

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN  
Vienna University of Technology



AUTOMATION & CONTROL INSTITUTE  
INSTITUT FÜR AUTOMATISIERUNGS-  
& REGELUNGSTECHNIK

---

# Modellierung und Regelung von pneumatischen Linearantrieben

## DIPLOMARBEIT

Ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)

unter der Leitung von

Univ.-Prof. Dr. techn. A. Kugi  
Dipl.-Ing. T. Glück  
Dipl.-Ing. A. Pfeffer

eingereicht an der

Technischen Universität Wien  
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

von

Stefan Flixeder  
Haging 14  
4910 Pattigham  
Austria

Wien, im Juni 2012

---

**Gruppe für komplexe dynamische Systeme**

A-1040 Wien, Gusshausstr. 27, Internet: <http://www.acin.tuwien.ac.at>

---

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit mit dem Thema **Modellierung und Regelung von pneumatischen Linearantrieben** entstand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik der Technischen Universität Wien.

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich bei Herrn Univ.-Prof. Dr.techn. Andreas Kugi und seinen Mitarbeitern am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik für ihr herausragendes Engagement in der Lehre bedanken. Ihre Begeisterung war es, die mein Interesse für die moderne Regelungstechnik geweckt hat.

Ein besonderer Dank gilt meinen Betreuern, Herrn Dipl.Ing. Andreas Pfeffer, Herrn Dipl.Ing. Tobias Glück und Herrn Dr.-Ing. Wolfgang Kemmetmüller, für die hervorragende Unterstützung, zahlreichen Anregungen und interessanten Diskussionen.

Meinen Eltern, Johann und Elisabeth, möchte ich auf diesem Weg für den großartigen familiären Rückhalt danken. Ihr entgegengebrachtes Vertrauen sowie die private und finanzielle Unterstützung haben den Abschluss dieses Studium erst möglich gemacht.

Wien, im Juni 2012

# Abstract

The present diploma thesis deals with the design, implementation and test of model-based control strategies for pneumatic piston actuators. The control strategies are experimentally validated on a test bench.

Based on the mathematical modeling of the system, a comprehensive identification and model validation is carried out. In this context, the static and dynamic behavior of the proportional-directional control valve, the pressure dynamics of the cylinder chambers and the friction of the pneumatic actuators are investigated. For the position and force controller design, exact input-output linearization and the backstepping method are applied. The controllers are tested by means of simulations and implemented on a test bench. The experimental results reveal the good tracking and disturbance rejection performance of the designed controllers.

# Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Entwicklung und experimentelle Validierung modellbasierter Regelungskonzepte für pneumatische Linearantriebe anhand eines Prüfstands bestehend aus zwei, gegensinnig zueinander gerichteten Pneumatikzylindern.

Ausgehend von der mathematischen Modellierung erfolgt eine umfassende Parameteridentifikation und Modellvalidierung. Im Speziellen wird hier auf das statische und dynamische Verhalten der Proportional-Wegeventile, den Druckaufbau in den Zylinderkammern und das Reibverhalten der pneumatischen Aktoren eingegangen. Für die Positions- und Kraftregelung der Linearantriebe werden mit der Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung und dem Backstepping-Verfahren zwei nichtlineare Regelungskonzepte entwickelt. Die entworfenen Regelungsstrategien werden anhand von Simulationen getestet und am Prüfstand implementiert. Die Simulations- und Messergebnisse bestätigen das gute Folge- und Störunterdrückungsverhalten der entwickelten Regler.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Prüfstand</b>	<b>3</b>
2.1	Aktorik . . . . .	5
2.2	Sensorik . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>7</b>
3.1	Mechanisches Teilmodell . . . . .	7
3.2	Pneumatisches Teilmodell . . . . .	9
3.2.1	Druckaufbaugleichung . . . . .	10
3.2.2	Proportional-Wegeventil . . . . .	12
3.3	Gesamtmodell . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Identifikation und Modellvalidierung</b>	<b>16</b>
4.1	Statisches und dynamisches Verhalten des Proportional-Wegeventils .	16
4.2	Druckaufbau in den Zylinderkammern . . . . .	26
4.3	Reibung . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Regelung</b>	<b>37</b>
5.1	Entwurfsmodell . . . . .	37
5.2	Positionsregelung . . . . .	40
5.2.1	Exakte Eingangs-Ausgangslinearisierung . . . . .	40
5.2.2	Backstepping . . . . .	43
5.2.3	Vergleich der Zustandsregelgesetze . . . . .	47
5.3	Kraftregelung . . . . .	48
<b>6</b>	<b>Implementierung</b>	<b>51</b>
6.1	Trajektorienplanung . . . . .	51
6.2	Zustandsregelgesetze . . . . .	52
<b>7</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>55</b>
7.1	Simulationsergebnisse . . . . .	55
7.1.1	Positionsregelung . . . . .	56
	Sprungförmiger Sollverlauf . . . . .	56

---

	Sinusförmiger Sollverlauf . . . . .	56
7.1.2	Kraftregelung . . . . .	59
	Sprungförmiger Sollverlauf . . . . .	59
	Sinusförmiger Sollverlauf . . . . .	61
7.1.3	Positionsregelung und Kraftregelung . . . . .	61
	Sprungförmiger Sollverlauf . . . . .	61
	Sinusförmiger Sollverlauf . . . . .	64
7.2	Messergebnisse . . . . .	66
7.2.1	Positionsregelung . . . . .	66
	Sprungförmiger Sollverlauf . . . . .	66
	Sinusförmiger Sollverlauf . . . . .	68
7.2.2	Kraftregelung . . . . .	68
	Sprungförmiger Sollverlauf . . . . .	68
	Sinusförmiger Sollverlauf . . . . .	71
7.2.3	Positionsregelung und Kraftregelung . . . . .	71
	Sprungförmiger Sollverlauf . . . . .	71
	Sinusförmiger Sollverlauf . . . . .	74
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>76</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>79</b>
A.1	Komponenten, Sensoren und Messgeräte . . . . .	79
A.2	Identifizierte Parameter und Kennwerte . . . . .	81
A.3	Reglerparameter . . . . .	83
A.4	Parameter zur Implementierung . . . . .	84

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Photographie des Prüfstands. . . . .	3
2.2	Schematischer Aufbau des Prüfstands. . . . .	4
3.1	Prinzipskizze des unteren Teilsystems. . . . .	8
3.2	Prinzipskizze eines Zylinders. . . . .	11
3.3	Normierte Ausflussfunktion $\Psi$ über dem Druckverhältnis $\Pi$ . . . . .	13
3.4	Prinzipskizze eines 5/3-Proportional-Wegeventils und äquivalente pneumatische Brückenschaltung. . . . .	14
4.1	Stationärer Zusammenhang der Ventilschieberposition $s_v$ und der normierten Ventileingangsspannung $u$ . . . . .	17
4.2	Betrags- und Phasengang für verschiedene Aussteueramplituden $U$ . . . . .	18
4.3	Gemessene Sprungantwort des Proportional-Wegeventils und simuliertes Ersatzmodell für unterschiedliche Aussteueramplituden $U$ . . . . .	19
4.4	Blockschaltbild des geschwindigkeits- und beschleunigungsbegrenzten Ersatzmodells für das dynamische Ventilverhalten. . . . .	20
4.5	Messaufbau zur Leitwertbestimmung. . . . .	22
4.6	Leitwerte in Abhängigkeit der Ventileingangsspannung $u$ . . . . .	23
4.7	Vergleich des identifizierten Leitwerts $C_{14}(u)$ und dem identifizierten Polynomansatz. . . . .	24
4.8	Kritisches Druckverhältnis $\Pi_{\text{krit}}$ in Abhängigkeit der normierten Ventileingangsspannung $u$ für den Strömungspfad 1-4. . . . .	25
4.9	Gemessener und modellierter Volumenstrom bei konstanten Ventilspannungen $u$ und Primärdrücken $p_{\text{prim}}$ unter Variation des Sekundärdrucks $p_{\text{sek}}$ . . . . .	27
4.10	Gemessener und simulierter Kammerdruck $p_1$ beim Entlüften für unterschiedliche Aussteueramplituden $U$ und Polytropenexponenten $n$ , bei in der Mittelstellung fixiertem Zylinderkolben $s = \frac{L}{2}$ . . . . .	29
4.11	Gemessener und simulierter Kammerdruck $p_1$ beim Befüllen für unterschiedliche Aussteueramplituden $U$ und Polytropenexponenten $n$ , bei in der Mittelstellung fixiertem Zylinderkolben $s = \frac{L}{2}$ . . . . .	30
4.12	Gemessener und simulierter Kammerdruck $p_1$ für unterschiedliche Kolbengeschwindigkeiten $v$ und Polytropenexponenten $n$ . . . . .	31

4.13	Mess- und Simulationsergebnisse des Druckverlaufs in einer Zylinderkammer bei aktiver Trajektorienfolgeregelung bei Kolbengeschwindigkeiten von $ v  \approx 0.15 \text{ m s}^{-1}$ . . . . .	33
4.14	Prinzipskizze zur Ermittlung der Reibkomponenten. . . . .	34
4.15	Gemessene und modellierte Reibkräfte von Schlitten und Zylinder-einheit des <i>DNC-32</i> und <i>DNC-40</i> . . . . .	36
5.1	Leitwertfunktionen in Abhängigkeit der normierten Ventileingangsspannung $u$ . . . . .	38
5.2	Regelkreisstruktur der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung. . . . .	43
6.1	Normierte Stellgröße mit und ohne aktiver Tiefpassfilterung. . . . .	54
7.1	Simulationsergebnisse der Positionsregelung für Arbeitspunktwechsel. . . . .	57
7.2	Simulationsergebnisse der Positionsregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position. . . . .	58
7.3	Simulationsergebnisse der Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Kraft. . . . .	60
7.4	Simulationsergebnisse der Kraftregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Kraft. . . . .	62
7.5	Simulationsergebnisse der Positions- und Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Position und für eine nahezu sprungförmige Störkraft. . . . .	63
7.6	Simulationsergebnisse der Positions- und Kraftregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position und einen sinusförmigen Sollverlauf der Kraft. . . . .	65
7.7	Messergebnisse der Positionsregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel. . . . .	67
7.8	Messergebnisse der Positionsregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position. . . . .	69
7.9	Messergebnisse der Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Kraft. . . . .	70
7.10	Messergebnisse der Kraftregelung für eine sinusförmige Solltrajektorie der Kraft. . . . .	72
7.11	Messergebnisse der Positions- und Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Position und für eine nahezu sprungförmige Störkraft. . . . .	73
7.12	Messergebnisse der Positions- und Kraftregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position und einen sinusförmigen Sollverlauf der Kraft. . . . .	75



# Tabellenverzeichnis

A.1	Komponenten des Prüfstands. . . . .	79
A.2	Spezifikation der eingesetzten Sensoren. . . . .	79
A.3	Spezifikation des POLYTEC Laser-Vibrometers. . . . .	80
A.4	Komponenten des Messaufbaus zur Leitwertbestimmung. . . . .	80
A.5	Allgemeine pneumatische Parameter und Kennwerte. . . . .	81
A.6	Parameter des unteren Teilsystems ( <i>DNC-32</i> ). . . . .	81
A.7	Parameter des oberen Teilsystems ( <i>DNC-40</i> ). . . . .	82
A.8	Modellparameter der Proportional-Wegeventils. . . . .	82
A.9	Parameter der Positionsregelung entworfen mittels der exakten Ein- gangs-Ausgangslinearisierung für die Eigenwerte $[-30 \ -40 \ -40 \ -50]^T$ . . . . .	83
A.10	Parameter der Positionsregelung entworfen mittels der Backstepping- Methode für die Eigenwerte $[-30 \ -40 \ -40]^T$ . . . . .	83
A.11	Parameter der Kraftregelung entworfen mittels der exakten Eingangs- Ausgangslinearisierung für die Eigenwerte $[-0.02 \ -50]^T$ . . . . .	83
A.12	Koeffizienten zur Generierung der dreifach stetigen Referenztrajekto- rien mit Hilfe eines polynomialen Ansatzes. . . . .	84
A.13	Koeffizienten des Zustandsvariablenfilters. . . . .	84
A.14	Parameter zur Steigungsbegrenzung der normierten Stellgröße $u$ . . . . .	84

# 1 Einführung

Pneumatische Aktoren finden bereits seit vielen Jahren ihre Anwendung in der produzierenden Industrie. Im Speziellen bei Positions- und Handhabungsaufgaben steigen die Anforderungen durch den Wunsch nach mehr Flexibilität. Mit dem geringen Leistungsgewicht, der Sauberkeit, der EX-Sicherheit sowie den niedrigen Anschaffungskosten stellt die Pneumatik eine interessante Alternative zu elektrischen und hydraulischen Antrieben dar. Die Herausforderungen bei der Positions- und Kraftregelung von pneumatischen Linearaktoren besteht in der mathematischen Beschreibung und Kompensation der systeminhärenten Nichtlinearitäten.

Ziel dieser Diplomarbeit ist die Entwicklung und experimentelle Validierung geeigneter, nichtlinearer Positions- und Kraftregelungsstrategien für pneumatische Linearantriebe. Die entworfenen Regelungen werden dabei auf einem Prüfstand, bestehend aus zwei gegensinnig zueinander angeordneten pneumatischen Zylindern, implementiert. Ausgehend von der mathematischen Modellierung und Identifikation werden zwei nichtlineare Positionsregler mit Hilfe der Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung und des Backstepping-Verfahrens entwickelt. Zudem wird ein Kraftregler mit Hilfe der Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung entworfen.

## **Gliederung der Arbeit**

Kapitel 2 beschreibt den Aufbau des pneumatischen Prüfstands. Neben dem Zusammenspiel der einzelnen Komponenten wird im Speziellen auf die Dimensionierung und Charakteristika der verwendeten Aktoren und Sensoren eingegangen.

Die Modellbildung des Systems auf Basis der physikalischen Gesetzmäßigkeiten erfolgt in Kapitel 3 mit der Bestimmung der mechanischen Bewegungsgleichungen sowie der Herleitung der Druckaufbaugleichungen in den Zylinderkammern. Neben der Beschreibung der dynamischen Eigenschaften der internen Lageregelung der Proportional-Wegeventile wird eine nichtlineare Beziehung zwischen Ventileingangsspannung, den stationären Druckverhältnissen und den resultierenden Massen-

strömen erarbeitet. Anschließend werden die Modelle der jeweiligen Komponenten zu einem Gesamtmodell vereint.

Im Rahmen einer ausführlichen Parameteridentifikation in Kapitel 4 wird das Modell anhand von Messungen abgeglichen. Besonderes Augenmerk wird hierbei auf die stationären und dynamischen Durchflusseigenschaften der Proportional-Wegeventile, die Beschreibung der unterschiedlichen Wärmeübergangseffekte beim Druckaufbau in den Zylinderkammern und das Reibverhalten der pneumatischen Aktoren gelegt.

Anhand eines vereinfachten Reglerentwurfsmodells werden in Kapitel 5 geeignete Strategien zur Trajektorienfolgeregelung von Position und Kraft entworfen. Für die Positionsregelung werden mit der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung und dem Backstepping-Verfahren zwei nichtlineare Regelungskonzepte eingesetzt. Der Entwurf einer Kraftregelung erfolgt nach der Methode der Eingangs-Ausgangslinearisierung.

Die praktische Implementierung der Regelungsstrategien wird in Kapitel 6 erläutert. Hier wird u. a. auf die Generierung der Solltrajektorien, die Filterung der Messgrößen und eine abschnittsweise Tiefpassfilterung der Stellgrößen eingegangen.

In Kapitel 7 wird die Performance der entworfenen Regelungen anhand von Simulationen und Messungen am Prüfstand analysiert. Die verschiedenen Regler werden dabei sowohl getrennt, als auch gleichzeitig betrieben.

Abschließend gibt Kapitel 8 eine Zusammenfassung der im Rahmen dieser Diplomarbeit gewonnenen Erkenntnisse und einen Ausblick auf mögliche weiterführende Forschungsprojekte am Versuchsaufbau.

Die Spezifikationen der verwendeten Komponenten, die Modell- und Regelparameter und sonstige Kennwerte sind im Anhang A aufgelistet.

## 2 Prüfstand

Gegenstand dieser Arbeit ist der in Abbildung 2.1 dargestellte pneumatische Prüfstand. Dieser besteht aus einem Gerüst aus Aluminiumprofilen, welches als Halterung für die verschiedenen mechanischen und pneumatischen Komponenten dient.

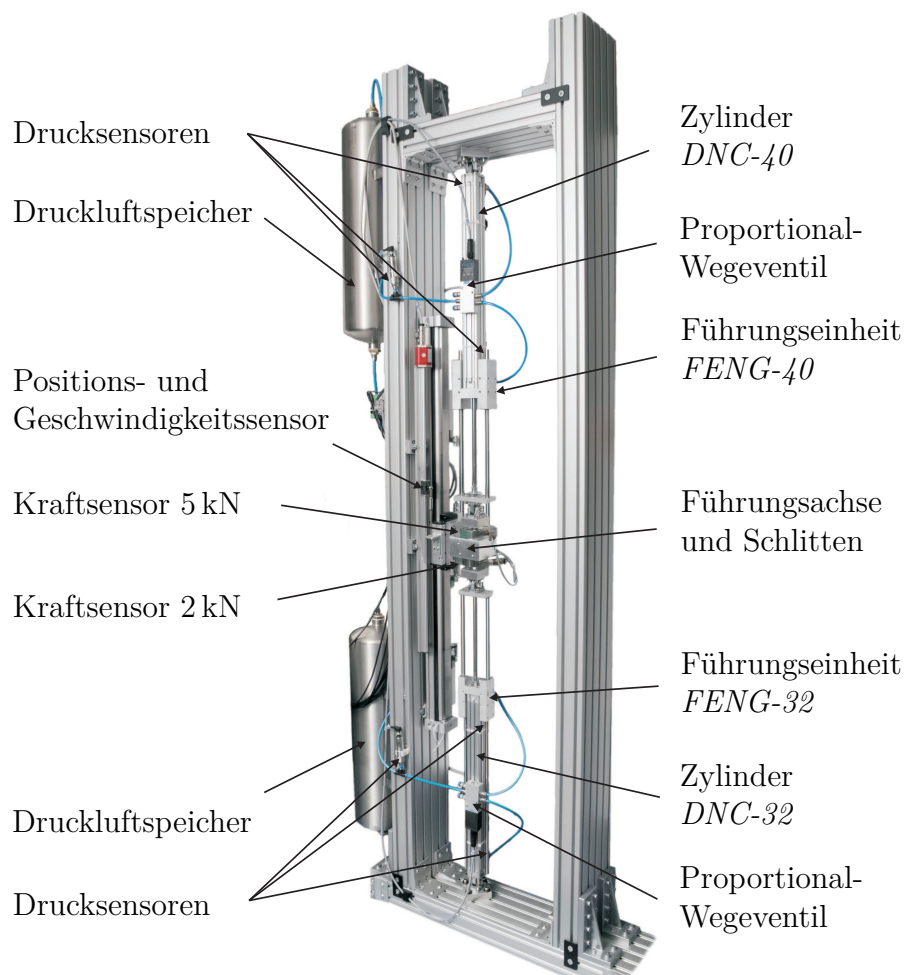


Abbildung 2.1: Photographie des Prüfstands.

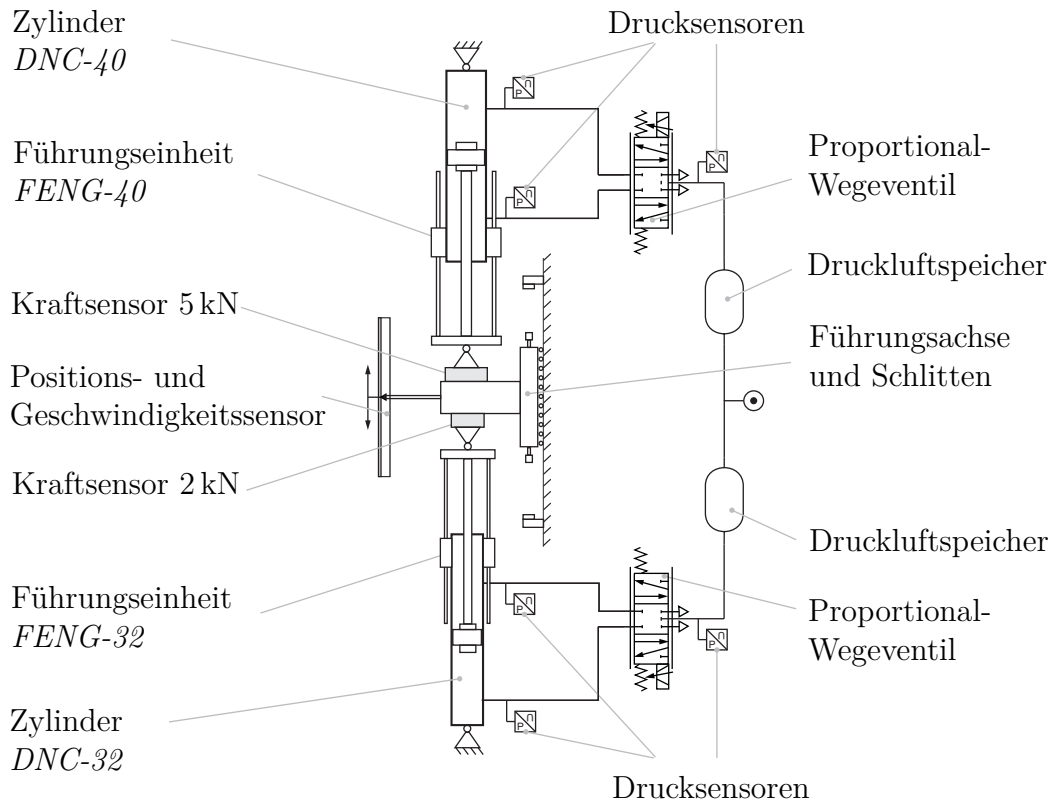


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau des Prüfstands.

Der Prüfstand ist im Wesentlichen symmetrisch zur Mittelachse aufgebaut. Die zentralen Elemente des Aufbaus sind die beiden Pneumatikzylinder (*DNC-32*, *DNC-40*), welche gegensinnig zueinander angeordnet sind. Zur Kompensation von Toleranzen bei der Montage sind sie mit dem Gerüst über Lagerblöcke verbunden. Um ein Ausknicken der Kolbenstangen zu verhindern, sind Führungseinheiten (*FENG-32*, *FENG-40*) an den Zylindern angebracht. Die Führungseinheiten des unteren und oberen Zylinders sind über Lagerblöcke mit Kraftsensoren verbunden. Diese wiederum sind direkt mit dem Schlitten und der Führungsachse verschraubt. An der Führungsachse ist ein Positions- und Geschwindigkeitssensor angebracht. Die verwendeten Komponenten sind in Tabelle A.1 zusammengefasst.

Abbildung 2.2 zeigt eine schematische Darstellung des Aufbaus. Die Druckluftversorgung erfolgt über einen Kompressor und eine Wartungseinheit. Zwei getrennte Druckluftspeicher für den oberen und unteren Zylinder dienen zur Stabilisierung des Versorgungsdrucks. Diese Speicher sind über kurz gehaltene Schläuche mit den Druckversorgungsanschlüssen der Proportional-Wegeventile verbunden. Entsprechend der Eingangsspannung der Ventile werden die Zylinderkammern der beiden

Pneumatikzylinder be- bzw. entlüftet. Zum Zweck der Geräuschminderung beim Entlüften sind die Abluftanschlüsse der Ventile mit Schalldämpfern versehen. Um die Verschlauchungen zwischen Proportional-Wegeventil und Pneumatikzylinder möglichst kurz zu halten und so etwaige Totzeiten und Totvolumina zu minimieren, sind die Wegeventile direkt an den Zylindern montiert.

Zur Erfassung und Verarbeitung der Messgrößen sowie zur Regelung des Systems wird das Echtzeit Mess- und Regelsystem dSPACE DS1103 verwendet. Die RTI-Toolbox ermöglicht eine komfortable Programmierung des dSPACE Systems direkt in MATLAB/SIMULINK. Die Analog-Digital-Wandler des Boards werden bei 16-bit Auflösung alle  $T_a = 100 \mu\text{s}$  ausgelesen.

Im Folgenden wird nochmals genauer auf die Aufgaben, Dimensionierung und Charakteristika der verwendeten Aktorik und Sensorik eingegangen.

## 2.1 Aktorik

Als Linearaktoren für die Positions- und Kraftregelung werden zwei metrische Normzylinder nach ISO 15552 [7] verwendet. Die eingesetzten Pneumatikzylinder der Firma FESTO sind doppelwirkend, mit einseitiger Kolbenstange und beidseitig einstellbarer pneumatischer Endlagendämpfungen ausgeführt. Es wurde eine Leichtlaufvariante der DNC-Serie gewählt, welche durch spezielle Dichtungen die Haftreibung erheblich vermindert.

Bei der Wahl der Zylinderdurchmesser muss ein Kompromiss zwischen realisierbarer Dynamik und maximal erzeugbarer Differenzdruckkraft eingegangen werden. Je kleiner die Kolbendurchmesser und damit die Kammervolumina gewählt werden, desto schneller findet ein Druckaufbau statt, aber umso kleiner sind die maximal erreichbaren Druckkräfte. Für den unteren, positionsgeregelten Zylinder wurde ein Kolbendurchmesser von 32 mm gewählt, sodass theoretische Kräfte von 483 N im Vorlauf und 415 N im Rücklauf realisiert werden können. Für den oberen, kraftgeregelten Zylinder wurde ein Kolbendurchmesser von 40 mm gewählt, welcher eine Vorlaufkraft von 754 N und eine Rücklaufkraft von 633 N ermöglicht. Die erzielbare Dynamik hängt neben der Zylinderbaugröße auch vom maximal zugeführten Volumenstrom ab. Dieser wird von den vorgelagerten pneumatischen Komponenten, und im Besonderen vom verwendeten Proportional-Wegeventil bestimmt.

Zum Einsatz kommt dabei ein direkt betätigtes 5/3 Proportional-Wegeventil (*MPYE* von FESTO). Die Sollwertvorgabe eines analogen Eingangssignals von 0...10 V wird

durch einen integrierten Lageregler des Schiebers in einen entsprechenden Öffnungsquerschnitt umgesetzt. Um eine hohe Dynamik der Positionsregelung für den Prüfstand zu erreichen, wurde die 1/8" High-Flow-Variante mit einem Normalnenndurchfluss<sup>1</sup> von  $700 \text{ l min}^{-1}$  ( $\pm 10\%$ ) bei einer maximalen Normleckage von  $25 \text{ l min}^{-1}$  gewählt. Die Grenzfrequenz der internen Lageregelung wird für diese Ausführung mit 100 Hz angegeben.

## 2.2 Sensorik

Für die Messung der aktuellen Systemdrücke werden Relativdrucksensoren eingesetzt, welche den Druck relativ zum tatsächlich vorhandenen Atmosphärendruck messen. Der Sensor formt dabei die physikalische Größe Druck (Kraft pro Fläche) in eine entsprechende Ausgangsspannung um. Die eingesetzten Sensoren *SDET* der Firma FESTO geben bei einem Druckmessbereich von  $0.1 \dots 10 \text{ bar}$  eine proportionale Ausgangsspannung von  $0 \dots 10 \text{ V}$  bei einer Messgenauigkeit von 1% auf den Messbereichsendwert aus.

Zur Positions- und Geschwindigkeitsmessung des Schlittens und damit des Zylinderkolbens wird ein Messsystem von MTS SENSORS eingesetzt. Ein profilgeführter Magnetschlitten ist über eine Kugelumlaufkupplung, zur Aufnahme von axialen Kräften, mit dem Führungsschlitten des Prüfstands verbunden. Über einen Messbereich von  $0 \dots 750 \text{ mm}$  ist so eine absolute Positionserfassung mit einer Auflösung von  $< 1 \mu\text{m}$  und einer Linearität von  $< \pm 75 \mu\text{m}$  möglich. Der Messbereich der Geschwindigkeitsmessung umfasst bei der gewählten Konfiguration  $-5 \dots 5 \text{ m s}^{-1}$  mit einer Auflösung von  $0.1 \text{ mm s}^{-1}$  und einer Abweichung von  $< 0.5\%$ . Die Ausgangsspannungen von  $-10 \dots 10 \text{ V}$  sind jeweils direkt proportional über den angegebenen Messbereich.

Hochdynamische Kraftsensoren der Firma BURSTER ober- und unterhalb des Schlittens erlauben die Erfassung von Zug- und Druckkräften der Zylinder in den Messbereichen  $-5 \dots 5 \text{ kN}$  bzw.  $-2 \dots 2 \text{ kN}$ . Die Sensoren zeichnen sich durch eine hohe Belastbarkeit und geringe Seitenkraftempfindlichkeit aus. Über ein vorkalibriertes Verstärkermodul wird die mit Hilfe von Dehnungsmessstreifen (DMS) detektierte Krafteinwirkung in eine proportionale Ausgangsspannung von  $-10 \dots 10 \text{ V}$  umgewandelt. Die Nichtlinearität wird vom Hersteller mit  $< \pm 0.1\%$  des Messbereichendwerts angegeben.

Die Spezifikationen der eingesetzten Sensoren sind nochmals übersichtlich in Tabelle A.2 zusammengefasst.

<sup>1</sup>Durchfluss in  $1 \text{ min}^{-1}$  bei 6 bar Primärdruck und 5 bar Sekundärdruck.

# 3 Modellbildung

Folgendes Kapitel widmet sich der mathematischen Modellierung der Proportional-Wegeventile, der pneumatischen Zylinder und deren Aufhängung. Zunächst wird nur das untere Teilsystem, bestehend aus Führungsschlitten, unterem Zylinder und Proportional-Wegeventil, betrachtet. Die mathematische Modellierung des oberen Teilsystems ergibt sich analog, lediglich die Gewichtskraft geht mit unterschiedlichem Vorzeichen in die mathematischen Modelle ein. Für die systematische Herleitung des Gesamtmodells ist eine Aufteilung in ein mechanisches und pneumatisches Teilmodell sinnvoll. Das mechanische Teilmodell behandelt die auftretenden Kräfte und Bewegungen im Zylinder-Führungsschlitten System, während die thermo- und fluiddynamischen Vorgänge im pneumatischen Teilmodell erfasst werden. Diese beiden Teilmodelle werden anschließend im Abschnitt 3.3 zu einem Gesamtmodell zusammengeführt.

## 3.1 Mechanisches Teilmodell

Ausgehend von der vereinfachten schematischen Darstellung des unteren mechanischen Teilsystems von Abbildung 3.1 folgt anhand des Impulserhaltungssatzes die Bewegungsgleichung des Systems zu

$$\ddot{s} = \frac{1}{m} (F_A - F_R - mg - F_{Last}), \quad (3.1)$$

wobei  $m$  die bewegte Masse,  $s$  die Kolbenposition,  $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$  die Erdbeschleunigung,  $F_A$  die pneumatische Antriebskraft,  $F_R$  die Reibkraft und  $F_{Last}$  die Lastkraft kennzeichnen. In  $m$  sind dabei sämtliche bewegten Massen, d. h. die Massen der Kolbenstange, der Führungseinheit, des Kraftsensors und der mechanischen Verbindungselemente, zusammengefasst.

Die pneumatische Antriebskraft  $F_A$  ist mit den Kolbenflächen  $A_1$ ,  $A_2$  und den Zylinderkammerdrücken  $p_1$ ,  $p_2$  sowie dem von außen auf die Kolbenstangenfläche drücken-



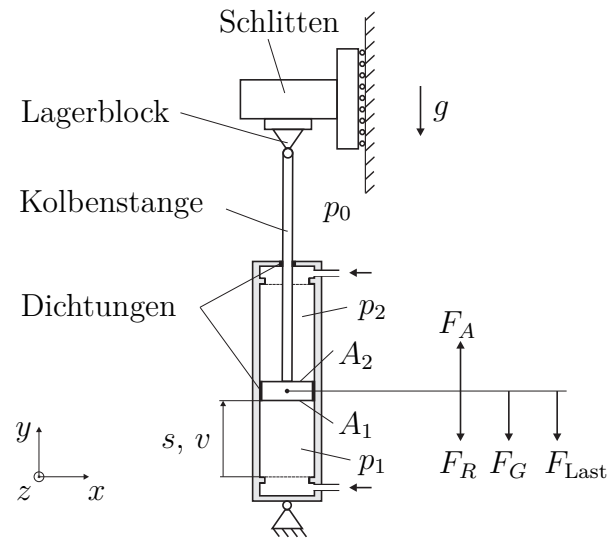


Abbildung 3.1: Prinzipskizze des unteren Teilsystems.

den Umgebungsdruck  $p_0$  in der Form

$$F_A = p_1 A_1 - p_2 A_2 - p_0 (A_1 - A_2) \quad (3.2)$$

gegeben. Im Rahmen dieser Arbeit sind die jeweiligen Drücke in Absolutwerten angegeben.

