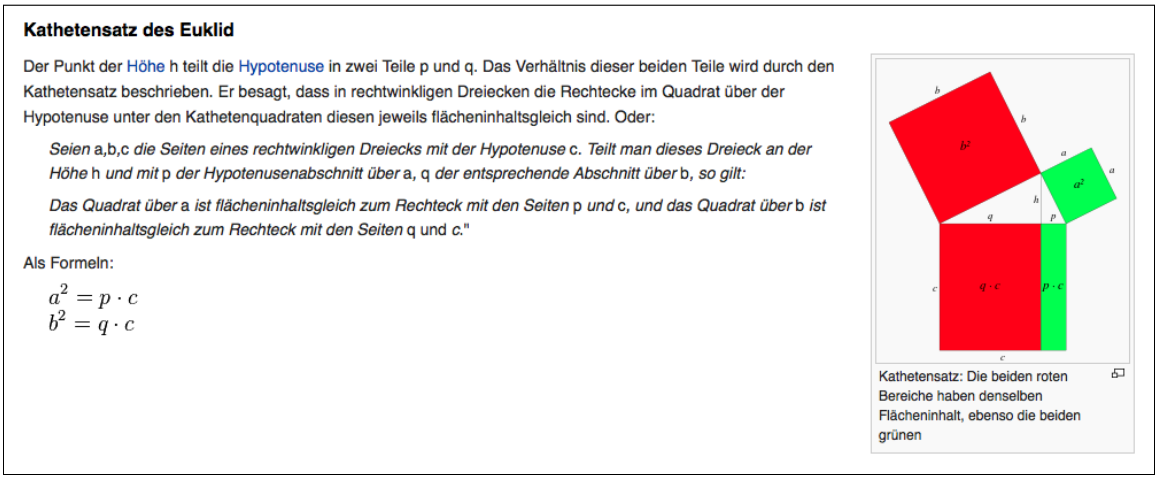
Neben dem Satz von Pythagoras und seiner Umkehrung gibt es weitere Sätze am rechtwinkligen Dreieck: den ***Kathetensatz*** und den ***Höhensatz***. Alle zusammen werden unter dem Begriff "Satzgruppe des Pythagoras" zusammen gefasst.

Formulierung und Beweise zum Kathetensatz und Höhensatz auf Wikipedia

Abbildung 4.77: Satz des Pythagoras - Thema 6 [11]

Auf dieser Internetseite befinden sich neben den Formulierungen, auch algebraische und geometrische Beweise der drei Sätze der Satzgruppe des Pythagoras.

In den beiden folgenden Abbildungen sind die Erklärungen des Kathetensatzes beziehungsweise des Höhensatzes von Euklid bereitgestellt. Neben der Erklärung der Bestandteile und Formulierung der Formeln, finden sich auch Skizzen, die die Definitionen visualisieren sollen.



Kathetensatz des Euklid

Der Punkt der Höhe h teilt die Hypotenuse in zwei Teile p und q. Das Verhältnis dieser beiden Teile wird durch den Kathetensatz beschrieben. Er besagt, dass in rechtwinkligen Dreiecken die Rechtecke im Quadrat über der Hypotenuse unter den Kathetenquadraten diesen jeweils flächeninhaltsgleich sind. Oder:

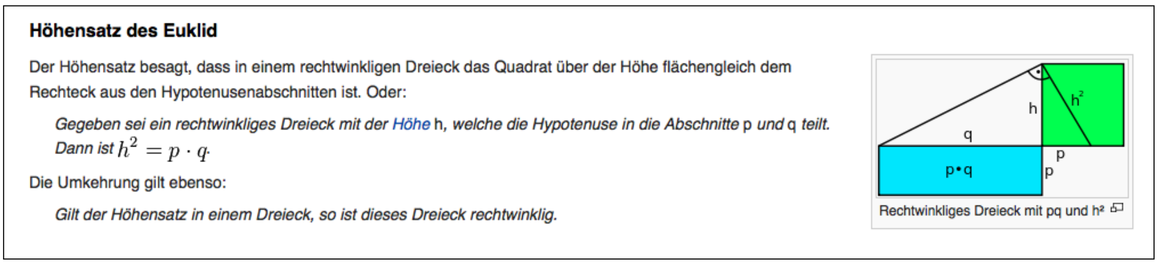
Seien a,b,c die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks mit der Hypotenuse c*. Teilt man dieses Dreieck an der Höhe* h *und mit* p *der Hypotenusenabschnitt über* a*,* q *der entsprechende Abschnitt über* b*, so gilt:*

Das Quadrat über a *ist flächeninhaltsgleich zum Rechteck mit den Seiten* p *und* c*, und das Quadrat über* b *ist flächeninhaltsgleich zum Rechteck mit den Seiten* q *und* c*."*

Als Formeln:

$$a^2 = p \cdot c$$
$$b^2 = q \cdot c$$

Abbildung 4.78: Erklärung - Kathetensatz des Euklid [55]



Höhensatz des Euklid

Der Höhensatz besagt, dass in einem rechtwinkligen Dreieck das Quadrat über der Höhe flächengleich dem Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten ist. Oder:

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck mit der Höhe h*, welche die Hypotenuse in die Abschnitte* p *und* q *teilt. Dann ist* $h^2 = p \cdot q$*.*

Die Umkehrung gilt ebenso:

Gilt der Höhensatz in einem Dreieck, so ist dieses Dreieck rechtwinklig.

Abbildung 4.79: Erklärung - Höhensatz des Euklid [55]

Sowohl zum Höhensatz als auch zum Kathetensatz wird mindestens ein arithmetischer Beweis direkt auf dieser Seite zu Verfügung gestellt, für Beweise zum Satz des Pythagoras wird man auf die Wikipediaseite des Satzes weitergeleitet.

Zusätzlich wird erklärt, dass jeder Satz dieser Satzgruppe durch einen beziehungsweise beide anderen Sätze der Gruppe bewiesen werden können. Sie sind *äquivalent*, das bedeutet, falls einer der drei Sätze der Satzgruppe bewiesen ist, gelten die anderen zwei als bewiesen.[55]

In den beiden folgenden Abbildungen sind exemplarisch eine arithmetische Begründung zum Kathetensatz und eine zum Höhensatz bereitgestellt.

Beweis des Kathetensatzes

Dieser Beweis verläuft analog zum Beweis des Höhensatzes mithilfe obiger vier Formeln: Es ist

$$a^2 = c^2 - b^2 = p^2 + 2pq + q^2 - (q^2 + h^2) = p^2 + 2pq + q^2 - q^2 - a^2 + p^2 = 2p^2 + 2pq - a^2$$

und damit

$$2a^2 = 2p(p+q) = 2pc$$
$$a^2 = pc$$

analog gilt dann

$$b^2 = qc.$$

Abbildung 4.80: Arithmetischer Beweis - Kathetensatz des Euklid [55]

Beweis des Höhensatzes

Der Beweis des Höhensatzes kann mit dem Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$ und der Binomischen Formel $(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$ geführt werden.

Im Diagramm erkennt man drei rechtwinklige Dreiecke, eines mit den Seiten a,b,c, dann noch jeweils eines mit h,p,a und h,q,b. Für jedes dieser Dreiecke gilt der Satz des Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$h^2 + p^2 = a^2$$
$$h^2 + q^2 = b^2$$

Außerdem gilt $p + q = c$. Das Quadrat ist also:

$$(p+q)^2 = c^2.$$

Nach der ersten binomischen Formel ist dies

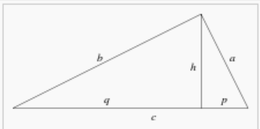
$$p^2 + 2pq + q^2 = c^2.$$

Setzt man dies für c² in die erste Formel ein und für a² und b² den jeweiligen linken Teil der zweiten und dritten Formel, so erhält man:

$$h^2 + p^2 + h^2 + q^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

und damit $2h^2 = 2pq$. Nach Division durch zwei folgt der zu beweisende Höhensatz:

$$h^2 = pq.$$



Rechtwinkliges Dreieck mit Seitenlängen a,b,c, Höhe h und Hypotenusenabschnitten p,q

Abbildung 4.81: Arithmetischer Beweis - Höhensatz des Euklid [55]

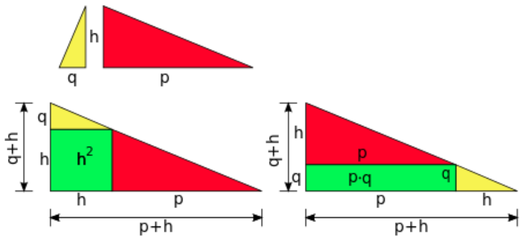
Neben den arithmetischen Beweisen werden auch zwei graphische Beweise zu den Höhensätzen und einer zu den Kathetensätzen angeboten. Es kann nachfolgend nur eine Begründung gezeigt werden, da die restlichen graphischen Beweise animierte Skizzen enthalten und so nicht aussagekräftig genug sind. Beide Beweisgänge werden mittels Scherung in den Animationen veranschaulicht.

Ergänzungsbeweis des Höhensatzes

Zwei rechtwinklige Dreiecke sind kongruent, falls die Katheten gleich sind (der eingeschlossene Winkel ist ja auch gleich).

Teilt man ein rechtwinkliges Dreieck an der Höhe *h* in zwei rechtwinklige Dreiecke mit den Seiten *p* und *h* bzw. *q* und *h* (gelbes und rotes Dreieck im Diagramm), so kann man diese an ein Quadrat mit der Seitenlänge *h* (im Diagramm unten links) und an ein Rechteck mit den Seiten *p* und *q* anlegen (im Diagramm unten rechts).

In beiden Fällen entsteht ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten *p+h* und *q+h*. Das rechte und linke Dreieck sind also kongruent. Das erste besteht aber aus dem gelben und roten Dreieck und dem Quadrat h^2, das zweite aus den beiden Dreiecken und dem Rechteck *pq*. Die Fläche des Quadrats muss daher gleich der Fläche des Rechtecks sein, also $h^2=pq$.



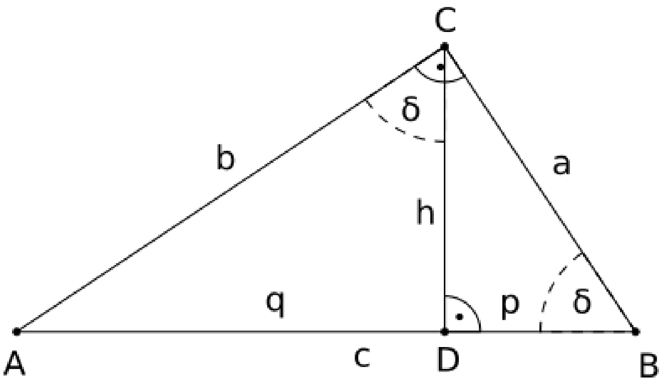
Ergänzungsbeweis zum Höhensatz

Abbildung 4.82: Graphischer Beweis - Kathetensatz des Euklid [55]

Abschließend wird den Schülerinnen und Schülern noch ein Beweis aller Sätze der Satzgruppe mittels ähnlichen Dreiecken bereitgestellt. Zunächst werden die Kathetensätze mittels Ähnlichkeit und anschließend aus dieser Erkenntnis der Satz des Pythagoras bewiesen. Die letzte Zeile dieses Absatzes beweist, wieder anhand von ähnlichen Dreiecken, den Höhensatz in rechtwinkeligen Dreiecken.

Beweis der kompletten Satzgruppe über ähnliche Dreiecke

Die Seitenverhältnisse der ähnlichen Dreiecke liefern sofort die beiden Kathetensätze und den Höhensatz. Der Satz des Pythagoras ergibt sich dann direkt aus der Addition der beiden Kathetensätze.



$$\triangle BCD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{a}{p} = \frac{c}{a} \Rightarrow a^2 = cp$$

$$\triangle ADC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{b}{q} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = cq$$

$$a^2 + b^2 = cp + cq = c(q+p) = c^2$$

$$\triangle ADC \sim \triangle BCD \Rightarrow \frac{h}{p} = \frac{q}{h} \Rightarrow h^2 = pq$$

Abbildung 4.83: Beweis der kompletten Satzgruppe [55]

Thema 7

Das Unterkapitel *Thema 7* der Lernplattform beschäftigt sich mit dem Vorkommen des Satzes von Pythagoras in der Kunst, wobei dafür zwei Links zu externen Internetseiten für die Schülerinnen und Schüler bereitgestellt werden.

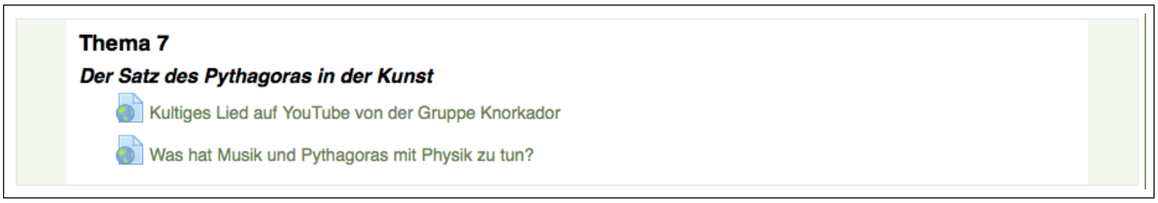


Abbildung 4.84: Satz des Pythagoras - Thema 7 [11]

Der *erste Link* führt zum Youtube-Videos des, aus Thema 5 bekannten, **Knorkador Liedes** und soll daher hier nicht erneut beschrieben werden.

Beim *zweiten Link* wird man zu einem Eintrag in einem Forum, der sich mit dem **Zusammenhang von Musik, Pythagoras und Physik** beschäftigt, weitergeleitet. In diesem Forum, namens Yahoo Clever, können Mitglieder Fragen stellen, die von anderen Mitgliedern beantwortet werden können.

Wie in der folgenden Abbildung zu sehen ist, hat ein Benutzer gefragt, was Musik und Pythagoras mit Physik zu tun habe. Neben der angezeigten Antwort, gab es noch weitere Beiträge, jedoch wird die, von den Mitgliedern des Forum gewählte, beste Antwort direkt unter der Frage angezeigt.

In diesem Beitrag wird beschrieben, dass drei Saiten mit einem Längenverhältnis der pythagoräischen Zahlen (3:4:5), als Grundton einen Akkord besitzen. Der Zusammenhang zwischen Pythagoras und Musik wird deutlich dargestellt, jedoch wird der Zusammenhang mit der Physik nicht erwähnt. Vermutlich wird die Schwingung der Saiten als diese Beziehung angenommen.

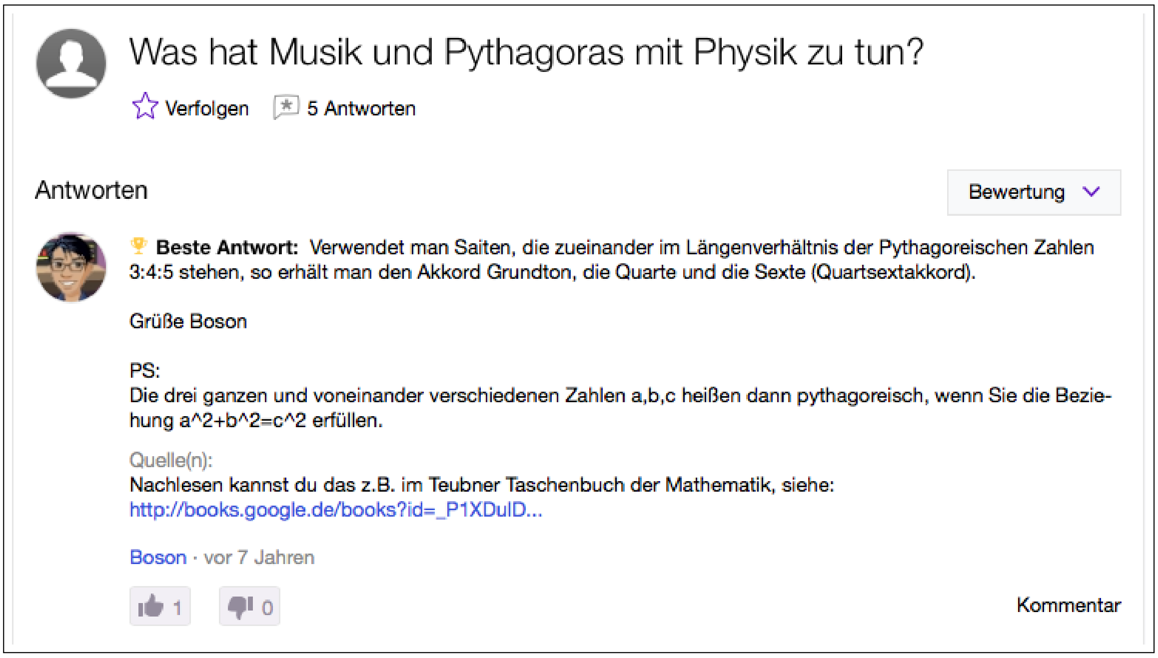


Abbildung 4.85: Was hat Musik und Pythagoras mit Physik zu tun? [56]

Thema 8

In folgendem Kapitel der Lernplattform werden den Schülerinnen und Schülern Übungen und Beweise zum Satz des Pythagoras und dessen Umkehrung auf drei verschiedenen Internetseiten bereitgestellt.