Die Reibkraft  $F_R$ , die der pneumatischen Antriebskraft entgegenwirkt, ist bei pneumatischen Zylindern stark ausgeprägt. Sie tritt an den externen Führungen, also Führungseinheit und Führungsschlitten, und an den verschiedenen internen Dichtstellen des Zylinders auf. Obwohl bei der vorliegenden Konfiguration bereits eine Leichtlaufvariante der Zylinder gewählt wurde, ist der dominierende Reibanteil auf die Zylinderdichtungen, also der Kolbenstangen- und Kolbendichtungen zwischen Kolben und Zylinder, zurückzuführen. Unterschiedliche Druckverhältnisse in den Zylinderkammern verursachen unterschiedlich große Kontaktflächen zwischen Dichtung und Zylinderkammerwand bzw. bewirken unterschiedliche Normalkräfte auf die Dichtungen und verursachen damit eine druckabhängige Reibkraft. Zusätzlich zeigten Untersuchungen, dass das reale Reibverhalten zeitvariant ist, d. h. dass das System direkt aus dem Stillstand ein anderes Reibverhalten als im laufenden Betrieb aufweist. Die Erwärmung der Dichtungen und die unterschiedliche Verteilung des Schmierstoffes sind Einflussgrößen, die dieses Verhalten bestimmen. Da die Modellierung dieser druck- und zeitvarianten Einflüsse sehr schwierig und nicht immer zielführend ist, werden diese in der vorliegenden Arbeit nicht weiter berücksichtigt und für den Regelungsentwurf als unbekannte Störgrößen aufgefasst.

Die Gesamtreibung  $F_R$  ergibt sich als Summe der Teilreibkräfte des Führungsschlittens  $F_{R,s}$  und der Zylindereinheit<sup>1</sup>  $F_{R,z}$  zu

$$F_R = F_{R,s} + F_{R,z}. \quad (3.3)$$

Nach [3] und [12] kann in pneumatischen Zylindern ein Mischreibungsgebiet zwischen Festkörper- und Flüssigkeitsreibung vorliegen. Dies bedeutet, dass zwischen Festkörperreibung und hydrodynamischer Reibung die Reibkraft geringer wird und bis zu einem Minimum abfällt, besser bekannt als Stribeck-Überhöhung. Da dieser Effekt im vorliegenden Fall nur sehr schwach ausgeprägt ist, vgl. Kapitel 4, hat es sich als zweckmäßig erwiesen, sowohl im Führungsschlitten als auch in der Zylindereinheit lediglich von einer Coulombschen Reibung in Kombination mit einer geschwindigkeitsproportionalen Reibkraft auszugehen. Die jeweiligen Reibkräfte von Zylindereinheit und Führungsschlitten ergeben sich somit zu

$$F_{R,s} = \text{sign}(v) F_{Rc,s} + \beta_s v \quad (3.4a)$$

$$F_{R,z} = \text{sign}(v) F_{Rc,z} + \beta_z v, \quad (3.4b)$$

mit der Geschwindigkeit  $v = \dot{s}$ , den Coulombschen Reibkraftanteilen  $F_{Rc,s}$  bzw.  $F_{Rc,z}$  und den geschwindigkeitsproportionalen Reibparametern  $\beta_s$  bzw.  $\beta_z$ . Um eine stetige Differenzierbarkeit der Reibkräfte zu gewährleisten, kann die Signumfunktion durch  $\tanh\left(\frac{v}{v_G}\right) \approx \text{sign}(v)$  ersetzt werden. Die Unstetigkeit der Reibkraft bei  $v = 0$  wird damit aufgehoben und die Haftreibung auf einen stetigen Übergang mit endlicher Steigung beim Vorzeichenwechsel der Geschwindigkeit reduziert.

## 3.2 Pneumatisches Teilmodell

Der folgende Abschnitt behandelt die Modellierung der thermo- und fluiddynamischen Vorgänge. Es erfolgt die Herleitung der Differentialgleichungen der Druckaufbaudynamik in den Zylinderkammern. Neben den dynamischen Eigenschaften der ventilinternen Lageregelung des Ventilschiebers wird eine nichtlineare Beziehung zwischen Ventileingangsspannung, den stationären Druckverhältnissen und den daraus resultierenden Massenströmen erarbeitet.

Für die Modellierung des pneumatischen Teilsystems werden folgende Annahmen getroffen:

- Die Druck- und Temperaturverteilung in den Zylinderkammern ist homogen.

<sup>1</sup>Bestehend aus Zylinder und Führungseinheit.

- Das Arbeitsmedium Luft verhält sich wie ein ideales Gas.
- Die potentielle und kinetische Energie des Gases kann vernachlässigt werden.
- Die Umgebungsluft weist den technischen Normzustand ( $\rho_0 = 1.1845 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $T_0 = 293 \text{ K}$ ,  $p_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$ ) auf.
- Die Versorgungstemperatur und die Temperatur in den Zylinderkammern entspricht der technischen Normtemperatur  $T_0$ , siehe Abschnitt 3.2.2.
- Die Kolbendichtungen sind ideal, d. h. es kommt zu keiner Leckage zwischen Kammer 1 und 2 bzw. Kammer 2 und der Umgebung.
- Die Verschlauchung und die damit verursachten Laufzeiten sind vernachlässigbar klein, d. h. es werden keine Totvolumina und Totzeiten berücksichtigt.
- Für das Befüllen und das Entlüften der Zylinderkammern kann von einer polytropen Zustandsänderung ausgegangen werden.

Unter diesen Annahmen ist zur mathematischen Beschreibung lediglich der Druck als Zustandsgröße einzuführen.

### 3.2.1 Druckaufbaugleichung

Ausgangspunkt stellt die polytrope Zustandsgleichung

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{konst.}, \quad (3.5)$$

mit der Dichte  $\rho$  und dem Polytropenexponenten  $n \in [1, 1.4]$  dar. Dabei entspricht  $n = 1$  einer isothermen Zustandsänderung und  $n = 1.4$  einer adiabaten Zustandsänderung eines idealen zweiatomigen Gases. Wählt man nun als Ausgangszustand den technischen Normzustand, so folgt unter Verwendung von (3.5) für die Dichte

$$\rho = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}} \rho_0, \quad (3.6)$$

bzw. für deren zeitliche Ableitung

$$\dot{\rho} = \frac{1}{n} \frac{\dot{p}}{p} \rho. \quad (3.7)$$

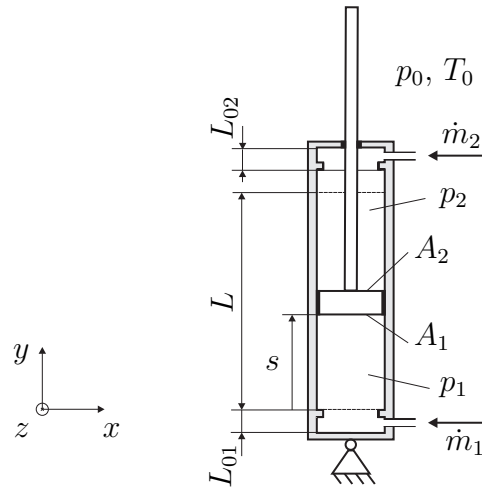


Abbildung 3.2: Prinzipskizze eines Zylinders.

Anhand der Massenbilanz

$$\dot{m} = \frac{d}{dt} (\rho V) \quad (3.8)$$

über das Kontrollvolumen  $V$  mit dem zugeführten Massenstrom  $\dot{m}$  erhält man durch Kombination von (3.7) mit dem idealen Gasgesetz

$$p = \rho R_s T_0, \quad (3.9)$$

mit der spezifischen Gaskonstante für Luft  $R_s = 288 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  die dynamische Druckaufbaugleichung

$$\dot{p} = \frac{n R_s T_0}{V} \dot{m} - \frac{n}{V} p \dot{V}. \quad (3.10)$$

Betrachtet man das in Abbildung 3.2 dargestellte Schema eines Pneumatikzylinders mit einseitiger Kolbenstange folgt für die von der Kolbenposition  $s$  abhängigen Kammervolumina

$$\begin{aligned} V_1(s) &= A_1 (L_{01} + s) \\ V_2(s) &= A_2 (L_{02} + L - s), \end{aligned} \quad (3.11)$$

mit den Kolbenflächen  $A_1, A_2$ , dem effektiven Zylinderhub  $L$  und den Totvolumina  $A_1 L_{01}, A_2 L_{02}$ . Mit (3.10) und (3.11) ergeben sich schließlich die Differentialgleichun-

gen für die Kammerdrücke

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= \frac{nR_s T_0}{A_1(L_{01} + s)}\dot{m}_1 - \frac{n}{(L_{01} + s)}p_1 v \\ \dot{p}_2 &= \frac{nR_s T_0}{A_2(L_{02} + L - s)}\dot{m}_2 + \frac{n}{(L_{02} + L - s)}p_2 v.\end{aligned}\quad (3.12)$$

Der jeweils erste Term repräsentiert die Druckänderungen aufgrund zu- und abfließender Massenströme und der zweite Term die Druckänderungen aufgrund einer Kolbenbewegung.

### 3.2.2 Proportional-Wegeventil

Zum Befüllen und Entlüften der jeweiligen Kammern ist an jedem Zylinder ein Proportional-Wegeventil angeschlossen. Abhängig von der Ventileingangsspannung  $\tilde{u}$  wird mittels einer internen Lageregelung der Ventilschieber positioniert und damit die durchströmte Querschnittsfläche vorgegeben.

Die Ventilschieberdynamik des gegebenen Tauchkanertriebs kann in guter Näherung mit Hilfe eines Verzögerungsglieds zweiter Ordnung approximiert werden. Eine genauere Untersuchung des dynamischen Verhaltens erfolgt in Kapitel 4.

In erster Näherung können die Ventilöffnungen der Proportional-Wegeventile als Drosseln mit variabler Querschnittsfläche betrachtet werden. Nach [2, 6] bestimmt sich der Durchfluss einer verlustfreien adiabatischen Drossel zu

$$\dot{m} = C p_{\text{prim}} \rho_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_{\text{prim}}}} \Psi(\Pi), \quad (3.13)$$

mit dem primären Druck  $p_{\text{prim}}$ , der primären Temperatur  $T_{\text{prim}}$  und dem von der Querschnittsfläche abhängigen Leitwert  $C$ . Die Ausflussfunktion  $\Psi(\Pi)$  in (3.13) ist dabei gegeben durch

$$\Psi(\Pi) = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{\Pi - \Pi_{\text{krit}}}{1 - \Pi_{\text{krit}}}\right)^2} & \text{für } \Pi > \Pi_{\text{krit}} \\ 1 & \text{für } \Pi \leq \Pi_{\text{krit}}, \end{cases} \quad (3.14)$$

mit dem Druckverhältnis  $\Pi = \frac{p_{\text{sek}}}{p_{\text{prim}}}$ , wobei  $p_{\text{sek}}$  den sekundärseitigen Druck und  $\Pi_{\text{krit}}$  das kritische Druckverhältnis bezeichnet. Abbildung 3.3 zeigt die Unterteilung der Ausflussfunktion in den überkritischen und unterkritischen Bereich. Im

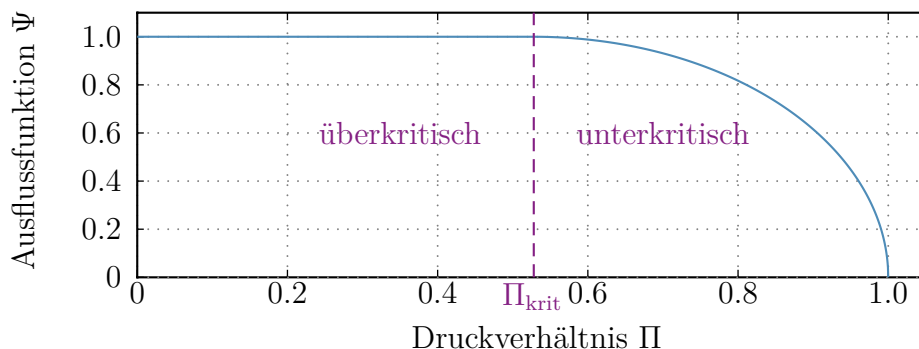


Abbildung 3.3: Normierte Ausflussfunktion  $\Psi$  über dem Druckverhältnis  $\Pi$ .

überkritischen Bereich ist die Strömungsgeschwindigkeit maximal und erreicht die Schallgeschwindigkeit.

Der schematische Aufbau des verwendeten 5/3-Proportional-Wegeventils ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Die pneumatischen Leitwerte  $C$  sind von der durchströmten Querschnittsfläche und damit von der relativen Position des Ventilschiebers  $s_v$  abhängig. Aufgrund der ventilinternen Positionsregelung ist diese wiederum eine von der Ventileingangsspannung  $\tilde{u}$  abhängige Größe. Die Leitwerte sind als nichtlineare Funktionen der Ventileingangsspannung  $\tilde{u}$  aufzufassen. Darüberhinaus kann das Ventil als pneumatische Vollbrücke interpretiert werden, vgl. Abbildung 3.4. Die Massenströme  $\dot{m}_i$ ,  $i \in \{12, 23, 14, 45\}$  der jeweiligen Anschlusspaarungen sind dabei anhand eines spannungsabhängigen Leitwertes  $C_i(\tilde{u})$ ,  $i \in \{12, 23, 14, 45\}$  und den zugehörigen Primär- und Sekundärdrücken charakterisiert. Die Massenströme  $\dot{m}_1$  und  $\dot{m}_2$  folgen damit aus der Superposition der Einzelmassenströme zu

$$\begin{aligned}\dot{m}_1 &= \dot{m}_{12} - \dot{m}_{23} \\ \dot{m}_2 &= \dot{m}_{14} - \dot{m}_{45}.\end{aligned}\tag{3.15}$$

Ein positives Vorzeichen von  $\dot{m}_1$  bzw.  $\dot{m}_2$  entspricht dem Befüllen der jeweiligen Zylinderkammern mit den Massenströmen  $\dot{m}_{12}$  bzw.  $\dot{m}_{14}$  über die Druckluftversorgung, abzüglich der Ventilleckagenströme  $\dot{m}_{23}$  bzw.  $\dot{m}_{45}$ . Umgekehrt entspricht ein negatives Vorzeichen dem Entlüften der Kammern mit  $\dot{m}_{23}$  bzw.  $\dot{m}_{45}$  über die Ventilschalldämpfer, abzüglich der Ventilleckagenströme  $\dot{m}_{12}$  bzw.  $\dot{m}_{14}$ .

Einsetzen von (3.13) in (3.15) führt schließlich auf die nichtlinearen Beziehungen



Unter Verwendung der Bewegungsgleichung (3.1), der Druckaufbaugleichungen (3.12) und der Massenstromgleichungen der Proportional-Wegeventile (3.16) kann das untere Teilmodell als nichtlineares Differentialgleichungssystem der Form

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= v \\
\dot{v} &= \frac{1}{m} (F_A - F_R - mg - F_{Last}) \\
\dot{p}_1 &= \frac{n}{A_1(L_{01} + s)} R_s T_0 \dot{m}_1(\tilde{u}, p_1) - \frac{n}{(L_{01} + s)} p_1 v \\
\dot{p}_2 &= \frac{n}{A_2(L_{02} + L - s)} R_s T_0 \dot{m}_2(\tilde{u}, p_2) + \frac{n}{(L_{02} + L - s)} p_2 v
\end{aligned} \tag{3.17}$$

angegeben werden. Dabei bezeichnet  $m$  die bewegte Masse, bestehend aus Führungseinheit, Zylinder und Schlitten,  $F_{Last}$  die Lastkraft,

$$F_A = p_1 A_1 - p_2 A_2 - p_0 (A_1 - A_2) \tag{3.18}$$

die pneumatische Antriebskraft und

$$F_R = \text{sign}(v) F_{Rc,s} + \beta_s v + \text{sign}(v) F_{Rc,z} + \beta_z v \tag{3.19}$$

die Gesamtreibkraft. Für die von Ventileingangsspannung und Druck abhängigen Massenströme gilt (siehe (3.16))

$$\begin{aligned}
\dot{m}_1(\tilde{u}, p_1) &= C_{12}(\tilde{u}) \rho_0 p_v \Psi\left(\frac{p_1}{p_v}\right) - C_{23}(\tilde{u}) \rho_0 p_1 \Psi\left(\frac{p_0}{p_1}\right) \\
\dot{m}_2(\tilde{u}, p_2) &= C_{14}(\tilde{u}) \rho_0 p_v \Psi\left(\frac{p_2}{p_v}\right) - C_{45}(\tilde{u}) \rho_0 p_2 \Psi\left(\frac{p_0}{p_2}\right)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

mit  $\Psi(\cdot)$  nach (3.14).

Wie bereits erwähnt, unterscheiden sich die Modellgleichungen des unteren und des oberen Teilsystems lediglich im Vorzeichen der Gewichtskraft  $mg$ .

Das in diesem Kapitel erarbeitete mathematische Modell ist Ausgangspunkt für den Regelungsentwurf in Kapitel 5.



## 4 Identifikation und Modellvalidierung

Das im vorherigen Kapitel erarbeitete mathematische Modell beinhaltet eine Reihe von Modellparametern. Während einige dieser Parameter direkt aus den Datenblättern der Hersteller bezogen bzw. berechnet werden können, sind für die Identifikation anderer Kennwerte spezielle Messverfahren notwendig. Aufbau, Ergebnisse und Schlussfolgerungen aus diesen Messverfahren werden im Folgenden beschrieben.

### 4.1 Statisches und dynamisches Verhalten des Proportional-Wegeventils

Für die Ventileingangsspannung  $\tilde{u}$  wird im Folgenden eine normierte Darstellung gewählt. Mit Hilfe einer Stellgrößentransformation der Form

$$u = \frac{\tilde{u}}{5} - 1 \quad (4.1)$$

wird das Intervall  $\tilde{u} \in [0, 10]$  auf  $u \in [-1, 1]$  abgebildet.

Abbildung 4.1 zeigt Messergebnisse der Ventilschieberposition  $s_v$  des Proportional-Wegeventils für unterschiedliche normierte Ventileingangsspannungen  $u$ . Die Ventilschieberposition wurde dabei mit Hilfe eines Laser-Vibrometers der Firma POLYTEC aufgezeichnet. Den Messergebnissen ist zu entnehmen, dass der Zusammenhang zwischen Ventileingangsspannung und Ventilschieberposition linear ist. Im Vergleich zu einem affinen Modell, welches mit Hilfe einer *Least-Squares* Identifikation an die Messdaten angepasst wird, ergibt sich ein maximaler relativer Fehler von 0.4%.

Wie bereits in Abschnitt 3.2 erwähnt, kann die Dynamik des geregelten Ventilschiebers mit Hilfe eines Verzögerungsglieds zweiter Ordnung approximiert werden. Um dies zu zeigen, wurde der diskrete Frequenzgang unter Verwendung des ETFE-Verfahrens (*empirical transfer function estimate*) [10] identifiziert. Dabei wird als

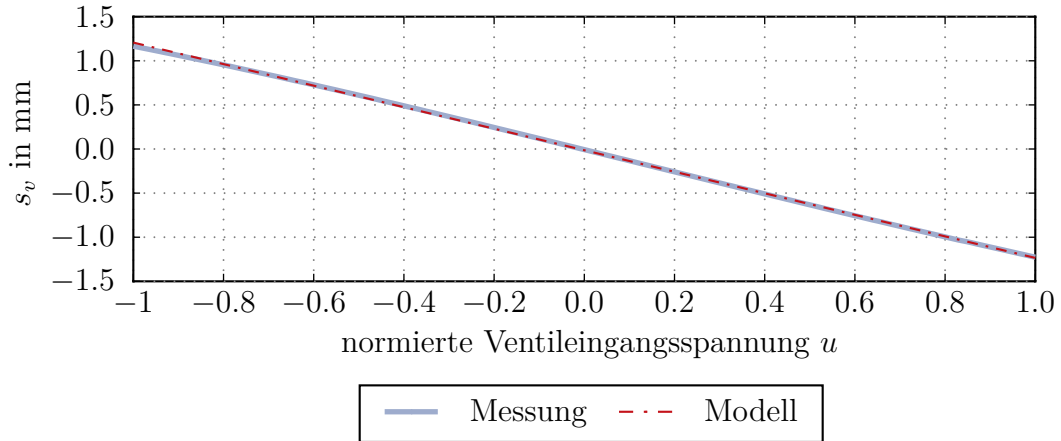


Abbildung 4.1: Stationärer Zusammenhang der Ventilschieberposition  $s_v$  und der normierten Ventileingangsspannung  $u$ .

Ventileingangsspannung ein lineares Chirp-Signal mit trapezförmiger Fensterung der Form

$$u_k = r_k \sin \left( \omega_{\text{start}} k T_a + \frac{(\omega_{\text{end}} - \omega_{\text{start}}) (k T_a)^2}{2 N T_a} \right) \quad (4.2a)$$

$$r_k = U \operatorname{sat} \left( \frac{10k}{N} \right) \operatorname{sat} \left( \frac{10(N-k)}{N} \right) \quad (4.2b)$$

mit

$$\operatorname{sat}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 1 \\ x & \text{für } -1 < x < 1 \\ -1 & \text{für } x \leq -1 \end{cases} \quad (4.3)$$

und  $k = 0, 1, \dots, N-1$  für die Abtastzeit  $T_a = 100 \mu\text{s}$ , der Anzahl an Abtastpunkten  $N = 6 \times 10^6$  für unterschiedliche Amplituden  $U$ , sowie der unteren und oberen Chirpfrequenzen  $\omega_{\text{start}} = 2\pi f_{\text{start}}$  und  $\omega_{\text{end}} = 2\pi f_{\text{end}}$  mit  $f_{\text{start}} = 10 \text{ Hz}$  und  $f_{\text{end}} = 200 \text{ Hz}$  aufgeschalten.

Anhand der gemessenen Ventilschieberposition  $s_{v,k}$  kann mit Hilfe der diskreten Fourier-Transformation der Eingangs- und Ausgangsfolge der diskrete Frequenzgang in der Form

$$G(\mathbf{l}\omega) = \frac{\text{DFT}(s_{v,k})}{\text{DFT}(u_k)} \quad (4.4)$$

berechnet werden.

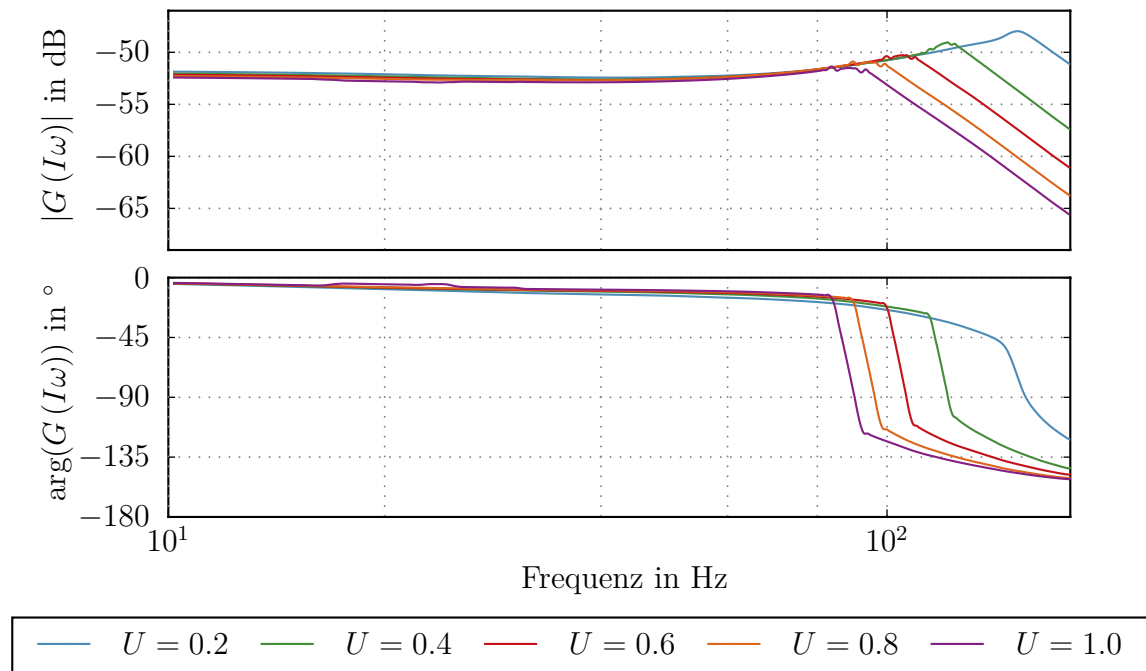
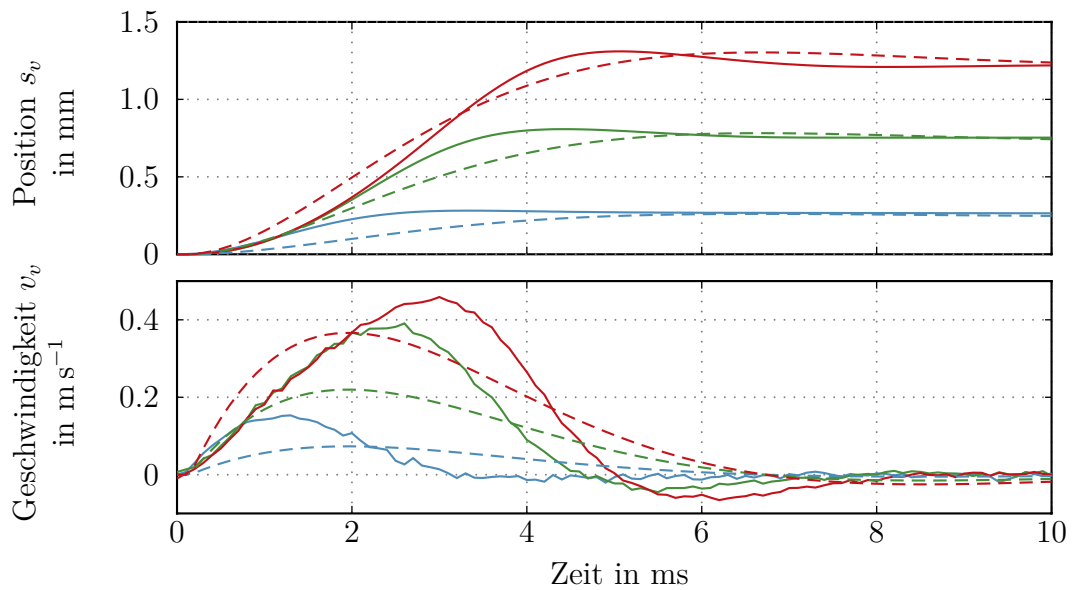


Abbildung 4.2: Betrags- und Phasengang für verschiedene Aussteueramplituden  $U$ .

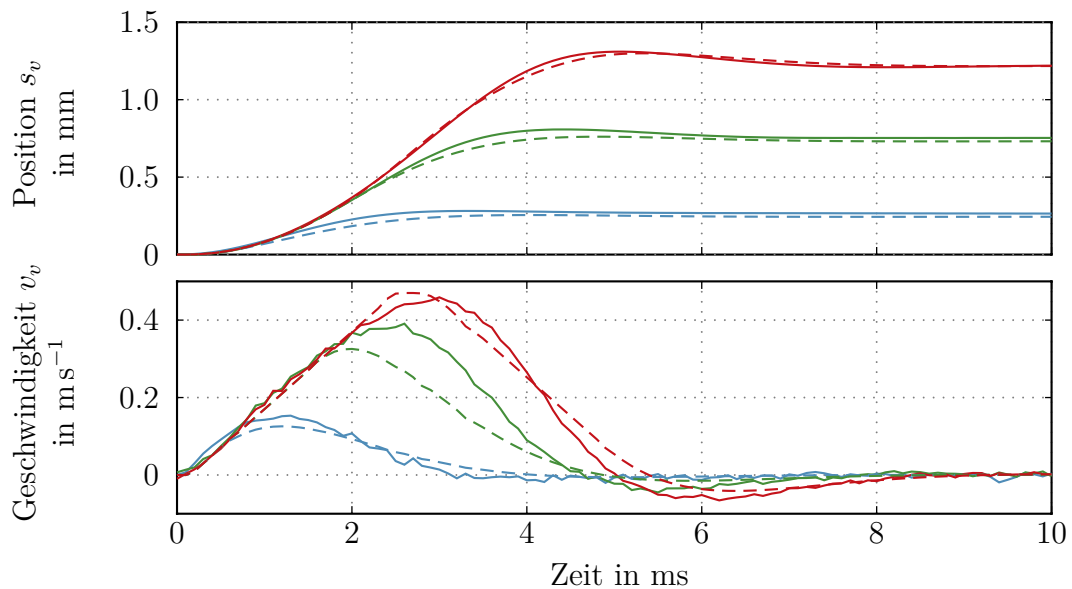
In Abbildung 4.2 sind die ermittelten Frequenzgänge für unterschiedliche Amplituden  $U$  gezeigt. Die Resonanzüberhöhung bei der Grenzfrequenz und der Amplitudenabfall von  $-40$  dB/Dek weist auf eine PT2-Charakteristik der geregelten Ventildynamik hin. Die Abhängigkeit der Grenzfrequenz von der Aussteueramplitude  $U$  zeigt allerdings ein nichtlineares Verhalten auf, wobei die vom Hersteller angegebene Grenzfrequenz von 100 Hz bei Ventilvollaussteuerung deutlich erkennbar ist.

Weiters wurde das Übertragungsverhalten anhand der Sprungantwort untersucht. Abbildung 4.3a zeigt die gemessene Ventilschieberposition  $s_v$  nach dem Umschalten sprungförmiger Ventilspannungen der Form  $u(t) = U\sigma(t)$ , wobei  $\sigma(t)$  die Heavyside-Funktion bezeichnet. Das schwingungsfähige Verhalten kann näherungsweise durch ein Verzögerungsglied zweiter Ordnung mit der Dämpfungskonstante  $d = 0.65 \text{ Nsm}^{-1}$  und der Grenzfrequenz  $f_g = 100 \text{ Hz}$  nachgebildet werden.

Eine verbesserte Abbildung des dynamischen Verhaltens ist durch die Berücksichtigung der physikalischen Beschränkungen der Lageregelung des Proportional-Wegeventils erzielbar. Die Strombegrenzung kann im Ersatzmodell als Geschwindigkeits- und Beschleunigungsbegrenzung berücksichtigt werden, vgl. [3, 4]. Diese wurde gemäß dem Blockschaltbild von Abbildung 4.4 implementiert. Dabei gilt für die Ge-



(a) Ersatzmodell ohne Geschwindigkeits- und Beschleunigungsbegrenzung.



(b) Ersatzmodell mit Geschwindigkeits- und Beschleunigungsbegrenzung.

Messung	—	$U = 0.2$	—	$U = 0.6$	—	$U = 1.0$
Modell	- - -	$U = 0.2$	- - -	$U = 0.6$	- - -	$U = 1.0$

Abbildung 4.3: Gemessene Sprungantwort des Proportional-Wegeventils und simuliertes Ersatzmodell für unterschiedliche Aussteueramplituden  $U$ .

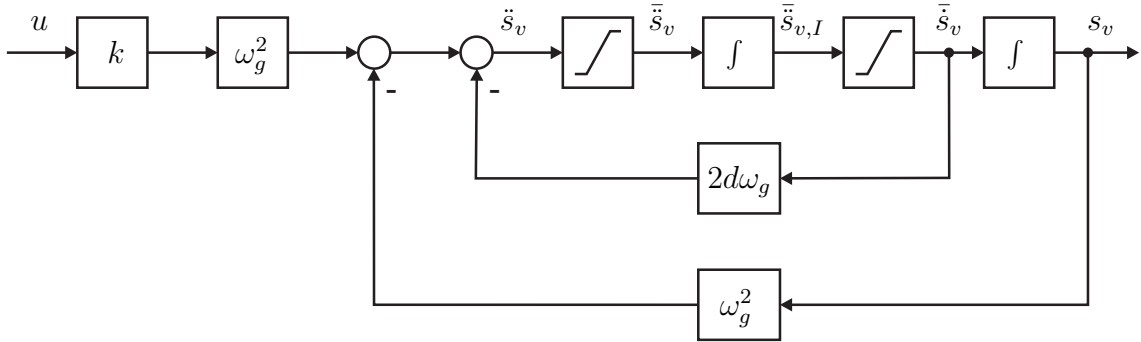


Abbildung 4.4: Blockschaltbild des geschwindigkeits- und beschleunigungsbegrenzten Ersatzmodells für das dynamische Ventilverhalten.

geschwindigkeitsbegrenzung

$$\bar{s}_v = \begin{cases} \dot{s}_{v,\max} & \text{für } \bar{s}_{v,I} \geq \dot{s}_{v,\max} \\ \dot{s}_{v,\min} & \text{für } \bar{s}_{v,I} \leq \dot{s}_{v,\min} \\ \bar{s}_{v,I} & \text{sonst,} \end{cases} \quad (4.5)$$

mit

$$\bar{s}_{v,I} = \int \bar{s}_v dt \quad (4.6)$$

und für die Beschleunigungsbegrenzung

$$\bar{s}_v = \begin{cases} \ddot{s}_{v,\max} & \text{für } \ddot{s}_v \geq \ddot{s}_{v,\max} \\ \ddot{s}_{v,\min} & \text{für } \ddot{s}_v \leq \ddot{s}_{v,\min} \\ \ddot{s}_v & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.7)$$

Der Faktor  $k$  entspricht dem stationären Proportionalitätsfaktor zwischen Ventileingangsspannung  $u$  und Ventilschieberposition  $s_v$  gemäß Abbildung 4.1. Ein Vergleich der gemessenen und simulierten Sprungantworten des beschränkten Ersatzmodells ist in Abbildung 4.3b angeführt. Die Dämpfungskonstante wurde hierbei zu  $d = 0.7 \text{ N s m}^{-1}$ , die Grenzfrequenz zu  $f_g = \frac{\omega_g}{2\pi} = 180 \text{ Hz}$ , die Geschwindigkeitsbegrenzung zu  $\dot{s}_{v,\max} = -\dot{s}_{v,\min} = 0.47 \text{ m s}^{-1}$  und die Beschleunigungsbegrenzung zu  $\ddot{s}_{v,\max} = -\ddot{s}_{v,\min} = 200 \text{ m s}^{-2}$  gewählt. Offensichtlich bildet dieses beschränkte Ersatzmodell die geregelte Ventilschieberdynamik sehr gut ab.

Der folgende Abschnitt beschäftigt sich mit der Identifikation der spannungsabhängigen Leitwerte  $C_i(u)$ ,  $i \in \{12, 23, 14, 45\}$  und dem kritischen Druckverhältnis  $\Pi_{\text{krit}}$ .

Der pneumatische Leitwert  $C$  ist proportional der durchströmten Querschnittsfläche und damit eine von der relativen Position des Steuerschiebers  $s_v$  abhängige Größe. Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen Steuerschieberposition  $s_v$  und Ventileingangsspannung  $u$  gemäß Abbildung 4.1 wäre nach [13] eine systematische Bestimmung der Leitwertfunktionen  $C_i(u)$  der einzelnen Strömungspfade möglich. Allerdings ist in der Regel die Steuerkantengeometrie des Ventils nicht bekannt und die Beschreibung der Leitwerte mit Hilfe dieser nicht zielführend, sodass in der Praxis eine messtechnische Erfassung der Leitwertkennlinien durchgeführt werden muss. Das im Folgenden angeführte Verfahren zur Ermittlung der Leitwerte und des kritischen Druckverhältnisses entspricht den Ausführungen der ISO Norm 6358 [6].

Definitionsgemäß ist der Leitwert ein Maß für den auf den technischen Normzustand bezogenen überkritischen Durchfluss. Im überkritischen Fall ( $\frac{p_{\text{sek}}}{p_{\text{prim}}} \leq \Pi_{\text{krit}}$ ) hängt dieser nach (3.13) und (3.14) nur vom Massenstrom, dem primären Druck und der primären Temperatur ab und es gilt

$$C = \frac{\dot{m}}{p_{\text{prim}} \rho_0} \sqrt{\frac{T_{\text{prim}}}{T_0}} \quad \text{für} \quad \frac{p_{\text{sek}}}{p_{\text{prim}}} \leq \Pi_{\text{krit}}. \quad (4.8)$$

Anhand des gemessenen primären Drucks und des Volumenstroms  $q = \frac{\dot{m}}{\rho_{\text{sek}}}$  kann der Leitwert nach (4.8), unter der Annahme, dass  $T_{\text{prim}} = T_0$  gilt und die sekundärseitige Dichte der technischen Normdichte entspricht, d. h.  $\rho_{\text{sek}} = \rho_0$ , in der Form

$$C = \frac{q}{p_{\text{prim}}} \quad \text{für} \quad \frac{p_{\text{sek}}}{p_{\text{prim}}} \leq \Pi_{\text{krit}} \quad (4.9)$$

berechnet werden. Stellt man also durch ausreichenden Druckunterschied von  $p_{\text{prim}}$  zu  $p_{\text{sek}}$  sicher, dass im Ventil überkritischer Durchfluss herrscht, ist eine Ermittlung des Leitwerts anhand von (4.9) möglich.

Die im Folgenden verwendete Messanordnung, skizziert in Abbildung 4.5, orientiert sich an der ISO Norm 6358 [6] und den Ausführungen von [1] und [11]. Die Komponenten der Messanordnung sind in Tabelle A.4 angeführt. Der Druckregler dient zur Einstellung des Vordrucks  $p_{\text{prim}}$ . Zur Messung der geringen Durchflüsse nahe bzw. im Überdeckungsbereich des Ventils und den hohen Durchflüssen bei großen Ventilaussteuerungen werden zwei Durchflusssensoren mit unterschiedlichem Messbereich ( $2 \dots 200 \text{ l min}^{-1}$  bzw.  $10 \dots 1000 \text{ l min}^{-1}$ ) eingesetzt. Deren maximaler Fehler beträgt laut Herstellerangabe  $\pm 3\%$  des Messbereichsendwerts. Die Auflösung der verwendeten Drucksensoren beträgt  $< 0.1 \text{ bar}$  und der verwendete Schalldämpfer erlaubt einen maximalen Durchfluss von  $19\,900 \text{ l min}^{-1}$  bei 6 bar gegen den Atmosphärendruck.

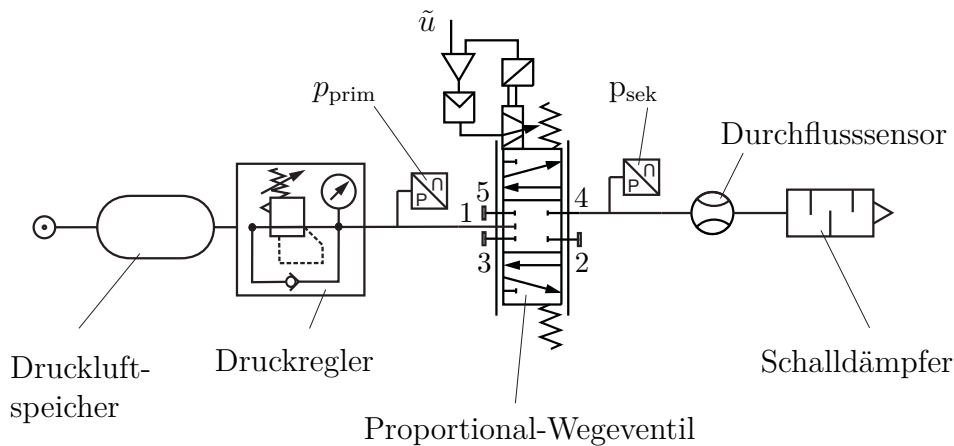
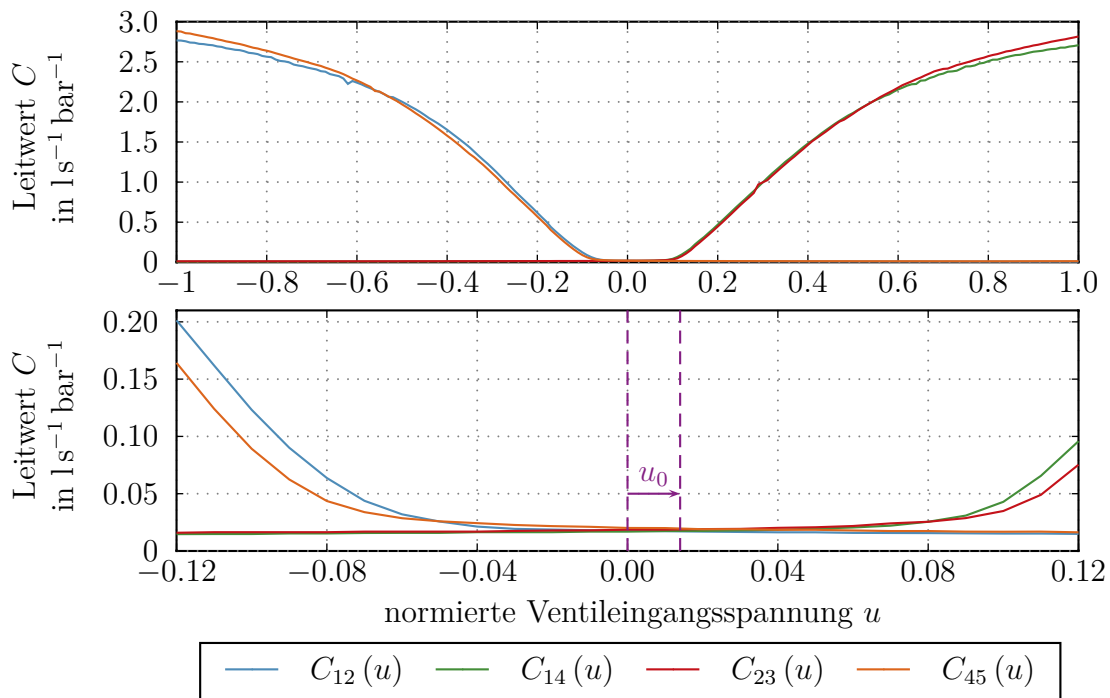


Abbildung 4.5: Messaufbau zur Leitwertbestimmung.

Für die Bestimmung des Leitwerts  $C_{14}(u)$  wurden der Versorgungsanschluss 1 und der Arbeitsanschluss 4 mit dem Druckregler und dem Durchflusssensor verbunden und die Anschlüsse 2, 3 und 5 blockiert. Für jeweils konstante Ventileingangsspannungen  $u \in [-1, 1]$  wurde dann bei konstantem Primärdruck  $p_{\text{prim}} = 6$  bar der überkritische Durchfluss  $q$  gemessen und mit (4.9) der zugehörige Leitwert ermittelt. Äquivalentes gilt für die Leitwerte  $C_{12}(u)$ ,  $C_{23}(u)$  und  $C_{45}(u)$ .

Die so ermittelten Leitwertkennlinien der verschiedenen Strömungspfade der Proportional-Wegeventile sind in Abbildung 4.6 zusammengefasst. Im Detailausschnitt von Abbildung 4.6 erkennt man, dass die Ventilschiebermittelstellung nicht unbedingt dem Spannungsmittelpunkt  $u = 0$  entsprechen muss, sondern aufgrund von etwaiger Serienstreuung der internen Hall-Sensoren um eine Ventiloffsetspannung  $u_0$  versetzt sein kann. Der flache Bereich in der Nähe der Ventilnullstellung lässt sich auf die bauartbedingte positive Überdeckung der Ventilsteuerkanten zurückführen. Die Leitwerte  $C_{12}(u)$  und  $C_{45}(u)$  für  $u > 0$  bzw.  $C_{14}(u)$  und  $C_{23}(u)$  für  $u < 0$  bestimmen die Ventilleckagen aufgrund des Radialspiels der Schieber-Hülsen-Paarung. Das Abflachen der Leitwertkennlinie im Bereich hoher Durchflüsse ist nach [4] auf den zunehmenden Einfluss von Umlenkungen und Verengungen im Ventil zurückzuführen. Außerdem kann in diesem Bereich der Gegendruck  $p_{\text{sek}}$  durch einen Rückstau am Drucksensor, Durchflusssensor und Schalldämpfer so stark ansteigen, dass kein überkritischer Durchfluss mehr vorliegt.

Eine geschlossene analytische Beschreibung der in Abbildung 4.6 dargestellten Leitwertfunktionen  $C_i(u)$  mit  $i \in \{12, 23, 14, 45\}$  ist nur schwer möglich. [5] zeigt die Möglichkeit des Aufspaltens des Gesamtleitwerts in einen konstanten Verlustleitwert  $C_{Ve}$  und einen durch die Eingangsspannung veränderlichen Leitwert  $C_{St}(u)$  mit

Abbildung 4.6: Leitwerte in Abhängigkeit der Ventileingangsspannung  $u$ .

anschließender Formulierung einer geschlossenen Ansatzfunktion für  $C_{St}(u)$ . Diese Vorgehensweise brachte für die ermittelten Leitwerte, nicht zuletzt aufgrund der ausgeprägten Ventilüberdeckung und des starken Abflachens bei hohen Durchflüssen, keine weitere Vereinfachung und es konnte keine geschlossene analytische Ansatzfunktion für  $C_{St}(u)$  gefunden werden. Stattdessen wurden die Kennlinien  $C_i(u)$  in mehrere Bereiche unterteilt und diese jeweils mit Polynomen erster (Bereiche A, B) bzw. zweiter Ordnung (Bereiche C, D, E, F) approximiert, vgl. Abbildung 4.7. Für die Polynome wurde abschnittsweise eine *Least-Squares* Identifikation mit entsprechenden Stetigkeitsbedingungen durchgeführt. Abbildung 4.7 zeigt exemplarisch einen Vergleich des identifizierten Leitwerts  $C_{14}(u)$  und dem stückweise stetigen Polynommodell. Der relative Fehler zwischen dem Modell und dem identifizierten Leitwert liegt im Bereich von  $\pm 5\%$  über den gesamten normierten Spannungsbereich. Äquivalente Ergebnisse gelten für die Leitwerte  $C_{12}(u)$ ,  $C_{23}(u)$  und  $C_{45}(u)$ .

Neben dem Leitwert ist der zweite Kennwert für die Beschreibung des Durchflussverhaltens nach (3.16) das kritische Druckverhältnis  $\Pi_{\text{krit}}$ , also jenes Druckverhältnis  $\frac{p_{\text{sek}}}{p_{\text{prim}}}$ , bei dem die Strömung vom unterkritischen in den überkritischen Bereich übergeht. Das kritische Druckverhältnis ist im Allgemeinen ebenso wie der Leitwert vom Öffnungsquerschnitt und damit im vorliegenden Fall von der Eingangsspannung des Proportional-Wegeventils abhängig. Untersuchungen zufolge ist eine genaue Abgrenzung des unter- und überkritischen Bereichs messtechnisch nur schwer zu erfassen.



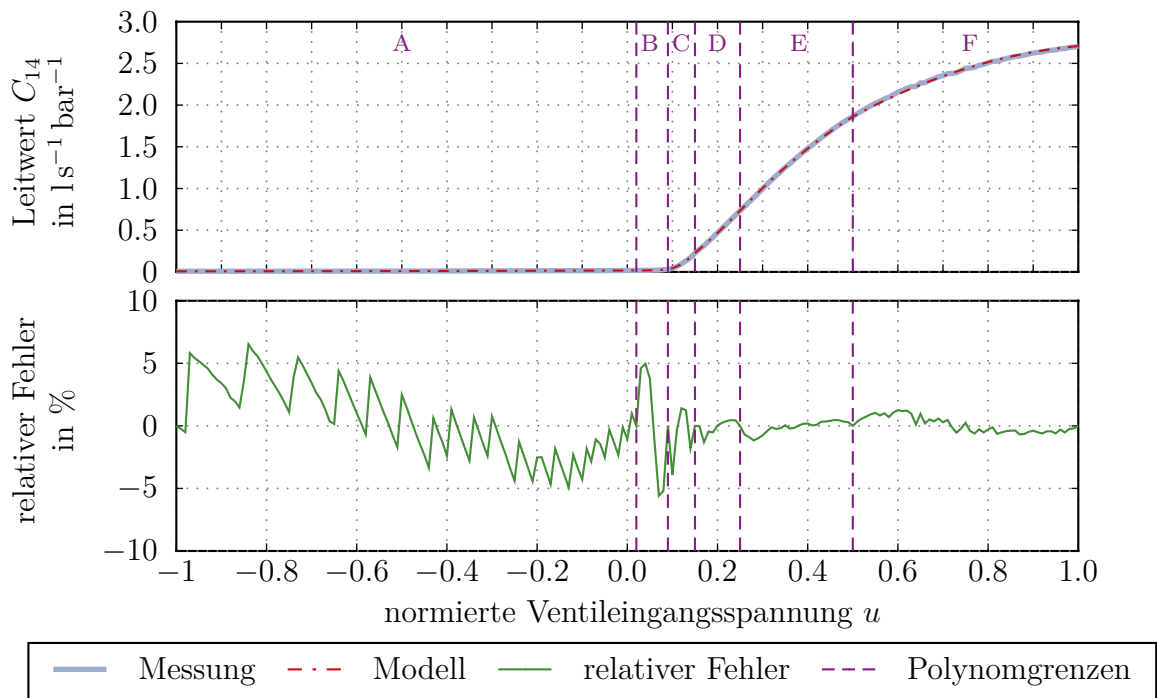


Abbildung 4.7: Vergleich des identifizierten Leitwerts  $C_{14}(u)$  und dem identifizierten Polynomansatz.

Wie die folgenden Ausführungen zeigen werden, kann die Spannungsabhängigkeit von  $\Pi_{\text{krit}}$  in erster Näherung vernachlässigt werden, ohne signifikante Modellfehler zu induzieren<sup>1</sup>.

Die Bestimmung des kritischen Druckverhältnisses kann anhand von Messungen im unterkritischen Durchflussbereich erfolgen. Dazu wird die Ausflussfunktion (3.14), welche das Verhältnis zwischen dem Volumenstrom im unterkritischen und dem maximalen Volumenstrom im überkritischen Durchflussbereich, d. h.

$$\Psi = \frac{q}{q_{\max}}, \quad (4.10)$$

angibt, nach dem kritischen Druckverhältnis aufgelöst. Mit (4.9) ergibt sich schließlich die Beziehung

$$\Pi_{\text{krit}}(u) = 1 - \frac{p_{\text{prim}} - p_{\text{sek}}}{p_{\text{prim}} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{q}{C(u)p_{\text{prim}}} \right)^2} \right)}, \quad (4.11)$$

<sup>1</sup>Ferner ist festzustellen, dass die Berücksichtigung der Spannungsabhängigkeit des kritischen Druckverhältnisses den Regelungsentwurf erschwert, da die Stellgröße aus systemtheoretischer Sicht an einer weiteren Stelle nichtlinear in die Modellgleichungen eingeht, vgl. Kapitel 5.

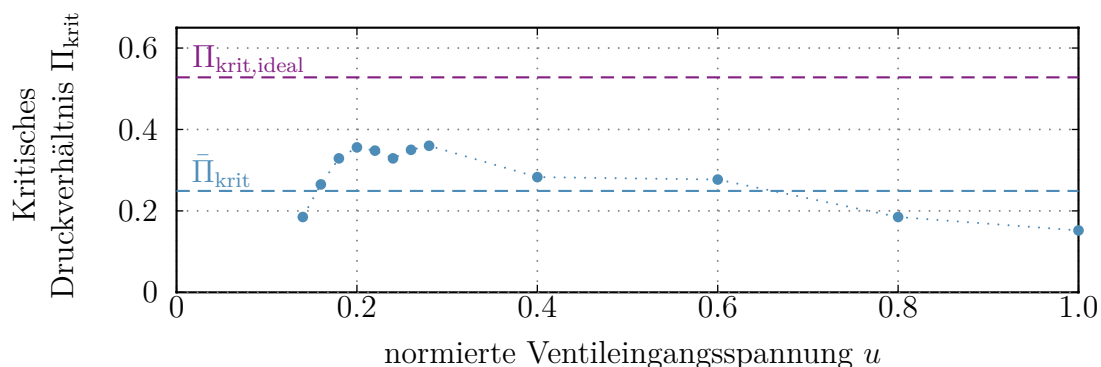


Abbildung 4.8: Kritisches Druckverhältnis  $\Pi_{\text{krit}}$  in Abhängigkeit der normierten Ventileingangsspannung  $u$  für den Strömungspfad 1-4.

womit für Leitwerte  $C(u)$  mit Hilfe des gemessenen Volumenstroms  $q$  und des Primär- und Sekundärdrucks  $p_{\text{prim}}$ ,  $p_{\text{sek}}$  ein mittleres kritisches Druckverhältnis

$$\bar{\Pi}_{\text{krit}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} \Pi_{\text{krit}}(u_i) \quad (4.12)$$

berechnet werden kann. Dabei bezeichnet  $N$  die Anzahl der Messwerte.

Zur Ermittlung von  $\Pi_{\text{krit}}(u)$  wird bei der jeweiligen Ventilspannung  $u$  und konstantem Vordruck  $p_{\text{prim}}$  der Gegendruck  $p_{\text{sek}}$  mit einer zwischen Drucksensor und Durchflusssensor geschalteten pneumatischen Drossel soweit angehoben, bis der gemessene Durchfluss sinkt und somit unterkritische Verhältnisse vorliegen. Mit der Aufnahme mehrerer Messpunkte im unterkritischen Bereich und anschließender Mittelung folgt mit Hilfe von (4.11) das kritische Druckverhältnis  $\Pi_{\text{krit}}(u)$ . Abbildung 4.8 zeigt die ermittelten Werte im Strömungspfad 1-4 in Abhängigkeit von der normierten Ventileingangsspannung  $u$ . Den Ausführungen von [3] und [5] zufolge nähert sich das kritische Druckverhältnis für kleine Ventilöffnungen dem idealen Wert von  $\Pi_{\text{krit,ideal}} = 0.528$  an. Im Spannungsbereich  $u > 0.2$  ist ein Ansteigen des kritischen Druckverhältnisses zu erkennen. Für  $u \leq 0.2$  fällt das kritische Druckverhältnis jedoch wieder ab, wobei laut [4] der Übergang von einer turbulenten hin zu einer laminaren Spaltströmung für das Absinken verantwortlich ist. Anzumerken ist, dass die ermittelten Werte des kritischen Druckverhältnisses stets stark von der Genauigkeit der zugehörigen Leitwerte  $C(u)$  abhängen und sich die Bestimmung im Bereich nahe der Ventilüberdeckung aufgrund der beschränkten Auflösung der eingesetzten Durchflusssensoren als schwierig gestaltet.

Das mittlere kritische Druckverhältnis nach (4.12) wurde mit den Messwerten  $\Pi_{\text{krit}}(u_i)$  der Ventilspannungen  $u_i \in [0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0]$  zu  $\bar{\Pi}_{\text{krit}} = 0.249$  berechnet.

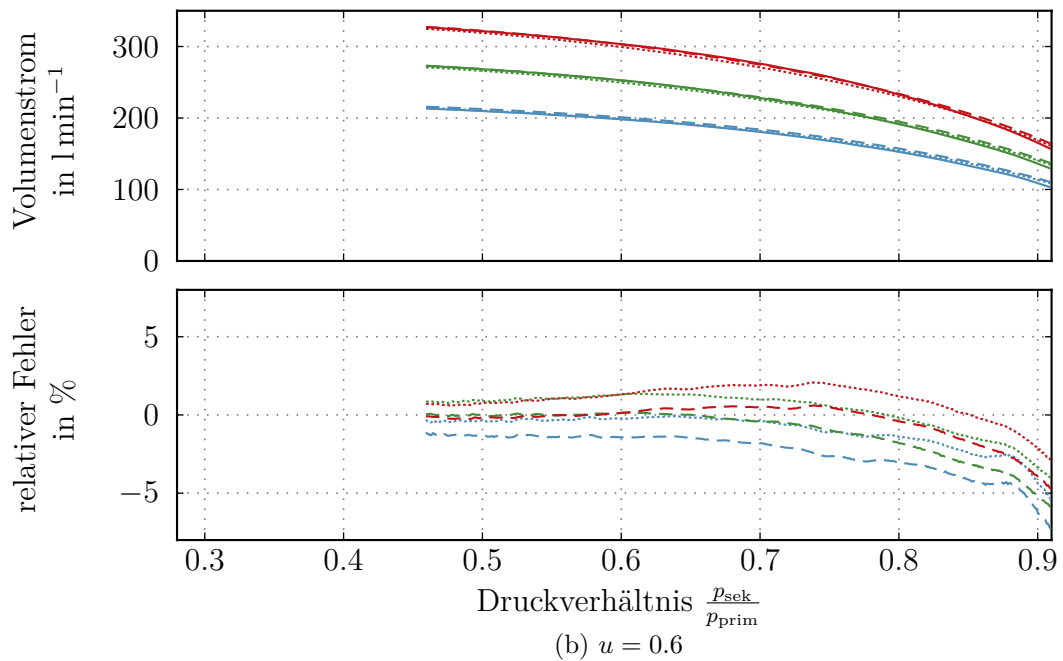
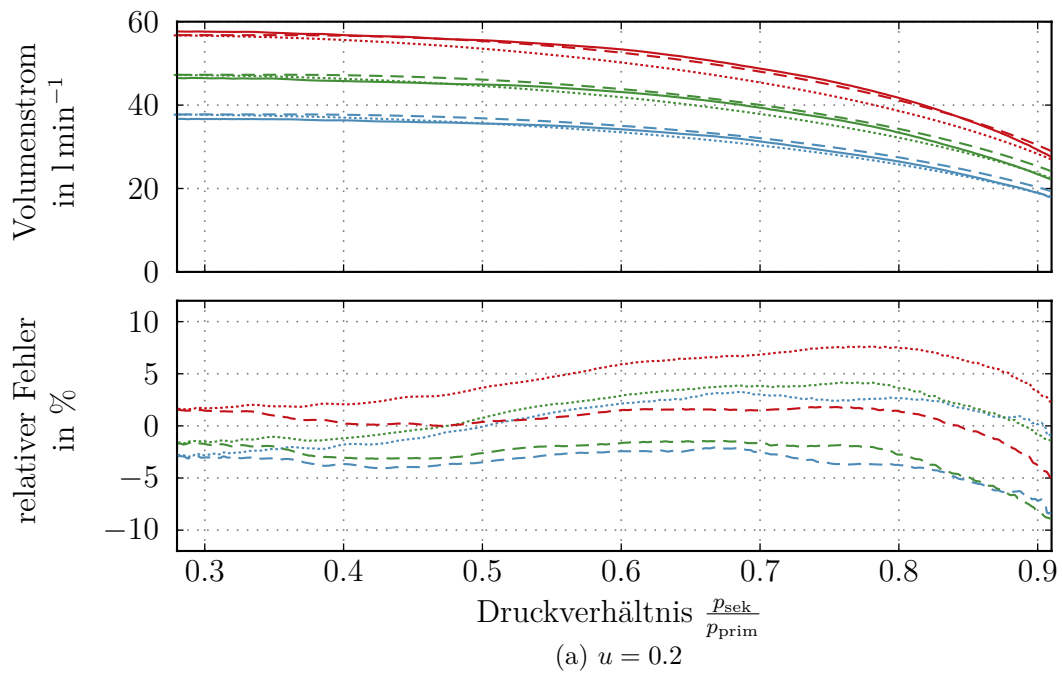
Einen Vergleich des gemessenen Volumenstroms mit dem Volumenstrom des spannungsabhängigen Modells  $\Pi_{\text{krit}} = \Pi_{\text{krit}}(u)$  und des gemittelten Modells  $\Pi_{\text{krit}} = \bar{\Pi}_{\text{krit}}$  für den Strömungskanal 1-4 ist in Abbildung 4.9 angeführt. Dazu wurde bei konstanter Ventileingangsspannung  $u = 0.2$  und  $u = 0.6$  bei einem Primärdruck von  $p_{\text{prim}} \in [4, 5, 6]$  bar der Sekundärdruck variiert. Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung von Messung und Modell. Die relativen Fehler liegen unter 10 % und treten vorwiegend bei kleinen Durchflüssen und kleinen Differenzdrücken auf. In Hinblick auf den Regelungsentwurf in Kapitel 5 ist diese Modellvereinfachung vertretbar.

## 4.2 Druckaufbau in den Zylinderkammern

Für die mathematische Modellierung in Kapitel 3 wurde von einer polytropen Zustandsänderung beim Druckaufbau in den Zylinderkammern ausgegangen, die anhand des Polytropenexponenten  $n$  charakterisiert wird. Welchen Einfluss dieser auf die Druckaufbaugleichung (3.12) hat und wie dieser identifiziert werden kann, ist Gegenstand dieses Abschnitts. Zwei Untersuchungen bzw. Versuche werden zu diesem Zweck durchgeführt.

- (i) Zum einen wird der Zylinderkolben in der Mittelposition fixiert, sodass für die Geschwindigkeit  $v \approx 0$  gilt und der Anteil der Druckänderung aufgrund einer Volumsänderung in (3.12) näherungsweise verschwindet.
- (ii) Zum anderen werden die Zylinderkammern verschlossen, sodass kein Massenstrom in und aus den Kammern fließt und damit die Anteile der Druckaufbaugleichung (3.12), die die Druckänderung aufgrund des Befüllens bzw. Entlüftens beschreiben, näherungsweise verschwinden.

(i) Durch Fixierung des Zylinderkolbens in der Mittelposition kann der Polytropenexponent anhand des Befüllens bzw. Entlüftens bestimmt werden. Aufgrund der beschränkten Bandbreite der zur Verfügung stehenden Durchflusssensoren ist eine direkte Messung der sich zeitlich schnell ändernden Volumenströme und damit der Massenströme nicht möglich. Daher werden für unterschiedliche Ventilspannungen  $u$  die Kammern befüllt und entlüftet und dabei mit Hilfe von Drucksensoren der Versorgungsdruck  $p_v$  und die Kammerdrücke  $p_1$  und  $p_2$  aufgezeichnet. Anschließend werden die Druckaufbaugleichungen (3.12) mit (3.13) und (3.14) für  $v = 0$  und den jeweiligen gemessenen Drücken als Eingangsgrößen in MATLAB/SIMULINK numerisch integriert.



Messung	—	$p_{\text{prim}} = 4 \text{ bar}$	—	$p_{\text{prim}} = 5 \text{ bar}$	—	$p_{\text{prim}} = 6 \text{ bar}$
Modell $\bar{\Pi}_{\text{krit}}$	⋯	$p_{\text{prim}} = 4 \text{ bar}$	⋯	$p_{\text{prim}} = 5 \text{ bar}$	⋯	$p_{\text{prim}} = 6 \text{ bar}$
Modell $\bar{\Pi}_{\text{krit}}(u)$	- - -	$p_{\text{prim}} = 4 \text{ bar}$	- - -	$p_{\text{prim}} = 5 \text{ bar}$	- - -	$p_{\text{prim}} = 6 \text{ bar}$

Abbildung 4.9: Gemessener und modellierter Volumenstrom bei konstanten Ventilspannungen  $u$  und Primärdrücken  $p_{\text{prim}}$  unter Variation des Sekundärdrucks  $p_{\text{sek}}$ .

Einen Vergleich der gemessenen und mit verschiedenen Polytropenexponenten  $n$  simulierten Druckverläufe für das sprungförmige Entlüften mit  $u = U\sigma(t)$  bei unterschiedlichen Ventilaussteuerungen  $U$  ist in Abbildung 4.10 gezeigt. Für  $U = 0.2$ , also geringen negativen Massenströmen, ergeben sich mit  $n \approx 1.2$  die kleinsten absoluten Abweichungen zwischen Simulation und Messung. Bei schnelleren Entlüftungsvorgängen mit  $U = 0.6$  bzw.  $U = 1.0$ , tendiert der Polytropenexponent immer stärker gegen  $n \approx 1.0$ . Die starken Abweichungen in der Anfangsphase haben ihre Ursache in Totzeiten, welche vorwiegend auf die Verschlauchung zwischen Zylinder und Ventil zurückzuführen sind. Auffallend ist, dass bei großer Aussteuerung die Geschwindigkeit des Druckabbaus in der Simulation selbst mit  $n = 1.0$  deutlich überschätzt wird. Der Grund dafür liegt in der Durchflussverringerung durch einen im Ventilschalldämpfer auftretenden Rückstaudruck, welcher bei Vollaussteuerung kurzfristig durchaus 3 bis 4 bar betragen kann<sup>2</sup>. Da beim verwendeten Modell stets von einer Entlüftung gegen Atmosphärendruck ausgegangen wird, kann gemäß Abbildung 4.10d eine Berücksichtigung dieses Effekts eine Verbesserung mit sich bringen. Dazu ist allerdings eine Messung bzw. modellbasierte Schätzung der sich einstellenden Drücke in den Schalldämpfern notwendig.

Beim Befüllen der Zylinderkammer mit geringen Massenströmen ist nach Abbildung 4.11 mit  $n = 1.3$  eine gute Übereinstimmung von Simulation und Messung gegeben. Für größere Ventilaussteuerungen zeigen sich hingegen mit  $n = 1.0$  die geringsten Abweichungen, wobei bei genauerer Betrachtung eine mit der Ventilaussteuerung steigende Totzeit auffällt. Diese Totzeit ergibt sich einerseits bedingt durch die Verschlauchung zwischen Ventil und Zylinder und andererseits durch den kurzen, aber steilen Druckabfall am Versorgungsanschluss des Ventils beim Öffnen. Würden diese Totzeiten im pneumatischen Modell berücksichtigt, wäre gemäß Abbildung 4.11d  $n = 1.3$  eine geeignetere Wahl des Parameters.