Thema 8

Übungen für Wettbewerbe über und mit dem Satz des Pythagoras und seiner Umkehrung

- Beweise: "Ankreis und Inkreisberührpunkte liegen symmetrisch zum entsprechenden Seitenmittelpunkt."
- Nachweis der Rechteckseigenschaften mit dem Satz des Pythagoras (Wettbewerbsaufgabe)
- Die Zwillingskreise des Archimedes

Abbildung 4.86: Satz des Pythagoras - Thema 8 [11]

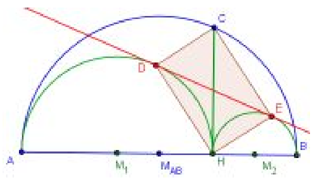
Der erste Link **Beweis "Ankreis und Inkreisberührpunkte liegen symetrisch zum entsprechenden Seitenmittelpunkt"** ist leider nicht mehr verfügbar und kann somit von den Lernenden nicht genutzt werden.

Durch den zweiten Punkt **Nachweis der Rechteckseigenschaften mit dem Satz des Pythagoras** wird man auf eine Seite des Landesbildungssever Baden-Württemberg weitergeleitet, wo man eine Aufgabe des Landeswettbewerb-Mathematik aus dem Jahr 1989 findet.

LWM 1989: Nachweis der Rechteckseigenschaften (mit dem Satz des Pythagoras)

Aufgabe 4 Landeswettbewerb-Mathematik (LWM) aus dem Jahr 1989 (Runde 2)

Auf einem Halbkreis über AB wird ein Punkt C beliebig gewählt. Die Senkrechte zu AB durch C schneidet AB in H. Über AH und HB werden erneut Halbkreise gezeichnet.
Die gemeinsame Tangente berührt die beiden Halbkreise in den Punkten D und E.



Zeige: Das Viereck CDHE ist ein Rechteck.

Tipps zur Beweisführung:

- Unterhalb dieses Textes findest Du eine Animation zur Beweisführung. (Der erste Start kann etwas dauern.) Die zughörige Beweisskizze wird durch Öffnen der ersten drei Schiebeschalter schrittweise angezeigt. Mit dem dritten Schalter erscheinen alle Objekte auf einmal.
- Es genügt, wenn wir die Fälle betrachten, bei denen der Punkt C (und damit auch H) näher an B als an A liegt. (Im umgekehrten Fall spiegelt man die Anordnung an der Mittelsenkrechten von AB und vertauscht die Bezeichnung für A und B.)
- Beachte, dass die Radien der der drei Kreise von einander abhängen. Formuliere eine Beziehung zwischen r, r_1 und r_2.
- Im vorgestellten Beweis steht die Anwendung des Satzes von Pythagoras als Kongruenznachweis im Vordergrund. Hierfür muss man zunächst einen Trick anwenden. Welchen? Auch die Gleichheit der Tangentenabschnitte von einem Punkt außeralb eines Kreises ist ein einfaches Beweismittel. Neben dem hier vorgestellten Lösungsweg gibt es noch weitere.
- Erstelle möglichst eine eigene Lösung. Wenn du der Beweisführung folgst, fasse die wesentlichen Schritte in eigenen Worten in einem Heftaufschrieb zusammen. Erkläre den Beweis einem Freund / einer Freundin.
- Vergleiche Aussage der Aufgabenstellung mit den "Zwillingskreisen des Archimedes". Hier erhält man durch die beiden inneren Kreise kein Rechteck, sondern zwei kongruente Kreise. Auch dies lässt sich mit dem Satz des Pythagoras nachweisen.

Abbildung 4.87: Nachweis der Rechteckseigenschaften (mit dem Satz des Pythagoras) [29]

In dieser Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler beweisen, dass es sich bei dem, in die gegebene Grafik, eingezeichnete Viereck um ein Rechteck handelt. Neben einer detaillierten Beschreibung der Grafik und einer Skizze, werden den Lernenden auch Tipps zur Führung von Beweisen bereitgestellt.

Neben diesen Tipps, findet man ein *interaktives GeoGebra Arbeitsblatt*, das als zusätzliche Hilfe für den Beweis dienen soll. Hier kann man sich die Aufgabenstellung, in drei Teile aufgeteilt, anzeigen lassen. Zunächst wird bei Teil 1 nur der große Halbkreis inklusive den Punkten A,B, C und H und der Geraden von Punkt C nach H angezeigt. Anschließend werden bei Teil 2 die beiden kleineren Halbkreise inklusive Punkte D und C und der verbindenden Tangente eingeblendet. Lässt man sich den dritten Teil der Aufgabenstellung anzeigen, erscheint zusätzlich Viereck mit den Eckpunkten C, D, E und H.

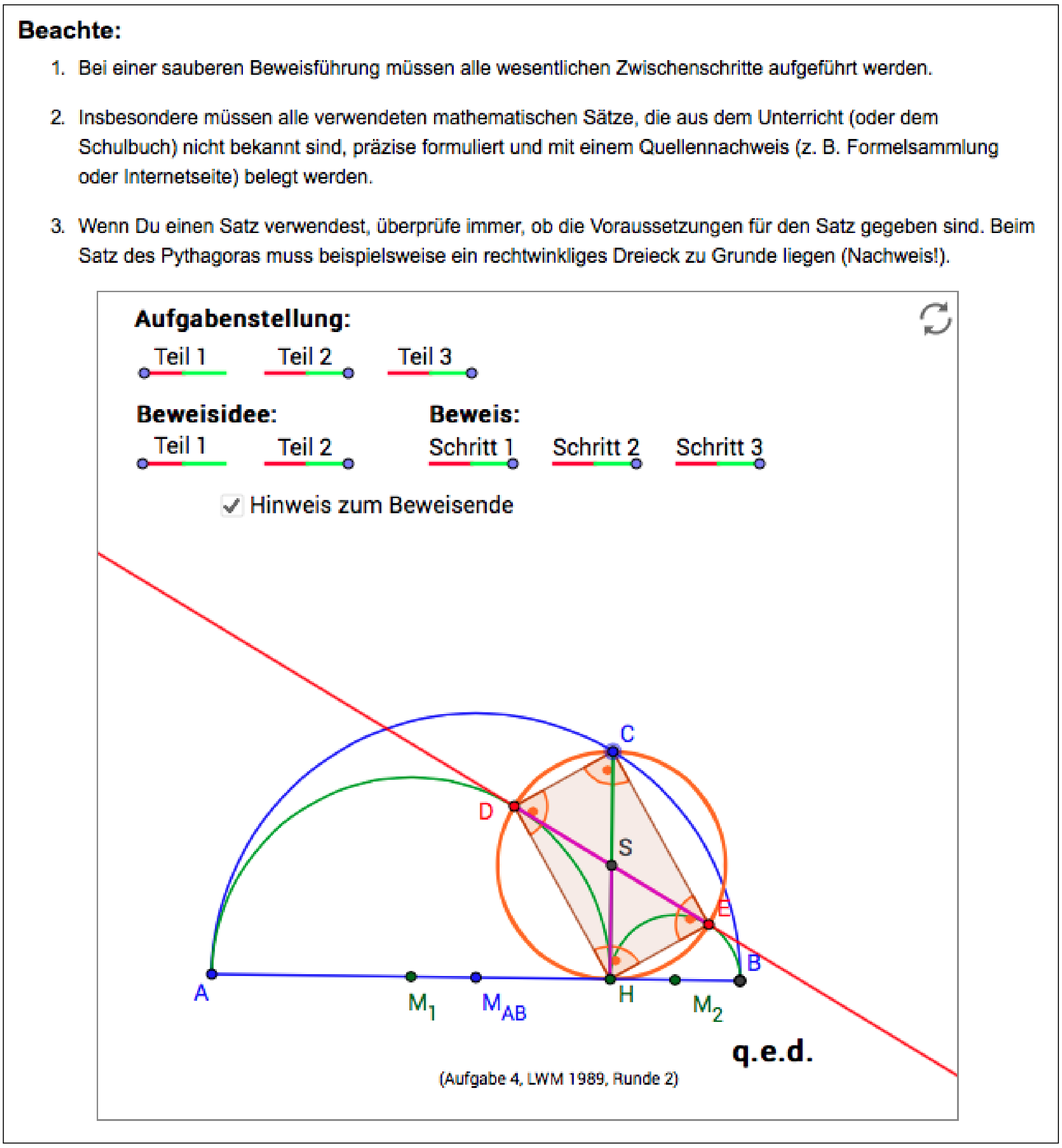


Abbildung 4.88: Nachweis der Rechteckseigenschaften - Fortsetzung [29]

Die Lernenden sollen nun beweisen, dass es sich bei dem angezeigten Viereck um ein Rechteck handelt. Einzelne Punkte der Grafik können verschoben und zusätzlich Hilfsobjekte, die zur Aufstellung des Beweises hilfreich sind, angezeigt werden.

Der Beweis selber wird auf der Internetseite nicht gänzlich angezeigt und sollte daher von dem Lehrenden, nach Abschluss des Kapitels, für die Schülerinnen und Schüler bereitgestellt werden.

Der dritte und letzte Punkt des Kapitels führt erneut auf die Internetseite des Landesbildungsservers Baden Württemberg und beinhaltet eine Aufgabenstellung inklusive einer interaktiven GeoGebra Grafik zu den **Zwillingskreisen des Archimedes**.

Unter dem Punkt *Hinweise* findet man neben Informationen zum Umgang mit dem interaktiven GeoGeobra Arbeitsblatt, auch erste Informationen zur Aufgabenstellung. Detailliertere Angaben dazu, finden die Schülerinnen und Schüler unter dem Punkt *Aufgabe*.

Die Zwillingskreise des Archimedes

Hinweise:

- Beim Beweis muss nachgewiesen werden, dass die beiden Radien x und y gleich sind.
- Für Hinweise lassen sich die Schiebeschalter in den grünen Bereich schieben. Hierdurch erscheinen in der Konstruktion Hilfsobjekte (Strecken, Winkel, Dreiecke und Texthinweise).
- Mit dem hellblauen Pfeilsymbol oben rechts auf dem Zeichenblatt kannst du die Konstruktion zurück setzten.

(Alternativ-Beweise werden von der Mathematik-Redaktion gerne angenommen und veröffentlicht.)

Aufgabe:

Führe den Beweis zu Ende. Zeichne die Figur mit den Zwillingskreisen und beschreibe die Vorgehensweise in einem Aufsatz. Verwende hierbei die Begriffe "Satz des Pythagoras", Additionsverfahren (eventuell auch Einsetzungsverfahren) und Ausklammern.

Abbildung 4.89: Die Zwillingskreise des Archimedes [29]

Die Lernen sollen, mit Hilfe des interaktiven GeoGebra Arbeitsblattes beweisen, dass die Kreise, die in der sogenannten Sichel des Archimedes eingeschrieben sind, den selben Radius besitzen. Zur Hilfestellung stehen ihnen vier verschiedene Tipps zur Verfügung die nach der Reihe eingeblendet werden können. Durch Schieberegler können sowohl der Radius des großen, als auch die Radien der kleinen Halbkreise verändert werden.

Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras, durch Ausklammern und einem Verfahren zur Lösung von linearen Gleichungssystemen soll dieser Beweis geführt werden. In der folgenden Abbildung sieht man das bereitgestellte interaktive Arbeitsblatt zu den Zwillingskreisen inklusive den schrittweise eingeblendeten Hilfestellungen.

Es wurde nur der Radius eines Kreises der Zwillingskreise in Abhängigkeit der Radien der kleinen Halbkreise bereitgestellt, der Radius des zweiten Zwillingskreises soll von den Lernenden analog bestimmt werden.

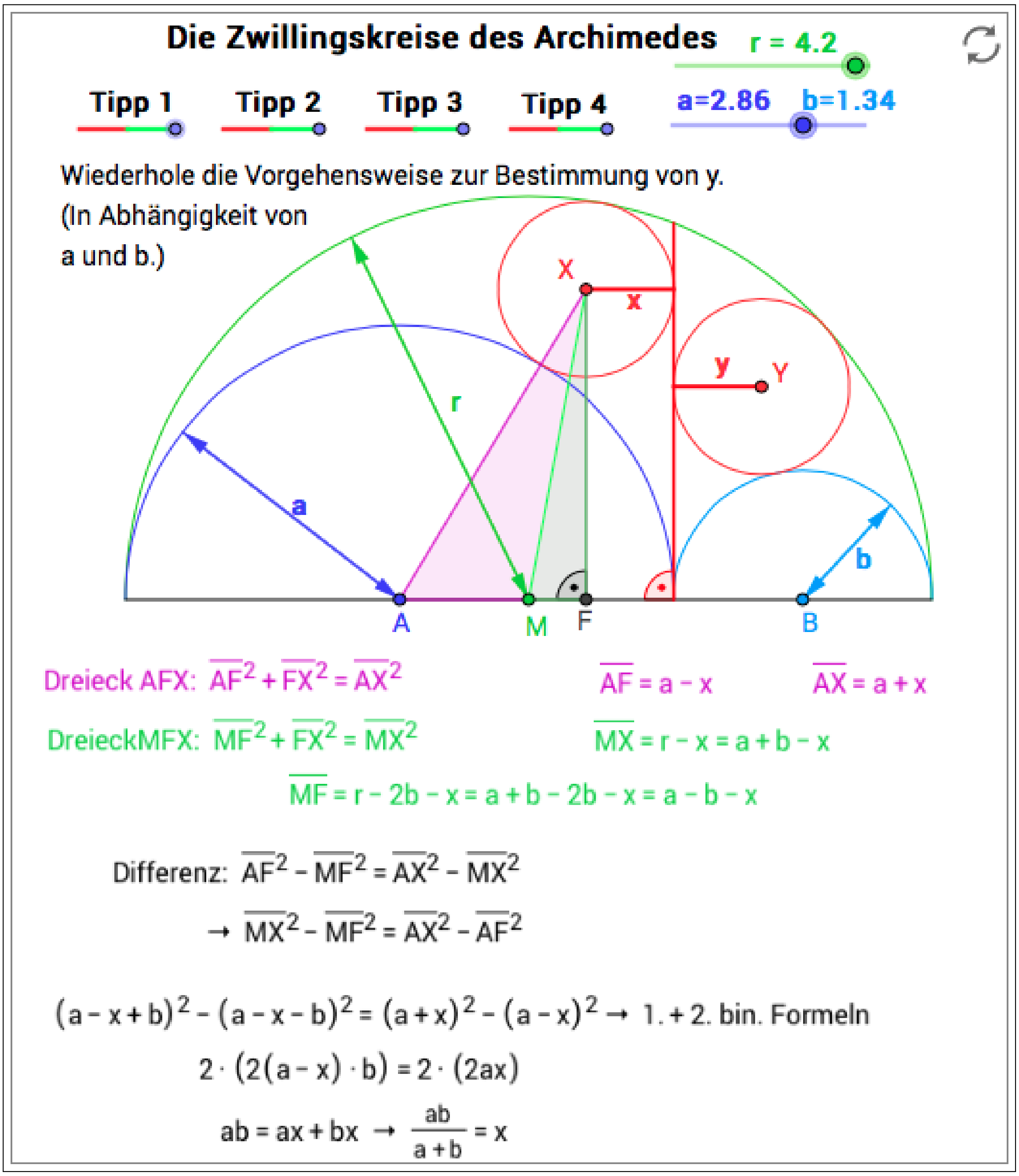


Abbildung 4.90: Die Zwillingskreise des Archimedes [29]

Thema 9

Das neunte und letzte Kapitel der Lernplattform beschäftigt sich mit dem **Sinus- und Cosinussatz**, einer Verallgemeinerung des Satzes des Pythagoras für allgemeine Dreiecke. Da für das Verstehen des Sinus- beziehungsweise Cosinussatzes die Kenntnisse von trigonometrischen Winkelbeziehungen notwendig ist, wird in diesem Kapitel ein Herleitung des *Satzes des Ptomomäus* und dessen Umkehrung bereitgestellt.

Thema 9

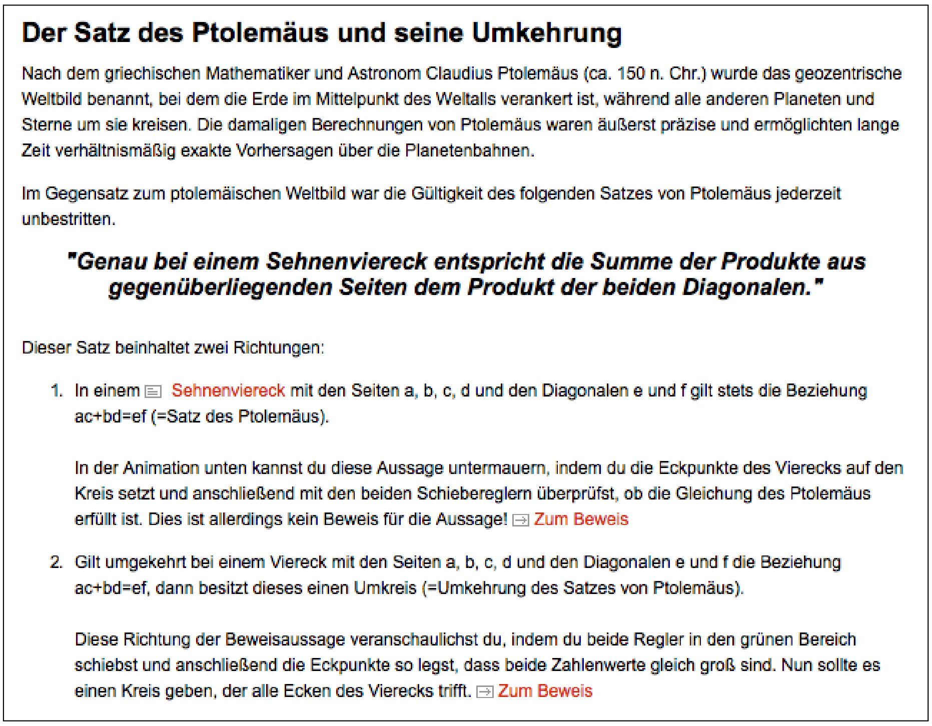
Ausblick: Sinussatz und Kosinussatz - Verallgemeinerungen vom Satz des Pythagoras für allgemeine Dreiecke

Ausgehend von den Kongruenzsätzen und der Theorie, dass alles, was eindeutig konstruierbar ist, auch berechnet werden kann (vgl. Glossareinträge Ssw und sws), stößt man über die Kongruenzsätze sowohl auf den Sinussatz als auch auf den Kosinussatz. Leider ist hierfür zunächst die Kenntnis der trigonoetrischen Winkelbeziehungen erforderlich.