(ii) In einem zweiten Experiment wird der Einfluss der Volumsänderung untersucht. Dazu werden die Zylinderkammern verschlossen und der Kolben unter Zuhilfenahme des anderen geregelten Zylinderkolbens mit konstanter Geschwindigkeit auf und ab bewegt. Dabei werden die Drücke, die Position und die Geschwindigkeit aufgezeichnet und äquivalent zu (i) die Druckaufbaugleichung (3.12) mit (3.13) und (3.14) für  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 0$  und der gemessenen Position und Geschwindigkeit als Eingangsgröße in MATLAB/SIMULINK numerisch integriert. Abbildung 4.12 zeigt den gemessenen und simulierten Kammerdruck für unterschiedliche Kolbengeschwindigkeiten  $v$  und Polytropenexponenten  $n$ . Für kleine Geschwindigkeiten ergibt sich mit  $n = 1.1$  die beste Übereinstimmung von Simulation und Messung, vgl. Abbildung 4.12a. Für größere Geschwindigkeiten zeigt ein Polytropenexponent von  $n = 1.3$  die beste

<sup>2</sup>Bei Verwendung des Ventil-Schalldämpfers FESTO *U 1/8 (2307)* mit maximalen Durchfluss von  $2050 \text{ l min}^{-1}$  bei 6 bar gegen den Atmosphärendruck.

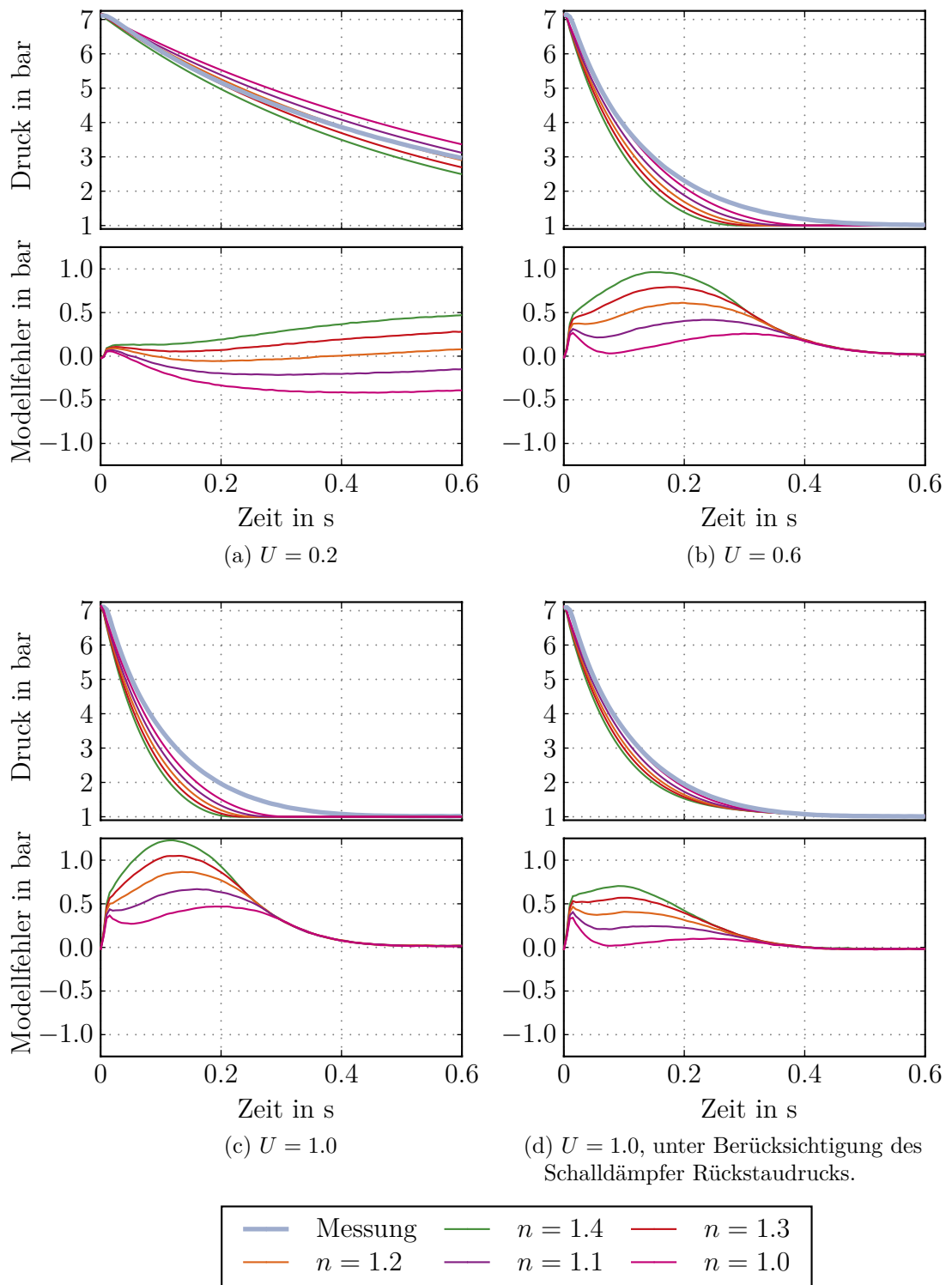


Abbildung 4.10: Gemessener und simulierter Kammerdruck  $p_1$  beim Entlüften für unterschiedliche Aussteueramplituden  $U$  und Polytropenexponenten  $n$ , bei in der Mittelstellung fixiertem Zylinderkolben  $s = \frac{L}{2}$ .

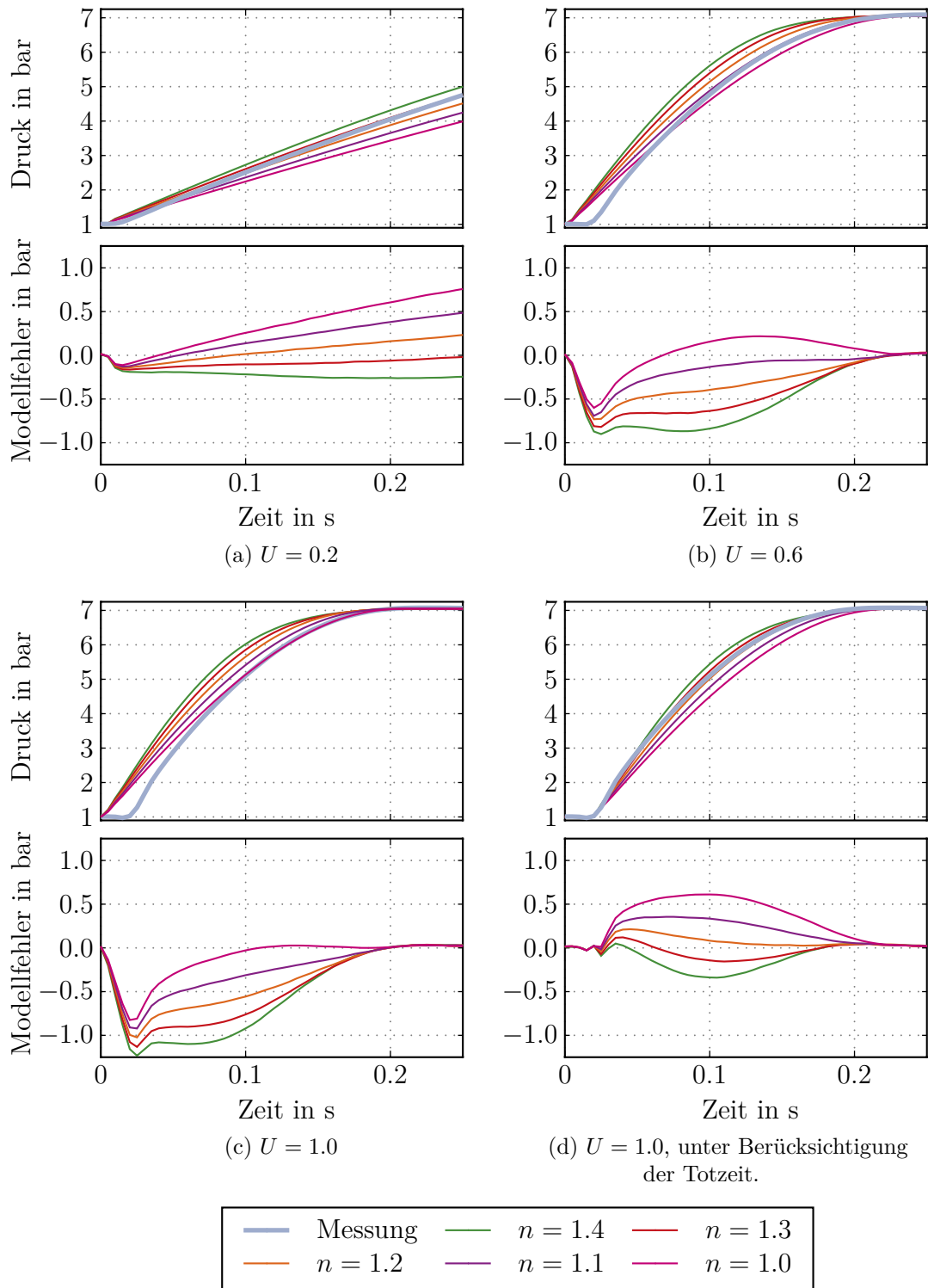


Abbildung 4.11: Gemessener und simulierter Kammerdruck  $p_1$  beim Befüllen für unterschiedliche Aussteueramplituden  $U$  und Polytropenexponenten  $n$ , bei in der Mittelstellung fixiertem Zylinderkolben  $s = \frac{L}{2}$ .

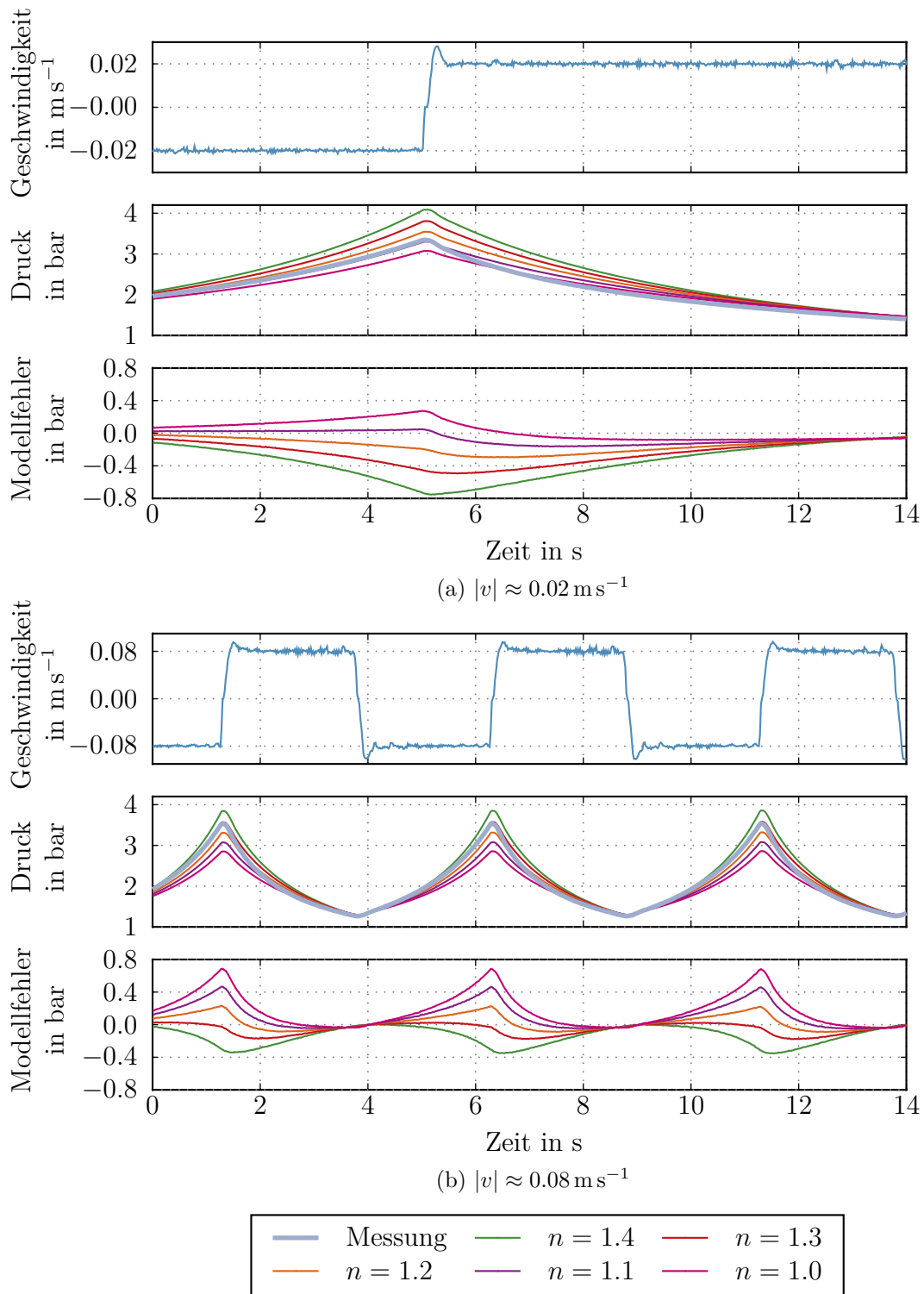


Abbildung 4.12: Gemessener und simulierter Kammerdruck  $p_1$  für unterschiedliche Kolbengeschwindigkeiten  $v$  und Polytropenexponenten  $n$ .



Übereinstimmung, vgl. Abbildung 4.12b.

Die angeführten Untersuchungen zeigen, dass es anhand des Modells (3.12) mit (3.13) und (3.14) für einen konstanten Polytropenexponenten nicht möglich ist, die Messungen exakt nachzubilden. Verantwortlich dafür sind zum einen die getroffenen Modellannahmen und zum anderen die Modellfehler bei der Modellierung des Durchflussverhaltens und nicht zuletzt die ungenaue Kenntnis der Zylindergeometrie, insbesondere der Totvolumina. Modellerweiterungen, welche die Totzeit durch die Verschlauchung abbilden, könnten diese Unzulänglichkeiten beseitigen. Ebenso ist der Einsatz von zusätzlichen Drucksensoren zur Messung, oder aber der Entwurf eines Beobachters zur Schätzung der durch den Schalldämpfer verursachten Rückstaudrücke denkbar.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die vernachlässigten Effekte mit Hilfe eines abschnittsweise definierten Polytropenexponenten im Modell berücksichtigt. Dazu werden unterschiedliche Polytropenexponenten für das Befüllen, das Entlüften und die Volumsänderung veranschlagt. Insgesamt kann die modifizierte Druckaufbaugleichung in der Form

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= \frac{n(\dot{m}_1)}{A_1(L_{01} + s)} R_s T \dot{m}_1 - \frac{n_v}{(L_{01} + s)} p_1 v \\ \dot{p}_2 &= \frac{n(\dot{m}_2)}{A_2(L_{02} + L - s)} R_s T \dot{m}_2 + \frac{n_v}{(L_{02} + L - s)} p_2 v \end{aligned} \quad (4.13)$$

mit

$$n(\dot{m}_i) = \begin{cases} n_{zu} & \text{für } \dot{m}_i \geq 0 \\ n_{ab} & \text{für } \dot{m}_i < 0 \end{cases}, \quad i \in \{1, 2\} \quad (4.14)$$

angegeben werden.

Auf Grundlage der in diesem Abschnitt präsentierten Messungen werden die Polytropenexponenten auf die konstanten Werte  $n_{zu} = 1.2$ ,  $n_{ab} = 1.0$  und  $n_v = 1.2$  festgelegt. Eine Validierung des Modells für die so gewählten Parameter zeigt Abbildung 4.13. Dabei wird der Verlauf der Zylinderkammerdrücke von Modell und Simulation verglichen, wenn der Kolben bei aktiver Trajektorienfolgeregelung mit dreieckförmigem Sollwertverlauf auf und ab bewegt wird.

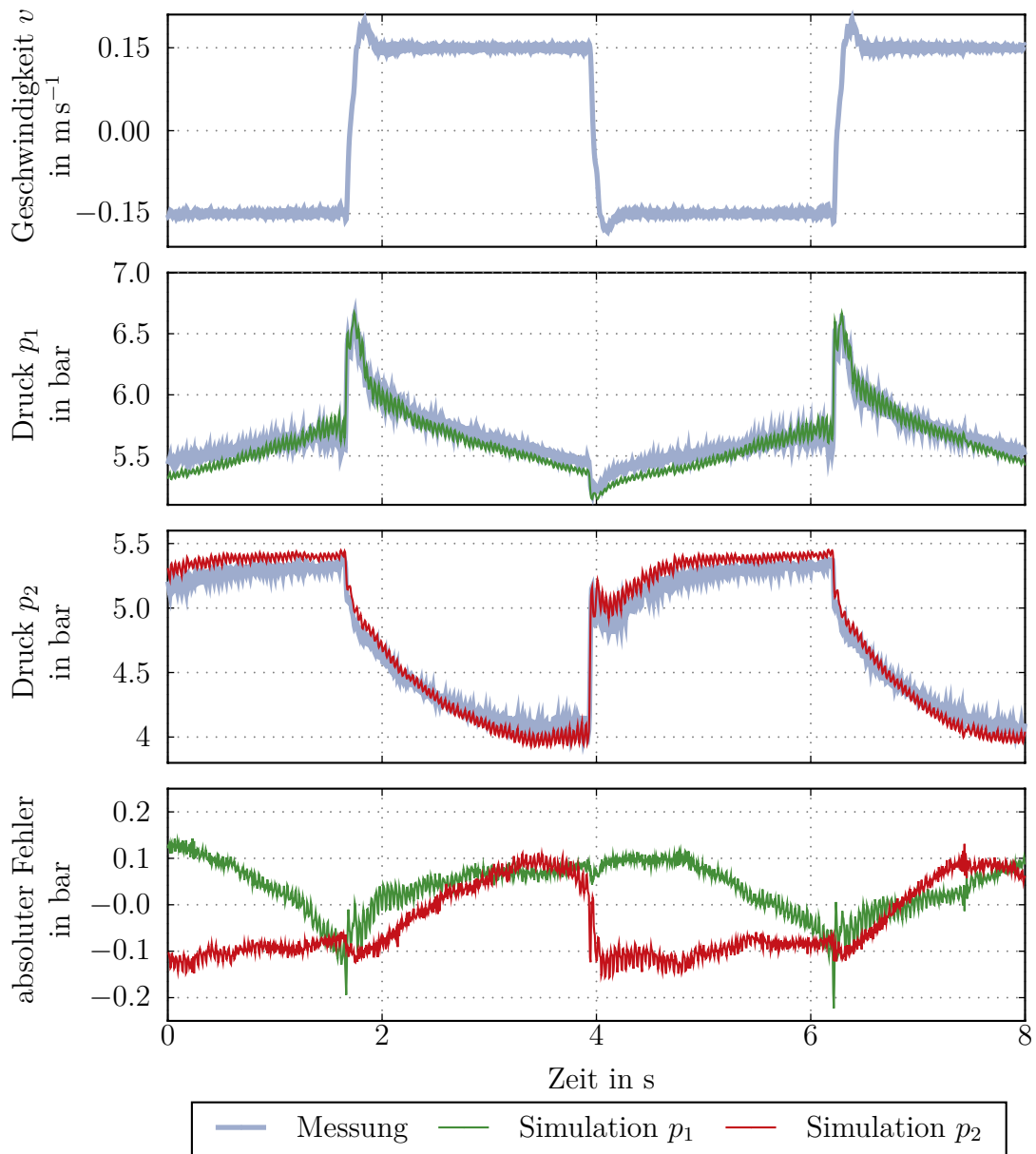


Abbildung 4.13: Mess- und Simulationsergebnisse des Druckverlaufs in einer Zylinderkammer bei aktiver Trajektorienfolgeregelung bei Kolbengeschwindigkeiten von  $|v| \approx 0.15 \text{ m s}^{-1}$ .

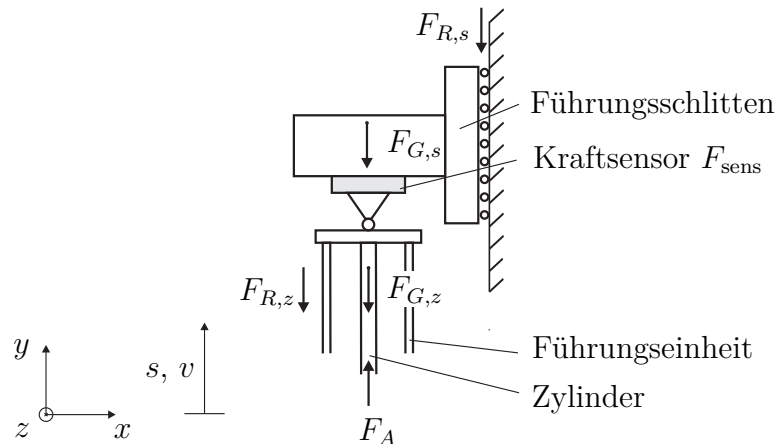


Abbildung 4.14: Prinzipskizze zur Ermittlung der Reibkomponenten.

### 4.3 Reibung

Wie bereits in Kapitel 3 erwähnt, setzt sich die Gesamtreibung aus den jeweiligen Teilreibkräften von Führungsschlitten und Zylindereinheit, bestehend aus Führungseinheit und Zylinder, zusammen. Der Einsatz von Kraftsensoren zwischen Schlitten und Zylindereinheit erlaubt eine getrennte Ermittlung dieser Teilreibkräfte.

Betrachtet man Abbildung 4.14 und nimmt an, dass der Führungsschlitten mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  bewegt wird, so folgt durch Freischneiden

$$F_{R,s} + F_{G,s} + F_{R,z} + F_{G,z} = F_A, \quad (4.15)$$

wobei  $F_{G,s}$  und  $F_{G,z}$  die jeweiligen Gewichtskräfte des Schlittens und der Zylindereinheit,  $F_A$  die pneumatische Antriebskraft und  $F_{R,s}$  bzw.  $F_{R,z}$  die im Schlitten und in der Zylindereinheit auftretenden Reibkräfte bezeichnen. Für die Gesamtreibkraft gilt dabei

$$F_R = F_{R,s} + F_{R,z} = F_A - F_{G,s} - F_{G,z}. \quad (4.16)$$

Betrachtet man im nächsten Schritt nur ein Teilsystem von Abbildung 4.14, bestehend aus Zylindereinheit und Kraftsensor bei konstanter Geschwindigkeit  $v$ , so folgt durch abermaliges Freischneiden das Kräftegleichgewicht

$$F_{\text{sens}} + F_A - F_{R,z} - F_{G,z} = 0, \quad (4.17)$$

wobei  $F_{\text{sens}}$  die vom Kraftsensor aufgenommene Kraft bezeichnet. Durch Umformen von (4.17) kann die in der Zylindereinheit auftretende Reibkraft

$$F_{R,z} = F_{\text{sens}} + F_A - F_{G,z} \quad (4.18)$$

ermittelt werden. Die im Schlitten wirkende Reibkraft  $F_{R,s}$  folgt durch Einsetzen von (4.18) in (4.15) und anschließendem Umformen zu

$$F_{R,s} = -F_{\text{sens}} - F_{G,s}. \quad (4.19)$$

Wie bereits in Kapitel 3 erwähnt, deuten Messungen der Reibkraft darauf hin, dass die Reibung im Zylinder differenzdruckabhängig ist und sich aus dem Stillstand heraus temperaturbedingt unterschiedliche Reibkräfte ergeben. Da diese Effekte im Rahmen der Modellbildung vernachlässigt werden, ist für die im Folgenden ermittelten Kennlinien nur eine bedingte Reproduzierbarkeit bei gleichen stationären Differenzdrücken und geringen zeitvarianten Einflüssen gegeben.

Zur experimentellen Identifikation der geschwindigkeitsabhängigen Reibkräfte werden die Zylinderkolben mit Hilfe einer Trajektorienfolgeregelung mit dreieckförmigem Positionssollwertverlauf  $s_d(t)$  vorgegeben. Unterschiedlich vorgegebene Periodendauern führen so zu unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $v$ . Beginnend bei großen Geschwindigkeiten und nach Abwarten einer gewissen Einlaufzeit um einen stationären Differenzdruck zu gewährleisten, werden die Messsignale von Kraft-, Druck- und Geschwindigkeitssensoren in der jeweils zweiten Hälfte nach den Umkehrpunkten<sup>3</sup> aufgezeichnet. Nach Mittelwertbildung und Anwendung der Gleichungen (4.17), (4.19) und (4.18) folgen die Reibkräfte für Zylindereinheit und Schlitten zur eingestellten Geschwindigkeit. Schrittweises Erhöhen der Periodendauer und Wiederholen dieser Prozedur ergibt schließlich die in Abbildung 4.15 dargestellten Reibkraftkennlinien der beiden Zylinder *DNC-40* und *DNC-32* in Abhängigkeit der Geschwindigkeit  $v$ .

Der Führungsschlitten weist eine Haftreibungskraft von etwa 8 N auf und zeigt ein geschwindigkeitsproportionales Verhalten. Die Haftreibung der Zylindereinheit des *DNC-40* ist mit 12 N etwas stärker ausgeprägt als die der Zylindereinheit des *DNC-32* mit nur 8 N. Im Bereich sehr kleiner Geschwindigkeiten ist bei der Zylindereinheit des *DNC-40* eine leicht vorhandene Stribeck-Überhöhung zu erkennen. Etwaige Unsymmetrien und Abweichungen vom geschwindigkeitsproportionalen Verhalten der Reibkurve der Zylindereinheit sind auf die vom Modell nicht erfassten zeitvarianten und differenzdruckabhängigen Effekte zurückzuführen.

---

<sup>3</sup>Hier kann bereits von einer konstanten Schlittengeschwindigkeit  $v$  ausgegangen werden.

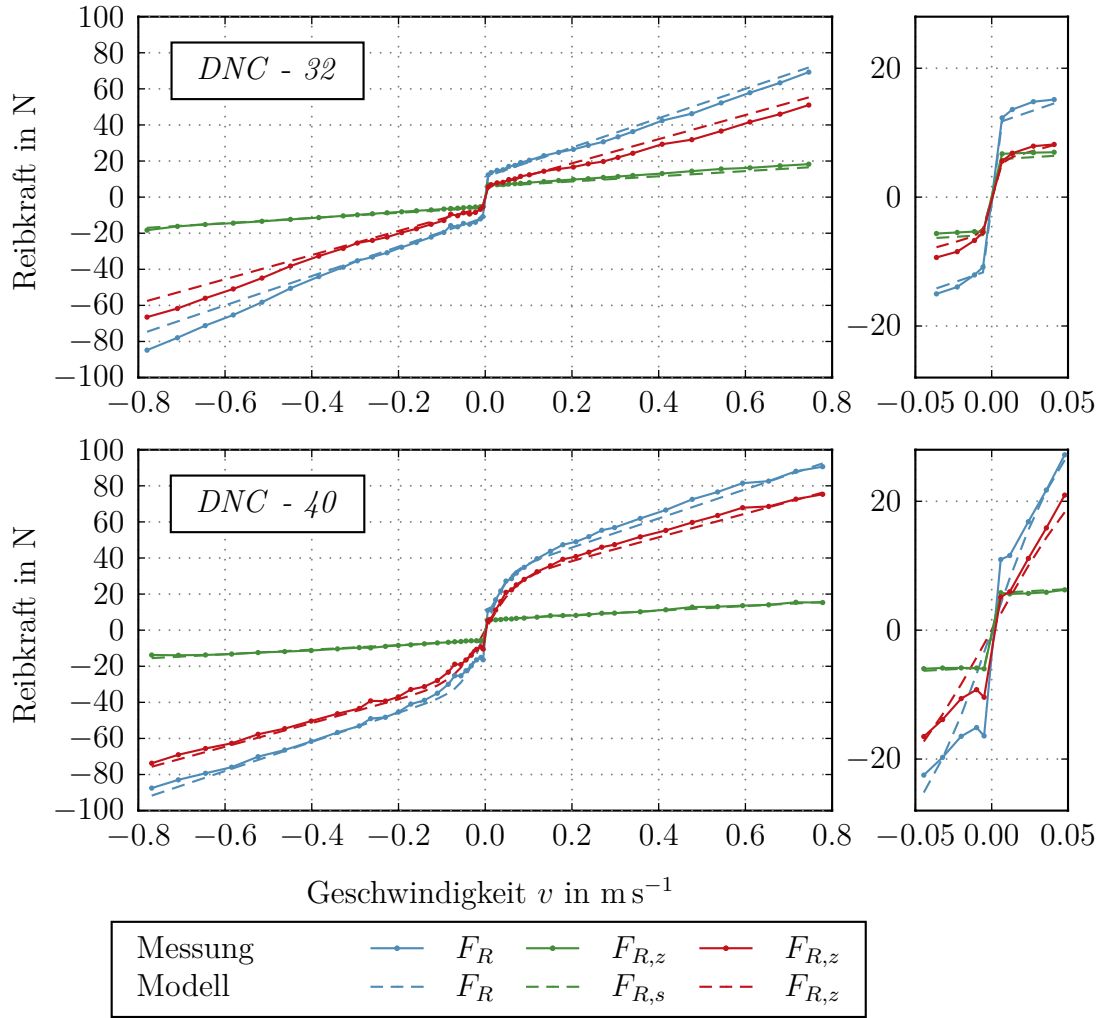


Abbildung 4.15: Gemessene und modellierte Reibkräfte von Schlitten und Zylinderreinheit des DNC-32 und DNC-40.

Die Parameter  $F_{Rc,s}$ ,  $F_{Rc,z}$ ,  $\beta_s$ ,  $\beta_z$ ,  $v_{G,s}$  und  $v_{G,z}$  des Reibmodells von (3.4)

$$F_{R,s} = \tanh\left(\frac{v}{v_{G,s}}\right) F_{Rc,s} + \beta_s v \quad (4.20a)$$

$$F_{R,z} = \tanh\left(\frac{v}{v_{G,z}}\right) F_{Rc,z} + \beta_z v \quad (4.20b)$$

wurden anhand einer statischen Optimierung mit quadratischem Gütekriterium mit Hilfe der MATLAB-Funktion `fmincon` identifiziert. Wie Abbildung 4.15 zeigt, ist eine gute Übereinstimmung der Reibkurven von Modell und Messung gegeben.

# 5 Regelung

Aufbauend auf dem in den vorherigen Kapiteln ermittelten mathematischen Modell des Prüfstands werden im Folgenden geeignete Strategien für eine Trajektorienfolgeregelung von Position und Kraft entworfen. Die resultierenden Regelgesetze sollen dabei die Proportional-Wegeventile so aktuierten, dass der Kolben des unteren Zylinders (*DNC-32*) einer vorgegebenen Positionstrajektorie folgt und der obere Zylinder (*DNC-40*) eine vorgegebene Krafttrajektorie auf den Führungsschlitten ausübt. Betrachtet man die beiden Teilsysteme jeweils für sich und fasst die gegenseitigen Einflüsse der Zylinder als externe Störgrößen auf, ist ein getrennter Entwurf von Positions- und Kraftregelung möglich.<sup>1</sup>

Da das dynamische Verhalten der pneumatischen Komponenten stark von systeminhärenten Nichtlinearitäten geprägt ist, werden im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich nichtlineare Regelungsverfahren behandelt, welche auf den in [9] behandelten Entwurfsverfahren beruhen. Nach Einführen eines vereinfachten Entwurfsmodells wird für das untere Teilsystem eine Positionsregelung auf Basis der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung sowie der Backstepping-Methode entworfen. Der Entwurf der Kraftregelung für das obere Teilsystem erfolgt ebenfalls nach der Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung.

## 5.1 Entwurfsmodell

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen ist das in Kapitel 3 hergeleitete Gesamtmodell mit den in Kapitel 4 identifizierten Parametern. Für den Regelungsentwurf werden folgende Modellvereinfachungen getroffen:

Für die Ventileingangsspannung wird im Folgenden die normierte Darstellung  $u \in [-1, 1]$  gewählt. Die Dynamik und die Leckagen der Proportional-Wegeventile wer-

---

<sup>1</sup>Der Kraftregler wirkt dabei als Störung für den Positionsregler und umgekehrt.

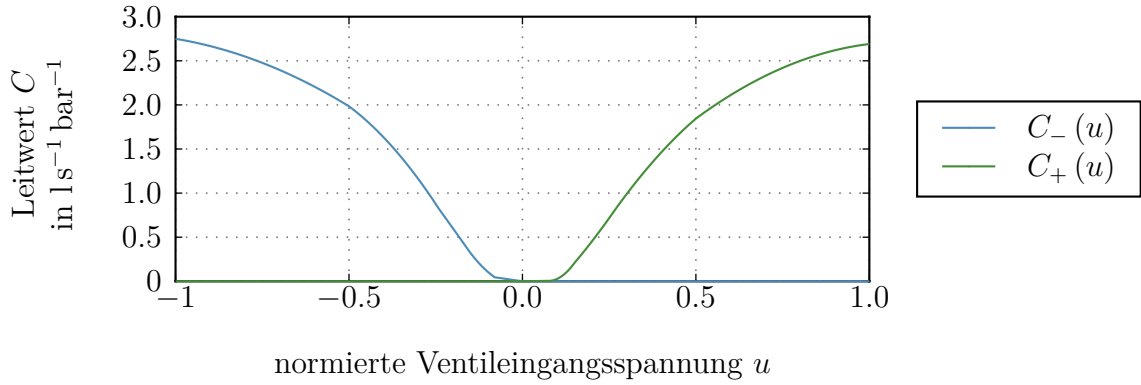


Abbildung 5.1: Leitwertfunktionen in Abhängigkeit der normierten Ventileingangsspannung  $u$ .

den vernachlässigt, d. h. es gilt

$$\begin{aligned} C_{12}(u) = C_{45}(u) &= 0 & \text{für } u \geq 0 \\ C_{14}(u) = C_{23}(u) &= 0 & \text{für } u < 0. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Ferner wird von symmetrischen Be- und Entlüftungsleitwerten mit

$$\begin{aligned} C_{12}(u) = C_{45}(u) &= C_-(u) \\ C_{14}(u) = C_{23}(u) &= C_+(u) \end{aligned} \quad (5.2)$$

ausgegangen. Für Ventileingangsspannungen  $u \geq 0$  wird in dieser Nomenklatur über einen Leitwert  $C_+(u)$  die Zylinderkammer 1 entlüftet und die Zylinderkammer 2 befüllt und für  $u < 0$  über  $C_-(u)$  die Zylinderkammer 2 entlüftet und die Zylinderkammer 1 befüllt. Die aus diesen Annahmen resultierenden Leitwertfunktionen sind zur Veranschaulichung nochmals in Abbildung 5.1 dargestellt.

Weiters wird vorausgesetzt, dass sich die stationären Zylinderkammerdrücke im Bereich zwischen Umgebungs- und Versorgungsdruck befinden

$$p_0 \leq p_i \leq p_v, \quad i \in \{1, 2\}, \quad (5.3)$$

d. h. ein Entlüften in die Versorgungstanks sowie ein Befüllen aus der Umgebungsluft ist nicht möglich.

Mit der Einführung einer vereinfachten Darstellung der Ausflussfunktionen

$$\Pi_{k,j} = \Psi \left( \frac{p_k}{p_j} \right), \quad k, j \in \{v, 0, 1, 2\}, \forall k \neq j, \quad (5.4)$$

den Massenflussgleichungen von (3.20), den positionsabhängigen Kammervolumina  $V_1(s) = A_1(L_{01} + s)$  und  $V_2(s) = A_2(L_{02} + L - s)$  und der externen Lastkraft

$F_{\text{Last}} = 0$ <sup>2</sup> folgen aus den Bewegungsgleichungen von (3.17) (3.18) und den modifizierten Druckaufbaugleichungen (4.13) und (4.14) die vereinfachten Systemgleichungen für das untere Teilsystem zu

$$\begin{aligned} \dot{s} &= v \\ \dot{v} &= \frac{1}{m} (p_1 A_1 - p_2 A_2 - p_0 (A_1 - A_2) - F_R(v) - mg) \\ \dot{p}_1 &= \frac{\rho_0 R_S T}{V_1(s)} (n_{zu} p_v \Pi_{1v} C_-(u) - n_{ab} p_1 \Pi_{01} C_+(u)) - \frac{n_v}{V_1(s)} p_1 A_1 v \\ \dot{p}_2 &= \frac{\rho_0 R_S T}{V_2(s)} (n_{zu} p_v \Pi_{2v} C_+(u) - n_{ab} p_2 \Pi_{02} C_-(u)) + \frac{n_v}{V_2(s)} p_2 A_2 v. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Das Reglerentwurfsmodell des unteren Teilsystems kann in der nichtlinearen Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, u), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (5.6)$$

mit dem Zustand  $\mathbf{x} = [s \quad \dot{s} \quad p_1 \quad p_2]^T$ , dem Eingang  $u$  und

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} v \\ \frac{1}{m} (p_1 A_1 - p_2 A_2 - p_0 (A_1 - A_2) - F_R - mg) \\ \frac{-n_v}{V_1(s)} p_1 A_1 v \\ \frac{n_v}{V_2(s)} p_2 A_2 v \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

sowie

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, u) = \begin{cases} \mathbf{g}_+(\mathbf{x}) C_+(u) & \text{für } u \geq 0 \\ \mathbf{g}_-(\mathbf{x}) C_-(u) & \text{für } u < 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{g}_+(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{n_{ab}}{V_1(s)} \rho_0 R_S T p_1 \Pi_{01} \\ \frac{n_{zu}}{V_2(s)} \rho_0 R_S T p_v \Pi_{2v} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}_-(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{n_{zu}}{V_1(s)} \rho_0 R_S T p_v \Pi_{1v} \\ -\frac{n_{ab}}{V_2(s)} \rho_0 R_S T p_2 \Pi_{02} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

dargestellt werden.

Das Entwurfsmodell des oberen Teilsystems ergibt sich analog. Es muss lediglich das Vorzeichen der Gewichtskraft  $mg$  in (5.6) getauscht werden. Aufbauend auf diesem vereinfachten Modell werden im nächsten Schritt zwei Positionsregelungen und eine Kraftregelung entworfen.

<sup>2</sup>Eine konstante unbekannt Lastkraft  $F_{\text{Last}}$  kann durch einen Integralanteil in der Regelung nach dem Prinzip eines internen Störmodells kompensiert werden, vgl. [14].



## 5.2 Positionsregelung

Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei unterschiedliche Entwurfsmethoden zur Positionsregelung angewendet - die exakte Eingangs-Ausgangslinearisierung und das Backstepping-Verfahren.

Das System (5.6) ist in einer eingangsaffinen Darstellung gegeben, weshalb sich direkt ein exakt linearisierendes Regelgesetz angeben lässt. Hierbei können die Leitwerte  $C_+(u)$  und  $C_-(u)$  als Stelleingänge betrachtet werden, da  $C_+(u)$  und  $C_-(u)$  streng monoton sind und damit die Umrechnung auf die Ventileingangsspannung  $u$  stets eindeutig ist.

### 5.2.1 Exakte Eingangs-Ausgangslinearisierung

Untersucht man zunächst die zeitliche Änderung des Ausgangs  $y = s$  entlang einer Lösungskurve von (5.6) so erhält man

$$\begin{aligned}
 \dot{y} &= v \\
 \ddot{y} &= \frac{1}{m} (p_1 A_1 - p_2 A_2 - p_0 (A_1 - A_2) - F_R - mg) \\
 \ddot{y} &= \frac{1}{m} \left( \underbrace{-\frac{n_v p_1 A_1^2}{V_1(s)} v - \frac{n_v p_2 A_2^2}{V_2(s)} v - \dot{F}_R}_{a(\mathbf{x})} \right) \\
 &\quad + \underbrace{\frac{\rho_0 R_S T}{m} \left( \frac{n_{zu}}{V_1(s)} p_v A_1 \Pi_{1v} + \frac{n_{ab}}{V_2(s)} p_2 A_2 \Pi_{02} \right)}_{b_-(\mathbf{x})} C_-(u) \\
 &\quad - \underbrace{\frac{\rho_0 R_S T}{m} \left( \frac{n_{zu}}{V_2(s)} p_v A_2 \Pi_{2v} + \frac{n_{ab}}{V_1(s)} p_1 A_1 \Pi_{01} \right)}_{b_+(\mathbf{x})} C_+(u),
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

mit der Eingangsfunktion

$$b(\mathbf{x}, u) = \begin{cases} -b_+(\mathbf{x}) C_+(u) & \text{für } u \geq 0 \\ b_-(\mathbf{x}) C_-(u) & \text{für } u < 0. \end{cases} \tag{5.11}$$

Führt man einen neuen, fiktiven Stelleingang

$$u^* = \ddot{y} \tag{5.12}$$

ein, so folgt nach Umformen für die Eingangsfunktion

$$b(\mathbf{x}, u) = -a(\mathbf{x}) + u^*. \quad (5.13)$$

Aufgrund der nichtlinearen Leitwertfunktionen  $C_+(u)$  bzw.  $C_-(u)$  und der Strukturumschaltung in  $b(\mathbf{x}, u)$  kann zunächst kein explizites Zustandsregelgesetz für  $u$  angegeben werden.

Bei genauerer Analyse der letzten beiden Terme von (5.10) erkennt man aber, dass

$$b_+(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{und} \quad b_-(\mathbf{x}) \geq 0 \quad (5.14)$$

für alle Zustände  $\mathbf{x}$  gilt und damit das Vorzeichen von  $b(\mathbf{x}, u)$  ausschließlich über das Vorzeichen von  $u$  festgelegt wird. Für die Auswertung der Strukturumschaltung in (5.13) muss also lediglich das Vorzeichen der rechten Seite, d. h.  $\text{sign}(-a(\mathbf{x}) + u^*)$ , bestimmt werden. Damit folgt für das Zustandsregelgesetz

$$\begin{aligned} C_-(u) &= \frac{-a(\mathbf{x}) + u^*}{b_-(\mathbf{x})} \quad \text{für} \quad -a(\mathbf{x}) + u^* \geq 0 \\ C_+(u) &= \frac{-a(\mathbf{x}) + u^*}{-b_+(\mathbf{x})} \quad \text{für} \quad -a(\mathbf{x}) + u^* < 0, \end{aligned} \quad (5.15)$$

ein lineares Eingangs-Ausgangsverhalten in Form einer 3-fachen Integratorkette<sup>3</sup>.

Der relative Grad des Systems (5.6) für den Ausgang  $y = h(\mathbf{x}) = s$  ist mit  $r = 3$  kleiner als die Systemordnung  $n_x = 4$ , sodass  $y = s$  keinen flachen Ausgang des Systems repräsentiert. Das Eingangs-Ausgangsverhalten wird somit durch ein System dritter Ordnung beschrieben. Die interne Dynamik des nichtbeobachtbaren Teilsystems ist somit erster Ordnung. Die Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung führt nur dann zu einem stabilen geschlossenen Regelkreis, wenn dieses nichtbeobachtbare Teilsystem asymptotisch stabil ist.

Die Stabilität dieser internen Dynamik kann über das so genannte *Output-Zeroing Problem* nachgewiesen werden. Dabei stellt man sich die Frage, wie der Anfangszustand  $\mathbf{x}_0$  und die Stellgröße  $u(t)$  gewählt werden müssen, damit der Ausgang  $y(t)$  für alle Zeit identisch verschwindet. Setzt man den Ausgang  $y(t) = h(\mathbf{x}) = s \equiv 0$ , folgt für die zeitlichen Ableitungen

$$\dot{y} = v \equiv 0 \quad (5.16a)$$

$$\ddot{y} = p_1 A_1 - p_2 A_2 - p_0 (A_1 - A_2) - F_R - mg \equiv 0 \quad (5.16b)$$

$$\ddot{\ddot{y}} = \dot{p}_1 A_1 - \dot{p}_2 A_2 - \dot{F}_R \equiv 0. \quad (5.16c)$$

<sup>3</sup>Die eigentliche Stellgröße  $u$  ergibt sich dann durch Inversion der Polynome im jeweiligen Bereich der Kennlinien  $C_+(u)$  bzw.  $C_-(u)$ .

Aus  $s \equiv 0$  und  $v \equiv 0$  und anhand der Druckaufbaugleichung von (5.5) folgen damit die degenerierten Differentialgleichungen der Kammerdrücke zu

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= \frac{\rho_0 R_S T}{A_1 L_{01}} \left( n_{zu} p_v \Pi_{1v} C_-(u) - n_{ab} p_1 \Pi_{01} C_+(u) \right) \\ \dot{p}_2 &= \frac{\rho_0 R_S T}{A_2 (L_{02} + L)} \left( n_{zu} p_v \Pi_{2v} C_+(u) - n_{ab} p_2 \Pi_{02} C_-(u) \right).\end{aligned}\quad (5.17)$$

Eingesetzt in (5.16c) mit der zeitlichen Ableitung der Reibkraft  $\dot{F}_R(0) = 0$  folgen die Bedingungen

$$\begin{aligned}-\frac{n_{ab}}{L_{01}} p_1 \Pi_{01} C_+(u) &= \frac{n_{zu}}{L_{02} + L} p_v \Pi_{2v} C_+(u) && \text{für } u \geq 0, \\ \frac{n_{zu}}{L_{01}} p_v \Pi_{1v} C_-(u) &= -\frac{n_{ab}}{L_{02} + L} p_2 \Pi_{02} C_-(u) && \text{für } u < 0.\end{aligned}\quad (5.18)$$

Mit der im Entwurfsmodell angenommenen Beschränkung der Kammerdrücke auf  $p_0 \leq p_i \leq p_v$ ,  $i \in \{1, 2\}$  können die Gleichungen (5.19) nur mit

$$\begin{aligned}C_+(u) &= 0 && \text{bzw. } \Pi_{01} = \Pi_{2v} = 0 && \text{für } u \geq 0, \\ C_-(u) &= 0 && \text{bzw. } \Pi_{1v} = \Pi_{02} = 0 && \text{für } u < 0\end{aligned}\quad (5.19)$$

erfüllt werden. Zusammen mit (5.17) ist mit

$$\dot{p}_1 = 0, \quad p_1(0) \in [p_0, p_v]. \quad (5.20)$$

eine mögliche Nulldynamik<sup>4</sup> gegeben.

Wie man erkennt, weist die Nulldynamik nicht die geforderte asymptotische Stabilität auf, sondern lediglich ein integrierendes Verhalten, sodass eine exakte Eingangs-Ausgangslinearisierung formal nicht durchführbar wäre. Die Forderung nach der asymptotischen Stabilität der Nulldynamik ist streng genommen jedoch zu restriktiv. Innerhalb der Entwurfsmethodik stellt sie sicher, dass sämtliche Zustandsgrößen und damit das Zustandsregelgesetz beschränkt bleiben. Im gegebenen Fall sind die Kammerdrücke stationär auf  $p_0 \leq p_i \leq p_v$ ,  $i \in \{1, 2\}$  beschränkt und so auch die Beschränktheit der Nulldynamik (5.20) sichergestellt. Damit führt die Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung zu einem stabilen geschlossenen Regelkreis.

Wählt man für den neuen fiktiven Eingang

$$u^* = \ddot{s}_d - \underbrace{\theta_a (\ddot{y} - \ddot{s}_d)}_{e_a} - \underbrace{\theta_v (\dot{y} - \dot{s}_d)}_{e_v} - \underbrace{\theta_s (y - s_d)}_{e_s} - \underbrace{\theta_I \int y - s_d dt}_{e_I} \quad (5.21)$$

<sup>4</sup>Alternativ auch  $\dot{p}_2 = 0$ ,  $p_2(0) \in [p_0, p_v]$ .

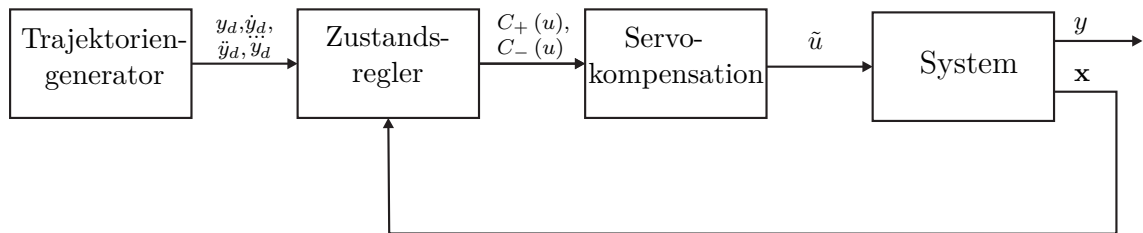


Abbildung 5.2: Regelkreisstruktur der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung.

mit der Referenzposition  $s_d$  und deren zeitlichen Ableitungen, führt das Zustandsregelgesetz (5.15) unter der Voraussetzung, dass der gesamte Zustand messtechnisch erfasst werden kann, zu einer exponentiell stabilen Fehlerdynamik der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_I \\ \dot{e}_s \\ \dot{e}_v \\ \dot{e}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\theta_I & -\theta_s & -\theta_v & -\theta_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_I \\ e_s \\ e_v \\ e_a \end{bmatrix}, \quad (5.22)$$

mit den geeignet gewählten positiven Koeffizienten  $\theta_a$ ,  $\theta_v$ ,  $\theta_s$  und  $\theta_I$ .

Abbildung 5.2 zeigt ein Blockschaltbild der resultierenden Regelkreisstruktur. Ein Trajektoriengenerator generiert die Referenztrajektorien für die Position  $y_d = s_d$  und die zugehörigen zeitlichen Ableitungen. Anhand des Zustandsregelgesetzes (5.15) werden die Leitwerte  $C_+(u)$  und  $C_-(u)$  berechnet, die anschließend anhand der sogenannten Servokompensation in die Stellgröße  $u$  übersetzt werden. Für die Implementierung ist zusätzlich noch die Entnormierung auf die Ventilspannung  $\tilde{u}$  nach (4.1) notwendig.

### 5.2.2 Backstepping

Der folgende Abschnitt behandelt die systematische Herleitung eines auf der Lyapunov-Theorie basierenden Backsteppingreglers für das untere Teilsystem (5.6).

Mit der Sollposition  $s_d$  und nach der Einführung des integralen Positionsfehlers  $e_I = \int s - s_d dt$ , des Positionsfehler  $e_s$  und des Geschwindigkeitsfehlers  $e_v$  kann ein

Fehlersystem der Form

$$\begin{aligned}
\dot{e}_I &= e_s = s - s_d \\
\dot{e}_s &= e_v = v - \dot{s}_d \\
\dot{e}_v &= \frac{1}{m} (F_\Delta - (A_1 - A_2)p_0 - F_R(v) - mg) - \ddot{s}_d \\
&= \underbrace{\frac{1}{m} (-(A_1 - A_2)p_0 - mg - F_R(v))}_{f_1} - \ddot{s}_d + \underbrace{\frac{1}{m}}_{g_1} F_\Delta
\end{aligned} \tag{5.23}$$

aufgestellt werden. Dabei wird vorerst angenommen, dass die Differenzdruckkraft

$$F_\Delta = p_1 A_1 - p_2 A_2 \tag{5.24}$$

als fiktive Stellgröße des Zylinders direkt vorgegeben werden kann.

Für den folgenden rekursiven Backstepping Entwurf ist nach [9] für das vorliegende System (5.23) mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{e} = [e_I \ e_s \ e_v]^T$  eine Lyapunov-Funktion  $V_1(\mathbf{e})$  so zu finden, dass die Ruhelage  $\mathbf{e}_R = \mathbf{0}$  einer Zustandsrückführung  $F_\Delta = \alpha_1(\mathbf{e}, t)$  asymptotisch stabil ist.

Mit dem fiktiven Eingang

$$\begin{aligned}
F_\Delta = \alpha_1(\mathbf{e}, \dot{s}_d, \ddot{s}_d) &= (A_1 - A_2)p_0 + F_R(\underbrace{e_v + \dot{s}_d}_v) + mg \\
&\quad + (-\lambda_I e_I - \lambda_s e_s - \lambda_v e_v) m + \ddot{s}_d m
\end{aligned} \tag{5.25}$$

ergibt sich für das System (5.23) eine lineare Fehlerdynamik der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_I \\ \dot{e}_s \\ \dot{e}_v \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\lambda_I & -\lambda_s & -\lambda_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_e} \begin{bmatrix} e_I \\ e_s \\ e_v \end{bmatrix}, \tag{5.26}$$

mit der Fehlerdynamikmatrix  $\mathbf{A}_e$  und den Fehlerkoeffizienten  $\lambda_i > 0$ ,  $i \in \{I, s, v\}$ . Die Fehlerdynamikmatrix ist in sogenannter Frobeniusform gegeben, sodass  $\lambda_i > 0$ ,  $i \in \{I, s, v\}$  die Koeffizienten des zugehörigen charakteristischen Polynoms sind. Anhand einer Polvorgabe können die Koeffizienten bestimmt und die asymptotische Stabilität von (5.26) gesichert werden.

Wählt man als Kandidaten für den Nachweis der asymptotischen Stabilität der Ruhelage die Lyapunov-Funktion

$$V_1(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}, \quad \mathbf{P} > \mathbf{0}, \tag{5.27}$$

dann hat die Lyapunov-Gleichung [8]

$$\mathbf{A}_e^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_e + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (5.28)$$

für jedes positiv definite  $\mathbf{Q}$  eine eindeutig positiv definite Lösung  $\mathbf{P}$ , da  $\mathbf{A}_e$  eine Hurwitz-Matrix ist.

Mit der Fehlerdynamikmatrix  $\mathbf{A}_e$  aus (5.26) und der positiv definiten Matrix

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 \end{bmatrix}, \quad c_1 > 0 \quad (5.29)$$

folgt anhand von (5.28)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} \end{bmatrix}, \quad (5.30)$$

mit

$$\begin{aligned} P_{11} &= -\frac{1 - \lambda_I \lambda_s + \lambda_s^2 \lambda_v + \lambda_I \lambda_v^2 + \lambda_I^2 \lambda_v + \lambda_I^3 c_1}{2 \lambda_I (\lambda_I - \lambda_s \lambda_v)} \\ P_{22} &= -\frac{1 \lambda_I + \lambda_I \lambda_s + \lambda_I^2 \lambda_v c_1 + \lambda_I \lambda_v^2 + \lambda_I \lambda_s^2 c_1 + \lambda_v^3}{2 \lambda_I (\lambda_I - \lambda_s \lambda_v)} \\ P_{33} &= -\frac{1 \lambda_I \lambda_s c_1 + \lambda_v + \lambda_I}{2 \lambda_I (\lambda_I - \lambda_s \lambda_v)} \\ P_{12} &= -\frac{1 \lambda_v^2 \lambda_s + \lambda_s \lambda_I^2 c_1 + \lambda_I^2}{2 \lambda_I (\lambda_I - \lambda_s \lambda_v)} \\ P_{13} &= \frac{1}{2 \lambda_I} \\ P_{23} &= -\frac{1 \lambda_v^2 + \lambda_I \lambda_v + \lambda_I^2 c_1}{2 \lambda_I (\lambda_I - \lambda_s \lambda_v)}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Die zeitliche Ableitung von  $V_1 = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}$  ergibt sich dann zu

$$\dot{V}_1(\mathbf{e}) = -e_I^2 - e_s^2 - c_1 e_v^2 < 0. \quad (5.32)$$

Im nächsten Schritt wird die Abweichung von  $F_\Delta$  von der *idealen Form*  $\alpha_1(\mathbf{e}, \dot{s}_d, \ddot{s}_d)$  eingeführt und die erweiterte Lyapunov-Funktion

$$V_2(\mathbf{e}, z) = V_1(\mathbf{e}) + \frac{1}{2} \epsilon \left( \underbrace{F_\Delta - \alpha_1(\mathbf{e}, \dot{s}_d, \ddot{s}_d)}_z \right)^2, \quad \epsilon > 0 \quad (5.33)$$

mit dem neuen Zustand  $z$ , betrachtet. Für deren zeitliche Ableitung gilt mit  $f_1$  und  $g_1$  aus (5.23)

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \dot{V}_1(\mathbf{e}) + \epsilon z \dot{z} \\
&= \frac{\partial V_1}{\partial e_I} e_s + \frac{\partial V_1}{\partial e_s} e_v + \frac{\partial V_1}{\partial e_v} (f_1 + g_1 F_\Delta) + \epsilon (F_\Delta - \alpha_1) \underbrace{(\dot{F}_\Delta - \dot{\alpha}_1)}_z \\
&= \underbrace{\frac{\partial V_1}{\partial e_I} e_s + \frac{\partial V_1}{\partial e_s} e_v + \frac{\partial V_1}{\partial e_v} (f_1 + g_1 \alpha_1)}_{\dot{V}_1 \leq 0} + \epsilon \underbrace{(F_\Delta - \alpha_1)}_z \underbrace{\left( \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial V_1}{\partial e_v} g_1 + \dot{F}_\Delta - \dot{\alpha}_1 \right)}_{\equiv -c_2(F_\Delta - \alpha_1) = -c_2 z}.
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Man erkennt, dass für die Wahl

$$\dot{F}_\Delta = \alpha_2 (\dot{\mathbf{e}}, z, \dot{s}_d, \ddot{s}_d) = \dot{\alpha}_1 - c_2 (F_\Delta - \alpha_1) - \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial V_1}{\partial e_v} g_1, \quad c_2 > 0 \tag{5.35}$$

der zweite Summand von (5.34) negativ definit ist. Mit der bereits gezeigten asymptotischen Stabilität des ersten Ausdrucks  $\dot{V}_1$  folgt so die gleichmäßige asymptotische Stabilität des Gesamtsystems.

Mit der Differenzdruckkraft (5.24) und den Druckaufbaugleichungen (5.5) gilt für die zeitliche Ableitung der Differenzdruckkraft

$$\begin{aligned}
\dot{F}_\Delta &= \dot{p}_1 A_1 - \dot{p}_2 A_2 \\
&= \underbrace{-\frac{n_v p_1 A_1^2}{V_1(s)} v - \frac{n_v p_2 A_2^2}{V_2(s)} v}_{f_2(\mathbf{x})} \\
&\quad + \underbrace{\rho_0 R_S T \left( \frac{n_{zu}}{V_1(s)} p_v A_1 \Pi_{1v} + \frac{n_{ab}}{V_2(s)} p_2 A_2 \Pi_{02} \right)}_{g_{2-}(\mathbf{x})} C_-(u) \\
&\quad - \underbrace{\rho_0 R_S T \left( \frac{n_{zu}}{V_2(s)} p_v A_2 \Pi_{2v} + \frac{n_{ab}}{V_1(s)} p_1 A_1 \Pi_{01} \right)}_{g_{2+}(\mathbf{x})} C_+(u),
\end{aligned} \tag{5.36}$$

mit

$$g_{2+}(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{und} \quad g_{2-}(\mathbf{x}) \geq 0. \tag{5.37}$$

Zusammen mit der Zustandsrückführung von (5.35) kann schließlich das resultieren-

de Regelgesetz

$$\begin{aligned} C_-(u) &= \frac{-f_2(\mathbf{x}) + \alpha_2}{g_{2-}(\mathbf{x})} \quad \text{für} \quad -f_2(\mathbf{x}) + \alpha_2 \geq 0 \\ C_+(u) &= \frac{-f_2(\mathbf{x}) + \alpha_2}{-g_{2+}(\mathbf{x})} \quad \text{für} \quad -f_2(\mathbf{x}) + \alpha_2 < 0 \end{aligned} \quad (5.38)$$

gefunden werden.

Die reale Stellgröße  $u$  des System ergibt sich wiederum durch Inversion der Polynome der Leitwertfunktionen. Der schematische Aufbau des resultierenden Regelkreises entspricht dabei ebenfalls jenem von Abbildung 5.2.

### 5.2.3 Vergleich der Zustandsregelgesetze

Die strukturelle Ähnlichkeit der Zustandsregelgesetze von exakter Eingangs-Ausganglinearisierung (5.15) und des Backstepping-Verfahrens (5.38) motivieren zu einem abschließenden Vergleich.

Betrachtet man exemplarisch die Regelgesetze für  $u < 0$ , also den Fall  $-a(\mathbf{x}) + u^* \geq 0$  bzw.  $-f_2(\mathbf{x}) + \alpha_2 \geq 0$ , so gilt mit (5.15) und (5.21) für die exakte Eingangs-Ausganglinearisierung

$$\begin{aligned} C_{EA,-}(u) &= \left( \underbrace{\frac{\rho_0 R_S T}{m} \left( \frac{n_{zu}}{V_1(s)} p_v A_1 \Pi_{1v} + \frac{n_{ab}}{V_2(s)} p_2 A_2 \Pi_{02} \right)}_{b_-(\mathbf{x})} \right)^{-1} \\ &\quad \left( \underbrace{\frac{1}{m} \left( \frac{n_v p_1 A_1^2}{V_1(s)} v + \frac{n_v p_2 A_2^2}{V_2(s)} v + \dot{F}_R \right)}_{-a(\mathbf{x})} + \underbrace{\ddot{s}_d - \theta_a e_a - \theta_v e_v - \theta_s e_s - \theta_I e_I}_{u^*} \right), \end{aligned} \quad (5.39)$$



bzw. mit (5.38) und (5.35) für das Backstepping-Verfahren

$$\begin{aligned}
C_{\text{BS},-}(u) = & \left( \underbrace{\rho_0 R_S T \left( \frac{n_{zu}}{V_1(s)} p_v A_1 \Pi_{1v} + \frac{n_{ab}}{V_2(s)} p_2 A_2 \Pi_{02} \right)}_{g_{2-(\mathbf{x})}} \right)^{-1} \\
& \left( \underbrace{\frac{n_v p_1 A_1^2}{V_1(s)} v + \frac{n_v p_2 A_2^2}{V_2(s)} v}_{-f_2(\mathbf{x})} + \underbrace{\dot{F}_R + \ddot{s}_d m - \lambda_v m \dot{e}_v - \lambda_s m e_v - \lambda_I m e_s}_{\dot{\alpha}_1} \right. \\
& - \underbrace{c_2 (F_\Delta - (A_1 - A_2) p_0 - F_R - mg + \lambda_I m e_I + \lambda_s m e_s + \lambda_v m e_v - \ddot{s}_d m)}_{c_2(F_\Delta - \alpha_1)} \\
& \left. - \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{e_I}{\lambda_I} - \frac{(\lambda_v^2 + \lambda_I \lambda_v + \lambda_I^2 c_1) e_s}{\lambda_I (\lambda_I - \lambda_s \lambda_v)} - \frac{(\lambda_I \lambda_s c_1 + \lambda_v + \lambda_I) e_v}{\lambda_I (\lambda_I - \lambda_s \lambda_v)} \right) \frac{1}{m} \right). \tag{5.40}
\end{aligned}$$

Der Vergleich zeigt, dass die ersten beiden Terme, bis auf einen in (5.40) fehlenden Integralterm  $e_I$ , nahezu ident sind.

Die zusätzlichen Terme im Regelgesetz (5.40) erlauben weitere Freiheiten beim Einstellen des Regelverhaltens. So lässt sich z. B. mit dem Koeffizienten  $c_2$  die Abweichung zwischen benötigter Differenzdruckkraft  $\alpha_1$  und tatsächlicher Differenzdruckkraft  $F_\Delta$  gewichten. Der Parameter  $\epsilon$  unterdrückt im Stellgesetz den Anteil der Lyapunov-Funktion  $V_1$ , welcher einerseits für den Nachweis der Stabilität des Backstepping-Reglers erforderlich ist und andererseits aber zu Abweichungen in der Fehlerdynamik von (5.26) führt.

## 5.3 Kraftregelung

Aufgabe des in diesem Abschnitt zu entwerfenden Kraftreglers ist es mit dem oberen Zylinder eine vorgegebene Krafttrajektorie  $y_d(t) = F_{Z_d}$  auf den Führungsschlitten auszuüben. Position und Geschwindigkeit des Schlittens werden dabei vom positionsgeregelten unteren Zylinder eingepreßt.

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen ist die Zustandsdarstellung des Entwurfsmodells von (5.6). Nach dem Austausch des Vorzeichens der Gewichtskraft  $mg$

folgt das Entwurfsmodell des oberen Teilsystems zu

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}_o(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, u), & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \\ y &= h(\mathbf{x}) = F_Z,\end{aligned}\quad (5.41)$$

mit der auf den Führungsschlitten wirkenden Zylinderkraft

$$F_Z = p_1 A_1 - p_2 A_2 - p_0 (A_1 - A_2) + mg - F_{R,z}. \quad (5.42)$$

Man beachte, dass für eine Kraftregelung bis zum Angriffspunkt des Schlittens lediglich die Reibkraft der Zylindereinheit  $F_R = F_{R,z}$  zu berücksichtigen ist und die hier bewegte Masse  $m$  sich auf die Masse der oberen Zylindereinheit beschränkt.

Für die Lösung der Regelungsaufgabe wird, wie schon bei der Positionsregelung, die Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung angewendet. Die Vorgangsweise ist damit sehr ähnlich zu der in Abschnitt 5.2.1.

Untersucht man die zeitliche Änderung des Ausgangs  $y = h(\mathbf{x}) = F_Z$  entlang einer Lösungskurve von (5.41), so erhält man

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \dot{p}_1 A_1 - \dot{p}_2 A_2 - \dot{F}_{R,z} \\ &= \underbrace{\left( -\frac{n_v p_1 A_1^2}{V_1(s)} v - \frac{n_v p_2 A_2^2}{V_2(s)} v - \dot{F}_{R,z} \right)}_{a(\mathbf{x})} \\ &\quad + \underbrace{\rho_0 R_S T \left( \frac{n_{zu}}{V_1(s)} p_v A_1 \Pi_{1v} + \frac{n_{ab}}{V_2(s)} p_2 A_2 \Pi_{02} \right)}_{b_-(\mathbf{x})} C_-(u) \\ &\quad - \underbrace{\rho_0 R_S T \left( \frac{n_{zu}}{V_2(s)} p_v A_2 \Pi_{2v} + \frac{n_{ab}}{V_1(s)} p_1 A_1 \Pi_{01} \right)}_{b_+(\mathbf{x})} C_+(u),\end{aligned}\quad (5.43)$$

mit der Eingangsfunktion

$$b(\mathbf{x}, u) = \begin{cases} -b_+(\mathbf{x}) C_+(u) & \text{für } u \geq 0 \\ b_-(\mathbf{x}) C_-(u) & \text{für } u < 0. \end{cases} \quad (5.44)$$

Setzt man  $\dot{y}$  von (5.43) gleich einem neuen Eingang, d. h.

$$\dot{y} = a(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x}, u) = u^*, \quad (5.45)$$

so folgt nach Umformen

$$b(\mathbf{x}, u) = -a(\mathbf{x}) + u^*. \quad (5.46)$$

Analog zum Abschnitt 5.2.1 erkennt man, dass auch in diesem Fall stets

$$b_+(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{und} \quad b_-(\mathbf{x}) \geq 0 \quad (5.47)$$

gelten muss, und folgedessen das Vorzeichen der rechten Seite von (5.46) wiederum das Vorzeichen von  $u$  bestimmt. Mit dem Zustandsregelgesetz der Kraftregelung

$$\begin{aligned} C_-(u) &= \frac{-a(\mathbf{x}) + u^*}{b_-(\mathbf{x})} \quad \text{für} \quad -a(\mathbf{x}) + u^* \geq 0 \\ C_+(u) &= \frac{-a(\mathbf{x}) + u^*}{-b_+(\mathbf{x})} \quad \text{für} \quad -a(\mathbf{x}) + u^* < 0 \end{aligned} \quad (5.48)$$

folgt so ein lineares Eingangs-Ausgangsverhalten.