Der Satz des Ptolemäus ist eine verallgemeinte Darstellung des Satzes von Pythagoras

Abbildung 4.91: Satz des Pythagoras - Thema 9 [11]

Folgt man dem bereitgestellten Link, wird man erneut auf eine Unterseite des Landesbildungsservers Baden Württemberg weitergeleitet. Zunächst werden geschichtliche Fakten aus dem Leben und den Werken des Mathematikers und Astronomen Ptolemäus bereitgestellt und anschließend sein berühmter Satz über das Verhältnis von den Seiten und den Diagonalen in Sehnenvierecken formuliert. Der Satz besagt, dass die Summe der Produkte der jeweils gegenüberliegenden Seiten eines Sehnenvierecks gleich dem Produkt der Diagonalen ist. Auch die Formulierung der Umkehrung des Satzes wird für die Schülerinnen und Schüler bereitgestellt.



Der Satz des Ptolemäus und seine Umkehrung

Nach dem griechischen Mathematiker und Astronom Claudius Ptolemäus (ca. 150 n. Chr.) wurde das geozentrische Weltbild benannt, bei dem die Erde im Mittelpunkt des Weltalls verankert ist, während alle anderen Planeten und Sterne um sie kreisen. Die damaligen Berechnungen von Ptolemäus waren äußerst präzise und ermöglichten lange Zeit verhältnismäßig exakte Vorhersagen über die Planetenbahnen.

Im Gegensatz zum ptolemäischen Weltbild war die Gültigkeit des folgenden Satzes von Ptolemäus jederzeit unbestritten.

"Genau bei einem Sehnenviereck entspricht die Summe der Produkte aus gegenüberliegenden Seiten dem Produkt der beiden Diagonalen."

Dieser Satz beinhaltet zwei Richtungen:

1. In einem Sehnenviereck mit den Seiten a, b, c, d und den Diagonalen e und f gilt stets die Beziehung ac+bd=ef (=Satz des Ptolemäus).

   In der Animation unten kannst du diese Aussage untermauern, indem du die Eckpunkte des Vierecks auf den Kreis setzt und anschließend mit den beiden Schiebereglern überprüfst, ob die Gleichung des Ptolemäus erfüllt ist. Dies ist allerdings kein Beweis für die Aussage! Zum Beweis

2. Gilt umgekehrt bei einem Viereck mit den Seiten a, b, c, d und den Diagonalen e und f die Beziehung ac+bd=ef, dann besitzt dieses einen Umkreis (=Umkehrung des Satzes von Ptolemäus).

   Diese Richtung der Beweisaussage veranschaulichst du, indem du beide Regler in den grünen Bereich schiebst und anschließend die Eckpunkte so legst, dass beide Zahlenwerte gleich groß sind. Nun sollte es einen Kreis geben, der alle Ecken des Vierecks trifft. Zum Beweis

Abbildung 4.92: Der Satz des Ptolemäus und seine Umkehrung [29]

Sowohl der Satz des Ptolemäus als auch seine Umkehrung soll mit dem bereitgestellten interaktiven GeoGebra Arbeitsblatt überprüft werden, jedoch ist dieser graphische Darstellung kein ausreichender Beweis für diesen Satz.

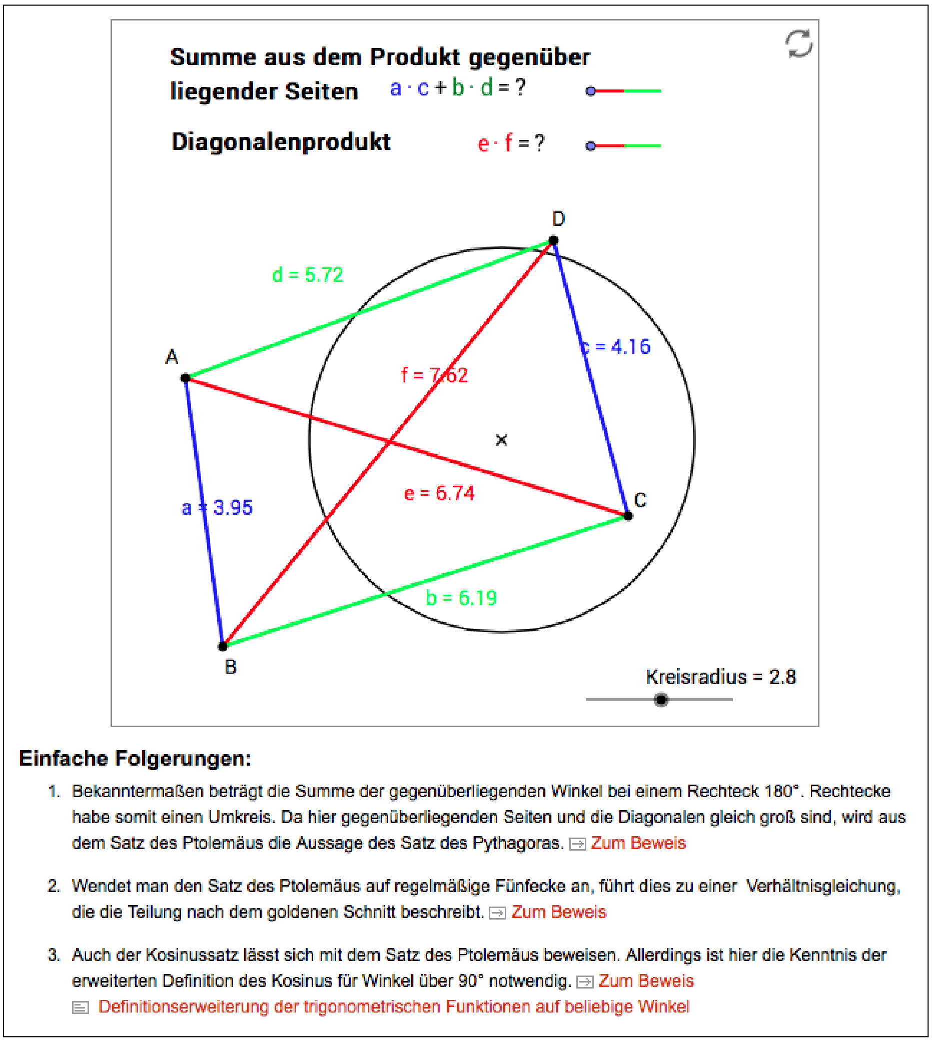


Abbildung 4.93: Der Satz des Ptolemäus und seine Umkehrung - Fortsetzung [29]

4.3.3 Zielgruppe

Der Satz des Pythagoras findet sich sowohl im Lehrplan der AHS Unterstufe, als auch der Neuen Mittelschule bereits in der dritten Klasse.[32][30] Das bedeutet, dass die einfacheren Übungen und Herleitung des Satzes, die auf dieser Lernplattform zur Verfügung stehen, für diese Schülerinnen und Schüler genutzt werden können.

Laut den Lehrplänen der allgemein- und berufsbildenden höheren Schulen sollen trigonometrische Funktionen, inklusive dem Sinus- und Kosinussatz vermittelt werden. Im Zuge dieses Unterrichts könnte die Herleitung und die Beweise des Satzes des Pythagoras besprochen werden.

Die in den letzten beiden Kapiteln der Lernplattform besprochenen Sätze *(Satz des Ptolemäus, Zwillingskreise des Archimedes, Nachweis der Rechteckseigenschaft im Halbkreis)* sind für den regulären Unterricht zu komplex und sollten besser in einem Intensivkurs oder in dem Vertiefungsfach Mathematik behandelt werden.

4.3.4 Anmeldung

Sowohl auf der Lernplattform der Neuen Mittelschule Passail als auch auf der Lernplattform auf anderen Homepages ist keine Anmeldung mit einem Benutzernamen und Passwort möglich beziehungsweise notwendig, da ein Gastzugang bereitgestellt ist.

Dies bedeutet zwar, dass man weder einen Kommentar im Forum hinterlassen noch einen Beitrag im Glossar verfassen kann, jedoch können zahlreiche Lerninhalte und Funktionen der Plattform genutzt werden.

5 Methoden

Während der Recherche wurden neben den, früher in dieser Arbeit, beschriebenen Lernplattformen weitere Kurse auf Verwendbarkeit für den Unterricht untersucht. Es wurde vor allem darauf geachtet, dass die Plattformen mit Moodle erstellt wurden und kostenlos beziehungsweise durch einen Gastzugang, verwendbar sind.

Dabei ist aufgefallen, dass häufig bestimmte Funktionen nicht, oder nur für registrierte, angemeldete Mitglieder zugänglich sind. Da die wichtigen Lerninhalte und Informationen trotzdem verfügbar sind, können die Lernmanagementsysteme trotzdem im Unterricht eingesetzt werden.

Die Funktionen, die am häufigsten nicht verfügbar sind, beschränken sich meist auf

- das Nachrichten- und Diskussionsforum,
- einem Glossar,
- Online Überprüfung in Form von Tests und
- dem Upload von Dokumenten.

In folgendem Abschnitt werden diesen vier Funktionen **Unterrichtsmethoden zugeordnet**, um sie im Unterricht trotzdem einsetzen zu können. Einige der erwähnten Arbeitsweisen stellen für die meisten Lehrerinnen und Lehrer keine Neuigkeit dar, da sie schon sehr lange im klassischen Unterricht eingesetzt werden. Funktionen, wie etwa die Erstellung von interaktiven Rätsel, sind jedoch eher unbekannt und werden daher länger als die klassischen Methoden beschrieben.

Die folgende Aufzählung ist nur ein kleiner Ausschnitt von den zahlreichen Unterrichtstechniken, die einen Ersatz dieser Moodle-Funktionen darstellen. Jede, der einsetzbaren Methoden aufzuzählen, würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen.

Weiters werden keine fertigen Unterrichtsplanungen, sondern eine Übersicht über mögliche Methoden, bereitgestellt. Nicht jede Methode wird von jeder Lehrerin beziehungsweise Lehrer gerne angewendet und daher wäre es nicht praktikabel einen Entwurf mit nur einer bestimmten Methode anzubieten.

5.1 Forum

Foren, nicht nur jene, die in Lernplattformen verwendet werden, haben den Zweck **Wissen auszutauschen**, **Diskussionen zu führen** beziehungsweise **Nachrichten** zu übermitteln.

Moodle unterscheidet dabei zwischen einem **Nachrichten- und Diskussionsforum**. Ersteres wird hauptsächlich vom Administrator für Mitteilungen an die Kursteilnehmer verwendet, jedoch kann auch eine Antwortmöglichkeit für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer angeboten werden.

Das Diskussionsforum soll zur öffentlichen Kommunikation, dem Austausch von Wissen oder zur Diskussion genutzt werden. Hier können die Lernenden neue Themen anlegen, die sowohl für die Kursleiterin beziehungsweise den Kursleiter, als auch für die restlichen Teilnehmerinnen und Teilnehmer sichtbar sind.

Das **Aussehen eines Moodleforums** ist abhängig vom verwendeten Thema, also der Formatvorlage der Lernplattform.

Der **Aufbau der Startseite** ist jedoch sehr ähnlich und enthält immer die einzelnen Themen des Forums zeilenweise aufgelistet. Neben dem Namen und dem Gründer des Themas, werden auch die Anzahl der bereits verfassten Antworten sowie der Verfasser und der Zeitpunkt der Erstellung des letzten Beitrags bereitgestellt.

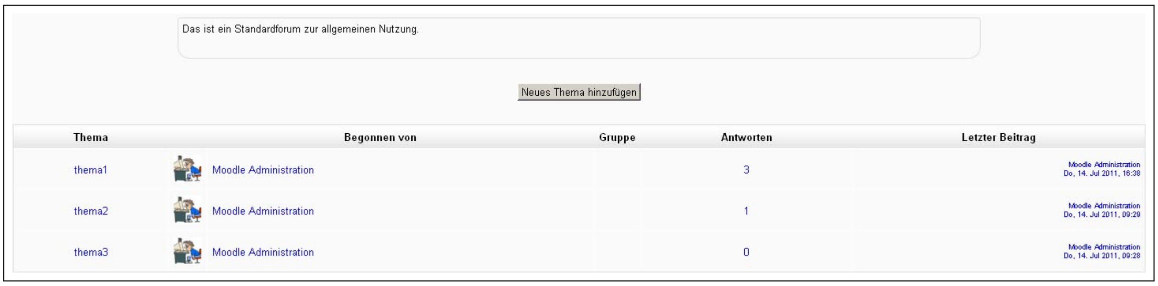


Abbildung 5.1: Beispiel eines Moodle Forums[10]

Wählt man ein bestimmtes **Thema** aus, werden alle **Beiträge**, die darin enthalten sind, angezeigt. Angemeldete Benutzer können auf vorhandene Beträge antworten. Diese werden, in der sogenannten verschachtelten Ansicht, eingerückt unter dem ursprünglichen Beitrag angezeigt. Wie in der folgenden Abbildung sichtbar, können die Einträge nicht nur in verschachtelter Form, sondern auch zeitlich sortiert beziehungsweise in hierarchischer Struktur angezeigt werden.

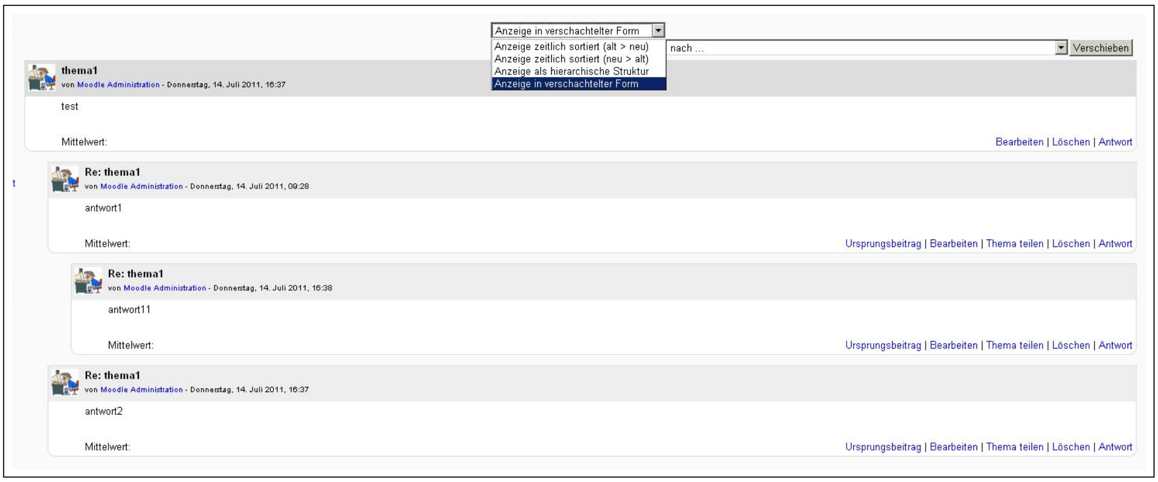


Abbildung 5.2: Beispiel eines Eintrages in einem Moodle Forum[10]

Die Foren sind bei den, frei verfügbaren und ohne Anmeldung benutzbaren, Lernplattformen nie nutzbar. Man kann zwar meist den Inhalt der Themen sehen, für die Erstellung eines Forumbeitrages muss man jedoch ein angemeldetes Mitglied mit Benutzernamen sein.

Anschließend werden einige **Unterrichtsmethoden** beschrieben, die statt der Verwendung eines **Diskussionsfurums** angewendet werden können. Dabei ist zu beachten, dass das Diskussionforum auch als Möglichkeit zur Abgabe einer gelösten Aufgabenstellung genutzt wird. Zum Beispiel zur Mitteilung seines Lieblingsbeweises und ähnliches.

Methoden, die statt dem **Nachrichtenforum** verwendet werden können, werden dabei nicht explizit beschrieben, da Informationen und Mitteilungen des Lehrenden für die Lernenden während des Präsenzunterrichts oder per E-mails übermittelt werden können.

5.1.1 Diskussion

Laut Wolfgang Mattes, ist die Diskussion ein **kontrovers geführtes Gespräch** in der Klasse, das nach vereinbarten Gesprächsregeln verläuft. Sie kann etwa in Form eines spontanen Meinungsaustausches zu Beginn, oder besser am Ende einer Erarbeitungsprozesses stattfinden. Um eine Diskussion zu beginnen, braucht man eine Frage, wobei gute Diskussionsfragen die Kontroversität eines Themas aufweisen. [33, vgl.]

Die Lehrerin beziehungsweise der Lehrer dient in Diskussionen als Moderator und sollte dabei folgende Aufgaben erfüllten:

- Regeln erklären und für deren Einhaltung sorgen,
- das Wort den Teilnehmer der Diskussion erteilen,
- neue Diskussionsimpulse geben,
- keine eigenen Diskussionbeiträge leisten,
- Diskussion mit Zusammenfassung beenden.

Schülerinnen und Schüler lernen durch die Teilnahme an einer Diskussion, eine eigene Meinung zu entwickeln, zu formulieren, argumentativ zu vertreten, Gegenargumente auszuhalten, die eigene Meinung in der Diskussion zu festigen oder zu überdenken. [33, vgl.]

Bei Diskussionen im Mathematikunterricht geht meist nicht um den Austausch von Meinungen, sondern mehr um das Teilen von bereits gelernten Informationen zu bestimmten Themen.