Der relative Grad ist für den Ausgang  $y = h(\mathbf{x}) = F_Z$  mit  $r = 1$  gegeben. Mit der im Entwurfsmodell getroffenen Annahme  $p_0 \leq p_i \leq p_v$ ,  $i \in \{1, 2\}$  und der Tatsache, dass die Kolbenposition und die Kolbengeschwindigkeit des oberen Zylinders durch den positionsgeregelten unteren Zylinder vorgegeben werden, kann davon ausgegangen werden, dass die Zustandsgrößen auch der Nulldynamik beschränkt bleiben. Damit kann man annehmen, dass für die Kraftregelung die Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung ein stabilisierendes Zustandsregelgesetz (5.48) liefert.

Wählt man für den neuen Eingang

$$u^* = \dot{F}_{Z_d} - \underbrace{\gamma_{F_Z}}_{e_{F_Z}} (y - F_{Z_d}) - \underbrace{\gamma_I}_{e_I} \int y - F_{Z_d} dt \quad (5.49)$$

mit der Referenzkraft  $F_{Z_d}$  und der zeitlichen Ableitung  $\dot{F}_{Z_d}$ , führt das Regelgesetz von (5.48), unter der Voraussetzung, dass der gesamte Zustand messtechnisch erfasst werden kann, zu einer exponentiell stabilen Fehlerdynamik der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_I \\ \dot{e}_{F_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\gamma_I & -\gamma_{F_Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_I \\ e_{F_Z} \end{bmatrix}, \quad (5.50)$$

mit geeigneten positiven Koeffizienten  $\gamma_{F_Z} > 0$  und  $\gamma_I > 0$ .

Die Stellgröße  $\tilde{u}$  des Zustandsregelgesetzes (5.48) ergibt sich wiederum nach Inversion der Polynome der Leitwertfunktionen  $C_+(u)$  bzw.  $C_-(u)$  und anschließender Entnormierung auf  $\tilde{u} = 0 \dots 10$  V. Der schematische Aufbau des Regelkreises entspricht abermals jenem von Abbildung 5.2, wobei hierbei die Solltrajektorie  $y_d = F_{Z_d}$  nur bis zur ersten Ableitung vorgegeben werden muss.

# 6 Implementierung

Wie bereits bei der allgemeinen Beschreibung des Prüfstands in Kapitel 2 erwähnt, erfolgt die gesamte Signalverarbeitung auf einem dSPACE DS1103 Echtzeitregelsystem. Zusammen mit der RTI-Toolbox erlaubt diese eine diskrete Implementierung der Regelungsstrategien aus Kapitel 5 in MATLAB/SIMULINK mit einer Abtastzeit von  $T_a = 1$  ms.

Im folgenden Kapitel werden die im Rahmen dieser Arbeit angewandten Methoden zur praktischen Implementierung der Regelkreise erläutert. Im Besonderen wird hierbei auf die Generierung der Solltrajektorien, die Messung und Filterung der aktuellen Zustandsgrößen und eine Steigungsbegrenzung der Stellgröße eingegangen.

## 6.1 Trajektorienplanung

Gemäß den in Kapitel 5 erarbeiteten Regelgesetzen ist für die Positionsregelung eine dreifach stetig differenzierbare Solltrajektorie  $y_d(t) = s_d$ , bzw. im Falle der Kraftregelung eine einfach stetig differenzierbare Solltrajektorie  $y_d(t) = F_{Z_d}$ , vorzugeben.

Für eine gewünschte Punkt-zu-Punkt Bewegung erfolgt die Generierung der  $n$ -fach stetig differenzierbaren Referenztrajektorie mit einem polynomialen Ansatz der Form

$$y_d(t) = y_0 + (y_T - y_0) \sum_{i=n+1}^{2n+1} \varsigma_i \left(\frac{t}{T}\right)^i, \quad t \in [0, T], \quad (6.1)$$

mit dem Anfangswert  $y_0$ , dem Endwert  $y_T$ , der Transitionszeit  $T$  und den Koeffizienten

$$\varsigma_i = \frac{(-1)^{i-n-1} (2n+1)!}{n! i (i-n-1)! (2n+1-i)!}, \quad (6.2)$$

für  $i = n+1, \dots, 2n+1$ , siehe Anhang A Tabelle A.12.

Etwaige stetig differenzierbare Referenztrajektorien, wie z. B. sinusförmige Verläufe, können hingegen direkt vorgegeben werden. Die zugehörigen zeitlichen Ableitung von  $y_d(t)$  berechnen sich dann durch einfache Differentiation. Beim Starten der sinusförmigen Trajektorien werden die Amplituden mit einer Rampenfunktion  $r(t) = t$  multipliziert. Um hierbei ein zufriedenstellendes Folgeverhalten des Reglers zu gewährleisten, dürfen, aufgrund der beschränkten Dynamik des pneumatischen Gesamtsystems, die vorgegebenen Transitionszeiten nicht zu klein bzw. die Frequenzen nicht zu groß gewählt werden.

Bei unstetigen Sollvorgaben werden die entsprechenden dreifach stetig differenzierbaren Referenztrajektorien inklusive deren Zeitableitungen mit Hilfe eines Zustandsvariablenfilters 4. Ordnung der Form

$$\dot{\mathbf{x}}_{\vartheta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\vartheta_0 & -\vartheta_1 & -\vartheta_2 & -\vartheta_3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\vartheta} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r_u, \quad \mathbf{x}_{\vartheta}(0) = \mathbf{x}_{\vartheta,0}, \quad (6.3)$$

$$\begin{bmatrix} y_d \\ \dot{y}_d \\ \ddot{y}_d \\ \dddot{y}_d \end{bmatrix} = \mathbf{E}\vartheta_0 \mathbf{x}_{\vartheta},$$

mit dem Zustand  $\mathbf{x}_{\vartheta}$ , dem unstetigen Eingang  $r_u$  und den Koeffizienten  $\vartheta_0, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$  des zugehörigen charakteristischen Polynoms gebildet.

## 6.2 Zustandsregelgesetze

Voraussetzung für die erfolgreiche Implementierung der im Kapitel 5 entworfenen Regelgesetze ist eine hinreichend genaue Messung der Systemzustände  $\mathbf{x}$ . Die physikalischen Messgrößen werden unter Verwendung der in Tabelle A.2 angeführten Sensoren erfasst.

Die Kalibrierungen und Offset-Kompensation der Sensoren erfolgt digital. Durch Überabtastung um den Faktor 10 ( $T_a = 100 \mu\text{s}$ ) und anschließender Filterung anhand des gleitenden Mittelwerts kann das Rauschniveau der Sensorsignale deutlich verringert werden. Die resultierenden Rauschpegel des Positionssensors  $\Delta s_{\text{noise}} < 50 \mu\text{m}$ , des Geschwindigkeitssensors  $\Delta v_{\text{noise}} < 200 \mu\text{m s}^{-1}$ , der Kraftsensoren  $\Delta F_{\text{noise}} < 0.5 \text{ N}$ , und der Drucksensoren  $\Delta p_{\text{noise}} < 0.01 \text{ bar}$  liegen damit in einem akzeptablen Bereich. Die vergleichsweise hohen Rauschamplituden der Drucksensoren konnten

aufgrund der niederfrequenten Störungen auch durch den Einsatz dieser Filterung nur unmerklich verbessert werden.

Um bei den Zustandsregelgesetzen (5.15), (5.38) und (5.48) eine etwaige Division durch Null zu verhindern, sind bei der praktischen Implementierung die Sonderfälle

$$\begin{aligned} C_-(u) &= u_{\min} & \text{für } b_-(\mathbf{x}) &= 0 \\ C_+(u) &= u_{\max} & \text{für } b_+(\mathbf{x}) &= 0 \end{aligned} \quad (6.4)$$

mit den Stellgrößenbeschränkungen  $u_{\min}$  und  $u_{\max}$  zu berücksichtigen. Diese treten auf, wenn gleichzeitig je eine Zylinderkammer vollständig befüllt ( $p_i = p_v, i \in \{1, 2\}$ ) und die andere vollständig entlüftet ( $p_i = p_0, i \in \{1, 2\}$ ) ist.

Weiters wurden die Stellgrößenbeschränkungen  $u \geq u_{\min} = -1$  bzw.  $u \leq u_{\max} = 1$  anhand der Anti-Windup Begrenzung

$$\begin{aligned} e_I &= \int \tilde{e}_s dt \quad \text{mit} \\ \tilde{e}_s &= \begin{cases} 0 & \text{für } (u \geq u_{\max}) \wedge (e_s > 0) \\ 0 & \text{für } (u \leq u_{\min}) \wedge (e_s < 0) \\ e_s & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.5)$$

berücksichtigt. Die zeitdiskrete Implementierung des I-Anteils der Regelgesetze erfolgte mit Hilfe des Euler-Vorwärts Verfahrens.

Trotz der im vorherigen Abschnitt präsentierten Maßnahmen zur Verringerung der Rauschpegel kann es im laufenden Regelbetrieb zu starken Schwankungen der Stellgröße  $u$  kommen. Bei näherer Analyse erkennt man, dass diese vor allem im stationären Fall ( $s_d = \text{konst.}$  bzw.  $F_{Z_d} = \text{konst.}$ ) auftreten. Durch die bauartbedingte Nullüberdeckung ist der Anstieg der Leitwertkennlinie im Bereich der Ventilmittelstellung extrem gering. Damit führen hier bereits kleinste Änderungen zu großen Schwankungen der Stellgröße  $u$ .

Um diesen Effekt abzuschwächen und die Geräusentwicklung und Abnutzung der Ventilkomponenten zu verringern, wurde eine abschnittsweise Tiefpassfilterung 1.Ordnung der Stellgröße in der Form

$$\tilde{u}_{k+1} = \begin{cases} \tilde{u}_k + T_a \frac{1}{T_k} (u_{k+1} - \tilde{u}_k) & \text{für } |\tilde{u}_k| < a \\ u_{k+1} & \text{sonst,} \end{cases} \quad (6.6)$$

mit der Abtastzeit  $T_a$  und der Zeitkonstanten  $T_k$  eingeführt. Damit werden sprungförmige Änderungen der Stellgröße im Bereich der Nullüberdeckung  $\pm a$  verhindert,

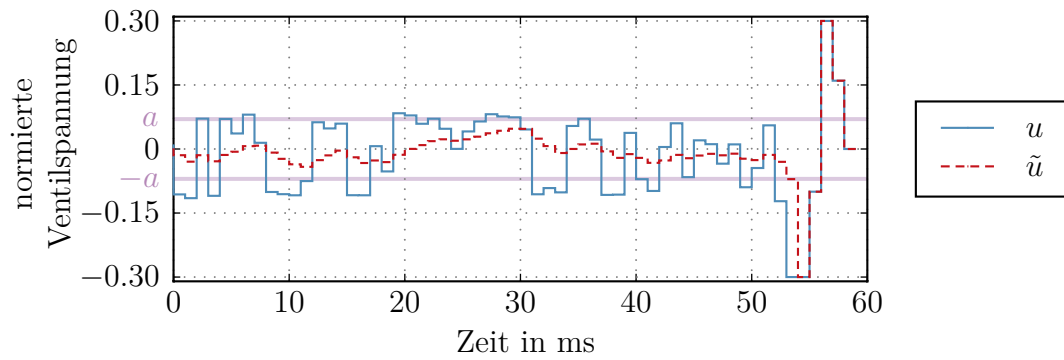


Abbildung 6.1: Normierte Stellgröße mit und ohne aktiver Tiefpassfilterung.

ohne jedoch die Dynamik außerhalb des Bereichs einzuschränken. Einen exemplarischen Vergleich der Stellsignale mit und ohne aktiver Tiefpassfilterung zeigt Abbildung 6.1.

# 7 Ergebnisse

Das folgende Kapitel behandelt die Analyse der Regelperformance der in Kapitel 5 entworfenen Zustandsregler anhand von Simulations- und Messergebnissen.

Die beiden Teilsysteme sind aus systemtheoretischer Sicht über die gegenseitigen Störungen gekoppelt, d. h. für die Positionsregelung gilt die vom oberen Zylinder ausgeübte Kraft bzw. für die Kraftregelung die vom unteren Zylinder vorgegebene Position als Störung. Ein getrennter Betrieb der Positions- und Kraftregler ist durch Nullsetzen dieser Störungen im Simulationsmodell bzw. durch physikalisches Trennen der Teilsysteme am realen Prüfstand möglich.

## 7.1 Simulationsergebnisse

Folgender Abschnitt zeigt die Simulationsergebnisse der Positions- und Kraftregelung. Im Unterschied zum Reglerentwurfmodell beinhaltet das Simulationsmodell auch die Dynamik und Leckagen der Proportional-Wegeventile. Da die realen, von den Sensoren gemessenen Zustandsgrößen quantisiert und rauschbehaftet sind, werden diese bei der Simulation vor der Rückführung an die Zustandsregler ebenfalls mit einer Quantisierung, entsprechend den Datenblättern der Sensoren (Tabelle A.2), und weißem Rauschen, entsprechend den Rauschamplituden von Abschnitt 6.2, beaufschlagt. Bei der folgenden Analyse werden Positions- und Kraftregler zunächst getrennt voneinander betrachtet, d. h. die gegenseitige Kopplung durch Nullsetzen der Störungen  $F_Z = 0$  bzw.  $s = \text{konst.}$  gelöst. Im letzten Abschnitt werden dann die beiden Teilsysteme über die Störanteile verbunden und die Regelperformance des Gesamtsystems untersucht.



### 7.1.1 Positionsregelung

Für die Positionsregelung des unteren Teilsystems wurden im Rahmen dieser Arbeit zwei unterschiedliche, nichtlineare Trajektorienfolgeregler nach der Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung (EA-Regler) und des Backstepping-Verfahrens (BS-Regler) entworfen. Bei den folgenden Simulationen wird zunächst das untere Teilsystem vom oberen Teilsystem getrennt, d. h. die Störung  $F_Z$  wird auf Null gesetzt. Um die erzielbaren Ergebnisse der entworfenen Regler zu quantifizieren und zu vergleichen, werden exemplarisch zwei, für die Anwendung typische Sollverläufe  $s_d$  vorgegeben.

#### Sprungförmiger Sollverlauf

Abbildung 7.1 zeigt die Simulationsergebnisse für verschiedene, vorgegebene Punkt-zu-Punkt Bewegungen mit einer Transitionszeit von  $T = 0.5$  s. Dabei zeigen sowohl der EA-Regler als auch der BS-Regler ein gutes Folgeverhalten. Die absoluten Positionsabweichungen liegen bei maximal  $\pm 0.1$  mm.

Wie man erkennt, steigen die Kammerdrücke  $p_1$  bzw.  $p_2$  bei schnellen Arbeitspunktwechseln bereits nahe an den Versorgungsdruck  $p_v = 7$  bar. Speziell beim Arbeitshub entgegen der Schwerkraft wird eine besonders große pneumatische Antriebskraft  $F_A$  benötigt.

Auch die zeitlichen Verläufe der Stellgrößen des EA-Reglers und des BS-Reglers stimmen nahezu überein. Die Aussteueramplituden aus der Nullstellung des Ventils betragen dabei maximal 80 %. Auffallend sind außerdem die stark schwankenden Stellsignale in den Bereichen konstanter Sollposition. Wie bereits im Kapitel 6 erwähnt, ist dies auf die geringe Steigung der Leitwertkennlinie im Bereich der Ventilnullüberdeckung zurückzuführen.

#### Sinusförmiger Sollverlauf

Die Simulationsergebnisse für einen vorgegebenen sinusförmigen Sollverlauf der Positionstrajektorie bei einer Frequenz von 1.3 Hz zeigt Abbildung 7.2.

Auch hier weisen beide Zustandsregler ein ähnliches Folgeverhalten auf. Die maximalen Fehler von  $\pm 0.3$  mm sind vergleichsweise etwas höher als beim Arbeitspunktwechsel. Man erkennt, dass die größten Abweichungen stets bei der Umkehr der Be-

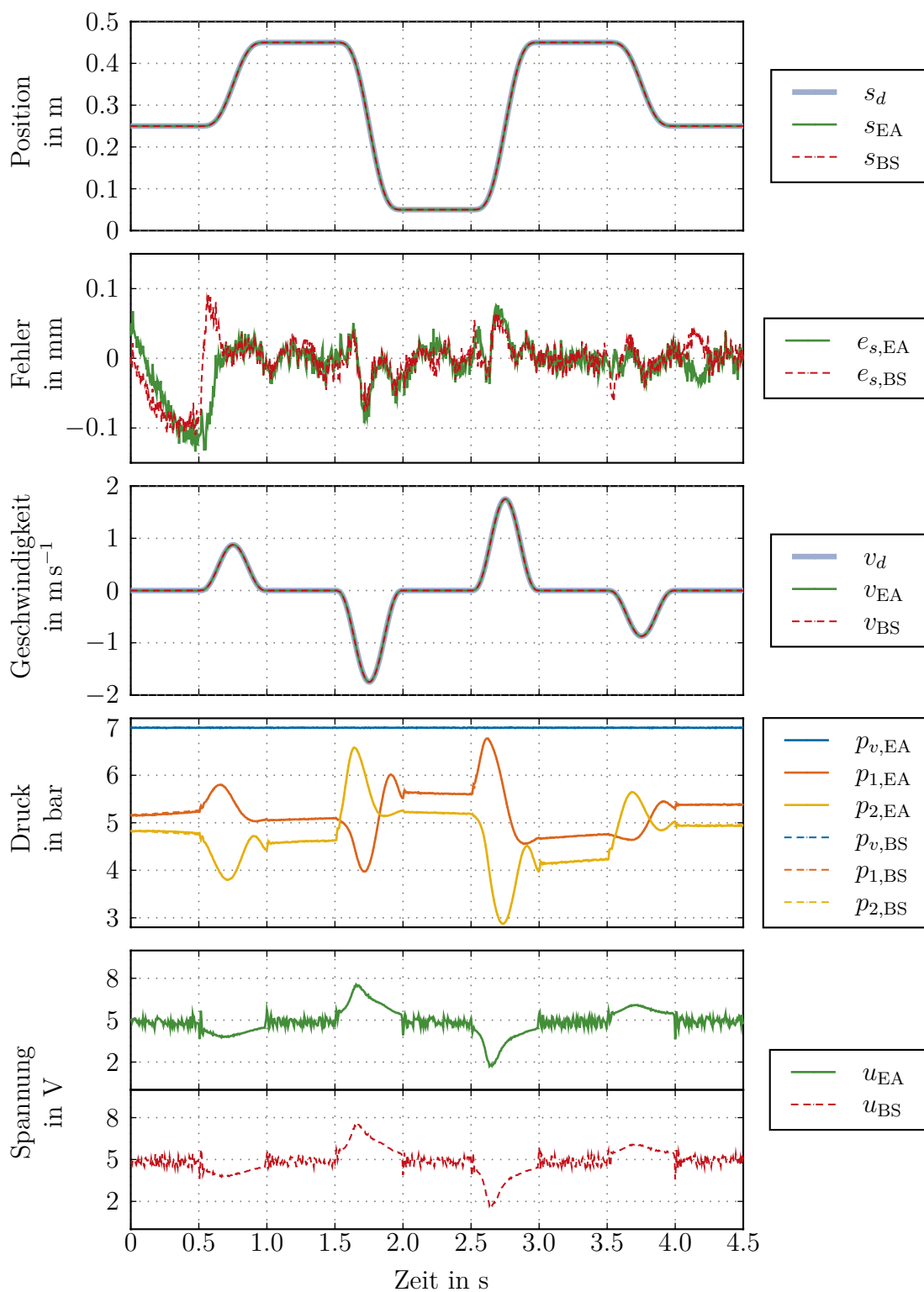


Abbildung 7.1: Simulationsergebnisse der Positionsregelung für Arbeitspunktwechsel.

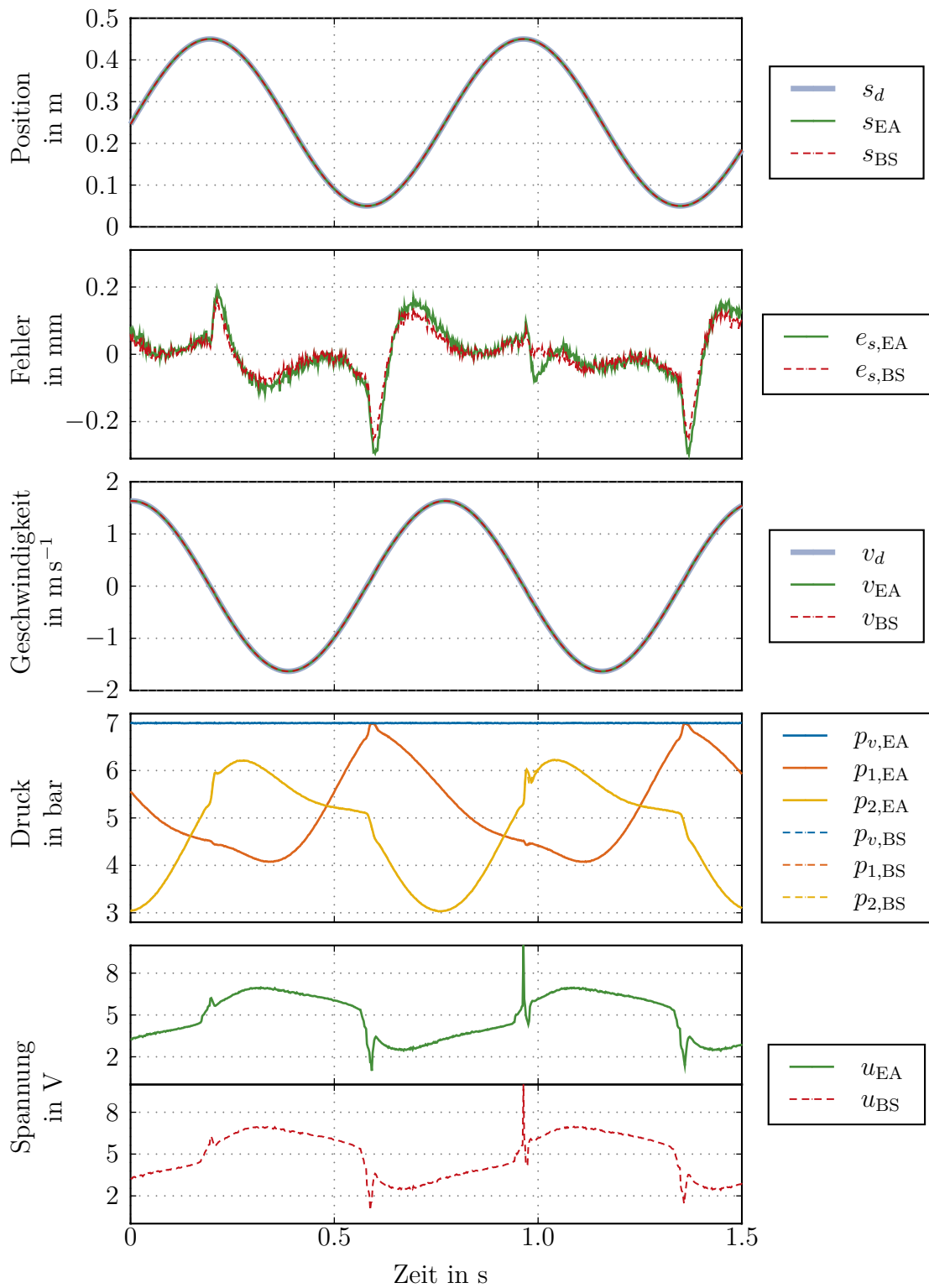


Abbildung 7.2: Simulationsergebnisse der Positionsregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position.

wegungsrichtung und dem damit verbundenen Vorzeichenwechsel der Geschwindigkeit auftreten. Wie in Kapitel 6 erwähnt, werden die Reibterme bei der praktischen Implementierung auf Basis der vorgegebenen Geschwindigkeiten  $v_d$  kompensiert. Bei sehr geringen Geschwindigkeiten können damit allerdings kleinste Unterschiede zwischen vorgegebener und tatsächlicher Geschwindigkeit zu einem kurzzeitigen falschen Vorzeichen bei der Reibungskompensation führen. Die auffälligen Spitzen in den Stellsignalen sind ebenfalls auf den Vorzeichenwechsel der Reibkräfte zurückzuführen. Nichtsdestotrotz zeigt diese nicht exakte Kompensation sowohl in der Simulation als auch später beim praktischen Versuchsaufbau eine Verbesserung des Regelverhaltens.

### 7.1.2 Kraftregelung

Für die Performanceanalyse der Kraftregelung des oberen Teilsystems wird bei den folgenden Simulationen die vom unteren Teilsystem vorgegebene Position  $s$  auf einen konstanten Wert gehalten. Dies entspricht einer mechanischen Fixierung des Führungsschlittens. Auch hier werden exemplarisch zwei typische Sollverläufe der Kraft vorgegeben.

#### Sprungförmiger Sollverlauf

Abbildung 7.3 zeigt die Simulationsergebnisse für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Kraft bei einer Transitionszeit von  $T = 0.5$  s.

Mit einem maximalen Fehler  $|e_{F_Z}|$  von etwa 6 N zeigt der entworfene Kraftregler ein gutes Folgeverhalten. Wie man erkennt, klingen die Regelabweichungen während der Anfangsphase aufgrund des gering gewichteten Integratorkoeffizienten  $a_I$  nur verhältnismäßig langsam ab. Weitere Simulationen haben in diesem Zusammenhang allerdings gezeigt, dass ein Anheben des Koeffizienten zu einer erhöhten Schwingneigung des Systems führen kann.

Zum Aufbau einer Kraft von  $F_Z = -500$  N auf den Führungsschlitten wird eine Druckdifferenz von fast 6 bar benötigt. Damit stoßen die Kammerdrücke  $p_1$ ,  $p_2$  bereits an die Grenzen von Versorgungsdruck  $p_v$  und Umgebungsdruck  $p_0$ . Weiters ist auffallend, dass die Kammerdrücke bei der Vorgabe einer konstanten Kraft nicht auf einem stationären Wert bleiben, sondern aufgrund der Ventilleckagen langsam driften.

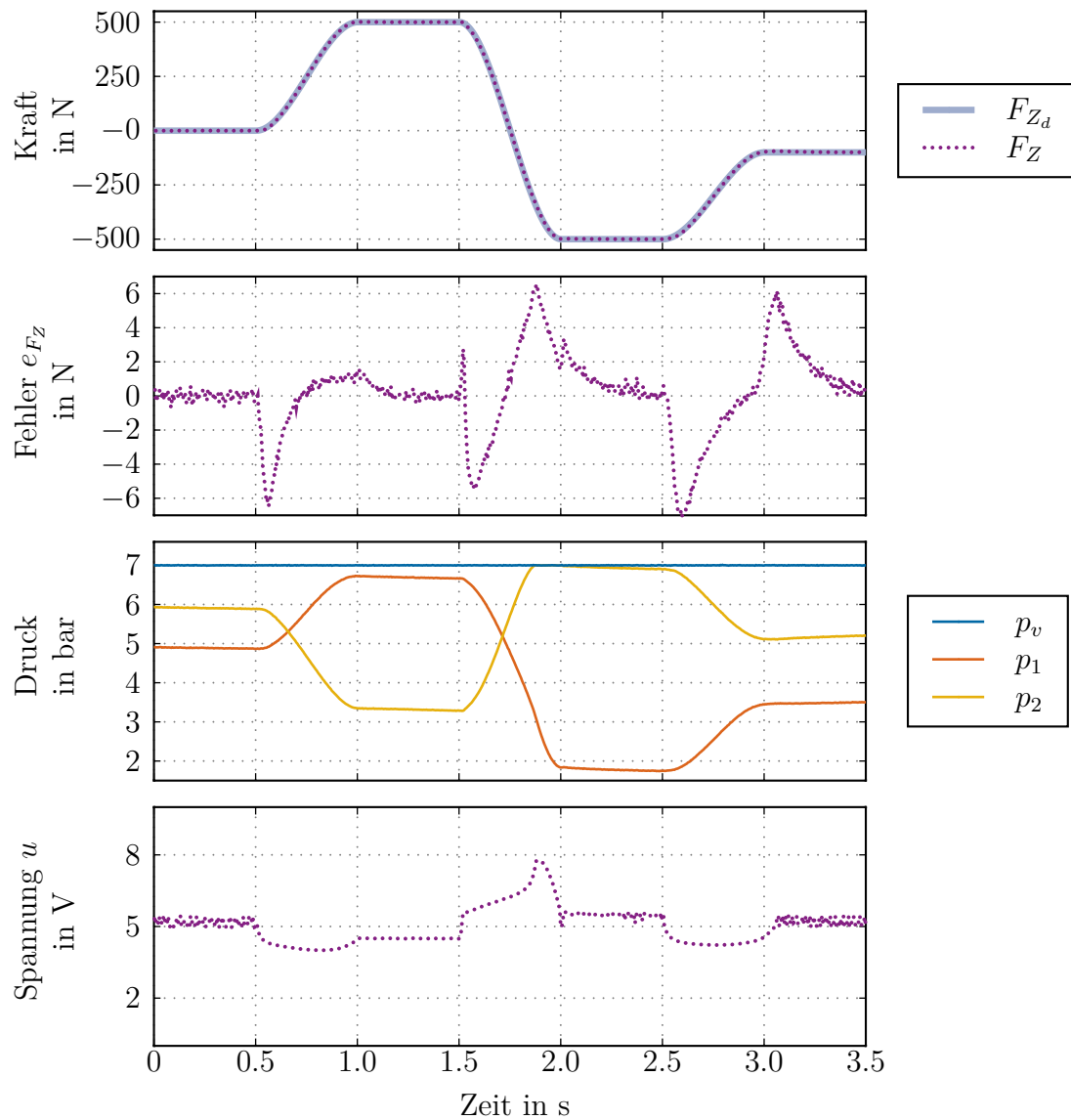


Abbildung 7.3: Simulationsergebnisse der Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Kraft.

### Sinusförmiger Sollverlauf

Für den Fall einer sinusförmigen Solltrajektorie mit einer Amplitude von 200 N, einer Frequenz von 2 Hz und einem Offset von 200 N weist der Kraftregler ein ebenfalls ansprechendes Folgeverhalten auf. Nach Abbildung 7.4 bewegt sich der maximale Fehler  $|e_{Fz}|$  im Bereich von 6 N, wobei die größten Abweichungen in der Nähe der Amplitudenmaxima auftreten. Durch die geringe Gewichtung der Integratorkoeffizienten  $a_I$  klingen auch diese Fehler nur verhältnismäßig langsam ab.

### 7.1.3 Positionsregelung und Kraftregelung

Nachdem die unterschiedlichen Zustandsregler jeweils für sich verifiziert werden konnten, erfolgt im nächsten Schritt die Kopplung der Teilsysteme über die gegenseitigen Störungen, d. h. für den Positionsregler wirkt die vom oberen Teilsystem ausgeübte Kraft, bzw. für den Kraftregler die vom unteren Teilsystem vorgegebene Position als externe Störung. Damit arbeiten Positions- und Kraftregler stets gegeneinander. Eine vom Kraftregler eingeleitete Änderung der Kraft auf den unteren Zylinder bewirkt im ersten Moment eine Abweichung von dessen Sollposition. Diesen Fehler versucht der Positionsregler durch Anheben der Differenz in den Kammerdrücken auszugleichen und übt dabei wiederum eine Kraft auf den oberen Zylinder aus. Damit ist allerdings einsichtig, dass eine aggressive Kraftregelung Performanceverluste bei der Positionsregelung mit sich bringt, und umgekehrt. Im Rahmen der folgenden Untersuchungen wurde durch entsprechende Wahl der Reglerparameter (siehe Anhang A.3) die Bandbreite des Positionsreglers höher als die des Kraftreglers gewählt, und damit der Fokus auf eine exakte Positionsregelung gelegt. Die Untersuchung des Verhaltens der geschlossenen Regelkreise erfolgt wiederum exemplarisch anhand von zwei Szenarien.