Fishbowl-Diskussion

Bei der sogenannten Fishbowl-Methode im Unterricht, wird zunächst eine Gruppe der Schülerinnen und Schüler ausgewählt, die entweder vor oder in der Mitte der Klasse über ein bestimmtes Thema diskutieren. Währenddessen beobachten die übrigen Schülerinnen und Schüler das Gespräch, weswegen diese Übung auch Fishbowl genannt werden kann. Die Mitglieder der Diskussion sind dabei wie Fische in einem Glas, die von einer Gruppe beobachtet werden. Bei den Mitgliedern der Diskussion wird ein Platz freigehalten, der von einem der außenstehenden Schülern belegt werden kann, um aktiv am Gespräch teilnehmen zu können. Im Anschluss kann von den Außenstehenden ein Feedback über das Diskussionsverhalten der Beteiligten gegeben werden.

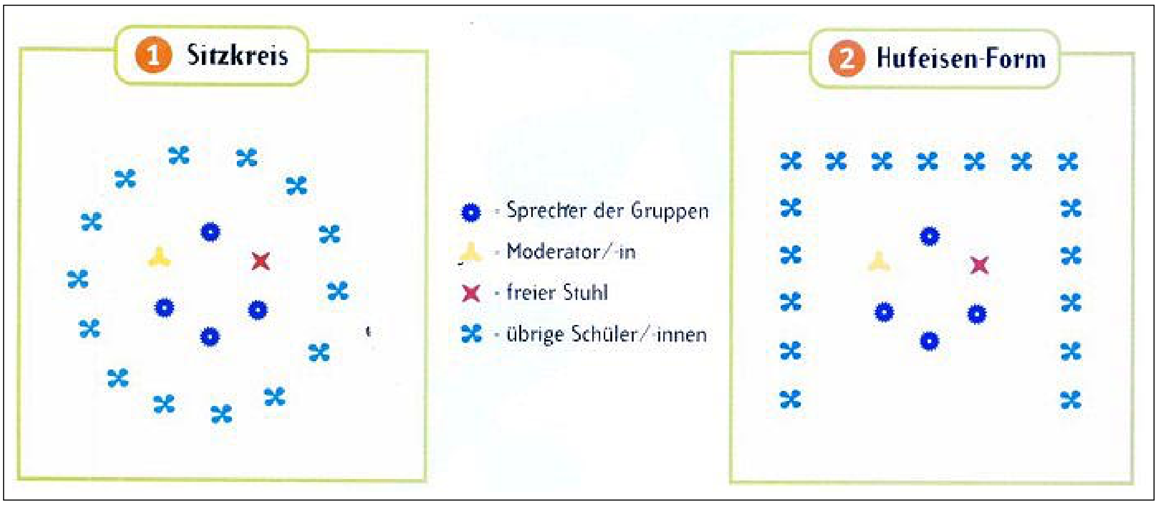


Abbildung 5.3: mögliche Sitzordnung bei der Fishbowl Methode[42]

Bei dieser Methode geht es nicht unbedingt um das Thema der Diskussion, sondern mehr um ein Training eines angemessenen Diskussions- beziehungsweise Gesprächsverhaltens in Gruppen. [33, vgl.]

5.1.2 Redekette

Bei dieser Methode beginnt der Vortragende mit einer offenen Frage oder einer Anregung zu einem bestimmten Thema. Ein Schüler beginnt mit einem Beitrag zum Thema und ruft anschließend eine andere Schülerin oder anderen Schüler auf, die ihre oder seine Ideen beziehungsweise Meinung einbringt.

So entsteht nach und nach eine **Kette von Ausdrücken**, die von den Lernenden in Form von Notizen festgehalten, um am Ende der Diskussion zusammengefasst wiedergegeben werden können.

Mattes stellt für diese Diskussionsmethode **wichtige Regeln** auf, die beachtet beziehungsweise erarbeitet werden müssen. [33, vgl.]

1. Nach einem eigenen Beitrag schaut man sich in der Klasse um und ruft einen Mitschüler auf.
2. Es werden die Schülerinnen und Schüler bevorzugt aufgerufen, die noch keine Gelegenheit hatten, sich zu äußern.
3. Bei Zeitknappheit hat jeder Schüler einmal das Recht, sich zu äußern.
4. Es dürfen auch Schüler aufgerufen werden, die sich nicht melden.
5. Sollten zu wenig Mädchen bzw. zu wenig Jungen aufgerufen werden, so gilt in gemischten Klassen das Prinzip des Wechselns.
6. Der Lehrer greift ein, wenn er sieht, dass Schüler mehrfach übergangen werden.

Die Redekette kann zum Beispiel nach einer Lernphase zum stichwortartigen Austausch der bereits gelernten Lerninhalte genutzt werden. So wird das Erlernte nochmal in Erinnerung gerufen und der eigene Wissenstand überprüft.

Diese Methode kann nicht nur für die nicht verfügbaren Funktionen verwendet werden. Auch nach dem Abschluss einer selbstständig bearbeiteten Lernphase eines Kurses durch die Schülerinnen und Schüler könnte diese Diskussionsmethode durchgeführt werden.

5.1.3 Sitzkreis

In den Gesprächen eines Sitzkreis nehmen sowohl die Schülerinnen und Schüler, als auch die Lehrperson teil. Dieser Sitzanordnung wird nicht nur von Kindern sondern auch von Jugendlichen als eine angenehme Gesprächsatmosphäre empfunden. Dabei kann jeder Teilnehmer leicht mit jeder beliebigen Person im Kreis Blickkontakt herstellen beziehungsweise ein Gespräch führen.

"Planungsgespräche für kommende Unterrichtsvorhaben [etwa der Verwendung einer Lernplattform] lassen sich sehr gut im Sitzkreis führen. Als Lehrer kann man so in zwangloser Atmosphäre seine Planungsüberlegungen vorstellen, um dann mit den Schülern über deren Vorwissen, Ideen, Wünsche und Meinungen zu sprechen."[33]

Um möglichst wenig Zeit der Unterrichtsstunde, mit dem Umstellen der Möbel zu einem Sitzkreis, zu verschwenden, soll zunächst ein Plan von der Klasse gezeichnet werden. Auf diesem Plan wird die Anordnung der Sessel und Tische eingezeichnet, die anschließend von den Schülerinnen und Schülern, ohne miteinander zu sprechen, umgesetzt wird.

5.2 Glossar

Ein Glossar ermöglicht es Teilnehmern eines Lernmanagementsystems, eine **Liste von Definitionen** zu erstellen und zu pflegen. [10]

Durch diese Einträgen wird eine Art Wörterbuch, für einen bestimmten Fach- beziehungsweise Themenbereich, von den Mitgliedern der Lernplattform, angelegt. Dieses Wörterbuch kann so, vor allem in den früheren Lernphasen, als **Nachschlagewerk** für die Schülerinnen und Schüler hilfreich sein.

Abbildung 5.4: Beispiel eines Moodle Glossar[10]

Wie in der vorigen Abbildung ersichtlich, können in einem Moodle Glossar Einträge **gesucht** beziehungsweise nach bestimmten **Kriterien** (Alphabetisch, Kategorie, Datum und Aufruf) **sortiert** werden. Diese Funktionen sind vor allem bei umfangreichen Sammlungen hilfreich.

Bei der Erstellung eines Eintrages können die Benutzer, neben dem der verpflichtenden Angebe des Begriffs und einer dazugehörigen Definition, dem Wort einer Kategorie zuordnen und, falls vorhanden, Alternativbegriffe angeben.

Um Einträge **vor der Veröffentlichung zu überprüfen**, kann der Kursleiter die entsprechende Option, bei der Erstellung der Lernplattform, festlegen. So kann eine gute Qualität der Beiträge im Glossar gewährleistet werden.

In der Regel wird diese Funktion, Beiträge in einem Glossar zu verfassen, **für Gastnutzer nicht zur Verfügung gestellt** und kann somit nicht ohne Anmeldung genutzt werden. Daher werden im folgenden Abschnitt mehrere Unterrichtsmethoden beschrieben, die bei der Erstellung eines Glossars im regulären Unterricht verwendet werden können.

5.2.1 Tafel inklusive Schulübungsheft

Um ein Glossar zu erstellen, muss eine **Liste von Fachvokabeln**, inklusive deren Bedeutung gefunden und niedergeschrieben werden. Im Mathematikunterricht kann die Lehrperson entweder eine Liste an Fachvokabeln bereitstellen oder die Schülerinnen und Schüler, im Rahmen einer Recherchearbeit, Begriffe zum vorgegebenen Thema suchen lassen.

Ist eine Liste an Vokabeln angelegt, werden diese Begriffe auf die gesamte Klasse aufgeteilt. Anschließend sollen die Schülerinnen und Schüler die **Bedeutung, Eigenschaften und Vorkommen** ihrer mathematischen Fachvokabeln recherchieren und zusammenfassen. Diese werden der Lehrperson entweder analog oder digital in Form von Glossareinträgen abgegeben.

Sind zu jedem Begriff **Informationen gesammelt**, bespricht die gesamte Klasse gemeinsam die einzelnen Abgaben und gibt wenn nötig Änderungsvorschläge bekannt. Der Lehrer präsentiert dabei die abgegebenen Einträge entweder analog an der Tafel oder digital über einen Beamer.

Sind alle mit der Form und dem Inhalt der Glossareinträge zufrieden, können sie ins Schulübungsheft oder eigenes **Glossarheft** übertragen werden. So erhalten die Schülerinnen und Schüler eine mathematisches Fachwörterbuch, das sie als Nachschlagewerk verwenden können.

In folgender Abbildung ist ein Beispiel eines Glossareintrages zur Verfügung gestellt. Dabei ist zu erkennen, dass ein Glossar nicht nur aus Wörtern bestehen muss, sondern Grafiken hinzugefügt werden können.

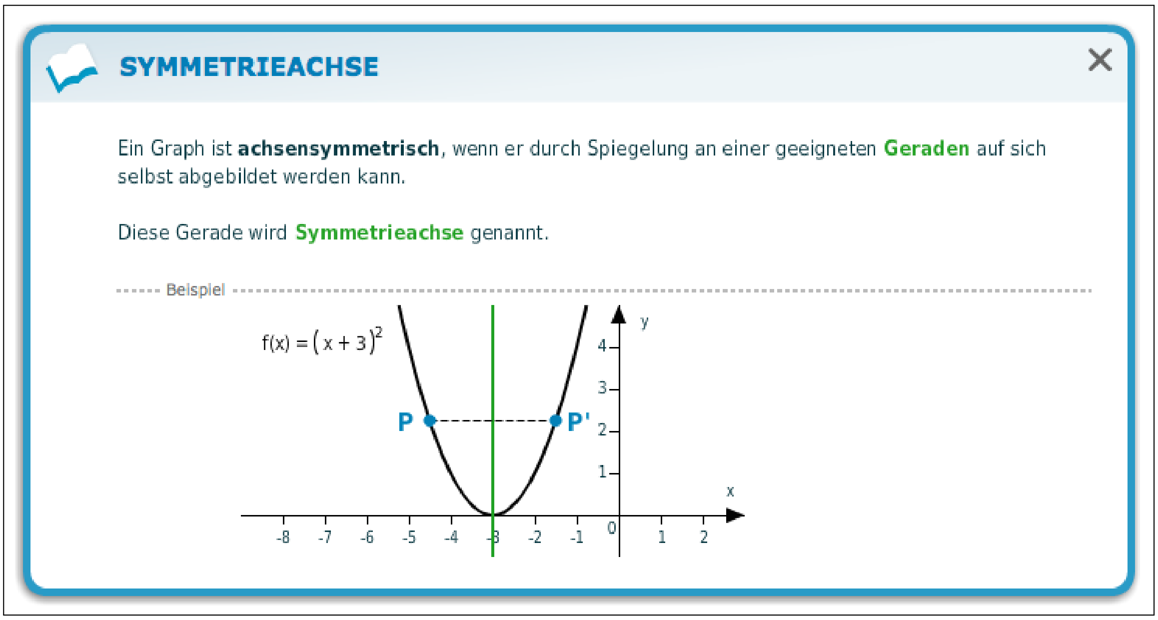
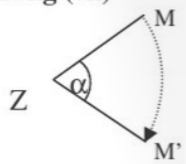


Abbildung 5.5: Beispiel eines Glossareintrages[2]

In der nachfolgenden Abbildung ist ein Ausschnitt aus einem umfangreichen mathematischen Glossar bereitgestellt. Hier sind die Begriffe alphabetisch sortiert, wobei dies mit den Schülerinnen und Schülern nicht zwingend umzusetzen ist. Eine Zuteilung der Fachvokabeln zu festgelegten Unterkapitel ist dabei ausreichend.

die **Drehung (en)**



M' ist der Bildpunkt von M bei der Drehung :
um Z, um den Winkel α und im Uhrzeigersinn.

der **Drehwinkel (-)**
Der Drehwinkel ist eine der Angaben, die eine Drehung festlegt.

das **Drehzentrum (die Drehzentren)**
Das Drehzentrum ist eine der Angaben, die eine Drehung festlegt.
Das Drehzentrum ist der einzige Fixpunkt einer Drehung.

der **exakte Wert (e)**
Das Adjektif « exakt » ist gleichbedeutend wie das Adjektif « genau ».

das **Faktorisieren (-) ; faktorisieren**
Wird eine Summe oder eine Differenz in ein Produkt umgeschrieben, so nennt man dieses Verfahren auch Faktorisieren. Zur Faktorisierung können das Ausklammern und die binomischen Formeln angewendet werden.

die **Funktionsgleichung (en)**
Wird einer Zahl x eine Zahl y durch eine Funktion f zugeordnet, so erhält man die Funktionsgleichung der Form : y = f(x).

Abbildung 5.6: Beispiel mehrerer Glossareinträge[12]

Wurde ein **Glossarheft** angelegt, kann dies auch für weitere Kapitel im Mathematikunterricht verwendet und mit Fachvokabeln zu anderen Themen befüllt werden.

5.2.2 Schülerpräsentation

Eine Präsentation ist eine **zusammenhängende und medienunterstützte sprachliche** Darbietung mit dem Ziel, ein Publikum zu informieren, zu überzeugen und zu unterhalten. [33] Im Gegensatz zum Vortrag, der nur von einer Person abgehalten wird, sollte eine Präsentation zumindest von einem Paar, oder von einer Gruppe durchgeführt werden. Zusätzlich wird bei Vorträgen, im Gegensatz zu Präsentationen, nur die Stimme und keine visuelle Medien verwendet.

Bei Schülerpräsentationen kann zwischen vier verschiedenen Arten unterschieden werden

1. Präsentation vor der Klasse
2. Tischpräsentation
3. Präsentation in der Form eines Galerieganges
4. Präsentation außerhalb der Klasse

Wobei zu beachten ist, dass nur die ersten drei Arten praktikable Methoden, für das Erstellen eines Glossars im Unterricht, darstellen.

Präsentation vor der Klasse

Bei dieser Methode werden, ähnlich zur Tafel/Glossarheft-Methode, zunächst eine Liste von Fachvokabeln gesammelt, die anschließend auf die Präsentationsgruppen aufgeteilt werden. Jede Gruppe sucht zu seinen Begriffen die dazugehörigen Definitionen und stellt diese anschließend anhand einer Präsentation vor.

Als **visuelle Unterstützung** können Beamer, Overhead Projektoren, Plakate oder die Tafel genutzt werden. Zusätzlich sollte ein **Handout** für die Klassenkolleginnen und -kollegen vorbereitet werden, die die eigenen Begriffe und dazugehörigen Informationen als Glossar-Einträge darstellen.

Die **Handouts aller Präsentationen** ergeben abschließend ein Glossar, das jeden Begriff, der zuvor gefundenen Liste an Fachvokabeln, enthält. Um eine gute Qualität der Handouts und folglich des Glossars zu gewährleisten, muss der Lehrende diese, bereits vor der Präsentation, kontrollieren und wenn nötig Änderungen vorschlagen.

Tischpräsentation

Auch bei dieser Methode können entweder die Fachbegriffe vorgegeben, oder mit Hilfe der Lernenden gefunden werden.

Bei der Tischpräsentation werden die Schülerinnen und Schüler **in Gruppen aufgeteilt** und erhalten eine, der Gruppengröße entsprechende, Anzahl an **Fachvokabeln zur Ausarbeitung** ausgehändigt. Anschließend werden die Begriffe ausgearbeitet und die Ergebnisse schriftlich festgehalten werden.

Nach dieser Phase bleibt eine Person der Gruppe am Tisch, während seine Kollegen zu jeweils einem **anderen Tisch wechseln**. Die festen Gruppenmitglieder übernehmen die **Rolle des Lehrers** und präsentieren ihren Besuchern die Ergebnisse ihrer Gruppenarbeit. Die Reisenden sollten sich dabei ausreichende Notizen machen, um das Gehörte später wiedergeben zu können.

Im Anschluss kehren die Reisenden wieder zu ihrem ursprünglichen Tisch zurück und erklären jeweils, welche Inhalte sie bei den anderen Gruppen gelernt haben.

Galeriegang

Bei der dieser Methoden werden die Schülerinnen und Schüler zunächst in **Gruppen** eingeteilt, denen jeweils eine gleiche Anzahl an Fachvokabeln zugeteilt wird. Diese wurden entweder von der Lehrperson vorgegeben oder gemeinsam erarbeitet.

In der ersten Phase werden die Fachbegriffe ausgearbeitet, indem Definitionen und zusätzliche Informationen gesucht und die Ergebnisse auf **Plakaten** festgehalten werden.

Anschließend werden diese Ausarbeitungen an verschiedenen Plätzen oder Zonen im Klassenraum verteilt und an der Wand befestigt. Schließlich finden sich die Schülerinnen und Schülern, wie in der folgenden Abbildung zu sehen, in **neuen Gruppen** zusammen. Dabei befindet sich je ein Mitglied der ursprünglichen, in der neuen Gruppe.

Die Gruppen bewegen sich nun von Zone zu Zone, wobei die Schülerin beziehungsweise der Schüler der an der Erstellung des Plakates beteiligt war, eine **Präsentation des Inhaltes** durchführen soll. Nach einer Beendigung der Einzelpräsentation, wechseln die Gruppen zur jeweils nächsten Station, wobei am Ende der Runde jeder Teilnehmer zumindest einmal präsentiert haben sollte.

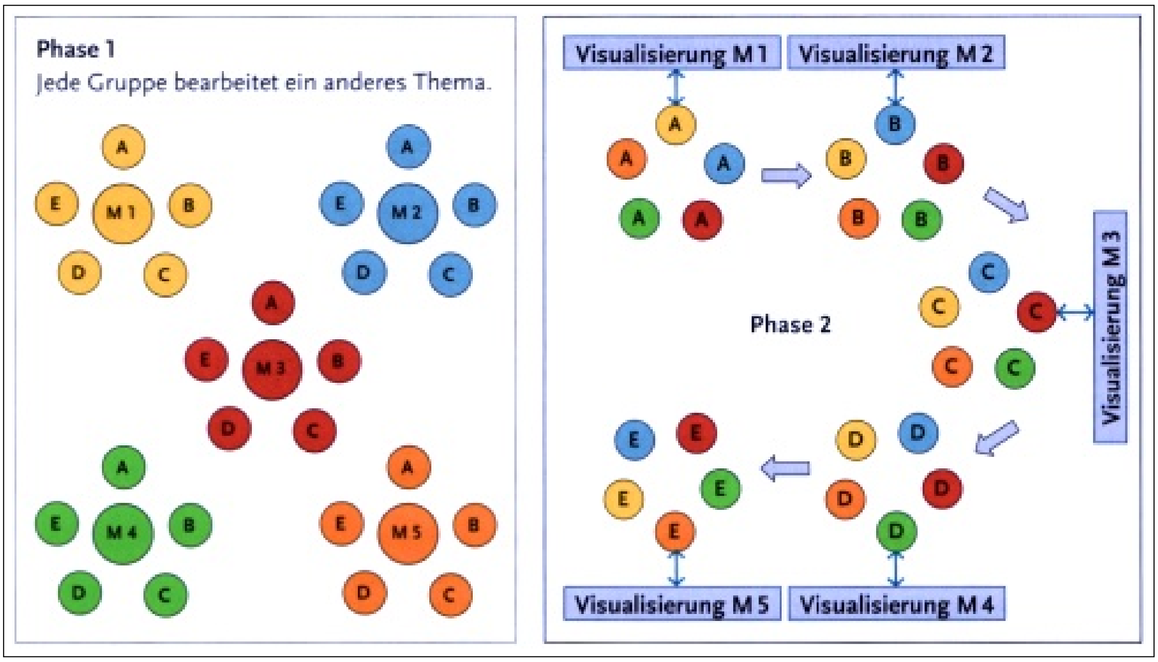


Abbildung 5.7: Galeriegang - Ablauf[33]

5.3 Tests

Mittels Moodle-Lernplattform können vom Kursleiter Überprüfungen zu bestimmten Themen oder Kapiteln eines Lerninhaltes erstellt werden. Im Kapitel Moodle wurde bereits über die Fragetypen, die von Moodle bereit gestellt werden, gesprochen.

Es wird dabei zwischen **zwei verschiedenen Standardszenarien** unterschieden.

- **Übungstests:**
  sind zur Selbstüberprüfung gedacht, können beliebig oft wiederholt werden, haben in der Regel keine Zeitbegrenzung, bei Bedarf können die richtigen Antworten angezeigt werden. [10]

- **Prüfungstests**
  für richtige Prüfungen - mit Zeitbegrenzung, nur ein Versuch, keine Anzeige der richtigen Antworten. [10]

Zu jeder **Wissensüberprüfungen** können Fragen und, wenn es sich um geschlossene Fragen handelt, dazugehörige Antworten angelegt werden. Die Auswertung eines Tests mit ausschließlich geschlossener Fragestellung kann direkt von der Lernplattform selbst beurteilt werden. Dazu vergibt der Kursleiter für jede Antwort eine bestimmte Punktanzahl und Moodle summiert die Punkte nach Abschluss der Überprüfung.

Bei **mehreren Antwortmöglichkeiten** können falsche Antworten auch negativ bewertet werden, um zu verhindern, dass die Benutzer jede Antwort auswählen und trotzdem alle Punkte bekommen. Es ist auch möglich, den Lernenden **Hinweise anzeigen** zu lassen, nachdem sie eine Frage falsch beantwortet haben. Wird anschließend die richtige Lösung ausgewählt, wird ein Teil der maximal erreichbaren Punkte gegeben.

Die **Teilnahme an Wissensüberprüfungen** ist nur für angemeldete Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer möglich. Zusätzlich besteht keine Möglichkeit nur an den Übungstests teilzunehmen.

Für die Durchführung von interaktiven Übungstests würde sich alternativ das Programm **Hot Potatoes** anbieten, für Prüfungstest hingegen, kann dieses Programm nur begrenzt eingesetzt werden, da man sich die Lösungen der Beispiele unbemerkt anzeigen lassen kann. Ist den Schülerinnen und Schüler der Einsatz von Computereralgebrasystemen erlaubt, stellt **GeoGebra** ein neues Programm, das eine **Prüfungsumgebung** schafft, zur Verfügung.

Für Überprüfungen, die in die Benotung miteinbezogen werden sollen, ist die klassische **schriftliche Mitarbeitsüberprüfung** am einfachsten umzusetzen.

In folgendem Abschnitt werden nun die beiden Programme **Hot Potatoes** und **GeoGebra Exam** vorgestellt und näher beschrieben

5.3.1 Hot Potatos

Hot Potatoes ist ein kostenloses Programm, dass bei der **Erstellung von interaktiven Arbeitsblättern** und **interaktiven Übungstests** verwendet werden kann.

Es besteht aus *fünf Haupt- und einem Zusatzmodul*, die jeweils eine andere Art von Rätsel mit individuellen Inhalten erzeugt:

- **JQuiz** - klassische Fragestellung
- **JCloze** - Lückentexte
- **JCross** - Kreuzworträtsel
- **JMix** - Umordnungsaufgaben
- **JMatch** - Zuordnungsaufgaben
- **Masher** - Mischung der 5 Hauptmodule

In folgendem Abschnitt werden die einzelnen Module beschrieben und Beispiele für Quize, die mit dieser Software erstellt werden können, zur Verfügung gestellt.

JQuiz

Mit diesem Tool kann man Quize mit **Fragen und Antworten**, ähnlich wie klassische Wissensüberprüfungen, erstellen. Dabei stehen vier verschiedene Antwortformate zur Verfügung:

- Multiple Choice
- Multiple Correct
- Text
- Hybrid

Das Lernprogramm kann spezifische **Rückmeldungen** sowohl für richtige, als auch für falsche Antworten geben, weiters werden Kurzantworten der Fragen mit Antworttext automatisch auf richtige und falsche Teile überprüft. Zusätzlich können sich die Lernenden Hinweise anhand von Buchstaben anzeigen lassen. [23]

In folgender Abbildung wird die Erstellung einer Multiple-Choice-Frage für ein JQuiz gezeigt. Man kann dem gesamten Quiz einen **Titel** zuordnen, der für die Schüler als Überschrift angezeigt wird. In der zweiten Zeile wird links die laufende Nummer, in der Mitte der Text und rechts die Art der Frage angezeigt. Da es sich in diesem Fall um eine Multiple-Choice-Frage handelt, können weiters Antwortmöglichkeiten und eventuelle Rückmeldung angegeben werden. Wenn eine Antwort, vom Programm als richtig zu bewerten ist, muss dies durch das Häkchen rechts in der Checkbox mitgeteilt werden. Hier werden nur vier Antwortmöglichkeiten angezeigt, jedoch gelangt man mit den Pfeilen, neben der Überschrift *Antworten*, zu weiteren Zeilen.

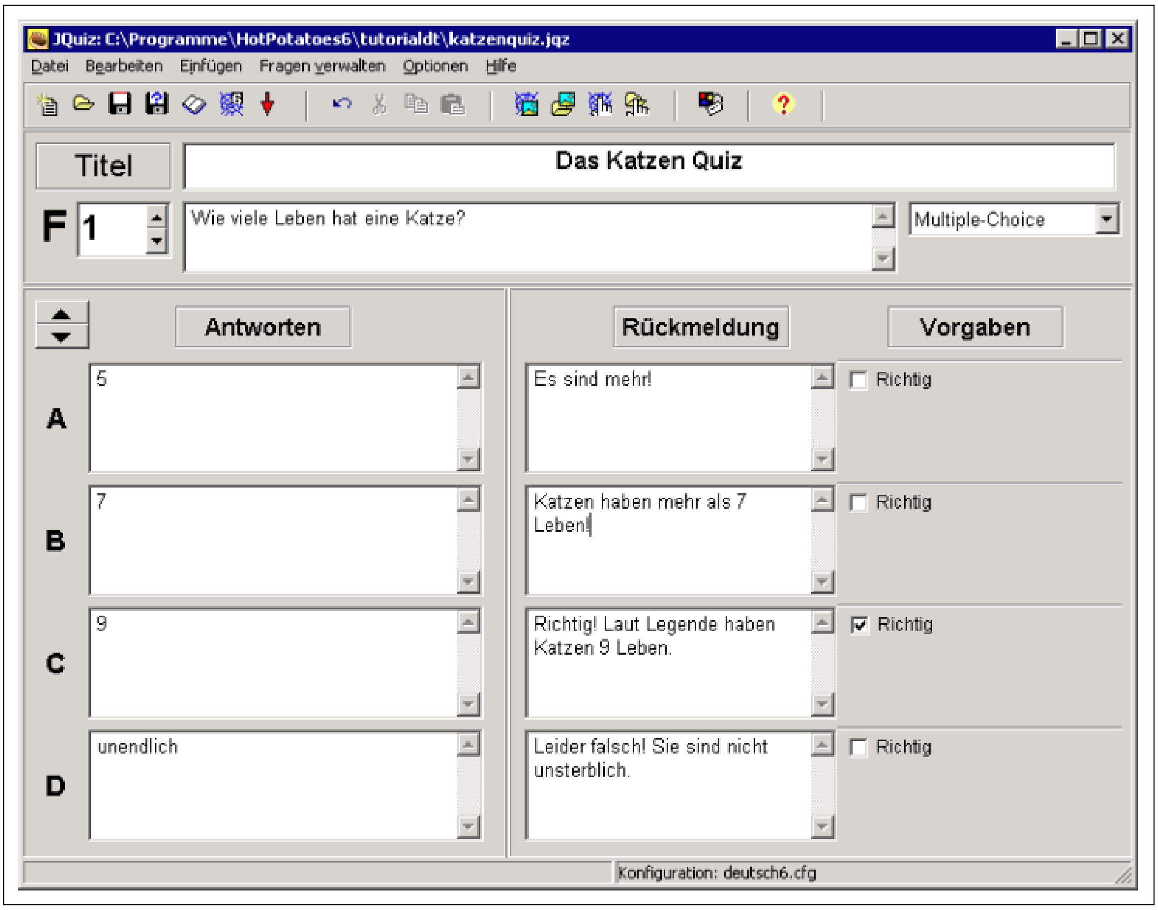


Abbildung 5.8: Erstellung einer JQuiz Frage[23]

Abbildungen der weiteren Antwortformate werden an dieser Stelle ausgelassen, da sie ähnlich zum Multiple-Choice-Format sind.

JCloze

JCloze ist ein Tool zur Erstellung von **Lückentexten**, was vor allem im Fremdsprachenunterricht gut genutzt werden kann. In der nächsten Abbildung ist ein Beispiel eines Textes mit Lücken gegeben und wird nachfolgend beschrieben.

Dazu muss sollte zunächst ein Titel vergeben und anschließend der gesamte **Text eingefügt** werden. Anschließend wählt man im Text einzelne Wörter aus, die für die Schülerinnen und Schüler als Lücke angezeigt werden sollten. Durch die Button *Lücke* wird das Wort als Lücke festgelegt, wobei man in einem extra Fenster **Hinweise und Synonyme** diesem Wort zuweisen kann. Die bereits vergebenen Lückenwörter scheinen im Text rot hervorgehoben auf.

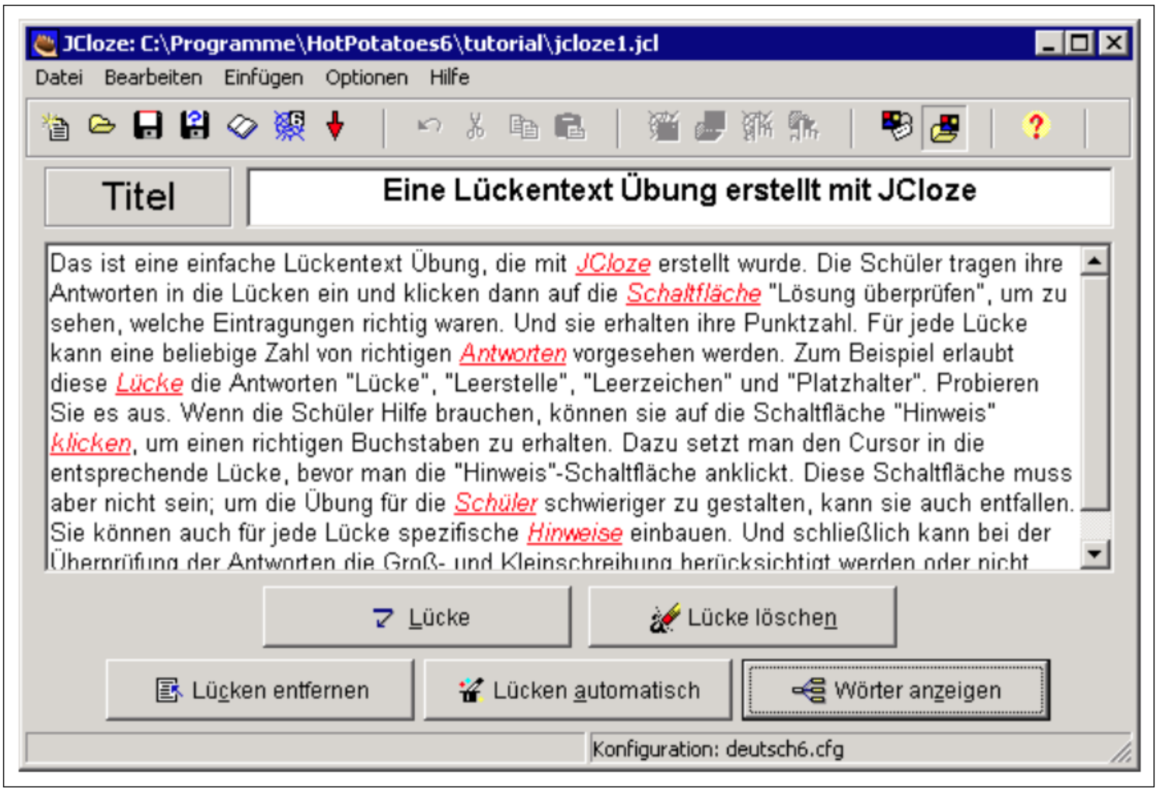


Abbildung 5.9: Erstellung eines JCloze Lückentextes[23]

Die Buttons *Lücke löschen* und *Lücken entfernen* lassen einzelne beziehungsweise alle Lücken verschwinden.

Sollen beliebige Wörter entfernt werden, können die Lücken auch automatisch von dem Tool erstellt werden. Dabei muss man angeben, nach wie vielen Wörtern eine Lücke erzeugt werden soll. Die Abstände bleiben dabei konstant.

Die Lückenwörter können durch den Button *Wörter anzeigen* angezeigt und deren Synonyme beziehungsweise Lösungshinweise verändert werden.

JCross

Mit dem Tool JCross können **Kreuzworträtsel** mit beliebigen Begriffen erstellt werden. Dazu füllt man ein vorgegebenes Gitter mit Begriffen, die von den Schülerinnen und Schülern erraten werden müssen.

Die Größe des Gitters wird nicht festgelegt und kann unter dem Menüpunkt *Raster* verändert werden. Dadurch kann ein Rätsel mit beliebig vielen Wörtern erstellt werden.

In der folgenden Abbildung wird ein Beispiel für die Erstellung eines Kreuzworträtsels gegeben. Wie gut erkennbar ist, sollen die Begriffe zunächst so positioniert werden, dass sich einzelne Wörter kreuzen.