### Sprungförmiger Sollverlauf

Für die Simulationsergebnisse führte der untere, positionsgeregelte Zylinder verschiedene Arbeitspunktwechsel bei einer Transitionszeit von  $T = 0.6$  s aus, während gleichzeitig der obere, kraftgeregelte Zylinder eine konstante Kraft auf diesen ausübt. Das sprungförmige Umschalten zwischen verschiedenen Zug- und Druckkräften, bei einer Transitionszeit von  $T = 0.2$  s erfolgt jeweils in Phasen konstanter Sollpositionen  $s_d = \text{konstant}$ .

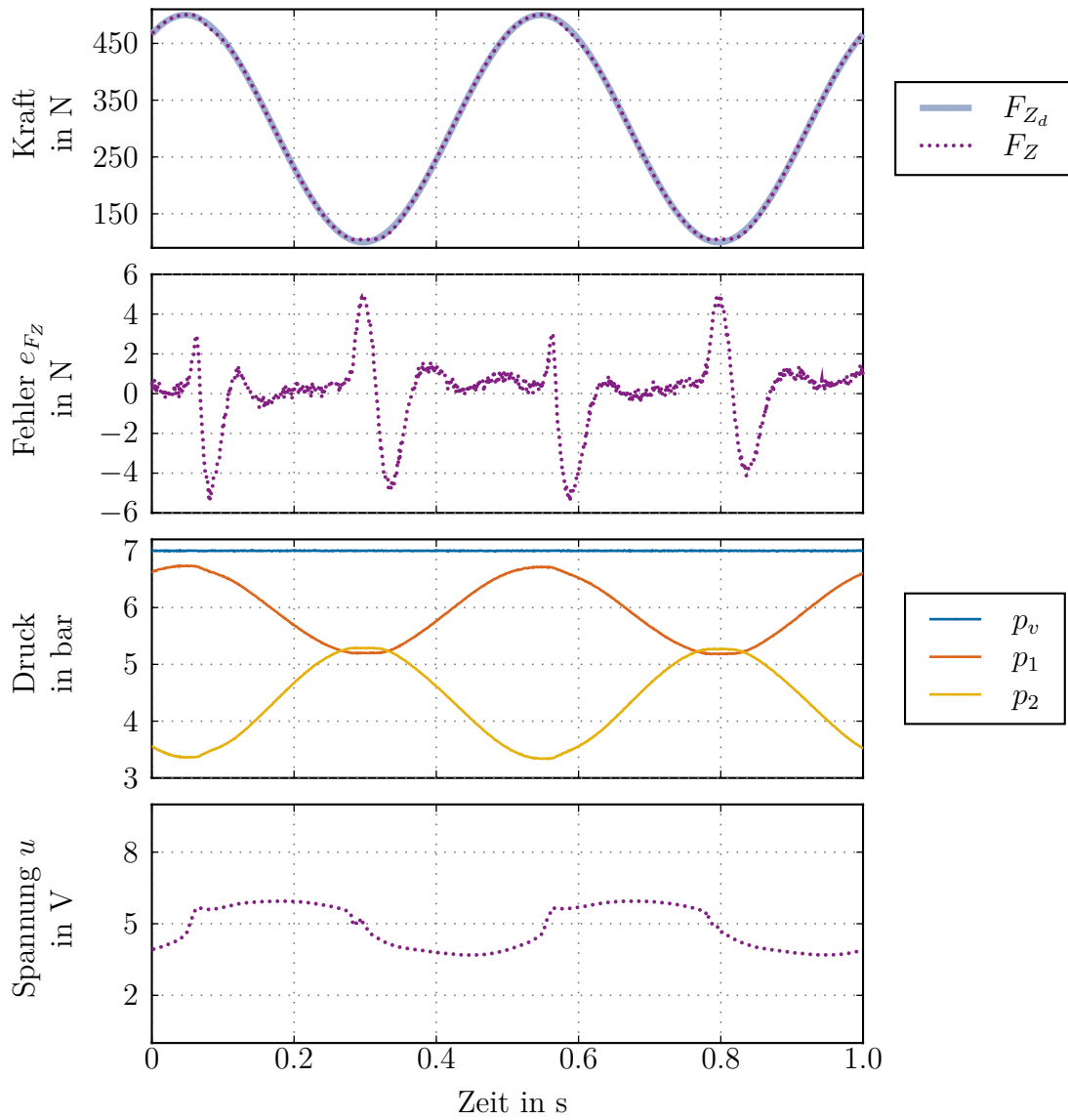


Abbildung 7.4: Simulationsergebnisse der Kraftregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Kraft.

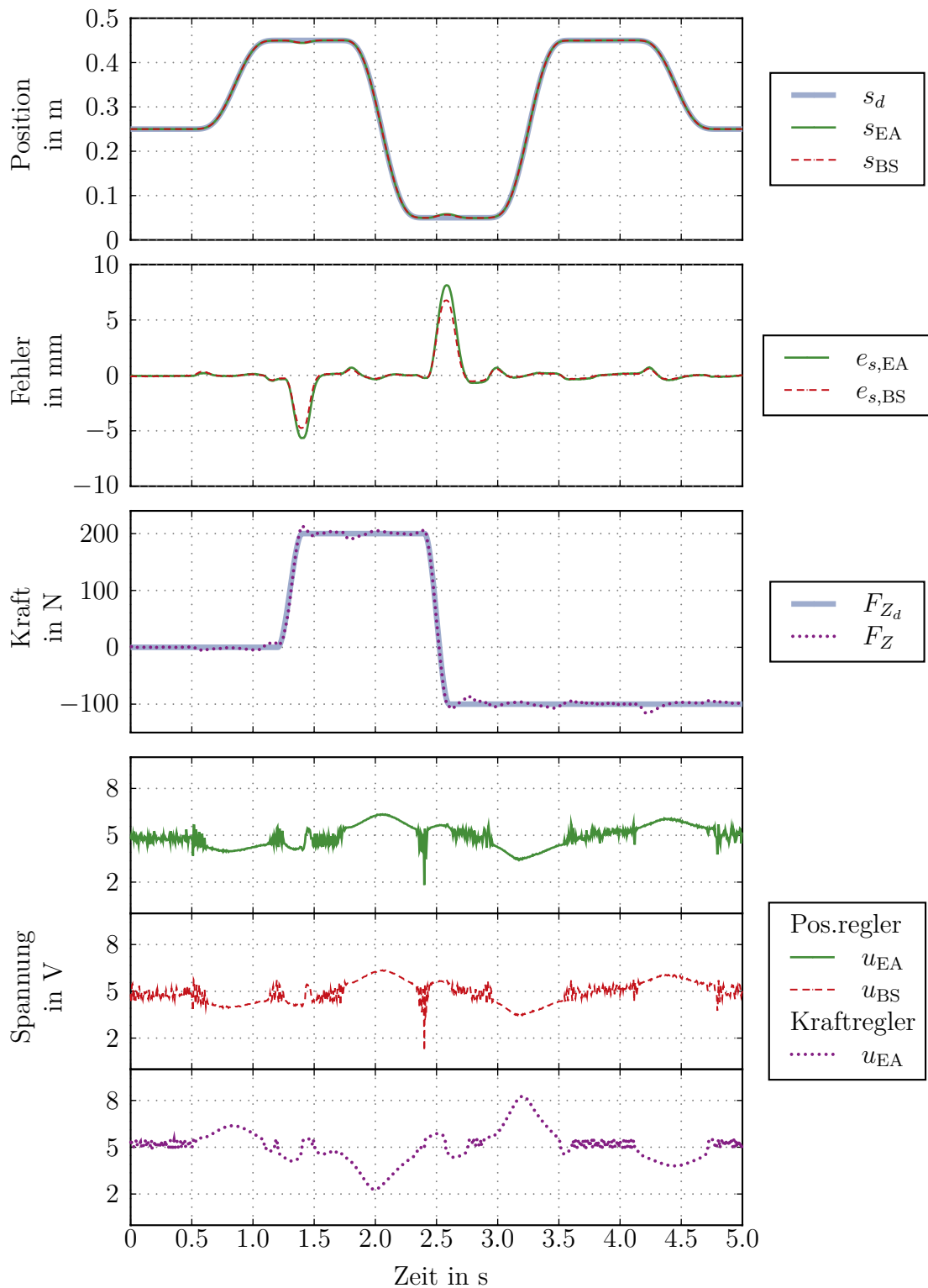


Abbildung 7.5: Simulationsergebnisse der Positions- und Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Position und für eine nahezu sprungförmige Störkraft.



Abbildung 7.5 zeigt, dass die Positionsfehler  $|e_s|$  des EA-Reglers und des BS-Reglers bei der Vorgabe von konstanten Störkräften selbst bei schnellen Arbeitspunktwechseln unter 1 mm liegen. Allerdings erkennt man auch, dass es beim raschen Umschalten der Störkräfte  $F_Z$  zu deutlichen Abweichungen von den vorgegebenen Sollpositionen kommt. Die Integratoren der jeweiligen Positionsregler brauchen verhältnismäßig lange, um sich auf die geänderten Bedingungen einzustellen und den Fehler auszugleichen. Hierbei zeigt der BS-Regler ein leicht besseres Störverhalten gegenüber dem EA-Regler auf.

Die Stellsignale der Positionsregler sind relativ klein und weisen nur beim Umschalten der externen Störung deutliche Spitzen auf. Wie man am Verlauf der Stellgröße des Kraftreglers erkennt, sind große Stellgrößen notwendig um die eingprägten Bewegungen des positionsgeregelten Zylinders auszugleichen und die vorgegebene Kraft konstant zu halten. Für die schnellen Änderungen des Sollverlaufs der Kraft wird hingegen vergleichsweise wenig Stellsignal benötigt.

### Sinusförmiger Sollverlauf

Abschließend wird für den positionsgeregelten Zylinder ein sinusförmiger Sollverlauf mit einer Frequenz von 1 Hz vorgegeben, während gleichzeitig der kraftgeregelte Zylinder einen sinusförmigen Kraftverlauf mit einer Amplitude von 100 N und einer Frequenz von 0.2 Hz auf diesen ausübt.

Wie man in Abbildung 7.6 erkennt, bewegen sich die maximalen Fehler im Bereich von  $\pm 1$  mm. Die entworfenen Positionsregler zeigen eine vergleichbare Regelleistung. Hinsichtlich der Kraftregelung treten Abweichungen vom Sollverlauf  $e_{F_z}$  speziell an den Extrempunkten des Positionsverlaufs auf. Verantwortlich dafür sind die Vorzeichenwechsel der Geschwindigkeit und die damit verbundene Umkehr der Reibkraftichtung.

Betrachtet man die Stellsignale der Positionsregler, fällt auf, dass zu bestimmten Zeitpunkten bereits die volle Stellgröße aufgebracht wird. In diesen Situationen muss der positionsgeregelte Zylinder zur Umkehrung der Bewegungsrichtung gegen die Schwerkraft und die zusätzliche Störkraft vom oberen Teilsystem arbeiten. Am Stellsignal der Kraftregelung erkennt man eine gewisse Ähnlichkeit zur Periodizität des Positionsverlaufs. Der positionsgeregelte Zylinder bewirkt mit seiner Kolbenbewegung eine Volumsänderungen in den Kammern des kraftgeregelten Zylinders. Um einer daraus resultierenden Druckänderung entgegenzuwirken, müssen die entsprechenden Zylinderkammern je nach Bewegungsrichtung befüllt bzw. entlüftet werden. Es zeigt sich, dass der Verlauf der Stellgröße des Kraftreglers genau

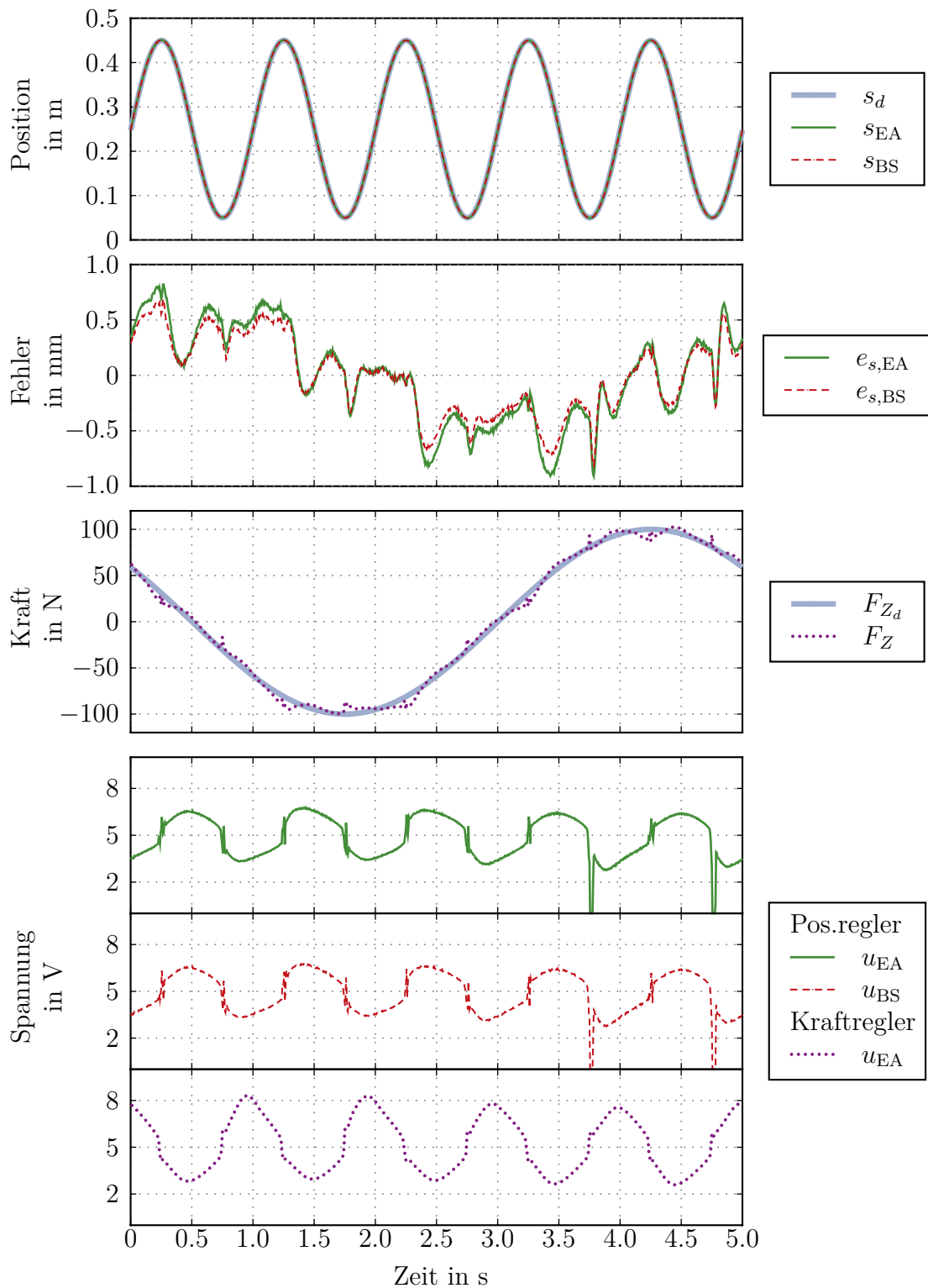


Abbildung 7.6: Simulationsergebnisse der Positions- und Kraftregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position und einen sinusförmigen Sollverlauf der Kraft.

auf diesen Vorgang zurückzuführen ist, während der Anteil für den sinusförmigen Verlauf der Kraft lediglich an der Einhüllenden des Stellsignals erkennbar ist.

## 7.2 Messergebnisse

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die Performance der entworfenen Regelungsstrategien simulativ untersucht wurde, wird diese im nächsten Schritt am realen Prüfstand getestet. Dabei werden zunächst Positions- und Kraftregler getrennt voneinander betrachtet und erst im letzten Abschnitt über den Führungsschlitten gekoppelt. Die im Rahmen dieser Messungen verwendeten Reglerparameter entsprechen jenen von Anhang A.3.

### 7.2.1 Positionsregelung

Für die Performanceanalyse der entworfenen Positionsregler wird das obere Teilsystem vom Führungsschlitten getrennt und nur das untere Teilsystem betrachtet. Die im Rahmen dieses Abschnitts vorgegebenen Sollwertverläufe der Position  $s_d$  entsprechen hierbei wieder jenen der Simulationen von Abschnitt 7.1.

#### Sprungförmiger Sollverlauf

Als Sollwertverlauf für die Positionsregelung werden verschiedene Punkt-zu-Punkt Bewegungen mit einer Transitionszeit von  $T = 0.5$  s vorgegeben, siehe Abbildung 7.7.

Bei einem maximalen Fehler  $|e_s|$  von etwa 3 mm zeigen die beiden Positionsregler annähernd gleiche Performance, wobei die Abweichungen um eine Größenordnung über denen der Simulationsergebnisse liegen. Auffallend ist, dass es verhältnismäßig lange dauert um die Regelfehler nach Abschluss der Punkt-zu-Punkt Bewegungen auf Null zurückzuführen. Hauptverantwortlich dafür ist die Haftreibung, die es zu überwinden gilt um den Zylinder wieder in Bewegung zu versetzen.

Wie schon bei der Simulation schwanken die Stellsignale im Bereich konstanter Sollpositionen stark um die Ventilnullstellung. Dies ist neben der geringen Steigung der Leitwertkennlinie im Bereich der Nullüberdeckung auf die vergleichsweise aggressiv eingestellten Parameter der Positionsregler zurückzuführen. In Folge der ra-

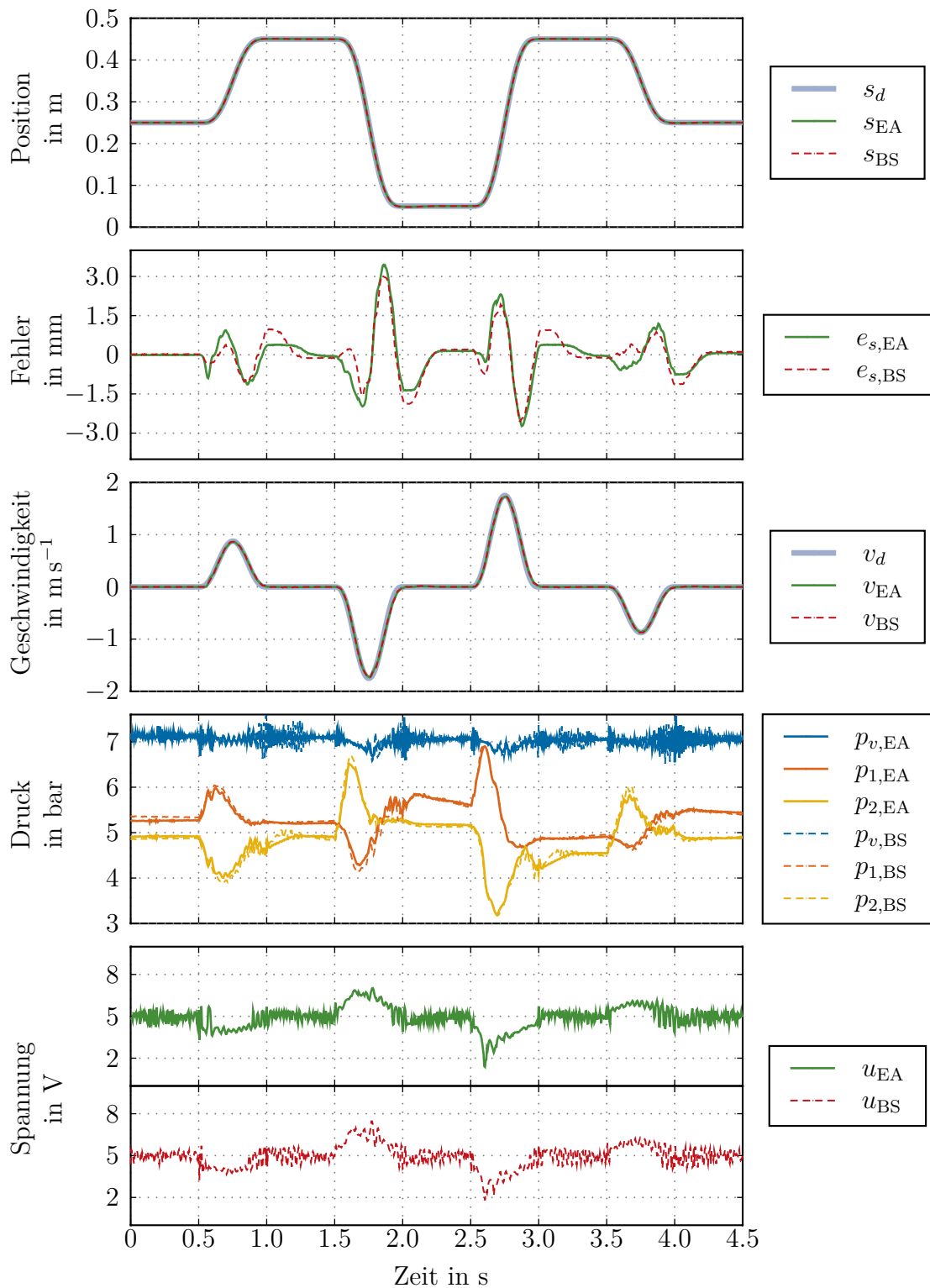


Abbildung 7.7: Messergebnisse der Positionsregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel.

schon Umschaltungen der Ventilstellung kommt es am Versorgungsanschluss des Proportional-Wegeventils zu Druckeinbrüchen bzw. Drucküberhöhungen.

### Sinusförmiger Sollverlauf

Die Messergebnisse bei der Vorgabe eines sinusförmigen Sollverlaufs der Position mit einer Frequenz von 1.3 Hz zeigt Abbildung 7.8.

Wie man erkennt, bewegen sich die Positionsfehler im Bereich von  $\pm 3$  mm. Der nach der Backstepping-Methode entworfene Regler weist ein leicht besseres Folgeverhalten auf. An dieser Stelle ist allerdings anzumerken, dass die gezeigte Performance stark von der Wahl der Reglerparameter abhängig ist.

Die Verläufe der Drücke und Stellsignale stimmen weitgehend mit denen der Simulationsergebnisse überein.

## 7.2.2 Kraftregelung

Für die Analyse der Kraftregelung wird der Führungsschlitten in der Mittelposition fixiert und nur das obere, kraftgeregelter Teilsystem betrachtet. Die vorgegebenen Solltrajektorien der Kraft  $F_{Z_d}$  decken sich hierbei wieder mit jenen der Simulation.

### Sprungförmiger Sollverlauf

Abbildung 7.9 zeigt die Messergebnisse für verschiedene, sprungförmige Änderungen der Kraft bei einer Transitionszeit von  $T = 0.5$  s.

Wie man erkennt, bewegen sich die Fehler  $|e_{F_Z}|$  meist unter 10 N, können allerdings kurzzeitig bis zu 60 N betragen. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass die starken Abweichungen genau zu jenen Zeitpunkten auftreten, an denen sich die Krafrichtung umkehrt. Durch den Belastungswechsel kommt es, aufgrund des Lagerspiels<sup>1</sup>, zu einer kurzen, aber ruckartigen Relativbewegung des Kolbens. Die damit verbundenen Druckänderungen, sowie die mit der Bewegung einhergehende Reibkraft sind

---

<sup>1</sup>Tritt an der Befestigung des Zylinders am mechanischen Gestell bzw. der Verbindung zwischen Zylinderkolben und Führungsschlitten auf.

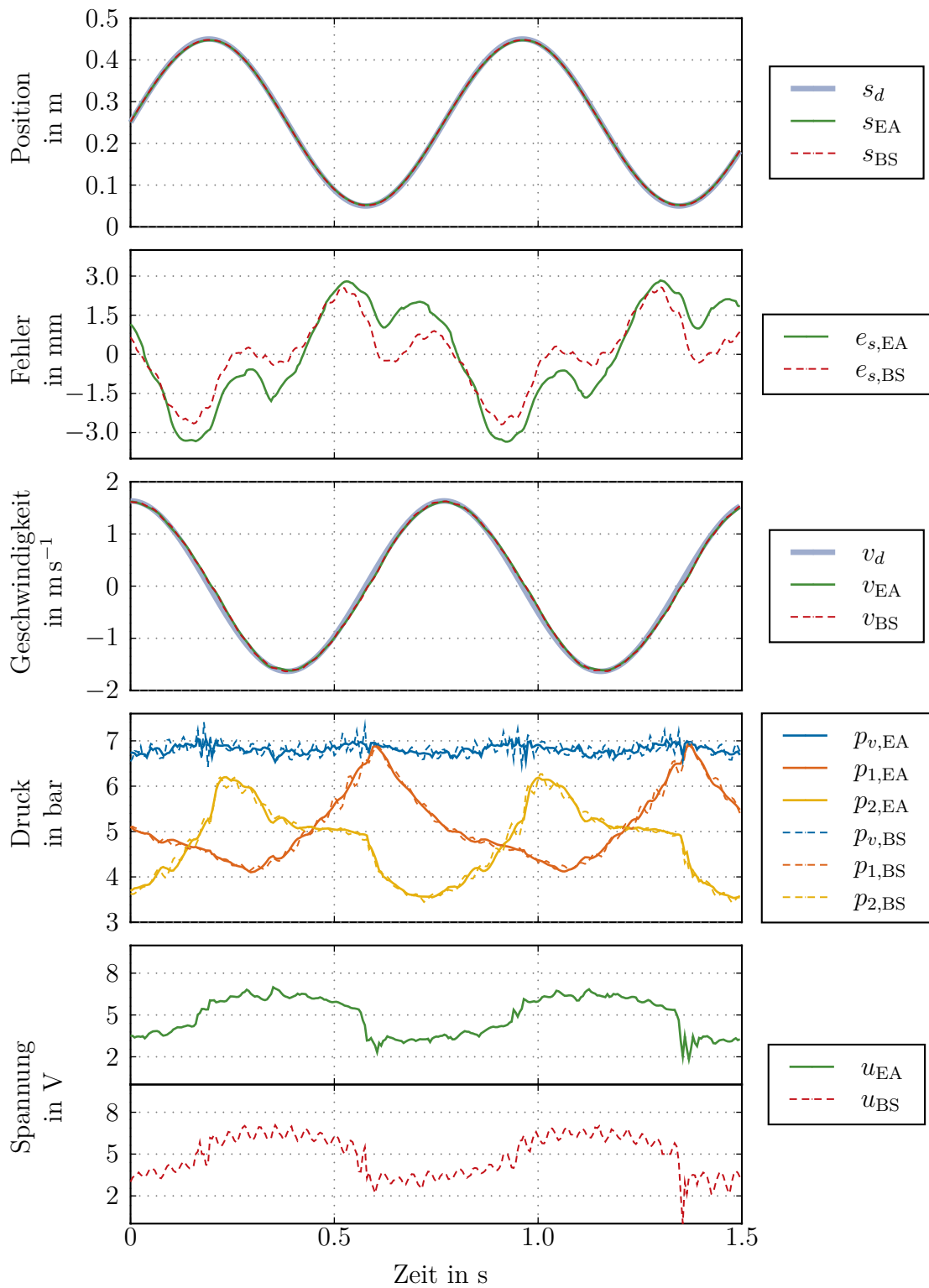


Abbildung 7.8: Messergebnisse der Positionsregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position.

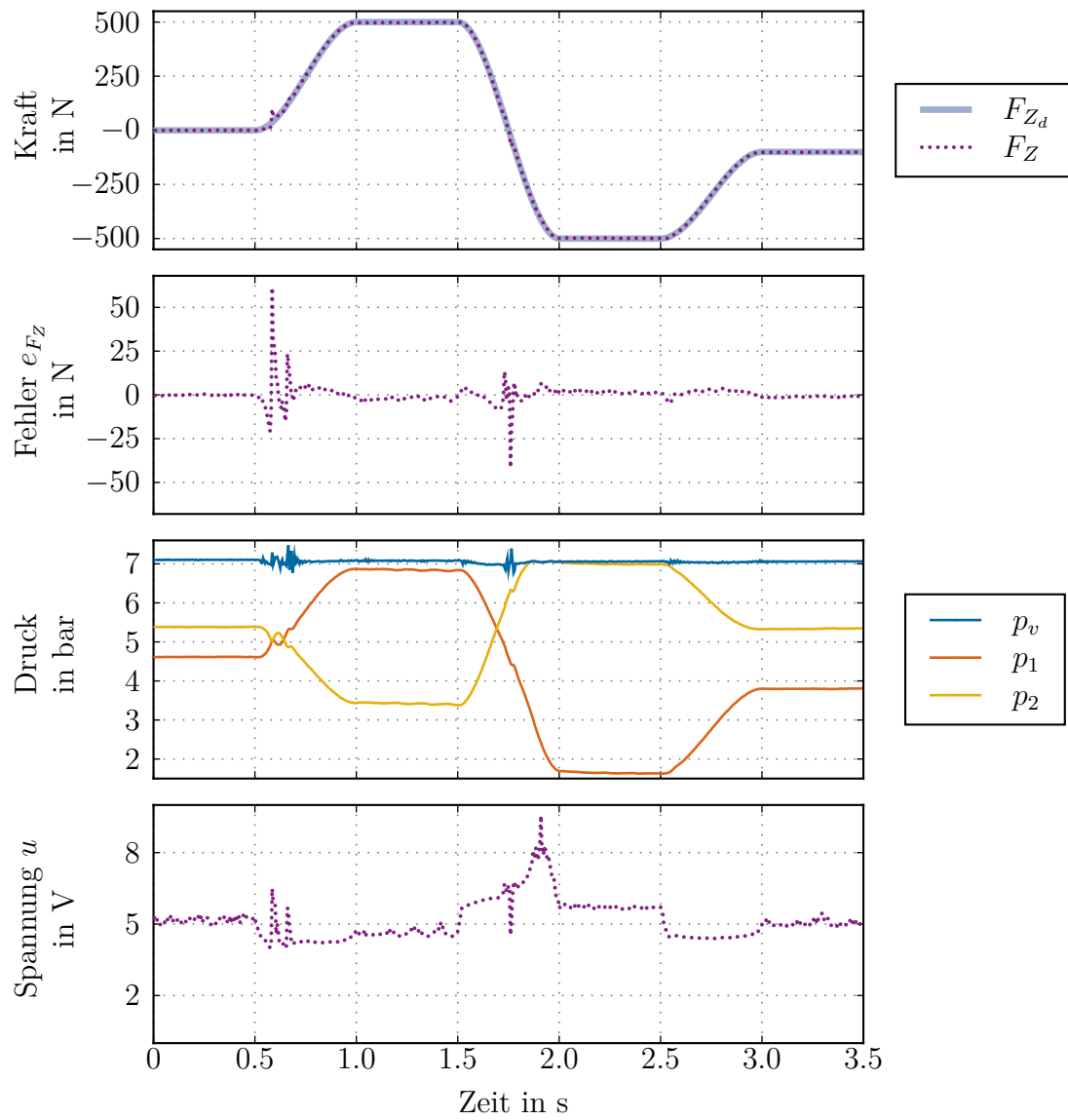


Abbildung 7.9: Messergebnisse der Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Kraft.

für die starken Abweichungen vom Sollkraftverlauf verantwortlich. Die Messergebnisse der Kammerdrücke  $p_1$ ,  $p_2$  und der Stellgröße  $u$  weisen einen qualitativ ähnlichen Verlauf zu den Simulationsergebnissen auf.

### **Sinusförmiger Sollverlauf**

Bei der Vorgabe einer sinusförmigen Solltrajektorie, mit einer Amplitude von 200 N, einer Frequenz von 2 Hz und einem Offset von 200 N, zeigt der Kraftregler am realen Prüfstand ein beinahe identisches Folgeverhalten wie in der zugehörigen Simulation.

Mit den größten Abweichungen in der Nähe der Amplitudenmaxima bewegt sich nach Abbildung 7.10 auch hier der Kraftfehler im Bereich von  $\pm 6$  N. Anzumerken an dieser Stelle ist, dass bei der gegebenen Wahl der Solltrajektorie keine Regelabweichungen aufgrund des Lagerspiels auftreten, da es zu keinem Vorzeichenwechsel der Kraft kommt.

### **7.2.3 Positionsregelung und Kraftregelung**

Durch die mechanische Verbindung der beiden Zylinder über den Führungsschlitten werden abschließend die beiden Teilsysteme gekoppelt.

Wie schon bei der entsprechenden Simulation ist es einsichtig, dass durch den gleichzeitigen Betrieb der Positions- und Kraftregelung die beiden Zylinder stets gegeneinander arbeiten und damit eine aggressive Kraftregelung Performanceverluste bei der Positionsregelung impliziert, und umgekehrt. Im Rahmen der folgenden Untersuchungen wurde durch entsprechende Wahl der Reglerparameter die Bandbreite des Positionsreglers höher als die des Kraftreglers gewählt, und damit der Fokus auf eine exakte Positionsregelung gelegt.