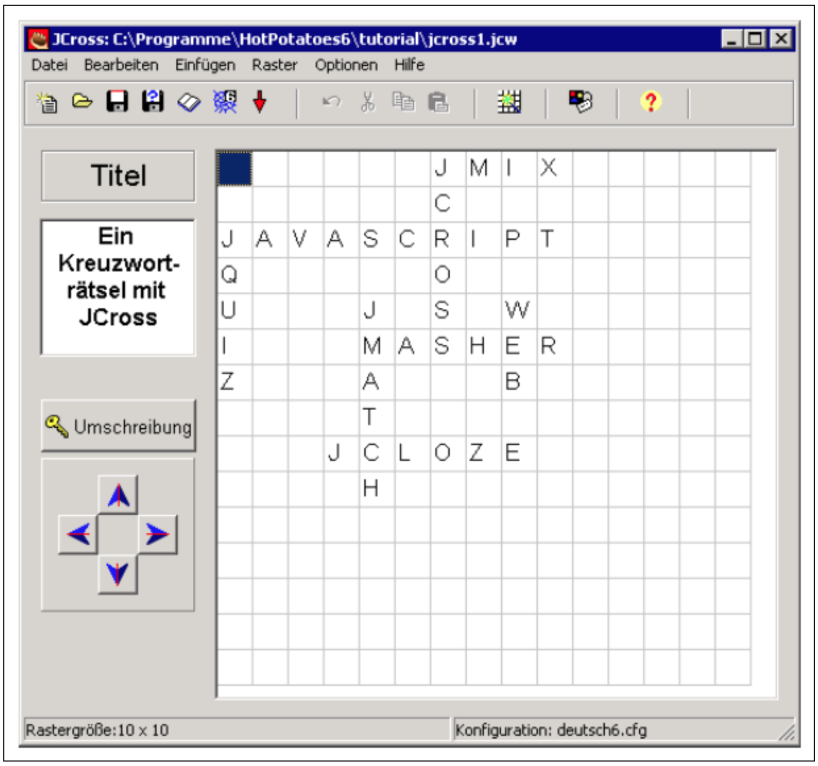


Abbildung 5.10: Erstellung eines JCross Kreuzworträtsels[23]

Wurden alle Begriffe im Gitter untergebracht, können die entsprechenden Fragen durch den Button *Umschreibung* hinzugefügt werden. In einem eigenen Fenster werden alle Wörter, in **waagrecht und senkrecht** aufgeteilt, aufgelistet. Um eine Umschreibung für die Lernenden hinzuzufügen, markiert man die entsprechende Zeile und fügt eine kurze Erklärung im Textfeld ein.

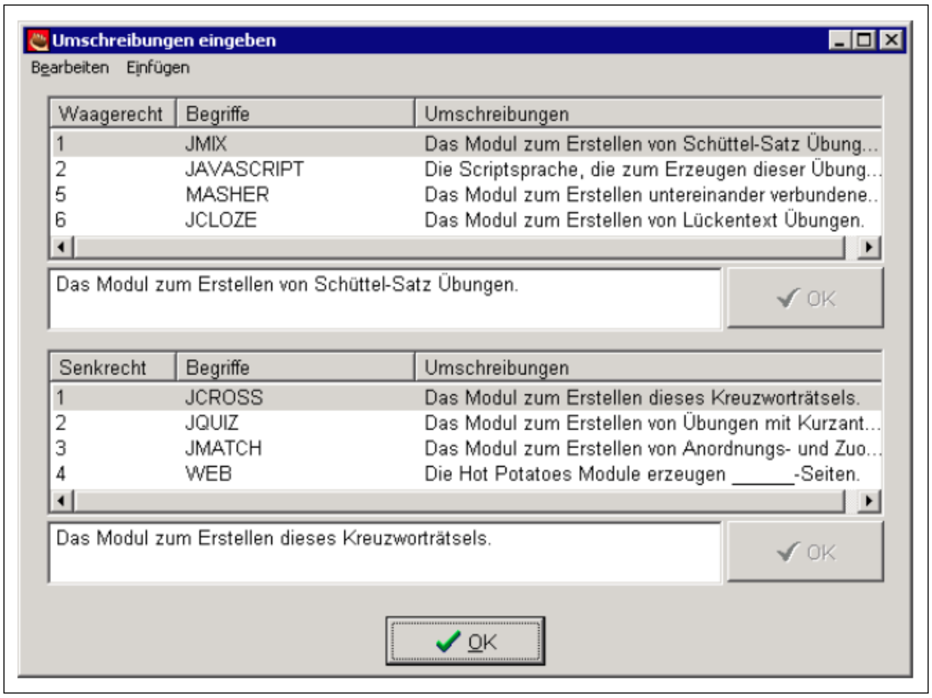


Abbildung 5.11: Erstellung eines JCross Kreuzworträtsels[23]

JMix

Das Programm JMix erstellt interaktive Übungsaufgaben, bei denen Wörter in die richtige Reihenfolge gebracht werden müssen, um einen Satz mit einer vernünftigen Aussage zu erhalten.

Wie in jeder Übung, kann ein Übungstitel vergeben werden. Anschließend wird der Satz Wort für Wort, durch Absätze getrennt, in das Textfeld **Lösungssatz** eingegeben.

Da die Kombination aus Wörtern nicht immer nur eine einzige richtige Aussage erzeugen kann, können auch **alternative Lösungen** angegeben werden, die vom Programm als richtig zu bewerten sind.

Zusätzlich können zwei Optionen, für den Lösungssatz und seinen Alternativen, ausgewählt werden. Es kann definiert werden, dass das Programm auch **unvollständige Antworten** zulässt oder eine Warnhinweis bei einer unvollständigen Antwort ausgibt.

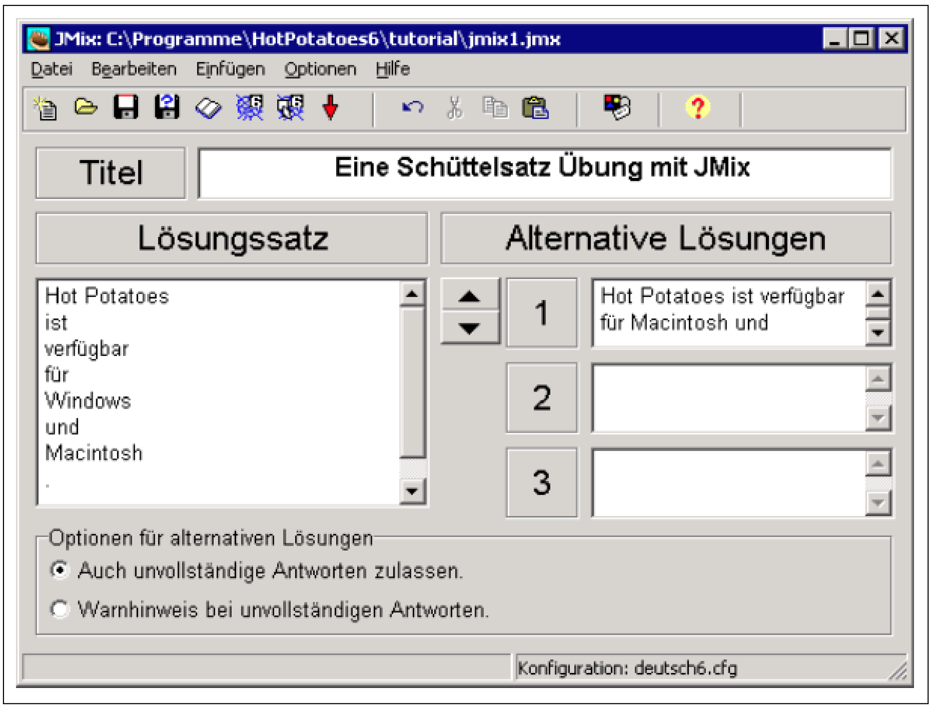


Abbildung 5.12: Erstellung eines JMix Satzteil Rätsels[23]

JMix gibt die Wörter des Lösungssatzes in einer beliebigen Reihenfolge an. Die Lernenden können die Wörter wie Bausteine verschieben und so den Satz Schritt für Schritt richtig zusammensetzen. Zusätzlich können sie beliebig oft ihre Lösung überprüfen lassen, einen Tipp anzeigen oder mit der Zusammensetzung des Satzes von vorne beginnen.

JMatch

Mit Hilfe des Tools JMatch können **Zuordnungsaufgaben** erstellt werden. Dabei können Zuordnungen sowohl aus zwei Begriffen, aus zwei kurzen Texten, als auch aus einer Mischung aus Texten und Wörtern bestehen.

Wie in folgender Abbildung ersichtlich werden der linken Spalte die **geordneten Elemente** hinzugefügt. Die Anzahl ist dabei nicht auf fünf beschränkt, sondern kann beliebig erweitert werden. In der rechten Spalte werden die dazugehörigen Elemente, die in der Schülerübung umgeordnet werden, angegeben.

Der Platzhalter kann ein Satz beziehungsweise Begriff sein, der keinem Element der linken Spalte zugeordnet werden kann. Durch die größere Auswahlmöglichkeit der zuordenbaren Elementen wird die Aufgabenstellung etwas schwieriger.

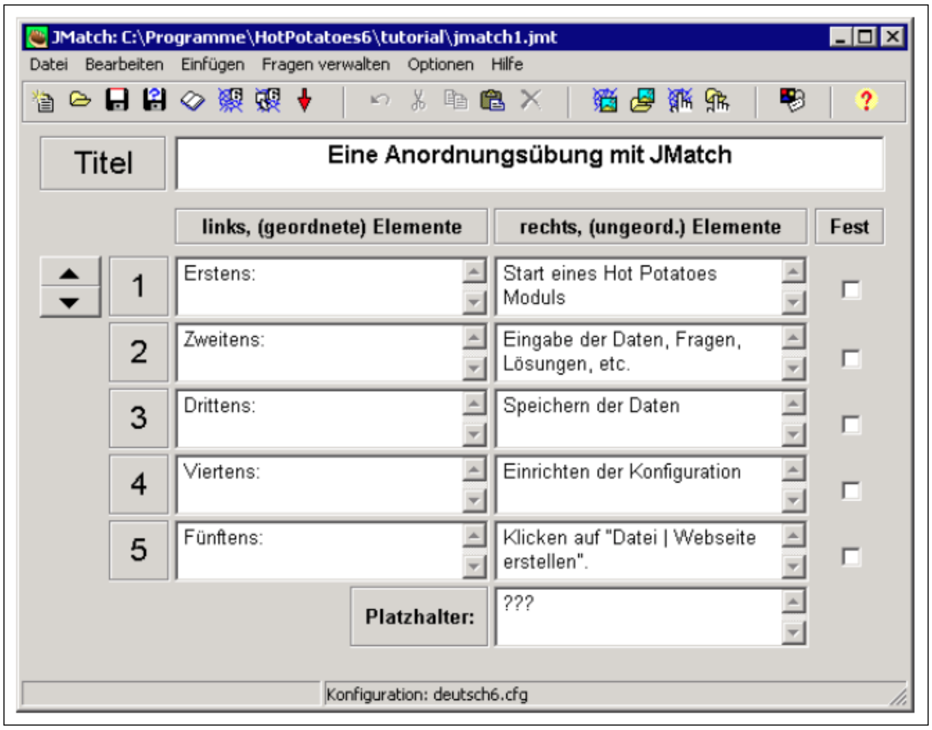


Abbildung 5.13: Erstellung eines JMix Zuordnungsrätsels[23]

Masher

Ein zusätzliches Modul namens Masher ermöglich eine **Mischung** aus den fünf Hauptmodulen zu erstellen. Zunächst müssen mehrere Übungen mit einen der fünf vorher erwähnten Tools erstellt und abgespeichert werden.

Wie in folgender Abbildung sichtbar, wurden fünf verschiedene Teilquizes erstellt und in das Programm Masher hinzugefügt. Durch den Button *Build unit* wird eine große Lerneinheit aus allen hinzugefügten Aufgaben erstellt.

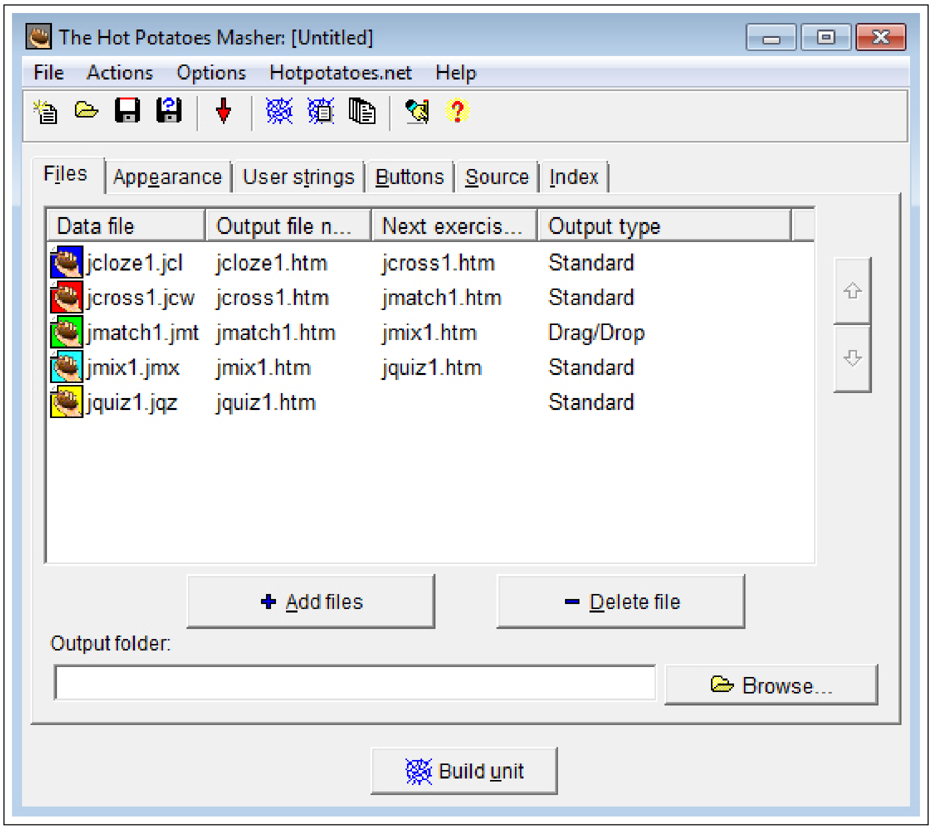


Abbildung 5.14: Erstellung einer Lerneinheit mittels Masher [51]

5.3.2 GeoGebraExam

GeoGebraExam kann auf jeden Rechner mit den Betriebssystemen Windows oder Mac heruntergeladen und ohne Installation ausgeführt werden. Dieses Tool stellt für die Schülerinnen und Schüler eine eigene **Prüfungsumgebung** zur Bearbeitung von Aufgaben bei Wissensüberprüfungen zur Verfügung.

Funktionsweise von GeoGebraExam

Zunächst wird ein GeoGebra Fenster im Vollbildmodus, in einem installierten Internetbrowser gestartet, der erst durch das Schließen von GeoGebraExam beendet werden kann. Kurz nach dem Programmstart öffnet sich ein Dialog-Fenster, bei dem man aufgefordert wird, die Prüfung erst zu starten, nachdem man vom Lehrer darum gebeten wurde.

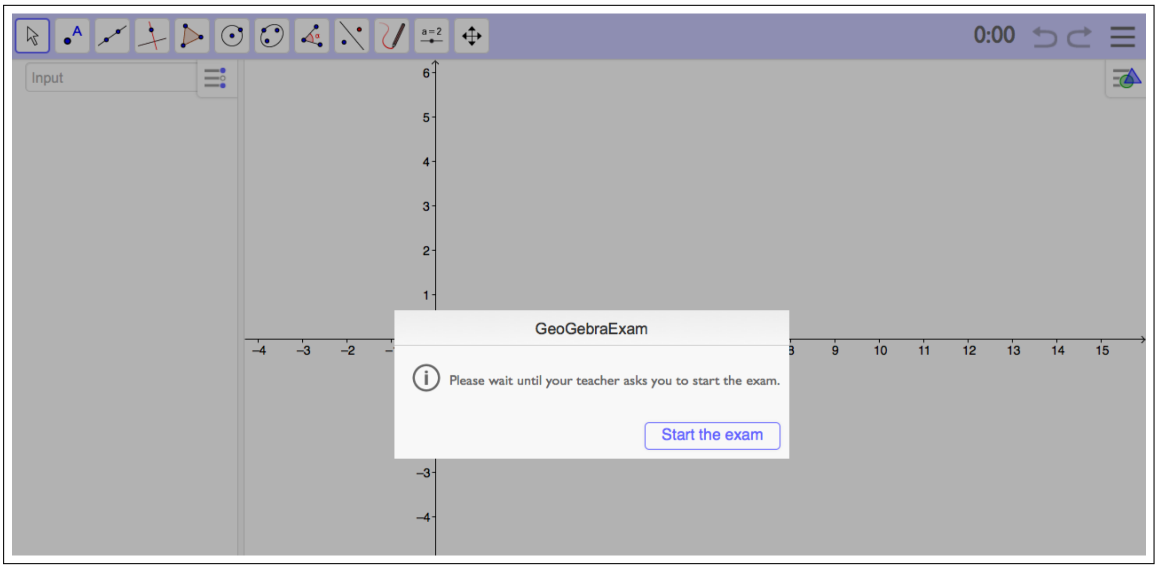


Abbildung 5.15: Startbildschirm von GeoGebraExam [27]

Nach der Betätigung des Buttons *Start the exam* wird das Arbeitsblatt freigegeben und der Timer in der rechten Ecke beginnt zu laufen. Verlässt die Schülerin beziehungsweise der Schüler GeoGebraExam, wird der Zähler rot hinterlegt und der Lehrende wird so über einen möglichen Schwindelversuch informiert. Das GeoGebraExam Fenster kann ohne das Schließen des Arbeitsblattes, durch bestimmte Tastenkombinationen, verlassen werden. Jedoch wird das vom Programm erkannt und der Zähler wird bei der Rückkehr zum Arbeitsblatt rot angezeigt.

Folgender Abbildung zeigt eine GeoGebraExam Prüfungsumgebung mit rot hinterlegtem Zähler, als Hinweis für das Verlassen des Arbeitsblattes. Es können **alle Funktionen von GeoGebra** in dieser Prüfungsumgebung genutzt werden, jedoch findet man sie nicht wie gewohnt in der Menüleiste am oberen Bildschirmrand, sondern bei den beiden **Menübuttons** in der rechten oberen Ecke.