### **Sprungförmiger Sollverlauf**

Abbildung 7.11 zeigt die Messergebnisse für verschiedene Arbeitspunktwechsel des unteren, positionsgeregelten Zylinders bei einer Transitionszeit von  $T = 0.6$  s, während gleichzeitig der obere, kraftgeregelte Zylinder konstante Kräfte auf diesen ausübt. Das sprungförmige Umschalten zwischen verschiedenen Zug- und Druckkräften,



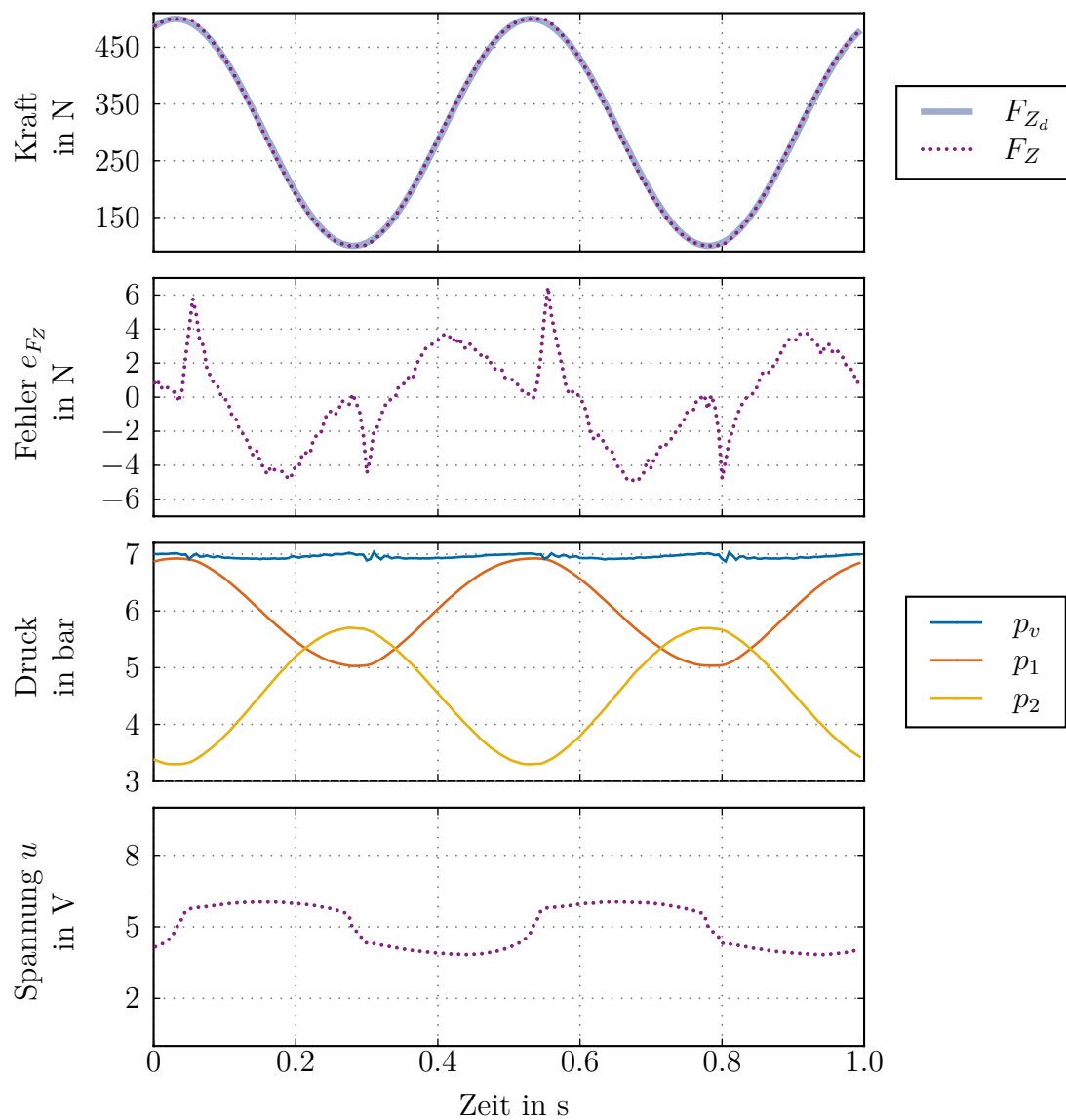


Abbildung 7.10: Messergebnisse der Kraftregelung für eine sinusförmige Solltrajektorie der Kraft.

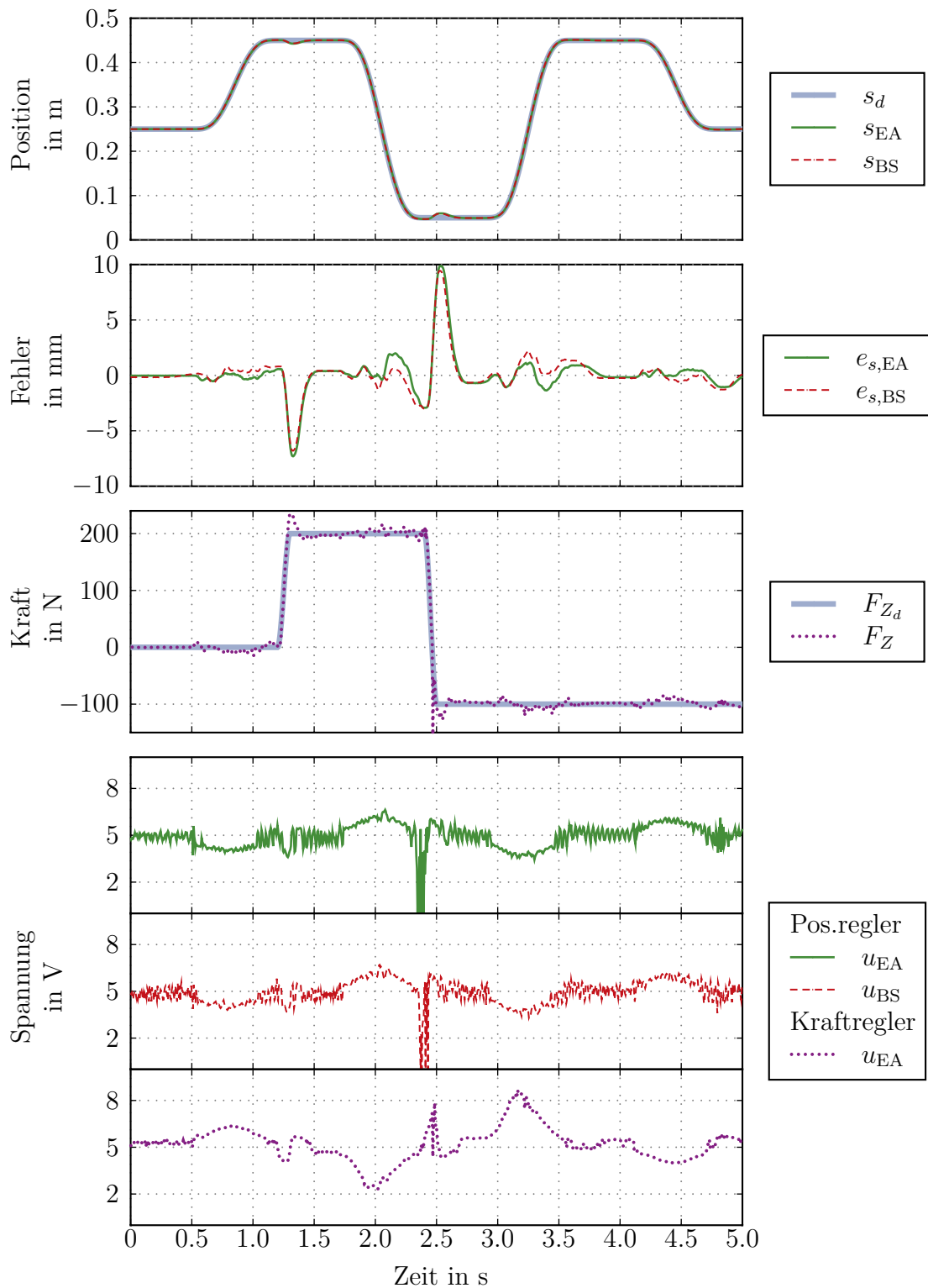


Abbildung 7.11: Messergebnisse der Positions- und Kraftregelung für verschiedene Arbeitspunktwechsel der Position und für eine nahezu sprungförmige Störkraft.

bei einer Transitionszeit von  $T = 0.2$  s, erfolgt jeweils in Phasen konstanter Sollposition  $s_d = \text{konstant}$ .

Anhand von Abbildung 7.11 erkennt man, dass die Positionsfehler  $|e_s|$  des EA-Reglers und des BS-Reglers bei Vorgabe einer konstanten Kraft, selbst bei den schnellen Arbeitspunktwechseln, unter 2 mm liegen. Wie schon bei der vorhergehenden Simulation treten auch hier beim sprunghaftigen Umschalten der Störkräfte  $F_Z$  kurzzeitig deutliche Abweichungen von der Sollposition auf.

Aufgrund der moderat eingestellten Parameter kann der Kraftregler den sprunghaftigen Änderungen des vorgegebenen Kraftverlaufs  $F_{Z_d}$  nicht immer exakt folgen.

Die Stellgrößenverläufe der Regler verhalten sich ähnlich zu denen der entsprechenden Simulationen.

### **Sinusförmiger Sollverlauf**

Abschließend wird für den positionsgeregelten Zylinder ein sinusförmiger Sollverlauf mit einer Frequenz von 1 Hz vorgegeben, während gleichzeitig der kraftgeregelter Zylinder eine sinusförmige Krafttrajektorie mit einer Amplitude von 100 N und einer Frequenz von 0.2 Hz auf den Führungsschlitten ausübt.

Auch hier weisen die beiden Positionsregler ein vergleichbares Folgeverhalten auf, wobei die Positionsfehler  $|e_s|$  in einem großen Bereich unter 2 mm liegen. Die größten Abweichungen von der Sollposition zeigen sich, wenn der positionsgeregelte Zylinder zur Umkehrung der Bewegungsrichtung gegen die Schwerkraft und der zusätzlichen Störkraft vom oberen Teilsystem arbeiten muss. Wie man am Stellsignal erkennt, wird bei dieser Konstellation bereits die minimale Stellgröße benötigt.

Hinsichtlich der Kraftregelung treten erhebliche Abweichungen zum Sollverlauf  $F_{Z_d}$  auf. Hauptverantwortlich dafür sind die an den Extrempunkten des Positionsverlaufs auftretenden Vorzeichenwechsel der Geschwindigkeit und die damit verbundene Umkehr der Reibkrafttrichtung.

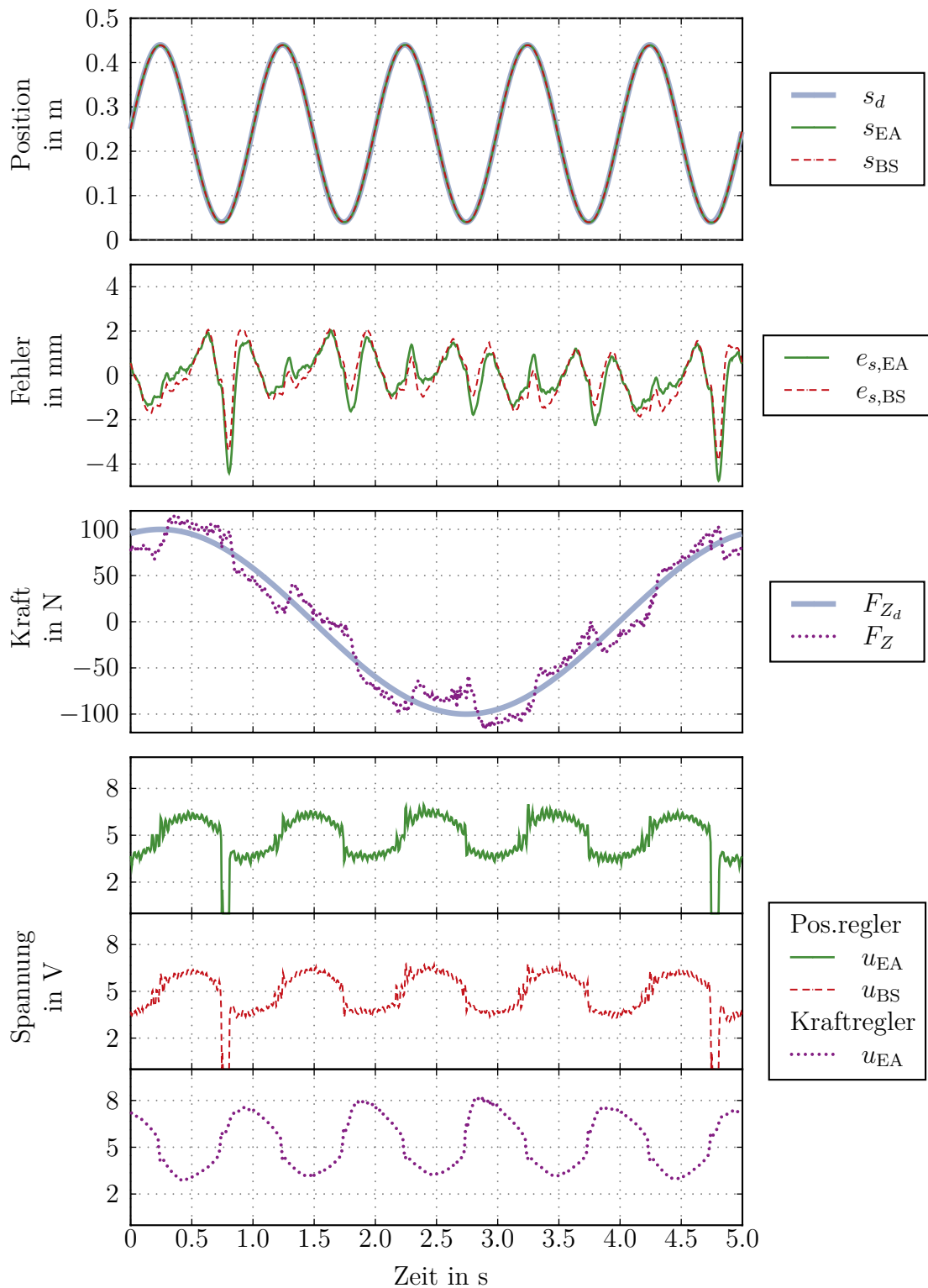


Abbildung 7.12: Messergebnisse der Positions- und Kraftregelung für einen sinusförmigen Sollverlauf der Position und einen sinusförmigen Sollverlauf der Kraft.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand dieser Arbeit war der in Kapitel 2 beschriebene pneumatische Prüfstand mit zwei gegensinnig zueinander angeordneten Zylindern. Die beiden Linearantriebe sind über eine Führungsachse gekoppelt und werden über zwei Proportional-Wegeventile durch Vorgabe einer entsprechenden Ventilspannung aktuiert. Zusammen mit der zur Verfügung stehenden Sensorik konnten damit verschiedene nichtlineare Strategien zur Trajektorienfolgeregelung getestet werden.

Für die Modellbildung in Kapitel 3 wurde das Gesamtsystem, aufgrund des symmetrischen Aufbaus um den Führungsschlitten, in ein oberes und unteres Teilsystem aufgespalten. Die Teilmodelle unterscheiden sich lediglich im Vorzeichen der Gewichtskraft und können über die aufeinander gegensinnig ausgeübten Kräfte gekoppelt werden. Die Bewegungsgleichungen wurden über den Impulserhaltungssatz bestimmt. Die Herleitung der Druckaufbaugleichungen in den Zylinderkammern erfolgte auf Basis der Massenerhaltung und der polytropen Zustandsgleichung. Die Massenströme für das Befüllen und Entlüften der Zylinder werden über die Proportional-Wegeventile vorgegeben, deren durchströmte Querschnittsfläche über die interne Lageregelung des Ventilschiebers von der Ventileingangsspannung abhängt. Die Ventilschieberdynamik wurde in erster Näherung mit einem Verzögerungsglied zweiter Ordnung approximiert. Für die Modellierung des Durchflussverhaltens wurden die Ventilöffnungen als verlustfreie adiabatische Drosseln mit variabler Querschnittsfläche betrachtet. Mit der Einführung spannungsabhängiger Leitwerte für die jeweiligen Strömungskanäle folgte das Durchflussmodell der Proportional-Wegeventile als pneumatische Brückenschaltung.

Im Rahmen einer ausführlichen Identifikation in Kapitel 4 wurden die Modellparameter des Systems bestimmt und das Systemmodell validiert. Die Untersuchung der Dynamik der internen Lageregelung der Proportional-Wegeventile erfolgte anhand des *ETFE*-Verfahrens sowie der Sprungantwort. Das dynamische Verhalten konnte gut mit einem Verzögerungsglied zweiter Ordnung mit Geschwindigkeits- und Beschleunigungsbegrenzung abgebildet werden. Anhand geeigneter Messaufbauten wurden die Leitwertkennlinien der unterschiedlichen Strömungskanäle bestimmt und durch stückweise stetige Polynome erster bzw. zweiter Ordnung approximiert. Untersuchungen zum kritischen Druckverhältnis zeigten Abweichungen vom idealen Wert

sowie Abhängigkeiten vom Ventilöffnungsquerschnitt. Der Vergleich der gemessenen Volumenströme mit den Simulationsergebnissen für ein konstantes kritisches Druckverhältnis und für ein von der Ventilspannung abhängiges kritisches Druckverhältnis zeigt, dass mit der Annahme eines konstanten kritischen Druckverhältnisses eine gute Übereinstimmung von Messung und Modell gegeben ist.

Mit der Einführung spezifischer Polytropenexponenten für das Befüllen, das Entlüften und der Änderung des Kammervolumens wurde eine Charakterisierung der thermodynamischen Prozesse versucht. Im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen konnten allerdings keine, über den gesamten Betriebsbereich eindeutigen Werte für diese ermittelt werden. Vielmehr zeigte sich eine starke Abhängigkeit der spezifischen Exponenten von der jeweiligen Geschwindigkeit der Druckänderung, also der Größe des Massenstroms bzw. der Geschwindigkeit der Volumsänderung. Anzumerken ist dabei, dass im Rahmen dieser Versuche der Massenstrom aufgrund der Trägheit der Durchflusssensoren nicht direkt gemessen werden konnte, sondern über das bereits ermittelte Ventilmodell geschätzt wurde. Angesichts der Modellfehler, wie z. B. Druckaufbau im Schalldämpfer, Totzeiten, usw. können die so ermittelten Polytropenexponenten auch als Tuning-Parameter für das pneumatische Gesamtsystem verstanden werden.

Mit dem Einsatz von Kraftsensoren zwischen Zylinder und Führungsschlitten konnten deren Reibkomponenten getrennt voneinander ermittelt werden. Während für den Schlitten ein geschwindigkeitsproportionales Reibverhalten in Kombination mit einer Coulombschen Reibung nachgewiesen werden konnte, zeigte sich für die Zylinder eine zusätzliche Abhängigkeit von den in den Kammern herrschenden Differenzdrücken und weiteren zeitvarianten Effekten. Nicht zuletzt aufgrund der schwierigen und zeitaufwendigen Modellierung wurden diese Einflüsse im Rahmen dieser Arbeit allerdings nicht systematisch modelliert.

Aufbauend auf einem vereinfachten Entwurfsmodell wurden in Kapitel 5 verschiedene nichtlineare Strategien zur Trajektorienfolgeregelung untersucht. Für die Positionsregelung des unteren Zylinders wurden mit Hilfe der Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung und des Backstepping-Verfahrens zwei nichtlineare Konzepte von Zustandsrückführungen eingesetzt. Der Entwurf der Kraftregelung erfolgte ebenfalls nach der Methode der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung.

Die entwickelten Regelgesetze wurden anschließend auf dem Echtzeit-Mess- und Regelsystem dSPACE DS1103 bei einer Abtastzeit von  $T_a = 1$  ms unter Zuhilfenahme der RTI-Toolbox in MATLAB/SIMULINK implementiert. Kapitel 6 beschreibt dabei u. a. die Generierung der Solltrajektorien, die Messung und Filterung der Zustandsgrößen und eine abschnittsweise Tiefpassfilterung der Stellgröße.

Eine abschließende Performanceanalyse der entworfenen Zustandsregler anhand von Simulationen und Messungen am realen Prüfstand erfolgte in Kapitel 7. Dabei wurden die Regler zunächst jeweils getrennt für sich, und abschließend gekoppelt über den Führungsschlitten betrieben. Positions- und Kraftregelung zeigten sowohl in Simulation als auch am realen Prüfstand ein gutes Folgeverhalten.

Zukünftige Modellerweiterungen könnten den Druckaufbau in den Schalldämpfern der Abluftanschlüsse der Proportional-Wegeventile und die Totzeiten aufgrund der Verschlauchung berücksichtigen. Eine weiterführende systematische Untersuchung und Modellierung der Differenzdruckabhängigkeit der Zylinderreibkräfte könnte eine Erhöhung der Regelperformance mit sich bringen. Durch Einsatz einer beobachtergestützten Druckschätzung wäre im Weiteren eine Sensorreduktion möglich.

# A Anhang

## A.1 Komponenten, Sensoren und Messgeräte

Bezeichnung	Hersteller	Type
Pneumatikzylinder <i>DNC-40</i>	FESTO	<i>DNC-40-500-PPV-A-S11</i>
Pneumatikzylinder <i>DNC-32</i>	FESTO	<i>DNC-32-500-PPV-A-S11</i>
Führungseinheit <i>FENG-40</i>	FESTO	<i>FENG-40-500-KF</i>
Führungseinheit <i>FENG-32</i>	FESTO	<i>FENG-32-500-KF</i>
Führungssachse und Schlitten	FESTO	<i>DGC-32-1000-FA-YSRW-C</i>
Proportional-Wegeventil	FESTO	<i>MPYE-5-1/8-HF-010-B</i>
Druckluftspeicher	FESTO	<i>CRVZS-20L</i>
Drucksensor	FESTO	<i>SDET-22T-D10-G14-U-M12</i>
Positions- und Geschwindigkeitssensor	MTS	<i>RPS0750MD601V810050</i>
Kraftsensor 5kN	BURSTER	<i>85075-5</i>
Kraftsensor 2kN	BURSTER	<i>85075-2</i>

Tabelle A.1: Komponenten des Prüfstands.

Sensor	Messbereich	Spezifikation	Ausgang
Druck	0 ... 10 bar	Genauigkeit: < 0.1 bar	0.1 ... 10 V
Position	0 ... 750 mm	Auflösung: < 1 $\mu\text{m}$ Linearität: < $\pm 75 \mu\text{m}$	0 ... 10 V
Geschwindigkeit	-5 ... 5 $\text{m s}^{-1}$	Auflösung: < 0.1 $\text{mm s}^{-1}$	-10 ... 10 V
Kraft	-5 ... 5 kN	Nichtlinearität: < $\pm 0.1\%$	-10 ... 10 V
	-2 ... 2 kN	Nichtlinearität: < $\pm 0.1\%$	-10 ... 10 V

Tabelle A.2: Spezifikation der eingesetzten Sensoren.



POLYTEC Vibrometer Messkopf OFV-505/503 + Controller OFV-5000			
Wegdecoder	Messbereich	200	$\mu\text{m V}^{-1}$
	Auflösung	60	nm
	Frequenzbereich	0 . . . 350	kHz
Geschwindigkeitsdecoder	Messbereich	100	$\text{m s}^{-1} \text{V}^{-1}$
	Auflösung	0.06 . . . 0.4	$\mu\text{m s}^{-1} \sqrt{\text{Hz}}^{-1}$
	Frequenzbereich	0 . . . 1500	kHz

Tabelle A.3: Spezifikation des POLYTEC Laser-Vibrometers.

Bezeichnung	Hersteller	Type
Druckluftspeicher	FESTO	<i>CRVZS-20L</i>
Druckregler	FESTO	<i>MS6-LRE-1/2-D6-PU-SK2-VK2-WBE</i>
Drucksensoren	FESTO	<i>SDET-22T-D10-G14-U-M12</i>
Proportional-Wegeventil	FESTO	<i>MPYE-5-1/8-HF-010-B</i>
Durchflusssensor 200	FESTO	<i>SFAB-200U-HQ10-2SV-M12</i>
Durchflusssensor 1000	FESTO	<i>SFAB-1000U-HQ10-2SV-M12</i>
Schalldämpfer	FESTO	<i>U-1 (2312)</i>

Tabelle A.4: Komponenten des Messaufbaus zur Leitwertbestimmung.

## A.2 Identifizierte Parameter und Kennwerte

Beschreibung	Parameter	Wert	
Individuelle Gaskonstante für Luft	$R_s$	288	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Luftdichte bei techn. Normzustand	$\rho_0$	1.205	$\text{kg m}^{-3}$
Lufttemperatur bei techn. Normzustand	$T_0$	293.15	K
Umgebungsdruck bei techn. Normzustand	$p_0$	$1 \times 10^5$	Pa
Mittleres kritisches Druckverhältnis	$\bar{\Pi}_{\text{krit}}$	0.249	—
Polytropenexponent Befüllen	$n_{zu}$	1.2	—
Polytropenexponent Entlüften	$n_{ab}$	1.0	—
Polytropenexponent Volumsänderung	$n_v$	1.2	—

Tabelle A.5: Allgemeine pneumatische Parameter und Kennwerte.

Beschreibung	Parameter	Wert	
Bewegte Masse	$m$	8.115	kg
Kolbenfläche	$A_1$	$8.04 \times 10^{-4}$	$\text{m}^2$
Kolbenfläche	$A_2$	$6.91 \times 10^{-4}$	$\text{m}^2$
Zylinderhub	$L$	0.5	m
Totvolumen	$L_{01}A_1$	$2.01 \times 10^{-5}$	$\text{m}^3$
Totvolumen	$L_{02}A_2$	$1.73 \times 10^{-5}$	$\text{m}^3$
Gewichtskraft Zylindereinheit	$F_{G,z}$	24.93	$\text{kg m s}^{-2}$
Gewichtskraft Schlitten	$F_{G,s}$	54.68	$\text{kg m s}^{-2}$
Coulombsche Reibkraft Zylindereinheit	$F_{Rc,z}$	5.36	$\text{kg m s}^{-2}$
Coulombsche Reibkraft Schlitten	$F_{Rc,s}$	5.82	$\text{kg m s}^{-2}$
Viskoser Reibparameter Zylindereinheit	$\beta_z$	66.91	$\text{kg s}^{-1}$
Viskoser Reibparameter Schlitten	$\beta_s$	14.34	$\text{kg s}^{-1}$
Reibparameter Zylindereinheit	$v_{G,z}$	$4.40 \times 10^{-3}$	$\text{m s}^{-1}$
Reibparameter Schlitten	$v_{G,s}$	$5.00 \times 10^{-5}$	$\text{m s}^{-1}$

Tabelle A.6: Parameter des unteren Teilsystems (*DNC-32*).

Beschreibung	Parameter	Wert	
Bewegte Masse	$m$	3.006	kg
Kolbenfläche	$A_1$	$12.56 \times 10^{-4}$	m <sup>2</sup>
Kolbenfläche	$A_2$	$10.55 \times 10^{-4}$	m <sup>2</sup>
Zylinderhub	$L$	0.5	m
Totvolumen	$L_{01}A_1$	$3.14 \times 10^{-5}$	m <sup>3</sup>
Totvolumen	$L_{02}A_2$	$2.64 \times 10^{-5}$	m <sup>3</sup>
Gewichtskraft Zylindereinheit	$F_{G,z}$	29.49	kg m s <sup>-2</sup>
Gewichtskraft Schlitten	$F_{G,s}$	54.23	kg m s <sup>-2</sup>
Coulombsche Reibkraft Zylindereinheit	$F_{Rc,z}$	25.27	kg m s <sup>-2</sup>
Coulombsche Reibkraft Schlitten	$F_{Rc,s}$	5.74	kg m s <sup>-2</sup>
Viskoser Reibparameter Zylindereinheit	$\beta_z$	65.52	kg s <sup>-1</sup>
Viskoser Reibparameter Schlitten	$\beta_s$	12.68	kg s <sup>-1</sup>
Reibparameter Zylindereinheit	$v_{G,z}$	$5.90 \times 10^{-2}$	m s <sup>-1</sup>
Reibparameter Schlitten	$v_{G,s}$	$1.90 \times 10^{-4}$	m s <sup>-1</sup>

Tabelle A.7: Parameter des oberen Teilsystems (*DNC-40*).

Beschreibung	Parameter	Wert	
Proportionalitätsfaktor	$k$	$1.12 \times 10^3$	m V <sup>-1</sup>
Grenzfrequenz	$f_g$	180	Hz
Dämpfungsgrad	$d$	0.7	N s m <sup>-1</sup>
Geschwindigkeitsbegrenzung	$\dot{s}_{v,\max}$	0.47	m s <sup>-1</sup>
Geschwindigkeitsbegrenzung	$\dot{s}_{v,\min}$	-0.47	m s <sup>-1</sup>
Beschleunigungsbegrenzung	$\ddot{s}_{v,\max}$	200	m s <sup>-2</sup>
Beschleunigungsbegrenzung	$\ddot{s}_{v,\min}$	-200	m s <sup>-2</sup>

Tabelle A.8: Modellparameter der Proportional-Wegeventils.

## A.3 Reglerparameter

Parameter	Wert
$\theta_a$	160
$\theta_v$	9500
$\theta_s$	248000
$\theta_I$	2400000

Tabelle A.9: Parameter der Positionsregelung entworfen mittels der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung für die Eigenwerte  $[-30 \ -40 \ -40 \ -50]^T$ .

Parameter	Wert
$\lambda_v$	110
$\lambda_s$	4000
$\lambda_I$	48000
$c_1$	10
$c_2$	15
$\epsilon$	1000

Tabelle A.10: Parameter der Positionsregelung entworfen mittels der Backstepping-Methode für die Eigenwerte  $[-30 \ -40 \ -40]^T$ .

Parameter	Wert
$\gamma_{F_z}$	50.2
$\gamma_I$	1

Tabelle A.11: Parameter der Kraftregelung entworfen mittels der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung für die Eigenwerte  $[-0.02 \ -50]^T$ .

## A.4 Parameter zur Implementierung

Parameter	Wert
$\varsigma_4$	35
$\varsigma_5$	-84
$\varsigma_6$	70
$\varsigma_7$	-20

Tabelle A.12: Koeffizienten zur Generierung der dreifach stetigen Referenztrajektorien mit Hilfe eines polynomialen Ansatzes.

Parameter	Wert
$\vartheta_0$	$1 \times 10^8$
$\vartheta_1$	$4 \times 10^6$
$\vartheta_2$	$6 \times 10^6$
$\vartheta_3$	$4 \times 10^2$

Tabelle A.13: Koeffizienten des Zustandsvariablenfilters.

Beschreibung	Parameter	Wert
Zeitkonstante	$T_k$	0.01 s
Bereich der Nullüberdeckung	$a$	0.07 –

Tabelle A.14: Parameter zur Steigungsbegrenzung der normierten Stellgröße  $u$ .

# Literaturverzeichnis

- [1] H. P. Bala, “Durchflussmessung und strömungstechnische Kenngrößen”, *o+p »ölhydraulik und pneumatik«*, Vol. 7, S. 541–543, 1985.
- [2] P. Beater, *Pneumatic Drives: System Design, Modelling and Control*. London Berlin Heidelberg: Springer, 2007.
- [3] R. Eschmann, “Modellbildung und Simulation pneumatischer Zylinderantriebe”, Dissertation, RWTH Aachen, 1994.
- [4] M. Göttert, *Bahnregelung servopneumatischer Antriebe*. Aachen: Shaker Verlag, 2004.
- [5] A. Hildebrandt, *Regelung und Auslegung servopneumatischer Aktuatorssysteme*. Aachen: Shaker Verlag, 2009.
- [6] *ISO 6358-1.3:1989 Pneumatic fluid power - Determination of flow-rate characteristics of components*, International Organization for Standardization Std., 1989.
- [7] *ISO 15552:2004 Pneumatic fluid power - Cylinders with detachable mountings*, International Organization for Standardization Std., 2004.
- [8] H. Khalil, *Nonlinear systems*. New York: Macmillan Pub. Co., 1992.
- [9] A. Kugi, “Vorlesung und Übung Regelungssysteme (SS 2011)”, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien, 2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.acin.tuwien.ac.at/lehre/master/regelungssysteme/>
- [10] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, 2. Auflage. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [11] H. Murrenhoff, *Grundlagen der Fluidtechnik*. Aachen: Shaker Verlag, 2005.
- [12] B. M. Y. Nouri, F. Al-Bender, J. Swevers, P. Vanherck und H. V. Brussel, “Modelling a pneumatic servo positioning system with friction”, *Proceedings of the American Control Conference*, S. 1067–1071, Chicago, Illinois, USA, June 2000.

- [13] E. Richer und Y. Hurmuzlu, “A high performance force actuator system part 1 - nonlinear mathematical model”, *ASME Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, Vol. 122, No.3, S. 416–425, 2001.
- [14] S. Skogestad und I. Postlethwaite, *Multivariable feedback control: analysis and design*. Michigan: Wiley, 1996.