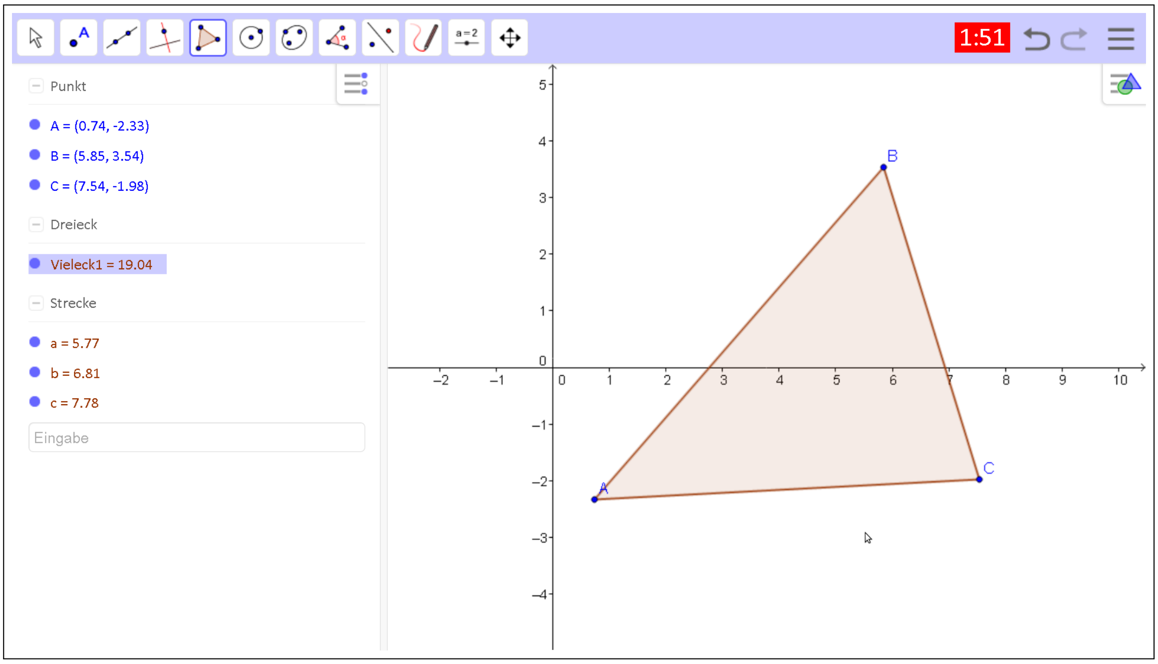


Abbildung 5.16: Prüfungsumgebung von GeoGebraExam [26]

Die Schülerinnen und Schüler finden dort auch einen Auswahlknopf zum Beenden der Prüfungsumgebung, werden jedoch vorher gefragt, ob sie wirklich ihre Prüfung beenden wollen. Dies kann das versehentliche Schließen des Dokuments verhindern.

5.3.3 Leistungsüberprüfung

Leistungsüberprüfungen werden täglich in der Schule angewendet und zwar in Form von

- Zwischenfragen im Unterricht
- unangekündigten mündlichen oder schriftlichen Mitarbeitsüberprüfungen
- angekündigten schriftlichen Tests oder
- Schularbeiten

Jede dieser Methoden kann für die Überprüfung und Beurteilung des, bereits durch die Lernplattform erlernten, Wissens verwendet werden. Diese Überprüfungsmethoden werden im Rahmen dieser Arbeit nicht beschrieben.

5.4 Upload von Dokumenten

Für die **Abgabe von Lösungen** einer Aufgabenstellung in Moodle, wird häufig die Funktion zum Hochladen von Dokumenten verwendet. Die Nutzer der Lernplattform können so jederzeit und von überall aus, ihre erledigten Übungen abgeben. Der Vorteil, im Gegensatz zur Abgabe per Email oder sonstigen Datenaustausch, ist die direkte Bewertung in Moodle. Falls vom Administrator zur Verfügung gestellt, können die Kursleiter die erfolgten Abgaben der Benutzer mit Punkten bewerten und ein Feedback zur Abgabe, meist in Form eines kurzen Textes, geben.

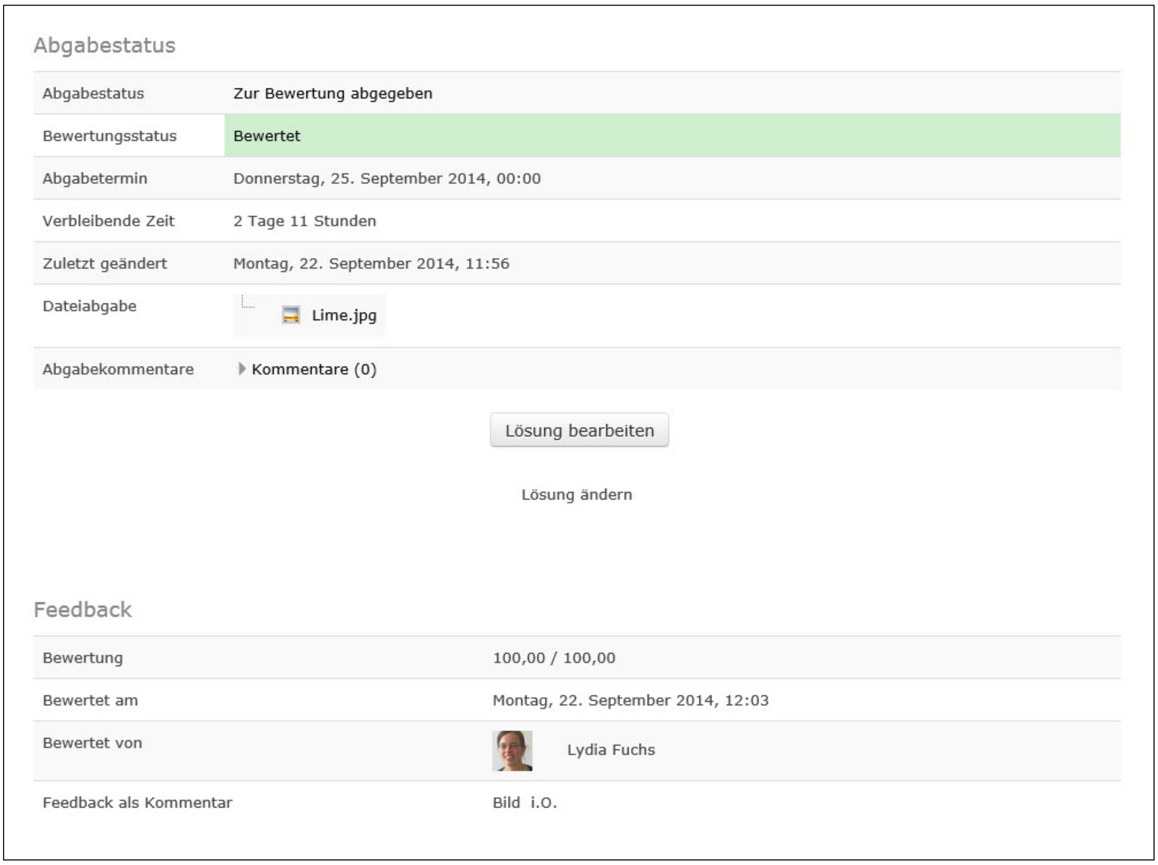


Abbildung 5.17: Abgabe inklusive Bewertung in Moodle [10]

Ein weiterer Vorteil dieser Abgabemöglichkeit ist die **Definition eines Zeitraumes** oder einer Deadline, bis wann das Hochladen eines Dokuments möglich ist. Anhand einer Countdowns sehen die Nutzer, wie viel Zeit ihnen noch bis zum Abgabetermin übrig bleibt. Wird ein Dokument hochgeladen, kann es innerhalb des Abgabezeitraumes wieder gelöscht beziehungsweise bearbeitet werden.

Viele Kursleiter verwenden eine spezielle Abgabeoption, die auch eine verspätete Abgabe ermöglicht, jedoch ist dies häufig mit Konsequenzen (zum Beispiel Punkteabzug) verbunden.

Abbildung 5.18: Status der Abgabe eines Dokument in Moodle [10]

Abbildung 5.19: Status der Abgabe eines Dokument in Moodle [10]

Um ein Dokument hochladen zu können, muss man ein angemeldeter Nutzer der Lernplattform sein. Diese Funktion wird daher für Gastnutzer nicht zur Verfügung gestellt und muss für den regulären Unterricht angepasst werden.

Dem Lehrenden stehen mehrere Methoden für das Entgegennehmen von Lösungen der Online-Übungen, ohne den Einsatz von Moodle, zur Verfügung.

Folgende **drei Vorgehensweisen** sind einfach und ohne umfangreiches technisches Wissen durchzuführen.

- persönliche Abgabe
- E-mail
- Dropbox

Welche Abgabemöglichkeit die Beste ist, muss jeder Kursleiter selbst für sich entscheiden. Vermutlich wird bevorzugt die Methode gewählt, mit der man bereits sehr vertraut ist und schon mehrmals angewendet hat.

In folgenden Abschnitten werden die verschiedenen Verfahrensweisen zur Abgabe von Dokumenten vorgestellt und kurz erklärt.

5.4.1 Persönliche Abgabe

Falls Lernplattformen im regulären Mathematikunterricht als Unterstützung zur Vermittlung der Lerninhalte oder zur Übung genutzt wird, findet trotzdem noch Präsenzeinheiten mit der Lehrerin beziehungsweise dem Lehrer statt. In diesen Lehreinheiten kann den Schülerinnen und Schülern ermöglicht werden die Lösungen von Übungen abzugeben.

Dabei stehen **zwei Möglichkeiten** zur Verfügung:

- **analog**
  Abgaben von Lösungen können in Form von Computerausdrucken oder handschriftlichen Aufzeichnungen erfolgen.
- **digital**
  Die Schülerinnen und Schüler laden ihre Ergebnisse nicht in Moodle hoch, sondern bringen sie mit einem Datenstick in die Schule mit.

Dabei ist es sehr wichtig, Deadlines festzulegen und bei Nichteinhaltung Konsequenzen durchzusetzen.

5.4.2 E-mail

Eine weitere digitale Möglichkeit der Abgabe einer gelösten Aufgabenstellung, stellt Kommunikation per E-Mail dar. Diese Form der Übermittlung ist für die Lernenden, gleich wie das Hochladen auf Moodle, zeit- und ortsunabhängig. Dies bedeutet, sie können jederzeit und von überall, mit einer funktionierenden Internetverbindung, ihre Lösungen dem Lehrenden zukommen lassen, ohne auf den nächsten Präsenztermin warten zu müssen.

Viele Schulen vergeben für jede Lehrerin beziehungsweise jeden Lehrer eine eigene Mail-Adresse, die für einen Einsatz dieser Art verwendet werden kann. Falls man keine schuleigene Mail-Adresse besitzt, aber seine private Adresse nicht an Schülerinnen und Schüler weitergeben will, besteht die Möglichkeit ein eigenes E-mail-Konto zur Kommunikation mit den Lernenden anzulegen.

Zahlreiche große Anbieter wie google, gmx oder hotmail bieten eine kostenlose Einrichtung und Führung eines E-mail-Kontos an.

5.4.3 Dropbox

Dropbox ist ein Internetseite, die sowohl für Privatpersonen, als auch für Unternehmen die **Speicherung von Daten** anbietet. Jeder Benutzer bekommt einen Speicherplatz von Dropbox zur Verfügung gestellt, auf dem jedes beliebige Dateiformat gesichert und online zugegriffen werden kann.

Die **Registrierung** für jeden User kostenlos und ihm werden zunächst 2 GB Speicherkapazität bereitgestellt, wobei dieser durch ein monatliches Endgeld vergrößert werden kann.

Dropbox kann nicht nur für die Speicherung, sondern auch zum **Austausch einzelner Dokumente oder Dateiordner** verwendet werden. Dabei ist zwischen der Möglichkeit des **Downloads** und der **Freigabe** zu unterscheiden. Beim Download erhält man einen Link zum Dropbox-Speicherplatz, wo eine Datei oder ein ganzer Ordner vom Besitzer zur Verfügung gestellt wird. Bei der Freigabe eines Ordners können nicht nur Dateien heruntergeladen, sondern auch hochgeladen, und so mit allen Teilnehmern dieses Ordners geteilt werden.

Um seinen Dropbox-Speicherplatz nützen zu können, benötigt man entweder einen Rechner, ein Tablet oder ein Smartphone mit aktiver Internetverbindung.

Bei der Verwendung eines **Rechners** gibt es wiederum zwei Möglichkeiten die Dropbox zu nutzen. Die erste Option ist das Herunterladen, des von Dropbox zur Verfügung gestellten, Programms, welches neben Windows auch für MacOs und Linux verfügbar ist. Nach der Installation wird ein eigener Ordner im Arbeitsplatz erstellt, in dem man jedes Dokument, das in der Dropbox gespeichert werden soll, kopieren muss. Wird das Programm anschließend gestartet, werden alle Dateien, inklusive erstellter Unterordner online gespeichert.

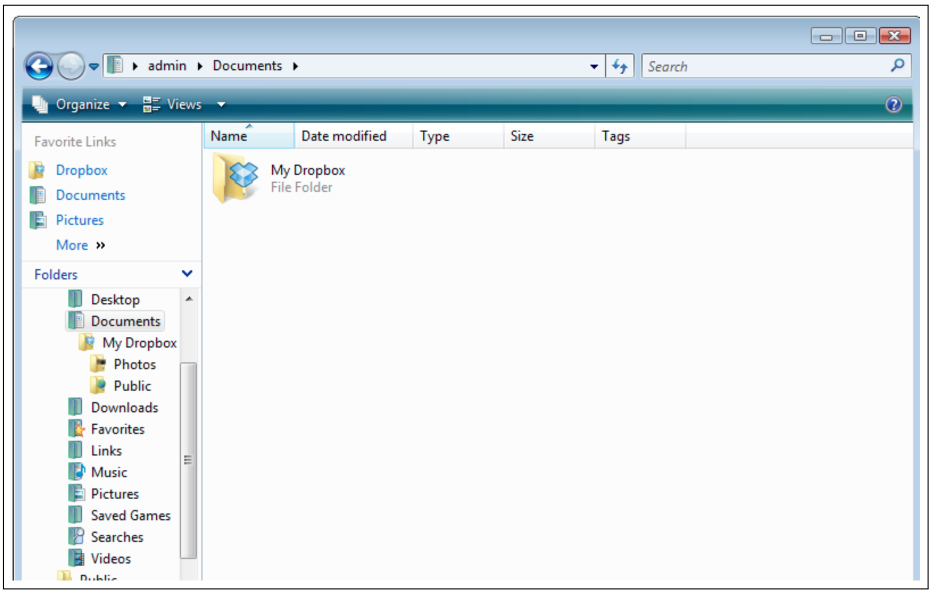


Abbildung 5.20: Dropbox Ordner im Arbeitsplatz [16]

Die zweite Möglichkeit ist der Bearbeitung der Daten über die Internetseite von Dropbox selbst. Nach dem Login mit eigenem Benutzernamen und Kennwort wird der Inhalt des Speicherplatzes angezeigt. Ein Beispiel des Aussehens der Online-Version wird in folgender Abbildung angezeigt.

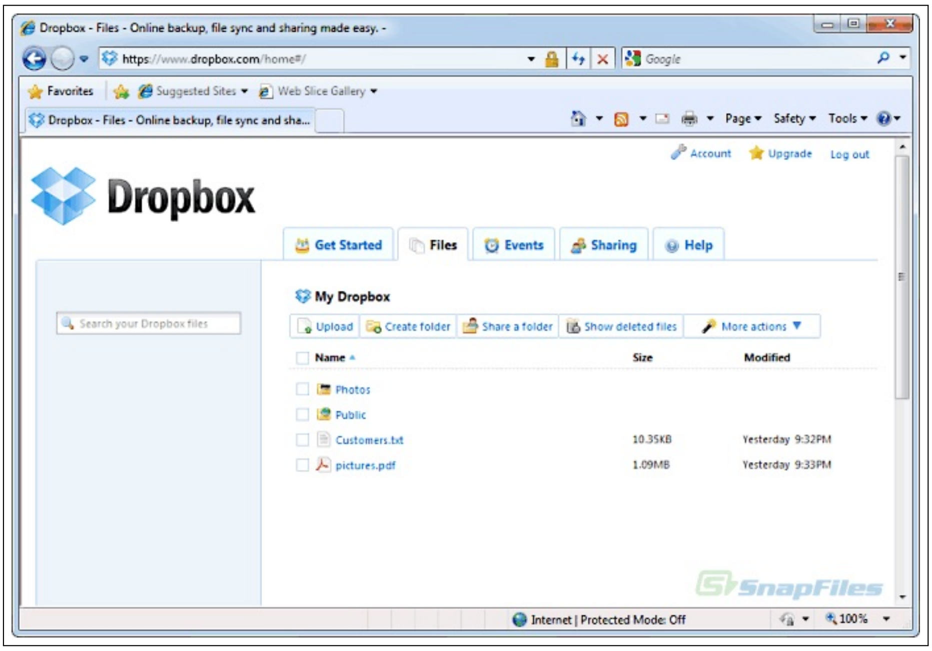


Abbildung 5.21: Beispiel eines Dropboxordners im Browser [49]

Für jedes **Tablets und Smartphone** mit gängigem Betriebssystem stellt Dropbox eine eigene App zur Verfügung. Durch dieses Programm können die eigenen Daten auch mobil verwaltet und geteilt werden. Die Ordnerübersicht ist dabei ähnlich der Übersicht der Online-Version im Browser.

Besonders zum **Teilen von Lerninhalten** und für die **digitale Abgabe von Dokumenten** kann sich Dropbox als hilfreich erweisen, da Ordner für mehrere Personen zum Hoch- und Herunterladen von Dateien freigegeben werden können.

So kann zum Beispiel der **Lehrende einen Ordner für eine Abgabe** für die Schülerinnen und Schüler **bereitstellen**, wo diese anschließend ihre gelösten Aufgaben hochladen können.

Eine weitere Möglichkeit ist, dass die Lernenden ihre Abgabedokument in ihrem privaten Ordner speichern und anschließend die **Datei für die Lehrerin oder den Lehrer freigibt**. So verhindert man etwa die Manipulation der Abgabe durch andere Mitglieder der Gruppe.

6 Ergebnisse

Während der Recherche wurde festgestellt, dass zwar zahlreiche Moodle-Lernplattformen kostenlos und ohne Anmeldung zur Verfügung gestellt werden, jedoch Gastbenutzer viele interessante Funktionen nicht nutzen können. Da die essentiellen Inhalte, wie Definitionen, Beweise, Übungsbeispiele oder Aufgabenstellungen trotzdem verfügbar sind, können die Teile dieser Plattformen ohne Einschränkungen in den Unterricht eingebaut werden.

Wichtig ist, die **Abschnitte der Kurse** genau zu **analysieren** und zu **überprüfen**, ob die Qualität der bereitgestellten Inhalte, den eigenen Vorstellungen entspricht. Nicht jede Lernplattform zu einem bestimmten mathematischen Thema ist für jeden Schultyp beziehungsweise jeden Jahrgang geeignet. So muss jede Lehrerin beziehungsweise jeder Lehrer für sich entscheiden, welche Teile und anhand welcher Methoden sie beziehungsweise er die Kurse in ihren oder seinen Unterricht einbindet.

Entspricht der Inhalt den Anforderungen des Lehrenden können die Schülerinnen und Schüler einzelne Abschnitte entweder in der Schule **während des Unterrichts** oder in Form einer **Hausübung** bearbeiten.

Jedoch wäre es sinnvoll die ersten Lernabschnitten eines Kursen, die sich häufig mit Definitionen und einführenden Beispielen beschäftigen, durch **Einzel- oder Gruppenarbeit im Unterricht** einzubauen. So können Unklarheiten sofort durch den Lehrenden beseitigt werden.

Viele Lernplattformen stellen Übungsbeispiele entweder anhand von klassischen Übungsblätter oder als interaktive Arbeitsblätter zur Verfügung. Da diese in späteren Lernphasen zum Einsatz kommen, können diese nicht nur im Unterricht, sondern auch als Hausübung bearbeitet werden.

Fehlende Funktionen, wie etwa die digitale Abgabe von Hausarbeiten oder das gemeinsame Erstellen eines digitalen Glossars, schränken die Benutzung der Lernplattform ein. Jedoch wurden, im vorigen Kapitel dieser Arbeit, alternative Methoden für den Unterricht vorgestellt, die diese fehlenden Funktionen ersetzen können. Diese sind hingegen nur wenige Beispiele der zahlreichen Unterrichtsmethoden, die stattdessen verwendet werden können.

Jeder Lehrerin und jedem Lehrer ist es möglich, auch **mit geringem Fachwissen** im Bereich Informatik, Lernplattformen im Mathematikunterricht einzusetzen. Durch die umfangreiche Auswahl an kostenlosen Plattformen, ist das Auffinden eines Kurses zu einem bestimmten Themas durch eine online Suchmaschine nicht schwer. Aber auch bei der Beschreibung der Lernplattformen im Rahmen dieser Arbeit wurden einige Internetseiten genannt, auf denen sich zahlreiche Moodlekurse zu verschiedenen Unterrichtsfächern und Themen befinden.

Es erfordert jedoch ein gewisses Maß an Offenheit für den Einsatz neuen Medien und modernen Methoden im Unterricht. Der Einsatz von Computeralgebrasystemen ist im Lehrplan explizit angegeben und sollte in keinem Mathematikunterricht fehlen. Werden bereits digitale Hilfsmittel verwendet, ist der Weg zum Einsatz von Lernplattformen nicht mehr weit.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über diese Arbeit und einen Ausblick für die mögliche Weiterentwicklung des Einsatzes von Lernplattformen im Unterricht.

7.1 Zusammenfassung

Nicht zur zu Themen aus der Mathematik ist die Anzahl der frei verwendbaren Lernplattformen riesig. Alleine auf der Plattform edumoodle, eine der größten Multiinstanzeninstallation[1] werden, laut Education Group, fast 2000 Instanzen bereitgestellt. [14]

Diese bestehenden Plattformen und die enthaltenen Lernmaterialien können durchaus im Unterricht verwendet werden. Dies würde eine **Erleichterung bei der Vorbereitung des Unterrichts** für die Lehrpersonen darstellen. Denn neben Definitionen der Fachvokabeln werden auf den Plattformen, auch Übungen und Arbeitsaufträge zu den entsprechenden Themen zur Verfügung gestellt.

Viele der kostenlos und ohne Anmeldung verfügbaren Plattformen können leider **nicht ohne Einschränkung verwendet** werden. Zwar sind die Lernabschnitte mit theoretischen Inhalten und Aufgabenstellungen meist verfügbar, die Abschnitte, bei denen Schülerinnen und Schüler etwas bearbeiten oder abgeben sollen, sind jedoch häufig eigeschränkt. Diese Funktionen können nur von angemeldeten Mitgliedern verwendet werden.

Doch wie können bestehende Lernplattformen trotzdem, durch eine Mischung aus klassischen und modernen Methoden in den Mathematikunterricht, eingebunden werden?

Da viele Lerninhalte ohne Einschränkung verfügbar sind, wäre es schade die Kurse deswegen nicht zu verwenden. Die Inhalte mit nicht verfügbaren Funktionen können durch verschiedene Methoden trotzdem im Unterricht eingesetzt werden. Bei diesen Funktionen handelt es sich meistens um die bereitgestellten Foren, die Möglichkeit zur Online-Abgabe von Arbeitsaufträgen oder Online Tests.

Diese und weitere Funktionen können durch klassische und modere Unterrichtsmethoden ersetzt und so im Unterricht verwendet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden daher **mehrere Methoden vorgestellt** und Hinweise zu deren Einsatz in Kombination mit Lernplattformen, gegeben.

Diese Arbeit soll Lehrerinnen und Lehrer dazu animieren sowohl bestehende, als auch eigen, erstellte Lernplattformen zu nutzen. Bewusst wurden kein exakter Unterrichtsentwurf, für den Einsatz einer Plattform bereitgestellt, da jeder Lehrende unterschiedliche Schwerpunkte im Inhalt und auf bestimmte Methoden in seinem Unterricht setzt. Es gibt keine Unterrichtsvorbereitung, die für jeden Lehrenden passend ist.

[1] Unter Instanz versteht man, in diesem Fall, eine Lernplattform.

7.2 Fazit und Ausblick

Wie und ob man bestehende Lernplattformen in den eigenen Mathematikunterricht einbindet, ist jeder Lehrerin und jedem Lehrer selbst überlassen. Jedoch stellen diese Kurse eine erhebliche Erleichterung für den mediengestützten Unterricht dar. Neben der zeitlichen Ersparnis für die Lehrperson, wird das selbstständige und selbstgesteuerte Lernen der Schülerinnen und Schüler unterstützt.

Die Anzahl von Lernplattformen nimmt kontinuierlich zu und kann in verschiedenster Weise in den Unterricht eingesetzt werden. Viele Kurse werden kostenlos angeboten, werden aber nicht von jeder Lehrerinnen oder jedem Lehrer genutzt, obwohl diese eine gute Möglichkeit für einen differenzierten und individuellen Unterricht darstellen.

Der Einsatz von neuen Medien im Mathematikunterricht wird spätestens im Rahmen der Reife- und Diplomprüfung erforderlich, weshalb deren Einsatz während des regulären Unterricht schon unumgänglich ist. Viele bestehende Lernplattformen bieten bereits viele Übungen an, die mit dem Einsatz von Computeralgebrasystemen, zum Beispiel GeoGebra gelöst werden können und sollen. Da dieses Programm auch bei der Zentralmatura verwendet werden darf, stellen diese Arbeitsblätter eine gute und kostenlose interaktive Übung dar.

Diese Arbeit ist **kein Leitfaden** für den Einsatz einer bestimmten Plattform mit bestimmten Methoden in einer bestimmten Klasse zu einem bestimmten Zeitpunkt.

Das Ziel war interessierte Lehrerinnen und Lehrer die Einsetzbarkeit von bestehenden Lernplattformen zu zeigen. Die Erstellung eines Leitfadens für die Suche und den methodenvielfältigen Einsatz von Lernplattformen würde eine **Weiterführung** dieser Arbeit darstellen. Dies würde vor allem Lehrende mit wenig EDV-Erfahrung bei der Planung eines Unterrichts mit Lernplattformen unterstützen.

Im Rahmen des Lehramtsstudiums Mathematik müssen die Studierenden in beiden Abschnitten zusammen 54 Wochenstunden als Pflichtlehrveranstaltungen absolvieren. Jedoch sind davon nur 5 Wochenstunden Lehrveranstaltungen speziell mit EDV-bezogenen Themen.[54]
Daher ist es nicht verwunderlich, dass viele Mathematiklehrerinnen und -lehrer vor dem Einsatz neuer Medien zurückschrecken.

Da neue Medien einen immer größer werdenden Stellenwert in unserer Gesellschaft haben, könnte dieser Aspekt bei der Änderung des Studienplanes zukünftig beachtet werden. Digitales Lernen wird den zukünftigen Schulunterricht bestimmten, erste Schritte in diese Richtung wurden bereits durch spezielle Computerklassen gesetzt. Daher ist es wichtig die Medienkompetenz der angehenden Lehrerinnen und Lehrer, entweder im Rahmen ihrer universitären Ausbildung oder spätestens in Form von Fortbildungsseminaren, zu stärken.

Literatur

Wissenschaftliche Literatur

[9] Rüdiger Bültmann. *Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht - Vorteile und Gefahren dieser Methode*. Bod Third Party Titles, 2007.

[22] Wolf Hilzensauer und Veronika Hornung-Prähauser. *Nutzungsstudie zur Verwendung der Lernplattform Moodle zur Individualisierung im Unterricht.* Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur – bm:ukk, 2010.

[27] Stadler Kristina. “Eigene Darstellung”.

[33] Wolfgang Mattes. *Methoden für den Unterricht: kompakte Übersichten für Lehrende und Lernende*. Schöningh, 2011.

[50] Melanie Stadermann. *SchülerInnen und Lehrpersonen in Mediengestützten Lernumgebungen: Zwischen Wissensmanagement und Sozialen Aushandlungsprozessen*. VS Verlag fur Sozialwissenschaften GmbH, 2011.

Online Referenzen

[1] Fachbereich C / Mathematik und Institut für Angewandte Informatik Bergische Universität Wuppertal. *Matheprisma - Eine wachsende Modulsammlung zur Mathematik*. 2001. URL: http://www.matheprisma.de[09.02.2014].

[2] *bettermarks - ERFOLGREICH MATHE LERNEN*. URL: http://at.bettermarks.com[07.05.2015].

[3] *Bildungsserver Wiki*. URL: http://wiki.bildungsserver.de/index.php/Lernplattform[17.06.2015].

[4] BMUKK. *Berufsbildende Schulen :: Downloads*. 9.02.2014. URL: http://www.abc.berufsbildendeschulen.at/de/dlcollection.asp[09.02.2014].

[5] BMUKK. *bm:ukk - Lehrpläne*. Dez. 2007. URL: http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/index.xml[07.02.2014].

[6] BMUKK. *edumoodle*. 2011. URL: www.edumoodle.at[09.02.2014].

[7] BMUKK. *Mathematik Bildungs- und Lehraufgabe*. 2004. URL: http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf[05.12.2013].

[8] Dieter Brandt. *Computer im Mathematikunterricht*. Aug. 1998. URL: http://home.mathematik.uni-freiburg.de/didaktik/material_download/ag-steffen.html[16.03.2015].

[10] Moodle community. *Moodle Documentation*. 2013. URL: http://docs.moodle.org/[17.02.2014].

[11] *Der Satz des Pythagoras - cc-Kurs von Andreas Brinken*. URL: http://www3.edumoodle.at/nmspassail/course/view.php?id=77[7.3.2015].

[12] *Der Wortschatz der Mathematik*. URL: https://www.yumpu.com/de/document/view/21968241/14-ruckspiegel-1-der-wortschatz-der-mathematik-in-der-troisieme[07.05.2015].

[13] Pearson Education. *Funbrain - Number Cracker Game*. 2000. URL: http://www.funbrain.com/cracker/index.html[12.01.2014].

[14] Peter Eiselmair. *Education group*. 2011. URL: www.edugroup.at[07.02.2014].

[15] *Elearning Guild*. URL: http://www.elearningguild.com[17.06.2015].

[16] *Filihippo*. URL: www.filehippo.com[05.05.2015].

[17] *GeoGebra Handbuch*. URL: http://wiki.geogebra.org/de/Handbuch[15.12.2014].

[18] *GeoGebraWikiArchiv*. URL: http://archive.geogebra.org/de/wiki/index.php/Hauptseite[15.12.2014].

[19] Neue Mittelschule St. Peter Graz. *Moodle NMS St. Peter Graz*. URL: http://www4.edumoodle.at/hsgraz_stpeter[05.02.2015].

[20] *Griechisches Alphabet*. URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Griechisches_Alphabet#Klassische_Zeichen[16.11.2014].

[21] *Grundwissen Mathematik 9.Klasse*. März 2015. URL: www.strobl-f.de[20.03.2015].

[23] *Hot Potatoes - Half-baked Software*. URL: www.hotpotatoes.de[04.05.2015].

[24] Half-Baked Software Inc. *Hot Potatoes*. Okt. 2009. URL: http://hotpot.uvic.ca[12.01.2014].

[25] *inmotion hosting - How to create a Multiple choice question in Moodle*. URL: http://www.inmotionhosting.com/support/edu/moodle/question-bank/multiple-choice[15.06.2015].

[26] International GeoGebra Institute. *GeoGebra*. Aug. 2013. URL: http://www.geogebra.org/ [16.02.2014].

[28] *Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen*. URL: lehrerfortbildung-bw.de[16.03.2015].

[29] *Landesbildungsserver Baden-Württemberg*. URL: http://www.schule-bw.de/[16.03.2015].

[30] *Lehrplan Neue Mittelschule*. URL: https://www.bmbf.gv.at/schulen/recht/erk/bgbla_2012_ii_185_anl1_22513.pdf?4dzi3h[01.05.2015].

[31] Moodle Pty Ltd. *moodle stories*. 2012. URL: moodle.com[18.02.2014].

[32] *Mathematik Bildungs- und Lehraufgabe*. URL: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2[01.05.2015].

[34] *Medienzentrum Jena*. URL: http://www.mz.jena.de/moodle/[08.08.2014].

[35] Dr. Andreas Meier. *real math*. URL: http://www.realmath.de/Neues/Klasse9/pythagoras/pythagoras.php[26.04.2015].

[36] *Moodle History*. URL: https://docs.moodle.org/25/en/History[17.06.2015].

[37] *Moodle Kursraumprinzip*. URL: http://moodle.de/mod/book/view.php?id=2916&chapterid=272[08.08.2014].

[38] *Moodle Lizenz*. URL: https://docs.moodle.org/28/de/Lizenz[17.06.2015].

[39] *Moodlefundgrube*. URL: http://www.gottfried-prokein.de/moodle/[08.08.2014].

[40] Maths for More. *WIRIS - The global solution for mathematics education*. 2014. URL: www.wiris.com[17.02.2014].

[41] *Phythagorean Theorem*. URL: http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/index.shtml[16.03.2015].

[42] *Projekt Werkstatt - Fishbowl*. URL: http://www.projektwerkstatt.de/hoppetosse/hierarchNIE/fishbowl.html[06.05.2015].

[43] *Pythagoräische Tripel*. URL: http://www.hbmeyer.de/pythag.htm[16.03.2015].

[44] *Raum für Mathematik*. URL: www.matheraum.de[13.03.2015].

[45] Wolfram Research. *Wolfram Research: Mathematica, Technische und Wissenschaftliche Software*. 2014. URL: www.wolfram.com[17.02.2014].

[46] Landesschulrat für Salzburg. *Lernplattformen*. URL: http://www.lsr-sbg.gv.at/schule-und-unterricht/lernplattformen/[09.05.2015].

[47] *School of the air*. URL: http://www.australia.gov.au/about-australia/australian-story/school-of-the-air[17.06.2015].

[48] Günther Schwarz. *Kurs: Folgen und Reihen - Einstieg*. URL: http://www.edumoodle.at/lernmit/course/view.php?id=81[09.02.2014].

[49] *snapfiles - Dropbox screenshots*. URL: http://www.snapfiles.com/screenshots/dropbox.htm[05.05.2015].

[51] *The Electronic Journal for English as a Second Language*. URL: http://www.tesl-ej.org/[04.05.2015].

[52] Thomas Unkelbach. *Materialien zum Selbstständigen Arbeiten*. URL: http://ne.lo-net2.de/[20.03.2015].

[53] *Veritas Thema Mathematik*. URL: http://thema-mathematik.at[15.12.2014].

[54] Universität Wien. *Studienplanes für das Lehramtsstudium im Unterrichtsfach Mathematik*. URL: http://www.univie.ac.at/mtbl02/2006_2007/2006_2007_159.pdf[09.05.2015].

[55] *Wikipedia - Satzgruppe des Pythagoras*. URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Satzgruppe_des_Pythagoras#H.C3.B6hensatz_des_Euklid[21.03.2015].

[56] *Yahoo! Clever*. URL: https://de.answers.yahoo.com[17.04.2015].